
分类号：TP241

单位代码：10363

密 级：公 开

学 号：2220320163

题 目 多关节机械臂固定时间鲁棒控制研究

题 目 Research on the Robust Control of Fixed
Time of Multi-joint Robot manipulators

学生姓名： 潘 静

校内导师： 张刚（教授）

校外导师： 陈现敏

专业学位类别： 电子信息

研究方向（领域）： 控制工程

论文答辩日期： 2025 年 5 月 10 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名： 潘静

日期：2025 年 5 月 10 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：潘静

指导教师签名：张刚

日期：2025 年 5 月 10 日

日期：2025 年 5 月 10 日

多关节机械臂固定时间鲁棒控制研究

摘 要

随着工业自动化和智能机器人技术的快速发展,多关节机械臂在精密制造、装配、手术医疗以及无人驾驶等领域的应用愈加广泛。在这些应用场景中,机械臂通常需要在不确定地环境下完成高精度的轨迹跟踪任务。由于机械臂的高度非线性、耦合性强以及外部扰动的存在,传统的控制方法往往无法确保系统在复杂环境下的稳定性与精度,特别是当存在模型不确定性、外部扰动以及初始误差时。此外,在实际工程应用中,计算和通信资源往往也是有限的。因此,如何设计一种能够确保机械臂在固定时间内快速准确跟踪期望轨迹,并具备强鲁棒性的控制方法,成为了一个非常具有研究价值的重要课题。本文针对上述问题,基于反步控制、固定时间理论、观测器技术、事件触发机制等技术,将外部扰动、模型不确定项、系统收敛速度、系统计算资源有限等实际因素考虑进机械臂轨迹跟踪控制算法设计中。主要研究内容如下:

首先,为了应对外部扰动对机械臂系统的影响,设计了一种基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间跟踪控制方法。通过固定时间扰动观测器准确估计系统中存在的扰动并提供前馈补偿,同时通过引入双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 来有效避免观测振颤的问题。然后,结合反步控制和固定时间理论设计控制器,确保了机械臂系统能够在固定时间内实

现稳定的跟踪控制,且与系统的初始状态无关。提高系统的收敛速度,增强系统的鲁棒性。

其次,进一步考虑模型不确定项、系统计算资源有限和观测器设计过程中存在的限制性假设等因素,设计了一种基于事件触发机制的机械臂固定时间轨迹跟踪控制方案。首先,基于未知输入观测器概念,提出了一种固定时间扰动观测器来重构由外部扰动和模型不确定项构成的集总扰动,利用估计值作为前馈补偿,增强系统的鲁棒性,放宽了对总扰动上界已知等限制性假设。随后,基于反步控制框架,为机械臂设计了一种基于跟踪误差的事件触发固定时间控制器,有效减少了控制输入的传输时间和控制输出的计算时间。同时,通过理论证明排除了 Zeno 行为。

最后,通过 Lyapunov 稳定性相关理论,验证了上述系统的闭环系统稳定性,并通过仿真实验验证了所设计方案的有效性。

关键词: 多关节机械臂, 反步控制, 固定时间理论, 观测器技术, 事件触发机制

RESEARCH ON THE ROBUST CONTROL OF FIXED TIME OF MULTI-JOINT ROBOT MANIPULATORS

ABSTRACT

With the rapid development of industrial automation and intelligent robotics technology, multi-joint robotic arms have been increasingly applied in precision manufacturing, assembly, surgical medicine, and autonomous driving. In these scenarios, robotic arms are required to perform high-precision trajectory tracking tasks under uncertain environments. Traditional control methods often fail to ensure system stability and accuracy in complex environments due to the inherent high nonlinearity, strong coupling characteristics of robotic arms, and external disturbances, particularly when confronted with model uncertainties, external disturbances, and initial errors. Moreover, practical engineering applications are frequently constrained by limited computational and communication resources. Therefore, designing a control methodology that guarantees fast and accurate fixed-time trajectory tracking with strong robustness for robotic arms has emerged as a significant research challenge. This paper addresses these issues by integrating backstepping control, fixed-time theory, observer technology, and event-triggered mechanisms into the trajectory tracking control algorithm design, considering practical

factors including external disturbances, model uncertainties, convergence speed, and computational resource constraints. The main contributions are summarized as follows:

Firstly, to mitigate the impact of external disturbances, a fixed-time tracking control method with disturbance observer compensation is proposed. A fixed-time disturbance observer is designed to accurately estimate system disturbances and provide feedforward compensation, while hyperbolic tangent functions are introduced to effectively suppress observation chattering. Subsequently, a controller combining backstepping control and fixed-time theory is developed to ensure stable trajectory tracking within a fixed time frame independent of initial states, thereby enhancing convergence speed and system robustness.

Secondly, considering model uncertainties, limited computational resources, and restrictive assumptions in observer design, an event-triggered fixed-time trajectory tracking control scheme is proposed. A fixed-time disturbance observer based on unknown input observer concepts is first constructed to reconstruct lumped disturbances comprising external disturbances and model uncertainties. The estimated values serve as feedforward compensation to enhance robustness while relaxing restrictive assumptions such as prior knowledge of disturbance upper bounds. Within the backstepping control framework, an event-triggered fixed-time controller is then developed for robotic arms, significantly

reducing control input transmission frequency and computational time for control outputs. Theoretical analysis excludes Zeno behavior through rigorous proof.

Finally, the closed-loop system stability is theoretically verified using Lyapunov stability theory, and simulation experiments demonstrate the effectiveness of the proposed control schemes.

Pan Jing (Control Engineering)

Supervised by Zhang Gang

KEYWORDS: Multi-joint robotic arm, Backstepping, Fixed-Time theory, Observer technology, Event triggering mechanism

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外机械臂发展现状.....	2
1.2.1 国外机械臂发展现状.....	2
1.2.2 国内机械臂发展现状.....	3
1.3 机械臂轨迹跟踪控制方法概述.....	4
1.4 本文的主要研究内容.....	9
第 2 章 机械臂模型及相关理论.....	11
2.1 机械臂模型.....	11
2.2 相关理论知识.....	12
2.2.1 固定时间稳定性及相关引理.....	12
2.2.2 Lyapunov 稳定性理论.....	15
2.3 本章小结.....	15
第 3 章 基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间控制.....	16
3.1 引言.....	16
3.2 控制系统设计及稳定性分析.....	18
3.2.1 问题描述.....	18
3.2.2 FTC 控制器设计	19
3.2.3 FDO-FTC 控制器设计	21
3.3 仿真结果.....	24
3.3.1 FTC 仿真验证	24
3.3.2 FDO-FTC 仿真验证.....	27
3.4 本章小结.....	33
第 4 章 基于事件触发机制的机械臂固定时间控制.....	35
4.1 引言.....	35
4.2 控制系统设计及稳定性分析.....	36
4.2.1 问题描述.....	36
4.2.2 观测器设计.....	37
4.2.3 控制器设计.....	39
4.2.4 芝诺行为排除.....	43
4.3 仿真结果.....	45
4.4 本章小结.....	53
第 5 章 总结与展望.....	54
5.1 总结.....	54

5.2 展望.....	55
参考文献.....	56
攻读学位期间发表的学术成果.....	60
致 谢.....	61

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

随着现代制造业、医疗、服务和机器人领域的飞速发展，机器人作为自动化生产、智能制造、精密装配的核心设备，已广泛应用于工业生产线、医疗手术、危险环境作业等多个领域。机器人技术的优势使得它成为各行各业自动化进程中的重要组成部分^[1]。

机械臂作为其中的核心设备^[2]，广泛应用于那些重复性高、环境危险、工作强度大的场合。通过自动化、无人化操作，机械臂可以代替工人进入那些高风险区域，执行复杂且又艰巨的任务，如物体抓取、设备维修、清理废料等等。大大减少了对人工的依赖，有效降低劳动成本、工伤事故发生的机率以及工人因长时间的重复操作产生的一些健康问题，提高劳动生产率^[3]。

机械臂轨迹跟踪控制是实现自动化和智能制造的基础^[4]，作为机器人运动控制领域最具有挑战的课题之一，其中，固定时间控制^[5] (Fixed-time Control, FTC) 作为一种新兴的控制策略，近年来在机械臂控制领域受到了广泛关注。相较于传统的控制方法，其收敛时间不受系统的初始状态影响，并且具有更高的跟踪精度和收敛速度；同时，机械臂控制系统对实时性和稳定性的要求很高，固定时间控制方法可以充分发挥其自身的优势，有效减少延迟和振荡现象的发生，可以解决目前机械臂实际应用过程中的一些问题。例如，在工业生产中，机械臂需要在给定的时间周期内完成装配、搬运等任务；在医疗领域，机械臂需要在短时间内完成精准的操作。尽管固定时间控制在机械臂控制领域展现出巨大的潜力，但其在实际的应用中仍然面临着一些挑战。例如，在实际环境中，机械臂往往会面临多种不确定性因素（如负载变化、关节摩擦、环境干扰等）会显著延长机械臂的实际收敛时间，削弱其固定时间鲁棒性；其次，传统的固定时间控制会产生高频控制指令更新会导致机械臂系统出现信道拥塞和延迟。这些因素都会影响机械臂的运动轨迹。

综上，针对传统控制方法因依赖系统初始状态且难以克服扰动以及通信资源受限等因素，在工业自动化、医疗手术及太空探索等对收敛时间要求严格可控、

抗干扰能力要求极高的场景中面临的严峻挑战。多关节机械臂固定时间鲁棒控制研究对于推动机械臂的性能与可靠运行具有非常重要的意义。

1.2 国内外机械臂发展现状

1.2.1 国外机械臂发展现状

机械臂最初在 20 世纪 50 年代末至 60 年代初期诞生，主要应用于汽车制造业中，用于完成高强度、重复性的工作。1959 年，George Devol 和 Joseph Engelberger 研发了全球首台工业机械臂 Unimate #001，采用液压驱动，其负载能力可达 200kg，并在 1961 年首次应用于通用汽车工厂的压铸机物料搬运，开启了工业自动化新时代。1973 年，KUKA（德国）研发出全球首台六轴电动机械臂 FAMULUS，其关节自由度提升至 6 个，定位精度达 $\pm 0.05\text{mm}$ ，可以支持复杂地空间运动，适用于汽车焊接与精密装配，奠定了多自由度机械臂的基础。1982 年，日本的发那科（FANUC）研发的 FANUC S 系列，其重复精度可达 $\pm 0.02\text{mm}$ ，通过搭载伺服电机驱动系统，可以完成高速且高精度的焊接工作，并配备自诊断功能，被广泛应用于汽车和电子制造领域，推动日本成为全球机械臂制造中心。



图 1-1 发那科机器人 M-20iD/25

进入 20 世纪 90 年代，机械臂技术开始向高负载与智能化方向拓展。1994 年，ABB（瑞士）生产的 IRB 6400，采用高负载（150kg）和长臂展（2.5m）设计，通过集成喷涂路径优化算法，可以显著提升汽车涂装和码垛效率，并且支持离线编程。2008 年，Universal Robots（丹麦）开发出全球首款协作机器人 UR5，其重量仅 18.4kg，具备力反馈功能，支持人机协同作业，无需安全围栏，被广泛应用于电子组装和医疗领域，开创了柔性制造新纪元。随后，波士顿动力（美国）又相继开发了 Spot（2016 年）与 Atlas（2013 年），采用仿人形设计，集成了动

态平衡算法与 AI 视觉算法，可以在复杂地形中自主抓取和搬运，有效负载可达 11kg，逐渐被应用在灾害救援和军事等领域，拓展了机械臂在非工业场景的应用。

近年来，机械臂技术加速向 AI 融合与消费级市场渗透。2023 年，特斯拉（美国）生产的人形机器人 Optimus，通过搭载多模态传感器与神经网络芯片，可以完成家庭服务等任务（如搬运、清洁等），并且其目标成本低于 2 万美元，可以有效推动消费级机器人的普及。



(a)UR5



(b) Spot



(c) Atlas

图 1-2 UR5 机械臂与波士顿机械臂

1.2.2 国内机械臂发展现状

据联合国机器人协会（IFR）《2024 年世界机器人》报告显示，2023 年，我国机器人使用率首次超过日本和德国，位列全球第三，从 2022 年每万名员工配备机器人 402 台到 2023 年的 470 台。我国拥有大约 3700 万的制造业劳动力，但在自动化技术的投入上仍然可以实现如此高的机器人密度，可见一斑^{[6][7]}。

我国机械臂发展起步较晚但进展非常迅猛。1999 年，新松推出了国产首台六轴工业机械臂 RH6 弧焊机器人，其重复精度可达 $\pm 0.08\text{mm}$ ，且支持离线编程与多机协同，成功打破了国外垄断并被广泛应用于汽车焊接等领域。2008 年，广州数控开发的 GSK RB 系列高性价比码垛机械臂，其有效负载可达 5-20kg，采用开放式控制系统且支持二次开发，助力中小企业自动化升级。2012 年，埃夫特与意大利合作开发的 ER 系列，通过集成视觉引导系统，实现了汽车喷涂精度 $\pm 0.1\text{mm}$ ，2019 年市场份额跻身国内前三，标志着国产机械臂在工业场景的全面渗透。

2016 年遨博智能发布了国内首款协作机器人 AUBO-i5，通过模块化设计（重量 24kg）、 $\pm 0.05\text{mm}$ 精度，可以支持拖拽示教与碰撞检测，有效推动了 3C 电子

装配领域革新。2021 年，珞石科技推出的七轴柔性协作机械臂 xMate，通过集成高精度力控（0.1N 分辨率）与 3D 视觉，被广泛应用于医疗手术器械组装，可以实现人机交互与亚毫米级的操作，填补了国产高端医疗机器人的空白。

面向新兴领域，巨蟹智能驱动科技在 2025 年推出了第四代协作机械臂（大族激光机械臂），其有效负载为 3kg、定位精度可达 0.01mm，结合了激光切割/焊接功能与 AI 路径优化，可以支持新能源领域远程运维。此举标志着国产机械臂向着绿色制造与智能化服务转型，逐步突破高精度减速器等“卡脖子”技术，加速全球市场竞争布局。



图 1-3 AUBO-i5 协作机械臂



图 1-4 大族激光协作机械臂

尽管我国的机械臂技术已取得长足进步，但在核心技术自主研发、产品稳定性与运动精度等核心指标上，仍较国际先进水平存在显著差距。在智能制造转型升级的背景下，亟需突破精密传动部件制造、实时轨迹规划算法、多机协同控制系统等产业链关键环节。通过构建硬件研发-软件生态-系统集成的协同创新体系，加速形成自主可控的产业生态。当前国内市场规模虽以年均 23.6% 增速扩张，但同时也面临着外资品牌市场占有率超 65% 的竞争压力。因此，强化专项产业政策引导也将成为破局发展的关键路径。

1.3 机械臂轨迹跟踪控制方法概述

随着机器人技术的不断进步，机械臂轨迹跟踪的控制方法^[8]也经历了从传统控制方法到现代智能控制的方法。各种控制策略应运而生，既有经典的 PID 控制^[9]、鲁棒控制^{[10][11]}、模糊控制^[12]，有限/固定时间控制^{[13][14]}，也有基于人工智能的神经网络控制^{[15][16]}等方法。不同的控制方法具有各自的优势和适应场景，在轨迹跟踪精度、实时性、计算复杂度等方面有着不同表现。

（1）PID 控制

PID 控制作为经典且应用广泛的控制方法之一。其基本思想是通过调节比例、积分和微分项来控制系统的输出，以达到预期的目标，其结构简单、参数易调、工程应用广泛，非常适合用于线性或弱非线性系统的设计，已经被广泛应用于机械臂控制器设计当中。Jafarov 等^[17]考虑了一种新的可变结构比例-积分-微分（PID）控制器设计方法，用于机器人运动的跟踪稳定。这项工作证实了某种具有 PID 滑膜面的 PID 滑模控制器用于机械臂跟踪控制的实用性。Keppler 等^[18]通过使用最新开发的“准完全驱动”概念来设计机械臂运动控制器，以实现具有“延迟”积分动作的链路侧 PID 控制结构。该设计遵循 ESP 控制的结构设计理念，并确保闭环系统的全局渐近稳定性和局部无源性。然而，PID 控制也存在一些短板，如其非常依赖精确模型，对参数摄动和未建模动态非常敏感，鲁棒性差；其次，仅通过积分项抑制稳态扰动，对高频扰动或突变干扰抑制能力弱，以及其计算量虽然低，但动态性能与稳态精度相矛盾，复杂场景下需多级 PID 相叠加，增加了资源消耗。相较于固定时间控制，其无法保证收敛时间上界，且性能依赖初始误差。

（2）鲁棒控制

鲁棒控制方法通过设计能够应对系统不确定性和外部扰动的控制器，以保证系统在存在系统不确定项的情况下依然能够稳定运行，常见的控制方法有滑膜控制等。Wang 等^[19]通过使用近似最优控制方法研究了一类具有不确定性的离散时间非线性系统的鲁棒控制稳定性。他们将具有不确定性边界的鲁棒控制问题重构为最优控制框架，通过在不确定性范围内，满足特定约束条件时建立两者间的等效关系。针对转化后的最优控制进行求解，创新性地提出应用离散化形式的广义 HJB 方程作为数学基础，进而设计基于深度神经网络架构的迭代逼近算法，通过参数化逼近策略实现方程的数值求解过程。Yan 等^[20]以单连杆的柔性机械臂为目标，提出了一种基于等效输入扰动（EID）方法的 USLFJM 运动控制（位置控制和轨迹跟踪控制）的新型鲁棒控制方法。基于该系统的不确定动力学模型和期望目标，构建了一个误差系统。该误差系统被认为是具有非线性虚拟扰动的线性系统。USLFJM 的运动控制目标可以通过全局渐近稳定该线性系统并补偿非线性虚拟扰动的影响来实现，然后，设计基于 EID 的控制系统来实现控制目标。

但鲁棒控制同样也存在一些局限性，其需要事先已知扰动或模型误差的边界，对超出预设范围的扰动就失效了；其次，像滑模控制这种控制方法存在高频抖振的问题，需要低通滤波，牺牲了动态性能，以及高增益设计导致控制量饱和风险，在线计算复杂度高。相较于固定时间控制，其鲁棒性更强，但收敛时间无法保证，且抖振问题可能会加剧执行器磨损。

（3）自适应控制

自适应控制能够根据系统的实时状态自动调整控制器状态，以应对系统参数或外部扰动的变化。常被用于解决机械臂动态特性变化问题，特别是在系统参数不确定或外部扰动较大的情况。Ma 等^[21]研究了具有两个压电贴片和一个主动支柱的柔性主动复合机械臂的同步自适应定位和振动控制。针对主动支柱运动控制和机械臂振动控制，提出了一种自适应模糊逻辑控制（AFLC）策略和独立模态空间自适应控制（IMSAC）方案。在 AFLC 中，引入了 adaptive input scaling 概念，以自适应调整传统 fuzzy logic controller 的输入。因此，获得了一个反向死区，以补偿现有的支柱死区并克服死区效应。在 IMSAC 中，使用通常用于自适应前馈控制的自适应 filtered-x 算法开发了一种新的自适应反馈控制方案。Sun 等^[22]针对非线性机械系统开发了两种自适应状态反馈共享控制算法，其中存在由一组线性不等式描述的输出约束。动力学模型中的参数不确定性和未知的外部干扰由所提出的反馈控制器自适应控制律进行补偿。值得注意的是，这篇研究在经典的鲁棒自适应状态反馈控制律设计之后，还开发了一种自适应固定时间状态反馈控制律，以提高整体的控制性能。但自适应控制依赖参数线性化假设，对非参数型扰动（如未建模摩擦）无效；其次，参数更新律收敛速度慢，难以应对突发扰动且因为其需要实时更新参数，计算量随系统复杂度指数增长。相较于固定时间控制，自适应控制可处理时变参数，但收敛时间无法固定，且计算负担更高。

（4）模糊控制

模糊控制通过模糊逻辑来处理系统的非线性、不确定性以及信息不完全性，它可以通过模糊规则调整控制输入，适应机械臂系统的非线性特性。Jian 等^[23]提出了一种依赖于值迭代（VI）的分散模糊最优控制方法，以解决自适应动态规划（ADP）算法下模块化可重构机器人（MRR）的最优轨迹跟踪控制问题。设计了模糊逻辑系统（FLS）分别估计 MRR 的代价函数和未知系统动力学。利

用 ADP 方法, 构建本地在线 VI 算法, 用近似成本函数求解 HJB 方程, 实现基于分散式 FLS 的最优控制方法。Yang 等^[24]中, 提出了一种新的控制概念, 即在外部磁场控制系统中使用基于模糊控制算法的控制系统, 并将该控制系统用于控制肠道机器人。首先, 提出了具有图像采集功能的磁驱动肠道机器人的建模和控制。然后, 引入流体动力学仿真对所提出的肠道机器人进行建模, 以验证其合理性和可行性。最后, 利用模糊控制器, 提出了一种基于模糊控制算法的简单控制系统来控制外部磁场。但是, 模糊控制的规则库设计依赖于主观经验, 对未知扰动缺乏理论保障; 其次, 模糊推理的粗糙性导致扰动抑制能力有限, 并且当规则库非常庞大时, 其实时性会变得非常差, 硬件实现成本高。相较于固定时间控制, 其更适合用于经验驱动场景, 但缺乏严格的稳定性与时间收敛证明。

(5) 有限/固定时间控制

这两种方法都侧重于确保控制系统在预定时间内达到期望的稳定状态, 且能够处理系统中的不确定性、扰动以及初始状态变化等问题。前者的收敛时间与自身状态有关, 而系统的初始状态往往很难获取。后者则是一种特殊的有限时间稳定, 它可以有效解决收敛时间对初始状态的依赖, 提高系统性能。Kong 等^[25]提出了一种在工作空间时变约束下具有致动器饱和的 n 关节机器人的有限时间控制方法。使用屏障 Lyapunov 功能, 旨在确保机器人保持在工作空间的时变限制下。针对非对称饱和和非线性特性, 本研究提出采用双曲正切函数进行对称化转换处理, 通过引入该函数有效克服了传统辅助系统方法中存在的间断性缺陷。基于模糊逻辑系统的逼近能力与反步控制技术相融合, 构建了具有有限时间收敛特性的控制器架构, 该设计方法从理论上保证了闭环控制系统的稳定运行。Han 等^[26]针对随着 Plato-Twinty 的激增, 故障车辆出现的异常状态将对相邻的健康车辆产生影响的问题, 提出了一种系统性的防故障安全共识策略, 可同时处理传感器故障、LOE 执行器故障和偏置执行器故障。为了解决必要的缺陷, 这种安全共识技术可以分为故障检测任务和容错控制任务。首先设计了一种分布式有限时域状态观测架构, 通过分析系统状态重构信号与接收信号之间的动态偏差来实现传感器异常诊断。针对执行器故障, 创新性地提出了一种结合差分观测器的自适应快速参数辨识机制, 可在有限时间内精确量化故障参数。为进一步提升参数辨识算法的动态性能, 研究团队引入具有时间折扣特性的积分型性能指标函数, 通过最

优化方法推导出增益矩阵的解析解。通过理论分析,该文论证了成本函数最小值和有限时间收敛性质的解。此外,利用这种新颖的自适应最优有限时间估计定律,构建了一种新颖的分布式自适应有限时间容错控制器,用于补偿队列中的故障。Li 等^[27]针对具有外部干扰的二阶多智能体系统的固定时间一致性控制问题。基于不确定性和干扰估计器 (UDE) 设计了一个稳定的控制方案,用于估计系统的不确定部分。该控制方案包括两个部分:一个是共识形成控制器,用于实现系统的固定时间共识;另一种是基于 UDE 的估计补偿机制,它增强了系统的鲁棒性。新颖之处在于基于 UDE 的稳健控制和固定时间共识的结合,可以有效克服它们之间相互作用所带来的复杂性问题。Liu 等^[28]研究了存在系统不确定项的机器人系统的固定时间轨迹跟踪控制问题。首先,设计了一个自适应径向基函数神经网络来估计机器人系统中的模型不确定性和粘性摩擦;其次,采用分段终端滑模控制 (TSMC) 变量来缓解奇异性问题;为了提高跟踪性能,设计了一种新的二阶固定时间到达定律。然后,为了使跟踪误差在独立于初始状态的固定时间内收敛到原点的一个小邻域,提出了一种基于自适应神经网络的新型固定时间非奇异终端滑模控制,提高系统性能。

(6) 神经网络控制

神经网络控制利用人工神经网络来逼近机械臂的非线性特性。通过训练神经网络,控制系统可以实时调整控制策略,实现轨迹跟踪。Chu 等^[29]设计了一种具有双隐藏层递归神经网络 (DHLRNN) 结构的全调控神经网络 (NN),并针对一类动态系统提出了一种基于 DHLRNN 的自适应全局滑模控制器。研究构建了具有理论支撑的自适应参数优化框架,在深度双隐层递归神经网络 (DHLRNN) 中创新性地采用高斯核可调参数集,其包含的六维参数矩阵能够根据输入特征分布实现动态寻优。相较于传统的单隐层结构,该网络通过双层级非线性激活单元的有效协同,在保留高阶特征表达能力的同时,可以显著精简网络拓扑结构参数。这种设计不仅降低了模型复杂度,还能提升训练收敛速度。特别地,网络架构中引入的闭环反馈路径使输入层能够实时获取输出层的动态响应信号,这种双向信息交互机制赋予了系统类脑神经回路的联想记忆特性,在保证 Lyapunov 稳定性的前提下,提高了对时变系统非线性逼近精度和动态响应能力。Fei 等^[30]使用终端滑模控制 (TSMC) 为一类非线性系统设计了一个模糊双隐藏层递归神经网络

(FDHLRNN) 控制器。所提出的 FDHLRNN 是一个完全受监管的网络,可以简单地认为是模糊神经网络 (FNN) 和径向基函数神经网络 (RBF NN) 的组合,以提高非线性近似的精度,因此它具有这两种神经网络的优势。所提出的新型 FDHLRNN 的主要优点是同时考虑了 FNN 和 DHLRNN 的输出值,并增加了外层反馈以增加动态逼近能力。FDHLRNN 旨在近似非线性滑模等效控制项,以降低开关增益。但是,神经网络控制需要大量训练数据,在线学习可能会引发稳定性风险;其次,网络权值更新滞后,对高频扰动响应延迟,且其训练与推理计算量大,难以部署在低算力设备上。相较于固定时间控制,其更擅长于处理强非线性系统,但实时性与计算资源要求高,且收敛时间不可控。

1.4 本文的主要研究内容

本文主要研究多关节机械臂轨迹跟踪技术,致力于解决存在扰动项的机械臂的固定时间跟踪控制问题。本文内容结构框架如图 1-5 所示,各章节安排如下:

第 1 章:绪论。主要介绍机械臂固定时间轨迹跟踪控制的研究背景和意义,以及国内外机械臂的发展现状,并介绍了一些目前常用的机械臂轨迹跟踪控制方法。最后,概括一下本文的主要的研究内容和章节内容安排。

第 2 章:机械臂模型及相关理论。本章主要介绍机械臂动力学模型,并对模型中的参数含义进行了详细的阐释,并介绍了相关的稳定性理论,为后续章节控制器设计提供理论基础。

第 3 章:基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间控制。本章主要研究了未知扰动下机械臂系统轨迹跟踪控制问题,首先,结合反步法和固定时间算法,设计了基于 FTC 的轨迹跟踪控制器。其次,针对外部扰动,设计固定时间扰动观测器对集总扰动进行辨识,并对系统提供补偿,然后结合 FTC 设计 FDO-FTC 控制策略,提高系统跟踪性能和收敛性能。并通过严格的理论证明了系统的稳定性,最后,通过仿真,验证了该控制策略得到的收敛时间上界与系统的初始状态无关,通过对比试验,进一步验证了控制策略的有效性。

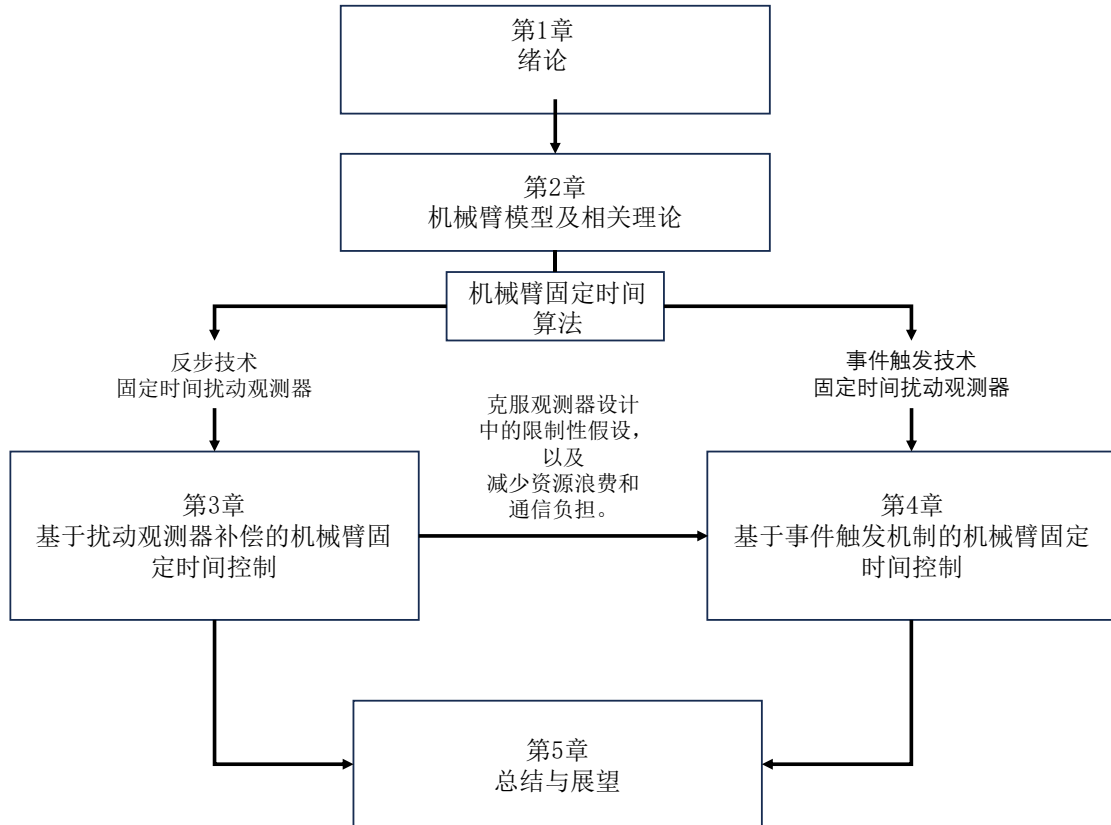


图 1-5 论文内容结构框图

第 4 章：基于事件触发机制的机械臂固定时间控制。本章进一步考虑了模型不确定项，并针对观测器设计中通常需要预先假设外部扰动是有界的等等一系列假设，设计了一个全新的固定时间扰动观测器处理集总扰动，进一步放宽了对总扰动上界已知等限制性假设。然后，结合事件触发机制和固定时间控制，有效减少系统的计算和通信资源，提高系统的跟踪精度和收敛速度，并通过严格的理论证明排除了 Zeno 行为，验证了系统的稳定性。最后，仿真结果验证了所设计的控制策略的有效性。

第 5 章：总结与展望。本章主要对本文的研究工作进行总结，并针对其中的不足对机械臂轨迹跟踪控制未来研究进行了展望。

第2章 机械臂模型及相关理论

2.1 机械臂模型

n 关节机械臂的动力学方程的一般形式可以表示成如下形式：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau(t) \quad (2.1)$$

其中, $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ 分别表示机械臂关节的角位置、角速度和角加速度; $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为机械臂的对称正定惯性矩阵; $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示机械臂系统的离心力和哥氏力矩阵; $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 表示机械臂系统的重力矩阵; $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$ 为机械臂系统的控制力矩向量。

由于在实际的工业生产过程中, 机械臂容易受到外部环境的干扰, 从而导致机械臂在执行轨迹跟踪的任务时, 往往达不到期望的跟踪精度, 甚至会损伤机械臂, 引发事故。考虑上述的不确定因素, 式 2.1 可以进一步写成如下形式^[31]:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau(t) - J^T(q)f(t) \quad (2.2)$$

其中, $J(q)$ 为非奇异的雅可比矩阵; $f(t) \in \mathbb{R}^n$ 为机械臂受到的外部扰动。

考虑到机械臂动力学的复杂性, 为了便于后续章节的计算, 将上述模型简化成一个两关节的刚性机械臂。双关节机械臂的示意图如图 2-1 所示。

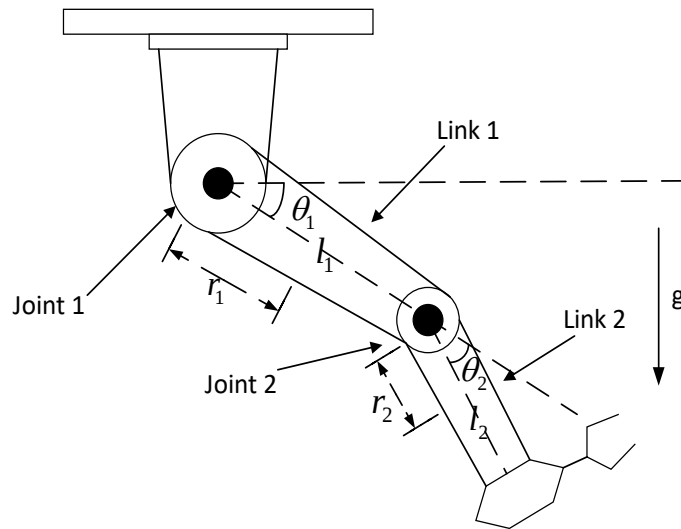


图 2-1 双关节机械臂平面模型

其中, $r_i (i=1,2)$ 表示从关节 $i-1$ 到连杆 i 质心的距离; l_i 和 m_i 分别表示连杆 i 的长

度和质量。

式 2.2 中，机械臂动力学模型中的相关矩阵参数如下

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}, C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix}, J(q) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

其中，

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2 \\ M_{12} &= m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2 \\ M_{21} &= m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2 \\ M_{22} &= m_2 l_{c2}^2 I_2 \\ C_{11} &= -m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_2 \sin q_2 \\ C_{12} &= -m_2 l_1 l_{c2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ C_{21} &= m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 \sin q_2 \\ C_{22} &= 0 \\ G_{11} &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \\ G_{21} &= m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \\ J_{11} &= -(l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2)) \\ J_{12} &= -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ J_{21} &= l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ J_{22} &= l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中， I_1, I_2 为机械臂的转动惯量。

2.2 相关理论知识

本节主要介绍了关于固定时间控制的相关定义和引理以及 Lyapunov 稳定性理论，为后面控制器的设计和系统稳定性的证明提供理论依据。

2.2.1 固定时间稳定性及相关引理

考虑一个非线性系统如下：

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), x(0) = 0, f(0) = 0, x \in \mathbb{R}^n \quad (2.4)$$

其中， $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ 表示系统的状态， $f(\cdot)$ 表示定义在原点附近的非线性

函数。

定义 2.1^{[32][33]}: 考虑非线性系统 (2.4)，如果它是全局渐进稳定并且其任意解 $x(t, x_0)$ 可以在有限时间到达平衡点，即

$$x(t, x_0) = 0, \forall T \geq T(x_0) \quad (2.5)$$

其中， $T(x_0): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ 为设定时间方程。

那么，这个系统的平衡点 $x = 0$ 定义为全局有限时间稳定，如果其设定时间 $T(x_0)$ 有上界，满足

$$T(x_0) \leq T_{\max}, \forall x_0 \in \mathbb{R}^n \quad (2.6)$$

那么，这个系统定义为全局固定时间稳定。

引理 2.1^[34]: 标量系统可以描述如下

$$\dot{y} = -\gamma_1 y^{2-m/n} - \gamma_2 y^{m/n}, y(0) = y_0 \quad (2.7)$$

其中， γ_1 和 γ_2 都是正常数， m 和 n 均为正奇数且满足 $m < n$ ，那么这个系统是固定时间稳定的，并且收敛时间 $T(y_0)$ 满足如下不等式：

$$T(y_0) \leq T_{\max} = \frac{n\pi}{2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}(n-m)} \quad (2.8)$$

引理 2.2^[35]: 存在一个连续径向有界函数 $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ ，满足下列条件：

- (1) $V(\mu) = 0 \leftrightarrow \mu = 0$;
- (2) 如果它的解 $\mu(t)$ 满足如下不等式

$$\dot{V}(\mu) \leq -\alpha V^p(\mu) - \beta V^q(\mu) \quad (2.9)$$

其中， α ， β ， p 和 q 都是正常数且满足 $0 < p < 1$ ， $q > 1$ 。那么该系统是全局固定时间稳定，并且其收敛时间 T 与系统的初始状态无关，其最大收敛时间可以由下式得出：

$$T \leq T_{\max} := \frac{1}{\alpha(1-p)} + \frac{1}{\beta(q-1)} \quad (2.10)$$

引理 2.3^[36]: 存在一个连续径向有界函数 $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ ，满足下列条件：

- (1) $V(\mu) = 0 \leftrightarrow \mu = 0$;

(2) 如果它的解 $\mu(t)$ 满足如下不等式

$$\dot{V}(\mu) \leq -\alpha V^p(\mu) - \beta V^q(\mu) + \vartheta \quad (2.11)$$

其中, α, β, p, q 和 ϑ 都是正常数且满足 $0 < p < 1, q > 1$ 。那么该系统是实际固定时间稳定的, 其最大收敛时间可以由下式得出:

$$T \leq T_{max} := \frac{1}{\alpha\theta(1-p)} + \frac{1}{\beta\theta(q-1)} \quad (2.12)$$

其中, $0 < \theta < 1$ 。

引理 2.4^{[37][38]}: 考虑如下系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = v_{nom}(x_1, x_2) \end{cases} \quad (2.13)$$

其中, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ 表示状态变量, $v_{nom} \in \mathbb{R}^n$ 表示控制输入。如果 $v_{nom}(x_1, x_2)$ 满足如下条件:

$$\begin{aligned} v_{nom}(x_1, x_2) = & -\left(\varepsilon_1 \text{sig}^{\gamma_1}(x_1) + \varepsilon'_1 \text{sig}(x_1) + \varepsilon''_1 \text{sig}^{\gamma'_1}(x_1)\right) \\ & -\left(\varepsilon_2 \text{sig}^{\gamma_2}(x_2) + \varepsilon'_2 \text{sig}(x_2) + \varepsilon''_2 \text{sig}^{\gamma'_2}(x_2)\right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

其中, $\varepsilon_i > 0, \varepsilon'_i > 0, \varepsilon''_i > 0, (i=1,2), \gamma_1 = \frac{\gamma}{2-\gamma}, \gamma_2 = \gamma, \gamma'_1 = \frac{4-3\gamma}{2-\gamma},$

$\gamma'_2 = \frac{4-3\gamma}{3-2\gamma}, \gamma \in (0,1)$ 。那么可以得到如下结论:

(1) 这个闭环系统在原点是固定时间稳定的。

(2) 它的收敛时间最大值 T_e 如下:

$$T_e = \frac{2}{k_v(1-v_1)} + \frac{2}{k_v(v_2-1)} \quad (2.15)$$

其中, k_v 是一个正常数, $v_1 = \frac{d_{v0} + k_{s0}}{d_{v0}}, v_2 = \frac{d_{v\infty} + k_{s\infty}}{d_{v\infty}}, k_{s0} = -1, k_{s\infty} = 1,$

$$d_{v0} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}\right), d_{v\infty} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}\right)。$$

引理 2.5^[39]: 如果 $t_1, t_2, \dots, t_M \geq 0$, 可以得到如下不等式:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M t_i^k \geq \left(\sum_{i=1}^M t_i \right)^k & 0 < k \leq 1 \\ \sum_{i=1}^M t_i^k \geq M^{1-k} \left(\sum_{i=1}^M t_i \right)^k & 1 < k < \infty \end{cases} \quad (2.16)$$

2.2.2 Lyapunov 稳定性理论

Lyapunov 稳定性理论主要研究非线性动力系统的稳定性问题，特别是在不容易得到解析解的情况下，判断系统的稳定性，因此其在控制领域的理论分析中发挥着举足轻重的作用。Lyapunov 稳定性理论在判定系统稳定性时有两种方法，第一种方法即 Lyapunov 第一方法又称间接法，通过求解线性系统的特征值来分析系统的稳定性；第二种方法即 Lyapunov 第二方法又称直接法，其核心思想是通过构造一个“李亚普洛夫函数（Lyapunov function）”来分析系统稳定性。这个函数类似于系统的“能量”函数，通过其在系统状态空间中的变化情况来推测系统的稳定性。本文主要运用 Lyapunov 直接法对机械臂系统进行稳定性分析，并有以下相关引理。

引理 2.6^[40]：考虑非线性系统（2.5），如果存在 $V(x,t)$ 且满足条件：

(1) $V(x,t)$ 正定， $\dot{V}(x,t)$ 负定，那么该系统在原点是渐近稳定的，并且如果 $\|x\| \rightarrow \infty$ ， $V(x,t) \rightarrow \infty$ ，那么该系统是大范围渐近稳定的。

(2) $V(x,t)$ 正定， $\dot{V}(x,t)$ 半负定，在非零状态下， $\dot{V}(x,t)$ 不恒为 0，那么这个系统在原点是渐近稳定的。

2.3 本章小结

本章首先研究了带有扰动项的 n 关节机械臂动力学模型，并详细介绍了模型中各个参数的具体含义，为后文机械臂轨迹跟踪控制的设计奠定了基础。然后，进一步介绍了固定时间稳定性定义以及相关的引理，为后文设计固定时间扰动观测器和控制器提供了扎实的理论基础。最后介绍了 Lyapunov 稳定性相关理论，为后文设计的机械臂控制策略提供了稳定性分析的证明依据。

第3章 基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间控制

3.1 引言

对于机械臂轨迹跟踪控制的问题，收敛时间是一个非常重要的指标。目前，用来提高系统收敛速度的控制算法主要有渐进收敛、有限时间收敛和固定时间收敛。**Hernande** 等^[41]研究了一种考虑位置和速度限制的状态反馈控制器综合设计方法，该方法明显优于那些不考虑限制的比例-积分-微分控制器和类似的自适应控制器。随后，**Jia** 等^[42]提出了一种考虑系统不确定性和闭链约束的空间机器人的鲁棒控制律，该算法具有驱动系统中弱动态耦合的优势。**Mai** 等^[43]提出了一种应用自适应策略和反步法来提高移动机械臂的性能并且这种方法不再需要任何控制系统的先验知识，例如未知的动态和干扰等，有效地提高了其实用性。然而，上述控制方法多采用渐进收敛，系统趋于稳定所需的时间上界是无限的，导致系统性能受到限制。为了确保系统的跟踪误差在有限的时间内收敛，有限时间算法应运而生并得到了广泛运用。**Wang** 等^[44]通过应用模糊控制和自适应反步法并结合有限时间控制算法构建了一种改进的容错控制器，有效地解决了具有执行器故障的非严格反馈非线性系统的轨迹跟踪控制问题。**Dong** 等^[45]通过将有限时间控制、神经网络和反步法相结合，解决了具有非严格反馈形式的非线性多智能体系统的有限时间一致性容错控制跟踪问题。然而，这种控制方法虽然可以有效地加快收敛速度，但其收敛时间与系统状态的初始状态有关，因而无法确定其具体的收敛时间上界。

固定时间收敛与有限时间收敛相比，其可以保证系统在固定时间内达到稳定并且收敛时间与系统的初始状态无关。这种方法可以确定系统的最大收敛时间，从而提前提供有价值的系统性能信息。该理论更适用于一些需要严格收敛时间的系统。**Yang** 等^[46]提出了一种基于固定时间的容错规定性能跟踪控制方法，其具有更快的瞬态响应和更高的控制精度以及对执行器故障、参数不确定性和有界干扰的强大鲁棒性。为了实现固定时间收敛和更好的鲁棒性，**Zhang** 等^[47]采用了一种固定时间滑膜控制的自适应容错方法，用于执行器故障的机械臂轨迹跟踪。然而，固定时间滑模控制有一个缺点，因为它会产生颤振效应，从而导致机械臂系

统中的机械振荡。为此,学者们开发了一种基于反步法的固定时间控制器,用来去除颤振效应,或者降低颤振效应。Jin 等^[48]通过结合固定时间控制、反步法和新开发的通用势垒函数,成功解决了具有非对称输出约束的多输入多输出非线性系统的输出跟踪问题。反步法的广泛使用依赖于在设计过程中获得有关机器人动力学的完整知识。然而,当存在扰动项时,与其他控制方法相比,基于反步法的控制策略所实现的跟踪性能通常较低。

为了解决扰动问题,学者们提出了许多有效的尝试。目前主要有两种类型的算法:(1) 基于神经网络的近似算法;(2) 基于干扰观测器的算法。基于神经网络的算法可以利用其强大的近似能力来估计扰动项^{[49][50]}。Zhu 等^[51]研究了一种固定时间神经网络控制方法,用来处理扰动项。Liang 等^[52]开发了一种自适应非奇异终端滑模控制,它使用神经网络来处理集总扰动,而无需任何先验知识。尽管如此,神经网络算法通常包含可能影响其精度的近似残差,这只能实现全局均匀有界的跟踪性能,而不是渐近稳定性。在基于干扰观测器的算法中,扰动项由干扰观测器估计。Zhou 等^[53]开发了一种非线性干扰观测器来处理机械臂受到的外部扰动。虽然该观测器能够对扰动项进行精确估计,但只能实现渐近稳定的跟踪性能,这意味着系统的最佳收敛速度呈指数收敛,跟踪误差可以在无限时间内收敛到零。随后,Yao 等^[54]提出了一种基于有限时间算法的干扰观测器来解决作用在机械臂上的干扰项。虽然有限时间干扰观测器能够准确估计机械臂上的干扰,但其收敛时间与初始观测误差有关,限制了其适用性。据我所知,固定时间干扰观测器的收敛时间与系统的初始状态无关,近年来已被广泛用于估计机械臂系统中的扰动项。Ullah 等^[55]提出的控制策略与传统的滑模控制方法相比,该控制方法基于固定时间理论设计了一种二阶滑模扰动观测器,即使在存在外部干扰的情况下,也能进行稳定的悬停作业并且该控制方法具有更快的收敛速度;Vo 等^[56]将精确微分器用于设计一个固定时间观测器,它可以在固定的时间范围内准确估计机械臂系统的扰动项。目前,许多学者都在研究固定时间干扰观测器,使用固定时间干扰观测器来解决机械臂系统中的扰动仍然是一个开放的话题。

基于上述讨论,本章针对具有扰动项的 n 关节机械臂轨迹跟踪控制问题,提出了一种基于扰动观测器补偿的控制器。本研究的主要贡献概述如下: (1) 该文提出了一种基于反步法的固定时间跟踪控制器,有效提高了收敛时间和跟踪

精度。(2) 设计了一个固定时间扰动观测器, 以准确估计机械臂系统中存在的集总扰动项, 为控制器提供补偿, 从而提高了系统的跟踪性能和鲁棒性。同时, 通过引入双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$, 来有效避免观测振颤的问题。

3.2 控制系统设计及稳定性分析

3.2.1 问题描述

考虑第 2 章提到的带扰动的机械臂动力学模型式 2.2, 为了方便设计, 定义

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = \dot{q} \end{cases} \quad (3.1)$$

式 2.2 可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = M^{-1}(x) [\tau(t) - C(x, v)v - G(x)] + \varpi \end{cases} \quad (3.2)$$

式中: $\varpi = -M^{-1}(x)J^T(x)f(t)$ 表示作用在机械臂上的集总扰动。

根据式 3.2, 跟踪轨迹可以描述成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_d = v_d \\ \dot{v}_d = M_d^{-1}(x) [\tau_d(t) - C(x_d, v_d)v_d - G(x_d)] \end{cases} \quad (3.3)$$

其中, $x_d = [q_{d1} \ q_{d2} \ \dots \ q_{dn}]^T$ 和 $v_d = [\dot{q}_{d1} \ \dot{q}_{d2} \ \dots \ \dot{q}_{dn}]^T$ 分别代表机械臂期望的位置矢量和速度矢量, $\tau_d(t) - C(x_d, v_d)v_d - G(x_d)$ 表示期望的动力学。

为了实现后续控制策略的设计, 提出以下假设:

假设 3.1. 式 3.2 中 ϖ 是有界的, 即 $\|\varpi\| \leq L < \infty$, 其中 L 是一个正常数, $\|\cdot\|$ 为矩阵或向量的 2-范数。

注 3.1. 从工程的角度看, 由于机械臂自身物理结构的限制, 其关节角度和速度以及 $f(t)$ 都是有界的, 因此假设 3.1 是合理的。

控制目标: 本章的主要控制目标是在假设 3.1 下, 为机械臂设计一个基于扰动观测器的固定时间轨迹跟踪控制律 (FDO-FTC), 使闭环系统内所有信号实现全局固定时间稳定, 且能够跟踪期望的轨迹。主要分为两步, 第一步是结合反步法和固定时间算法为机械臂设计一个固定时间跟踪控制器 (FTC)。第二步是针对系统中存在集总扰动项时, 引入固定时间扰动观测器 (FDO), 结合 FTC, 为

系统设计控制策略 FDO-FTC，使得整个系统可以稳定的完成轨迹跟踪任务。

3.2.2 FTC 控制器设计

无集总扰动项的控制器可以设计如下：

步骤 1: 定义机械臂实际位置与期望轨迹之间的位置误差 $e_1 \in \mathbb{R}^n$ ，如下所示：

$$e_1 = x - x_d \quad (3.4)$$

根据式 3.2 和式 3.3，对 e_1 求导得到

$$\dot{e}_1 = v - v_d \quad (3.5)$$

按照如下方式选择运动学控制器 α_v

$$\alpha_v = v_d - \alpha e_1^{2-m/n} - \beta e_1^{m/n} - k_0 e_1 \quad (3.6)$$

其中， α ， β 和 k_0 都是正常数， m 和 n 都是正奇数且满足 $m < n$ 。

考虑 Lyapunov 函数，如下所示：

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 \quad (3.7)$$

结合式 3.5 和式 3.6，对 V_1 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1^T \dot{e}_1 \\ &= e_1^T (v - v_d) \\ &= e_1^T (-\alpha e_1^{2-m/n} - \beta e_1^{m/n} - k_0 e_1) \\ &= -\alpha e_1^{3-m/n} - \beta e_1^{1+m/n} - k_0 e_1^2 \\ &= -k_0 e_1^2 - \alpha \times 2^{\frac{3-m/n}{2}} \times \left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} - \beta \times 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} \\ &\leq -\alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}} V_1^{2-\frac{m+n}{2n}} - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} V_1^{\frac{m+n}{2n}} \\ &= -\lambda_1 V_1^{2-p/q} - \lambda_2 V_1^{p/q} \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中， $\lambda_1 = \alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}}$ ， $\lambda_2 = \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}}$ ， $p = m+n$ ， $q = 2n$ ， $p < q$ 。

结合引理 2.1，位置跟踪误差 e_1 能够在固定时间内达到稳定且收敛时间 T_1 可由下式计算：

$$T_1 = \frac{q\pi}{2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} (q-p)} \quad (3.9)$$

步骤 2: 定义速度跟踪误差 $e_2 \in \mathbb{R}^n$ 如下:

$$e_2 = v - \alpha_v \quad (3.10)$$

根据式 3.2, 可以进一步得到

$$\dot{e}_2 = M^{-1}[\tau(t) - C(x, v)v - G(x)] - \dot{\alpha}_v \quad (3.11)$$

从而控制策略 $\tau(t)$ 可以设计成如下形式:

$$\tau(t) = M[-k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n} + \dot{\alpha}_v] + C(x, v)v + G(x) \quad (3.12)$$

其中, $k_1 > 0$ 。

将式 3.12 带入到式 3.11 中, 可以得出:

$$\dot{e}_2 = -k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n} \quad (3.13)$$

选择 Lyapunov 函数, 如下所示:

$$V_2 = \frac{1}{2} e_2^T e_2 \quad (3.14)$$

结合式 3.13 对 V_2 求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_2^T \dot{e}_2 \\ &= e_2^T (-k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n}) \\ &= -k_1 e_2^2 - \alpha e_2^{3-m/n} - \beta e_2^{1+m/n} \\ &\leq -\alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}} V_2^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} V_2^{\frac{m+n}{2n}} \\ &= -\lambda_3 V_2^{\frac{2-p}{q}} - \lambda_4 V_2^{\frac{p}{q}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

其中, $\lambda_3 = \alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}}$, $\lambda_4 = \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}}$, $p = m+n$, $q = 2n$ 且满足 $p < q$ 。

结合引理 2.1, 速度跟踪误差 e_2 能够在固定时间内达到稳定且收敛时间 T_2 可由下式计算得出:

$$T_2 = \frac{q\pi}{2\sqrt{\lambda_3\lambda_4}(q-p)} \quad (3.16)$$

定理 3.1. 本节所设计的机械臂控制策略 FTC (3.12) 可以使机械臂在固定时间内跟踪期望的轨迹, 并且收敛时间与系统的初始状态无关。

证明: 选择如下所示的 Lyapunov 函数:

$$\begin{aligned} V_3 &= V_1 + V_2 \\ &= \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} e_2^T e_2 \end{aligned} \quad (3.17)$$

结合式 3.8 和式 3.15 可以得到 V_3 的时间导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= e_1^T (\dot{v} - \dot{v}_d) + e_2^T (-k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n}) \\ &= e_1^T (-\alpha e_1^{2-m/n} - \beta e_1^{m/n} - k_0 e_1) + e_2^T (-k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n}) \\ &= -\alpha e_1^{3-m/n} - \beta e_1^{1+m/n} - k_0 e_1^2 - k_1 e_2^2 - \alpha e_2^{3-m/n} - \beta e_2^{1+m/n} \\ &= -k_0 e_1^2 - k_1 e_2^2 - \alpha (e_1^{3-m/n} + e_2^{3-m/n}) - \beta (e_1^{1+m/n} + e_2^{1+m/n}) \\ &\leq -\alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}} \left[\left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{3n-m}{2n}} + \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\frac{3n-m}{2n}} \right] - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} \left[\left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{m+n}{2n}} + \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\frac{m+n}{2n}} \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

根据引理 2.5, 可以进一步得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -2\alpha \times V_3^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} V_3^{\frac{m+n}{2n}} \\ &= -\lambda_5 V_3^\nu - \lambda_6 V_3^\sigma \end{aligned} \quad (3.19)$$

其中, $\lambda_5 = 2\alpha$, $\lambda_6 = \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}}$, $\nu = \frac{3n-m}{2n}$, $\sigma = \frac{m+n}{2n}$, $\lambda_5 > 0$, $\lambda_6 > 0$, $\nu > 1$,

$0 < \sigma < 1$ 。

结合引理 2.2, 该控制系统是全局固定时间稳定性, 收敛时间 T_3 可以由下式计算得出:

$$\begin{aligned} T_3 \leq T_{\max} &= \frac{1}{\lambda_5(\nu-1)} + \frac{1}{\lambda_6(1-\sigma)} \\ &= \frac{n}{n-m} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{2^{\frac{n-m}{2n}}}{\beta} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

证明到此结束。

3.2.3 FDO-FTC 控制器设计

机械臂的实际控制系统存在扰动项时, 会影响了整个系统的控制精度。为了减轻其对系统的影响, 将机械臂的动力学模型与扰动观测器相结合, 使用扰动观测器来准确估计集总扰动的值, 然后, 通过校正它的估计值, 使其实际值与估计值之间的误差可以收敛到零。以下是具体的设计流程。

步骤 1: 定义辅助变量 E

$$E = v - \Gamma \quad (3.21)$$

其中, Γ 由下式给出:

$$\begin{cases} \dot{\Gamma} = M^{-1}(\tau(t) - C(x, v)v - G(x)) + \hat{\omega} \\ \hat{\omega} = \kappa_1 E + \kappa_2 E^{\alpha_1} + \kappa_3 E^{\beta_1} + \kappa_4 \tanh(E) \end{cases} \quad (3.22)$$

其中 $\kappa_i \in R^{2 \times 2} (i=1, 2, 3, 4)$ 都是正定对角矩阵且 κ_4 中的每个元素都大于 L 。 α_1 和 β_1 都是正常数并且满足 $0 < \alpha_1 < 1$, $\beta_1 > 1$ 。 $\tanh(\cdot)$ 是双曲正切函数。 $\hat{\omega}$ 是 ω 的估计值。

根据式 3.2 和式 3.22, 可以得出 E 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \dot{v} - \dot{\Gamma} \\ &= M^{-1}(\tau(t) - C(x, v)v - G(x)) + \omega - M^{-1}(\tau(t) - C(x, v)v - G(x)) - \hat{\omega} \\ &= \omega - \kappa_1 E - \kappa_2 E^{\alpha_1} - \kappa_3 E^{\beta_1} - \kappa_4 \tanh(E) \end{aligned} \quad (3.23)$$

步骤 2: 定义观察误差 $\tilde{\omega}$, 如下所示:

$$\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega \quad (3.24)$$

根据式 3.22 和式 3.23, 可以得到如下表达式

$$\begin{aligned} \tilde{\omega} &= \hat{\omega} - \omega \\ &= \kappa_1 E + \kappa_2 E^{\alpha_1} + \kappa_3 E^{\beta_1} + \kappa_4 \tanh(E) - \dot{E} - \kappa_1 E - \kappa_2 E^{\alpha_1} - \kappa_3 E^{\beta_1} - \kappa_4 \tanh(E) \\ &= -\dot{E} \end{aligned} \quad (3.25)$$

根据式 3.25 可知, 如果 $\dot{E}$ 收敛, 那么 $\tilde{\omega}$ 也收敛。

定理 3.2. 在假设 3.1 的基础上, 本节所设计的固定时间扰动观测器 FDO (3.22) 可以在固定时间内准确估计 ω 的值, 并且估计误差 $\tilde{\omega}$ 可以收敛到零。

证明: 选择如下所示的 Lyapunov 函数:

$$V_4 = \frac{1}{2} E^T E \quad (3.26)$$

结合 3.23 可以得到 V_4 的时间导数为

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_4 &= E^T \dot{E} \\
 &= E^T (\varpi - \kappa_1 E - \kappa_2 E^{\alpha_1} - \kappa_3 E^{\beta_1} - \kappa_4 \tanh(E)) \\
 &\leq -\kappa_2 (E^T E)^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - \kappa_3 (E^T E)^{\frac{\beta_1+1}{2}} - L E^T \tanh(E) + L \|E\| \\
 &\leq -\lambda_{\min}(\kappa_2) (E^T E)^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - \lambda_{\min}(\kappa_3) (E^T E)^{\frac{\beta_1+1}{2}} + L \delta_1 \\
 &= -2^{\frac{\alpha_1+1}{2}} \lambda_{\min}(\kappa_2) V_4^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - 2^{\frac{\beta_1+1}{2}} \lambda_{\min}(\kappa_3) V_4^{\frac{\beta_1+1}{2}} + \mathcal{G}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

其中, $\mathcal{G} = L\delta_1$ 且 δ_1 是一个正常数。

根据引理 2.3 可知, 该系统是实际固定时间稳定的, 并且收敛时间 T_4 可以由下式计算得出:

$$T_4 \leq \frac{2^{\frac{1-\alpha_1}{2}}}{\lambda_{\min}(\kappa_2)\theta(1-\alpha_1)} + \frac{2^{\frac{1-\beta_1}{2}}}{\lambda_{\min}(\kappa_3)\theta(\beta_1-1)} \tag{3.28}$$

根据 V_4 的定义可知, 当 $t \geq T_4$ 的时候, 可以得出 $V_4 \equiv 0$, $\dot{V}_4 \equiv 0$, $\dot{E} = 0$, 从而可以进一步得出 $\tilde{\omega} = 0$ 。

证明到此结束。

步骤 3: 结合式 3.12, 当存在集总扰动项时, 机械臂系统的控制策略 $\tau(t)$ 可以设计成如下形式:

$$\tau(t) = M[-k_1 e_2 - \alpha e_2^{2-m/n} - \beta e_2^{m/n} + \dot{\alpha}_v - \hat{\omega}] + C(x, v)v + G(x) \tag{3.29}$$

定理 3.3 在存在集总扰动项时, 式 3.29 中的控制策略 FDO-FTC 可以使机械臂在固定时间内跟踪期望的轨迹。

证明: 结合式 2.3 和式 3.15, 考虑集总扰动项 ϖ , V_3 的时间导数可以改写成如下形式

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &= e_1^T \dot{e}_1 + e_2^T \dot{e}_2 \\
 &= e_2^T (\varpi - \hat{\omega}) - \alpha e_1^{3-m/n} - \beta e_1^{1+m/n} - k_0 e_1^2 - k_1 e_2^2 - \alpha e_2^{3-m/n} - \beta e_2^{1+m/n}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

结合定理 3.2, 当 $t \geq T_4$ 时, $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \varpi = 0$, 进一步可以得到:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_3 &= -\alpha e_1^{3-m/n} - \beta e_1^{1+m/n} - k_0 e_1^2 - k_1 e_2^2 - \alpha e_2^{3-m/n} - \beta e_2^{1+m/n} \\
&= -k_0 e_1^2 - k_1 e_2^2 - \alpha (e_1^{3-m/n} + e_2^{3-m/n}) - \beta (e_1^{1+m/n} + e_2^{1+m/n}) \\
&\leq -\alpha \times 2^{\frac{3n-m}{2n}} \left[\left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{3n-m}{2n}} + \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\frac{3n-m}{2n}} \right] - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} \left[\left(\frac{1}{2} e_1^2 \right)^{\frac{m+n}{2n}} + \left(\frac{1}{2} e_2^2 \right)^{\frac{m+n}{2n}} \right] \quad (3.31) \\
&\leq -2\alpha \times V_3^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta \times 2^{\frac{m+n}{2n}} V_3^{\frac{m+n}{2n}} \\
&= -\lambda_5 V_3^{\nu} - \lambda_6 V_3^{\sigma}
\end{aligned}$$

结合引理 2.2，该控制系统是全局固定时间稳定且收敛时间 $T_5 \leq T_3 + T_4$ 。

证明到此结束。

3.3 仿真结果

表 3-1 机械臂参数表

符号	数值	符号	数值
m_1	2.00kg	m_2	0.85kg
l_1	0.35m	l_2	0.31m
I_1	$6.1 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$	I_2	$2.0 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$

本章选择图 2-1 所示的双关节机械臂作为仿真对象进行仿真实验，机械臂相关参数如表 3-1 所示。系统的初始状态设置为：

$$\begin{cases} q_1(0) = q_2(0) = 0.2 \\ \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \end{cases} \quad (3.32)$$

期望轨迹设置为 $q_d = [0.14 \sin(0.5t); 0.14 \cos(0.5t)]$ ，仿真时间设置为 40s。

3.3.1 FTC 仿真验证

本节在假设 $\varpi = 0$ 时，对整个系统进行仿真验证，控制器各项控制参数，如表 3-2 所示。仿真结果如图 3.1-3.5 所示。

表 3-2 控制器参数表

符号	数值	符号	数值
k_0	0.5	k_1	15
α	20	β	5
m	9	n	13

根据图 3-1 和图 3-2 的结果显示, 在本章提出的 FTC 控制策略下, 机械臂可以迅速跟踪期望的轨迹且跟踪曲线都是平滑曲线, 说明该控制策略具有良好的稳定性。

图 3-3 和 3-4 是 $q = [0.2; 0.2]$ 和 $q = [-0.2; -0.2]$ 两个不同初始条件下的位置轨迹跟踪和误差, 从仿真结果可以看出, FTC 可以实现机械臂在固定时间内跟踪期望轨迹, 且其收敛时间不超过 $0.5s$, 小于设定的固定时间上界 $T_3 = 0.88s$, 从而验证了该算法的收敛时间上界与系统的初始状态无关。

图 3-5 为机械臂对应的控制输入曲线, 从图中可以看出, 该控制律可以在固定时间内达到稳定, 进一步验证了该系统是固定时间稳定的。

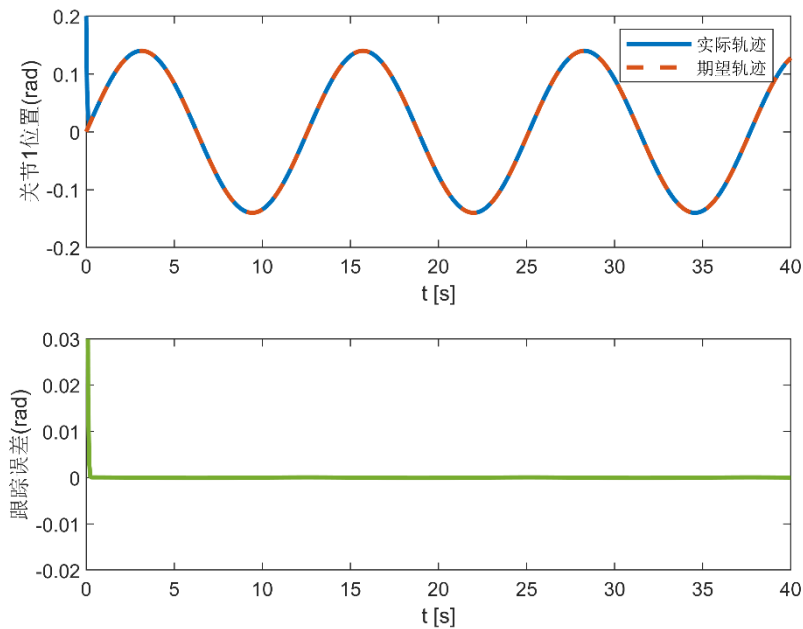


图 3-1 关节 1 位置轨迹跟踪和误差

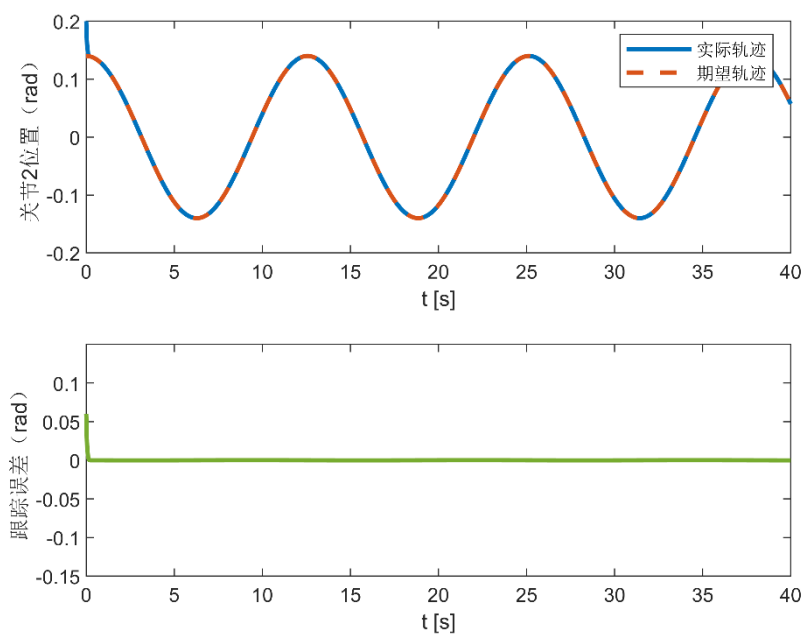


图 3-2 关节 2 位置轨迹跟踪和误差

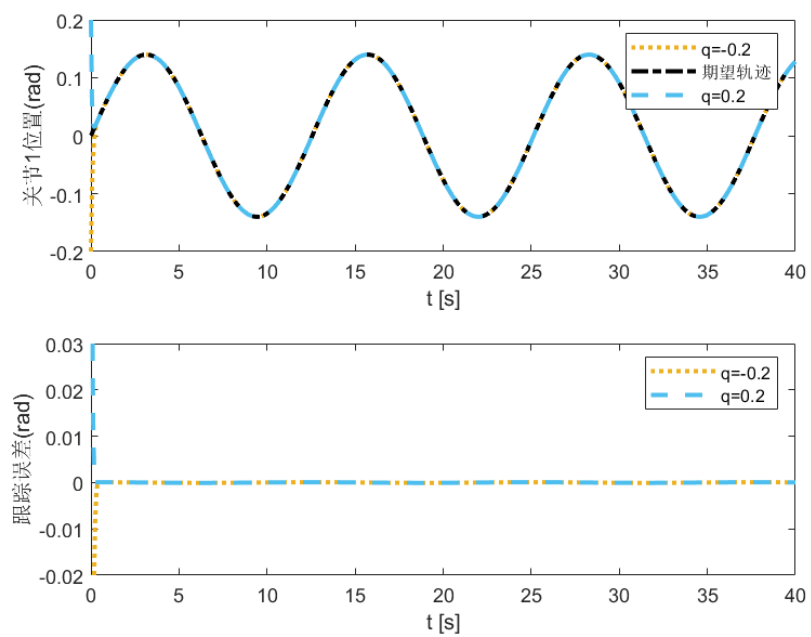


图 3-3 不同初始状态-关节 1 位置轨迹跟踪和误差

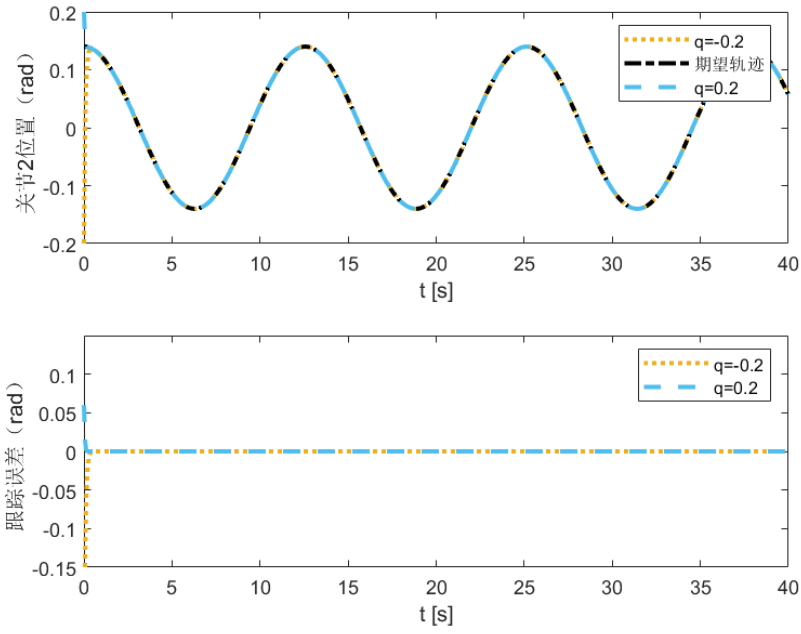


图 3-4 不同初始状态-关节 2 位置轨迹跟踪和误差

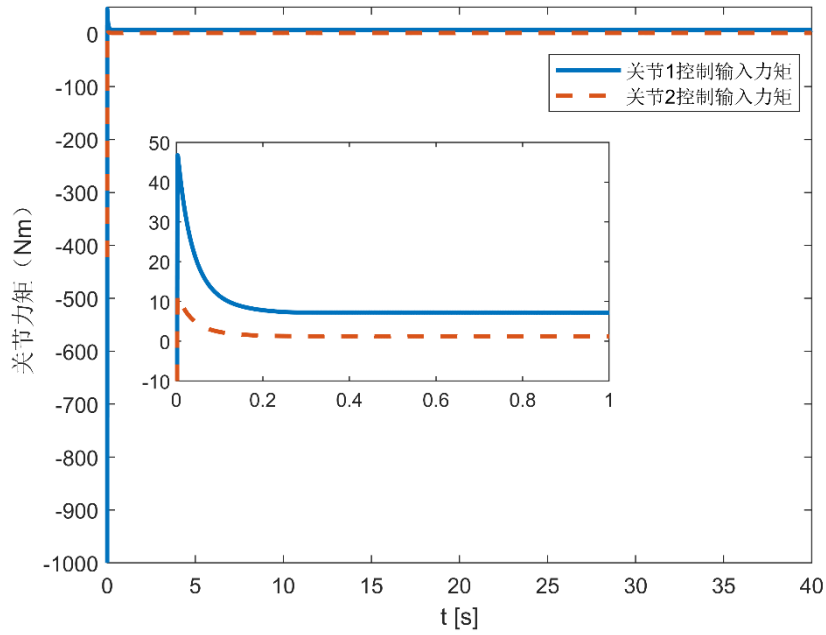


图 3-5 关节 1、2 控制输入力矩

3.3.2 FDO-FTC 仿真实验

在本节中，为了验证所提控制方法的有效性，在章节 3.3.1 的基础上引入集总扰动项进行仿真实验。控制器的相关参数如表 3-3 所示，设计外部扰动项 $f(t)$ 如下

$$f(t) = [0.2\sin(t) \quad 0.2\cos(t)]^T \quad (3.33)$$

图 3-6 和图 3-7 为引入集总扰动项之后，FTC 和 FDO-FTC 的效果对比图，从图中可以明显看出，FTC 控制策略下的机械臂运动轨迹相较于 FDO-FTC 产生了较大波动，从而验证了 FDO-FTC 在处理存在集总扰动项的机械臂轨迹跟踪任务的有效性。

图 3-8 和图 3-9 是 $q = [0.2; 0.2]$ 和 $q = [-0.2; -0.2]$ 两个不同初始条件下的机械臂位置轨迹跟踪和误差，从仿真结果可以看出，FDO-FTC 可以实现机械臂在固定时间内跟踪期望轨迹，且其收敛时间不超过 0.43 秒，小于设定的固定时间上界 $\min(T_s) = 1.74$ 秒，从而验证了该算法的收敛时间上界与系统的初始状态无关。

为了验证本文提出的 FDO-FTC 控制策略的有效性，将其与文献[52]提出的自适应非奇异终端滑模控制（NSTSMC）进行对比分析，仿真结果如图 3-10、图 3-11 和图 3-12 所示。结果显示，这两种控制器都可以成功跟踪期望的轨迹，并具有良好的跟踪响应特性。但是很明显 FDO-FTC 的跟踪精度比 NSTSMC 更高，且在两种方法下，机器臂的位置误差都实现了全局时间收敛，NSTSMC 的收敛时间约为 2.5 秒，而 FDO-FTC 具有更快的收敛速度，大约为 0.43 秒，且收敛时间小于设定的时间 $\min(T_s) = 1.74$ 秒，这比 NSTSMC 快了 82.8%。这表明了所提出控制方法 FDO-FTC 在跟踪期望轨迹时相较于 NSTSMC 具有更好的跟踪性能。在图 3-12 中，分别显示了基于 FDO-FTC 和 NSTSMC 的控制输入。其中蓝色和橙色线条分别代表 FDO-FTC 的控制输入，而紫色和绿色线条分别代表 NSTSMC 的控制输入。在初始阶段，NSTSMC 的控制输入显示出比 FDO-FTC 更少的抖动，当系统稳定时，两种控制方法都实现了稳定的控制输入。进一步证明了所提出的 FDO-FTC 控制策略的有效性。

图 3-13 和图 3-14 是 FDO 的观测效果图，从图中可以看出，本章所设计的 FDO 可以精确估计出集总扰动项，为控制器提供补偿，从而减少其对整个系统的影响，进一步提高系统抗干扰能力。

表 3-3 控制器参数表

符号	数值	符号	数值
k_0	0.5	k_1	15
α	20	β	5
m	9	n	13
κ_1	[35 0;0 35]	κ_2	[4 0;0 4]
κ_3	[5 0;0 5]	κ_4	[100 0;0 1000]
α_1	0.6	β_1	2

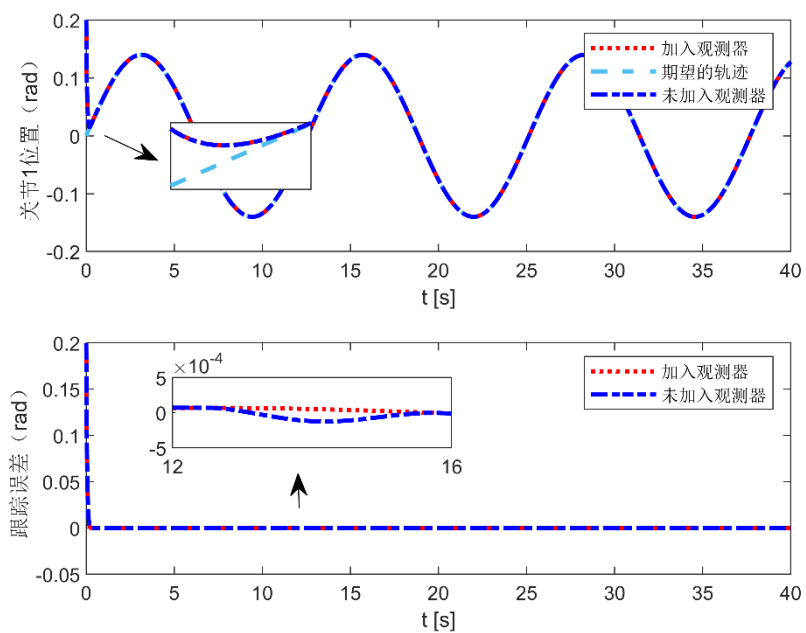


图 3-6 有无观测器-关节 1 位置轨迹跟踪和误差

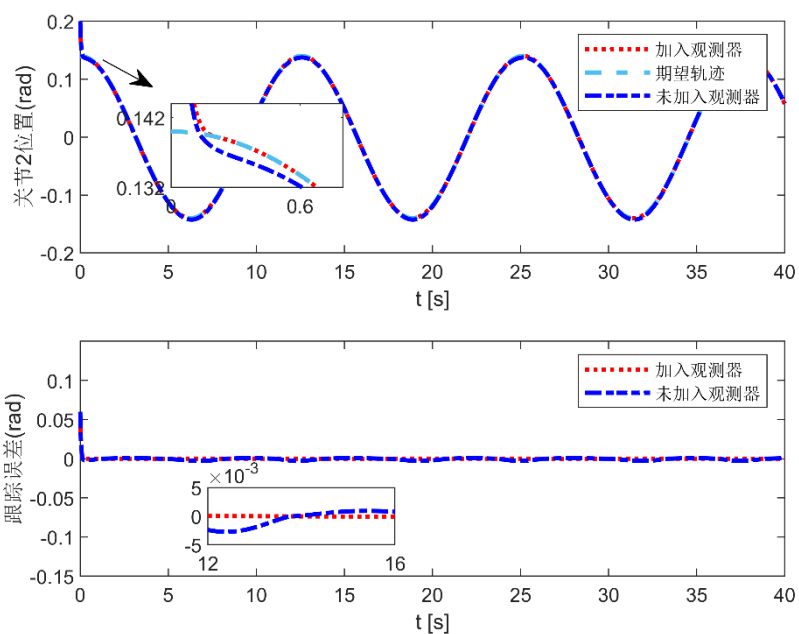


图 3-7 有无观测器-关节 2 位置轨迹跟踪和误差

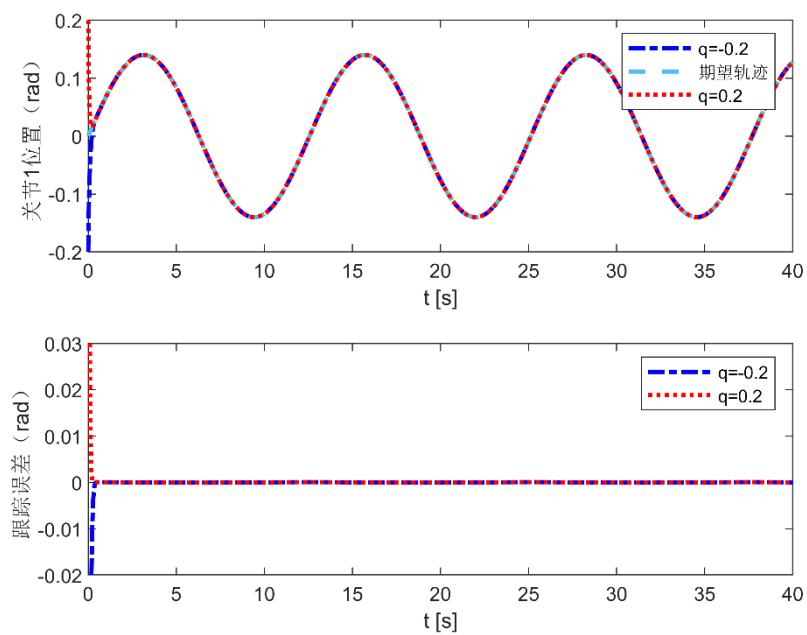


图 3-8 不同初始状态关节 1 位置轨迹跟踪和误差

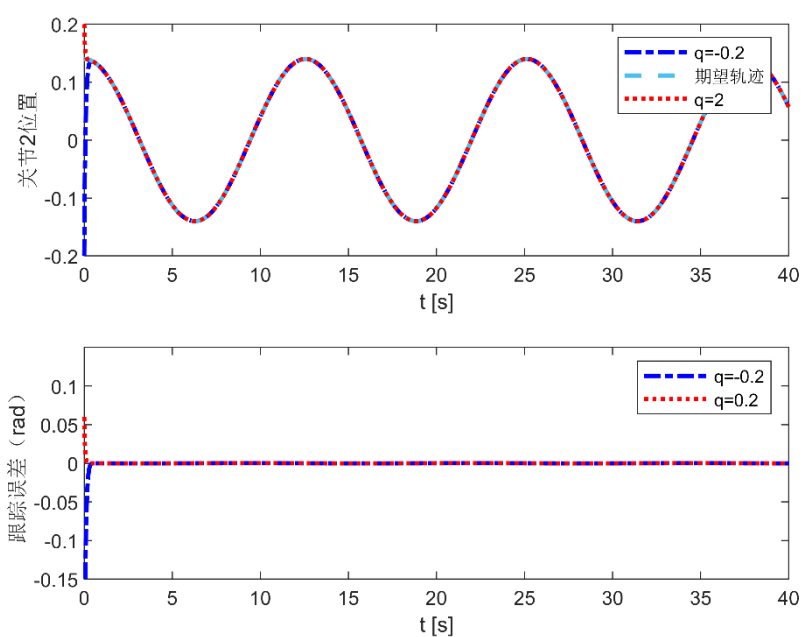


图 3-9 不同初始状态关节 2 位置轨迹跟踪和误差

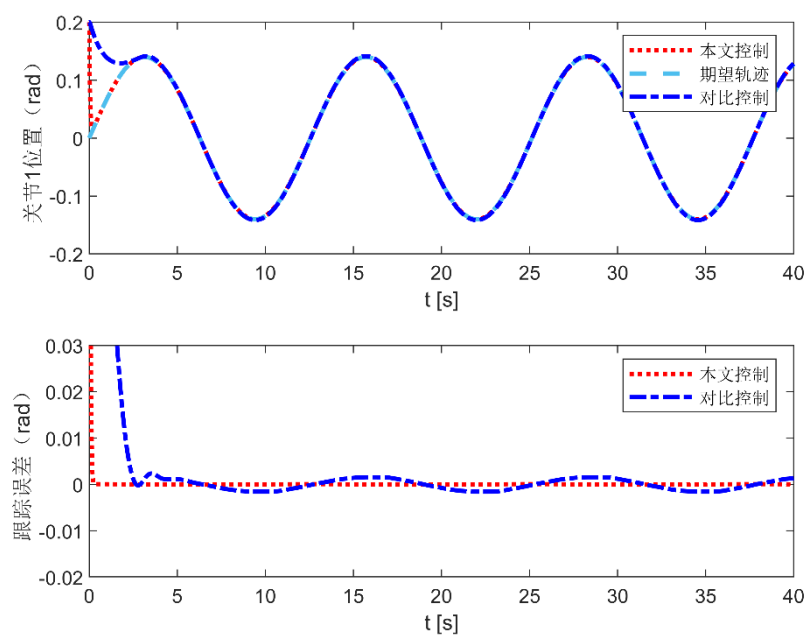


图 3-10 不同控制算法关节 1 位置轨迹跟踪和误差

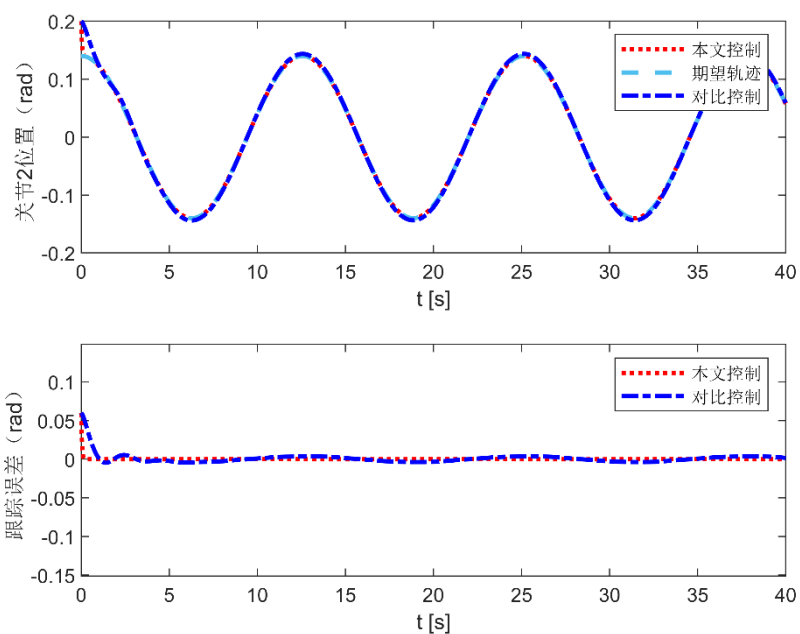


图 3-11 不同控制算法关节 2 位置轨迹跟踪和误差

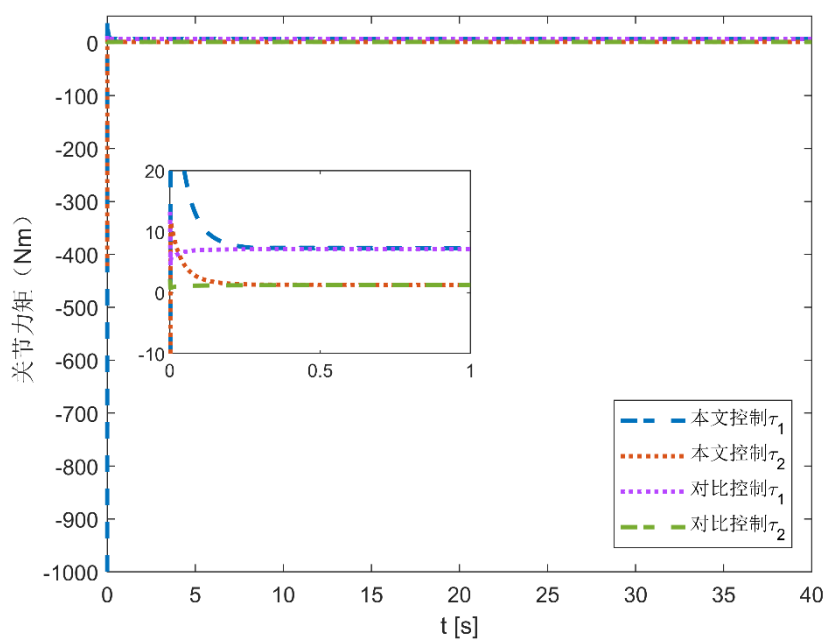


图 3-12 不同控制算法关节 1、2 控制输入力矩

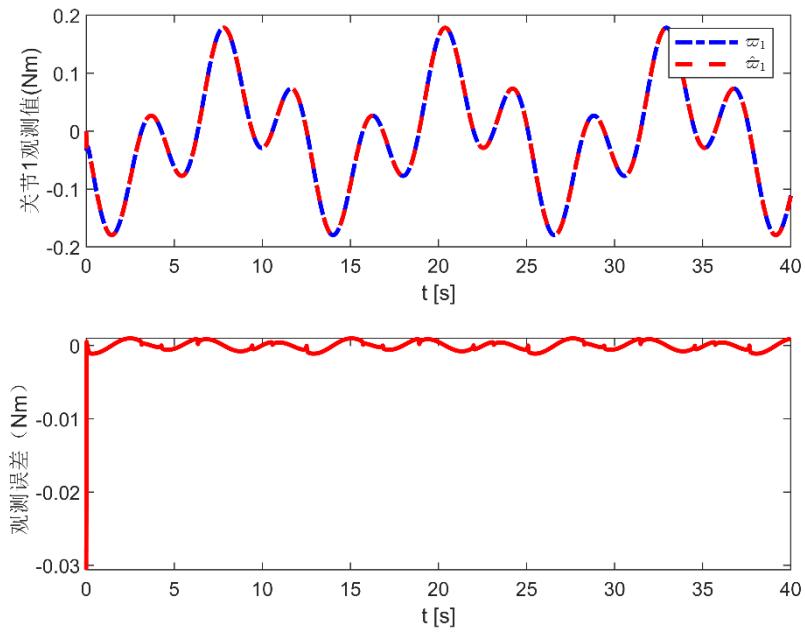


图 3-13 关节 1 的观测效果

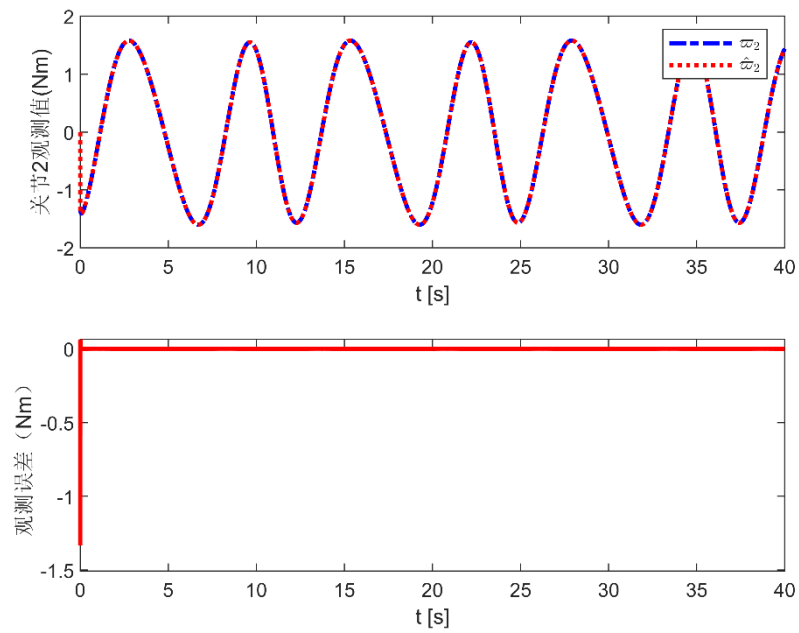


图 3-14 关节 2 的观测效果

3.4 本章小结

本章提出了一种基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间控制方法,用于研究存在扰动项时机械臂系统控制问题。首先,结合反步法和固定时间算法,设计了基于 FTC 的轨迹跟踪控制器。其次,结合机械臂动力学模型和固定时间算法设

计一种固定时间扰动观测器来准确估计集总扰动项，有效提高了系统的鲁棒性。然后，结合 FTC，设计了基于 FDO-FTC 的轨迹跟踪控制器，确保闭环系统中所有信号都是全局固定时间稳定的，并通过李雅普诺夫稳定性理论证明了所设计的控制器和观测器的稳定性。仿真结果表明，本章提出的控制方案实现了预期的响应特性和跟踪性能。

第 4 章 基于事件触发机制的机械臂固定时间控制

4.1 引言

通过第 3 章可知, FDO-FTC 控制策略虽然可以实现机械臂固定时间控制, 但是在控制器设计过程中, 通常需要预先假设扰动项是有界的, 这无疑限制了其应用, 并且在上一章中, 仅仅只考虑了外部扰动这一种不确定项, 在实际的工程应用中除了外部扰动, 模型不确定项也是一个非常值得关注的因素。Chen 等^[57]中介绍了一种基于干扰观测器的自适应模糊控制方法, 用于解决具有未知输入非线性的不确定多输入多输出机械系统。该方法表明, 输入非线性可以分解为名义部分和非线性干扰项, 通过使用模糊逻辑系统来近似模型不确定项, 并在控制设计中结合干扰观测器来处理模糊近似误差、外部干扰和来自未知输入非线性的非线性干扰, 提高系统的控制性能。然而, 这些方法通常假设已知总扰动的上界, 或者施加了限制性假设, 例如其时间导数的收敛性。

此外, 在实际工程应用中, 计算和通信资源往往是有限的, 因此, 节省通信带宽和减少计算负载是非常值得考虑的因素。事件触发控制 (ETC) 是基于外部事件触发特定的响应或行动, 而不是在固定的时间间隔。这种方法允许通过事件感知、识别、决策和控制策略对系统行为进行灵活的实时调整, 从而减少通信负担。近年来, ETC 引起了学者们的广泛关注。例如, Diao 等^[58]提出了一种结合事件触发机制和自适应神经网络的方法, 用于提高系统跟踪性能并减少在具有随机噪声的柔性关节机器人跟踪控制中的通信负担。Li 等^[59]在具有输出限制的机械臂跟踪控制上。引入了一种创新的有限时间自适应事件触发命令滤波反步控制方法, 利用命令滤波防止虚拟控制信号的直接微分, 并通过补偿机制有效解决滤波误差, 此外, 相对阈值事件触发机制的应用有助于减少资源浪费和通信负担。

为了解决上述问题并实现机械臂的快速准确跟踪控制, 本文提出了一种基于事件触发机制的固定时间控制器。主要贡献总结如下:

(1) 针对集总扰动对机械臂控制系统的影响, 本文设计了一个扰动观测器, 能够在固定时间内准确重构集总扰动, 且与系统的初始状态无关。此外, 与第 3 章的工作不同, 本文放宽了对总扰动上界已知等限制性假设。

(2) 引入事件触发机制有效地节省了通信和计算资源。具体来说，在反步法的框架内，开发了一种基于事件触发机制的机械臂固定时间控制器，可以显著地减少控制输入的传输时间和控制输出的计算时间。

(3) 通过将事件触发机制与固定时间控制理论相结合，控制器可以有效地利用事件触发控制（ETC）和固定时间控制（FTC）的优势，通过选择合适的事件触发参数和控制参数，使机械臂能够在固定时间内跟踪期望轨迹，同时节省通信资源。

4.2 控制系统设计及稳定性分析

4.2.1 问题描述

根据式 2.2 和式 3.2，由于机械臂动态与自身特性、速度有关且这些因素时常变化，因此，考虑带模型不确定项的机械臂数学模型可以写成如下形式：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = M^{-1}(x) [\tau(t) - \hat{C}(x, v)v - \hat{G}(x) - J^T(x)f(t)] \end{cases} \quad (4.1)$$

其中， $\hat{C}(x, v) = C(x, v) + \Delta C(x, v)$ ， $\hat{G}(x) = G(x) + \Delta G(x)$ 。 $\Delta C(x, v)$ ， $\Delta G(x)$ 均为参数不确定矩阵。

将式 4.1 整理可得

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = M^{-1}(x) [\tau(t) - C(x, v)v - G(x) + \varpi] \end{cases} \quad (4.2)$$

其中， ϖ 是由外部扰动和模型不确定项共同构成的集总扰动。其表达式如下所示：

$$\varpi = -\Delta C(x, v)v - \Delta G(x) - J^T(x)f(t) \quad (4.3)$$

根据式 4.2，跟踪轨迹可以写成如下形式：

$$\begin{cases} \dot{x}_d = v_d \\ \dot{v}_d = M_d^{-1}(x) [\tau_d(t) - C(x_d, v_d)v_d - G(x_d)] \end{cases} \quad (4.4)$$

其中， $x_d = [q_{d1} \ q_{d2} \ \dots \ q_{dn}]^T$ 和 $v_d = [\dot{q}_{d1} \ \dot{q}_{d2} \ \dots \ \dot{q}_{dn}]^T$ 分别代表机械臂期望的位置矢量和速度矢量， $\tau_d(t) - C(x_d, v_d)v_d - G(x_d)$ 表示期望的动力学。

控制目标：考虑模型 (4.1) 中的模型不确定项和外部扰动，设计一个固定时间扰动观测器，来精确估计集总扰动并为整个系统提供补偿。然后，结合反步法、固定时间控制理论和分布式事件触发机制，为机械臂设计一个轨迹跟踪控制律，确保机械臂在固定时间内跟踪期望的轨迹，同时确保所有闭环信号实现全局固定时间稳定。数学表达式如下所示：

$$\lim_{t \rightarrow T} \|x - x_d\| = 0 \quad (4.5)$$

其中， $T \in [0, +\infty)$ 表示收敛时间。

4.2.2 观测器设计

本节基于未知输入观测器的概念^[60]，提出了一种固定时间非线性扰动观测器，用于精确估计集总扰动。具体设计过程如下。

根据式 4.2，将其改写成如下形式

$$\dot{v} = -\lambda_1 v + M^{-1}(x)\tau(t) + \varpi_{lump} \quad (4.6)$$

其中， $\lambda_1 > 0$ ， $\varpi_{lump} = \Phi(x, v) + \lambda_1 v + M^{-1}(x)\varpi$ ， $\Phi(x, v) = M^{-1}(x)(-C(x, v) - G(x))$ 。

对于动力学系统 (4.6)，引入如下辅助系统来构建一个未知输入线性系统。

$$\ddot{x}_a = -\lambda_1 \dot{x}_a + M^{-1}(x)\tau(t) \quad (4.7)$$

其中， $x_a \in \mathbb{R}^n$ 是辅助系统式 4.7 的状态。

定义一个新的变量 $\chi = x - x_a$ ，并取其时间导数来获得一个未知输入线性系统如下：

$$\begin{cases} \ddot{\chi} = -\lambda_1 \dot{\chi} + \varpi_{lump} \\ y = \lambda_2 \dot{\chi} \end{cases} \quad (4.8)$$

其中， $\lambda_2 > 0$ ， χ 是系统的状态， ϖ_{lump} 是未知输入， y 表示系统的输出。

为了方便设计，令 $\chi_1 = \chi$ ， $\chi_2 = \dot{\chi}$ ，式 4.8 可以重新写成如下形式：

$$\begin{cases} \dot{\chi}_1 = \chi_2 \\ \dot{\chi}_2 = -\lambda_1 \chi_2 + \varpi_{lump} \\ y = \lambda_2 \chi_2 \end{cases} \quad (4.9)$$

然后，一个固定时间扰动观测器可以被设计成如下形式：

$$\begin{cases} \dot{\hat{\chi}}_1 = \hat{\chi}_2 \\ \dot{\hat{\chi}}_2 = \frac{1}{\lambda_2} \dot{y} + v_{noms}(\chi_{e1}, \chi_{e2}) \end{cases} \quad (4.10)$$

其中, $\chi_{e1} = \chi_1 - \hat{\chi}_1$, $\chi_{e2} = \chi_2 - \hat{\chi}_2$,

$$v_{noms}(\chi_{e1}, \chi_{e2}) = (\varepsilon_1 \text{sig}^{\gamma_1}(\chi_{e1}) + \varepsilon'_1 \text{sig}(\chi_{e1}) + \varepsilon''_1 \text{sig}^{\gamma'_1}(\chi_{e1})) + (\varepsilon_2 \text{sig}^{\gamma_2}(\chi_{e2}) + \varepsilon'_2 \text{sig}(\chi_{e2}) + \varepsilon''_2 \text{sig}^{\gamma'_2}(\chi_{e2}))$$

$$, \varepsilon_i > 0, \varepsilon'_i > 0, \varepsilon''_i > 0, (i=1,2), \gamma_1 = \frac{\gamma}{2-\gamma}, \gamma_2 = \gamma, \gamma'_1 = \frac{4-3\gamma}{2-\gamma}, \gamma'_2 = \frac{4-3\gamma}{3-2\gamma},$$

$\gamma \in (0,1)$ 。

定理 4.1 考虑系统 (4.9), 如果将扰动观测器设计为 (4.10), 那么可以保证未知输入 ϖ_{lump} 可以在固定时间 T_e 内被 $\hat{\varpi}_{lump}$ 精确估计。 $\hat{\varpi}_{lump}$ 可以从下式得出。

$$\hat{\varpi}_{lump} = \lambda_1 \hat{\chi}_2 + \frac{1}{\lambda_2} \dot{y} \quad (4.11)$$

然后, ϖ 就可以被 $\hat{\varpi}$ 重新构建, 如下所示

$$\hat{\varpi} = M(x)(\hat{\varpi}_{lump} - \lambda_1 v - \Phi(x, v)) \quad (4.12)$$

证明: 结合式 4.9 和式 4.10, 可以得到如下表达式

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{e1} = \chi_{e2} \\ \dot{\chi}_{e2} = \dot{\chi}_2 - \frac{1}{\lambda_2} \dot{y} - v_{noms}(\chi_{e1}, \chi_{e2}) = -v_{noms}(\chi_{e1}, \chi_{e2}) \end{cases} \quad (4.13)$$

根据引理 2.4 可知, χ_{e1} 和 χ_{e2} 可以在固定时间 T_e 内收敛到零, 且收敛时间 T_e 由下式给出

$$T_e = \frac{2}{k_v(1-v_1)} + \frac{2}{k_v(v_2-1)} \quad (4.14)$$

其中, k_v 是一个正常数, $v_1 = \frac{d_{v0} + k_{s0}}{d_{v0}}$, $v_2 = \frac{d_{v\infty} + k_{s\infty}}{d_{v\infty}}$, $k_{s0} = -1$, $k_{s\infty} = 1$,

$$d_{v0} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{1}{1-\gamma}\right), d_{v\infty} = \max\left(\frac{2-\gamma}{1-\gamma}, \frac{3-2\gamma}{1-\gamma}\right)。$$

定义估计误差 $\tilde{\varpi}_{lump} = \varpi_{lump} - \hat{\varpi}_{lump}$ 并结合式 4.9 和式 4.11 可以得到

$$\tilde{\omega}_{lump} = \dot{\chi}_2 + \lambda_1 \chi_2 - \lambda_1 \hat{\chi}_2 - \frac{1}{\lambda_2} \dot{y} = \lambda_1 \chi_{e2} \quad (4.15)$$

又因为, χ_{e2} 是固定时间收敛的, 所以结合式 4.15, 可以进一步得出 $\tilde{\omega}_{lump}$ 也是固定时间收敛的。

定义 $\varpi_e = \varpi - \hat{\omega}$, 结合式 4.6 和式 4.12, 可以得到

$$\begin{aligned} \varpi_e &= M(x) \left(\varpi_{lump} - \Phi(x, v) - \lambda_1 v \right) - M(x) \left(\hat{\omega}_{lump} - \lambda_1 v - \Phi(x, v) \right) \\ &= M(x) \left(\varpi_{lump} - \hat{\omega}_{lump} \right) \\ &= M(x) \tilde{\omega}_{lump} \end{aligned} \quad (4.16)$$

又因为 $\tilde{\omega}_{lump}$ 是固定时间收敛的, 所以结合式 4.16, 当 $t \geq T_e$ 时, $\varpi_e = 0$ 。进一步证明了 ϖ 可以被 $\hat{\omega}$ 精确估计。

4.2.3 控制器设计

步骤 1: 定义机械臂位置跟踪误差 $e_p \in \mathbb{R}^n$ 如下

$$e_p = x - x_d \quad (4.17)$$

根据式 4.2 和式 4.4, 取 e_p 的时间导数为

$$\dot{e}_p = v - v_d \quad (4.18)$$

基于事件触发机制, 运动学控制器 α_v 可以设计成如下形式

$$\alpha_v = v_d - \text{sign}(e_p(t_k)) \left(k_1 |e_p(t_k)|^{2-m/n} + k_2 |e_p(t_k)|^{m/n} + k_3 |e_p(t_k)| + k_4 I^{n \times 1} \right) \quad (4.19)$$

其中, m 和 n 都是正常数且 $m < n$, $k_1 = \text{diag}[k_{1,1}, \dots, k_{1,n}]$, $k_2 = \text{diag}[k_{2,1}, \dots, k_{2,n}]$, $k_3 = \text{diag}[k_{3,1}, \dots, k_{3,n}]$, $k_4 = \text{diag}[k_{4,1}, \dots, k_{4,n}]$ 且 $k_{1,\delta}, k_{2,\delta}, k_{3,\delta}, k_{4,\delta} > 0$, ($\delta = 1, 2, \dots, n$), δ 是向量中的元素符号。 $I^{n \times 1}$ 是一个 $n \times 1$ 的矩阵, 其元素均为 1。

为了设计这个事件触发控制器, 定义测量误差 z_p 如下

$$\begin{aligned} z_p(t) &= \text{sign}(e_p(t)) \left(-k_1 |e_p(t)|^{2-m/n} - k_2 |e_p(t)|^{m/n} - k_3 |e_p(t)| - k_4 I^{n \times 1} \right) \\ &\quad - \text{sign}(e_p(t_k)) \left(-k_1 |e_p(t_k)|^{2-m/n} - k_2 |e_p(t_k)|^{m/n} - k_3 |e_p(t_k)| - k_4 I^{n \times 1} \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

然后，事件触发函数 $\Upsilon_{p,\delta}(t)$ 就可以设计为如下形式

$$\Upsilon_{p,\delta}(t) = |z_{p,\delta}(t)| - \rho_{p,\delta} \left(k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}(t)| \right) - k_{4,\delta} \quad (4.21)$$

其中， $\rho_{p,\delta} \in (0,1)$ 是决定事件触发函数触发频率的控制参数。

对于机械臂系统，运动学控制器的触发时间由 $\Upsilon_{p,\delta}(t)$ 决定的，将事件触发机制设计如下

$$t_{p,k+1} = \inf \{ t > t_k : \exists \Upsilon_{p,\delta}(t) \geq 0; k \in N \}, t_0 = 0 \quad (4.22)$$

其中， $t_0 \dots t_k, t_{k+1}$ 是事件触发时间序列，当 t_k 到达时， $\Upsilon_{p,\delta}(t) \geq 0$ ，触发器（4.22）

被触发更新运动学控制器 α_v 。

为了验证 e_p 的收敛性，选择 Lyapunov 候选函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} e_p^T e_p = \sum_{\delta=1}^n \frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \quad (4.23)$$

那么，可以得到 V_1 的时间导数为：

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_p^T \dot{e}_p \\ &= e_p^T (v - v_d) \end{aligned} \quad (4.24)$$

将式 4.19 代入式 4.24 中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_p^T \left(-\text{sign}(e_p(t_k)) \left(k_1 |e_p(t_k)|^{2-m/n} + k_2 |e_p(t_k)|^{m/n} + k_3 |e_p(t_k)| + k_4 I^{n \times 1} \right) \right) \\ &= e_p^T \left(-z_p(t) - \text{sign}(e_p(t)) \left(k_1 |e_p(t)|^{2-m/n} + k_2 |e_p(t)|^{m/n} + k_3 |e_p(t)| + k_4 I^{n \times 1} \right) \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n |e_{p,\delta}| |z_{p,\delta}(t)| - e_p^T \text{sign}(e_p(t)) \left(k_1 |e_p|^{2-m/n} + k_2 |e_p|^{m/n} + k_3 |e_p| + k_4 I^{n \times 1} \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n \left(\rho_{p,\delta} |e_{p,\delta}| \left(k_{1,\delta} |e_{p,\delta}|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}| \right) + k_{4,\delta} |e_{p,\delta}| \right. \\ &\quad \left. - k_{1,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} - k_{2,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} - k_{3,\delta} e_{p,\delta}^2 - k_{4,\delta} |e_{p,\delta}| \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n (\rho_{p,\delta} - 1) k_{1,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} + (\rho_{p,\delta} - 1) k_{2,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} \end{aligned} \quad (4.25)$$

结合引理 2.5，式 4.25 可以表述为如下形式

$$\dot{V}_1 \leq -\alpha_1 V_1^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta_1 V_1^{\frac{n+m}{2n}} \quad (4.26)$$

其中, $\alpha_1 = \min \left((1 - \rho_{p,\delta}) k_{1,\delta} 2^{\frac{3n-m}{2n}} \right) n^{\frac{m-n}{2n}}, \beta_1 = \min \left((1 - \rho_{p,\delta}) k_{2,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2n}} \right)$ 。

根据引理 2.2 可知, 位置跟踪误差 e_p 可以在固定时间内收敛到零。

步骤 2: 定义机械臂速度跟踪误差 $e_v \in \mathbb{R}^n$ 如下

$$e_v = v - \alpha_v \quad (4.27)$$

根据式 4.2, 可以得到 e_v 的时间导数为

$$\dot{e}_v = M^{-1}(x) [\tau(t) - C(x, v)v - G(x) + \ddot{w}] - \dot{\alpha}_v \quad (4.28)$$

机械臂系统的控制策略 $\tau(t)$ 可以设计成如下形式

$$\begin{aligned} \tau(t) = M(x) & \left(-k_5 \text{sign}(e_v(t_k)) |e_v(t_k)|^{2-m/n} - k_6 \text{sign}(e_v(t_k)) |e_v(t_k)|^{m/n} - k_7 \text{sign}(e_v(t_k)) |e_v(t_k)| \right. \\ & \left. - k_8 \text{sign}(e_v(t_k)) I^{n \times 1} + \dot{\alpha}_v \right) + C(x, v)v + G(x) - \hat{w} \end{aligned} \quad (4.29)$$

其中, $k_5 = \text{diag}[k_{5,1}, \dots, k_{5,n}]$, $k_6 = \text{diag}[k_{6,1}, \dots, k_{6,n}]$, $k_7 = \text{diag}[k_{7,1}, \dots, k_{7,n}]$, $k_8 = \text{diag}[k_{8,1}, \dots, k_{8,n}]$ 且 $k_{5,\delta}, k_{6,\delta}, k_{7,\delta}, k_{8,\delta} > 0$, ($\delta = 1, 2, \dots, n$)。

与运动学控制器 α_v 的设计相似, 将测量误差 z_v 定义为如下形式:

$$\begin{aligned} z_v(t) = \text{sign}(e_v(t)) & \left(-k_5 |e_v(t)|^{2-m/n} - k_6 |e_v(t)|^{m/n} - k_7 |e_v(t)| - k_8 I^{n \times 1} \right) \\ & - \text{sign}(e_v(t_k)) \left(-k_5 |e_v(t_k)|^{2-m/n} - k_6 |e_v(t_k)|^{m/n} - k_7 |e_v(t_k)| - k_8 I^{n \times 1} \right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

事件触发函数可以设计如下

$$\gamma_{v,\delta}(t) = |z_{v,\delta}(t)| - \rho_{v,\delta} \left(k_{5,\delta} |e_{v,\delta}(t)|^{2-m/n} + k_{6,\delta} |e_{v,\delta}(t)|^{m/n} + k_{7,\delta} |e_{v,\delta}(t)| \right) - k_{8,\delta} \quad (4.31)$$

其中, $\rho_{v,\delta} \in (0, 1)$ 是决定事件触发函数触发频率的控制参数。

设计事件触发机制如下:

$$t_{v,k+1} = \inf \{ t > t_k : \exists \Upsilon_{v,\delta}(t) \geq 0; k \in N \}, t_0 = 0 \quad (4.32)$$

当 t_k 到达时, $\Upsilon_{v,\delta}(t) \geq 0$, (4.31) 被触发更新机械臂的状态信息。

为了验证 e_v 的收敛性, 选择 Lyapunov 候选函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} e_v^T e_v = \sum_{\delta=1}^n \frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \quad (4.33)$$

取 V_2 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_v^T \dot{e}_v \\ &= e_v^T \left(M^{-1}(x) [\tau(t) - C(x, v)v - G(x) + \varpi] - \dot{\alpha}_v \right) \end{aligned} \quad (4.34)$$

将式 4.29 代入式 4.34, 式 4.34 可以进一步写成如下形式

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_v^T \left(-\text{sign}(e_v(t_k)) \left(k_5 |e_v(t_k)|^{2-m/n} + k_6 |e_v(t_k)|^{m/n} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + k_7 |e_v(t_k)| + k_8 I^{n \times 1} \right) + M^{-1}(x) (\varpi - \hat{\varpi}) \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

结合定理 4.1, 当 $t \geq T_e$ 时, $\varpi_e = \varpi - \hat{\varpi} = 0$, 式 4.35 可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_v^T \left(-\text{sign}(e_v(t_k)) \left(k_5 |e_v(t_k)|^{2-m/n} + k_6 |e_v(t_k)|^{m/n} + k_7 |e_v(t_k)| + k_8 I^{n \times 1} \right) \right) \\ &= e_v^T \left(-z_v(t) - \text{sign}(e_v(t)) \left(k_5 |e_v(t)|^{2-m/n} + k_6 |e_v(t)|^{m/n} + k_7 |e_v(t)| + k_8 I^{n \times 1} \right) \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n |e_{v,\delta}| |z_{v,\delta}(t)| - e_v^T \text{sign}(e_v(t)) \left(k_5 |e_v|^{2-m/n} + k_6 |e_v|^{m/n} + k_7 |e_v| + k_8 I^{n \times 1} \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n \left(\rho_{v,\delta} |e_{v,\delta}| \left(k_{5,\delta} |e_{v,\delta}|^{2-m/n} + k_{6,\delta} |e_{v,\delta}|^{m/n} + k_{7,\delta} |e_{v,\delta}| \right) + k_{8,\delta} |e_{v,\delta}| \right. \\ &\quad \left. - k_{5,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} - k_{6,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} - k_{7,\delta} e_{v,\delta}^2 - k_{8,\delta} |e_{v,\delta}| \right) \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n \left((\rho_{v,\delta} - 1) k_{5,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} + (\rho_{v,\delta} - 1) k_{6,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} \right. \end{aligned} \quad (4.36)$$

结合引理 2.5, 式 4.36 可以进一步写成如下形式

$$\dot{V}_2 \leq -\alpha_2 V_2^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta_2 V_2^{\frac{n+m}{2n}} \quad (4.37)$$

其中, $\alpha_2 = \min \left((1 - \rho_{v,\delta}) k_{5,\delta} 2^{\frac{3-m}{2n}} \right) n^{\frac{m-n}{2n}}$, $\beta_2 = \min \left((1 - \rho_{v,\delta}) k_{6,\delta} 2^{\frac{1+m}{2n}} \right)$ 。

根据引理 2.2 可知, 速度跟踪误差 e_v 可以在固定时间内收敛到零。

定理 4.2 考虑机械臂的动力学模型 4.2, 将分布式事件触发机制引入到机械臂控制策略中。结合固定时间扰动观测器式 4.10, 设计的控制策略式 4.29 可以确保机械臂在固定时间内跟踪期望的轨迹, 且收敛时间与系统的初始状态无关。

证明：为了验证整个闭环系统的稳定性，选择 Lyapunov 函数如下

$$V_3 = V_1 + V_2 \quad (4.38)$$

结合式 4.25 和式 4.36, V_3 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= e_p \dot{e}_p + e_v \dot{e}_v \\ &\leq \sum_{\delta=1}^n (\rho_{p,\delta} - 1) k_{1,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} + (\rho_{p,\delta} - 1) k_{2,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{p,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} \\ &\quad + \sum_{\delta=1}^n (\rho_{v,\delta} - 1) k_{5,\delta} 2^{\frac{3-m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{3-m/n}{2}} + (\rho_{v,\delta} - 1) k_{6,\delta} 2^{\frac{1+m/n}{2}} \left(\frac{1}{2} e_{v,\delta}^2 \right)^{\frac{1+m/n}{2}} \end{aligned} \quad (4.39)$$

根据式 4.26、式 4.37 以及引理 2.5, 可以进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq -\alpha_1 V_1^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta_1 V_1^{\frac{n+m}{2n}} - \alpha_2 V_2^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta_2 V_2^{\frac{n+m}{2n}} \\ &\leq -\min(\alpha_1, \alpha_2) 2^{\frac{m-n}{2n}} V_3^{\frac{3n-m}{2n}} - \min(\beta_1, \beta_2) V_3^{\frac{n+m}{2n}} \\ &= -\alpha_3 V_3^{\frac{3n-m}{2n}} - \beta_3 V_3^{\frac{n+m}{2n}} \end{aligned} \quad (4.40)$$

其中, $\alpha_3 = \min(\alpha_1, \alpha_2) 2^{\frac{m-n}{2n}}$, $\beta_3 = \min(\beta_1, \beta_2)$ 。

根据引理 2.2, 可以得出本章提出的基于事件触发机制的机械臂固定时间控制系统是一个固定时间稳定的系统, 收敛时间上界 T_s 满足

$$\begin{aligned} T_s \leq T_{\max} &:= \frac{1}{\alpha_3 \left(\frac{3n-m}{2n} - 1 \right)} + \frac{1}{\beta_3 \left(1 - \frac{n+m}{2n} \right)} \\ &= \frac{2n}{n-m} \left(\frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\beta_3} \right) \end{aligned} \quad (4.41)$$

以及总收敛时间 $T_{es} \leq T_e + T_s$ 。

证明完毕。

4.2.4 芝诺行为排除

成功设计一个事件触发控制器的关键在于消除 Zeno 现象, 它将导致控制器在有限时间内被无限次触发。如果相邻两次触发时间之间的差值有一个正的下界, 这就表明在事件触发过程中不存在 Zeno 行为。

定理 4.3 考虑机械臂动力学模型式 4.2, 对于任意的初始条件, 在固定时间控制器式 4.29 和分布式事件触发机制式 4.23 和式 4.33 的作用下, 任意两次触发

时刻之间的差值都有一个正下界。

证明：根据式 4.20，对于任意 $t \in [t_k, t_{k+1})$ ，可以得到如下表达式

$$|\dot{z}_{p,\delta}(t)| \leq \left((2-m/n)k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{1-m/n} + (m/n)k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n-1} + k_{3,\delta} \right) |\dot{e}_{p,\delta}(t)| \quad (4.42)$$

结合式 4.17 和式 4.18，可以进一步得到

$$\begin{aligned} |\dot{z}_{p,\delta}(t)| &\leq \left((2-m/n)k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{1-m/n} + (m/n)k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n-1} + k_{3,\delta} \right) |\dot{e}_{p,\delta}(t)| \\ &\leq \left((2-m/n)k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{1-m/n} + (m/n)k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n-1} + k_{3,\delta} \right) \\ &\quad \times \left(k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)| + k_{4,\delta} \right) \end{aligned} \quad (4.43)$$

由于 $|e_{p,\delta}(t)|^{1-m/n}$ ， $|e_{p,\delta}(t)|^{m/n-1}$ ， $|e_{p,\delta}(t_k)|^{2-m/n}$ ， $|e_{p,\delta}(t_k)|^{m/n}$ 都是有界的，因此必定存在一个正常数 ψ_1 满足

$$(2-m/n)k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{1-m/n} + (m/n)k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n-1} + k_{3,\delta} \leq \psi_1 \quad (4.44)$$

同时，必定存在一个正常数 ψ_2 满足

$$k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}(t_k)| + k_{4,\delta} \leq \psi_2 \quad (4.45)$$

将式 4.44 和式 4.45 带入式 4.43 中，可得

$$|z_{p,\delta}(t)| \leq \int_{t_k}^t \psi_1 \psi_2 dT \quad (4.46)$$

应用式 4.20、式 4.21 和式 4.22，可以得到

$$\begin{aligned} z_{p,\delta}(t_{k+1}) &= \rho_{p,\delta} \left(k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}(t)| \right) + k_{4,\delta} \\ &\leq \int_{t_k}^{t_{k+1}} \psi_1 \psi_2 dt \\ &= \psi_1 \psi_2 (t_{k+1} - t_k) \end{aligned} \quad (4.47)$$

根据式 4.47，可以进而得到

$$\begin{aligned} t_{k+1} - t_k &\geq \frac{\rho_{p,\delta} \left(k_{1,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{2-m/n} + k_{2,\delta} |e_{p,\delta}(t)|^{m/n} + k_{3,\delta} |e_{p,\delta}(t)| \right) + k_{4,\delta}}{\psi_1 \psi_2} \\ &\geq \frac{k_{4,\delta}}{\psi_1 \psi_2} > 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

式 4.48 确保了事件触发间隔有一个正的下界，以确保不存在 Zeno 行为。

证明完毕。

4.3 仿真结果

在本节中，为了验证本章所提出的控制方法有效性，仍然选用图 2-1 所示的双关节机械臂模型进行仿真实验，机械臂相关参数请参考表 3-1。

系统的初始状态设置为：

$$\begin{cases} q_1(0) = q_2(0) = 0.1 \\ \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \end{cases} \quad (4.49)$$

本章提出的两个事件触发条件的采样周期都设定为 0.001 秒，仿真时间设置为 40 秒，控制器的相关参数如表 4-1 所示，外部扰动假设为 $f(t) = [\sin(0.5t)\cos(0.8t) \quad \cos(0.8t)\cos(0.5t)]^T$ ，模型不确定项假设为 $\Delta C(x, v) = 0.2C(x, v)$ ， $\Delta G(x) = 0.2G(x)$ ，跟踪轨迹设置为 $q_d = [0.14\sin(0.5t); 0.14\cos(0.5t)]$ 。

为了验证本章所提出的控制算法，将其与 FDO-FTC 进行比较分析，仿真结果如图 4-1 到图 4-12 所示。

从图 4-1 和图 4-2 中可以看出，在复杂的扰动条件下，两个控制器都能精确地跟踪期望的轨迹。虽然，FDO-FTC 收敛的速度更快，但是从图 4-3 可以看出 FDO-FTC 在响应开始时需要很大的控制力矩，而本章提出的控制方法在响应开始阶段需要的控制力矩则更小，且当系统稳定时，控制力矩是在一个合理且可实现的范围内，证明了控制器的可行性。但同时可以发现，跟 FDO-FTC 相比，本章所提出的控制输入出现了更多抖动，为了进一步分析这个现象，将本章提出的控制策略的控制输入与具有更小事件触发参数的所提策略以及没有 ETC 的所提策略进行比较分析，其中选择具有更小的事件触发参数为： $\rho_p = \text{diag}[0.01, 0.01]$ ， $\rho_v = \text{diag}[0.01, 0.01]$ ，仿真结果如图 4-4 和图 4-5 中所示。从图中可以看出，没有 ETC 的所提策略与另外两种控制策略相比显示出更少的振荡，同时，事件触发参数越小，控制输入的振荡范围就越小。基于上述结果，可以得出以下结论：

(1) 控制输入振荡与事件触发参数之间存在正相关关系。

(2) ETC 机制的引入引起了更多的振荡，在实际应用中，有必要考虑控制输入振荡和减少数据传输之间的平衡。

观测器的观测效果如图 4-6 和图 4-7 所示。从图中可以明显看出，观测器可以准确地重建系统中的集总扰动，从而对这些扰动进行精确估计，此外，无论初始状态如何，观测器都能在有限的时间内稳定估计误差，且该收敛时间与初始条件无关。具体来说，当系统稳定时，估计误差为 $|\hat{\omega}| \leq 2 \times 10^{-8}$ ，这验证了所设计的观测器能够实现固定时间收敛特性，无论初始估计误差多大，都能在预先确定的固定时间内将估计误差收敛至原点。

图 4-8 和图 4-9 分别描述了机械臂的控制输入传输和控制输出计算的触发时间间隔图。横轴表示控制器的触发时间，纵轴表示控制器的触发间隔，结果验证了本章提出的事件触发机制可以有效地减少了机械臂的控制输入传输时间和控制输出计算时间。为了进一步证明所设计的事件触发机制在节约资源方面的有效性，对事件触发器的触发次数和时间触发次数进行了统计分析，如图 4-10 所示。根据图 4-10 的结果可知，引入事件触发机制可以节省 85% 的控制输入传输时间和 86% 的控制输出计算时间。

此外，为了验证所设计的控制策略的收敛时间与系统的初始状态无关。根据表 4-1 控制参数的选择，在不同的初始条件下进行验证，分别为 $q = [0.1; 0.1]^T$ 和 $q = [-0.1; -0.1]^T$ 。图 4.11 和图 4.12 验证了所提出的控制策略的有效性，对于不同的初始状态，控制器可以保证系统的稳定性，并在固定的时间内实现控制目标。

表 4-1 控制器仿真参数表

符号	数值	符号	数值
λ_1	0.01	λ_2	1.2
ε_1	1.2	ε_1'	1
ε_1''	1	ε_2	1
ε_2'	1	ε_2''	1
γ	0.5	k_1	$diag[1,1]$
k_2	$diag[2.5,2.5]$	k_3	$diag[0.025,0.025]$
k_4	$diag[1\times 10^{-7},1\times 10^{-7}]$	k_5	$diag[0.0025,0.0025]$
k_6	$diag[0.025,0.025]$	k_7	$diag[0.025,0.025]$
k_8	$diag[1\times 10^{-9},1\times 10^{-9}]$	ρ_p	$diag[0.1,0.4]$
ρ_v	$diag[0.1,0.4]$	m	9
n	13		

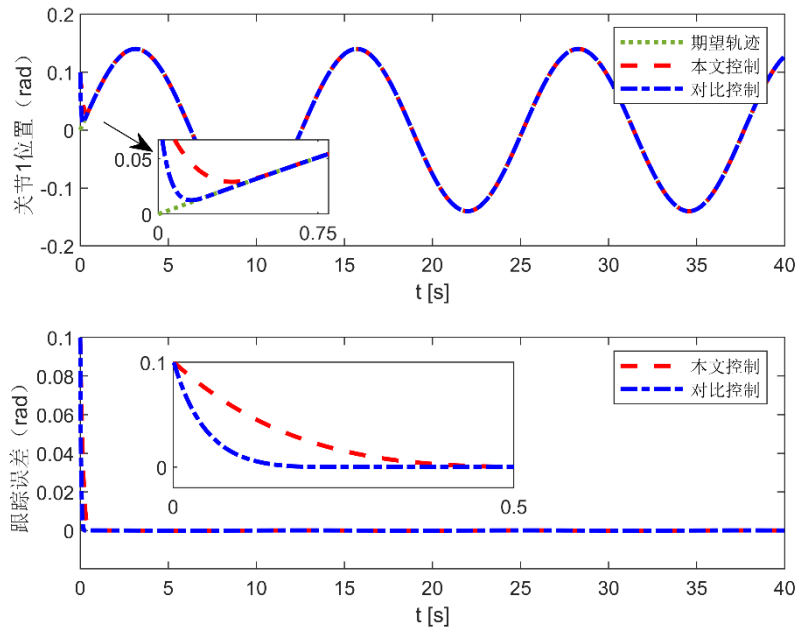


图 4-1 不同控制算法关节 1 位置轨迹跟踪和误差

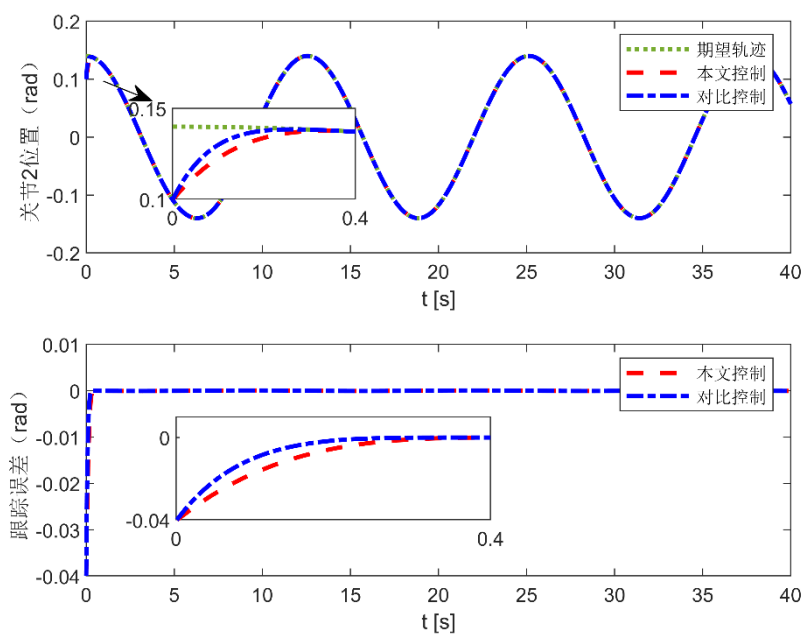


图 4-2 不同控制算法关节 2 位置轨迹跟踪和误差

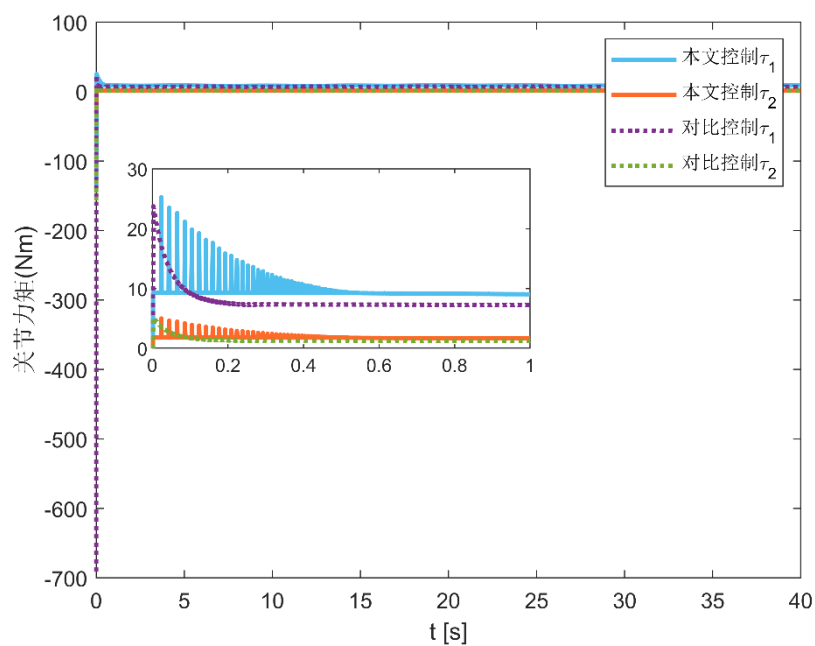


图 4-3 不同控制算法关节 1、2 控制输入力矩

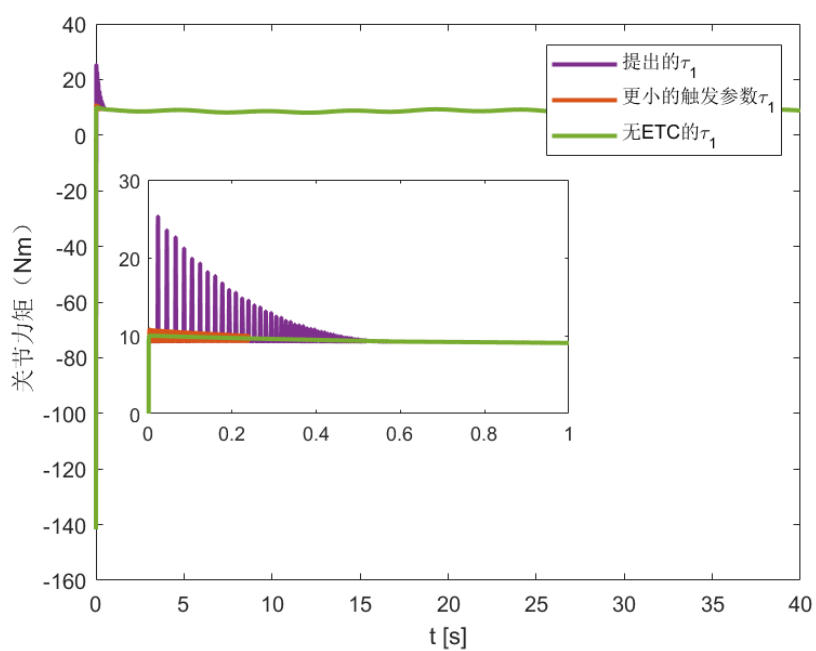


图 4-4 所提出的控制输入与具有更小的事件触发参数以及无 ETC 的控制策略对比-关节 1

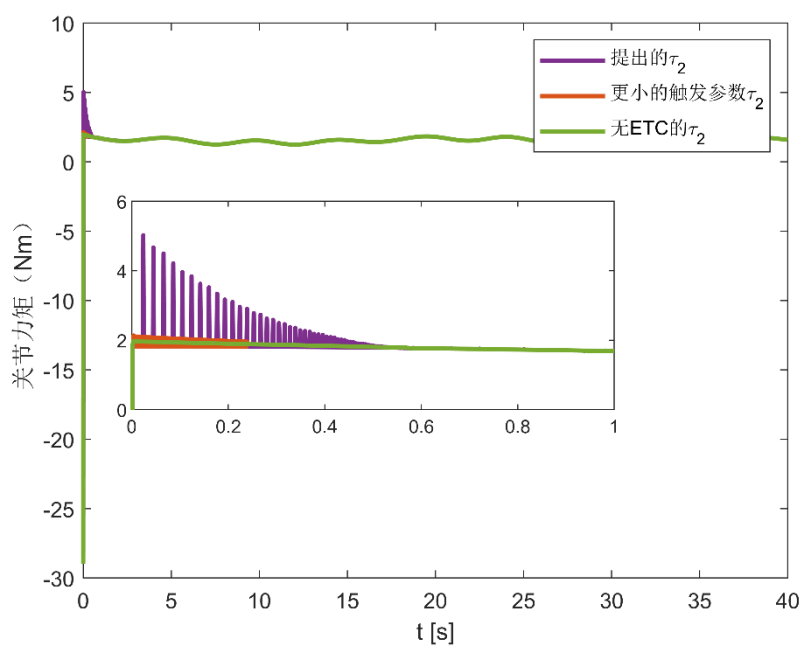


图 4-5 所提出的控制输入与具有更小的事件触发参数以及无 ETC 的控制策略对比-关节 2

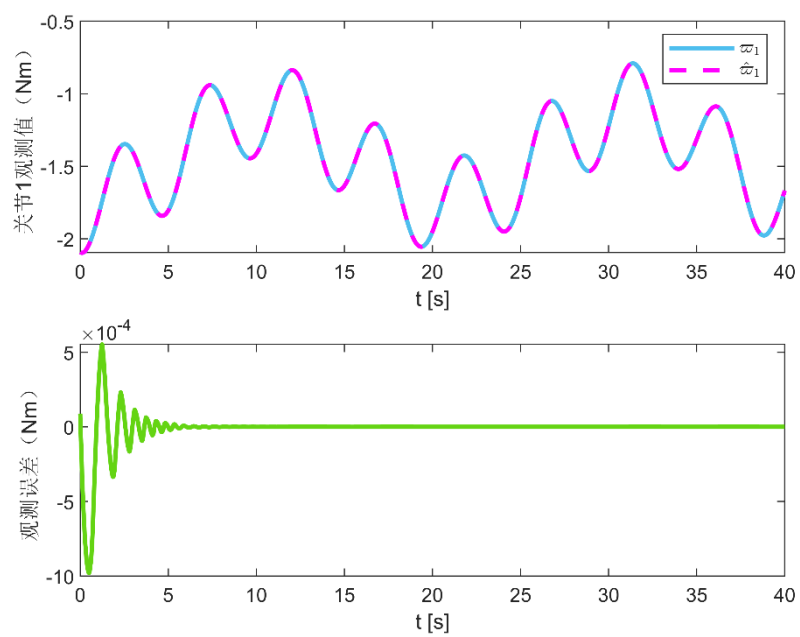


图 4-6 关节 1 的观测效果

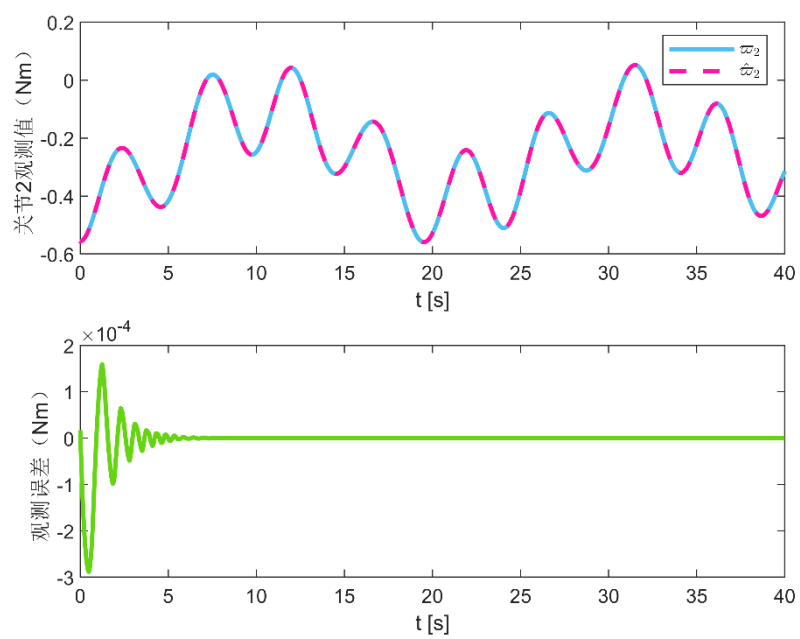


图 4-7 关节 2 的观测效果

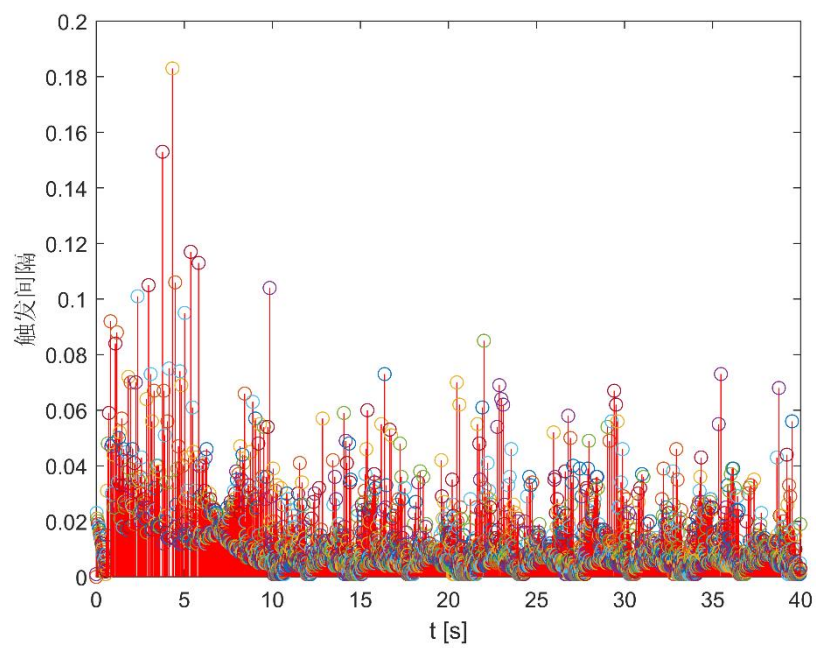


图 4-8 控制输入传输事件时间的触发时刻

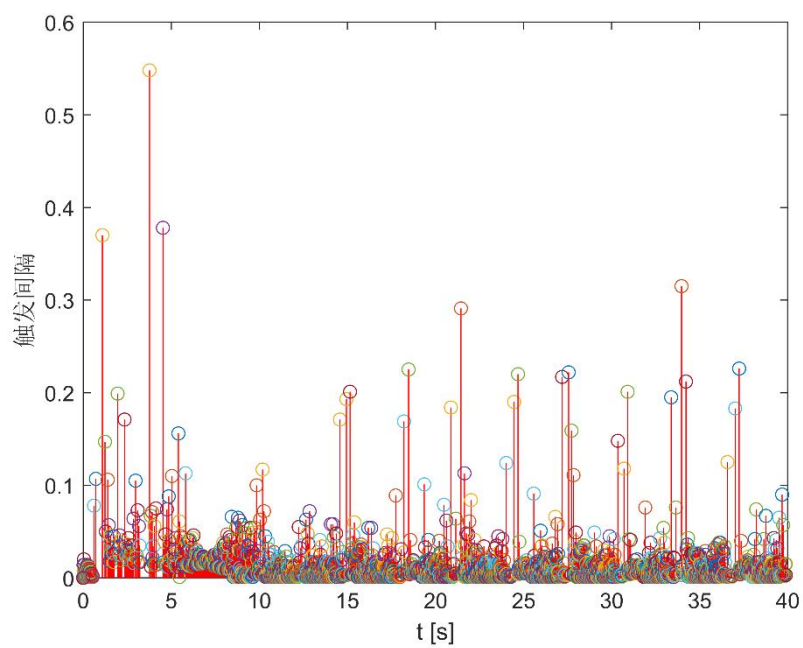


图 4-9 控制输出计算事件时间的触发时刻

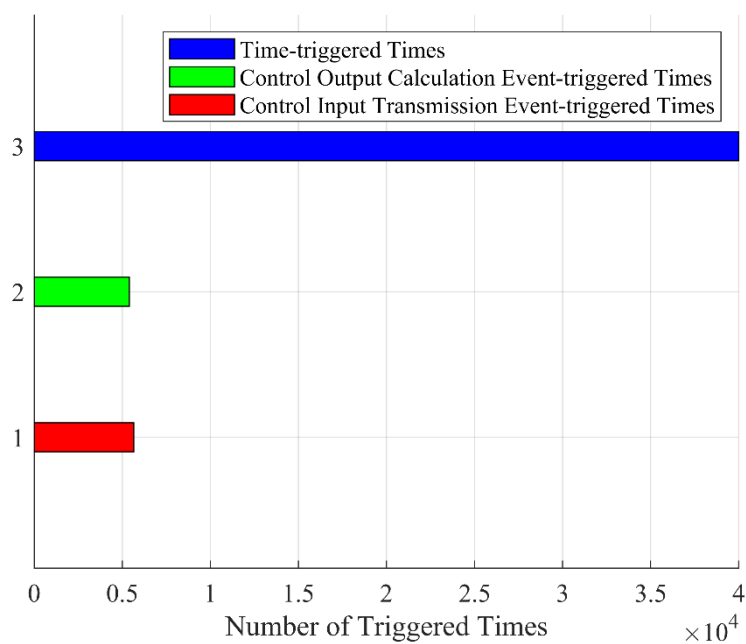


图 4-10 事件触发和时间触发之间的触发次数比较

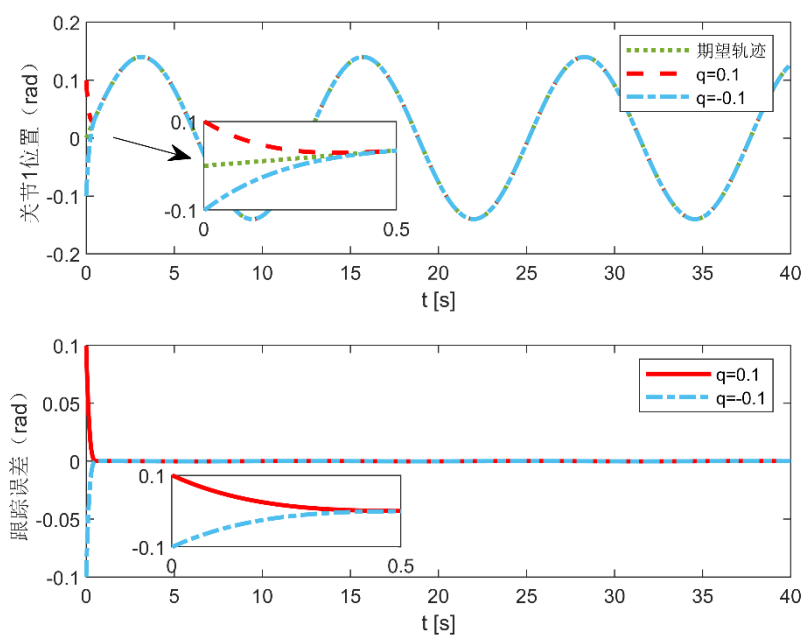


图 4-11 不同初始状态关节 1 位置轨迹跟踪和误差

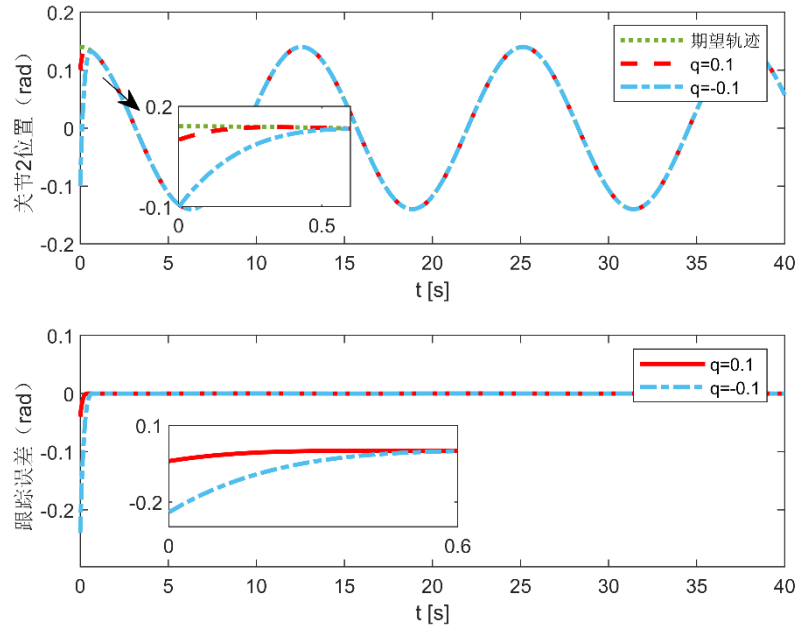


图 4-12 不同初始状态关节 2 位置轨迹跟踪和误差

4.4 本章小结

本章研究了一种基于事件触发机制的 n 关节机械臂固定时间轨迹跟踪控制方法。首先, 利用一个固定时间扰动观测器来处理集总扰动项, 确保估计误差在一个固定的时间内可以收敛到零, 且与初始估计误差无关。然后, 基于反步法的框架, 设计了一种基于事件触发机制的固定时间控制器来实现控制目标。该控制器不仅保证了机械臂在固定时间内跟踪期望的轨迹, 而且可以有效地减少控制输入的传输时间和控制输出的计算时间, 并在理论上排除了 Zeno 行为, 同时保证了闭环系统的固定时间稳定性。此外, 值得注意的是, 本章提出的事件触发机制是基于跟踪误差, 而不是控制输入误差, 与基于控制输入误差的事件触发机制相比, 它具有更强的灵敏性。最后, 仿真结果验证了该控制方法的有效性。

第 5 章 总结与展望

5.1 总结

本文针对机械臂轨迹跟踪问题,考虑外部扰动和模型不确定项,围绕反步控制、固定时间算法、观测器算法、事件触发机制等技术,研究了机械臂固定时间轨迹跟踪控制方法。主要的研究工作如下:

第 1 章主要介绍机械臂固定时间轨迹跟踪控制的研究背景和意义,以及国内外机械臂的发展现状,并介绍了一些目前常用的机械臂轨迹跟踪控制方法以及不同的控制方法所具有的优势和适应场景。最后,概括一下本文的主要的研究内容和章节内容安排。

第 2 章主要研究了带有扰动项的 n 关节机械臂动力学模型,并详细介绍了模型中各个参数的具体含义,为后文机械臂固定时间轨迹跟踪控制的设计奠定了基础。然后,进一步介绍了固定时间稳定性定义以及相关的引理,为后文设计固定时间扰动观测器和控制器提供了扎实的理论基础。最后介绍了 Lyapunov 稳定性相关理论,为后文设计的机械臂控制策略提供了稳定性分析的理论依据。

第 3 章研究了一种基于扰动观测器补偿的机械臂固定时间控制方法,用于解决存在扰动项的机械臂系统控制问题。通过引入双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 设计固定时间扰动观测器对集总扰动项进行辨识补偿,可以有效避免观测振颤的问题,提高系统的鲁棒性。然后,结合 FTC 控制策略,设计了基于 FDO-FTC 轨迹跟踪控制器,确保闭环系统中所有信号都是全局固定时间稳定的,且收敛时间与系统的初始状态无关,并通过 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的控制器和观测器的稳定性。仿真结果验证整个系统的快速稳定性。

第 4 章针对第 3 章存在的一些弊端,进一步考虑了模型不确定项、系统计算资源有限以及观测器设计过程中存在的限制性假设等因素,设计了一种基于事件触发机制的 n 关节机械臂固定时间轨迹跟踪控制方法。基于未知输入观测器的概念,设计固定时间扰动观测器来处理集总扰动项,可以有效放宽对总扰动上界已知等限制性假设。然后,设计了一种基于跟踪误差的事件触发固定时间控制器来

实现控制目标，提高系统收敛速度，同时可以有效地减少控制输入的传输时间和控制输出的计算时间，并通过理论证明排除了 Zeno 行为，保证了闭环系统的固定时间稳定性。最后，仿真结果验证了该控制方法的有效性。

5.2 展望

虽然通过本人的不懈努力，在机械臂固定时间跟踪控制领域取得了一些基础的研究成果，但无论是理论研究上，还是工程应用上，本论文研究的内容深度和广度远远不够，还有许多需要改进的地方。

(1) 在实际的机械臂系统中，除了外部扰动和模型不确定项外，机械臂内部之间的摩擦以及输入约束等都会对系统的控制性能产生影响，在未来的研究中，需要把这些影响因素都考虑进来。

(2) 本文提出的算法在理论上是成立的，并通过仿真进行验证，但由于条件限制，并未在机械臂实验平台上做进一步实验验证。未来，如果条件允许，应该要进一步搭建机械臂实验平台，做实物验证。

参考文献

- [1] 周勇,赵聃,刘志迎.我国智能制造发展实践及突破路径研究[J].中国工程科学,2022,24(02):48-55.
- [2] 耿宝骏.对工业机器人应用与发展的探讨[J].新型工业化,2022, 242(2) : 321-324.
- [3] 吴洪涛,蒋天宇,常天佐.中国机器人产业现状与创新发展趋势综述[J].机械制造与自动化,2025,54(01):1-6.
- [4] Yang C, Jiang Y, He W. Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 8112-8123.
- [5] 温广辉,余星火,黄廷文,等.模型参数不确定下多无人艇系统固定时间二分编队跟踪控制[J].自动化学报, 2025: 1-9.
- [6] 王昆仑.我国工业机器人产业现状、竞争力及未来发展策略[J].机器人技术与应用,2024,(03):8-13.
- [7] 傅联英,韩蓄,蔡煜.大国智造的“器”质:机器人驱动工业高质量发展的机理与效能[J].研究与发展管理,2024,36(03):113-124.
- [8] Arteaga-Peréz M A, Pliego-Jiménez J, Romero J G. Experimental Results on the Robust and Adaptive Control of Robot Manipulators Without Velocity Measurements[J]. in IEEE Transactions on Control Systems Technology,2020, 28(6):2770-2773.
- [9] Hsu C H. Fractional Order PID Control for Reduction of Vibration and Noise on Induction Motor[J]. in IEEE Transactions on Magnetics,2019,55(11):1-7.
- [10] G. Chesi. Robust Static Output Feedback Controllers via Robust Stabilizability Functions[J]. in IEEE Transactions on Automatic Control,2014,59(6):1618-1623.
- [11] Van M, Ge S S, Ren H. Finite Time Fault Tolerant Control for Robot Manipulators Using Time Delay Estimation and Continuous Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Control[J]. in IEEE Transactions on Cybernetics,2017,47:1681-1693.
- [12] Zhu C, Yang C, Jiang Y, Zhang H. Fixed-Time Fuzzy Control of Uncertain Robots with Guaranteed Transient Performance[J]. in IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2023,31: 1041-1051.
- [13] Tian B, Zuo Z, Yan X, Wang H, A fixed-time output feedback control scheme for double integrator systems[J]. Automatica, 2017,80:17-24.
- [14] 满景涛,曾志刚,盛银.基于 ODE-PDE 的大规模多智能体系统有限时间编队[J].自动化学报, 2025:1-12.
- [15] 门曦凯,郭朝.基于 RBF 神经网络的上肢柔性外骨骼机器人自适应复合控制[J].控制工程, 2024:1-9.
- [16] 马乐,闫一鸣,徐东甫等.含未知动态与扰动的非线性系统神经网络嵌入式学习控制[J].自动化学报, 2021, 47(8): 2016-2028.
- [17] Jafarov E M, Parlakci M N A, Istefanopulos Y. A new variable structure PID-controller design for robot manipulators[J]. in IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005,13(1):122-130.
- [18] Keppler M, Raschel C, Wandinger D, Stemmer A, Ott C. Robust Stabilization of Elastic Joint Robots by ESP and PID Control: Theory and Experiments[J]. in IEEE Robotics and Automation Letters, 2022,7(3):8283-8290.

- [19] Wang D, Liu D, Li H, Luo B, Ma H. An Approximate Optimal Control Approach for Robust Stabilization of a Class of Discrete-Time Nonlinear Systems With Uncertainties[J]. in IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016,46(5):713-717.
- [20] Yan Z, Lai X, Meng Q, Wu M. A Novel Robust Control Method for Motion Control of Uncertain Single-Link Flexible-Joint Manipulator[J]. in IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021,51(3):1671-1678.
- [21] Ma K, Ghasemi-Nejhad M N. Adaptive Control of Flexible Active Composite Manipulators Driven by Piezoelectric Patches and Active Struts With Dead Zones[J]. in IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008,16(5): 897-907.
- [22] Sun L, Jiang J. Adaptive State-Feedback Shared Control for Constrained Uncertain Mechanical Systems[J]. in IEEE Transactions on Automatic Control,2022,67(2): 949-956.
- [23] Jiang H, An T, Ma B, Li Y, Dong B. Value Iteration-based Decentralized Fuzzy Optimal Control of Modular Reconfigurable Robots via Adaptive Dynamic Programming[C],2022 5th International Conference on Robotics, Control and Automation Engineering (RCAE), Changchun, China, 2022:186-190.
- [24] Yang S, Zheng L, Tang Y, Liu Y. Motion Control Method and Simulation of Intestinal Robot Based on Fuzzy Control[C]. 2023 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA), Harbin,Heilongjiang,China, 2023: 428-432.
- [25] Kong L, He W, Yang W, Li Q, Kaynak O. Fuzzy Approximation-Based Finite-Time Control for a Robot With Actuator Saturation Under Time-Varying Constraints of Work Space[J]. in IEEE Transactions on Cybernetics,2021,51(10):4873-4884.
- [26] Han J, Zhang J, He C, Lv C, Hou X, Ji Y. Distributed Finite-Time Safety Consensus Control of Vehicle Platoon With Sensor and Actuator Failures[J]. in IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023,72(1):162-175.
- [27] Li L, Li W, Qin K, Wang J, Chen B, Shi M. Robust Fixed-Time Consensus Control of Multi-agent Systems via a UDE-Based Approach[C].2021 IEEE 4th International Conference on Electronics Technology (ICET), Chengdu,China, 2021:1157-1162.
- [28] Liu Z, Zhang O, Gao Y, Zhao Y, Sun Y, Liu J. Adaptive Neural Network-Based Fixed-Time Control for Trajectory Tracking of Robotic Systems[J]. in IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(1):241-245.
- [29] Chu Y, Fei J, Hou S. Adaptive Global Sliding-Mode Control for Dynamic Systems Using Double Hidden Layer Recurrent Neural Network Structure[J]. in IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020,31(4):1297-1309.
- [30] Fei J, Chen Y, Liu L, Fang Y. Fuzzy Multiple Hidden Layer Recurrent Neural Control of Nonlinear System Using Terminal Sliding-Mode Controller[J]. in IEEE Transactions on Cybernetics, 2022,52(9):9519-9534.
- [31] He W, Ge S S, Li Y. Neural Network Control of a Rehabilitation Robot by State and Output Feedback[J].Journal of Intelligent & Robotic Systems , 2015, 80:15-31.
- [32] Sanjay P, Dennis S. Finite-Time Stability of Continuous Autonomous Systems[J]. Bernstein SIAM Journal on Control and Optimization, 2000,38(3):751-766.
- [33] Polyakov A. Nonlinear Feedback Design for Fixed-Time Stabilization of Linear Control Systems[J]. in IEEE Transactions on Automatic Control, 2012,57(8): 2106-2110.

- [34] Zou Z Y, Tie L. A new class of finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. *International Journal of Control*, 2014, 87:363-370.
- [35] Fu J J, Wang J Z. Fixed-time coordinated tracking for second-order multiagent systems with bounded input uncertainties[J]. *Systems & Control Letter*, 2016, 93: 1-12.
- [36] Su B, Wang H B, Wang Y. Dynamic event-triggered formation control for AUVs with fixed-time integral sliding mode disturbance observer[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 240:109893.
- [37] Sui W, Duan G, Hou M, Zhang M. Distributed fixed-time attitude coordinated tracking for multiple rigid spacecraft via a novel integral sliding mode approach[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357:9399-9422.
- [38] Tian B, Zuo, Z, Yan, X, Wang H. A fixed-time output feedback control scheme for double integrator systems[J]. *Automatica*, 2017, 80:17-24.
- [39] Zou A, Ruitter A, Kumar K. Distributed finite-time velocity-free attitude coordination control for spacecraft formations[J]. *Automatica*, 2016, 67:46-53.
- [40] Khalil H K, Grizzle J W. *Nonlinear systems*[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice hall, 2002.
- [41] Hernandez-Sanchez, A, Chairez I, Matehuala-Moran I, Alfaro-Ponce M, Molina A. Trajectory tracking controller of a robotized arm with joint constraints, a direct adaptive gain with state limitations approach[J]. *ISA Transactions*, 2023,141:276-287.
- [42] Jia Y G, Misra K A. Robust trajectory tracking control of a dual-arm space robot actuated by control moment gyroscopes[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 137:287-301.
- [43] Mai T L, Tran H T. An adaptive robust backstepping improved control scheme for mobile manipulators robot[J]. *ISA Transactions*, 2023, 137:446-456.
- [44] Wang H, Liu P X, Zhao X, Liu X. Adaptive Fuzzy Finite-Time Control of Nonlinear Systems With Actuator Faults[J]. in *IEEE Transactions on Cybernetics* 2020, 50:1786-1797.
- [45] Dong G, Li H, Ma H, Lu R. Finite-Time Consensus Tracking Neural Network FTC of Multi-Agent Systems[J]. in *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, 32:653-662.
- [46] Yang P, Su Y X, Zhang L Y. Proximate fixed-time fault-tolerant tracking control for robot manipulators with prescribed performance[J]. *Automatica*, 2023, 157: 111262.
- [47] Zhang L, Liu H, Tang D, Hou Y, Wang Y. Adaptive Fixed Time Fault-Tolerant Tracking Control and Its Application for Robot Manipulators[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 69:2956-2966.
- [48] Jin X. Adaptive Fixed-Time Control for MIMO Nonlinear Systems With Asymmetric Output Constraints Using Universal Barrier Functions[J]. in *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64:3046-3053.
- [49] Rahimi S, Jalali H, Mohammad R H Y, Kalhor A, Masouleh M T. Design and practical implementation of a Neural Network self-tuned Inverse Dynamic Controller for a 3-DoF Delta parallel robot based on Arc Length Function for smooth trajectory tracking[J]. *Mechatronics*, 2022, 84:102772.
- [50] Hu J B, Zhang D, Wu Z G, Li H Y. Neural network-based adaptive second-order sliding mode control for uncertain manipulator systems with input saturation[J]. *ISA Transactions*, 2023, 136:126-138.
- [51] Zhu C, Jiang Y, Yang C. Fixed-Time Neural Control of Robot Manipulator With Global Stability and Guaranteed Transient Performance[J]. in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2023, 70:803-812.

- [52] Liang X L, Wang H B, Zhang Y X. Adaptive nonsingular terminal sliding mode control for rehabilitation robots[J]. Computers and Electrical Engineering, 2022, 99:107718.
- [53] Zhou X Y, Wang H P, Wu K, Tian Y, Zheng G. Nonlinear disturbance observer-based robust predefined time tracking and vibration suppression control for the rigid-flexible coupled robotic mechanisms with large beam-deformations[J]. Computers & Mathematics with Applications 2023, 148:1-25.
- [54] Yao Q. Dual-disturbance-observer-based robust finite-time trajectory tracking control for robotic surface vehicle under measurement uncertainties[J]. Ocean Engineering, 2021, 242:110183.
- [55] Ullah I, Pei H L. Fixed Time Disturbance Observer Based Sliding Mode Control for a Miniature Unmanned Helicopter Hover Operations in Presence of External Disturbances[J]. in IEEE Access, 2020, 8:73173-73181.
- [56] Vo A T, Truong T N, Kang H J, Van M. A Robust Observer-Based Control Strategy for n-DOF Uncertain Robot Manipulators with Fixed-Time Stability[J]. Sensors, 2021, 21:7084.
- [57] Chen Z, Li Z, Chen C L P. Disturbance Observer-Based Fuzzy Control of Uncertain MIMO Mechanical Systems with Input Nonlinearities and its Application to Robotic Exoskeleton[J]. in IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47:984-994.
- [58] Diao S Z, Sun W, Su S F. Neural-based adaptive event-triggered tracking control for flexible-joint robots with random noises[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32:2722-2740.
- [59] Li C, Zhao L, Xu Z. Finite-Time Adaptive Event-Triggered Control for Robot Manipulators with Output Constraints[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs , 2022, 69:3824-3828.
- [60] Xuan-Mung N, Golestani M. Energy-Efficient Disturbance Observer-Based Attitude Tracking Control with Fixed-Time Convergence for Spacecraft[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59:3659-3668.

攻读学位期间发表的学术成果

1. Pan J, Zhang G, Wang D S, Li T L. Distributed Event-Triggered Control for Manipulator with Fixed-Time Disturbance Observer[J]. Symmetry 2024, 16, 426 .
2. Zhang G, Pan J, Li T L, Wang Z, Wang D S. Fixed-Time Control of a Robotic Arm Based on Disturbance Observer Compensation[J]. Processes 2023, 12, 93.
3. Li T L, Zhang G, Zhang T, Pan J. Fixed-Time Sliding Mode Control for Robotic Manipulators Based on Disturbance Observer[J]. International Journal of Aerospace Engineering 2024, 2024.
4. Li T L, Zhang G, Zhang T, Pan J. Adaptive Neural Network Tracking Control of Robotic Manipulators Based on Disturbance Observer[J]. Processes, 2024, 12, 499.

致 谢

时光荏苒，转眼间，我的硕士研究生生涯已悄然接近尾声。在这段充实而又难以忘怀的岁月里，我得到了许多人的关心、帮助与支持。借此机会，我谨向所有给予我指导和帮助的老师、亲友、同学们表示衷心的感谢！

首先，我要特别感谢我的导师张刚教授。感谢您在学术上对我的悉心指导和无私帮助，您的渊博学识、严谨的治学态度以及高尚的人格深深感染了我。在论文的选题和研究过程中，您给予了我无微不至的指导，耐心解答我的疑问，及时纠正我的错误，并且不断激励我追求更高的学术目标。在您身边，我学到的不仅仅是专业知识，还有如何进行科学研究，以及如何做人做事的道理。您的悉心教诲将成为我今后人生道路上的宝贵财富。

其次，我要感谢安徽省林下作物智能装备工程研究中心的所有老师和同学们。在这里，我感受到了浓厚的学术氛围与团队合作的力量。特别感谢王端松老师，在课题研究和实验过程中，给与我的帮助，您的支持与帮助让我受益匪浅。同时，我也要感谢我的家人，特别是我的父母。感谢你们对我无微不至的关爱和支持，是你们给了我追求学术理想的勇气与动力。在我遇到困惑和迷茫的时后，你们的理解和鼓励让我重新振作，不断前行。你们是我人生中最坚强的后盾。

此外，我还要感谢所有在我求学过程中给予过我帮助的朋友和同学们。你们在我学习和生活中给予的关心与帮助，不仅使我的研究生生活更加充实和快乐，也让我在成长中收获了真挚的友谊。

最后，感谢所有曾经为我的研究提供过帮助的相关人员，感谢你们的支持，我的研究工作才能顺利进行。正因为有了你们的帮助，我才能顺利完成这篇硕士论文。

此时此刻，站在硕士生涯的尾声，我深感所有的努力、汗水与坚持都是值得的。我将以更加饱满的热情和更加坚定的步伐，迈向未来的征程。再次感谢所有曾经给予过我帮助和支持的人，感谢你们在我成长道路上的陪伴与指引！