

分类号：TN247

密 级：公开

学校代码：10363

学 号：2220340119



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 基于 3×3 耦合器的无源
零差相位解调算法优化研究

论 文 作 者 潘淑敏

指 导 教 师 葛强 副教授

学 科（专业） 控制科学与工程

研 究 方 向 先进传感与检测

论文提交日期： 2025 年 5 月 15 日

分类号：TN247

单位代码：10363

密 级：公 开

学 号：2220340119

题 目 基于 3×3 耦合器的无源零差相位解调算法优化研究

题 目 Research on optimization of passive homodyne phase demodulation algorithm based on 3×3 coupler

学生姓名： 潘淑敏

指导教师： 葛强 副教授

专 业： 控制科学与工程

研究方向： 先进传感与检测

论文答辩日期： 2025 年 5 月 12 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名： 潘淑敏

日期：2025年5月15日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☐。

学位论文作者签名：潘淑敏

指导教师签名：马晓

日期：2025.5.15

日期：2025.5.15

基于 3×3 耦合器的无源零差相位解调算法优化研究

摘 要

干涉型光纤传感器，因具有灵敏度高、动态范围大、抗电磁干扰能力强等优点，在周界安全、管道监控、水声信号检测等领域有诸多应用，其信号解调常常采用基于 3×3 耦合器的解调方案、相位生成载波方案和合成外差方案等。其中基于 3×3 耦合器的解调方案具有低成本、无源检测、高灵敏度和大动态范围等优点，已得到了广泛研究。然而， 3×3 耦合器的分光比和相位差不对称性显著降低了其解调性能，本文针对该问题开展研究，通过理论推导、软件仿真及实验验证，提出了三种改进解调算法，结果表明改进算法能够补偿 3×3 耦合器非对称性的影响，显著抑制系统非线性失真。本文的主要工作内容如下：

(1) 椭圆拟合算法(Ellipse Fitting Algorithm, EFA)中引入了附加的相移判断模块。EFA 在相位解调算法中具有较广泛的应用，主要用于消除非线性误差。然而，EFA 有一个固有的缺点，即当期望的相位信号较小时，无法正常工作。在 3×3 耦合器解调系统建立后，分光比和相位差保持稳定。引入的附加相移判断模块，解决了在刺激信号较小时 EFA 失效的问题。在刺激振幅为 30 mV 的情况下，附加相移判断模块的改进算法总谐波失真(Total Harmonic Distortion, THD)比不加判断模块降低了 1.28%。

(2) 提出了基于高斯牛顿迭代 (Gauss-Newton Iteration, GNI) 算法

的 EFA，并将其应用于 3×3 耦合器解调系统。GNI 算法通过泰勒级数展开来近似桑普森误差，并利用梯度和黑森矩阵的近似信息，提高解调精度和收敛速度。同时，结合附加的相移判断模块，改进后的算法具有较低的 THD，其值为 0.03%，系统动态范围高达 148.84dB@1 kHz。

(3) 提出了用于三路信号融合的 3×3 耦合器相位解调算法。该算法通过投影和三维重建技术构建三维模型，利用三维空间椭圆拟合算法(Three-dimensional Spatial Ellipse Fitting Algorithm, 3D-EFA)对信号进行解调。与基于最小二乘(Least Square, LS)法的 EFA 和 NPS(Naval Postgraduate School, NPS)算法相比，3D-EFA 的 THD 分别降低了 2.09%和 10.35%，响应线性度高达 99.999%。

关键词： 3×3 耦合器解调算法，椭圆拟合算法，判断模块，高斯牛顿迭代算法，三维空间椭圆拟合算法

RESEARCH ON OPTIMIZATION OF PASSIVE HOMODYNE PHASE DEMODULATION ALGORITHM BASED ON 3×3 COUPLER

ABSTRACT

Interferometric fiber optic sensors, with advantages of high sensitivity, large dynamic range, and strong resistance to electromagnetic interference, have many applications in the fields of perimeter security, pipeline monitoring, and hydroacoustic signal detection, etc. Their signal demodulation uses often the demodulation scheme based on the 3×3 coupler, phase generated carrier scheme, and synthesis of outlier methods, and so on. Among them, the demodulation scheme based on 3×3 coupler has been widely studied for its advantages of low cost, passive detection, high sensitivity and large dynamic range. However, the splitting ratio and phase difference asymmetry of the 3×3 coupler significantly reduces its demodulation performance. This paper carries out a study on this problem and proposes three enhanced demodulation algorithms through theoretical derivation, software simulation and experimental verification. The results show that the modified algorithms are able to compensate the effect of 3×3 coupler asymmetry and significantly suppress the system nonlinear distortion. The main work in this thesis is as follows:

(1) The additional phase-shift judgment module is introduced in the ellipse fitting algorithm (EFA). EFA has a wider application in phase demodulation algorithms and is mainly used to eliminate nonlinear errors. However, EFA has an inherent disadvantage of not working properly when the desired phase signal is small. The spectral ratio and phase difference remain stable after the 3×3 coupler demodulation system is established. The additional phase shift judgment module is introduced to solve the problem of EFA failure when the stimulus signal is small. With a stimulus amplitude of 30 mV, the modified algorithm total harmonic distortion (THD) with the additional phase-shift judgment module reduces the THD by 1.28% compared to that without the judgment module.

(2) The EFA based on Gauss-Newton iteration (GNI) algorithm is proposed and applied to the 3×3 coupler demodulation system. The GNI algorithm approximates the Sampson error by Taylor series expansion and utilizes the approximation information of the gradient and Hessian matrix. The demodulation accuracy and convergence speed are improved. Meanwhile, combined with the additional phase shift judgment module, the modified algorithm has a low THD with a value of 0.03% and a high system dynamic range of 148.84 dB@1 kHz.

(3) A 3×3 coupler phase demodulation algorithm for three-way signal fusion is proposed. The algorithm constructs a three-dimensional model by projection and three-dimensional reconstruction techniques, and

demodulates the signals using a three-dimensional spatial ellipse fitting algorithm (3D-EFA). Compared with the NPS (Naval Postgraduate School) algorithm and EFA based on the Least Square (LS) method, 3D-EFA reduces THD by 2.09% and 10.35%, respectively, and achieves a response linearity of 99.999%.

Pan Shumin (Control Science and Engineering)

Supervised by Ge Qiang

KEY WORDS: 3×3 coupler demodulation algorithm, ellipse fitting algorithm, judgment module, Gaussian Newton iterative algorithm, three-dimensional spatial ellipse fitting algorithm

目录

摘要	I
ABSTRACT	III
第 1 章 绪论	1
1.1 课题研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.3 论文主要研究内容与章节安排	4
第 2 章 干涉型光纤传感器及 3×3 耦合器解调原理	7
2.1 干涉型光纤传感器的基本原理	7
2.2 NRL 算法	8
2.2.1 NRL 解调算法基本原理	8
2.2.2 NRL 解调算法仿真分析	9
2.3 NPS 解调算法	12
2.3.1 NPS 解调算法基本原理	13
2.3.2 NPS 解调算法仿真分析	16
2.4 椭圆拟合算法	20
2.5 本章小结	22
第 3 章 基于附加相移判断和高斯牛顿迭代的 3×3 耦合器解调算法	23
3.1 附加相移判断模块的解调算法	23
3.1.1 算法原理分析	23
3.1.2 实验系统搭建	26
3.1.3 实验验证和结果	28
3.2 基于高斯牛顿迭代算法的 3×3 耦合器解调算法	34
3.2.1 算法原理分析	35
3.2.2 仿真分析	40
3.2.3 实验系统搭建	43
3.2.4 实验验证和结果	45
3.3 本章小结	49
第 4 章 基于三路信号融合的 3×3 耦合器解调算法	51

4.1 算法原理分析.....	51
4.2 实验系统搭建.....	55
4.2.1 三路初始信号及其拟合.....	56
4.2.2 耦合器参数的稳定性.....	58
4.3 实验验证.....	59
4.3.1 不同解调算法的解调结果.....	59
4.3.2 线性度和动态范围.....	60
4.3.3 数据对比分析.....	62
4.4 本章小结.....	64
第 5 章 总结与展望.....	65
5.1 全文总结.....	65
5.2 未来工作展望.....	66
攻读硕士学位期间取得的学术成果	67
参考文献	68
致谢	75

第 1 章 绪论

1.1 课题研究背景及意义

随着物联网和人工智能技术的快速发展，传感器的应用将进一步扩大，它们广泛应用于工业自动化、汽车电子和医疗设备等领域。在众多传感器类型中，光纤传感器以其成本低、灵敏度高、抗电磁干扰和易于复用等优点，成为研究最为活跃的领域之一。随着技术的发展，干涉型光纤传感器已在多个领域获得广泛应用，涵盖工业监测、地质结构监测、医疗等各个领域^[1-3]。干涉型光纤传感器的性能高度依赖于相位检测方法的精度和稳定性。常见的相位检测方法可分为外差检测^[4-6]和零差检测。而零差检测具体又可分为无源零差检测、有源零差检测^[7]等。其中，基于 3×3 耦合器解调算法^[8-10]属于无源零差法，相位生成载波(Phase Generated Carrier, PGC)^[11-14]解调算法属于有源零差法。采用的解调方案直接影响信息系统的性能，为了达到传感系统的最佳精度，在过去的十年中，人们在解调方案的改进上花费了大量的研究精力。

3×3 耦合器的结构在降低解调复杂度和系统采样率要求方面具有显著优势^[15]。采用 3×3 光纤耦合器的相位解调方案具有灵敏度高、无源检测、不需要相位或频率调制、成本低等优点，已广泛应用于相位敏感光时域反射计^[16-18]、光纤布拉格光栅或光纤干涉传感器的解调^[19-21]以及传感器复用^[22-24]等领域。许多研究人员进行了分析和算法优化，并结合实验验证，取得了显著的研究成果^[25]。传统的基于 3×3 耦合器的光纤干涉仪解调方案有两种：第一种方案由美国海军研究实验室^[26](Naval Research Laboratory, NRL)于 1982 年提出，该方案利用 3×3 耦合器的三个输出中的两个，通过其和差关系提取正交信号，然后采用微分交叉相乘(Differential Cross Multiplication, DCM)方法解调得到相移信号。第二种方案由美国海军研究生院^[27](Naval Postgraduate School, NPS)于 1991 年提出。该算法对称地使用 3×3 耦合器的所有输出，从中提取所需的相移信号。然而，无论使用哪种方法，都必须确保 3×3 耦合器的三路信号通道在理想状态下是对称的。这种对称性要求信号之间的直流和交流系数相等，且相位差为 120° ^[28]。如果 3×3 耦合器不对称的，就会导致一个严重的问题：解调器可能会失效。在实际应用中， 3×3 耦合器很难实现严格对称，这种不对称性会严重影响解调性

能。此外，检测器系统中的增益不均衡，插入损耗以及零偏移误差也会引起解调信号的失真。为提升解调算法的性能，需对这些影响因素展开深入研究，并实时消除其带来的影响。

1.2 国内外研究现状

近年来，国内外学者一直致力于改进基于 3×3 耦合器的解调方案。早在 1982 年，koo 等人^[26]就根据 Sheem^[29]提出的 3×3 耦合器输出表达式，提出了一种无源稳定方案。与传统的有源零差系统不同，该方案无需将信号反馈至干涉仪中的有源元件，从而避免了因相位跟踪器复位而导致的问题。传统的基于 3×3 耦合器的光纤干涉仪解调方案主要有两种：第一种是 NRL 算法，利用 3×3 耦合器的三个输出中的两个，从它们的和和差中获取正交信号，然后用微分交叉相乘法解调出待测相移信号。第二种是 NPS 算法，它对称地使用所有三个输出，以提取所需的相移信号^[27]。NRL 方案虽然简单，但它需要一个对称的 3×3 耦合器和直流偏置。在处理电子器件时，该算法通过消除两个输入的直流分量之和来实现解调，但当干涉仪中的光功率发生变化时，直流分量无法完全消除。相比之下，NPS 方案通过减去三个输出的平均值来消除信号的直流分量，同时还能补偿干涉仪中偏振态变化引起的信号衰落。这两种方案均对 3×3 耦合器的对称性有较高的要求。

为了克服传统解调方案的局限性，研究人员提出了多种改进的解调算法。1997 年，Zhao 等人^[30]通过引入改进的直流元件去除电路和自动增益控制，提出了适用于非对称 3×3 耦合器的改进 NPS 方案。2019 年，宋美杰等人^[31]将 3×3 耦合器解调算法与 PGC 解调算法相结合，通过引入较大的相位调制信号，有效消除了 3×3 耦合器非对称带来的影响。2020 年，中国船舶重工集团公司第 705 研究所代欣学等人^[32]借鉴 Todd M D^[33]提出的反正切法，将其引入 3×3 耦合器解调算法中，解决了因相位差特性偏差导致的解调失真问题。2021 年，基于构建的光纤迈克尔逊干涉仪系统，Zhong 等人^[34]提出了一种将 NRL 算法与双径差分交叉乘法算法相结合的方法，应用于基于 3×3 耦合器的相敏光学时域反射计系统中。该方法有效解决了极化衰落引起的信号解调失真问题，提高了解调系统的稳定性、精度以及对噪声的抗干扰能力。同年，Ma 等人^[35]对系统进行了改良，利用双激光马赫曾德尔干涉仪计算相位差信号之间的互相关，成功消除了不对

称信号对定位精度的影响。2023 年, 上海电力大学孔明阳等人^[36]搭建了光纤振动传感系统, 在 NPS 算法的基础上提出了反演微分交叉相乘算法, 根据已知的两路输出信号反演第三路信号, 实现稳定且精准的解调。

多年来, 许多研究者在信号解调领域不断探索和创新, 其中, 卡尔曼滤波和椭圆拟合算法是两种被广泛应用且备受关注的方案。2021 年, Zhang 等人^[37]提出了一种增强方法: 将 3×3 耦合器与扩展卡尔曼滤波器集成, 实时抑制了 3×3 耦合器和光电探测器(Photodetector, PD)非理想状态产生的谐波失真。然而, 该方法复杂度较高, 需要额外的硬件开销, 引入了更多的 PDs, 对硬件的要求也更为严格。2008 年, Liu 等人^[38]采用椭圆拟合算法 (Ellipse Fitting Algorithm, EFA)对任意两个信道的输出信号进行校正, 求解交流和直流项系数, 进而确定相位差, 从而降低了对 3×3 耦合器和探测器的理想化依赖。椭圆拟合算法在 3×3 耦合器解调方案中起着关键作用, 能够有效消除解调系统的非线性失真^[39], 并减少对理想 3×3 耦合器和光电探测器的依赖。2019 年, 第七一五研究所的高晓文等人^[40]通过对 3×3 耦合器三路信号中两两组合进行椭圆拟合, 得到了各项直流系数和干涉系数, 并进行归一化处理。这一过程减轻了 3×3 耦合器分光比不对称导致的信号畸变, 降低了对耦合器对称性的要求。2023 年, 中国计量大学张硕等人^[41]为了解决 3×3 耦合器幅相非对称的问题, 对 EFA 求出的直流偏置、交流幅值和相位参数进行去直流、归一化、相位修正处理, 实现对光纤水听器输出信号的精准解调。同年, Fang 等人^[42]对椭圆拟合相位解调技术进行改进, 对干涉信号的相干光和条纹对比度进行校正, 在算法中去除干涉信号, 显著降低了光源强度噪声。2024 年, Liu 等人^[43]采用 EFA 对 3×3 耦合器的两个干涉信号进行顺序拟合, 采用 ATAN(Arctangent)算法得到三个含噪信号, 并对其进行平均, 有效消除了由相对强度噪声引起的解调相位噪声。同年, Zhong 等人^[44]通过三路信号的任意两路进行椭圆拟合, 求解拟合椭圆与 3×3 耦合器实际输出之间的距离, 求出最小值以确定耦合器的输出通道, 从而获得更优的解调结果。

EFA^[45-47]和正交分量校正^[48]是补偿对称器件非线性失真的有效方法。然而, 当待测相位接近极小值或接近零时, 椭圆拟合往往无法正确执行, 或者椭圆拟合得出的结果不够精确^[49,50]。研究表明, EFA 仅在数据至少形成 $1/4$ 椭圆时

才能正常工作^[51]。通过将坐标系旋转 45° ，李萨如图形可转换为标准椭圆^[52,53]。进一步引入梯度下降算法，这一过程将一般椭圆的五个未知参数减少到三个，从而降低拟合小弧段时出现误差的可能性。2020 年，Zhang 等人^[54]提出了一种消除调频诱导辅助调幅对 3×3 耦合器非对称参数标定影响的方法。该方法通过将三个干涉信号除以激光强度来实现非对称参数的校正。为了高效测量小相位信号，Shi 等人^[51]结合 3×3 耦合器和 EFA 提出了一种相移解调技术。为了减少 EFA 在小信号情况下的拟合误差，他们引入了额外的相位调制，并在每个时刻计算椭圆参数。此外，通过对 3×3 耦合器解调系统中的 EFA 进行优化，降低了系统的局部噪声，并通过减少拟合模型中未知参数的数量来约束李萨如图形。2023 年，Wu 等人^[55]在光源稳定性及耦合器性能优化方面取得进展，开发了一套自校准系统，并在参考干涉仪中引入辅助相位调制机制，成功拓展了椭圆拟合方法在小信号测量中的应用范围。然而，改进后的算法需要引入额外的相位调制，这可能会增加系统的复杂性和成本。上述 EFA 均基于传统的最小二乘 (Least Square, LS) 法。为了提高椭圆校正的精度，可以对 EFA 进行优化^[56]。2023 年，Zhang 等人提出了超最小二乘椭圆拟合算法^[57]和基于椭圆的 Taubin 最小二乘拟合算法^[57]。相较于传统的基于 LS 的椭圆拟合算法，这些方法显著提高了椭圆拟合精度，能够有效消除非线性误差，实现高精度解调。2024 年，Jiang 等人^[58]提出了重整化椭圆拟合算法高鲁棒性算法(Renormalization Ellipse Fitting Algorithm, R-EFA)，通过对 EFA 进行迭代重权和重整化，弥补了基于 LS 的 EFA 存在较大偏差的缺陷。同年，Gu 等人^[59]提出了迭代重权椭圆特定拟合 (Iteratively Reweighted Ellipse Specific Fitting, IRESF) 算法。该算法将迭代重权技术与椭圆拟合算法相结合，降低了高噪声点的权重，具有较高的鲁棒性和精度，克服了 3×3 耦合器的不对称性影响系统性能的缺点。尽管已有多种针对相位解调算法中椭圆拟合的优化算法相继涌现，但 3×3 耦合器不对称性对系统性能的负面影响依然是一个亟待攻克的难题。在此背景下，引入更高精度的椭圆拟合方法，为 3×3 耦合器解调算法中的椭圆拟合技术提供全新的思路，有望有效解决耦合器不对称性问题，进一步提升系统性能。

1.3 论文主要研究内容与章节安排

本文围绕基于 3×3 耦合器的无源零差相位解调技术展开研究。全文共分为

五个章节，具体安排如下：

第 1 章 绪论。首先，对干涉型光纤传感器的基本原理、技术特点及其在传感领域的独特优势进行了系统性概述。接着，介绍了基于 3×3 耦合器的相位解调算法的发展背景及技术演进过程，详细探讨了国内外学者在该领域的研究现状。最后，明确了本文的核心研究内容，即基于 3×3 耦合器的无源零差相位解调技术，并简要阐述了各章节的研究框架与主要内容，为后续章节的展开奠定基础。

第 2 章 干涉型光纤传感器及 3×3 耦合器解调原理。首先分析了干涉型光纤传感器的基本组成和工作原理，并详细阐述了传统的 3×3 耦合器解调算法，包括 NRL 和 NPS 解调算法的基本原理。此外，围绕 3×3 耦合器的对称性问题，通过原理推导和仿真设计验证解调结果。最后，对基于最小二乘法的椭圆拟合算法进行了详细探究。

第 3 章 基于附加相移判断和高斯牛顿迭代的 3×3 耦合器解调算法。提出基于高斯牛顿迭代 (Gauss-Newton Iteration, GNI) 算法的椭圆拟合算法，并附加了相移判断模块。首先，当 3×3 耦合器系统建立后，光强和参数均保持固定。由于椭圆校正参数具有临时稳定性，因此引入了相移判断模块。解决了刺激信号较小时，有效解决了在刺激信号较小时 EFA 失效的问题，并通过实验对该方案进行了有效验证。其次，GNI 算法使用泰勒级数展开来近似桑普森误差，能够校正解调信号的非线性失真。通过仿真分析和实验验证，将基于高斯牛顿迭代算法的椭圆拟合算法与 NRL 算法和基于最小二乘法的椭圆拟合算法进行对比。

第 4 章 基于三路信号融合的 3×3 耦合器解调算法。提出了一种用于三路信号融合的 3×3 耦合器相位解调算法，即三维空间椭圆拟合算法 (Three-Dimensional Spatial Ellipse Fitting Algorithm, 3D-EFA)。该算法借助投影和三维重建技术，构建出新颖的三维模型进行分析，通过对三路信号几何形状的深入理解来获取耦合器参数。利用 3×3 耦合器参数的短期稳定性，有效解决了在小相移信号下 3D-EFA 失效的问题。此外，设计了对比实验，比较 3D-EFA 与 NPS 算法以及基于 LS 的 EFA 的性能差异，并对解调结果进行了定量与定性分析。

第 5 章 总结与展望。对已完成的研究工作进行了全面总结，结合具体的数值分析和实验结果，系统评估了基于 3×3 耦合器的无源零差相位解调技术的性

能。基于研究中存在的局限性，提出了下一步的研究计划。

第 2 章 干涉型光纤传感器及 3×3 耦合器解调原理

干涉型光纤传感器因其具有抗电磁干扰能力强、成本低、易复用等优点，在光纤传感器技术中得到了广泛应用。其光路结构能够将光纤中的相位变化转换为光强变化，提升了在信号检测中的性能。为了实现更高的解调精度和更大的动态范围，通常会采用相位解调技术。其中，基于 3×3 耦合器的解调技术作为一种无源零差相位解调方法，具有卓越的性能，能够提供宽动态范围、良好的线性度和高灵敏度，同时易于实现全光纤化设计。本章简要介绍了干涉型光纤传感器的基本原理，重点分析了两种传统的基于 3×3 耦合器的相位解调技术，推导了 NRL 算法和 NPS 算法的输出理论公式，探究了光信号中的直流分量、交流分量、相位差及频率对解调结果的影响规律。此外，还推导了基于最小二乘法的椭圆拟合算法。

2.1 干涉型光纤传感器的基本原理

根据光纤传感机理，光纤传感器主要分为：基于光纤光栅的光纤传感系统、相位调制型光纤传感系统以及散射型光纤传感系统^[60]。其中，相位调制型光纤传感系统主要包括四种类型，利用分光机理不同，被分为：光纤法布里珀罗干涉仪 (Fiber Fabry Perot Interferometer, FFPI)^[61]、光纤马赫·曾德尔干涉仪 (Fiber Mach Zehnder Interferometer, FMZI)^[62,63]、光纤迈克尔逊干涉仪 (Fiber Michelson Interferometer, FMI)^[64,65]、光纤萨格纳克干涉仪 (Fiber Sagnac Interferometer, FSI)^[66,67]。

在相位调制型光纤传感系统中，当光纤受到环境中的应力、应变、温度变化等干扰作用时，两个参数光纤长度 L 和纤芯折射率 n 随着物理量的变化而变化，从而引起相位 φ 的变化，相位公式可以表示为：

$$\varphi = \frac{2\pi nL}{\lambda} \quad (2-1)$$

在四个常用的干涉型光纤传感器中，FMI 传感器因其仅需一个光纤耦合器，具有结构简单、成本低、易于小型化等优点，目前已广泛应用于工业、医疗及航空航天等领域。本文将基于 FMI 的传感器搭建实验平台，进而开展解调算法的相关研究。

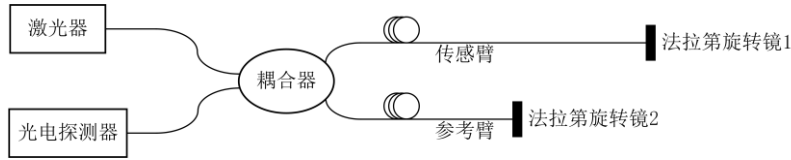


图 2-1 FMI 的结构图

Fig. 2-1 The structural diagram of FMI

FMI 的结构如图 2-1 所示，主要包括激光器、一个 PD、一个 2×2 耦合器和两个法拉第旋转镜(Faraday Rotating Mirror, FRM)。激光器发出的光经过耦合器后，被均等地分为两束光，分别沿着传感臂和参考臂传输。从两个 FRM 反射回来的光束在光纤耦合器中重新组合，形成 FMI。从耦合器的出射端口发出的光束直接被 PD 探测，并转化为光强信号。FRM 在经典光学和量子光学中广泛应用，其核心作用是通过将光信号沿同一光纤路径反射回来，自动消除由光纤双折射引起的偏振波动，从而实现偏振旋转的自抵消功能。

2.2 NRL 算法

20 世纪 80 年代，美国华盛顿海军研究实验室成功提出了输出稳定的无源方案，该方案信号动态范围较大，可检测极小的相移。NRL 算法的运算过程较为简洁，仅需使用两个 PDs，且无环形器，从而有效降低了系统的硬件成本。本节对 NRL 算法的原理进行详细说明，并分析 3×3 耦合器参数对解调结果的影响。

2.2.1 NRL 解调算法基本原理

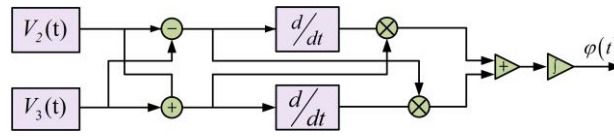


图 2-2 NRL 解调算法原理框图

Fig. 2-2 Principle block diagram of NRL demodulation algorithm

NRL 算法流程图如图 2-2 所示。光信号经过光电探测器后， 3×3 耦合器的三个输出端口的干涉信号如下所示：

$$\begin{cases} V_1 = A[1 + n_i(t)]\{1 + \nu \cos[\varphi(t)]\} \\ V_2 = A[1 + n_i(t)]\{1 + \nu \cos[\varphi(t) + \theta]\} \\ V_3 = A[1 + n_i(t)]\{1 + \nu \cos[\varphi(t) - \theta]\} \end{cases} \quad (2-2)$$

其中, V_1 、 V_2 和 V_3 分别表示三路输出信号的电压值。 A 为直流偏置电压, $n_i(t)$ 表示相对强度噪声, ν 为条纹可见度, $\varphi(t)$ 为原始振动信号引起的相位变化, θ 是由 3×3 耦合器引起的相位差。此处, 设 ν 为 1, θ 为 $2\pi/3$ 。通过对式(2-2)进行化简, 可以得到:

$$\begin{cases} V_1 = -B_2(1 + \cos \varphi(t)) \\ V_{2,3} = B_1 + B_2 \cos \varphi(t) \pm B_3 \sin \varphi(t) \end{cases} \quad (2-3)$$

其中, $B_1 = A[1 + n_i(t)]$, $B_2 = -\frac{1}{2}B_1$, $B_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2}B_1$, B_i 的值取决于光纤耦合器的耦合系数。为了产生所需的 $\pi/2$ rad 相位差, 将 V_2 和 V_3 分别进行相加和相减, 得到 M 和 N :

$$\begin{cases} M = V_2 + V_3 = 2(B_1 + B_2 \cos \varphi(t)) \\ N = V_2 - V_3 = 2B_3 \sin \varphi(t) \end{cases} \quad (2-4)$$

分别对 M 和 N 进行微分, 分别得到 $\dot{M}$ 和 $\dot{N}$:

$$\begin{cases} \dot{M} = -B_2 \sin \varphi(t) \\ \dot{N} = 2B_3 \cos \varphi(t) \end{cases} \quad (2-5)$$

通过微分交叉相乘后进行相减运算, 可获得如下结果:

$$D = M\dot{N} - N\dot{M} = 4B_1B_3\dot{\varphi}(t)\cos \varphi(t) + 4B_2B_3\dot{\varphi}(t) \quad (2-6)$$

对 D 进行积分运算后, 可得:

$$E = \int Ddt = 4B_1B_3 \sin \varphi(t) + 4B_2B_3\varphi(t) \quad (2-7)$$

B_1 是 M 和 N 的直流输出, 通过在电子器件中引入偏移量, B_1 可以设置为 0。此时, D 和 E 可以改写为以下形式:

$$D = 4B_2B_3\dot{\varphi}(t) \quad (2-8)$$

$$E = \int Ddt = 4B_2B_3\varphi(t) \quad (2-9)$$

最终, 通过计算得到的待测信号 E , 其幅值与干涉仪的相移量呈正比关系。

2.2.2 NRL 解调算法仿真分析

基于 LabVIEW 平台搭建了上述解调算法的仿真系统, 用于研究频率对解调

结果的影响。在仿真实验中，设定干涉仪中两路输入信号 V_2 和 V_3 的参数如下：直流量 $B_1 = 0$ ，交流量幅值为 0.8 V ，相位差固定为 $2\pi/3 \text{ rad}$ 。施加幅值为 1 V 的正弦信号，并分别在 1 kHz 、 5 kHz 和 10 kHz 三个特征频率点进行测试。通过 NRL 算法成功提取到所需的相移信号，不同频率条件下的时域波形及其对应的频谱图如图 2-3 所示。如图 2-3(a)、(c)和(e)所示，随着信号频率从 1 kHz 提升至 10 kHz ，波形周期呈现显著的缩短趋势。频谱分析结果显示，在 1 kHz 、 5 kHz 和 10 kHz 处均观测到明显的频谱峰值。这些峰值对应于信号的基频分量，证实了信号能量主要集中于基频。

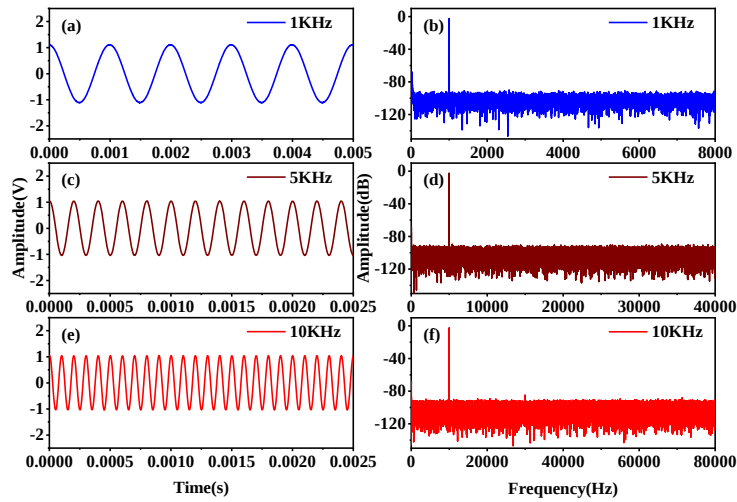


图 2-3 NRL 算法在不同频率下的解调结果

Fig. 2-3 Results of NRL algorithm demodulation at different frequencies

针对非零直流偏置 ($B_1 \neq 0$) 的情况，即公式(2-7)所描述的普遍情形，进行了系统的参数分析。实验采用信号频率为 1 kHz 的正弦信号作为待测小信号，设定干涉仪信号的直流分量 $B_1 = 1 \text{ V}$ ，交流分量幅值为 0.8 V ，两臂相位差保持 $2\pi/3 \text{ rad}$ 不变。分别设置输入信号幅值为 0.2 V 、 0.4 V 、 0.6 V 、 0.8 V 和 1 V 五个不同值，图 2-4 展示了不同电压幅值条件下，正弦波信号的时域波形图和相应的频域图。观察图 2-4(a)、(c)、(e)、(g)和(i)，可以发现所有波形均出现了不同程度的失真现象。随着输入电压幅值从 0.2 V 递增至 1 V ，信号谐波分量显著增强，且非线性失真程度与输入电压幅值呈正相关。结果表明，在 B_1 不为零的条件下，解调过程将引入非线性误差，从而影响解调结果的准确性。

为确保解调过程的准确性，依据式(2-9)的理论要求，将干涉仪信号参数优化为：直流量 $B_1 = 0 \text{ V}$ ，交流分量幅值为 0.8 V ，相位差精准控制在 $2\pi/3 \text{ rad}$ 处。

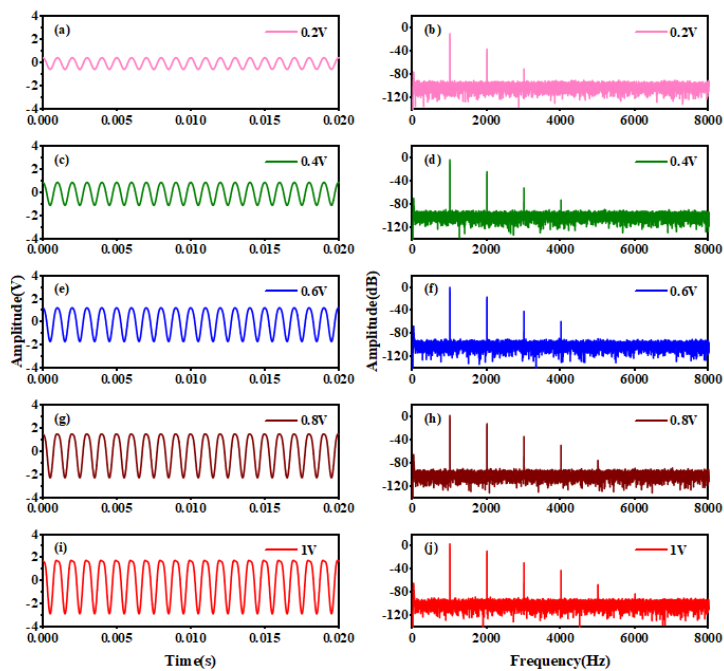


图 2-4 不同振幅和非零直流分量下 NRL 算法解调的时域和频域图

Fig. 2-4 Time and frequency domain plots of NRL algorithm demodulation for different amplitudes and non-zero DC components

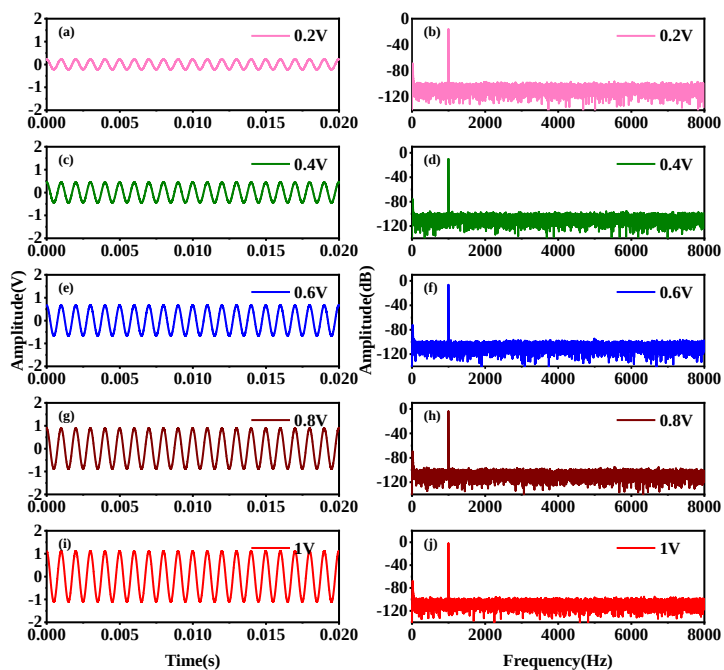


图 2-5 直流量为零时，不同幅值下，NRL 算法解调的时域图和频域图

Fig. 2-5 Time and frequency domain plots of the demodulation of the NRL algorithm with different amplitudes when the direct flow rate is zero

在不同输入幅值条件下，NRL 算法的解调结果如图 2-5 所示。与图 2-4 的结

果相比,表明在满足 $B_1 = 0 \text{ V}$ 的特定条件下, NRL 算法能够有效地执行解调过程,并减少非线性误差的影响。

在应用 NRL 算法进行解调时,为满足特定解调需求,可将两路输入信号的交流分量设置为非对称值,分别为 0.8 V 和 1.5 V ,设定直流分量 $B_1 = 0 \text{ V}$,相位差保持在 $2\pi/3 \text{ rad}$ 。在此基础上,施加频率为 1 kHz 的正弦信号作为刺激信号,输入幅值依次设置为 0.2 V 、 0.4 V 、 0.6 V 、 0.8 V 和 1 V ,解调结果如图 2-6 所示。解调信号在时域中呈现理想的正弦波形,且随着输入电压幅值的增加,解调信号的振幅呈线性增长,周期和波形形状保持不变,表明解调过程准确且具有良好的线性特性。解调信号的频谱中未出现明显的高次谐波,信号质量好。

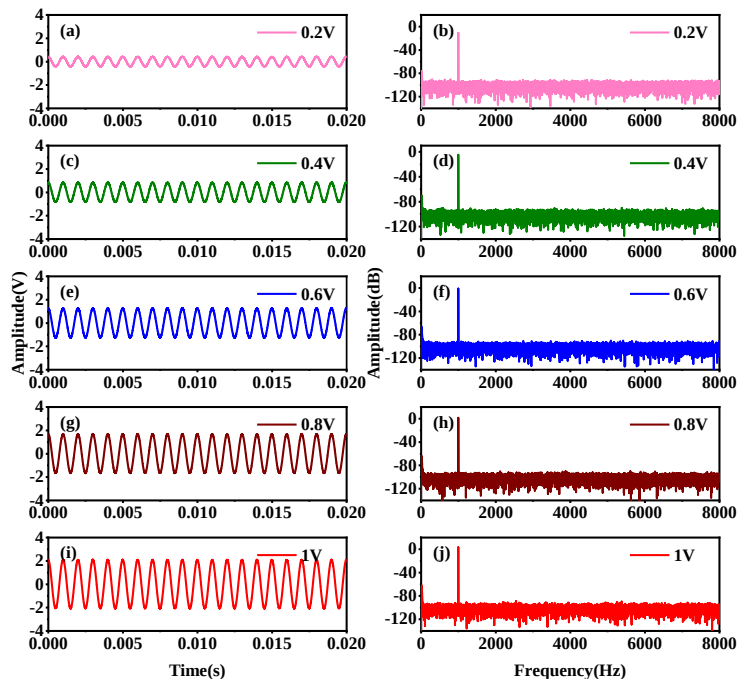


图 2-6 信号交流分量不相等时,不同输入幅值下 NRL 算法的解调结果

Fig. 2-6 Demodulation results of NRL algorithm under different input amplitudes with unequal AC components

2.3 NPS 解调算法

在 DCM 的研究领域,美国海军研究实验室开发了一种基于双信号解调的 NRL 算法。此后,美国海军研究生院对 NRL 算法进行了改进,继续沿用 DCM

方法，发展出基于三路对称信号解调的 NPS 算法。尽管 NPS 算法需要 3 个 PDs 来实现硬件搭建，但其具有稳定性高。本节详细介绍了 NPS 算法的基本原理，并深入探讨了在对称 3×3 耦合器以及非对称 3×3 耦合器条件下的解调性能。

在仿真过程中，设定待解调信号为频率 1 kHz、幅度 1 V 的正弦波信号。两路信号的直流分量为 0 V，交流分量幅值分别设置为 0.8 V 和 1.5 V，且相位差为 $2\pi/3$ rad。图 2-7 中展示了待解调的干涉信号、高通滤波前的解调输出信号以及高通滤波后的解调信号。通过高通滤波器，有效滤除了低频噪声和干扰，信号的幅度和频率特性更加接近于原始的待解调信号，从而实现了干涉信号的准确解调。经过高通滤波后，解调信号更加纯净，且更接近原始信号。

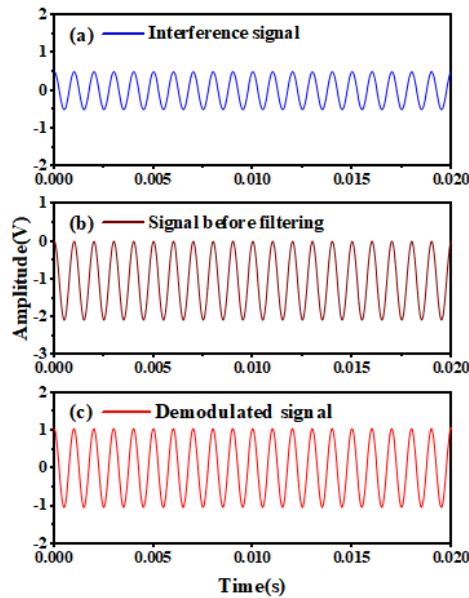


图 2-7 信号处理过程

Fig. 2-7 Signal processing process

2.3.1 NPS 解调算法基本原理

NPS 算法的解调原理框图如图 2-8 所示，其显著特征是利用三路信号输出来实现解调，这与 NRL 算法存在本质区别。该设计充分考虑了三个干涉信号之间的整体关系。在 NPS 算法中，采用了对称 3×3 耦合器，具有两个关键特性： 3×3 耦合器的相邻输出端口之间存在精确的 120° 相位差，同时确保了三路输出信号的直流分量和交流分量保持严格一致。PD 接收到的来自 3×3 耦合器三个输出端口的光强信号形式如下所示：

$$\begin{cases} I_1 = A + B \cos \varphi(t) \\ I_2 = A + B \cos [\varphi(t) - 2\pi/3] \\ I_3 = A + B \cos [\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-10)$$

其中, A 为直流分量, B 为交变项幅值, $\varphi(t)$ 为原始振动信号引起的相位变化。

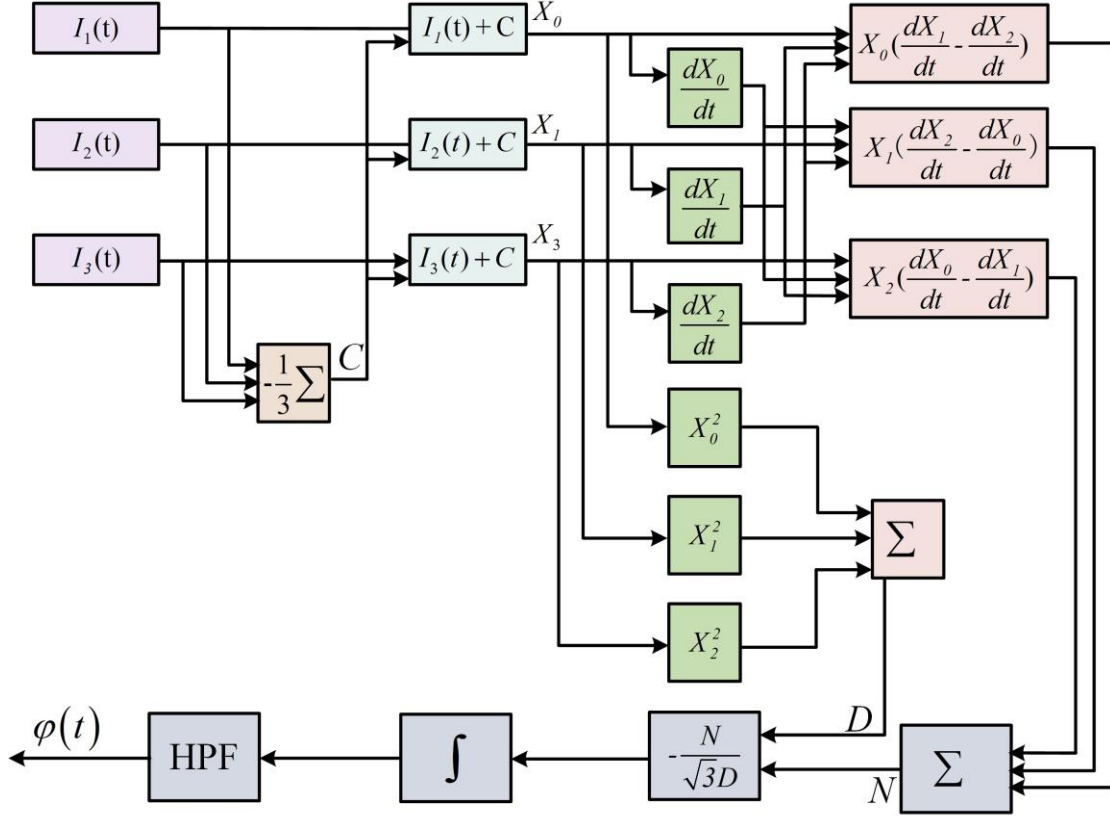


图 2-8 NPS 解调原理框图

Fig. 2-8 NPS demodulation schematic block diagram

在解调处理方案中, 将三路输出信号 I_1 、 I_2 和 I_3 进行求和运算, 然后将求和结果乘以 $1/3$ 的比例系数, 从而得到第一个加法器的输出 C 。具体数学表达式为:

$$C = -\frac{1}{3} \sum (I_1 + I_2 + I_3) = A \quad (2-11)$$

通过从每路信号中减去直流分量 C , 提取出交流分量, 分别得到去除了直流偏置的干涉条纹信号 X_0 、 X_1 和 X_2 :

$$\begin{cases} X_0 = B \cos \varphi(t) \\ X_1 = B \cos [\varphi(t) - 2\pi/3] \\ X_2 = B \cos [\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-12)$$

将 X_0 、 X_1 和 X_2 分别输入三个独立的微分器，得到相应的微分信号：

$$\begin{cases} \frac{dX_0}{dt} = -B \sin \varphi(t) \\ \frac{dX_1}{dt} = -B \sin[\varphi(t) - 2\pi/3] \\ \frac{dX_2}{dt} = -B \sin[\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-13)$$

将每一路微分信号与另外两路微分信号的差值进行乘积运算，得到交叉相乘结果：

$$\begin{cases} X_0 \left(\frac{dX_1}{dt} - \frac{dX_2}{dt} \right) = \sqrt{3} B^2 \dot{\varphi}(t) \cos^2 \varphi(t) \\ X_1 \left(\frac{dX_2}{dt} - \frac{dX_0}{dt} \right) = \sqrt{3} B^2 \dot{\varphi}(t) \cos^2 [\varphi(t) - 2\pi/3] \\ X_2 \left(\frac{dX_0}{dt} - \frac{dX_1}{dt} \right) = \sqrt{3} B^2 \dot{\varphi}(t) \cos^2 [\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-14)$$

将三个交叉相乘结果进行求和运算，得到输出信号 N ，其过程可表示为：

$$N = X_0 \left(\frac{dX_1}{dt} - \frac{dX_2}{dt} \right) + X_1 \left(\frac{dX_2}{dt} - \frac{dX_0}{dt} \right) + X_2 \left(\frac{dX_0}{dt} - \frac{dX_1}{dt} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} B^2 \dot{\varphi}(t) \quad (2-15)$$

为了消除信号中直流偏置 B 带来的影响，通过计算 X_0 、 X_1 和 X_2 的平方和，得到归一化因子 D ：

$$D = X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 = \frac{3}{2} B^2 \quad (2-16)$$

通过将信号 N 除以 D ，成功消除 B 的影响，得到：

$$\frac{N}{D} = \dot{\varphi}(t) \quad (2-17)$$

经过积分器后，输出为：

$$I = \varphi(t) \quad (2-18)$$

最后，对不需要的低频信号进行高通滤波(high-pass filter, HPF)，即可得到目标待测信号 $\varphi(t)$ 。

然而，在实际相位解调过程中，由于光路损耗以及 3×3 耦合器偏振态的特性的干扰^[68]，干涉光条纹的可见度会发生波动，致使 3×3 耦合器三路输出的直流量和交流量不相等。在这种情况下， 3×3 耦合器的三个输出端口的光强可表示为：

$$\begin{cases} I_1 = A_1 + B_1 \cos \varphi(t) \\ I_2 = A_2 + B_2 \cos[\varphi(t) - 2\pi/3 + \Delta\varphi_1] \\ I_3 = A_3 + B_3 \cos[\varphi(t) + 2\pi/3 + \Delta\varphi_2] \end{cases} \quad (2-19)$$

其中, A_1 、 A_2 和 A_3 为直流分量, B_1 、 B_2 和 B_3 为交变项幅值, $\varphi(t)$ 为待测信号, $\Delta\varphi_1$ 是第二路信号 I_2 相对于理想相位偏移 $2\pi/3$ rad 的额外相位偏移, $\Delta\varphi_2$ 是第二路信号 I_3 相对于理想相位偏移 $-2\pi/3$ rad 的额外相位偏移。这些相位偏移量需要在信号处理过程中进行补偿, 以保证解调结果的准确性。

在分析图 2-8 中所示的 NPS 算法流程框图时, 可以观察到该流程图的设计前提是处理对称信号。然而, 根据式(2-19)的描述, 实际输入信号呈现出明显的非对称特性, 具体表现为幅值和相位的非一致性。这种信号的非对称性与流程图要求的对称性条件存在显著差异, 可能导致输出端口的对称关系被破坏, 进而影响解调过程的性能。

2.3.2 NPS 解调算法仿真分析

(1) 幅相对称条件下解调信号对比

下面利用 LabVIEW 软件构建一个基于 3×3 光纤耦合器的 NPS 解调算法模型, 并对该算法的解调性能进行验证。在仿真模拟中, 待测信号被设定为一个频率为 1 kHz、幅值为 2 V 的正弦波。三路信号的直流量 A 设置为 1 V, 交流量 B 设置为 0.8 V, 两臂间的相位差设置为 120° , 数据采集系统采用的采样率为 500 kS/s。同时, 为模拟实际工作环境中的噪声影响, 引入高斯白噪声, 其中 σ 为加入 $\varphi(t)$ 的高斯噪声的标准差, 作为模型中的一个参数进行调整, 用于评估系统的抗噪性能。

σ 设置为 0.001 时, 仿真结果如图 2-9 所示, 解调输出波形信号与待测信号波形具有高度一致性。由于模型中引入了高通滤波器, 所以两者之间存在一个固定的相位偏移。实验结果表明: 输入信号的信号振幅为 2 V, 经过 NPS 算法解调后的信号幅值为 1.99854 V, 绝对误差为 0.00146 V, 可计算得出, 相对误差仅为 0.07%, 误差较小。解调后的信号幅度略有下降, 这意味着在解调过程中去除了一部分干扰成分解调, 解调结果无失真, 保持了信号的完整性, 原始信号得到有效恢复。

如图 2-10 所示, 基于式(2-10)中描述的三路信号, 通过任意两路进行组合绘

制，可以生成李萨如图形。由于这三路信号具有严格的对称特性，其波形和相位关系均表现出对称性。这种对称性直观地反映在李萨如图形上，表现为三个形状和大小完全相同的椭圆，且这些椭圆在空间上呈现 120° 的对称分布。

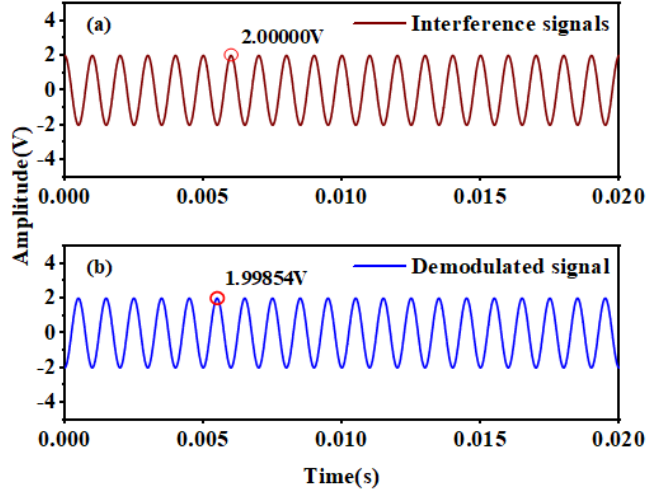


图 2-9 输出信号和待测信号的解调结果

Fig. 2-9 Demodulation results of output signal and measured signal

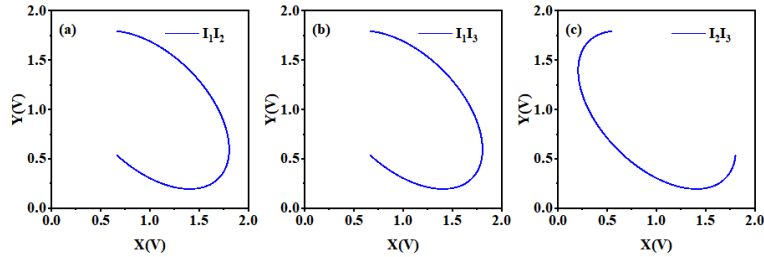


图 2-10 任意两路信号形成的李萨如图

Fig. 2-10 Lissajous figures formed by any two signals

图 2-11 展示了在不同标准差 σ 条件下，解调信号的时域波形及其对应的频谱图。图 2-11(a)和(b)、(c)和(d)、(e)和(f)分别对应标准差 σ 为 0.001、0.005 和 0.01 的情况。当高斯噪声的标准差 σ 设置为 0.001 时，经过 NPS 算法处理的信号振幅为 0.99918 V，与理论值相比，振幅的偏差量为 0.00082 V，计算得出的相对误差为 0.082%。当高斯噪声的标准差 σ 设置为 0.005 时，经过 NPS 算法处理的信号振幅为 1.00809 V，与理论值相比，振幅的偏差量为 0.00146 V，计算出，相对误差为 0.809%。当高斯噪声的标准差 σ 进一步增加到 0.01 时，经过 NPS 算法处理的信号振幅为 1.00988 V，与理论值相比，振幅的偏差量为 0.00146 V，计算出，相对误差为 0.988%。这些结果表明，NPS 算法在不同噪声条件下

具有良好的鲁棒性。尽管随着标准差的增加，时域波形的失真程度变得更加显著。虽然解调精度随噪声增加而降低，但仍保持了较高的准确性。在频谱图方面，可以观察到，不同标准差 σ 条件下，频谱图的底噪水平分别为：当 σ 为 0.001 时，底噪水平为 -117 dB；当 σ 为 0.005 时，底噪水平为 -102 dB；当 σ 为 0.01 时，底噪水平为 -95 dB。底噪水平随着标准差的增加而逐步升高，直观地反映了高斯噪声对解调信号质量的显著影响，进一步验证了噪声强度与信号质量之间的负相关关系。

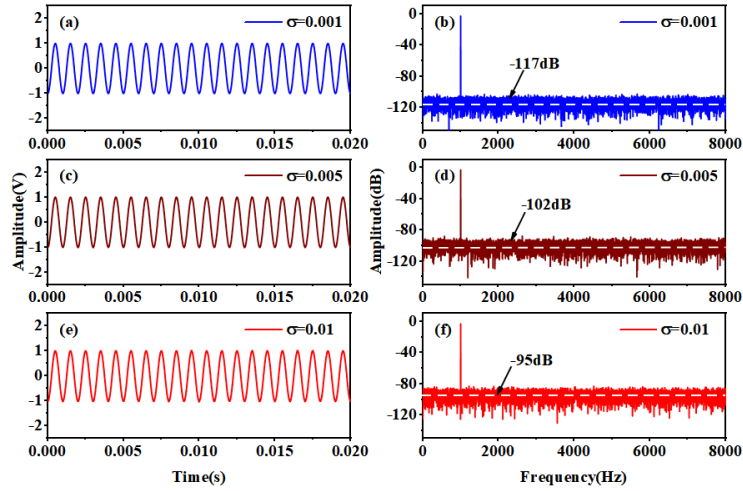


图 2-11 不同高斯噪声条件下，NPS 算法解调结果

Fig. 2-11 Demodulation results of NPS algorithm under different Gaussian noise conditions

(2) 幅相非对称条件下解调信号对比

为了验证幅值非对称对解调结果的影响，基于 LabVIEW 平台搭建了相应的仿真模型。三个输出端口的信号有如下形式：

$$\begin{cases} I_1 = A_1 + B_1 \cos \varphi(t) \\ I_2 = A_2 + B_2 \cos[\varphi(t) - 2\pi/3] \\ I_3 = A_3 + B_3 \cos[\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-20)$$

设置信号频率为 1 kHz，幅值为 1 V，三路信号的直流量 $A_1 = 1$ V， $A_2 = 1.5$ V， $A_3 = 0.8$ V；交流量 $B_1 = 0.8$ V， $B_2 = 1$ V， $B_3 = 1.2$ V；两臂间的相位差均设置为 120° ；信号采样率为 500 kS/s。如图 2-12 所示，展示了在幅值不对称条件下，信号的时域波形和频域频谱。如图 2-12(a)中的时域波形明显偏离理想正弦波形态，表现出明显的非线性失真特征。这一现象在图 2-12(b)的频谱图中得到

进一步验证：除基频成分外，频谱中还分布着多个高次谐波成分，这些成分在不同频率处呈现明显的尖峰特征，其产生原因是信号幅值的不对称性。

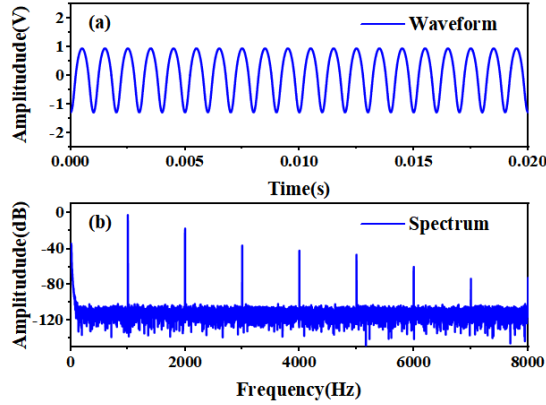


图 2-12 幅值不对称条件下，NPS 算法的解调结果

Fig. 2-12 Demodulation results of the NPS algorithm when the amplitude is asymmetric

采用控制变量法，为了验证相位非对称对解调结果的影响，在 LabVIEW 平台上构建仿真模型。三路信号有如下形式：

$$\begin{cases} I_1 = A + B \cos \varphi(t) \\ I_2 = A + B \cos [\varphi(t) + \Delta\phi_1] \\ I_3 = A + B \cos [\varphi(t) + \Delta\phi_2] \end{cases} \quad (2-21)$$

待测信号频率为 1 kHz，幅值为 1 V，设置直流量 $A_1 = A_2 = A_3 = 1$ V， $B_1 = B_2 = B_3 = 0.8$ V，两臂间的相位差分别设置为 150° 和 100° ；信号采样率为 500 kS/s。在相位不对称条件下，信号的时域波形和频域频谱如图 2-13 所示。类似于图 2-12，图 2-13 的波形图和频谱图都表现出较为明显的谐波失真，这表明信号中存在非线性失真，这可能会影响信号的解调过程。

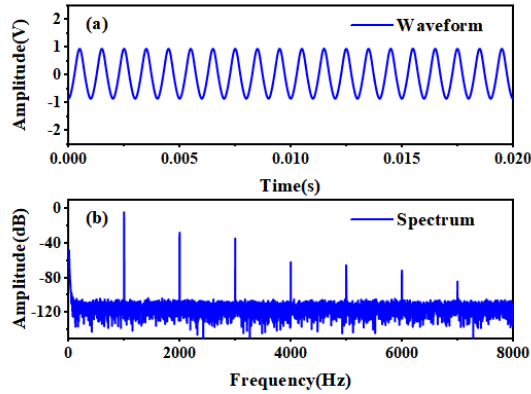


图 2-13 相位不对称条件下，NPS 算法的解调结果

Fig. 2-13 Demodulation results of NPS algorithm with phase asymmetry

在实际信号解调过程中，相位不对称和幅值不对称均可能成为影响解调精度的关键因素。因此，为了确保正确的解调，必须对现有解调算法进行优化改进，以克服这些非理想条件带来的不利影响。

2.4 椭圆拟合算法

由于圆形物体在图像中被投影到椭圆上，因此椭圆拟合是计算机视觉应用中圆形物体三维分析的第一步。因此，自 20 世纪 70 年代计算机技术引入图像分析领域以来，椭圆拟合算法的研究便应运而生。该算法的基本原理是计算参数，使理想情况下应该为零的表达式的平方和最小化，这就是今天所说的最小二乘或代数距离最小化。随着交叉学科的发展，椭圆拟合算法因其能够同时有效地消除各种因素引起的非线性失真，被越来越多地应用于相位解调方案以改善系统的性能。

特别是基于最小二乘法的椭圆拟合算法，由于其无需迭代和处理速度快的特点，在信号处理领域得到了广泛应用。在基于 3×3 耦合器的相位解调方案中，由于 3×3 耦合器的固有特性，任意两路信号组成的李萨如图并不是一个标准正圆。借助与椭圆拟合技术对当前李萨如图椭圆进行参数拟合并消除非线性误差，校正得到两路正交信号。

选择对称的 3×3 耦合器中两路信号进行分析，两个输出端口的表达式为：

$$\begin{cases} I_1 = A + B \cos \varphi(t) \\ I_2 = A + B \cos[\varphi(t) - 2\pi/3] \end{cases} \quad (2-22)$$

由于直流分量 A 与直流分量 B 不相等，导致由这两路信号构成的李萨如图形呈现为椭圆特征，而非理想的圆形。当两信号间的相位差为 120° 时，信号之间存在一定的相位偏移，其轨迹形成了一个倾斜的椭圆。

下面将详细阐述基于最小二乘法的椭圆技术原理。在基于 3×3 耦合器的相位解调系统中，受耦合器非对称特性的影响，两路输出信号的数学表达式可表示为：

$$\begin{cases} I_1(t) = h + a \cos[\varphi(t)] \\ I_2(t) = k + b \cos[\varphi(t) - \delta] \end{cases} \quad (2-23)$$

其中， h 和 k 是直流偏置， a 和 b 是交流幅值， δ 是两个输出 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 之间的相位差。利用 $\cos^2 \varphi(t) + \sin^2 \varphi(t) = 1$ ，式(2-23)可以被改写为以下形式：

$$\begin{aligned}
 I_1^2(t) - \frac{2a \cos \delta}{b} I_1(t) I_2(t) + \frac{a^2}{b^2} I_2^2(t) + \left(\frac{2ak \cos \delta}{b} - 2h \right) I_1(t) \\
 + \left(\frac{2ah \cos \delta}{b} - \frac{2a^2 k}{b^2} \right) I_2(t) + \left(h^2 + \frac{a^2 k^2}{b^2} - \frac{2hka \cos \delta}{b} - a^2 \sin \delta \right) = 0
 \end{aligned} \quad (2-24)$$

使用 x 和 y 分别取代 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$, 椭圆的一般形式标准方程可以表示为:

$$x^2 + Axy + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (2-25)$$

其中 A 、 B 、 C 、 D 、 E 为椭圆拟合参数。假设已采集到一组离散测量点 $P_i = (x_i, y_i)$, 根据最小二乘法的原理, 建立如下目标函数以实现最优拟合:

$$F(A, B, C, D, E) = \sum_{i=1}^n \left(x_i^2 + Ax_i y_i + By_i^2 + Cx_i + Dy_i + E \right)^2 \quad (2-26)$$

为了使 F 最小, 需使得 F 的各项偏导为 0, 即

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{\partial F}{\partial B} = \frac{\partial F}{\partial C} = \frac{\partial F}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial E} = 0 \quad (2-27)$$

可以得到方程:

$$\begin{bmatrix}
 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\
 \sum_{i=1}^n x_i y_i^3 & \sum_{i=1}^n y_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i^3 & \sum_{i=1}^n y_i^2 \\
 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i & \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i \\
 \sum_{i=1}^n x_i y_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i \\
 \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i & \sum_{i=1}^n 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A \\
 B \\
 C \\
 D \\
 E
 \end{bmatrix}
 = -
 \begin{bmatrix}
 \sum_{i=1}^n x_i^3 y_i \\
 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i^2 \\
 \sum_{i=1}^n x_i^3 \\
 \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \\
 \sum_{i=1}^n x_i^2
 \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

可以表示为:

$$M_1 \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix} = M_2 \quad (2-29)$$

可以得到:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{bmatrix} = M_1^{-1} M_2 \quad (2-30)$$

可解得方程系数 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的值为：

$$\begin{cases} h = (2BC - AD) / (A^2 - 4B) \\ k = (2D - AC) / (A^2 - 4B) \\ a = \left[(h^2 + k^2 B + h k A - E) / (1 - A^2 / 4B) \right]^{\frac{1}{2}} \\ b = (a^2 / B)^{\frac{1}{2}} \\ \delta = \cos^{-1}(-A / 2\sqrt{B}) \end{cases} \quad (2-31)$$

最后，推导得到求得椭圆校正参数 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 。自此完成椭圆拟合算法。

2.5 本章小结

本章开篇对干涉型光纤传感器的基本工作原理进行了阐述。随后，深入分析了基于 3×3 耦合器的两种经典相位解调算法——NRL 算法和 NPS 算法的原理，并借助仿真实验，深入研究了幅值和相位非对称性对解调性能的影响。最后，介绍了椭圆拟合方法的基本概念，并对基于最小二乘法的椭圆拟合算法进行了详细的数学推导。

第3章 基于附加相移判断和高斯牛顿迭代的 3×3 耦合器解调算法

为克服 3×3 耦合器非对称性对解调性能的影响,提出了一种改进的基于 3×3 耦合器的相位解调算法。传统的椭圆拟合算法主要是依赖于最小二乘法,为了提高 3×3 耦合器解调传感器系统的可靠性,本章首次提出将基于高斯牛顿迭代算法的椭圆拟合算法应用在 3×3 耦合器解调算法中。该算法基于几何距离进行椭圆估计,具有可靠性高的优点。仿真与实验结果表明,与传统算法相比,该算法在解调精度和信号动态范围方面均表现出显著优势,并能有效抑制非线性误差。然而,椭圆拟合算法有一个固有的缺点:当期望的相位信号较小时,椭圆拟合算法无法运行,甚至运行失效。为此,本章利用拟合结果的临时稳定性,引入附加的相移判断模块来解决这个问题。

3.1 附加相移判断模块的解调算法

在相位解调技术中引入椭圆拟合算法来处理通道间干涉信号的直流分量、条纹可见度和相位差的偏差和不平衡。然而,当待测相位接近于零或小于 $\pi/2$ 时,椭圆拟合将无法正确执行,或椭圆拟合结果不准确。这种情况限制了椭圆拟合算法在光纤相位解调技术中的应用。为解决这一问题,提出了一种集成附加的相移判断模块的改进椭圆拟合算法。

3.1.1 算法原理分析

附加相移判断模块的 3×3 耦合器解调算法的原理框图如图3-1所示。激光发射到光纤迈克尔逊^[69]干涉仪后,输出光由光电探测器检测。通过数据采集卡对信号进行采样,并根据所提出的相位解调算法进行处理。对于理想的 3×3 耦合器,其输出的3通道光信号经过光电转换后是完全对称的。输出信号的振幅相等,任意两个通道之间的相位差为 120° 。

如图3-1所示,光纤FMI输出的干涉信号经过PDs得到的光强变化表示为^[70]:

$$\begin{cases} I_1 = A + B \cos \varphi(t) \\ I_2 = A + B \cos [\varphi(t) - 2\pi/3] \\ I_3 = A + B \cos [\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (3-1)$$

其中, A 和 B 是与输入激光功率相关的常数, 并且 B 取决于干涉仪的混合效率, $\varphi(t)$ 是与刺激和环境线性相关的期望信号。

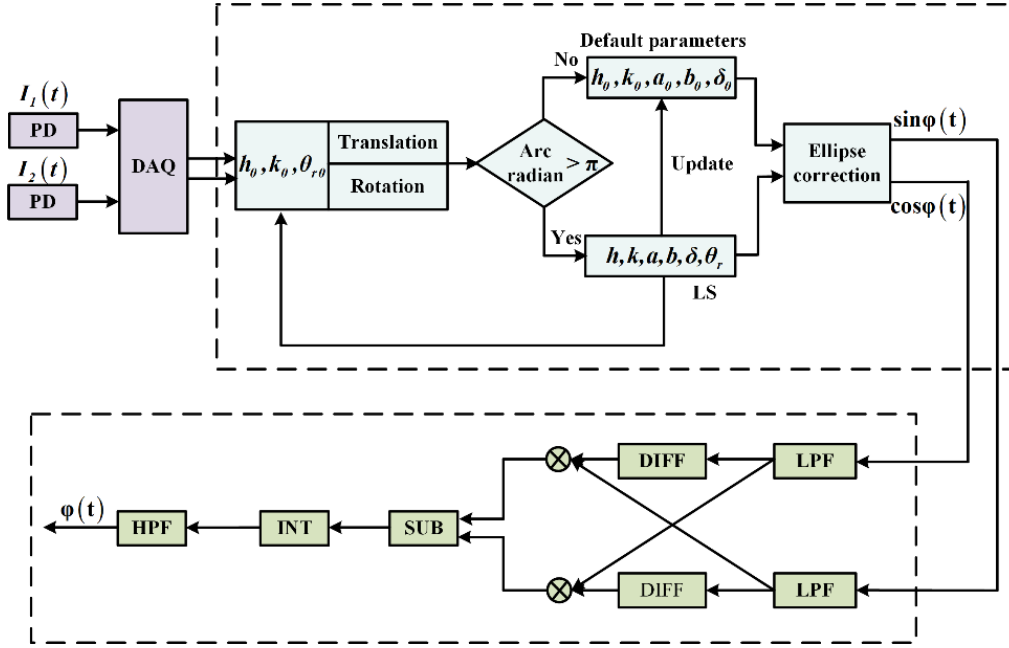


图 3-1 附加相移判断模块的 3×3 耦合器解调算法的原理框图 (DAQ: 数据采集卡; LPF: 低通滤波器; DIFF: 微分器; SUB: 减法器; INT: 微分器; HPF: 高通滤波器)

Fig. 3-1 Schematic block diagram of the 3×3 coupler demodulation algorithm with additional phase-shift judgment module (DAQ: data acquisition card; LPF: low-pass filter; DIFF: differentiator; SUB: subtractor; INT: differentiator; HPF: high-pass filter)

然而, 在实际应用中, 3×3 耦合器具有不对称性, 并且电子器件引入了额外的效应。式(3-1)中的任意两个信号的通用表达式可以重写成如下形式:

$$\begin{cases} I_1(t) = h + a \cos \varphi(t) \\ I_2(t) = k + b \cos [\varphi(t) - \delta] \end{cases} \quad (3-2)$$

其中, h 和 k 是直流偏置, a 和 b 是交流振幅, δ 是 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 之间的相位差。用 x 和 y 代替 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$, 椭圆的方程以一般形式表示为:

$$x^2 + Axy + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (3-3)$$

其中, A 、 B 、 C 、 D 和 E 是椭圆拟合参数。

通过基于 LS 算法的 EFA 求得 A 、 B 、 C 、 D 和 E 。基于 LS 算法的 EFA 通过最小化椭圆曲线函数值的平方和来获取椭圆拟合参数，这些参数包括椭圆的长短轴、中心坐标以及旋转角度等。基于这些参数，对于干涉信号中的非线性误差进行补偿和消除。该方法因其简单性、易于实现和实时计算等优势而受到青睐。

从椭圆拟合参数导出椭圆校正参数 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r 。当刺激信号很大时，设置预设椭圆校正参数 h_0 、 k_0 、 a_0 、 b_0 和 δ_0 。 h_0 、 k_0 和 θ_{r0} 用作平移和旋转变换过程中的固定参数。

$$\begin{cases} h = (2BC - AD) / (A^2 - 4B) \\ k = (2D - AC) / (A^2 - 4B) \\ a = \left[(h^2 + k^2 B + h k A - E) / (1 - A^2 / 4B) \right]^{\frac{1}{2}} \\ b = (a^2 / B)^{\frac{1}{2}} \\ \delta = \cos^{-1}(-A / 2\sqrt{B}) \\ \theta_r = 1/2 \arctan[A / (B - 1)] \end{cases} \quad (3-4)$$

其中， θ_r 是椭圆的倾斜角度， h 和 k 分别表示 x 轴和 y 轴数据的偏移，因此椭圆的中心坐标可以被视为直流偏置。椭圆的中心坐标为 $C(h, k)$ 。将李萨如图通过平移和旋转变换为标准椭圆，并将椭圆的中心约束在原点。原始坐标转换 $X = (x, y)$ 为新坐标 $X'' = (x'', y'')$ 的过程如下：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

3×3 耦合器是一种参数固定的无源器件，即使分光比与 1:1:1 稍有偏差或两个干涉信号之间相位差不为 $2\pi/3$ rad，在系统建立后，分光比和相位差仍能保持相对稳定。基于这一特点，我们引入附加的相移判断模块，弥补了椭圆拟合算法在小信号下无法运行的缺陷。如果存在一对关于原点的对称点，则判定李萨如图弧长大于 π rad。

如图 3-2 所示， x_0 、 x_0' 、 y_0 和 y_0' 是任意实数。 $N(x_0, y_0)$ 和 $M(-x_0, -y_0)$ 是一对

关于原点的对称点。从图 3-2 中可以观察到，椭圆弧包含 N 和 M 两点，因此，可以判断李萨如图大于 π rad。如果李萨如图大于 π rad，则对正交信号进行椭圆拟合算法，并使用椭圆校正参数进行椭圆校正。预设参数根据拟合结果进行实时更新。否则，将使用保存的椭圆校正参数进行椭圆校正。我们执行参数实时更新功能。当温度发生剧烈变化时，干涉仪会产生低频、较大的相位波动。开始时，默认参数设置为 h , k , a , b 和 δ 的平均值 h_0 、 k_0 、 a_0 、 b_0 和 δ_0 ，分别为 0.6336 V、0.6181 V、0.5237 V、0.5235 V 和 2.0671 rad。椭圆校正参数相对稳定。即使在小相位信号持续较长时间的情况下，仍可使用已保存的参数完成椭圆校正，但其性能可能会有所下降。此外，通过向压电换能器上施加大于 π rad 的刺激信号，可以更新椭圆校正参数。

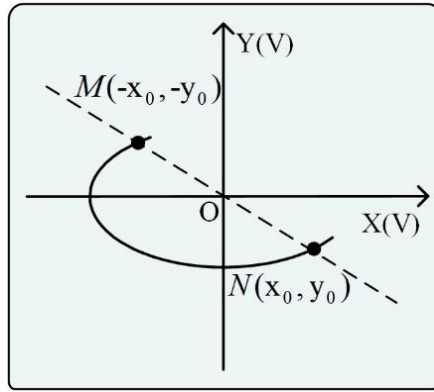


图 3-2 弧长判断模块的示意图

Fig. 3-2 Schematic diagram of the arc length judgment module

由于它们的独立和随机生成， $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 的非线性失真具有正态分布的特征^[71]。最后，正交信号可以描述为以下形式：

$$\begin{cases} \cos \varphi(t) = (I_1(t) - h) / a \\ \sin \varphi(t) = \left[\frac{I_2(t) - k}{b} - \frac{I_1(t) - h}{a} \cos \delta \right] / \sin \delta \end{cases} \quad (3-7)$$

其中， $\cos \varphi(t)$ 和 $\sin \varphi(t)$ 是一对严格正交的信号。校正后的双向信号成功地消除了直流偏置和交流幅值。因此，椭圆拟合算法可以有效地消除非线性失真。然后用微分交叉乘法算法对正交信号进行解调，并用高通滤波器对低频噪声进行滤波，最终得到待测信号 $\varphi(t)$ 。

3.1.2 实验系统搭建

改进后的 3×3 耦合器解调算法带有一个额外的相移判断模块，其实验装置

如图 3-3 所示。在构建 FMI 的过程中, 该传感器由一个 3×3 耦合器、两个光纤臂和两个 FRMs 构成。我们使用 FRM 来补偿双折射, 从而减少偏振衰减的影响。从半导体激光器 (RIO) 发射的光被注入 3×3 耦合器的输入端口 1。两个 FRMs 分别连接到 FMI 传感臂和参考臂的两端。缠绕在压电换能器 (Piezoelectric transducer, PZT) 上的光纤连接到 3×3 耦合器的输出端口 6。此外, 一对 PDs (THORLABS, PDB450C) 通过 3×3 耦合器的端口 2 和端口 3 接收输入光束。两个通道的干涉信号通过数据采集卡 (Data acquisition card, DAQ) (NI USB-6363) 采集, 最后发送到计算机进行实时处理。数据采集系统采用的采样率设定为 500 kS/s, 采样点数设置为 500 k。随后, 利用 LabVIEW 软件中的解调算法对获得的光电信号进行处理。

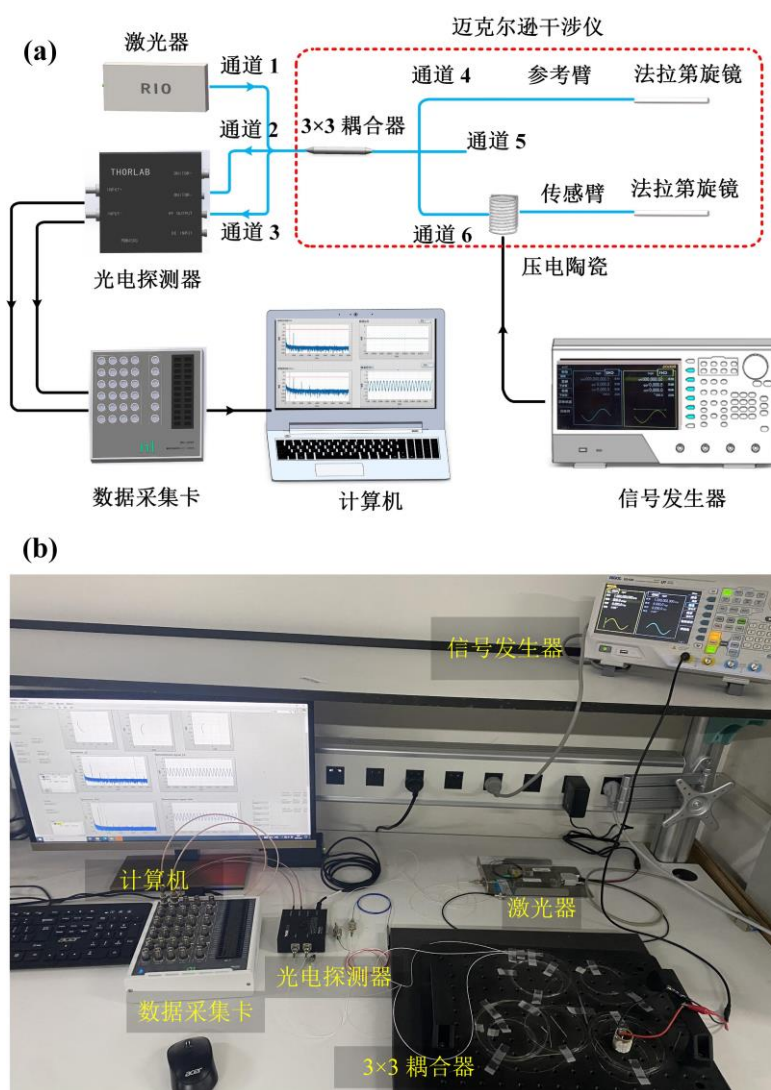


图 3-3 (a) 实验装置流程图 (b) 实物图

Fig. 3-3 (a) Flowchart of the experimental setup (b) Physical diagram

3.1.3 实验验证和结果

在 PZT 上施加频率为 1 kHz、振幅为 2 V 的刺激信号。原始的李萨如图是一个完整的倾斜的椭圆，表明相移大于 2π rad。椭圆中心为(0.6322, 0.6170)，倾角为 0.7976 rad。固定参数 h_0 、 k_0 和 θ_{r0} 分别设置为 0.6322 V、0.6170 V 和 0.7976 rad。从图 3-4(a)到图 3-4(b)的过程显示了李萨如图的平移和旋转。变换后的李萨如图以原点为中心，长轴和短轴分别位于 x 轴和 y 轴上。如图 3-4(c)所示， $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 的信号被校正为一对正交信号。

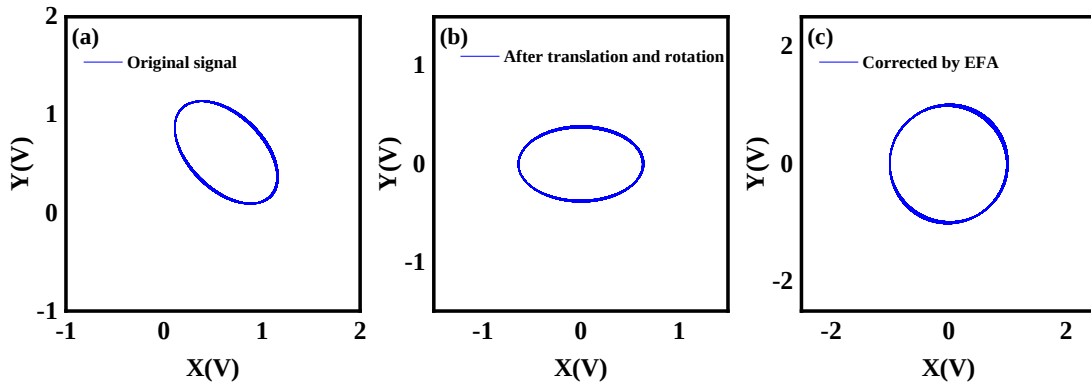


图 3-4 (a) 干涉信号的李萨如图 (b) 平移和旋转后的李萨如图 (c) 校正后的李萨如图

Fig. 3-4 (a) Lissajous figure for interfering signals, (b) Lissajous figure after translation and rotation and (c) Lissajous figure after correction

为了验证参数的稳定性，我们观察了参数的趋势。在不同的刺激幅度下测量参数 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r ，线形图如图 3-5 所示。振幅值以 0.2 V 的步长从 1.4V 增加到 3.0 V。当振幅设置为 1.4 V 和 1.8 V 时，李萨如图分别近似为 1/2 椭圆弧和 2/3 椭圆弧。在 2.8 V 的振幅下，李萨如图形成了一个完整的标准圆。 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r 的平均值分别为 0.6336 V、0.6181 V、0.5237 V、0.5235 V、2.0671 rad 和 0.7977 rad。这些平均值作为初始参数存储在相位解调算法中。这些参数在不同刺激幅度下表现出较高的稳定性，说明它们对刺激幅度的变化不敏感。因而，可以得出结论：椭圆校正参数相对稳定。这是由 3×3 耦合器和激光强度决定的。3×3 耦合器是一种无源器件，一旦系统建立，其分光比和相位差固定。因此，椭圆校正参数保持相对稳定。

标准偏差被用作量化各参数数据离散程度的统计指标。图 3-6 中展示的直方图描绘了参数 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r 的标准差。在不同振幅下，参数 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r 的标准偏差均小于 0.004。可以观察到，这些参数的标准偏差均较小，

表明在不同振幅条件下，这些参数的测量或计算结果具有较高的稳定性和可靠性。

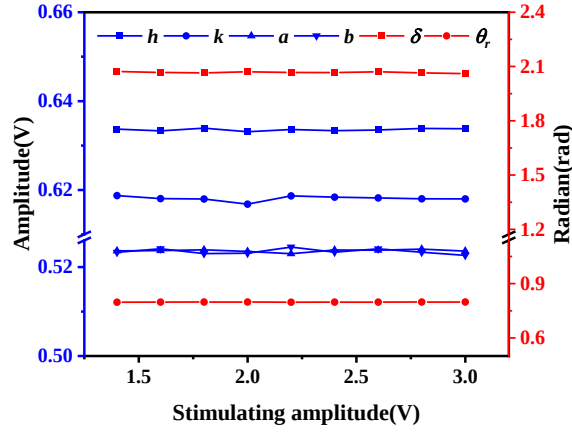


图 3-5 不同刺激幅值测得的 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r

Fig. 3-5 h , k , a , b , δ and θ_r measured for different stimulus amplitudes

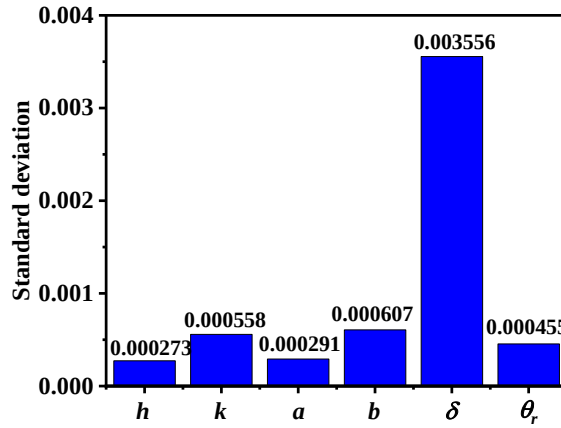


图 3-6 h 、 k 、 a 、 b 、 δ 和 θ_r 的标准差

Fig. 3-6 Standard deviation of h , k , a , b , δ and θ_r

为了验证相移判断模块具有实时可更新性的优势，将使用所提算法校正后的李萨如图与使用固定参数校正的李萨如图进行了比较，并引入离心率来评价李萨如图的校正效果。随着离心率越来越接近 0，李萨如图就越接近标准圆。如图 3-7 所示，当李萨如图弧长为 1/4 圆弧时，通过所提出的算法和固定参数校正的李萨如图形的离心率分别为 0.08 和 0.21，当李萨如图为 1/2 圆弧时，离心率分别是 0.04 和 0.11。由此可见，使用附加相移判断模块的 3×3 耦合器解调算法校正后的李萨如图具有更低的离心率。该算法具有实时更新功能。当温度急剧变化时，干涉仪会产生低频且幅度较大的相位波动。随着相移的增加，李萨如图大于 π rad。因此，大信号下的参数得到了更新，解调结果保持了较高的精

度。

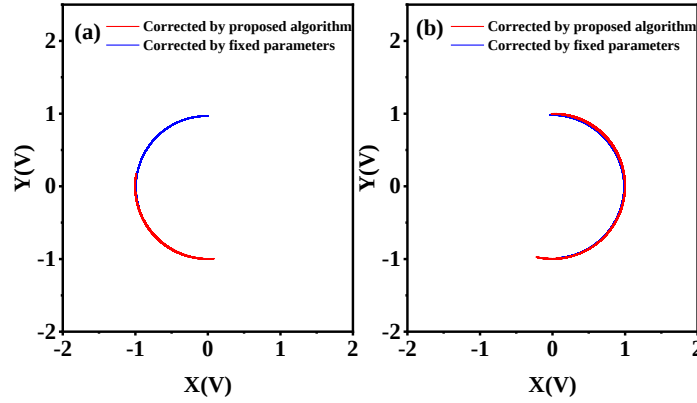


图 3-7 所提算法校正的李萨如图和固定参数校正的李萨如图 (a) 1/4 圆弧 (b) 1/2 圆弧

Fig. 3-7 Lissajous figure corrected by the proposed algorithm and Lissajous figure corrected by fixed parameters (a) 1/4 arc and (b) 1/2 arc

干涉信号 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 如图 3-8 所示。从图中可以观察到，尽管两个信号都包含一定的交流分量，但它们的直流偏置和交流幅度存在明显差异。这种差异可能是由于干涉仪中不同光路的相位差或光强分布不均匀所致。

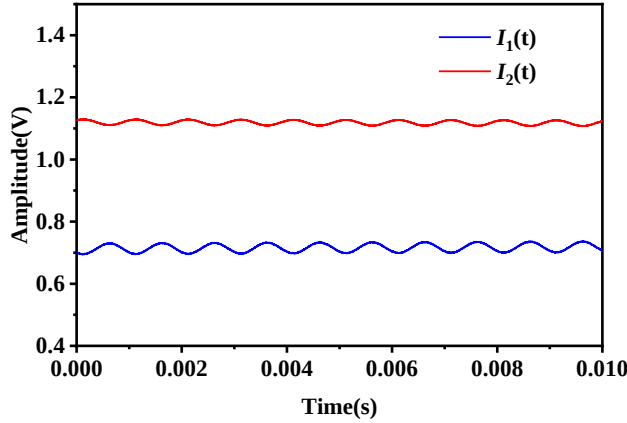


图 3-8 干涉信号 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$

Fig. 3-8 Interference signals $I_1(t)$ and $I_2(t)$

图 3-9 展示了在相同更新周期内，经过 EFA 校正后，不同幅值信号在使用相同的椭圆校正参数时，呈现出的李萨如图。具体而言，当输入信号的幅值为 2.3 V 时，所得李萨如图呈现的是一个大于 π rad 的椭圆弧；相对地，当输入信号的幅度降低至 50 mV 时，形成的椭圆弧则小于 π rad。图中分别以蓝色和红色描绘了在 2.3 V 和 50 mV 刺激幅度条件下得到的李萨如图，其中蓝色弧线代表幅度为 2.3 V 的情况，而红色弧线代表幅度为 50 mV 的情况。可以观察到，这两个

椭圆弧的部分区域存在重叠，说明更新后的预置椭圆校正参数是有效的。尽管刺激幅度存在显著差异，但通过适当的椭圆拟合校正，可以实现对不同振幅信号的一致性处理。这种一致性是椭圆拟合算法中相位判断模块的关键优势，它为算法提供了实现的基础。通过这种方式，即使在信号振幅较小的情况下，也能够确保解调过程的准确性。

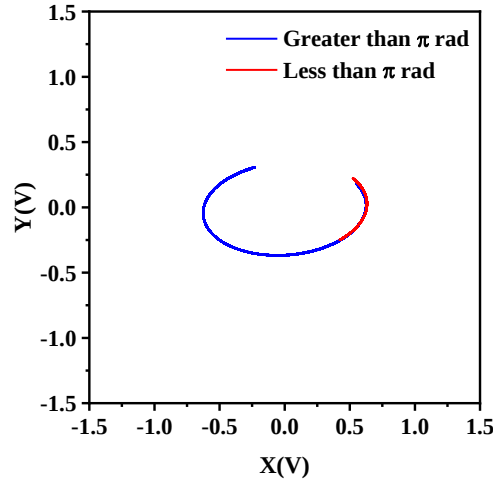


图 3-9 不同刺激幅值下的李萨如图

Fig. 3-9 Lissajous figure for different stimulus amplitudes

对解调系统中集成与未集成判断模块的性能进行了对比测试。图 3-10 显示在不运用判断模块和运用判断模块的情况下，通过椭圆拟合算法校正得到的李萨如图。由于 PZT 引起的相移相对较小，李萨如图形弧度较小，根据不附加判断模块的椭圆拟合参数重建的椭圆远小于附加判断模块的椭圆。图 3-10 (a)显示，对应于未集成判断模块的情况，在刺激幅度为 30 mV 时，所得的李萨如图显示出显著的偏差，这表明在缺乏判断模块的情况下，椭圆拟合算法无法有效校正信号。相比之下，图 3-10 (b)展示了集成判断模块后的系统表现，其中李萨如图的椭圆弧精确地对应于标准圆形轨迹的一部分，显示出高度的精确性。在图 3-10 (b)中，为实现精确校正，使用的椭圆校正参数包括： h 、 k 、 a 、 b 和 δ 分别为 0.6271 V、0.6174 V、0.5152 V、0.5172 V 和 2.0765 rad。这些参数的选取对于确保李萨如图的准确性至关重要。此外，实验结果表明，当相移角度较小时，未附加判断模块的椭圆拟合算法难以提供有效的校正，会导致解调误差。相反，附加判断模块的椭圆拟合算法即使在小信号条件下，也能保持高精度的校正能力，从而显著提高了解调系统的整体性能。这一发现强调了在处理微弱

信号时，附加判断模块在基于 3×3 耦合器的相位解调算法中的重要性。

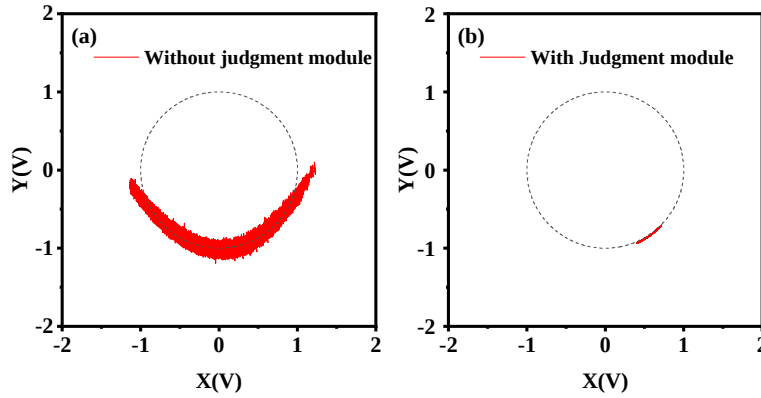


图 3-10 (a) 不带有判断模块(b)带有判断模块经椭圆拟合算法校正的李萨如图

Fig. 3-10 (a) Lissajous figure without judgment module and (b) Lissajous figure with judgment module corrected by ellipse fitting algorithm

图 3-11 对比了不带有判断模块和带有判断模块的两种算法的时域波形和频谱。实验中，待测信号为频率固定在 1 kHz 的正弦波，信号发生器施加的刺激幅度为 30 mV。观察发现，正交信号的李萨如图受到环境影响而随时间变化。如图 3-11(a)所示，采用未附加判断模块的算法产生的时域波形表现出显著的失真，偏离了理想的正弦波形。解调信号的总谐波失真（Total Harmonic Distortion, THD）和信纳比（Signal-to-noise and Distortion Ratio, SINAD）被用于评估附加判断模块和没有判断模块的椭圆拟合算法。THD 衡量的是信号中谐波成分相对于基频成分的总量，而 SINAD 则综合考虑了信号的噪声和失真成分相对于有用信号的比例。当算法附加额外的相移判断模块时，所得解调信号的 THD 降至 0.06%，相比于未附加判断模块的算法，THD 的降低幅度达到了 1.28%，系统的非线性失真得到了很好的抑制。SINAD 的测量结果进一步验证了判断模块的优势。不带有判断模块的算法所得 SINAD 为 37.46 dB，而附加判断模块的算法则将 SINAD 提高至 64.54 dB。带有判断模块的算法不仅能够降低本底噪声，还能有效减少谐波和其他类型的失真。该改进算法在降低本底噪声和谐波失真方面表现出显著的优势，能够提高信号质量。

图 3-12(a) 展示了在无外加激励信号条件下解调信号的频谱特性。当频率分辨率为 1 Hz 时，系统本底噪声为 $-110\text{dB re rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ($3.16 \mu\text{rad} \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$)。通常，解调系统的相位自噪声不仅与系统本身特性相关，同时也受到数据采集

卡性能参数的影响。进一步的实验通过增加 1 kHz 激励信号的幅度来进行，目的是确定系统的动态范围。当解调信号的总谐波失真达到 1%时，即可认为达到了系统的动态范围极限。如图 3-12(b)所示，当刺激信号的总谐波失真达到 1.05%时，1 kHz 的信号幅值为 15.64 dB。因此，系统的动态范围被确定为 125.64 dB @1 kHz & 1% THD。

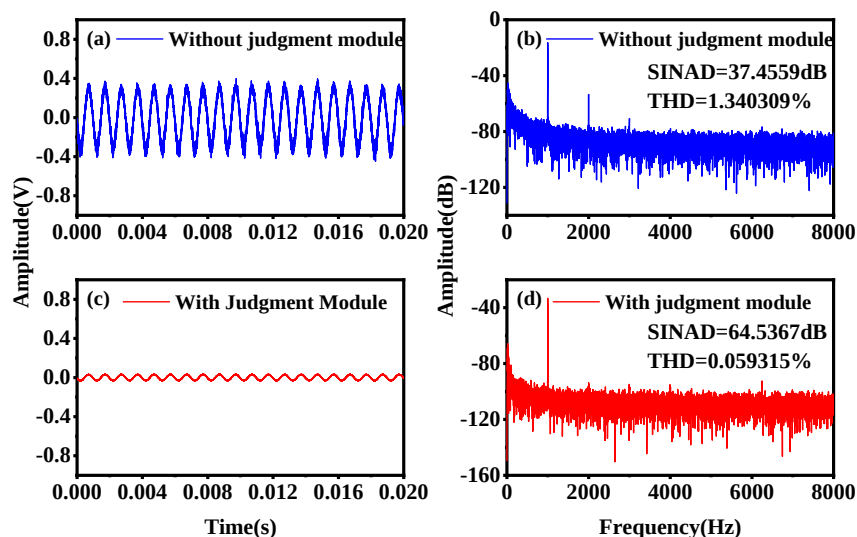


图 3-11 不同解调算法解调结果(a)和(b)不附加相移判断模块，(c)和(d)附加相移判断模块

Fig. 3-11 Demodulation results of different demodulation algorithms (a) and (b) without phase shift judgment module, (c) and (d) with additional phase shift judgment module

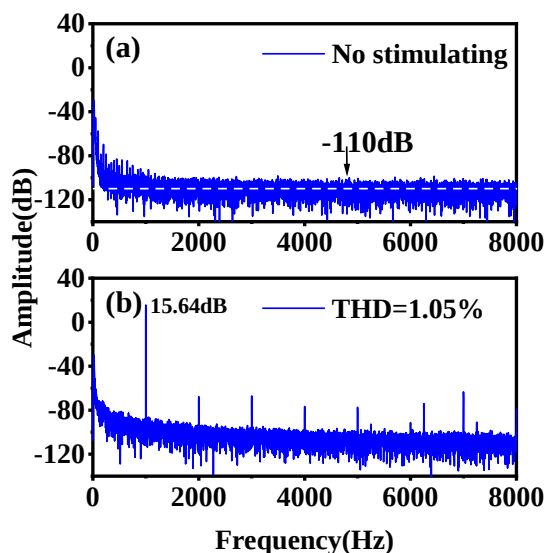


图 3-12 动态范围 (a)带有判断模块解调算法的噪声基底和(b)大刺激下的输出频谱

Fig. 3-12 Dynamic range (a) noise floor with judgment module demodulation algorithm and (b) output spectrum with large stimulus

为了评估改进后的解调算法对这小信号的响应程度，设计了一系列测试实验，刺激信号的振幅从 10 mV 递增至 100 mV。刺激幅度的设定与记录均在信号发生器中完成。输出相位振幅是通过提取 1 kHz 频率下频谱的峰值计算，计算公式为 $20 * \lg(\phi_s/1\text{rad})$ 。实验进行了十次独立测量，并计算输出振幅的平均值以降低随机误差的影响。图 3-13 显示了激励振幅和输出振幅之间的线性关系，其线性拟合的方程为： $y = 0.50877x - 0.32767$ ，决定系数 R^2 达到了 0.99993，表明线性度高达 99.993%。参数测量具有较高的稳定性，从而保证了实验数据的精确度。改进后的算法可以显著解调微小相位变化的解调能力，并对刺激信号展现出高度的线性响应特性。这种高线性度主要归因于算法在消除非线性误差方面的有效性，以及其在解调过程中对刺激信号高保真的还原能力。

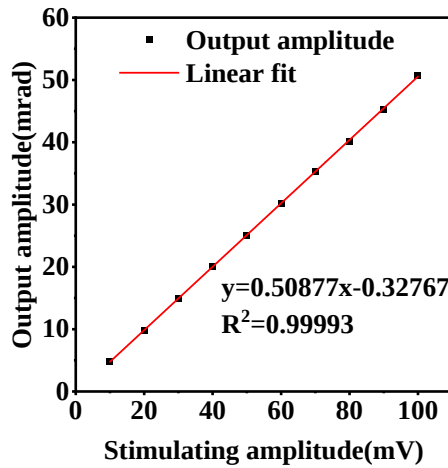


图 3-13 刺激振幅与输出振幅的线性关系

Fig. 3-13 Linear relationship between stimulus amplitude and output amplitude

3.2 基于高斯牛顿迭代算法的 3×3 耦合器解调算法

在前述章节中，引入了一种附加判断模块的解调算法，对椭圆拟合算法进行了优化。算法通过判断李萨如图形的弧长是否超过 $1/2$ 椭圆弧，选择不同的校正策略：若超过，则利用椭圆拟合算法计算出的椭圆校正参数，对被污染的正交信号进行校正；否则，采用先前的拟合参数进行校正。传统的椭圆拟合算法是基于最小二乘法实现的，主要用以消除非线性失真。基于最小二乘法的椭圆拟合算法通过最小化代数距离平方和来实现，从而获得椭圆拟合参数。但当数据中存在异常值时，拟合结果往往与实际椭圆存在明显偏差。鉴于基于最小二乘法的椭圆拟合算法的精度提升有限，进一步研究这一领域对提高基于 3×3 耦

合器的相位解调算法的性能具有重要意义。本节提出了基于 GNI 算法的椭圆拟合算法，GNI 算法作为一种几何拟合，通过最小化桑普森误差实现，并将该算法与判断模块结合起来，利用拟合结果的暂时稳定性解决了小信号下的失效问题。通过仿真和实验，对不同解调算法进行对比分析，包括椭圆拟合校正后的李萨如图、时域波形图及频谱图。在 3×3 耦合器解调系统中，GNI 算法相比 NRL 算法和 LS 算法具有更高的精度，并抑制非线性误差。

3.2.1 算法原理分析

基于 GNI 算法的椭圆拟合算法流程图如图 3-14 所示。激光被发射到光纤干涉传感器中。 3×3 耦合器的输出信号连接到一对光电探测器，光电探测器将光信号转换为电信号。信号由数据采集卡采样，并根据本节所提改进的相位解调算法进行处理。

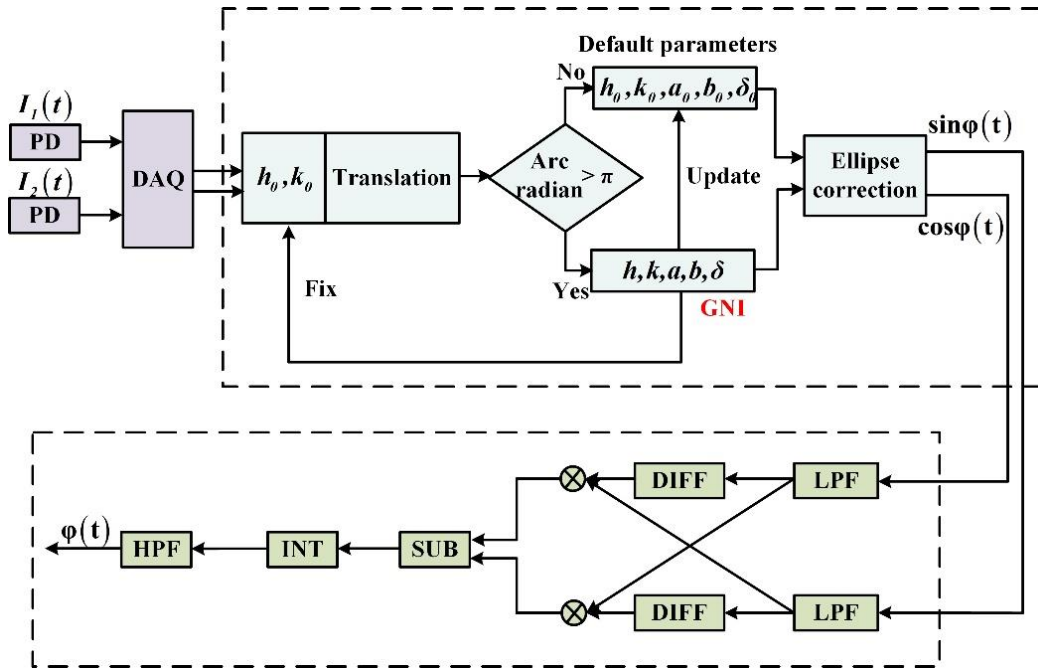


图 3-14 GNI 解调算法的流程图

Fig. 3-14 Flowchart of the GNI demodulation algorithm

对于理想的 3×3 耦合器，传感器系统输出的信号表达式如下^[64]：

$$\begin{cases} I_1 = A + B \cos \varphi(t) \\ I_2 = A + B \cos [\varphi(t) - 2\pi/3] \\ I_3 = A + B \cos [\varphi(t) + 2\pi/3] \end{cases} \quad (3-8)$$

其中 A 和 B 是与输入光功率成比例的常数，但 B 也取决于干涉仪的混合效率，

$\varphi(t)$ 是待测相位信号。

然而，在实际解调过程中， 3×3 耦合器具有不对称性，并且由于光学器件的精度误差、探测器的增益不均匀以及信号偏移等原因，大多数光纤干涉仪存在误差。在实际应用中，由于 3×3 耦合器的不对称性、传输光纤或电子器件造成的时延以及环境温度的影响^[51]，PD 检测到的干涉信号并不理想，写成：

$$\begin{cases} I_1(t) = h + a \cos \varphi(t) \\ I_2(t) = k + b \cos[\varphi(t) - \delta] \end{cases} \quad (3-9)$$

其中， h 和 k 是直流偏移， a 和 b 是交流振幅， δ 是两个输出 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 之间的相位差， $\varphi(t)$ 是包括期望相位信号和环境影响的相移信号。正交信号的李萨如图形通常是椭圆弧而不是圆弧。根据 $\cos^2 \varphi(t) + \sin^2 \varphi(t) = 1$ ，式(3-9)改写如下形式：

$$x^2 + Axy + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (3-10)$$

其中， A 、 B 、 C 、 D 和 E 是椭圆拟合参数。当刺激信号较大时，我们应用 GNI 算法来计算参数 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 。

$$\begin{cases} h = (2BC - AD) / (A^2 - 4B) \\ k = (2D - AC) / (A^2 - 4B) \\ a = \left[(h^2 + k^2 B + hkA - E) / (1 - A^2 / 4B) \right]^{\frac{1}{2}} \\ b = (a^2 / B)^{\frac{1}{2}} \\ \delta = \cos^{-1}(-A / 2\sqrt{B}) \end{cases} \quad (3-11)$$

h 和 k 都表示数据的偏移量，因此椭圆的中心坐标可视为直流偏移量。椭圆中心坐标为 $C(h, k)$ 。我们将李萨如图约束为以原点 $O(0, 0)$ 为中心的椭圆。原始坐标 $X = (x, y)$ 转换为新坐标 $X' = (x', y')$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h \\ k \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

根据 3×3 耦合器解调系统建立后分光比和相位差的相对稳定性，引入相移判断模块，解决激励信号较小时椭圆拟合算法失效的问题^[72]。如果存在一对关于原点的对称点，则判定相移大于 π rad。GNI 算法被用于椭圆拟合算法，以获得椭圆校正参数 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 。否则，将使用先前拟合的参数进行椭圆校正。在算法初始化时，默认参数设置为 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 的平均值 h_0 、 k_0 、 a_0 、 b_0

和 δ_0 ，分别为 $h_0 = 0.6336$ V、 $k_0 = 0.6181$ V、 $a_0 = 0.5237$ V、 $b_0 = 0.5235$ V 和 $\delta_0 = 2.0671$ rad。因此，所提出的 3×3 耦合器解调算法从 DCM 算法开始，李萨如图判断模块可以保证 3×3 耦合器解调算法在小信号和短信号情况下的有效性，同时也可以产生一个临时的大相移来更新初始预置的椭圆参数。椭圆校正参数的时间稳定性用于校正正交信号。

EFA 具有同时消除所有非线性误差的优点，通常通过代数拟合^[73]或扩展卡尔曼滤波^[74]来实现。代数拟合易于计算。然而，代数拟合对每个数据赋予的权重不合理，精度不理想；当输入点序列只覆盖椭圆周长的一小部分时，通常会产生一个与真实形状相差很大的小而平坦的椭圆。扩展卡尔曼滤波只能在滤波误差和一步预测误差很小的情况下使用。几何拟合优于代数拟合是常识^[75]。因此，几何拟合可以作为 3×3 耦合器解调方案的理想方法。

Chen 等人^[76]研究了非线性最小二乘法问题中高斯-牛顿-黑森矩阵的最优性。在初始化良好的情况下，高斯-牛顿迭代算法通常会在几次迭代内迅速收敛，更精确地逼近真正的最优解。该算法利用了桑普森误差的一阶导数（梯度）和二阶导数（黑森矩阵）。因此，该算法能更准确地收敛到最优解。GNI 算法基于几何距离进行椭圆估计，具有更高的解调性能^[77]。GNI 算法主要用于椭圆参数估计，是一种几何拟合方法，其基本机制是利用泰勒级数展开近似来替换非线性椭圆向量。通过多次迭代，可使模型的桑普森误差最小化，从而使椭圆拟合参数接近实际最优参数。GNI 算法流程图如图 3-15 所示。算法步骤如下：

假设拟合椭圆的中心点为 $C(c_1, c_2)$ ，移动 x 坐标和 y 坐标，使 C 点位于原点。根据 $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 + y_i^2)}{2n}}$ 、 $x = \frac{x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}{s}$ 和 $y = \frac{y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i}{s}$ 对数据进行归一化处理，以提高收敛速度。

椭圆的一般方程为：

$$f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f \quad (3-13)$$

椭圆的系数矩阵为：

$$p = [a, b, c, d, e, f]^T \quad (3-14)$$

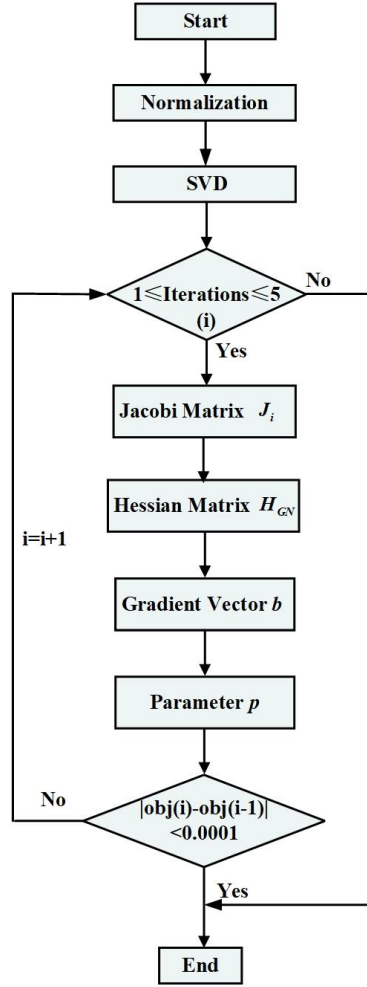


图 3-15 GNI 算法流程示意图

Fig. 3-15 GNI algorithm flow diagram

矢量表达式:

$$W = (x^2, y^2, xy, x, y, 1) \quad (3-15)$$

利用奇异值分解找到一组近似解，以初始化参数 p

$$W = USV^T \quad (3-16)$$

其中， S 为对角矩阵， U 和 V 分别为左奇异矩阵和右奇异矩阵。 V 是椭圆曲线方程的系数，对系数执行 GNI 过程。求桑普森误差的过程就是最小化真实值与实际值之间的差值，其表达形式为：

$$\sum_i \frac{\|\varepsilon_i\|^2}{J_I^2 J_i} \quad (3-17)$$

由定义可得： $\|\varepsilon_i\|^2 = p^T w_i^T w_i p$ 。分别求出 x 和 y 的偏导数，继续求解表达

式 J_i

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

所以可得：

$$J_i = \begin{bmatrix} 2ax + cy + d \\ 2by + cx + e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & 0 & y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2y & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [a, b, c, d, e, f]^T \quad (3-19)$$

于是令：

$$B_i = \begin{bmatrix} 2x & 0 & y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2y & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2x & 0 & y & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2y & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-20)$$

可将原桑普森误差化为：

$$obj = \sum_i \frac{p^T A_i p}{p^T B_i p} \quad (3-21)$$

进而表示为 2 范式形式为：

$$obj = \sum_i \left(\frac{w_i p}{\sqrt{p^T B_i p}} \right)^T \quad (3-22)$$

展开桑普森误差目标函数的一阶偏导数：

$$\nabla_p obj = 2 \sum_i \left(\frac{w_i p}{\sqrt{p^T B_i p}} \right) \left(\frac{w_i^T}{\sqrt{p^T B_i p}} - \frac{w_i p}{\left(\sqrt{p^T B_i p} \right)^3} B_i p \right) = 2 \sum_i \left(\frac{w_i p}{\sqrt{p^T B_i p}} \right) b_i \quad (3-23)$$

其中， $b_i = \frac{w_i^T}{\sqrt{p^T B_i p}} - \frac{w_i p}{\left(\sqrt{p^T B_i p} \right)^3} B_i p$ 。

高斯-牛顿黑森矩阵^[76]的表示形式：

$$f(\theta) = \sum_i f_i(x_i; \theta) = r^2(x_i; \theta) \quad (3-24)$$

$$H_{GN} = 2 \sum \frac{\partial r_i}{\partial \theta} \left(\frac{\partial r_i}{\partial \theta} \right)^T \quad (3-25)$$

在本章中，其矩阵形式为：

$$HGN = 2 \sum_i \left(\frac{w_i^T}{\sqrt{p^T B_i p}} - \frac{w_i p}{\left(\sqrt{p^T B_i p}\right)^3} B_i p \right) \times \left(\frac{w_i^T}{\sqrt{p^T B_i p}} - \frac{w_i p}{\left(\sqrt{p^T B_i p}\right)^3} B_i p \right)^T \quad (3-26)$$

梯度矢量表示为：

$$b = \nabla_p obj = 2 \sum \left(\frac{w_i p}{\sqrt{p^T B_i p}} \right) b_i \quad (3-27)$$

参数 p 的更新方程为

$$p = p - H^{-1}b \quad (3-28)$$

如果桑普森误差的变化小于 0.0001，则算法终止；否则，算法运行直至达到最大迭代次数（设定为五次）。这样，我们就得到了椭圆参数 a, b, c, d, e 和 f 。

$I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 的非线性失真遵循正态分布。一旦椭圆校正参数确定，将执行校正。正交信号被校正为一对严格正交信号：

$$\begin{cases} \cos \varphi(t) = (I_1(t) - h) / a \\ \sin \varphi(t) = \left[\frac{I_2(t) - k}{b} - \frac{I_1(t) - h}{a} \cos \delta \right] / \sin \delta \end{cases} \quad (3-29)$$

其中， $\cos \varphi(t)$ 和 $\sin \varphi(t)$ 是一对严格的正交信号。经过精确的校正过程，双向信号成功去除了直流偏置和交流振幅的影响，使得李萨如图呈现出预期的圆弧形状。随后，使用微分交叉相乘算法从校正后的正交信号中提取测量信号。最后，采用高通滤波器来滤除不必要的低频信号，从而进一步净化信号并保留高频成分。

3.2.2 仿真分析

本节将通过仿真程序验证 GNI 算法解调相位的可行性。为了比较 NRL 算法、LS 算法和 GNI 算法的性能，利用 MATLAB 软件和 LabVIEW 平台对三种算法进行了仿真。首先，在软件中给出一组正交信号 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 。模拟仿真设置的采样频率为 500 kHz，信号频率为 1 kHz， h 和 k 分别设置为 1 V 和 1.05 V。从图 3-16 中可以观察到相移小于 π rad 的李萨如图变换过程。图 3-16(b) 展示了经过平移变换后以坐标原点为中心的倾斜椭圆形李萨如图形。平移变换是实现后续改进算法的关键前提条件。通过应用基于 GNI 算法的椭圆拟合算法，能够精准地获取椭圆校正参数。校正后的李萨如图如图 3-16(c) 所示，呈现出标准的单位

圆形态。

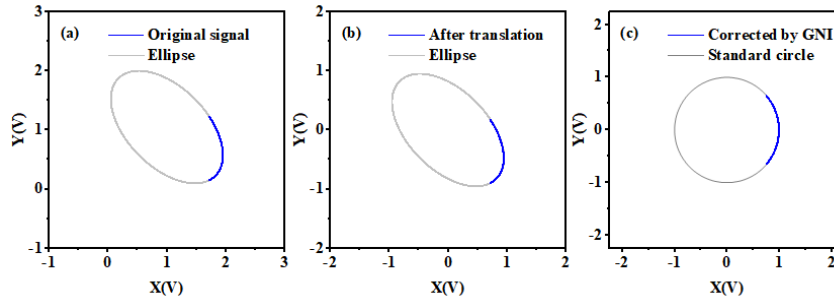


图 3-16 (a) 原始信号的李萨如图, (b) 平移后的李萨如图和(c) 经 GNI 算法校正的李萨如图

Fig. 3-16 (a) Lissajous figure of the original signal, (b) Lissajous figure after panning and (c)

Lissajous figure corrected by GNI algorithm

为了比较 NRL 算法^[26]、最小二乘法^[38]和 GNI 算法的性能,可依据图 3-17 所示的 1/2 椭圆弧和 2/3 椭圆弧处数据点的波形特征展开分析。在测量过程中,施加的电压信号幅值分别为 1.5 V 和 2.2 V。当刺激振幅为 1.5V 时, GNI 算法处理的信号振幅为 1.50028 V,误差为 1.03629 V,相对误差为 0.019 %。NRL 算法和最小二乘法得到的信号振幅分别为 2.53629 V 和 1.32153 V,误差分别为 0.17847 V 和 0.00028 V,相对误差分别为 69.086 % 和 11.898 %。当刺激振幅为 2.2 V 时, GNI 算法处理的输出振幅为 2.20007 V,误差为 1.07562 V,相对误差为 0.00318 %。NRL 和最小二乘法得到的信号幅度分别为 3.27562 V 和 1.97276 V,误差分别为 0.22742 V 和 0.00007 V,相对误差分别为 48.892 % 和 10.329 %。最小二乘法的误差虽较 NRL 算法小,但与 GNI 算法相比,仍存在较大差距。在两种不同刺激振幅条件下,高斯-牛顿迭代算法均表现出极高的准确性和稳定性,其绝对误差和相对误差均显著低于 NRL 算法和最小二乘法。当李萨如图绘制为 2/3 圆弧时,三种算法的相对误差均处于较低水平。然而, NRL 算法和最小二乘法解调所得到的输出振幅与实际数据之间仍存在显著偏差,在处理此类信号时,这两种算法均具有一定的局限性,难以精确反映信号的真实特性。相比之下, GNI 算法的输出信号波形始终与原始信号保持一致。因此, GNI 算法可以消除非线性误差,有效提升 3×3 耦合器解调系统的可靠性和精度。我们还观察到,当 GNI 算法的迭代次数约为 5 次时,即可实现收敛,这不仅证明了该算法的高效性,还表明其在实际应用中具有良好的计算效率和可行性,能够快速且准确地完成信号解调过程。

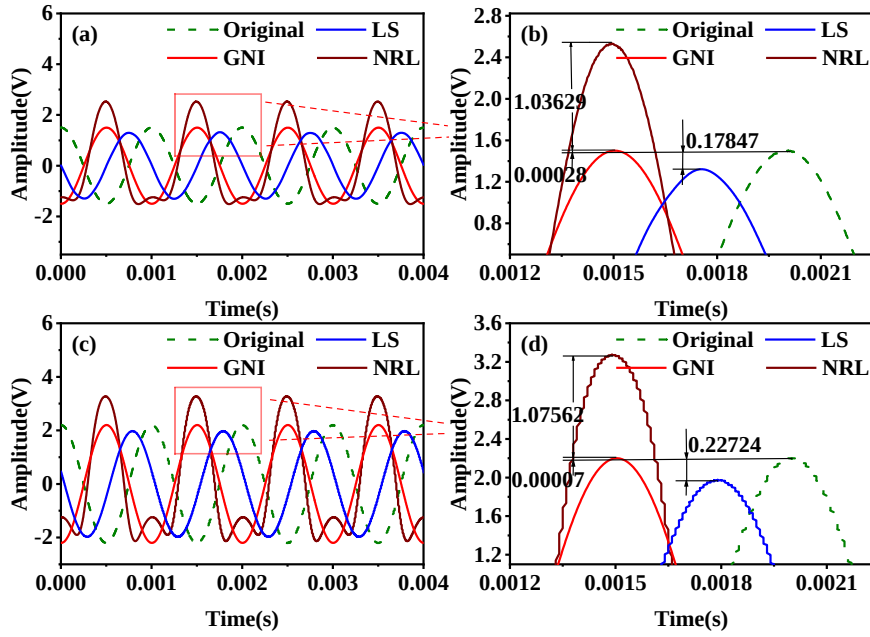


图 3-17 仿真的时域波形

Fig. 3-17 Time domain waveform of simulation

在 400 mV 刺激振幅条件下，解调信号的波形如图 3-18 所示。其中， σ 是所添加的高斯噪声的标准偏差。 σ 分别设置为 0、0.001、0.005 和 0.01，以模拟受污染的正交信号。实验结果表明，在不同标准偏差水平下，NRL 算法和最小二乘法解调后的信号表现出更大的失真程度以及与原始信号振幅的差异。GNI 算法在噪声环境下的性能更为稳健，无论标准差如何变化，其解调结果始终优于最小二乘法 and NRL 算法，展现出更强的抗噪声能力和信号恢复精度。这表明 GNI 算法在处理含有噪声的信号时具有显著优势，能够有效降低噪声干扰，还原原始信号特征。

当输入数据的李萨如图分别为 1/2 椭圆弧和 3/4 椭圆弧时，解调信号的频谱如图 3-19 所示， σ 设置为 0.01。可以看出，GNI 算法有效地抑制了噪声，消除了谐波失真。GNI 算法凭借其强大的非线性拟合能力和迭代优化机制，始终优于最小二乘法 and NRL 算法。当输入数据的李萨如图为 1/2 椭圆弧时，GNI 算法亦精度足够高。因此，我们在相移判断模块中设置 1/2 椭圆弧作为阈值，以充分利用算法的高精度特性，提升系统的整体性能。

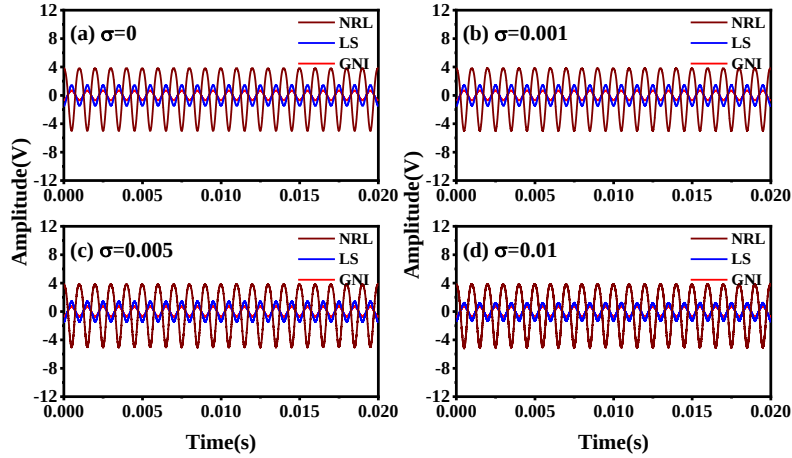


图 3-18 刺激幅度为 400mV 的波形 (a) $\sigma=0$, (b) $\sigma=0.001$, (c) $\sigma=0.005$ 和 (d) $\sigma=0.01$

Fig. 3-18 Waveforms with a stimulus amplitude of 400 mV (a) $\sigma = 0$, (b) $\sigma = 0.001$, (c) $\sigma = 0.005$ and (d) $\sigma = 0.01$

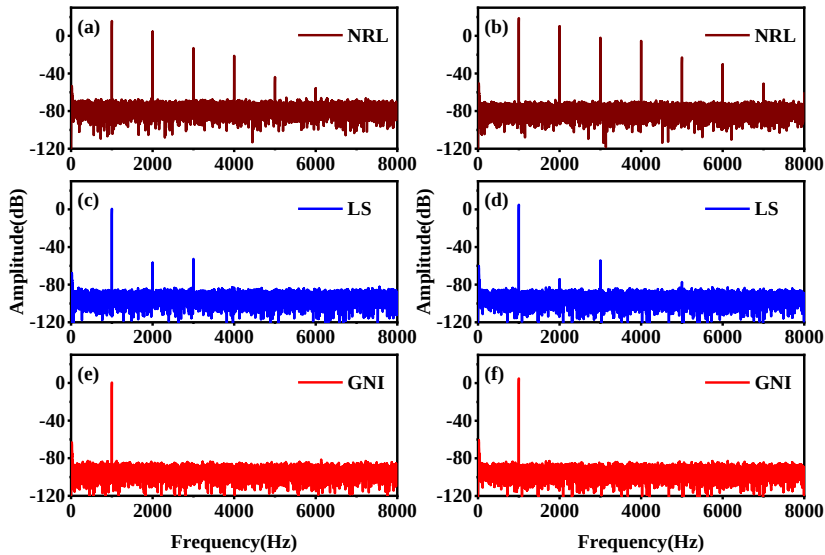


图 3-19 输入数据为 1/2 椭圆弧和 3/4 椭圆弧的频谱

Fig. 3-19 Spectrum of three demodulation algorithms with input data of 1/2 elliptic arc and 3/4 elliptic arc

3. 2. 3 实验系统搭建

上一部分，通过仿真研究验证了基于 GNI 算法的椭圆拟合解调算法的有效性，在此基础上，本节进一步设计了基于迈克尔逊干涉型光纤传感器的实验平台，旨在验证改进后的 3×3 耦合器解调算法的可行性。实验中，首先搭建了干涉型迈克尔逊光纤传感器，其结构如图 3-20 所示，将流程图与实物图结合起

来。在本节实验中，中心波长为 1550 nm 的激光器的光被发射到输入端口 1，然后通过端口 2 注入到 FMI。该传感器由一个 3×3 光纤耦合器、两个光纤臂和两个 FRM 组成。3×3 光纤耦合器的输出端口 6 与缠绕在圆柱形 PZT 上的光纤相连，而端口 4 和端口 6 被两个 FRMs 反射。这些反射的光束重新耦合到 3×3 光纤耦合器中，从而构成了迈克尔逊光纤干涉仪的结构。FMI 的输出端口（端口 2 和端口 3）产生的干涉信号由一对 PDs 进行检测，形成双通道干涉信号。检测到的双通道干涉信号随后通过数据采集卡采集，并以 500 kS/s 的采样速率进行采样。在信号处理环节，相移判断模块和 GNI 算法均通过集成在 LabVIEW 中的 MATLAB 脚本实现。

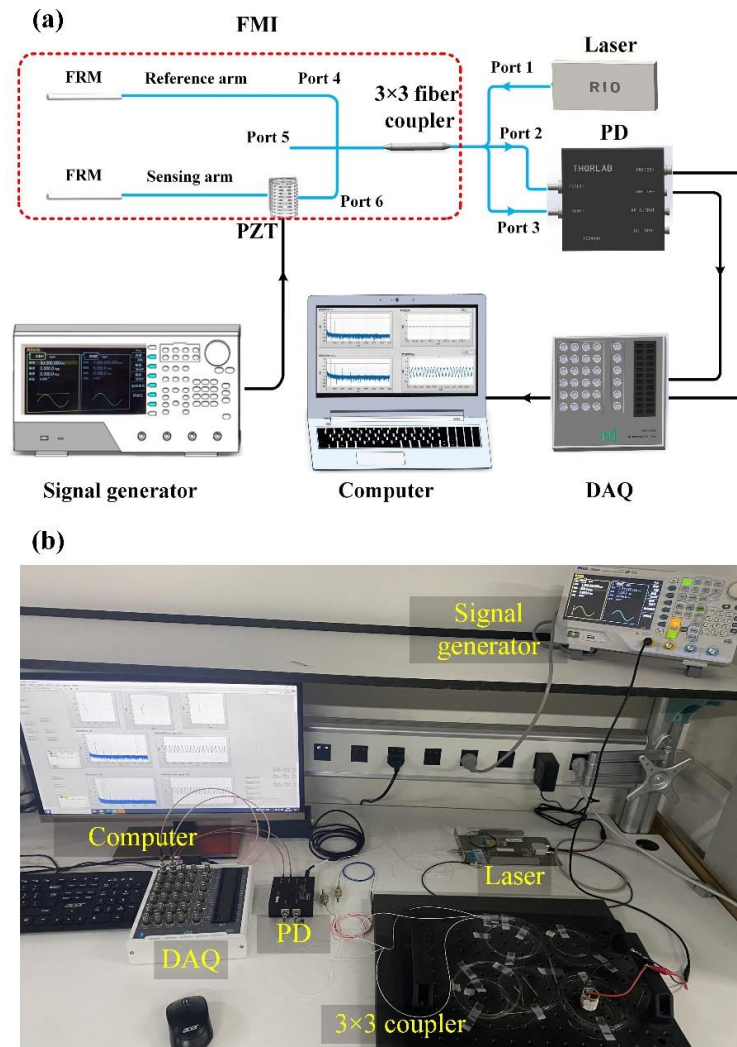


图 3-20 实验装置(a)流程图和(b)实物图

Fig. 3-20 Experimental setup (a) flowchart and (b) physical diagram.

当刺激振幅设置为 1.8 V 时，两个通道的干涉信号 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$ 如图 3-21 所

示。这两个信号不仅在直流偏置上存在差异，其交流振幅也各不相同，反映了 3×3 耦合器的非理想性。

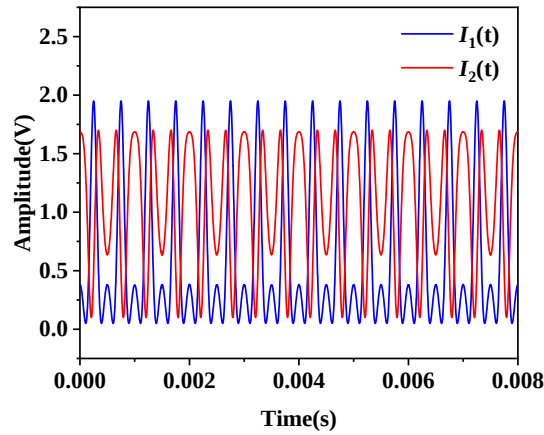


图 3-21 干涉信号 $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$

Fig. 3-21 Interference signals $I_1(t)$ 和 $I_2(t)$

3.2.4 实验验证和结果

在未引入相移判断模块的情况下，对基于 GNI 算法和 LS 算法的椭圆拟合算法进行了对比分析。在 PZT 上施加振幅为 200 mV、频率为 1 kHz 的正弦信号，观察到正交信号的李萨如图因环境效应而发生了动态变化。这种变化反映了环境因素对信号传输和干涉过程的影响，进一步凸显了在复杂环境中对解调算法性能的挑战。图 3-22 显示了原始李萨如图以及采用不同解调算法校正后得到的李萨如图。结果显示，基于 GNI 算法校正后的李萨如图能够与标准圆实现高度重叠。然而，使用最小二乘法的李萨如图与标准圆存在明显偏差。为了更全面地评估不同解调算法的性能，本研究以解调信号的总谐波失真作为关键指标。GNI 算法和最小二乘法的总谐波失真分别为 0.06% 和 1.61%，GNI 算法的拟合精度高于最小二乘法。

在 0.8 V 刺激振幅条件下，解调信号的时域波形及其频谱特性如图 3-23 所示，其中 NRL 算法处理后的波形呈现出显著的失真现象。如图 3-23(f)所示，GNI 算法所获得的解调信号表现出低噪声特性。通过对比分析，该算法在总谐波失真指标上较 NRL 算法和最小二乘椭圆拟合算法分别提升了 0.22% 和 11.76%。在信号质量评估方面，GNI 算法的信纳比达到 64.27 dB，较其他两种算法分别提升了 16.52 dB 和 45.21 dB。实验结果表明，GNI 算法在保持椭圆拟合算法精度的同时，有效抑制了系统非线性失真，展现出最优的综合性能。

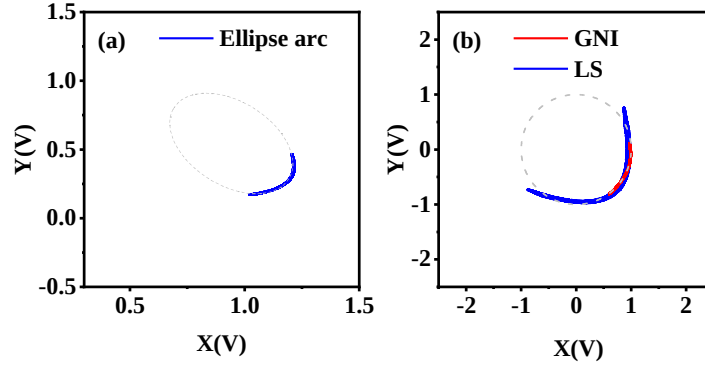


图 3-22 (a) 原始李萨如图, (b) 使用 GNI 算法和 LS 算法校正后的李萨如图

Fig. 3-22 (a) Original Lissajous figure and (b) Lissajous figure after correction using GNI algorithm and LS algorithm

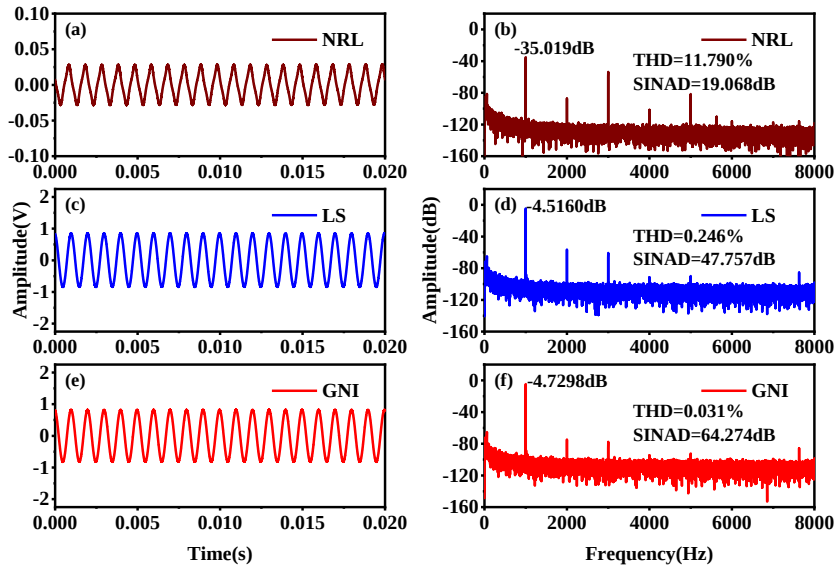


图 3-23 不同算法在 0.8 V 刺激振幅下的解调结果

Fig. 3-23 Demodulation results of different algorithms under the stimulus amplitude of 0.8 V

由于李萨如图形中的椭圆轨迹具有时变特性, 本研究系统性地观测了 1/6、1/4、1/3 和 1/2 椭圆弧对应的李萨如图形。如图 3-24 所示, 通过对不同算法拟合结果的对比分析表明, 当椭圆弧长超过 1/4 周期时, 两种算法的拟合轨迹呈现良好的一致性, 表明椭圆拟合过程能够有效完成。然而, 在 1/6 椭圆弧条件下, 最小二乘法拟合结果与理想单位圆存在显著偏差, 表明该算法在此条件下难以实现有效的椭圆拟合校正。理论分析与实验结果表明, 在低幅值刺激信号条件下, GNI 算法相较于最小二乘法展现出更高的拟合精度, 这主要归因于该算法能够将统计偏差抑制至二阶噪声项水平。当李萨如图形超过 1/2 椭圆弧时, 系统

的总谐波失真明显降低。因此，在 GNI 算法中引入相移判断模块是非常有必要的。

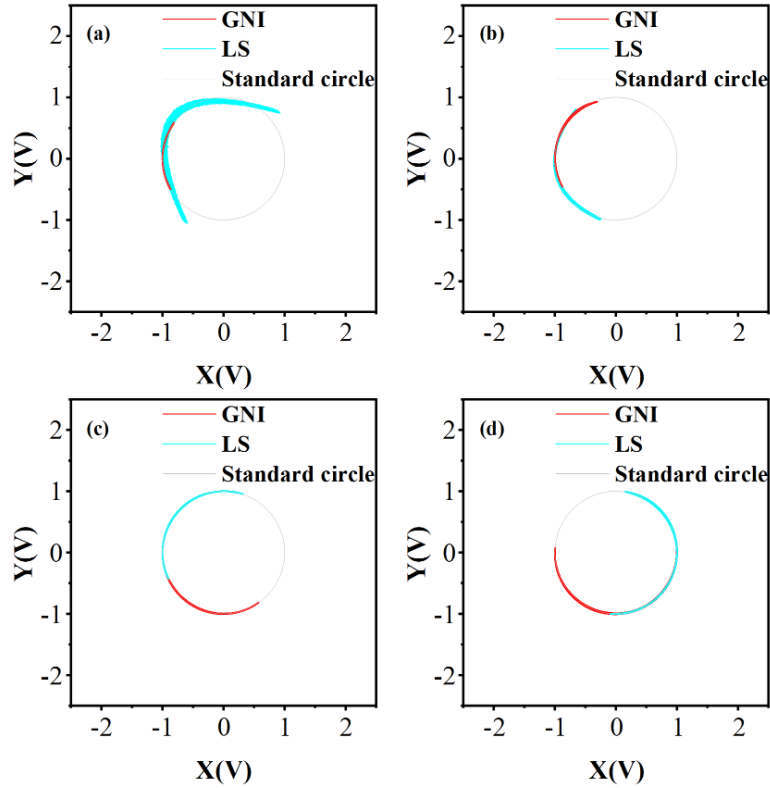


图 3-24 (a) 1/6 椭圆弧、(b) 1/4 椭圆弧、(c) 1/3 椭圆弧和 (d) 1/2 椭圆弧下使用 LS 法和 GNI 算法的拟合椭圆

Fig. 3-24 Fitted ellipse using LS method and GNI algorithm under (a) 1/6 elliptic arc, (b) 1/4 elliptic arc, (c) 1/3 elliptic arc and (d) 1/2 elliptic arc

在小信号条件下，对引入相移判断模块的解调方案进行了测试。图 3-25(a) 显示了当噪声基底为无激励信号时解调信号的频谱。传感系统的本底噪声是影响光干涉传感系统性能的另一个重要因素，它表征了解调系统的最小可检测相位量。相位噪声是噪声基底的主要来源，它与激光源频率噪声和干涉仪臂长差呈正相关。当频率分辨率为 1 Hz 时，本底噪声为 $-110 \text{ dB re rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ($3.16 \mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$)。为精确测量信号的峰值振幅，本研究采用渐进式激励方法，通过逐步提升 1 kHz 激励信号的振幅，直至解调信号的总谐波失真达到 1% 的阈值。实验结果表明，当 THD 达到 0.98 %（接近 1 % 阈值）且 1 kHz 信号振幅为 48.84 dB 时，系统达到临界工作状态，其频谱特性如图 3-25(b) 所示。基于此测量结

果，计算得到系统的动态范围为 148.84 dB。

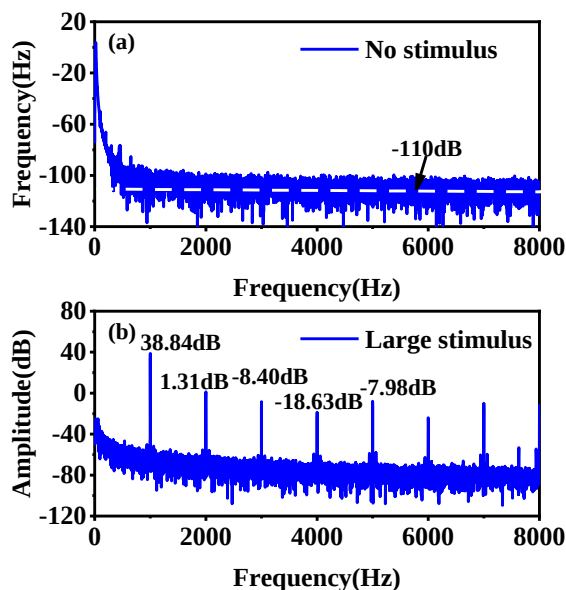


图 3-25 被测频谱(a) 无刺激振幅和 (b) 大刺激振幅

Fig. 3-25 Measured Spectrum (a) No Stimulus Amplitude and (b) Large Stimulus Amplitude

为了研究解调器的响应特性，将 1 kHz 激励信号的振幅从 0.1 V 线性递增至 8 V，并同步记录输出信号的振幅变化。如图 3-26 所示，实验数据表明，输出信号振幅与刺激信号呈现良好的线性相关性 ($R^2 = 0.99992$)。改进后的 GNI 解调算法线性度高达 99.992%，响应斜率为 0.72289 mrad/mV。该系统具有稳定且可预测的输入输出响应特性，其刺激-响应关系的决定系数高达 0.9999。可以看到，该方案能够有效解调微小相移信号，且在整个动态范围内保持高度线性响应，成功地解决了 EFA 的缺点。

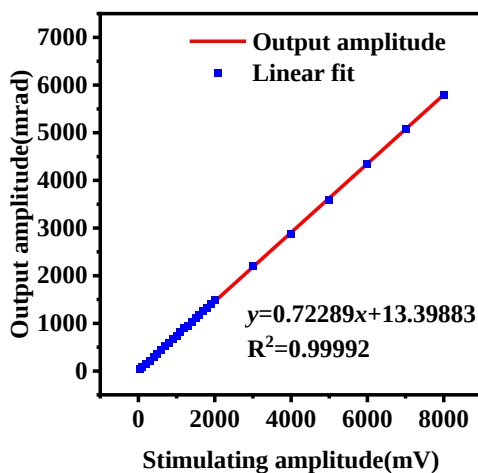


图 3-26 输出振幅与刺激振幅的关系

Fig. 3-26 The relationship between output amplitude and stimulus amplitude

在最大刺激振幅达到 8 V 条件下, GNI 算法解调信号的总谐波失真为 0.77 %。图 3-27 对比展示了三种算法 (NRL、最小二乘法 和 GNI 算法) 解调信号的时域波形及其对应的频谱特性。结果显示, GNI 算法在信号质量指标上显著 优于 NRL 算法和最小二乘法: NRL 算法和最小二乘法的 THD 分别为 8.39 % 和 0.90 %, 相比之下, GNI 算法分别实现了 7.62 % 和 0.12 % 的 THD 改善。在信 信纳比方面, 三种算法的性能分别为 19.46 dB (NRL)、40.96 dB (最小二乘法) 和 42.25 dB (GNI 算法), 表明改进后的算法在 SINAD 指标上较 NRL 和最 小二乘法分别提升了 22.79 dB 和 1.30 dB。

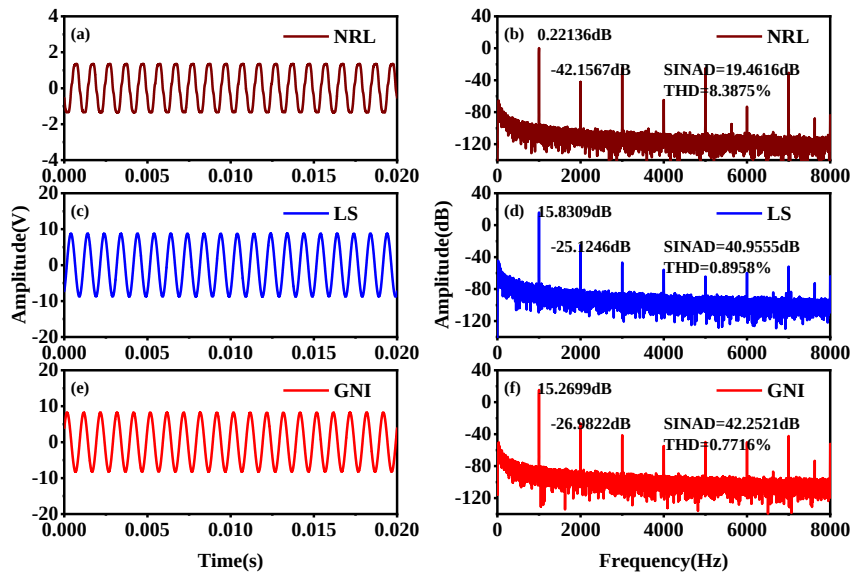


图 3-27 不同算法在 8 V 刺激振幅下的解调结果

Fig. 3-27 Demodulation results of different algorithms at 8 V stimulus amplitude

3.3 本章小结

本研究针对 3×3 耦合器解调系统, 创新性地提出了一种集成相移判断模块的 GNI 椭圆拟合算法。 3×3 耦合器是一种无源器件。解调系统建立后, 分光比和相位差相对稳定。因此, 解决了椭圆拟合算法在所需相移信号较小时无法工作的问题。引入了李萨如图弧长判断模块, 以确定弧长是否大于 π rad。如果存在一对关于原点的对称点, 则我们判定李萨如图大于 π rad。如果李萨如图大于 π rad, 则执行 EFA, 并使用椭圆校正参数 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 进行椭圆校正, 默认参数根据拟合结果更新。否则, 将使用保存的椭圆校正参数进行椭圆校正。默认参数分别设置为 h 、 k 、 a 、 b 和 δ 的平均值。参数执行实时更新功能, 当温度

发生剧烈变化时，干涉仪会产生低频、较大的相位波动。随着相移的增加，李萨如图大于 $1/2$ 椭圆。因此，判断模块会更新校正参数，使解调结果更加精确。

GNI 算法的核心在于利用泰勒级数展开来近似桑普森误差，通过迭代优化过程中的梯度信息和黑森矩阵近似，提升了系统的解调精度和收敛速度。基于 GNI 算法的椭圆拟合算法可以消除非线性误差。GNI 算法的信纳比比最小二乘法高 16.52 dB，比 NRL 算法高 45.21 dB。实验结果表明，该系统能很好地还原原始信号。针对椭圆拟合算法的缺点，利用校正参数的临时稳定性引入了相移判断模块。它的响应线性度高达 99.992%，动态范围大至 148.84 dB。GNI 算法是动态信号处理的理想选择。因此，GNI 算法能有效解决实际 3×3 耦合器的振幅和相位不对称引起的解调偏差问题，改进后的算法性能良好。所提出的基于 GNI 算法的 3×3 耦合器解调算法具有精度高、无源检测、线性度好、动态范围宽、经济高效等优点。它在光纤干涉测量传感器中具有广阔的应用前景，还可扩展到相敏光学时域反射测量和光纤光栅解调系统中。

第 4 章 基于三路信号融合的 3×3 耦合器解调算法

针对传统二维椭圆拟合解调算法在精确获取 3×3 耦合器三路输出参数方面的局限性，本章引入了一种新颖的 3×3 耦合器解调算法，该算法不要求耦合器具有严格的对称性。通过建立三路信号融合机制，实现了高精度的相位解调。算法的核心在于采用三维空间椭圆拟合算法，结合投影和三维重建技术，建立了一个独特的三维信号分析模型。该模型充分利用三路输出信号在三维空间中的几何分布特性，通过最小二乘优化和奇异值分解技术，实现了耦合器参数的精确提取。当李萨如图弧度大于 π rad 时，使用椭圆拟合算法获得校正参数；当弧度小于 π rad 时，使用先前的拟合结果。与传统基于最小二乘法的椭圆拟合相比，本文提出的三路信号融合椭圆拟合算法在性能上实现了较大提升，不仅提高了 EFA 结果的精度，而且有效抑制了系统的非线性误差。优化相位解调算法对提高基于 3×3 耦合器解调系统的可靠性和准确性有很大帮助。

4.1 算法原理分析

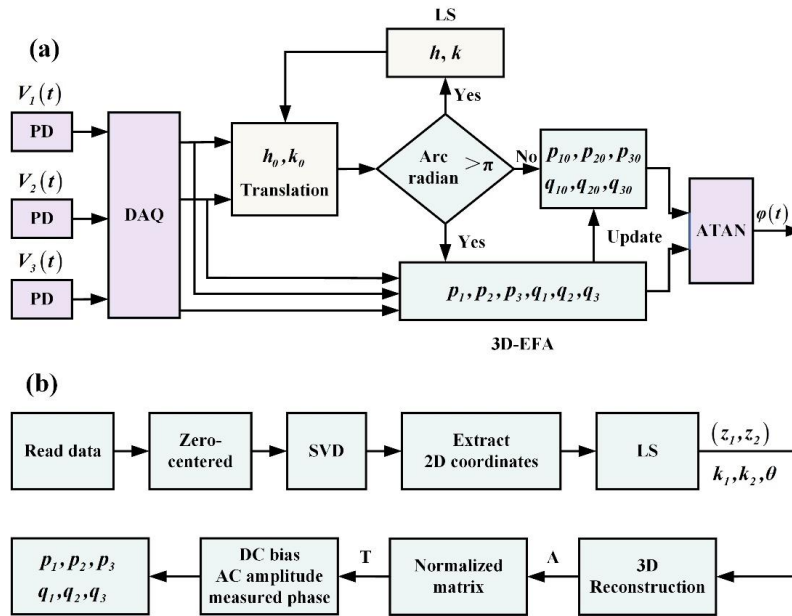


图 4-1 (a)提出 3×3 耦合器解调方案示意图和(b)3D-EFA 流程图

Fig. 4-1 (a) Schematic diagram of the proposed 3×3 coupler demodulation scheme and (b) 3D-EFA flowchart.

图 4-1 的流程图直观地展示了算法的执行步骤和流程。激光器发射的光经光环形器导入光纤 FMI。随后，光电探测器对干涉信号进行精确采集，并通过数

据采集卡完成信号采样，继而采用本章提出的改进 3×3 耦合器解调算法进行信号处理。理论上，对于非平衡 3×3 耦合器，其输出的 3 通道光信号在完成光电转换后应呈现对称状态。然而，在实际应用中，由于制造工艺等因素的限制， 3×3 耦合器往往会出现随机的分光比不均匀性和相位差偏移现象。因此，这些信号的实际输出应表述为：

$$V_i = A_i + B_i \cos[\varphi(t) - (i-1)\gamma_i] \quad (i=1,2,3) \quad (4-1)$$

其中， A_i 是直流参数， B_i 是交流参数，受输入光功率、光源强度噪声和 3×3 耦合器分光比的影响， $\varphi(t)$ 是待测相移信号， γ_i 是固定相位差，其值由 3×3 耦合器的固有特性决定。

在现有相位解调算法大多使用二维(Two-dimensional, 2D)椭圆拟合算法的基础上，对三维椭圆拟合算法进行了深入探索^[78-80]。其中，Ittichote 创新性地将椭圆拟合方法应用于多通道雷达传感器的非基准校准领域^[81]。该方法充分考虑了各通道间存在的相位差异、交流振幅变化以及直流偏移等关键参数，通过建立精确的数学模型，提升了测量结果的可靠性和可重复性。具体而言，信号在多维空间中呈现为空间椭球体分布。借助椭圆拟合算法，能够精确确定椭球的几何参数，并将其转化为相应的传感器参数，进而实现对传感器的校准，获得高精度的结果。

在本研究提出的系统中， 3×3 耦合器的三个输出信号中任意两个信号的组合均可构成李萨如图形。基于第三章第一节所述的最小二乘法原理，系统可精确确定其中一个椭圆的几何中心点坐标。通过坐标变换将该中心点统一平移至坐标系原点，实现李萨如图形的中心定位。这一关键处理过程构成了李萨如图形弧长判断模块的理论基础。

在用于三路信号融合的 3×3 耦合器相位解调系统中引入了判断模块。该模块通过检测李萨如图形中是否存在关于原点对称的点，来判断弧长是否超过 π rad。当检测到李萨如图弧长大于 π rad，系统将启动基于 3D-EFA 的三路信号融合相位解调方案，并据此动态更新预设参数 p_{10} 、 p_{20} 、 p_{30} 、 q_{10} 、 q_{20} 、 q_{30} 。反之，系统将采用存储参数结合反正切法完成解调。开始时，初始参数 p_1 、 p_2 、 p_3 、 q_1 、 q_2 、 q_3 分别预设 0.0180、1.2381、-1.5668、-1.4587、0.7213 和 0.8634。针对持续时间较长的小相位信号，系统可通过向压电传感器施加超过 π

rad 的激励信号来实现参数的更新优化。

通过采样获得的数据可表示为列向量 $x_i = (V_{1i} \ V_{2i} \ V_{3i})^T$ 表示，其中，下标 i 表示采样点序号 ($i = 1, 2, 3, \dots, N$)， V_{1i} 、 V_{2i} 和 V_{3i} 表示三路信号的采样值。为了消除直流分量影响，首先计算对每组数据的算术平均值，记为： $\bar{x} = (\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3)$ 。基于中心化处理后的数据构建协方差矩阵，具体方法是：将原始数据矩阵的每个元素减去对应维度的均值^[82]，计算方法如下：

$$X = [(x_1 - \bar{x}) \ (x_2 - \bar{x}) \ \dots \ (x_m - \bar{x})]^T \quad (4-2)$$

其中 $\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$ ， m 为采样点总数。对原始数据进行中心化可加快找到最佳解

决方案的速度。对原始数据进行中心化处理是优化算法性能的关键步骤，这一预处理具有多重优势。首先，通过消除信号中的直流偏移分量，有效降低系统噪声和干扰信号的影响；其次，中心化处理能够改善数据分布特征，可以提升算法收敛速度，提高求解效率。该预处理过程，为后续相位解调过程的精度和鲁棒性提供了更加精确的数据基础。这一数学变换可通过以下转换矩阵实现：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & -\bar{x}_1 \\ & 1 & & -\bar{x}_2 \\ & & 1 & -\bar{x}_3 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

基于奇异值分解理论，矩阵 X 可以分解为 $X = USW^T$ ，其中， S 为包含奇异值的对角矩阵， U 和 W 是酉矩阵。利用该分解结果，矩阵 X 可进一步表示为：

$$Y = U^T X = SW^T \quad (4-4)$$

奇异值分解实现了数据维度的降维转换，将原始三维数据投影至二维空间。其中， Y 表示提取的二维坐标数据集，该降维过程可表示为：

$$A_2 = \begin{bmatrix} [U^T]_{3 \times 3} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4-5)$$

这一变换在保留主要数据特征的同时，有效降低了计算复杂度。与二维坐标相对应的椭圆一般方程为：

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (4-6)$$

其中 A 、 B 、 C 、 D 和 E 为椭圆拟合参数。参数估计采用最小二乘法。椭圆

的中心点 (z_1, z_2) 、长轴 k_1 、短轴 k_2 和倾角 θ 如下^[83]:

$$\begin{cases} z_1 = \frac{2CD - BE}{B^2 - 4AC} \\ z_2 = \frac{2AE - BD}{B^2 - 4AC} \\ k_1 = \sqrt{\frac{2(Az_1^2 + Cz_2^2 + Bz_1z_2 - 1)}{A + C + \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}} \\ k_2 = \sqrt{\frac{2(Az_1^2 + Cz_2^2 + Bz_1z_2 - 1)}{A + C - \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}} \\ \theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{B}{A - C} \end{cases} \quad (4-7)$$

基于椭圆几何特征参数，空间坐标变换矩阵可表示为如下形式:

$$A_3 = \begin{bmatrix} & & -z_1 \\ & [I]_{3 \times 3} & -z_2 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} [R]_{2 \times 2} & \\ & 1 \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

其中, $R = \begin{bmatrix} 1/k_1 & \\ & 1/k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 。

变换矩阵 A 表示为:

$$A = A_1 A_2 A_3 A_4 \quad (4-10)$$

该变换矩阵实现了三维空间椭球到二维平面的投影映射。定义 $I = A(1:3, 1:3)$ 为矩阵 A 的前三行三列子矩阵, $J = A(1:3, 4)$ 为矩阵 A 的前三行第四列子矩阵。基于此, 归一化矩阵 T 可定义为:

$$T = \frac{I^{-1}}{\sqrt{(A^{-1}(1,1))^2 + (A^{-1}(1,2))^2}} \quad (4-11)$$

利用 $D = -I^{-1} * J$, 可以确定待测信号的直流偏置 D_i 、交流振幅 A_i 和相位差 $\Delta\varphi_1$ 和 $\Delta\varphi_2$ 为:

$$\begin{cases} D_i = D(i), (i=1, 2, 3) \\ A_i = \sqrt{(T(i,1))^2 + (T(i,2))^2}, (i=1, 2, 3) \\ \Delta\varphi_1 = \arctan \frac{T(1,2)}{T(1,1)} - \arctan \frac{T(2,2)}{T(2,1)} \\ \Delta\varphi_2 = \arctan \frac{T(1,2)}{T(1,1)} - \arctan \frac{T(3,2)}{T(3,1)} \end{cases} \quad (4-12)$$

由 3×3 耦合器的分光比和相位差表示的参数 $p_i, q_i (i=1, 2, 3)$ 可通过已知参数求得，其数学表达式为：

$$\begin{cases} p_1 = \frac{A_2}{A_1} \frac{B_3}{B_1} \cos \Delta\varphi_2 - \frac{A_3}{A_1} \frac{B_2}{B_1} \cos \Delta\varphi_1 \\ p_2 = \frac{A_3}{A_1} - \frac{B_3}{B_1} \cos \Delta\varphi_2, \\ p_3 = \frac{B_2}{B_1} \cos \Delta\varphi_1 - \frac{A_2}{A_1} \\ q_1 = \frac{A_2}{A_1} \frac{B_3}{B_1} \sin \Delta\varphi_2 - \frac{A_3}{A_1} \frac{B_2}{B_1} \sin \Delta\varphi_1 \\ q_2 = -\frac{B_3}{B_1} \sin \Delta\varphi_2, \\ q_3 = -\frac{B_2}{B_1} \sin \Delta\varphi_1 \end{cases} \quad (4-13)$$

参数可与反正切解调技术相结合，实现三路信号的融合及精确解调：

$$\tan \varphi(t) = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2 + p_3 V_3}{q_1 V_1 + q_2 V_2 + q_3 V_3} \quad (4-14)$$

最后，所需的相位信号 $\varphi(t)$ 通过反正切技术提取出来。参数对基于 3×3 耦合器的解调方案的性能至关重要，参数越精确，解调方案的性能就越好。

4.2 实验系统搭建

改进的 3×3 耦合器解调算法与李萨如弧长判断模块的实验装置如图 4-2 所示。该干涉型光纤传感器采用 FMI 结构，核心光学器件包括一个 3×3 耦合器、双干涉臂以及两个 FRMs。激光器输出的相干光首先通过环形器进入 3×3 耦合器，经分束后形成两路独立光束，其中一路传输至集成有 PZT 的传感臂，另一路则进入参考臂。两路光束在耦合器中发生干涉后，由高灵敏度三通道 PDs 阵

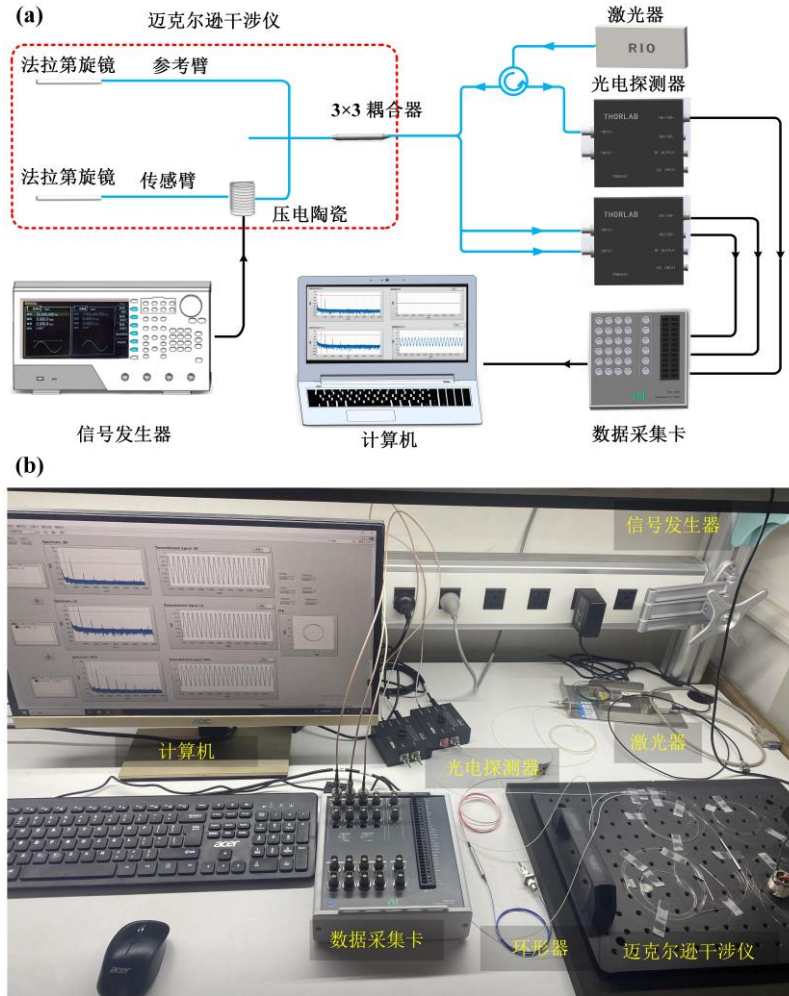


图 4-2 实验装置 (a)流程图和(b)实物图

Fig. 4-2 Experimental setup (a) flowchart and (b) physical drawing

列将干涉光信号转换为电信号。由数据采集器（NI，USB-6356）以 500 kS/s 的采样速率进行采样，在计算机上采用所提出的解调算法进行处理。最后，用 MATLAB 语言编写了 3D-EFA 的程序。

4.2.1 三路初始信号及其拟合

向 PZT 施加振幅为 0.4 V、频率为 1 kHz 的正弦刺激信号。图 4-3 显示了光电探测器采集到的原始干涉信号的时域波形。从时域图中可以观察到，三个通道的初始信号 V_1 、 V_2 和 V_3 在交流振幅和直流偏置方面均表现出明显的差异性。任意两个通道信号组合形成的李萨如图如图 4-4 所示。三个不同的椭圆弧线直观地反映了耦合器输出信号在幅值和相位上的非对称特性。这种非对称性表明三个信号之间存在振幅差异和相位偏移，从而导致每对信号组合（ V_1V_2 、 V_1V_3 和 V_2V_3 ）形成具有独特几何特征的椭圆轨迹。

如图 4-5 所示，三个干涉信号在三维空间中形成了一条椭圆曲线。由于信号幅值相对较小，所呈现的李萨如图形并非完整的椭圆轨迹。当该空间椭圆体投影至 x - y 平面时，其投影形态通常表现为椭圆弧段。基于此特征，我们采用数据中心化处理方法，通过坐标平移将数据点集中心移至原点，从而简化 3D-EFA 的计算过程，有效提升系统的鲁棒性和测量可靠性。

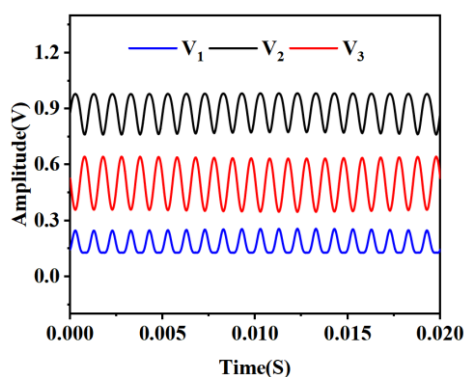


图 4-3 干涉信号 V_1 、 V_2 和 V_3

Fig. 4-3 Interference signals V_1 , V_2 and V_3

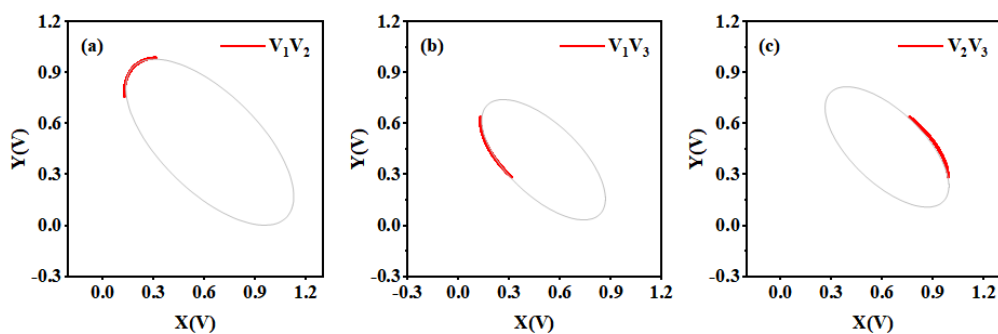


图 4-4 三路信号中任意两路形成的李萨如图

Fig. 4-4 Lissajous figure formed by any two of three signals

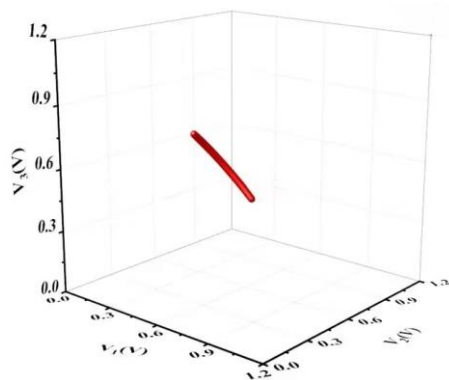


图 4-5 三路输出形成的空间椭圆曲线

Fig. 4-5 Spatial elliptic curve formed by three outputs

在获得透视椭圆后，系统通过最小化约束代数距离的方法，将椭圆拟合算法应用于数据点集。该方法能够唯一且高效地求解椭圆参数，进而实现椭圆的精确校正。基于透视椭圆的几何特征，采用最小二乘法算法进行椭圆参数优化和校正。如图 4-6 所示，经过三维重建处理后的李萨如图形在 x - y 平面上的投影呈现为标准单位圆，这验证了椭圆校正算法的有效性。

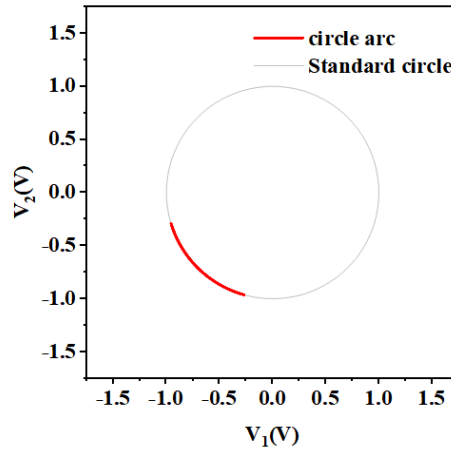


图 4-6 李萨如图投影图

Fig. 4-6 Projection of Lissajous figure

4.2.2 耦合器参数的稳定性

通过实验观测了不同刺激振幅下参数的变化规律，其变化趋势如图 4-7(a)所示。实验测得各参数的平均值分别为 0.0180、1.2381、-1.5668、-1.4587、0.7213 和 0.8634，对应的标准偏差分别为 0.0072、0.0225、0.0225、0.0248、0.0173 和 0.0124。这些结果验证了：由 3×3 耦合器和激光强度共同决定的参数具有优异的稳定性。 3×3 耦合器作为无源光学器件，在系统搭建完成后其相位差和分光比保持恒定不变。基于此，测试获得的参数平均值被用作李萨如图弧长判断模块的预设参数。

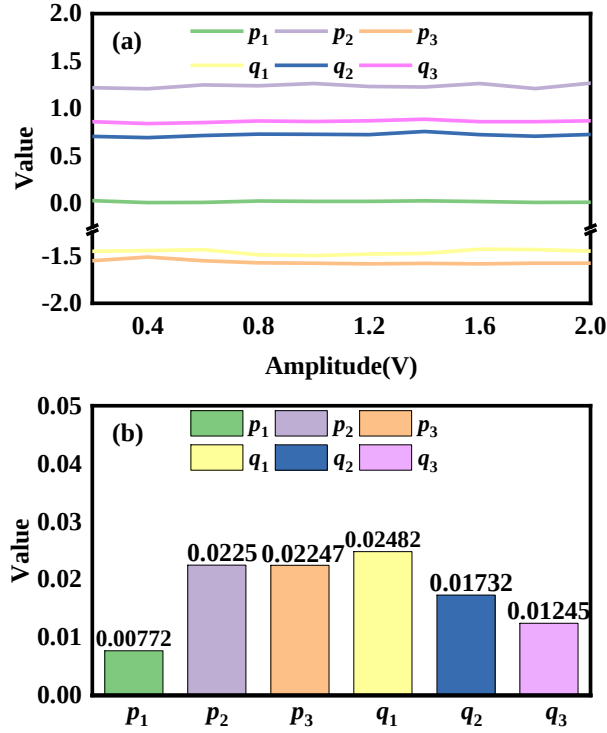


图 4-7 p_1 、 p_2 、 p_3 、 q_1 、 q_2 、 q_3 的标准偏差

Fig. 4-7 Standard deviation of $p_1, p_2, p_3, q_1, q_2, q_3$

4.3 实验验证

4.3.1 不同解调算法的解调结果

为系统评估 NRL 算法^[27]、LS 算法^[38]以及 3D-EFA 的性能差异，图 4-8 展示了在 600 mV 和 1 V 刺激振幅下，各算法解调信号的频谱对比结果。实验结果表明，当刺激信号电压幅值分别为 600 mV 和 1 V 时，对应的李萨如图形分别呈现约 1/4 椭圆和 1/2 椭圆的几何特征。当李萨如图形呈现约 1/4 椭圆特征时，NRL 算法、LS 算法以及 3D-EFA 的解调信号总谐波失真分别为 9.64 %、1.93 %和 0.03 %；随着李萨如图形扩展至约 1/2 椭圆时，三种算法的 THD 分别降低至 9.23 %、0.23 %和 0.02 %。通过对比分析发现，3D-EFA 在 1/4 椭圆情况下较 NRL 算法和 LS 算法分别提升了 9.61 %和 1.90 %的 THD 性能。在 1/2 椭圆情况下则分别提升了 9.21 %和 0.21 %。特别地，当李萨如图形为 1/2 椭圆弧时，3D-EFA 展现出显著优势：其 SINAD 较 NRL 算法提升了 21.93 dB，较 LS 算法提升了 54.46 dB。3D-EFA 通过建立精确的三维空间数学模型优化参数，有效克服了传统算法在信号处理过程中存在的多路径干扰和非线性失真等局限性。该算法充

分考虑了信号的多路复用特性和非线性误差分布特征，实现了对信号特征的精确表征，从而显著提升了系统的动态性能和测量精度。实验结果表明，3D-EFA在光纤干涉传感器中的应用可有效抑制非线性误差，其误差补偿效果较传统方法提升了一个数量级，为高精度光学测量提供了可靠的技术支撑。

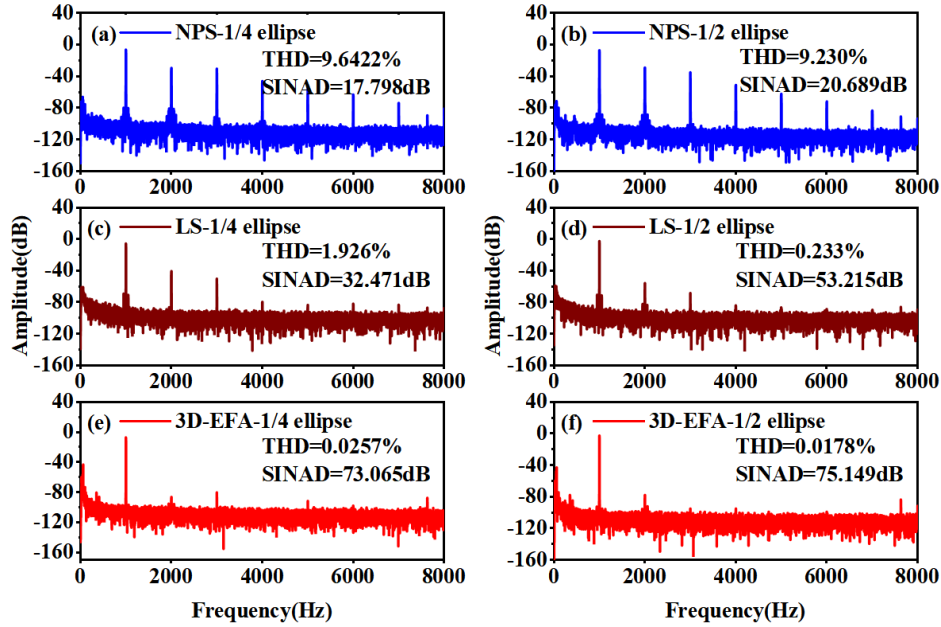


图 4-8 在不同刺激下使用 NPS 算法、LS 算法和 3D-EFA 的频谱图

Fig. 4-8 Spectrograms using NPS, Least Squares, and Spatial Ellipse Fitting algorithms for different stimuli

图 4-9 展示了在 200 mV 刺激振幅条件下，三种解调算法的动态波形响应及其对应的频谱特性对比结果。通过左栏的对比分析可以清晰地观察到，NPS 算法解调信号存在显著的非线性失真。NPS 算法、LS 算法以及 3D-EFA 的 SINAD 分别为 19.72 dB、37.41 dB 和 66.31 dB，对应的 THD 分别为 10.40 %、2.14 %和 0.05 %。性能对比结果显示，3D-EFA 较 NPS 算法和 LS 算法在 THD 指标上分别提升了 10.35 %和 2.09 %，在 SINAD 指标上分别实现了 46.60 dB 和 28.90 dB 的改善。即使在 200 mV 的较低激励振幅条件下，3D-EFA 仍展现出优异的信号解调性能，具有卓越的环境适应性和稳定性。该方法考虑了三路信号强度噪声的影响，与二维椭圆拟合相比，该方法具有更好的 THD 和 SINAD 性能。

4.3.2 线性度和动态范围

图 4-10 (a) 展示了系统在无刺激状态下的解调信号频谱特性。在 1 Hz 频率

分辨率条件下，测得系统本底噪声为 $-112\text{dB re rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ ($2.51\mu\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$)。通过调节信号发生器参数，逐步增大相位信号振幅，直至解调信号的总谐波失真达到 1 % 的阈值。实验数据显示，当总谐波失真为 0.98 %，对应相位振幅为 23.32 dB 时，其频谱特性如图 4-10 (b)所示。基于以上测量数据，计算得出系统的动态范围达到 135.32 dB。为消除 3×3 耦合器解调方案中的非线性误差提供了一种新的解决思路，同时在基于正交信号提取的解调方案中展现出广阔的应用潜力。

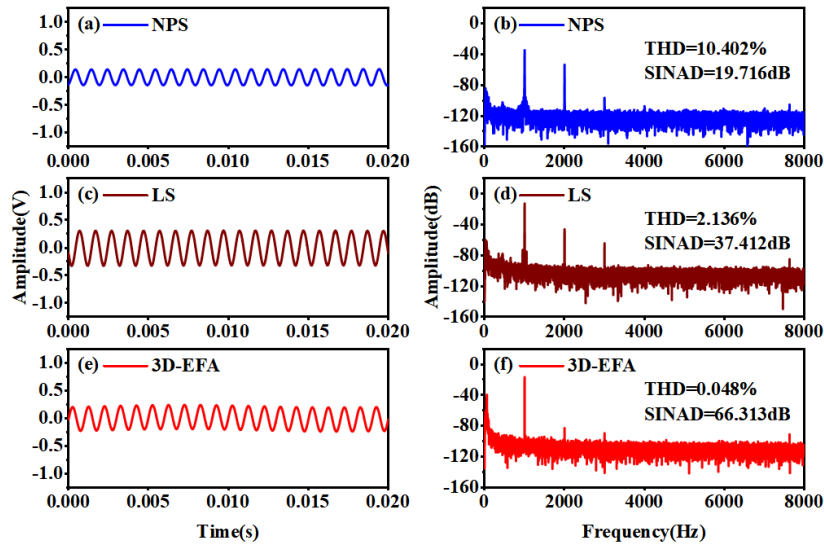


图 4-9 不同解调算法的解调结果

Fig. 4-9 Demodulation results of different demodulation algorithms

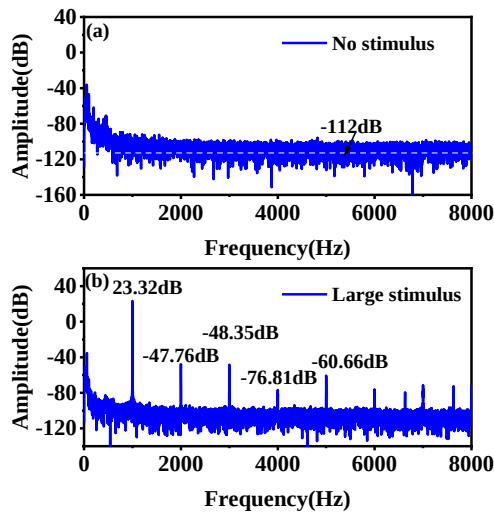


图 4-10 测量到的光谱 (a)无刺激和 (b)有较大刺激

Fig. 4-10 Measured spectra (a) without stimulus and (b) with large stimulus

为了验证算法对刺激信号的响应特性，设计并实施了系统的解调线性度测试。图 4-11 展示了在 1 kHz 工作频率下，解调信号振幅与激励振幅之间的线性关系。线性趋势分析表明，在较宽的激励振幅动态范围内，系统响应呈现出优异的线性特性，其线性度达到 99.999 %。3D-EFA 已成功克服了传统方法在非线性误差补偿方面的固有缺陷，对小信号和大信号都有较好的解调响应，克服了 EFA 不能在小信号下工作的缺点

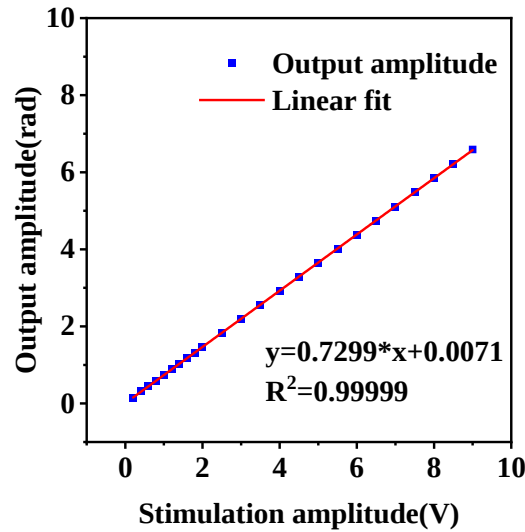


图 4-11 解调系统的解调线性曲线

Fig. 4-11 Demodulation linear curve of the demodulation system

4.3.3 数据对比分析

表 1 系统地比较了基于 3×3 耦合器的多种解调算法性能。本章提出的改进算法通过引入交流-直流分量归一化处理机制，有效消除了相位差的非理想对称性影响，从而实现了对 3×3 耦合器非对称特性的精确补偿。在 3×3 耦合器解调方案中，椭圆拟合算法是一种关键方法，大多数椭圆拟合算法都是通过传统的最小二乘法实现的，这种算法有一个固有的局限性，即当所需相位信号较小时，椭圆拟合算法会失效。为此，设计了相移判断模块，克服了 3D-EFA 在处理小相位信号时的缺陷。如果椭圆弧圆心角大于 1/2 椭圆弧，则执行 3D-EFA 计算椭圆校正参数，并根据计算出的参数更新预设参数，否则，该椭圆校正参数使用该预设参数，再利用该反正切技术提取出来进行处理。D-EFA 作为一种先进的信号处理技术，通过建立精确的三维空间数学模型，展现出优异的解调性能。本文提出的改进方案不仅能够有效处理小信号，还在总谐波失真和信纳比

等关键指标上优于现有算法。此外，通过集成相移判断模块和 3D-EFA，本系统在动态范围和响应线性度方面均取得了显著提升，为高精度光学测量提供了新的解决方案。

表 1. 基于 3×3 耦合器的不同解调算法性能比较

Table 1. Performance comparison of different demodulation algorithms based on 3×3 coupler

解调算法	总谐波失真	信纳比
A new demodulation technique for optical fiber interferometric sensors with [3×3] directional couplers ^[38]	未提及	未提及
Improved demodulation scheme for fiber optic interferometers using an asymmetric 3×3 coupler ^[30]	2.198%	29.79 dB
Improved, operationally-passive interferometric demodulation method using 3×3 coupler ^[33]	1.411%	36.09 dB
Improved DFB-FL Sensor Interrogation with Low Harmonic Distortion Based on Extended Kalman Filter ^[37]	0.053%	60.52 dB
Improved ellipse-fitting phase demodulation technique to suppress the effect of light source intensity noise in interferometric system ^[42]	未提及	未提及

解调算法	总谐波失真	信纳比
A low noise floor 3×3 coupler phase demodulation scheme ^[52]	0.0227%	未提及
Ameliorated 3×3 coupler based demodulation algorithm using iteratively reweighted ellipse specific fitting ^[59]	0.0430%	62.93 dB
Reducing Recovery Signal Distortion of the ϕ -OTDR Based on 3×3 Coupler Demodulation Using Ellipse Fitting Algorithm ^[44]	未提及	未提及
3D-EFA 算法	0.0178%	75.15 dB

4.4 本章小结

本章提出了一种用于三路信号融合的 3×3 耦合器解调算法，解决了 3×3 耦合器不对称的问题。3D-EFA 全面捕捉了李萨如图的形状和结构，因为它考虑的是三维空间中的数据分布，而不仅仅是二维平面上的数据，这使得 3D-EFA 能够更准确地描述数据的特征和关系。与 NPS 算法和最小二乘法相比，当李萨如图约为 1/2 椭圆弧时，3D-EFA 的总谐波失真为 0.02%，3D-EFA 的信纳比分别提高了 21.93 dB 和 54.46 dB。系统建成后，3×3 耦合器的相位差和分光比具有稳定性，因此引入了李萨如弧长度判断模块。这就解决了 3D-EFA 无法处理小信号的问题。它的响应线性度高达 99.999 %。该算法强调高精度、强鲁棒性和良好的线性度，可以提高干涉型光纤传感器的性能。它为图像处理和计算机视觉任务的研究和应用提供了一种有效的工具和方法。

第5章 总结与展望

5.1 全文总结

随着干涉型光纤传感器在各领域的普及，基于 3×3 耦合器的解调算法逐渐成为研究热点。传统的两种基于 3×3 耦合器的解调算法往往会受到非对称因素的干扰，从而出现非线性误差，影响解调结果。本文创新性地提出三种改进的 3×3 耦合器解调算法，并搭建了 FMI 实验平台，对其性能进行验证。该 FMI 实验平台由一个 3×3 光纤耦合器、一对法拉第旋转镜构成。本文开发的程序分别在 MATLAB 和 LabVIEW 平台上实现。

本文的主要研究工作如下：

1. 本文围绕 NRL 和 NPS 解调算法原理展开，分析了直流量、交流量及相位差对基于 3×3 耦合器的解调算法的影响。随后，借助仿真分析了直流量、交流量、相位差及频率对 NRL 和 NPS 解调算法测量结果准确性的影响。为了解决基于 3×3 耦合器的解调算法中非对称性问题，进行了基于高斯牛顿迭代算法的椭圆拟合算法和基于三维空间椭圆拟合算法研究。

2. 优化了 3×3 耦合器解调系统中常用的椭圆拟合算法，设计了相移判断模块。由于 3×3 耦合器是无源器件，激光强度稳定。利用椭圆校正参数 h , k , a , b 和 δ 的稳定性对小刺激下的两个信号进行校正，以克服其在椭圆拟合算法在解调小信号时无法正常工作的问题。改进的算法具有较低的 THD，相对于未加判断模块的椭圆拟合算法，THD 值降低了 1.28%，该算法的线性度为 99.993%，动态范围为 125.64 dB @1 kHz & 1% THD。

3. 对基于 3×3 耦合器的相位解调算法进行研究，提出了一种基于 GNI 的 EFA 解调算法来估计椭圆参数，从而恢复得到两个正交信号。详细地推导了 GNI 算法的椭圆拟合算法理论基础和关键步骤。由于 GNI 算法是基于几何距离估计椭圆参数，拟合效果更加准确。实验结果表明，GNI 算法的 SINAD 比 LS 方案高 16.52 dB，比 NRL 方案高 45.21 dB。因此，GNI 算法能够有效地估计椭圆参数，并根据椭圆参数消除非线性误差，从而为基于 3×3 耦合器的相位解调系统提供高可靠性。针对 EFA 的缺点，利用校正参数的临时稳定性引入了相移判断模块。该系统响应线性度高达 99.992%，动态范围大至 148.84 dB。

4. 提出了一种用于三路信号融合的 3×3 耦合器解调算法。首先根据三个干涉信号映射出三维空间，通过最小二乘法拟合求得三维空间的二次多项式，再通过三维重构得到三维空间的表达式，估计出干涉信号的直流、交流和相位差，实现 3×3 耦合器的零差校准。实验结果表明，当信号达到 $1/4$ 椭圆弧，3D-EFA 的总谐波失真比 LS 和 NPS 的总谐波失真降低了 0.19% 和 9.19%。通过实验测试，该算法的线性响应高达 99.999%。与 LS 算法和 NPS 算法相比，该方法具有更好的 THD 和 SINAD 性能。本章所提出的 3D-EFA 解调方案在小信号场景下具有精度高、稳定性强和线性度好等优点。

5.2 未来工作展望

本文针对基于 3×3 耦合器的解调算法开展研究， 3×3 耦合器的非对称性严重影响了解调性能，提出了三种针对 3×3 耦合器的改进解调算法，并在实验中对其性能进行了验证。尽管在研究中已经取得了一些阶段性成果，但由于实验条件的约束以及自身专业能力的局限，研究仍有部分问题有待深入探究：

1. 文章主要针对光纤干涉仪传感器系统进行了验证，但可以进一步拓展到其他类型的光纤传感器，如光纤布拉格光栅传感器、光纤陀螺仪等，以验证算法的普适性。可以考虑将算法应用于实际的工业监测场景，如桥梁健康监测、管道泄漏检测等，并与其他传统方法进行对比。

2. 降低基于 3×3 耦合器解调的干涉型光纤传感系统中的本底噪声，从而大大提高了 3×3 耦合器解调系统在工程应用中的适用性和可靠性。

3. 当数据量较大时，LabVIEW 实时运行的速度将难以匹配快速的采样频率，系统难以维持工作。因此，有必要将算法迁移到拥有更强运算性能的 FPGA（现场可编程门阵列）上。

攻读硕士学位期间取得的学术成果

Pan S, Ge Q, Zhang G, et al. High precision 3×3 coupler demodulation algorithm with an additional phase shift judgment module[J]. Applied Optics, 2024, 63(13): 3695-3701.

参考文献

- [1] Wei X, Li A, Zhou J, et al. A Calibration-Free Self-Quadrature Locked Extrinsic Fiber Acoustic Sensor With Ultrahigh Sensitivity[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2025, 74: 1-8.
- [2] Du Y, Jin R, Li C, et al. Position Characteristics Removing Algorithm for Pattern Recognition in Interferometric DOFS[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2025, 37(1): 45-48.
- [3] Hu J, Wang W, Zhou B, et al. Self-suppression of leading-fiber-induced noise for remote fiber-optic interferometric sensor using a dual-wavelength optical signal[J]. Optics Express, 2025, 33(4): 7533.
- [4] Zhang R, Li S, Zhang Y, et al. Based on time and space phase compensation algorithm for GM-APD photonic coherent lidar detection[J]. Infrared Physics & Technology, 2025, 147: 105775.
- [5] Wang X, Gong Y, Zhu Z, et al. Enhanced analysis of H62 brass thin plates using integrated LIBS and laser ultrasonic Lamb wave for composition and flaw detection[J]. Optics & Laser Technology, 2025, 185: 112525.
- [6] Cygan A, Wójtcwicz S, Jóźwiak H, et al. Dispersive heterodyne cavity ring-down spectroscopy exploiting eigenmode frequencies for high-fidelity measurements[J]. Science Advances, 2025, 11(5): eadp8556.
- [7] Cizas V, Redeckas K, Stanaitis K, et al. Simultaneous Transmission and Reflection Terahertz Homodyne Imaging System with Integrated Resonant C-Shaped Metalenses[J]. ACS Photonics, 2025, 12(2): 636-647.
- [8] Jia J, Fan X, Jiang Y. A Mach-Zehnder interferometric acoustic sensor using incomplete symmetry 3×3 coupler-based phase shifting demodulator[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2024, 378: 115808.
- [9] Li C, Pang Z, Wang G, et al. A Digital Phase Resolving Method for Fiber Optic Sensing[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(20): 7384-7390.
- [10] Xia Q, Wu X, Liu X, et al. Common-mode intensity noise suppression scheme in phase demodulation of 3×3 coupler based on ellipse fitting algorithm[J]. Optics Communications, 2025, 575: 131291.
- [11] Liu X, Zhang J, Luo J, et al. PGC demodulation technique with nonlinear fitting algorithm to

- p>suppress nonlinear distortion in interferometric system[J]. Optical Fiber Technology, 2024, 88: 103833.
- [12] Zhang S, Zhang L, He C, et al. Improved PGC-Arctan demodulation scheme with immunity to carrier phase delay and modulation depth[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2024, 176: 108072.
- [13] Zhou W, Wu X, Zhang J, et al. Adaptive Filtering Noise Suppression Technique for EFA-Based Interferometric Fiber Optic Sensors[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(7): 2544-2549.
- [14] Zhang G, Ge Q, Wang H, et al. Novel design of phase demodulation scheme for fiber optic interferometric sensors in the advanced undergraduate laboratory[J]. Eur. J. Phys., 2022(43): 065301.
- [15] Liu X, Li X, Li S, et al. A 3×3 Phase Demodulation System Based on Active Ellipse Fitting for 3C Fiber-Optic Geophone Array and Field Tests[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(14): 5041-5047.
- [16] Stepanov K V, Zhirnov A A, Gritsenko T V, et al. Instability Compensation of Recording Interferometer in Phase-Sensitive OTDR[J]. Sensors, 2024, 24(11): 3338.
- [17] Wang C, Shang Y, Liu X, et al. Interferometric distributed sensing system with phase optical time-domain reflectometry[J]. Photonic Sensors, 2017, 7(2): 157-162.
- [18] Alekseev A E, Gorshkov B G, Potapov V T, et al. A Fiber Phase-Sensitive Optical Time-Domain Reflectometer for Engineering Geology Application[J]. Instruments and Experimental Techniques, 2023, 66(5): 843-848.
- [19] Li C, Tang J, Jiang Y, et al. An Enhanced Distributed Acoustic Sensor With Large Temperature Tolerance Based on Ultra-Weak Fiber Bragg Grating Array[J]. IEEE Photonics Journal, 2020, 12(4): 1-11.
- [20] Jia J, Jiang Y, Zhang L, et al. Symbiosis-Michelson Interferometer-Based Detection Scheme for the Measurement of Dynamic Signals[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(18): 7988-7992.
- [21] Pang Y, Liu H, Zhou C, et al. Pretreatment of Ultra-Weak Fiber Bragg Grating Hydrophone Array Based on Cubic Spline Interpolation Using Intensity Compensation[J]. Sensors, 2022, 22(18): 6814.
- [22] Yahav I, Sheffi N, Biofcic Y, et al. Multi-Gigabit Spatial-Division Multiplexing Transmission

- Over Multicore Plastic Optical Fiber[J]. Journal of Lightwave Technology, 2021, 39(8): 2296-2304.
- [23] Li W, Zhang J. Distributed Weak Fiber Bragg Grating Vibration Sensing System Based on 3×3 Fiber Coupler[J]. Photonic Sensors, 2018, 8(2): 146-156.
- [24] Zhang Z, Fiebrandt J, Haynes D, et al. Fiber-based three-dimensional multi-mode interference device as efficient power divider and vector curvature sensor[J]. Journal of Optics, 2018, 20(3): 035701.
- [25] Wang T, Zhang J, Ma Z, 等. Comparison of Amplitude-Frequency Response Characteristics Between DCM and Arctan Algorithms in ϕ -OTDR[J]. Journal of Lightwave Technology, 2025, 41(20): 6608-6614.
- [26] K. P. Koo, A. B. Tveten, A. Dandridge. Passive stabilization scheme for fiber interferometers using (3×3) fiber directional couplers[J]. Applied Physics Letters, 1982, 41(7): 616-618.
- [27] David A. Brown, Charles B. Cameron, Robert M, Keolian, 等. A symmetric 3×3 coupler based demodulator for fiber optic interferometric sensor[C]//SPIE Fiber Optic and Laser Sensors IX. 1991: 328-335.
- [28] Zhang L C, Jiang H M, Zhang J X, 等. 局部异常因子优化的椭圆拟合算法及其在光纤振动传感相位解调中的应用[J]. Acta Physica Sinica, 2022, 71(19): 194206.
- [29] Sheem S K. Fiberoptic gyroscope with $[3 \times 3]$ directional coupler[J]. Applied Physics Letters, 1980, 37(10): 869-871.
- [30] Zhao Z, M. Suleyman Demokan, Mark MacAlpine. Improved demodulation scheme for fiber optic interferometers using an asymmetric 3×3 coupler[J]. Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(11): 2059-2068.
- [31] 宋美杰, 于廷宽. 一种基于 3×3 耦合器的光纤相位解调算法[J]. 算法研究, 2019, 43(5): 51-53.
- [32] 代欣学, 陈亚林, 负晓辉, 等. 干涉型光纤水听器 3×3 反正切解调方法[J]. 舰船科学技术, 2020, 42(2): 150-154.
- [33] Todd M D, Seaver M, Bucholtz F. Improved, operationally-passive interferometric demodulation method using 3×3 coupler[J]. Electronics Letters, 2002, 38(15): 784.
- [34] Zhong X, Gui D, Zhang B, et al. Performance enhancement of phase-demodulation ϕ -OTDR using improved two-path DCM algorithm[J]. Optics Communications, 2021, 482: 126616.

-
- [35] Ma P. A fast positioning method for long-range asymmetric interferometer disturbance sensors[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2021, 117: 103822.
 - [36] 孔明阳, 樊融, 初凤红, 等. 基于 3×3 耦合器的分布反馈激光器振动传感解调算法[J]. *科学与技术工程*, 2023, 23(21): 09113-09.
 - [37] Zhang J, Huang W, Zhang W, et al. Improved DFB-FL Sensor Interrogation With Low Harmonic Distortion Based on Extended Kalman Filter[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2021, 39(15): 5183-5190.
 - [38] Liu T, Cui J, Chen D, et al. A new demodulation technique for optical fiber interferometric sensors with $[3 \times 3]$ directional couplers[J]. *Chinese Optics Letters*, 2008, 6(1): 12-15.
 - [39] Shi Z, Wang H, Leung C S, et al. Robust ellipse fitting based on Lagrange programming neural network and locally competitive algorithm[J]. *Neurocomputing*, 2020, 399: 399-413.
 - [40] 高晓文, 张自丽, 叶博, 等. 一种改进的光纤水听器 3×3 耦合器解调算法[J]. *声学及电子工程*, 2019(3): 15-19.
 - [41] 张硕, 王敏, 王珂, 等. 针对 3×3 耦合器幅相非对称的光纤水听器解调方法[J]. *仪器仪表学报*, 2023, 44(2): 32-41.
 - [42] Fang C, Shi J, Fu Z, et al. Improved ellipse-fitting phase demodulation technique to suppress the effect of light source intensity noise in interferometric system[J]. *Optics Letters*, 2023, 48(7): 1690-1693.
 - [43] Liu X, Wu X, Luo J, et al. Stably suppressing laser relative intensity noise on a 3×3 coupler interferometric system[J]. *Optics Letters*, 2024, 49(14): 3950-3953.
 - [44] Zhong X, Cao H, Sun Y, et al. Reducing Recovery Signal Distortion of the ϕ -OTDR Based on 3×3 Coupler Demodulation Using Ellipse Fitting Algorithm[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2024, 42(6): 2200-2208.
 - [45] Ferrero B, Bellon L. Harmonic calibration of quadrature phase interferometry[J]. *Europhysics Letters*, 2022, 139(5): 55002.
 - [46] Ge Q, Zhu J, Zhang G, et al. High Stability PGC-EFA-DCM Demodulation Algorithm Integrated With a PID Module[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2022, 40(24): 7961-7968.
 - [47] Mu S, Yu B, Gui L, et al. High-stability PGC demodulation technique with an additional sinusoidal modulation based on an auxiliary reference interferometer and EFA[J]. *Optics Express*, 2022, 30(15): 26941-26954.

-
- [48] Lu X, Marcelo A. Soto, Peter J. Thomas, et al. Evaluating Phase Errors in Phase-Sensitive Optical Time-Domain Reflectometry based on I/Q Demodulation[J]. Journal of Lightwave Technology, 2020, 38(15): 4133-4141.
 - [49] Zhang S, Chen B, Yan L, et al. Real-time normalization and nonlinearity evaluation methods of the PGC-arctan demodulation in an EOM-based sinusoidal phase modulating interferometer[J]. Optics Express, 2018, 26(2): 605-616.
 - [50] 梅泽, 吕海飞, 文晓艳, 等. 改进的椭圆拟合算法及振动传感相位解调[J]. 光学学报, 2021, 41(24): 2412001.
 - [51] Shi J, Guang D, Li S, et al. Phase-shifted demodulation technique with additional modulation based on a 3×3 coupler and EFA for the interrogation of fiber-optic interferometric sensors[J]. Optics Letters, 2021, 46(12): 2900.
 - [52] Zhang J, Wu X, Zhou W, et al. A low noise floor 3×3 coupler phase demodulation scheme[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(1): 470-476.
 - [53] Servin M, Padilla M, Paez G, et al. Universal phase-shifting algorithm (UPSA) for nonuniform phase-step demodulation and null-testing criterion for phase accuracy gauging[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2022, 158: 107180.
 - [54] Zhang Y, Wang J, Chen M, et al. A Method to Eliminate the Influence of Frequency-Modulating-Induced Auxiliary Amplitude Modulation on the Calibration of 3×3 Coupler Asymmetric Parameters[J]. Sensors, 2020, 20(21): 6180.
 - [55] Wu Y, Li C, Wang C, et al. Self-calibration phase demodulation scheme for stabilization based on an auxiliary reference fiber-optic interferometer and ellipse fitting algorithm[J]. Optics Express, 2023, 31(3): 4639-4651.
 - [56] Zhang G, Xu L, Ge Q, et al. High Precision and Stabilization PGC Demodulation Scheme for Fiber Optic Interferometric Sensors[J]. Journal of Lightwave Technology, 2023, 41(20): 6615-6620.
 - [57] Zhang G. Ameliorated PGC demodulation scheme using Taubin least squares fitting of ellipse in fiber optic interferometric sensors[J]. Optical Fiber Technology, 2023.
 - [58] Jiang Y, Gu S, Zhang G, et al. Highly Robust PGC Demodulation Scheme for Fiber Optic Interferometric Sensors[J]. IEEE Sensors Journal, 2024, 24(2): 1486-1493.
 - [59] Gu S, Zhang G, Ge Q, et al. Ameliorated 3×3 coupler-based demodulation algorithm using

- iteratively reweighted ellipse specific fitting[J]. Optics Express, 2024, 32(2): 1108-1122.
- [60] 徐铖晋. 分布式光纤传感系统的信号处理技术研究[D]. 浙江: 浙江大学, 2019.
- [61] Chen Y, Lei X, Ma S, et al. Dynamic Demodulation Method for Fabry-Perot Sensors Based on the Double-Sideband Microwave Modulation[J]. Journal of Lightwave Technology, 2024, 42(20): 7412-7419.
- [62] Cai X, Gao S, Wu M, et al. Temperature-insensitive curvature sensor with few-mode-fiber based hybrid structure[J]. Optics & Laser Technology, 2024, 168: 109843.
- [63] S. Sham Kumar, C. A. Khansa, T. V. Praveen, et al. Assessment of Dynamic Range in Interferometric Fiber Optic Hydrophones Based on Homodyne PGC Interrogator[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(22): 13418-13425.
- [64] Zhao N, Fu H, Shao M, et al. High temperature probe sensor with high sensitivity based on Michelson interferometer[J]. Optics Communications, 2015, 343: 131-134.
- [65] Zhang S, Ma Y, Lai X, et al. MI-MZI based distributed optical fiber sensor for location and pattern recognition[J]. Optics Express, 2024, 32(7): 11134.
- [66] Xin Y, Dong X, Meng Q, et al. Alcohol-filled side-hole fiber Sagnac interferometer for temperature measurement[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2013, 193: 182-185.
- [67] Ma Y, Song Y, Song Q, et al. MI-SI Based Distributed Optical Fiber Sensor for No-Blind Zone Location and Pattern Recognition[J]. Journal of Lightwave Technology, 2022, 40(9): 3022-3030.
- [68] 尚玉峰, 师钦贤, 杨一粟, 等. 基于光纤马赫-曾德尔任意偏振高斯光束干涉研究[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(21): 2126001.
- [69] Cheng K, Shang X, Cheng X. The digitization of Michelson Interferometer[C]//Proceedings of 2011 International Conference on Electronics and Optoelectronics. Dalian, Liaoning, China: IEEE, 2011: V3-142-V3-145.
- [70] 柯尊灵, 王芳, 陈震. 光纤水听器相位解调中的数值组合处理方法[J]. 光纤与电缆及其应用技术, 2023(2): 30-41.
- [71] Yan L, Chen Z, Chen B, et al. Precision PGC demodulation for homodyne interferometer modulated with a combined sinusoidal and triangular signal[J]. Optics Express, 2018, 26(4): 4818.
- [72] Pan S, Ge Q, Zhang G, et al. High precision 3×3 coupler demodulation algorithm with an

- additional phase shift judgment module[J]. *Applied Optics*, 2024, 63(13): 3695-3701.
- [73] Qu Z, Guo S, Hou C, et al. Real-time self-calibration PGC-Arctan demodulation algorithm in fiber-optic interferometric sensors[J]. *Optics Express*, 2019, 27(16): 23593-23609.
- [74] Hou C, Liu G, Guo S, et al. Large Dynamic Range and High Sensitivity PGC Demodulation Technique for Tri-Component Fiber Optic Seismometer[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 15085-15092.
- [75] Wu Y, Wang H, Tang F, et al. Efficient conic fitting with an analytical Polar-N-Direction geometric distance[J]. *Pattern Recognition*, 2019, 90: 415-423.
- [76] Chen P. Hessian Matrix vs. Gauss–Newton Hessian Matrix[J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 2011, 49(4): 1417-1435.
- [77] Hou C, Zhang J, Yuan Y, et al. Reliability Demodulation Algorithm Design for Phase Generated Carrier Signal[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2022, 71(1): 127-138.
- [78] L. Li. Building an accurate 3D model of a circular feature for robot vision[J]. *Opto-Electronics Review*, 2012, 20(2): 120-125.
- [79] Chaudhuri D. A simple least squares method for fitting of ellipses and circles depends on border points of a two-tone image and their 3-D extensions[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2010, 31(9): 818-829.
- [80] Rahayem M, Werghi N, Kjellander J. Best ellipse and cylinder parameters estimation from laser profile scan sections[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(9): 1242-1259.
- [81] Ittichote Chuckpaiwong. Ellipse fitting method in multidimensional space for on-site sensor calibration[C]//2004 IEEE Region 10 Conference TENCN 2004. Chiang Mai, Thailand: IEEE, 2004: 685-688.
- [82] 张华勇, 王利威, 施清平, 等. 光纤水听器时分复用系统通过 3×3 耦合器信号解调的一种新算法[J]. *中国激光*, 2011, 38(5): 168-174.
- [83] Kenichi Kanatani, Yasuyuki Sugaya, Yasushi Kanazawa. Ellipse Fitting for Computer Vision Implementation and Applications[M]. A Publication in the Morgan & Claypool Publishers series, 2016.

致谢

三年读研生涯转瞬即逝，回顾三年硕士研究生生活，对本人而言有收获也有失去，有欢喜也有遗憾；而内心更多的还是感谢。

首先，特别感谢我的导师葛强老师，严谨的教学态度，严密的逻辑思维以及负责的工作态度让我在学习过程中受益匪浅。在整个论文的撰写修改过程中耐心地为我修正错误。感谢张刚老师，对我的帮助和指导也贯穿了整个论文的写作过程，严谨的治学态度和深厚的专业素养，让我深受启发。感谢许林广老师在论文写作上对我的指导。

其次，感谢父母。二十多年来对我的关心和照顾，在学业上对我的支持和理解，给予我自由选择的权利，成为我最坚实的后盾。在困难和迷茫时，让我找到方向，默默支持我的每一个决定。

然后，感谢这一路的所有朋友的陪伴和帮助。感谢我的室友们在学业上和生活上的照顾；感谢师兄们在学习中提的建议；感谢同门，一起努力，一起进步；以及感谢师弟师妹们，感谢这份师门缘分让我们相知相识。我们不仅是科研路上的伙伴，更是生活中的朋友。

最后感谢的是自己，感谢那个默默努力的自己。愿未来的自己能够像向日葵一样，永远向上、自由且快乐！

尚德敏学 唯实惟新

