

分类号: TP273

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2220320159

题 目 四旋翼无人机的反步自抗扰轨迹跟踪控制

英文并列

题 目 Backstepping Active Disturbance Rejection
Control for Trajectory Tracking of
Quadrotor UAVs

学生姓名: 黄鹤鸣

校内导师: 黄宜庆(教授)

校外导师: 喻晓军

专 业: 电子信息

研究方向: 控制工程

论文答辩日期: 2025 年 5 月 10 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：黄鹤鸣

日期：2025 年 5 月 10 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：黄鹤鸣

指导教师签名：黄宜欣

日期：2025年5月10日

日期：2025年5月10日

四旋翼无人机的反步自抗扰轨迹跟踪控制

摘要

随着四旋翼无人机在军事侦察、灾害救援、物流运输等领域的广泛应用，复杂动态环境下无人机系统的抗干扰能力与轨迹跟踪性能已成为控制领域的研究重点。本文针对四旋翼无人机与四旋翼无人机编队的抗干扰轨迹跟踪控制问题，从动力学建模、改进扩展状态观测器设计、复合抗干扰控制到分布式预设时间编队控制四个层面展开系统性研究，主要研究内容如下：

首先，对四旋翼无人机的基本构造及其运动模式进行了阐述，通过分析机体坐标系与地面坐标系间的转换关系，推导出四旋翼无人机的水平运动方程与旋转运动方程。在建立四旋翼无人机数学模型的过程中，不仅考虑了外部未知干扰等关键因素的影响，还通过模型简化确保了合理性与工程实用性，为后续设计抗干扰轨迹跟踪控制算法提供了理论基础。

其次，针对存在外界未知干扰的四旋翼无人机轨迹跟踪问题，给出一种基于改进扩展状态观测器与反步控制的复合控制策略。通过引入优化后的非线性函数改进传统扩展状态观测器，在保证干扰估计精度的同时，有效抑制高频噪声的放大效应。结合反步控制构建姿态-位置双回路控制器，确保系统的快速收敛。仿真结果表明，

提出的改进扩展状态观测器具有更强的误差跟随能力，设计的抗干扰反步控制器具有更好的轨迹跟踪性能。

然后，针对系统同时存在外部扰动和内部参数摄动的复合干扰问题，给出一种基于自适应固定时间滑模干扰观测器与固定时间反步控制器的四旋翼无人机轨迹跟踪控制策略。构建自适应固定时间滑模干扰观测器，实现对外部扰动与内部参数摄动的统一估计，确保误差在固定时间内收敛。基于干扰观测器的实时补偿数据，设计固定时间反步控制器，通过分步递推方式分别完成位置子系统与姿态子系统的协同控制。仿真表明，该方法在多源干扰叠加条件下，能够有效维持姿态稳定性与轨迹跟踪精度。

最后，考虑到外界干扰下的四旋翼无人机编队收敛速度问题，给出一种分布式预设时间编队控制策略。为解决编队系统中部分跟随者无法获取期望的位置信息的难题，设计了分布式预设时间状态观测器。在干扰补偿方面，构造自适应预设时间干扰观测器，可在预设时间内估计无人机间的耦合干扰。根据预设时间状态观测器提供的估计数据，结合反步滑模控制与预设时间控制理论，设计了一种预设时间编队控制器，确保跟踪误差在预设时间内达到渐近稳定。理论分析结合仿真实验证明了这一编队控制策略的有效性，编队能够在预设的时间内稳定构建。

关键词：四旋翼无人机，反步控制，抗干扰控制，扩展状态观测器，干扰观测器，分布式编队

BACKSTEPPING ACTIVE DISTURBANCE REJECTION CONTROL FOR TRAJECTORY TRACKING OF QUADROTOR UAVS

ABSTRACT

With the widespread application of quadrotor UAVs in military reconnaissance, disaster rescue, logistics transportation, and other fields, the anti-interference capability and trajectory tracking performance of UAV systems in complex dynamic environments have become key research topics in control engineering. This thesis systematically addressed the anti-interference trajectory tracking control problem for individual quadrotor UAVs and their formations, focusing on four aspects: dynamic modeling, improved extended state observer design, composite anti-disturbance control, and distributed preset-time formation control. The main research contents were as follows:

First, the basic structure and motion modes of quadrotor UAVs were described, and their horizontal and rotational motion equations were derived by analyzing the transformation relationship between the body and ground coordinate systems. During the mathematical modeling process, external unknown disturbances and other critical factors were considered, while model simplification ensured rationality and

engineering practicability, providing a theoretical foundation for subsequent anti-disturbance trajectory tracking control algorithm design.

Second, to address the trajectory tracking problem under external unknown disturbances, a composite control strategy based on an improved extended state observer (ESO) and backstepping control was proposed. By incorporating an optimized nonlinear function into the traditional ESO, the modified ESO achieved high disturbance estimation accuracy while suppressing high-frequency noise amplification. A dual-loop attitude-position controller was constructed using backstepping control, ensuring rapid system convergence. Simulation results demonstrated that the improved ESO exhibited stronger error-tracking capabilities, and the designed anti-disturbance backstepping controller achieved better trajectory tracking performance.

Third, to tackle the compound interference problem caused by external disturbances and internal parameter perturbations, a trajectory tracking control strategy combining an adaptive fixed-time sliding mode disturbance observer and a fixed-time backstepping controller was developed. An adaptive fixed-time sliding mode disturbance observer was designed to estimate external disturbances and internal parameter variations, ensuring error convergence within a fixed time. Based on real-time compensation data from the observer, a fixed-time backstepping controller was designed to achieve coordinated control of position and

attitude subsystems through step-by-step recursion. Simulations showed that this method effectively maintained attitude stability and trajectory tracking accuracy under multi-source interference conditions.

Finally, considering the convergence speed issue of quadrotor UAV formation under external disturbances, a distributed preset-time formation control strategy is proposed. To solve the challenge of some followers lacking access to desired position information, a distributed preset-time state observer was designed. For interference compensation, an adaptive preset-time disturbance observer was constructed to estimate coupling disturbances among UAVs within a preset time. Using estimated data from the preset-time state observer, combined with backstepping sliding mode control and preset-time control theory, a preset-time formation controller was designed to ensure asymptotic stability of tracking errors within a preset time. Theoretical analysis and simulations verified the effectiveness of this formation control strategy, demonstrating that the formation could stabilize within the specified time.

KEY WORDS: quadrotor UAV, backstepping control, anti-interference control, extended state observer, interference observer, distributed formation

目 录

摘 要.....	I
目 录.....	VI
插图清单.....	IX
表格清单.....	X
第 1 章 绪论.....	1
1.1 课题研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 四旋翼无人机抗干扰控制研究现状.....	2
1.2.2 四旋翼无人机轨迹跟踪控制研究现状.....	3
1.2.3 四旋翼无人机收敛时间研究现状.....	5
1.2.4 四旋翼无人机编队控制研究现状.....	6
1.3 研究的主要内容与结构安排.....	6
第 2 章 四旋翼无人机动力学建模.....	8
2.1 引言.....	8
2.2 四旋翼无人机结构与工作原理.....	8
2.3 四旋翼无人机模型推导.....	9
2.3.1 外界未知扰动影响下的四旋翼无人机受力分析.....	11
2.3.2 四旋翼无人机水平运动方程.....	12
2.3.3 四旋翼无人机旋转运动方程.....	13
2.3.4 四旋翼无人机数学模型.....	14
2.4 本章小节.....	15
第 3 章 外界干扰下四旋翼无人机反步抗干扰轨迹跟踪控制.....	16
3.1 引言.....	16
3.2 问题描述.....	16
3.3 扩展状态观测器的改进研究.....	17
3.3.1 扩展状态观测器.....	17
3.3.2 改进扩展状态观测器设计.....	18

3.4 反步抗干扰轨迹跟踪控制器设计.....	20
3.4.1 反步控制.....	20
3.4.2 位置子系统跟踪控制器设计.....	22
3.4.3 姿态子系统跟踪控制器设计.....	23
3.4.4 稳定性分析.....	25
3.5 仿真验证与分析.....	26
3.5.1 建立系统仿真模型.....	26
3.5.2 改进扩展状态观测器性能仿真验证与分析.....	27
3.5.3 控制器轨迹跟踪性能仿真验证与分析.....	28
3.6 本章小结.....	29
第 4 章 复合干扰下四旋翼无人机固定时间反步轨迹跟踪控制.....	30
4.1 引言.....	30
4.2 问题描述.....	30
4.3 自适应固定时间滑模干扰观测器设计.....	32
4.4 固定时间反步轨迹跟踪控制器设计.....	36
4.4.1 位置子系统跟踪控制器设计.....	36
4.4.2 姿态子系统跟踪控制器设计.....	38
4.5 仿真验证与分析.....	41
4.6 本章小结.....	44
第 5 章 外界干扰下四旋翼无人机分布式预设时间编队控制.....	45
5.1 引言.....	45
5.2 问题描述.....	45
5.3 分布式预设时间状态观测器设计.....	48
5.4 自适应预设时间干扰观测器设计.....	50
5.5 预设时间反步滑模编队控制器设计.....	53
5.5.1 预设时间位置控制器设计.....	53
5.5.2 预设时间姿态控制器设计.....	55
5.6 仿真验证与分析.....	58
5.7 本章小结.....	64

第 6 章 总结与展望.....	65
6.1 研究工作总结.....	65
6.2 研究展望.....	66
参考文献.....	67
作者攻读学位期间发表的学位论文及参加的科研项目.....	73
致 谢.....	74

插图清单

图 1-1 无人机应用	1
图 2-1 四旋翼无人机结构图	8
图 2-2 地面坐标系和机体坐标系	10
图 2-3 姿态角描述	10
图 3-1 基于改进 ESO 与反步控制的四旋翼无人机双环控制结构图	17
图 3-2 传统 ESO 逼近扰动曲线	27
图 3-3 改进 ESO 逼近扰动曲线	27
图 3-4 x-y 平面飞行轨迹	28
图 3-5 位置响应曲线	28
图 3-6 姿态响应曲线	29
图 4-1 固定时间四旋翼无人机控制结构图	31
图 4-2 x-y 平面飞行轨迹	41
图 4-3 干扰观测器逼近扰动曲线	42
图 4-4 故障因子估计	42
图 4-5 位置子系统的轨迹跟踪误差	43
图 4-6 姿态子系统的轨迹跟踪误差	44
图 5-1 编队控制结构	46
图 5-2 编队拓扑图	58
图 5-3 x-y 平面编队轨迹	60
图 5-4 位置观测误差	60
图 5-5 干扰观测器误差	61
图 5-6 位置跟踪误差	62
图 5-7 姿态跟踪误差	63

表格清单

表 2-1 四旋翼无人机运动原理	9
表 3-1 四旋翼无人机模型参数	26
表 4-1 干扰控制器参数	41
表 5-1 四旋翼无人机的初始状态	59

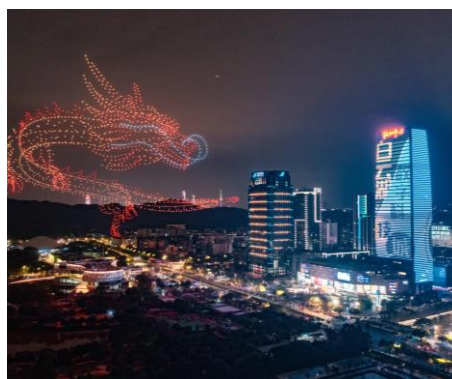
第1章 绪论

1.1 课题研究背景及意义

近年来，随着低空经济的蓬勃发展，四旋翼无人机凭借其六自由度运动能力、灵活部署特性及低成本优势^[1]在精准农业、物流配送、编队表演、军事侦察等领域得到了广泛应用^[2-4]，如图 1-1 所示。然而，无人机在实际作业中易受复杂环境干扰（如风扰、电磁干扰）、系统不确定性（如模型参数摄动）等多重扰动影响，导致轨迹偏移甚至失控。根据国际自动控制联合会（IFAC）2024 年报告，约 42% 的无人机事故与抗干扰能力不足直接相关。因此，如何提升四旋翼无人机在干扰环境下的抗扰能力和轨迹跟踪精度，成为学术界与工业界共同关注的核心问题。



(a) 物流配送



(b) 编队表演

图 1-1 无人机应用

在理论研究层面，现有抗干扰控制方法主要包括自抗扰控制^[5]、自适应控制^[6]及基于观测器的干扰补偿技术^[7]。然而，现有研究仍存在很多不足：动态干扰适应能力有限，多数方法针对单一干扰源设计，难以应对复合干扰（如风扰与电磁干扰叠加）的耦合效应；扰动建模复杂，外界干扰具有随机性、多源性及非线性特征，难以建立精确数学模型；实时性与鲁棒性矛盾，传统观测器在高频干扰下难以平衡估计精度与计算效率。

在技术应用层面，随着无人机任务复杂化（如城市物流中的避障与精准投送、灾害现场的狭缝救援），抗干扰控制的需求从“单一稳定”向“动态跟踪-主动抗扰-自主决策”一体化演进。例如，在新冠疫情期间，无人机被用于疫区物资

运输，但强风环境导致部分机型轨迹偏移，显著降低了任务成功率。此外，多机协同场景中，无人机间的气动干扰与通信冲突可能引发失控风险。

因此，亟需发展新型抗干扰控制框架，以实现复杂干扰下的高精度轨迹跟踪与自主容错。本文针对四旋翼无人机抗干扰与轨迹跟踪的瓶颈问题，提出多层次抗干扰控制策略，从动力学建模、改进扩展状态观测器设计、复合抗干扰控制到分布式预设时间编队，旨在提升四旋翼无人机在复杂干扰环境下的轨迹跟踪控制性能，推动无人机在恶劣环境中的应用。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 四旋翼无人机抗干扰控制研究现状

抗干扰控制是四旋翼无人机研究的核心方向之一，国内外学者在四旋翼无人机的抗干扰控制方面进行了大量的研究。目前主流的抗干扰控制方法包括自抗扰控制、自适应控制、智能算法控制以及基于观测器的扰动补偿控制等。

自抗扰控制（Active Disturbance Rejection Control, ADRC）是一种针对不确定性和外部干扰的控制策略，它通过扰动实时感知和估计，并结合非线性反馈进行补偿，显著提升了姿态与轨迹跟踪性能^[8]。Nie 等^[9]研究显示，基于 LADRC 的控制系统可将姿态跟踪误差显著降低。吴跃文等^[10]提出了一种双环控制策略，内环采用自抗扰控制，能够快速收敛干扰估计误差，外环使用非奇异终端滑模，有效提升了系统的响应速率。刘勇等^[11]结合浸入与不变方法和传统的自抗扰控制技术，在动态响应特性和鲁棒性能方面获得显著提升。对于具有较大不确定性的大过载机动飞行，左玲等^[12]采用可复用的扩展状态观测器和微分跟踪器设计自抗扰架构，能够在复杂的气动环境下满足无人机的控制需求。

自适应控制方法可以根据当前的扰动情况，自适应地调整控制策略，适应不同的飞行环境。研究者们结合容错控制、事件触发机制等方法，可以设计更加先进的自适应控制器，以提高无人机的抗干扰能力和飞行性能。Li 等^[13]提出自适应反步控制，在传统反步控制基础上引入自适应律，使用系统的输入输出数据以及智能体间的拓扑结构关系进行控制器参数整定，可有效处理系统中的不确定性。李园园等^[14]针对执行器故障，提出主动容错策略，通过故障观测器

与自适应律重构控制器，实现故障下悬停精度提升。任朝晖等^[15]提出基于模糊增益的自适应容错控制，结合自适应控制与基于模糊增益的滑模控制，降低了无人机系统的硬件要求，能很好地抑制抖振。

智能算法控制包括神经网络^[16]、博弈论^[17]、深度强化学习^[18]等，这些方法通过学习和优化控制策略，可以适应不同的飞行环境和任务需求，提高轨迹跟踪的精度和鲁棒性。杨永刚等^[19]将 RBF 和 BP 神经网络与滑模控制结合，用 RBF 神经网络逼近未知干扰，用 BP 神经网络整定控制器参数，有效提高队形保持精度。针对多无人机协同抗干扰问题，韩晨等^[20]基于博弈论设计无人机动态部署算法，与控制方法相比，抗干扰能力提升显著；唐嘉宁团队^[21]利用归一化优势函数辅助训练强化学习网络，并通过同时评估探索与示范动作，有效地提高了无人机的探索范围与控制精度。

基于观测器的扰动补偿控制因其能有效估计并补偿系统内外部扰动而成为提升无人机性能的关键策略之一。熊志豪等^[22]提出扩展状态观测器框架，将总扰动扩展为系统状态进行估计，但存在相位滞后问题。为此，付俊杰等^[23]设计改进的高阶非线性扰动观测器提升估计精度，实现在扰动下姿态角的快速收敛。针对传统观测器收敛时间依赖初始状态的缺陷，Xiong 等^[24]提出了一种固定时间扰动观测器的设计方案，能准确估计系统中的扰动情况。张启亚等^[25]采用了自适应神经网络观测器来估计系统的状态，使得控制系统能够更好地应对复杂的环境变化。

1.2.2 四旋翼无人机轨迹跟踪控制研究现状

四旋翼无人机因其强非线性、高耦合性和易受外部干扰的特性，轨迹跟踪控制一直是其自主飞行领域的核心挑战^[26]。近年来，四旋翼无人机轨迹跟踪控制的研究取得了显著的进展，研究者们提出了多种轨迹跟踪控制方法，以应对不同环境下的飞行需求。

PID（比例-积分-微分）控制是通过调整并优化三个核心参数：比例、积分及微分，来对系统反馈中出现的误差进行处理，以消除系统中存在的误差，确保系统能够实现预期的输出结果^[27]。PID 控制因其结构简单、参数易于调整、稳定性高等特点，是四旋翼无人机姿态和轨迹控制的核心方法。Tang 等^[28]利用神经网络动态调整 PID 参数，增强系统对非线性干扰（如风扰、负载变化）的

适应能力；吴彪等^[29]提出了一种融合区间二型模糊控制与传统 PID 控制的算法，旨在减少计算时间。姚帅等^[30]基于多目标优化遗传算法，提出了一种改进的 PID 控制器参数整定方法，通过建立包含系统响应速度、稳态精度和鲁棒性指标的适应度函数，实现了控制器参数的智能寻优。Derrouaoui 等^[31]通过粒子群算法全局优化 PID 参数，解决了传统方法依赖经验调参的问题。

滑模控制（sliding mode control, SMC）凭借其强鲁棒特性以及对系统参数摄动与外界干扰的抑制能力^[32]，在四旋翼无人机控制领域占据了重要位置。近年来，研究者通过结合新型观测器和补偿策略，进一步提升了滑模控制在复杂干扰环境下的性能。Zeghlach 等^[33]提出基于径向神经网络的模糊滑模控制，有效增强无人机在不确定扰动下的鲁棒性。颜廷若等^[34]提出一种积分滑模控制策略，该策略基于超螺旋算法，通过积分滑模消除干扰影响，收敛时间较传统趋近律方法降低，且飞行轨迹展现出与初始条件无关的全局一致收敛特性。赵振华等^[35]提出了一种基于高阶滑模观测器的复合连续非奇异终端滑模姿态跟踪控制方法，不仅确保了控制量的连续性，还通过误差微分反馈通道增强了闭环系统的稳定性。郑潇等^[36]设计了改进的抗干扰自适应滑模控制，通过构建具有动态增益调节特性的自适应滑模面，实现了对系统未建模动态与外界扰动的协同抑制。

反步控制（Backstepping）通过分步设计虚拟控制量，逐步稳定系统各状态变量^[37]，逐渐成为解决四旋翼控制问题的主流方法之一。近年来，研究者针对其存在的“微分爆炸”、抗干扰能力不足等问题，结合智能算法、鲁棒性增强策略等进行了改进，提升了系统在复合干扰下的性能。针对反步控制设计中易出现的“微分爆炸”问题，杨伟等^[38]提出了一种基于命令滤波的自适应反步控制策略，实现了对虚拟控制信号快速而精确的逼近；王海荟等^[39]结合固定时间命令滤波技术、反步控制及基于分数阶微积分的误差补偿器，来构建姿态与位置控制器，在固定的时间内消除了滤波误差对系统性能的影响。针对位置和姿态环路的复合干扰，Liu 等^[40]采用自适应反步技术和固定时间干扰观测器逼近未建模动态的方法，实现了稳定的轨迹跟踪；陈志旺等^[41]构建了一种基于改进非线性函数的新型扩展状态观测器，通过在姿态环引入改进的扩展状态观测器来估计系统的不确定性因素，展现出了出色的控制效果；齐国远等人^[42]使用补偿函数观测器在线实时估计干扰项，并结合反步控制设计补偿控制器，不仅能保证

全局指数渐近稳定性，还能准确估计模型偏差；高俊山等^[43]在反步控制基础上引入误差积分项函数，与传统反步控制相比，积分型反步控制算法在轨迹跟踪中表现出更强的鲁棒性和抗干扰能力；刘春玲等^[44]引入 RBF 神经网络，结合扩展状态观测器在线估计复合干扰（如风扰、模型不确定性），并通过控制律实时补偿，显著提高了姿态控制的精度，且对未知干扰具有自适应能力；刘金华等^[45]采用参数估计自适应律来替代直接调整神经网络权值，并结合滑模控制技术以增强系统的鲁棒性，在姿态和位置环路中均表现出良好的稳定性。

1.2.3 四旋翼无人机收敛时间研究现状

控制四旋翼无人机快速收敛并维持预定的轨迹是一项具有挑战性的任务。尽管传统控制方法能够加快四旋翼无人机的收敛进程，然而其收敛时长高度依赖于系统的初始状态，难以满足系统对响应时间的确定性要求。在此背景下，近年来，有限时间控制、固定时间控制及预设时间控制等策略，因具备更强的鲁棒性和时间确定性，成为了研究的热点。为了加快跟踪控制速度，崔正阳等人^[46]设计了无人机的有限时间有界的自适应控制器；Wang 等^[47]利用有限时间观测器对未知系统状态进行了估算，并据此设计了编队控制器，显著增强了系统的鲁棒性及收敛速度。虽然有限时间控制结合非线性反馈或滑模控制等方法，能够快速收敛，但对外部干扰或模型不确定性的适应性较弱，若初始误差较大实际收敛时间难以精确预测。为了弥补有限时间控制的不足之处，吉德志等^[48]提出基于固定时间稳定理论的滑模姿态控制策略，以应对四旋翼无人机在面对输入时延、时变载荷及外界干扰等复杂条件下的轨迹跟踪控制挑战。Cui 等^[49]提出一种结合事件触发机制的固定时间编队控制策略，引入动态面控制算法，有效解决“微分爆炸”的问题，并加快收敛速度。固定时间控制方法的优点在于抗干扰能力强，但时间灵活性低，收敛时间依赖于控制参数的选取，不能独立设定。为了解决固定时间控制策略的调优问题，研究人员提出了预设时间控制策略^[50]。预设时间控制允许用户直接设定收敛时间区间，系统在该时间段内强制收敛，兼具时间灵活性与稳定性。王建晖等^[51]将预设时间控制方法应用于多智能体系统的编队控制。程雯等^[52]研究了任意预设时间下事件触发的二阶系统编队控制问题，能使得系统在任意预设时间内迅速实现编队期望，而且设定的控制时间独立于系统初始状态和参数。

1.2.4 四旋翼无人机编队控制研究现状

近年来,随着控制理论、优化算法以及无线通信技术的不断进步,在自动控制理论、智能优化算法及无线数据传输技术协同发展的推动下,四旋翼无人机编队控制领域取得了突破性成果。四旋翼无人机编队控制策略主要有:虚拟结构法^[53]、基于行为法^[54]、领导跟随法^[55]和一致性法^[56]。虚拟结构法具有良好的控制精度和稳定的编队结构,但灵活性不足,难以适应动态环境如密集障碍物或突发任务变化。李正平等^[57]融合虚拟结构法与分布式通信策略,有效缓解了虚拟结构中心的通信负担,利用路径追踪技术实现了稳定的编队。范琦涵等^[58]指出虚拟结构法在复杂障碍物场景下灵活性受限,结合环形耦合同步控制方法,实现对多个无人机的控制,提高了队形稳定性和同步性。基于行为法通过定义无人机个体行为规则(如避障、聚集、跟随),实现自组织编队控制,但全局一致性差,可能出现编队分裂或通信拓扑破坏。徐博等^[59]通过模拟生物群体规则实现自组织编队,但避障方向一致性仍需改进。领导跟随法控制逻辑简单,易于实现固定编队构型,但跟随者仅获得局部信息,过度依赖领导者,难以应对复杂环境。周托等^[60]提出随机拓扑下的事件触发机制,事件触发控制算法不仅减少了邻近智能体之间的通信,同时保证了系统的稳定性。针对领导跟随法在动态环境中易失败的难题,常路等^[61]提出基于改进动态窗口法的多智能体编队控制算法,在领导跟随法的基础上,通过改进动态窗口法与行为法相结合的方式,实现多智能体系统的队形保持。

1.3 研究的主要内容与结构安排

本文旨在深入研究四旋翼无人机在复杂干扰下的轨迹跟踪控制问题,并提出有效的抗干扰控制方法。论文围绕四旋翼无人机的动力学建模、单无人机抗干扰控制、复合抗干扰容错控制以及无人机集群的分布式预设时间轨迹跟踪控制等核心内容展开,共分为六章,具体结构安排如下:

第 1 章 围绕四旋翼无人机在复杂环境下的抗干扰控制需求展开,阐述研究的理论价值与实际意义。随后,从控制理论角度梳理国内外研究现状,总结现有抗干扰方法和轨迹跟踪方法的局限性。最后,给出了论文的主要内容和结构。

第 2 章 分析四旋翼无人机的动力学特性并建模。首先，概述四旋翼无人机的基本构造及运行机制，包括其旋翼布局、动力分配方式以及飞行控制原理。然后，考虑外界干扰、空气阻力、陀螺效应等因素对无人机飞行的影响，建立了四旋翼无人机的动力学模型。最后，对模型进行简化，确保所构建的四旋翼无人机数学模型的合理性和实用性。

第 3 章 针对四旋翼无人机在外界扰动下的轨迹跟踪问题，提出基于改进扩展状态观测器与反步控制的复合控制策略。首先，设计改进扩展状态观测器对系统受到的不匹配干扰进行实时估计，通过引入非线性增益函数提升观测器对高频噪声的抑制能力。其次，结合反步控制方法构建姿态-位置双回路控制器，确保系统的快速收敛。最后，通过仿真和对比实验验证，给出的改进状态观测器具有更强的误差跟随能力，设计的抗干扰反步控制器具有更好的轨迹跟踪能力。

第 4 章 针对四旋翼无人机同时面临外部扰动与内部参数不确定性的复合干扰问题，设计基于自适应固定时间滑模干扰观测器与反步控制的复合抗干扰策略。构建自适应固定时间滑模干扰观测器，实现对外部扰动与内部参数摄动的统一估计，确保误差在固定时间内收敛。基于干扰观测器的实时补偿数据，设计固定时间反步控制器，确保系统在复杂干扰下的稳定性与收敛性。稳定性分析证明控制系统是固定时间稳定的，仿真实验表明，该策略在多源干扰叠加条件下，能够有效维持姿态稳定性与轨迹跟踪精度。

第 5 章 将研究扩展到复杂环境干扰下的四旋翼无人机集群的分布式预设时间轨迹跟踪控制问题。设计具有时变增益特性的预设时间状态观测器，解决跟随者无法直接获取期望的位置信息的问题。设计自适应预设时间干扰观测器，实现干扰估计误差与状态观测误差在预设时间内收敛。依据预设时间状态观测器所提供的估计数据，结合反步滑模控制与预设时间控制理论，设计了一种预设时间编队控制器，确保跟踪误差在预设时间内达到渐近稳定。通过仿真实验验证了这一编队控制策略的有效性，编队能够在预设的时间内稳定构建。

第 6 章 总结与展望。总结主要的研究内容，并针对现有工作的局限性，提出了若干优化策略。此外，还探讨了后续研究可能拓展的方向，为进一步探索奠定了基础。

第2章 四旋翼无人机动力学建模

2.1 引言

鉴于四旋翼无人机在进行位置和姿态变换时所处环境的复杂性，建立精确的动力学模型对于深入研究其飞行控制至关重要。本章首先概述了四旋翼无人机的基本构造及运行机制，接着探讨了机体坐标系与地球固定坐标系之间的转换关系。在此基础上，推导出四旋翼无人机的水平运动与旋转运动方程，并结合外界不确定干扰因素，构建了合理的数学模型。此模型为后续设计抗干扰轨迹跟踪控制算法提供了理论基础。

2.2 四旋翼无人机结构与工作原理

四旋翼无人机作为运动刚体系统，其结构由两组共轴旋翼呈对称交叉布局组成。各旋翼轴线保持平行并通过独立电机驱动，形成分布式动力单元。图 2-1 展示了两种常见的四旋翼无人机结构，“+”和“X”型。鉴于“+”型结构的四旋翼力臂呈正交几何分布，可通过坐标轴解耦实现力矩分配的简化计算，选择该构型作为研究对象。

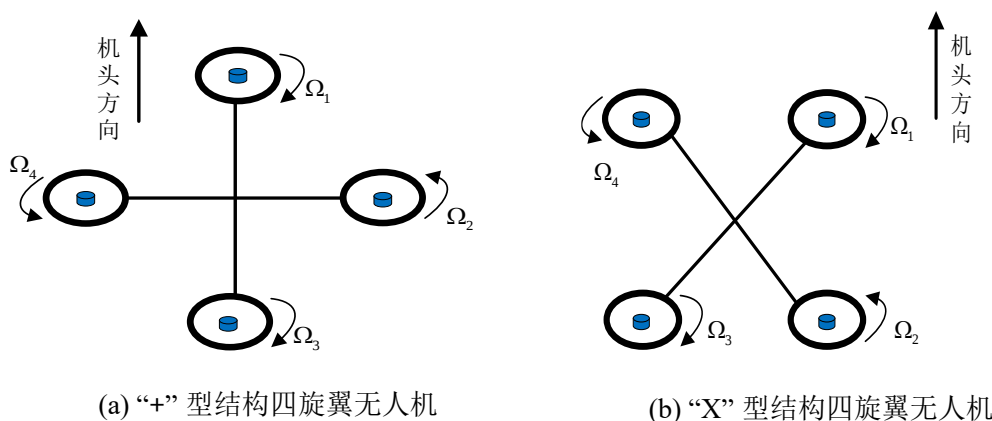


图 2-1 四旋翼无人机结构图

四旋翼无人机通过调节四个旋翼的转速组合实现飞行控制。其对称布局的两组旋翼（对角线旋翼反向旋转）在产生升力的同时抵消反扭矩，避免机身自旋。这种基于空气动力学与角动量守恒的协同控制，赋予四旋翼无人机高机动

性和悬停能力，成为复杂环境下精准操控的理想平台。

表 2-1 描述了四旋翼无人机四个旋翼转速的不同变化与空间运动的映射关系，符号“↑”表示升速调节指令，“↓”表示降速指令，“-”表示维持转速。

表 2-1 四旋翼无人机运动原理

运动状态	旋翼 1	旋翼 2	旋翼 3	旋翼 4
悬停	-	-	-	-
上升	↑	↑	↑	↑
下降	↓	↓	↓	↓
俯仰/抬头	↑	-	↓	-
俯仰/低头	↓	-	↑	-
向左滚转	-	↓	-	↑
向右滚转	-	↑	-	↓
向左偏航	↓	↑	↓	↑
向右偏航	↑	↓	↑	↓

2.3 四旋翼无人机模型推导

基于四旋翼无人机动力学建模需求，提出以下基本假设^[62]：

假设 1：四旋翼无人机被视为理想刚体，忽略弹性变形的影响。

假设 2：机体坐标系原点与四旋翼无人机的重心重合。

假设 3：旋翼所在平面与机体中轴线垂直，且不存在轴向偏移。

假设 4：飞行过程中，重力场均匀且加速度值恒定。

假设 5：飞行过程中，四旋翼无人机的俯仰角和滚转角绝对值均控制在 $\pi/2$ 范围内。

通过位置和姿态两个方面来进行研究，采用地面坐标系与机体坐标系相结合的双坐标参考系，相关坐标系定义及几何关系详见图 2-2 所示。地面坐标系 $O_e x_e y_e z_e$ 原点固定于地面基准点，用于表征无人机的三维空间坐标 (x, y, z) 及姿态角参数（滚转 ϕ ，俯仰 θ ，偏航 ψ ）；机体坐标系 $O_b x_b y_b z_b$ ，用于描述无人机相对运动特性。

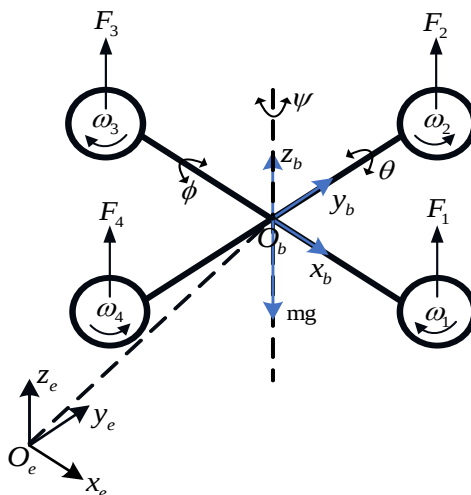


图 2-2 地面坐标系和机体坐标系

利用欧拉角，能完成机体坐标向地面坐标的转换,该转换过程的具体图示参
见图 2-3。

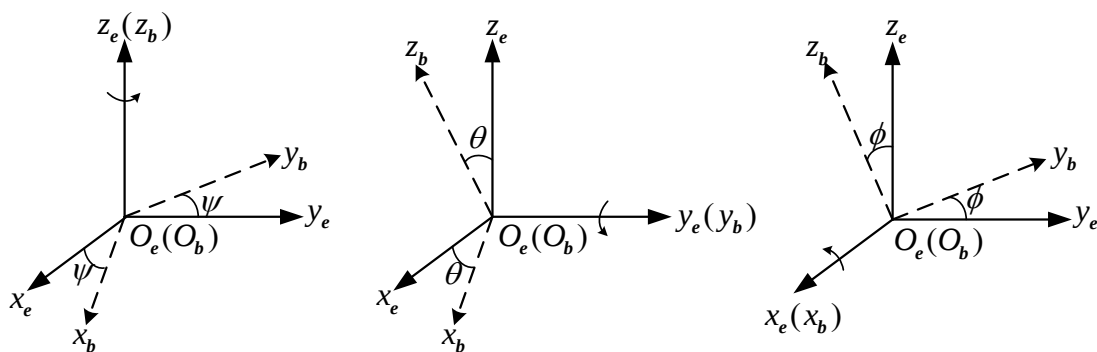


图 2-3 姿态角描述

首先转过偏航角 ψ 可得

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

其次转过俯仰角 θ 可得

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

最后转过滚转角 ϕ 可得

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

综上所述，从机体坐标系 $O_b x_b y_b z_b$ 转换为地面坐标系 $O_e x_e y_e z_e$ 的旋转矩阵为：

$$\mathbf{R}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

2.3.1 外界未知扰动影响下的四旋翼无人机受力分析

对受到外界未知干扰的四旋翼无人机飞行过程中受到的合外力和合力矩进行分析。

(1) 无人机受到的外部干扰

经实验验证，典型扰动源（如大气湍流、风力突变等）对飞行姿态的影响可表示为：

$$\mathbf{F}_d = \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_d \dot{x} \\ -k_d \dot{y} \\ -k_d \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

式中， k_d 为飞行干扰系数。

(2) 转动力矩

四旋翼无人机在飞行过程中会遭遇空气阻滞力，其数学表达式为：

$$\boldsymbol{\tau} = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)^T = \begin{bmatrix} K_T l (\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ K_T l (\Omega_1^2 - \Omega_3^2) \\ K_M (\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

式中， l 为旋翼到机体中心距离， K_T 为旋翼升力系数， K_M 为旋翼力矩系数。

(3) 阻力力矩

旋翼转动时所承受的摩擦阻力矩的数值为：

$$\mathbf{M}_d = [-K_r p \quad -K_r q \quad -K_r r]^T \quad (2-7)$$

式中， K_r 为摩擦系数。

(4) 陀螺力矩

四旋翼无人机进行俯仰、滚转或者偏航的时候，会改变旋翼的转速，角动

量的大小发生变化，从而产生陀螺效应，陀螺效应力矩的数值为：

$$M_g = \sum_{i=1}^4 I_r (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{e}_3) (-1)^{i+1} \omega_i \quad (2-8)$$

式中， I_r 为电机的转动惯量。

(5) 旋翼产生的升力

旋翼产生的升力与旋翼转速之间关系为：

$$U_T = K_T \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 \quad (2-9)$$

式中， U_T 代表总升力。

无人机旋翼产生的总升力为：

$$\mathbf{F}_e = U_T \mathbf{R}(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{e}_3 \quad (2-10)$$

式中， $\mathbf{e}_3 = [0, 0, 1]^T$ 。

(6) 无人机的自身重力：

$$\mathbf{G} = -mg\mathbf{e}_3 \quad (2-11)$$

式中， g 为重力加速度。

综上，四旋翼无人机在飞行过程中所受的合力和合力矩可表述为：

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_d + \mathbf{G} \quad (2-12)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{M}_d - \mathbf{M}_g \quad (2-13)$$

2.3.2 四旋翼无人机水平运动方程

四旋翼的推力由四个电机产生，总推力方向沿机体坐标系 z 轴。通过姿态角（俯仰 θ ，偏航 ψ ，横滚 ϕ ），推力分量投影到地面坐标系，驱动水平运动。总推力为：

$$\mathbf{F} = R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 = \sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

将式(2-5)、(2-14)代入式(2-12)中，可得四旋翼无人机的水平运动方程：

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi] - k_x \dot{x} \\ m\ddot{y} = \sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi] - k_y \dot{y} \\ m\ddot{z} = \sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \cos \theta] - k_z \dot{z} - mg \end{cases} \quad (2-15)$$

2.3.3 四旋翼无人机旋转运动方程

绕机体坐标系的力矩由推力差和反扭矩产生，在机体坐标系中，合力矩为：

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{M}_d - \boldsymbol{M}_g \quad (2-16)$$

$\boldsymbol{M}_g$ 的具体表达形式为：

$$\boldsymbol{M}_g = -I_r \Omega_i \begin{bmatrix} q \\ -p \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r q (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ I_r p (\Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

把式(2-8)、(2-17)代入式(2-16)，可推导出：

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qr \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \theta q \Omega_s + \frac{l}{I_x} U_2 - \frac{K_\phi p}{I_x} \\ pr \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \phi p \Omega_s + \frac{l}{I_y} U_3 - \frac{K_\theta q}{I_y} \\ pq \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4 - \frac{K_\psi r}{I_z} \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$O_b x_b y_b z_b$ 下角速度转换到 $O_e x_e y_e z_e$ 下的关系式如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \boldsymbol{N} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

式中， $\boldsymbol{N}$ 表示转换矩阵：

$$\boldsymbol{N} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \phi & \tan \theta \cos \phi \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

把式(2-20)代入式(2-19)，可得四旋翼无人机旋转运动方程：

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + \tan \theta \sin \phi q + \tan \theta \cos \phi r \\ \dot{\theta} = \cos \phi q - \sin \phi r \\ \dot{\psi} = \sin \phi / \cos \theta q + \cos \phi / \cos \theta r \end{cases} \quad (2-21)$$

2.3.4 四旋翼无人机数学模型

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi]}{m} - \frac{-k_x \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{\sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi]}{m} - \frac{k_y \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{\sum_{i=1}^4 K_T \Omega_i^2 [\cos \phi \cos \theta]}{m} - \frac{k_z \dot{z}}{m} - g \\ \dot{p} = qr \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \theta q \Omega_s + \frac{l}{I_x} U_2 - \frac{K_\phi p}{I_x} \\ \dot{q} = pr \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \phi p \Omega_s + \frac{l}{I_y} U_3 - \frac{K_\theta q}{I_y} \\ \dot{r} = pq \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4 - \frac{K_\psi r}{I_z} \\ \dot{\phi} = p + \tan \theta \sin \phi q + \tan \theta \cos \phi r \\ \dot{\theta} = \cos \phi q - \sin \phi r \\ \dot{\psi} = \sin \phi / \cos \theta q + \cos \phi / \cos \theta r \end{array} \right. \quad (2-22)$$

四旋翼无人机作为典型的连续动态系统，其空间位姿参数随时间呈现渐进性变化特性，姿态角的变化与机体旋转的角度几乎相等，即 $\sin x = x = 0$ ， $\cos x = 1$ 。因此，系统的非线性动力学模型可以简化为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{U_1[\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi]}{m} - \frac{k_x \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{U_1[\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi]}{m} - \frac{k_y \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{U_1[\cos \phi \cos \theta]}{m} - \frac{k_z \dot{z}}{m} - g \\ \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega_s + \frac{l}{I_x} U_2 - \frac{K_\phi \dot{\phi}}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega_s + \frac{l}{I_y} U_3 - \frac{K_\theta \dot{\theta}}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4 - \frac{K_\psi \dot{\psi}}{I_z} \end{array} \right. \quad (2-23)$$

2.4 本章小节

本章阐述了四旋翼无人机的基本构造及飞行原理，对无人机的动力学模型进行了全面深入的研究。首先，构建了地面坐标系与机体坐标系之间的空间变换矩阵，并推导得出两种坐标系下的位姿转换关系。在此基础上，深入探讨了无人机在空间中的合力和合力矩平衡条件，构建了水平运动学与旋转运动学方程。最后，在合理简化的基础上，同时考虑到外界未知扰动的影响，建立了具有工程应用价值的非线性数学模型，为后续控制器设计提供理论支撑。

第3章 外界干扰下四旋翼无人机反步抗干扰轨迹跟踪控制

3.1 引言

四旋翼无人机在飞行过程中，其位姿控制系统易受外界干扰的影响，导致轨迹跟踪控制精度显著下降。本章针对存在未知外界干扰的四旋翼无人机轨迹跟踪问题，给出一种基于改进的扩展状态观测器与反步控制的复合控制策略。首先，给出一种改进型扩展状态观测器，对系统受到的不匹配干扰实时估计并补偿，引入非线性 $galn$ 函数提升观测器对高频噪声的抑制能力。进而，根据四旋翼无人机系统的半耦合特性与严格反馈结构，将无人机动力学模型分解为姿态控制内环和位置控制外环，使用反步控制分别对内外环设计控制律，确保系统的快速收敛。最终，建立仿真模型，并通过与传统 PID 控制及常规反步控制的对比，验证了所给出的改进状态观测器具有更强的误差跟随能力，设计的反步抗干扰控制器具有更好的轨迹跟踪能力。

3.2 问题描述

四旋翼无人机的轨迹跟踪控制面临以下挑战。1.在飞行过程中，四旋翼无人机容易受到外部干扰的影响，直接影响控制精度；2.传统扩展状态观测器性能有限，在高频扰动下易产生抖振，且参数整定困难，导致扰动估计精度不足；3.由于位置和姿态子系统之间存在动态耦合，为了实现精确的控制效果，选择适当的解耦方法是必要的。

本章设计一种改进型扩展状态观测器，基于优化后的 $galn$ 函数进行设计，强化了四旋翼无人机在外界条件扰动和系统内部参数扰动情况下的抵抗力，使其轨迹跟踪的精确度得到了显著提升。结合反步控制，分别对位置子系统和姿态子系统进行控制律设计，构建双环抗干扰控制器，确保系统在干扰下的全局稳定性与跟踪精度。

图 3-1 为反步抗干扰轨迹跟踪控制系统的结构：

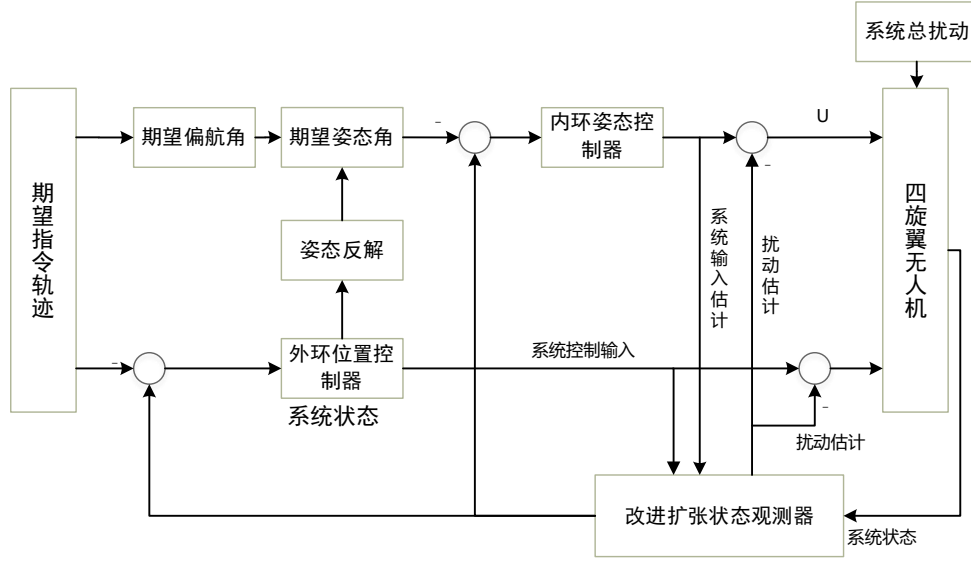


图 3-1 基于改进 ESO 与反步控制的四旋翼无人机双环控制结构图

3.3 扩展状态观测器的改进研究

3.3.1 扩展状态观测器

扩展状态观测器（Extended State Observer, ESO）作为扰动补偿控制策略中的关键组成部分，其核心理念在于，将系统内在的未确定性因素（包括未建模动态和参数变动）以及外部施加的扰动视为“总扰动”，利用状态观测器的特性，对系统的状态变量及总扰动进行估算^[63]。以下是传统 ESO 的数学表达式。

假设二阶非线性系统：

$$\ddot{y} = f(y, \dot{y}, \omega, d) + bu \quad (3-1)$$

式中， ω 代表未建模的动态特性， d 表示外部未知干扰， $f(\cdot)$ 为系统的内部扰动， b 为输入系数， u 为系统的控制输入量。

令 $y = x_1$ ， $\dot{f} = x_3$ ， $\dot{f} = h$ ，该系统可以表示为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu \\ \dot{x}_3 = h \end{cases} \quad (3-2)$$

改写为系统状态空间方程：

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU + EH \\ Y = CX \end{cases} \quad (3-3)$$

式中， U 代表控制输入， $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ 表示系统状态， H 是施加于系统的

扰动因素， Y 对应系统的输出。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

将扰动项视作系统的一个新状态变量，因此系统扩展至三阶。针对此三阶系统，构造扩展状态观测器：

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L(Y - \hat{Y}) \\ Y = C\hat{X} \end{cases} \quad (3-4)$$

令 $\varepsilon = \hat{Y} - Y$ 为估计误差，将 ESO 表示为：

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - l_1 \varepsilon \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 - l_2 \text{fal}(\varepsilon, \alpha_1, \eta) + bu \\ \dot{\hat{x}}_3 = -l_3 \text{fal}(\varepsilon, \alpha_2, \eta) \end{cases} \quad (3-5)$$

式中， $L = [l_1 \quad l_2 \quad l_3]$ 表示观测器的状态增益， $\hat{X} = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \hat{x}_3]^T$ 表示观测器所估计的状态量， $\hat{Y}$ 为系统输出估计。

fal 函数特性表现为在误差较大时具有较小的增益，具体表现形式如下：

$$\text{fal}(\varepsilon, \alpha, \eta) = \begin{cases} |\varepsilon|^\alpha \text{sgn}(\varepsilon), & |\varepsilon| > \eta \\ \frac{\varepsilon}{\eta^{1-\alpha}}, & |\varepsilon| \leq \eta \end{cases}, \eta > 0 \quad (3-6)$$

3.3.2 改进扩展状态观测器设计

ESO 虽然在扰动估计中具有一定优势，但其在实际应用中存在显著局限性。其采用的分段非线性函数（ fal 函数）在误差接近切换阈值时易引发高频振荡与抖振现象，导致扰动估计精度下降，威胁系统稳定性，尤其在低信噪比环境中，传感器噪声会放大此类突变效应。针对传统 ESO 存在的函数不连续性引发高频抖振、参数整定复杂、抗时变扰动能力不足等问题，给出一种基于优化非线性函数 galn 的改进 ESO 设计方法。设计 galn 函数替代 fal 函数，优化非线性反馈机制，能够消除函数切换点的突变效应，显著抑制观测器抖振。 galn 函数在远离原点时近似幂次收敛，保留快速响应能力，兼顾动态性能与平滑性。在参数设

计上，采用带宽参数化法，仅需调节单参数即可实现观测器性能优化，极大简化参数整定流程。相较于传统 ESO，改进方案通过单参数主导的增益配置与平滑非线性函数，能有效提升扰动估计的动态精度与抗时变干扰能力。

以俯仰角 θ 通道为例，构造改进 ESO，其对应方程可以表述为：

$$\begin{cases} \dot{x}_{\theta 1} = x_{\theta 2} \\ \dot{x}_{\theta 2} = \Theta + b_{\theta} U_3 \\ \dot{\hat{\Theta}} = h_{\theta}(t) \\ y_{\theta} = x_{\theta 1} \end{cases} \quad (3-7)$$

式中， $\Theta = (I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi}/I_y - I_r\dot{\phi}\dot{\omega}/I_y + d_{\theta}$ 表示俯仰角通道的总干扰， $[x_{\theta 1}, x_{\theta 2}] = [\theta, \dot{\theta}]$ ， $b_{\theta} = l/I_y$ 。

设计辅助变量， $\hat{x}_1$ 和 $\hat{x}_2$ 表示观测器观测值， $\hat{\Theta}$ 为集总干扰 Θ 的估计值， $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3] = [\hat{x}_1 - x_1, \hat{x}_2 - x_2, \hat{x}_3 - x_3]$ 表示观测误差。

建立基于 $ga\ln$ 函数的三阶 ESO 如下：

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \hat{x}_1 - x_1 \\ \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - l_1 \varepsilon_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{\Theta} - l_2 ga\ln(\varepsilon_1, \eta_1) + b U_3 \\ \dot{\hat{\Theta}} = -l_3 ga\ln(\varepsilon_1, \eta_2) \end{cases} \quad (3-8)$$

$$ga\ln(\varepsilon, \eta) = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\eta^2} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\eta^2}}, |\varepsilon| \leq 1 \\ \frac{1}{\eta^2} e^{-\frac{1}{2\eta^2}}, \varepsilon > 1 \\ -\frac{1}{\eta^2} e^{-\frac{1}{2\eta^2}}, \varepsilon < -1 \end{cases} \quad (3-9)$$

将改进 ESO 的增益参数定为 $l_1 = \omega_g$ ， $l_2 = 3\omega_g^2$ ， $l_3 = \omega_g^3$ ，其中 ω_g 代表带宽。为确保 ESO 的误差能够收敛，其特征值必须全部落在复平面的左半部分。

通过 Z 变换推导，分析离散点的位置，令 $Z = X - \hat{X}$ ，使原系统与观测器相减，得 $Z = A_z Z + EH$

$$A_z = A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 & 0 \\ -l_2 & 0 & 1 \\ -l_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

A_z 的特征多项式为:

$$g(\varpi) = \varpi^3 + 3\omega_g\varpi^2 + 3\omega_g^2\varpi + \omega_g^3 = (\varpi + \omega_g)^3 \quad (3-11)$$

$g(\varpi)$ 的极点为 $-\omega_g$ 均坐落于复平面的左半部分, 由 Hurwitz 定理, 改进 ESO 能够稳定运行。

3.4 反步抗干扰轨迹跟踪控制器设计

3.4.1 反步控制

反步控制 (Backstepping Control) 通过逆向递归设计, 将复杂非线性系统分解为可逐步镇定的子系统, 结合李雅普诺夫理论确保全局稳定性, 是处理严格反馈系统的高效方法^[64]。其核心在于虚拟控制律的构造与误差变量的递归管理, 具体构建过程如下。

假设一个三阶非线性系统为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) + U \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3-12)$$

式中, x 表示系统的状态变量, u 表示系统输入, y 表示系统输出, f_i 为系统中非线性函数。

令 $r = x_{1d}$, 构造跟踪误差 Z_1 并求导:

$$Z_1 = x_1 - x_{1d} \quad (3-13)$$

$$\dot{Z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = f_1(x_1) + x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (3-14)$$

为保证 Z_1 能够收敛, 设计虚拟控制律 α_1 , 构造跟踪误差 Z_2 :

$$Z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (3-15)$$

步骤 1: 构建第一个 Lyapunov 函数 V_1 并求导:

$$V_1 = \frac{1}{2} Z_1^2 \quad (3-16)$$

$$\dot{V}_1 = Z_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) = Z_1(f(x_1) + Z_2 + \alpha_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (3-17)$$

为保证 $V_1 < 0$ ，设计 α_1 为：

$$\alpha_1 = -f(x_1) + \dot{x}_{1d} - g_1 Z_1 \quad (3-18)$$

式中， $c_1 \geq 0$ 。

将式(3-18)代入式(3-17)，则有：

$$\dot{V}_1 = Z_1 Z_2 - g_1 Z_1^2 \quad (3-19)$$

为确保 Z_2 收敛，设计虚拟控制律 α_2 ，构造跟踪误差 Z_3 ：

$$Z_3 = x_3 - \alpha_2 \quad (3-20)$$

步骤 2：构建第二个 Lyapunov 函数 V_2 并求导：

$$V_2 = \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} Z_2^2 \quad (3-21)$$

$$\dot{V}_2 = Z_1 Z_2 - g_1 Z_1^2 + Z_2 \dot{Z}_2 = -g_1 Z_1^2 + Z_2(Z_1 + \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1) \quad (3-22)$$

为保证 $V_2 < 0$ ，设计 α_2 为：

$$\alpha_2 = -Z_1 - g_2 Z_2 - f(x_1, x_2) + \dot{\alpha}_1 \quad (3-23)$$

式中， $c_2 \geq 0$ 。

将式(3-23)代入式(3-22)，则有：

$$\dot{V}_2 = Z_1 Z_2 - g_1 Z_1^2 + Z_2 \dot{Z}_2 = -g_1 Z_1^2 - g_2 Z_2^2 + Z_2 Z_3 \quad (3-24)$$

步骤 3：构建第三个 Lyapunov 函数并求导：

$$V_3 = \frac{1}{2} Z_1^2 + \frac{1}{2} Z_2^2 + \frac{1}{2} Z_3^2 \quad (3-25)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -g_1 Z_1^2 - g_2 Z_2^2 + Z_2 Z_3 + Z_3 \dot{Z}_3 \\ &= -g_1 Z_1^2 - g_2 Z_2^2 + Z_3(Z_2 + \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_2) \\ &= -g_1 Z_1^2 - g_2 Z_2^2 + Z_3(Z_2 + f(x_1, x_2, x_3) + U - \dot{\alpha}_2) \end{aligned} \quad (3-26)$$

设计系统控制输入为：

$$U = -Z_2 - f(x_1, x_2, x_3) - g_3 Z_3 + \dot{\alpha}_2, c_3 \geq 0 \quad (3-27)$$

将 U 代入式(3-26)中可得：

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^3 g_i Z_i^2, c_i \geq 0 \quad (3-28)$$

根据式(3-28)，所设计的控制律能够保证系统进入稳定状态，使误差逐渐减

小至零，并且系统输出可以准确跟踪预期的输入。

针对任意 $n(n > 1)$ 阶系统，用反步法设计控制器过程中，可严格构造如下候选 Lyapunov 函数序列保证系统的正定性。

$$V_i = \sum_{i=1}^n Z_i^2 \quad (3-29)$$

存在：

$$U_i = -Z_{i-1} - f(x_1, x_2, \dots, x_i) - g_i Z_i + \dot{\alpha}_{i-1}, g_i \geq 0, i = 0, \alpha_0 = y \quad (3-30)$$

使得系统的 Lyapunov 函数变化率将始终维持在非正状态：

$$\dot{V}_i = -\sum_{i=1}^n g_i Z_i^2, c_i \geq 0 \quad (3-31)$$

3.4.2 位置子系统跟踪控制器设计

位置子系统的非线性方程为：

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{U_1[\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi]}{m} - \frac{k_x \dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{U_1[\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi]}{m} - \frac{k_y \dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{U_1[\cos \phi \cos \theta]}{m} - \frac{k_z \dot{z}}{m} - g \end{cases} \quad (3-32)$$

将位移向量定义为 $X = [x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]^T = [x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z}]^T$ ，其期望值为 X_d 。考虑空气阻力对系统的影响，将其视为内部扰动因素，位置子系统模型为：

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)H(U) + d \\ Y = C_2 X \end{cases} \quad (3-33)$$

四旋翼无人机在三维空间中具有六个运动自由度，但仅有四控制输入，需构造两个等效控制量以实现全状态调控：

$$\begin{cases} U_x = \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ U_y = \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \end{cases} \quad (3-34)$$

步骤 1：引入一阶跟踪误差：

$$E_1 = X - X_d \quad (3-35)$$

构造 Lyapunov 函数，并对其求导：

$$V_1 = \frac{1}{2} E_1^T E_1 \quad (3-36)$$

$$\dot{V}_1 = E_1^T \dot{E}_1 = E_1^T (\dot{X} - \dot{X}_d) \quad (3-37)$$

为保证 $V_1 < 0$ ，构造 $\alpha(X)$ 为：

$$\alpha(X) = K_1 E_1 - \dot{X}_d \quad (3-38)$$

将式(3-38)代入式(3-37)可得：

$$\dot{V}_1 = -K_1 E_1^T E_1 + E_1 E_2 \quad (3-39)$$

步骤 2：引入二阶跟踪误差，并对其求导：

$$E_2 = \dot{X} - \alpha_1 \quad (3-40)$$

$$\dot{E}_2 = \ddot{X} - \dot{\alpha}_1 = f(X) + g(X)H(U) + \hat{D} - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1 \quad (3-41)$$

构造 Lyapunov 函数，并对其求导：

$$V_2 = \frac{1}{2} (E_1^T E_1 + E_2^T E_2) \quad (3-42)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= E_1^T \dot{E}_1 + E_2^T \dot{E}_2 \\ &= E_1^T (\dot{X} - \dot{X}_d) + E_2^T (\ddot{X} - \dot{\alpha}_1) \\ &= E_1^T (E_2 - K_1 E_1) + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \\ &= -K_1 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \\ &= -K_1 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 + E_2^T (f(X) + g(X)(U + \Delta U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \end{aligned} \quad (3-43)$$

为了使 E_2 稳定，设计控制率 U ：

$$U = \frac{1}{g(X)} (\ddot{X}_d - E_1 - f(X) - \hat{D} - K_1 \dot{E}_1 - K_2 E_2) \quad (3-44)$$

式中， $K_1 > 0$ ， $K_2 > 0$ 。

3.4.3 姿态子系统跟踪控制器设计

考虑到姿态与位移子系统间的相互作用，可通过位置控制器逆向求解出姿态子系统的非线性表达式为：

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{I_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega_s + \frac{l}{I_x} U_2 - \frac{K_\phi \dot{\phi}}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) + \frac{I_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega_s + \frac{l}{I_y} U_3 - \frac{K_\theta \dot{\theta}}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{l}{I_z} U_4 - \frac{K_\psi \dot{\psi}}{I_z} \end{cases} \quad (3-45)$$

设无人机姿态角度向量为 $X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T$ ，期望值为 X_d 。系统中，陀螺转矩和空气阻力被视为内部扰动因素，姿态子系统的状态空间表达式为：

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X) + g(X)H(U) + d \\ Y = C_1 X \end{cases} \quad (3-46)$$

步骤 1：引入第一类跟踪误差向量

$$E_1 = X - X_d \quad (3-47)$$

选择 Lyapunov 函数，并对其求导：

$$V_1 = \frac{1}{2} E_1^T E_1 \quad (3-48)$$

$$\dot{V}(E_1) = E_1^T \dot{E}_1 = E_1^T (\dot{X} - \dot{X}_d) \quad (3-49)$$

为保证 $V_1 < 0$ ，构造 $\alpha(X)$ 为：

$$\alpha(X) = K_3 E_1 - \dot{X}_d \quad (3-50)$$

将式(3-50)代入式(3-49)可得：

$$\dot{V}(E_1) = -K_3 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 \quad (3-51)$$

步骤 2：引入二阶跟踪误差，并对其求导：

$$E_2 = \dot{X} - \alpha_1 \quad (3-52)$$

$$\dot{E}_2 = \ddot{X} - \dot{\alpha}_1 = f(X) + g(X)H(U) + d - \ddot{X}_d + K_3 \dot{E}_1 \quad (3-53)$$

选择 Lyapunov 函数，并对其求导：

$$V_2 = \frac{1}{2} (E_1^T E_1 + E_2^T E_2) \quad (3-54)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= E_1^T \dot{E}_1 + E_2^T \dot{E}_2 \\ &= E_1^T (\dot{X} - \dot{X}_d) + E_2^T (\ddot{X} - \dot{\alpha}_1) \\ &= E_1^T (E_2 - K_1 E_1) + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_3 \dot{E}_1) \\ &= -K_3 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_3 \dot{E}_1) \\ &= -K_3 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 + E_2^T (f(X) + g(X)(U + \Delta U) - \ddot{X}_d + K_3 \dot{E}_1) \end{aligned} \quad (3-55)$$

为了使 V_2 稳定，设计控制率 U 为：

$$U = \frac{1}{g(X)} (\ddot{X}_d - E_1 - f(X) - \hat{D} - K_3 \dot{E}_1 - K_4 E_2) \quad (3-56)$$

式中, $K_3 > 0$, $K_4 > 0$ 。

3.4.4 稳定性分析

以位置子系统为研究对象分析系统的稳定性, 构造 Lyapunov 函数并对其求导:

$$V_3 = \frac{1}{2} E_1^T E_1 + \frac{1}{2} E_2^T E_2 \quad (3-57)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= E_1^T \dot{E}_1 + E_2^T \dot{E}_2 \\ &= E_1^T (\dot{X} - \dot{X}_d) + E_2^T (\ddot{X} - \ddot{\alpha}_1) \\ &= E_1^T (E_2 - K_1 E_1) + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \\ &= -K_1 E_1^T E_1 + E_1^T E_2 + E_2^T (f(X) + g(X)H(U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \end{aligned} \quad (3-58)$$

将式(3-44)代入式(3-58)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -K_1 E_1^T E_1 + E_2^T (E_1 + f(X) + g(X)(U + \Delta U) - \ddot{X}_d + K_1 \dot{E}_1) \\ &= -K_1 E_1^T E_1 - K_2 E_2^T E_2 + E_2^T g(X) \Delta U - |E_2^T g(X) \Delta U| + \frac{1}{2} \Delta U^T \Delta U \end{aligned} \quad (3-59)$$

又因为存在以下关系:

$$E_2^T g(X) \Delta U - |Z_2^T g(X) \Delta U| \leq \frac{1}{2} E_2^T E_2 + \frac{1}{2} \Delta U^T \Delta U \quad (3-60)$$

联立式(3-59)和式(3-60), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -K_1 E_1^T E_1 - K_2 E_2^T E_2 + E_2^T g(X) \Delta U - |Z_2^T g(X) \Delta U| - \frac{1}{2} \Delta U^T \Delta U \\ &\leq -K_1 E_1^T E_1 - K_2 E_2^T E_2 - \frac{1}{2} \Delta U^T \Delta U + \frac{1}{2} E_2^T E_2 + \frac{1}{2} \Delta U^T \Delta U \\ &= -K_1 E_1^T E_1 - (K_2 - \frac{1}{2}) E_2^T E_2 \end{aligned} \quad (3-61)$$

选取系统参数为:

$$K_2 \geq \frac{1}{2} + \zeta \quad (3-62)$$

式中, ζ 为正常数, 将式(3-62)代入式(3-61):

$$\dot{V}_3 \leq -K_1 E_1^T E_1 - \zeta E_2^T E_2 \quad (3-63)$$

依据 Lyapunov 稳定性原理, 系统是渐近稳定的, 表明设计的控制器能实现对轨迹的跟踪。

3.5 仿真验证与分析

3.5.1 建立系统仿真模型

为验证本章设计的抗干扰轨迹跟踪控制策略的可行性，基于 MATLAB/Simulink 平台构建仿真模型进行数值模拟验证。四旋翼无人机的主要性能指标参数详见表 3-1。

表 3-1 四旋翼无人机模型参数	
参数/单位	数值
m / kg	80.00×10^{-2}
l / m	30.00×10^{-2}
$J_x / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	15.67×10^{-3}
$J_y / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	15.67×10^{-3}
$J_z / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	28.34×10^{-3}
$J_r / \text{kg} \cdot \text{m}^2$	60.10×10^{-6}
$k_b / \text{N} \cdot \text{s}^2$	19.23×10^{-8}
$k_d / \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$	40.03×10^{-8}

选择 PID 控制作为对照组进行比较。鉴于 PID 控制器在处理系统非线性环节时控制效果不佳，对无人机模型实施线性化处理^[65]：

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{U_1 U_x}{m} \\ \ddot{y} = \frac{U_1 U_y}{m} \\ \ddot{z} = \frac{U_1 [\cos \phi \cos \theta]}{m} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{l}{I_x} U_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{l}{I_y} U_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{l}{I_z} U_4 \end{array} \right. \quad (3-64)$$

设计 PID 控制器：

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = X - X_d \\ U = K_p E_1 + K_i \int E_1 dt + K_d \frac{dE_1}{dt} \end{array} \right. \quad (3-65)$$

式中， K_p 、 K_i 、 K_d 为 PID 控制参数。

扩展状态观测器参数为 $\eta_1 = 0.5$ ， $\eta_2 = 0.25$ ，带宽为 $\omega_g = [5, 5, 5, 10, 10, 10]^T$ ，为了模拟系统所受的外部干扰，在六个维度上引入了相应的时变周期函数： $D_1 = 1$ ， $D_2 = 1 + 0.5\sin t$ ， $D_3 = 0.3\sin t + p$ ， $D_4 = 25x_1x_3$ ， $D_5 = 10\sin t + 15\cos t$ ， $D_6 = 10\sin t + 10\cos t$ 。式中，高斯白噪声 p 频谱密度为 0.1，采样时长 0.1s，采用随机数种子 23341 生成。

3.5.2 改进扩展状态观测器性能仿真验证与分析

为验证改进扩展状态观测的性能，对四旋翼无人机在使用传统 ESO^[66]和改进 ESO 时对抗扰动估计并逼近的能力进行了对比分析。

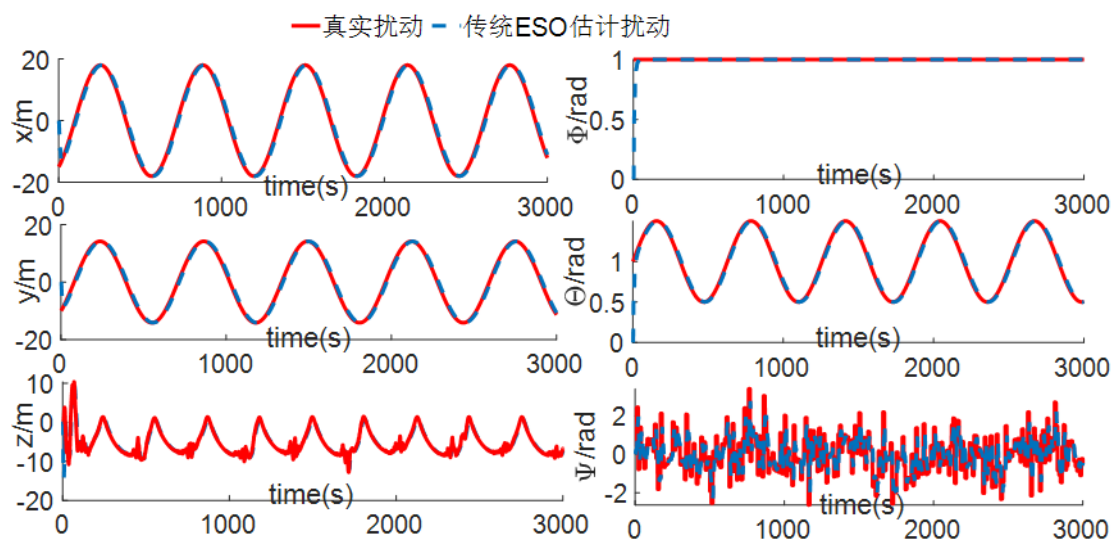


图 3-2 传统 ESO 逼近扰动曲线

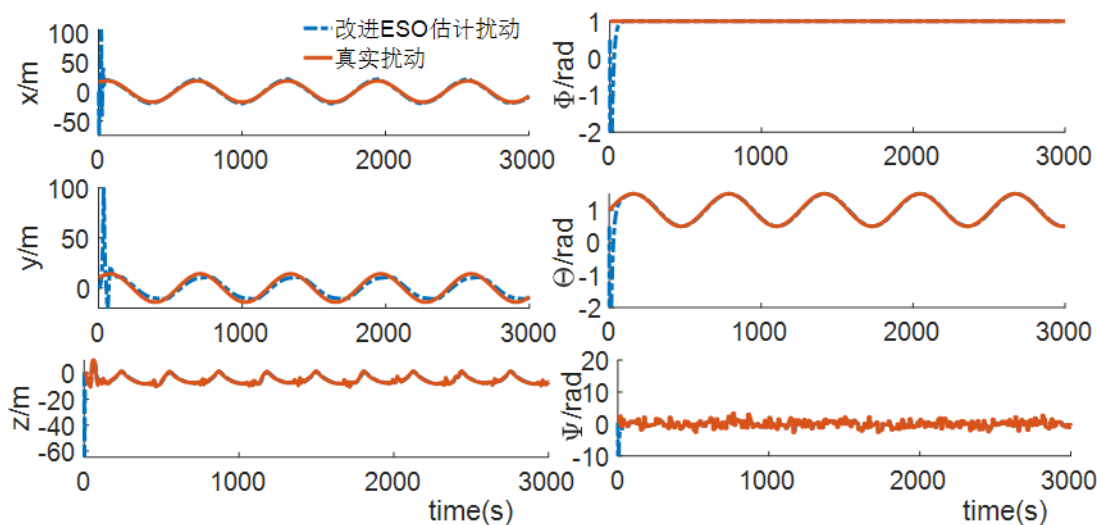


图 3-3 改进 ESO 逼近扰动曲线

图 3-2 和图 3-3 给出了在相同参数条件下 fal 函数 ESO 和改进 $galn$ 函数 ESO

对真实扰动的估计曲线。从图中可以看出，改进 ESO 的估计曲线表现出更短的收敛时间和更小的稳态误差，尤其在扰动快速变化时能更快贴合真实值。 fal 函数对高频噪声较为敏感，导致传统 ESO 估计曲线抖动明显，而 $galn$ 函数通过引入平滑机制，有效抑制噪声干扰，改进 ESO 的估计曲线更平滑，接近真实扰动的趋势。改进后的 $galn$ 函数 ESO 相较于传统 fal 函数 ESO，在动态响应速率、稳态精度及噪声抑制方面表现更优，验证了算法优化的有效性。

3.5.3 控制器轨迹跟踪性能仿真验证与分析

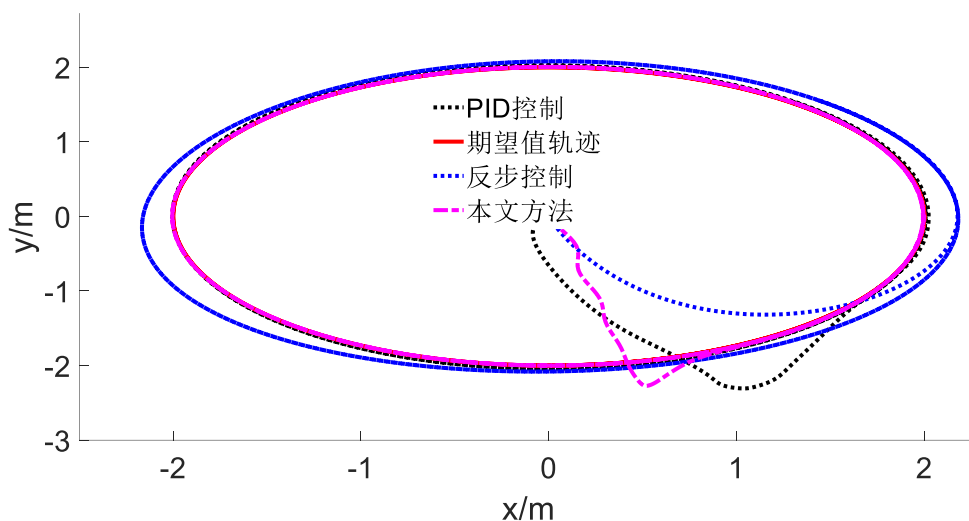


图 3-4 x-y 平面飞行轨迹

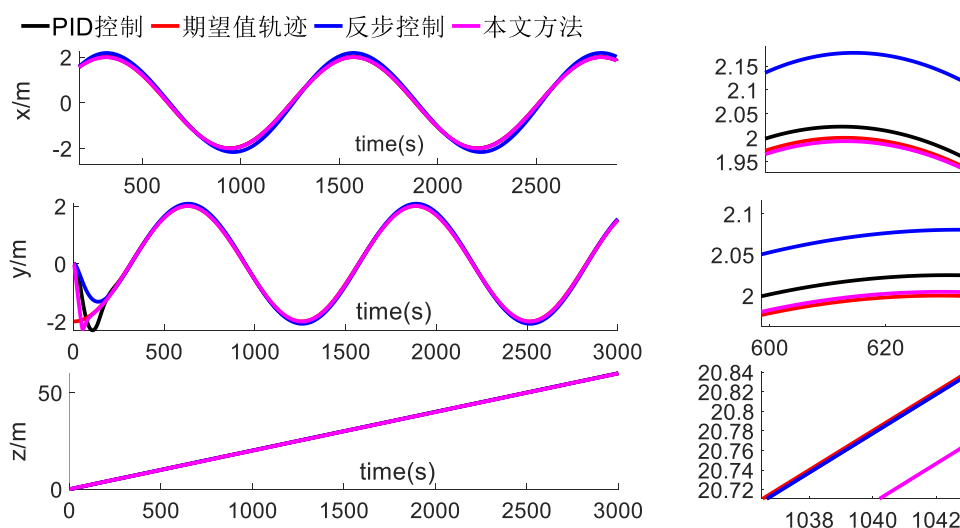


图 3-5 位置响应曲线

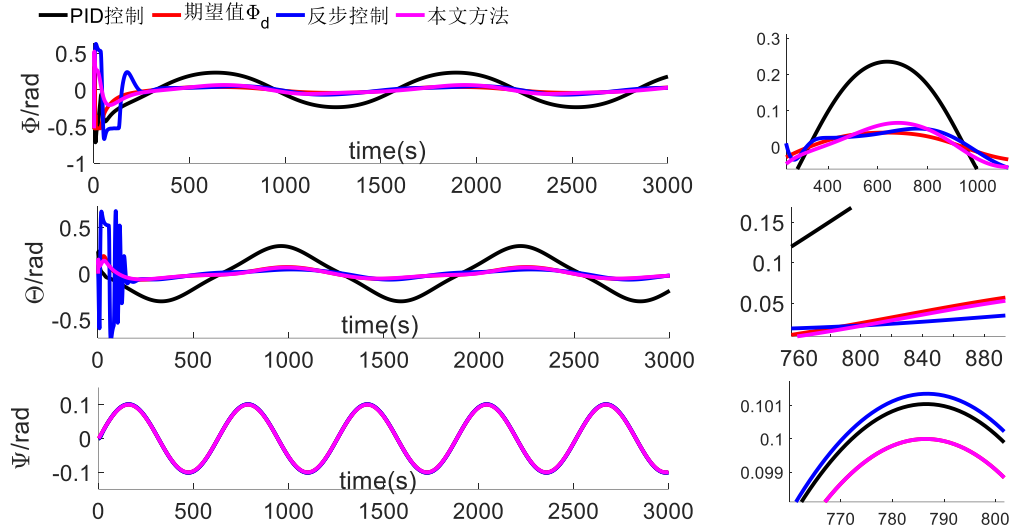


图 3-6 姿态响应曲线

为验证所给出的改进 ESO 反步抗干扰控制策略的优势，选取 PID 控制和传统反步控制方法，在四旋翼无人机模型参数、初始条件及未知总扰动均保持一致的前提下，进行仿真对比分析。从图 3-4 的飞行轨迹看，相较于传统反步控制和 PID 控制，采用改进 ESO 反步抗干扰控制的无人机表现出了更优的路径跟踪精度和更强的扰动抑制能力。这种提升源于改进 ESO 对系统内外复合扰动的实时估计与动态补偿机制，有效克服了传统反步控制对精确数学模型的强依赖性。由图 3-5 的位置响应曲线可知，改进 ESO 反步抗干扰控制在 x 、 y 、 z 三个轴向的位置误差收敛速度加快约 30%，超调量更小，验证了其卓越的扰动抑制能力。由图 3-6 姿态响应曲线的对比可知，滚转角和俯仰角的振荡幅度被抑制，较传统反步控制降低约 45%，姿态角收敛时间缩短 40%，PID 控制因积分环节的滞后性，在扰动下出现超调和调节失稳。

3.6 本章小结

本章针对四旋翼无人机在外界干扰环境下的轨迹跟踪控制问题，给出了一种基于改进扩展状态观测器与反步控制的复合抗干扰策略。针对传统 ESO 存在的函数不连续性、高频抖振及参数整定复杂等缺陷，设计了基于优化非线性函数 $galn$ 的改进 ESO。根据四旋翼无人机系统的半耦合特性与严格反馈结构，将无人机动力学模型分解为姿态控制内环和位置控制外环，使用反步法分别对内环设计控制律，确保系统的快速收敛。仿真实验表明所设计控制策略能够在外界干扰情况下实现快速稳定的轨迹跟踪控制。

第4章 复合干扰下四旋翼无人机固定时间反步轨迹跟踪控制

4.1 引言

四旋翼无人机在复杂作业环境中不可避免地会受到多种干扰的共同作用，这些干扰既包含由风扰、电磁干扰等构成的外部时变扰动，也包含由模型参数摄动、执行器动态特性变化等引发的内部不确定性。然而，常规观测器（如线性扩展状态观测器）的收敛时间依赖于系统初始状态，难以保证干扰估计的时效性，同时，针对复合干扰的解耦观测机制不完善，导致内外扰动难以被协同补偿。为此，本章给出一种基于自适应固定时间滑模干扰观测器和固定时间反步控制器的四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制方法，通过构建固定时间收敛的自适应滑模干扰观测器，实现对外部干扰和内部参数摄动的快速精确估计。在此基础上，设计了固定时间反步轨迹跟踪控制器，确保无人机在复合干扰作用下的轨迹跟踪误差能够在固定时间内收敛至平衡点。

4.2 问题描述

本章研究的核心目标是：针对四旋翼无人机系统存在的外部环境干扰和内部参数摄动，构建具有固定时间收敛特性的自适应控制框架，确保无人机在固定时间内实现高精度轨迹追踪。

本章的创新点主要体现在：1.给出一种自适应固定时间干扰观测器，通过引入终端滑模重构观测误差动态方程，实现了外部干扰与内部参数摄动的协同观测，其收敛时间不受系统初始条件的影响，设计自适应律在线调整观测器增益，克服传统方法需要精确干扰上界信息的限制；2.为解决传统反步法中可能出现的计算量爆炸难题，在姿态子系统的设计中引入了固定时间滤波器；3.依据 Lyapunov 稳定性原理，对闭环系统的固定时间稳定性进行了严谨论证。

系统结构如图 4-1 所示，由自适应固定时间滑模干扰观测器、固定时间位置子系统、固定时间姿态子系统构成闭环控制框架。固定时间位置控制器接收期望轨迹信号，结合干扰观测器输出的实时扰动估计值，生成位置控制指令；指令经滤波器消除高频噪声后输入至固定时间姿态控制器，通过反步递推方法

式中, $p > 0$, $q > 0$, $0 < m < 1$, $n > 1$, $g > 0$, 则可判定系统原点具有全局固定时间稳定性。

$$T \leq T_{\max} := \frac{1}{p\varepsilon(1-m)} + \frac{1}{q\varepsilon(n-1)} \quad (4-4)$$

引理 4.2^[68] 对变量 $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$ 和常数 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, 有如下关系

$$|x|^a |y|^b \leq \frac{a}{a+b} c |x|^{a+b} + \frac{b}{a+b} c^{-\frac{a}{b}} |y|^{a+b} \quad (4-5)$$

引理 4.3^[69] 对 $\forall y \geq x \geq 0$ 和 $n > 1$, 满足不等式:

$$x(y-x)^n \leq \frac{n}{n+1} (y^{n+1} - x^{n+1}) \quad (4-6)$$

引理 4.4^[70] 如果 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M \geq 0$, 则有

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \varepsilon^k \geq \left(\sum_{i=1}^M \varepsilon \right)^k, 0 < k < 1 \\ \sum_{i=1}^M \varepsilon^k \geq M^{1-k} \left(\sum_{i=1}^M \varepsilon \right)^k, 1 < k < \infty \end{cases} \quad (4-7)$$

4.3 自适应固定时间滑模干扰观测器设计

本节构建了一种具有固定时间收敛特性的自适应滑模干扰观测器。所给出的观测器能够在固定时间内实现对外部干扰和内部参数摄动的精确重构与实时补偿, 并且设计自适应律在线调整观测器增益, 克服传统方法需要精确干扰上界信息的限制, 其收敛速率与系统稳态精度均满足轨迹跟踪控制要求。该设计方法通过融合滑模控制理论与固定时间稳定性理论, 显著提升了传统干扰观测器的动态响应特性。

假设对于集总干扰 $\mathbf{d}_v$ 和 $\mathbf{d}_\theta$, 存在 $\dot{\mathbf{d}}_v \leq \mathbf{d}_m$ 和 $\dot{\mathbf{d}}_\theta \leq \mathbf{d}_m$, 并且满足 $0 < \mathbf{d}_m \leq L_v$ 和 $0 < \mathbf{d}_m \leq L_\theta$, $\mathbf{d}_m$ 未知有界, 最大为 L_v 和 L_θ 。

设计辅助变量 $\hat{\mathbf{V}}$, 表达式如下:

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}} = -g\mathbf{Z}_3 + \frac{U_T \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{e}_3}{m} + \hat{\mathbf{d}}_v \quad (4-8)$$

式中, $\hat{\mathbf{V}}$ 是对位置子系统的估计, $\hat{\mathbf{d}}_v$ 是对集总干扰 $\mathbf{d}_v$ 的估计。

定义滑模变量 $\mathbf{E}_V = \mathbf{V} - \hat{\mathbf{V}}$ ，对 $\mathbf{E}_V$ 求导，并将式(4-8)代入可得：

$$\dot{\mathbf{E}}_V = \mathbf{d}_V - \hat{\mathbf{d}}_V \quad (4-9)$$

选取位置滑模面函数为：

$$\mathbf{s}_V = \mathbf{E}_V + \left(\frac{1}{\varsigma_1 \mathbf{E}_V^{(m_1/n_1)-(p_1/q_1)} + \varsigma_2} \dot{\mathbf{E}}_V \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \quad (4-10)$$

式中， $\varsigma_1 > 0$ ， $\varsigma_2 > 0$ ， $m_1 > n_1 > 0$ ， $0 < p_1 < q_1 < 2p_1$ 。

设计对位置控制器复合干扰 $\hat{\mathbf{d}}_V$ 估计的干扰观测器为：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{d}}}_V &= k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma-1} + k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda-1} + \hat{\mathbf{L}}_V \mathbf{s}_V \\ &+ \frac{q_1}{p_1} \left(\kappa_V \dot{\mathbf{E}}_V \right)^{\frac{q_1-1}{p_1}} \left[-\varsigma_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \mathbf{E}_V^{\frac{m_1-p_1-1}{n_1} \frac{q_1}{q_1}} \dot{\mathbf{E}}_V^2 \kappa_V^2 + \kappa_V \ddot{\mathbf{E}}_V \right] \end{aligned} \quad (4-11)$$

式中， $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ ， $0.5 < \gamma < 1$ ， $1 < \lambda$ 。

同理，设计辅助变量 $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ ：

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\Omega}}} = -\mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{G}_a + \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\tau} + \hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\Omega}} \quad (4-12)$$

式中， $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ 是对姿态子系统的估计， $\hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\Omega}}$ 是对集总干扰 $\mathbf{d}_{\boldsymbol{\Omega}}$ 的估计。

定义滑模变量 $\mathbf{E}_{\boldsymbol{\Omega}} = \boldsymbol{\Omega} - \hat{\boldsymbol{\Omega}}$ ，对 $\mathbf{E}_{\boldsymbol{\Omega}}$ 求导，并将式(4-12)代入可得：

$$\dot{\mathbf{E}}_{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{d}_{\boldsymbol{\Omega}} - \hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\Omega}} \quad (4-13)$$

选取姿态滑模面函数为：

$$\mathbf{s}_{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{E}_{\boldsymbol{\Omega}} + \left(\frac{1}{\varsigma_1 \mathbf{E}_{\boldsymbol{\Omega}}^{(m_1/n_1)-(p_1/q_1)} + \varsigma_2} \dot{\mathbf{E}}_{\boldsymbol{\Omega}} \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \quad (4-14)$$

设计对姿态控制器复合干扰 $\hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\Omega}}$ 估计的干扰观测器为：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{d}}}_{\boldsymbol{\Omega}} &= k_1 \mathbf{s}_{\boldsymbol{\Omega}}^{2\gamma-1} + k_2 \mathbf{s}_{\boldsymbol{\Omega}}^{2\lambda-1} + \hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\Omega}} \mathbf{s}_{\boldsymbol{\Omega}} \\ &+ \frac{q_1}{p_1} \left(\kappa_{\boldsymbol{\Omega}} \dot{\mathbf{E}}_{\boldsymbol{\Omega}} \right)^{\frac{q_1-1}{p_1}} \left[-\varsigma_1 \left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{p_1}{q_1} \right) \mathbf{E}_{\boldsymbol{\Omega}}^{\frac{m_1-p_1-1}{n_1} \frac{q_1}{q_1}} \dot{\mathbf{E}}_{\boldsymbol{\Omega}}^2 \kappa_{\boldsymbol{\Omega}}^2 + \kappa_{\boldsymbol{\Omega}} \ddot{\mathbf{E}}_{\boldsymbol{\Omega}} \right] \end{aligned} \quad (4-15)$$

式中， $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ ， $0.5 < \gamma < 1$ ， $1 < \lambda$ 。

为了获得干扰观测器精确的干扰上界，定义估计误差为：

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{L}}_V = \mathbf{L}_V - \hat{\mathbf{L}}_V \\ \tilde{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{L}_{\boldsymbol{\Omega}} - \hat{\mathbf{L}}_{\boldsymbol{\Omega}} \end{cases} \quad (4-16)$$

式中, $\hat{L}_v$ 和 $\hat{L}_\Omega$ 分别是 L_v 和 L_Ω 的估计值。

设计 $\hat{L}_v$ 和 $\hat{L}_\Omega$ 的自适应律为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{L}}_v = \gamma_0 |\mathbf{s}_v| - \gamma_1 \hat{L}_v - \gamma_2 \hat{L}_v^{2\lambda-1} \\ \dot{\hat{L}}_\Omega = \gamma_0 |\mathbf{s}_\Omega| - \gamma_1 \hat{L}_\Omega - \gamma_2 \hat{L}_\Omega^{2\lambda-1} \end{cases} \quad (4-17)$$

式中, $\gamma_0 > 0$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ 。

联立式(4-10), 式(4-14)和式(4-17), 并分别对 $\mathbf{s}_v$ 和 $\mathbf{s}_\Omega$ 求导, 可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{s}}_v = \dot{\mathbf{d}}_v - k_1 \mathbf{s}_v^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_v^{2\lambda-1} - \dot{\hat{L}}_v \mathbf{s}_v \\ \dot{\mathbf{s}}_\Omega = \dot{\mathbf{d}}_\Omega - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda-1} - \dot{\hat{L}}_\Omega \mathbf{s}_\Omega \end{cases} \quad (4-18)$$

根据引理 4.2 可得:

$$\begin{cases} \left(\frac{\tilde{L}_v^2}{2\gamma_0} \right)^\gamma \leq \frac{\tilde{L}_v^2}{2\gamma_0} + (1-\gamma) \gamma^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \\ \left(\frac{\tilde{L}_\Omega^2}{2\gamma_0} \right)^\gamma \leq \frac{\tilde{L}_\Omega^2}{2\gamma_0} + (1-\gamma) \gamma^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \end{cases} \quad (4-19)$$

根据引理 4.3 可得:

$$\begin{cases} \tilde{L}_v \hat{L}_v^{2\lambda-1} = \tilde{L}_v (L_v - \tilde{L}_v)^{2\lambda-1} \leq \frac{2\lambda-1}{2\lambda} (L_v^{2\lambda} - \tilde{L}_v^{2\lambda}) \\ \tilde{L}_\Omega \hat{L}_\Omega^{2\lambda-1} = \tilde{L}_\Omega (L_\Omega - \tilde{L}_\Omega)^{2\lambda-1} \leq \frac{2\lambda-1}{2\lambda} (L_\Omega^{2\lambda} - \tilde{L}_\Omega^{2\lambda}) \end{cases} \quad (4-20)$$

证明: 位置子系统和姿态子系统分别设计如式(4-11)和(4-15)所示的固定时间滑模干扰观测器, 并采用式(4-17)的自适应律, 能在固定时间内对总干扰准确估计。

选择 Lyapunov 函数如下:

$$V_0 = \frac{1}{2} \mathbf{s}_v^T \mathbf{s}_v + \frac{1}{2\gamma_0} \tilde{L}_v^2 + \frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega + \frac{1}{2\gamma_0} \tilde{L}_\Omega^2 \quad (4-21)$$

对 V_0 求导可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_0 &= \mathbf{s}_V^T [\dot{\mathbf{d}}_V - k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda-1} - \hat{L}_V \mathbf{s}_V] - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_V \dot{L}_V \\
 &\quad + \mathbf{s}_\Omega^T [\dot{\mathbf{d}}_\Omega - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda-1} (\mathbf{s}_\Omega) - \hat{L}_\Omega \mathbf{s}_\Omega] - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega \dot{L}_\Omega \\
 &\leq -k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda} + \tilde{L}_V \mathbf{s}_V - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_V \dot{L}_V - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda} + \tilde{L}_\Omega \mathbf{s}_\Omega - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega \dot{L}_\Omega \\
 &= -k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda} - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_V (\dot{L}_V - \gamma_0 \mathbf{s}_V) - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda} - \frac{1}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega (\dot{L}_\Omega - \gamma_0 \mathbf{s}_\Omega)
 \end{aligned} \tag{4-22}$$

代入式(4-19)可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_0 &\leq -k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \tilde{L}_V \hat{L}_V + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{L}_V \hat{L}_V^{2\lambda-1} \\
 &\quad - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega \hat{L}_\Omega + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega \hat{L}_\Omega^{2\lambda-1} \\
 &\leq -k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda} + \frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \tilde{L}_V^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{L}_V \hat{L}_V^{2\lambda-1} + \frac{\gamma_1}{2\gamma_0} L_V^2 \\
 &\quad - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda} + \frac{\gamma_1}{2\gamma_0} \tilde{L}_\Omega^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{L}_\Omega \hat{L}_\Omega^{2\lambda-1} + \frac{\gamma_1}{2\gamma_0} L_\Omega^2
 \end{aligned} \tag{4-23}$$

代入式(4-20), 并根据引理 4.4 可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_0 &\leq -\min\left\{2^\gamma k_1, \gamma_1\right\} \left[\left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V\right)^\gamma + \left(\frac{\tilde{L}_V^2}{2\gamma_0}\right)^\gamma + \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\gamma + \left(\frac{\tilde{L}_\Omega^2}{2\gamma_0}\right)^\gamma \right] \\
 &\quad - \min\left\{2^\lambda k_2, \frac{2^\lambda \gamma_0^{\lambda-1} \gamma_2 (2\lambda-1)}{2\lambda}\right\} \left[\left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V\right)^\lambda + \left(\frac{\tilde{L}_V^2}{2\gamma_0}\right)^\lambda \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\lambda + \left(\frac{\tilde{L}_\Omega^2}{2\gamma_0}\right)^\lambda \right] + \mathcal{G}_0 \\
 &\leq -\min\left\{2^\gamma k_1, \gamma_1\right\} V_0^\gamma - \min\left\{2^\lambda k_2, \frac{2^\lambda \gamma_0^{\lambda-1} \gamma_2 (2\lambda-1)}{2\lambda}\right\} V_0^\lambda + \mathcal{G}_0
 \end{aligned} \tag{4-24}$$

依据引理 4.1, 可推断出式(4-21)具备固定时间稳定性, 收敛时间为:

$$T_a \leq \frac{1}{\min\{2^\gamma k_1, \gamma_1\} \varepsilon (1-\gamma)} + \frac{1}{\min\left\{2^\lambda k_2, \frac{2^\lambda \gamma_0^{\lambda-1} \gamma_2 (2\lambda-1)}{2\lambda}\right\} \varepsilon (\lambda-1)} \tag{4-25}$$

式中, $0 < \varepsilon < 1$ 。

为证明系统状态能够按照预期收敛至滑模面, 构建如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V + \frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega \tag{4-26}$$

对 V_1 求导可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= \mathbf{s}_V^T (\mathbf{d}_V - k_1 \mathbf{s}_V^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_V^{2\lambda-1} - \hat{L}_V \mathbf{s}_V \\
 &\quad + \mathbf{s}_\Omega^T (\mathbf{d}_\Omega - k_1 \mathbf{s}_\Omega^{2\gamma-1} - k_2 \mathbf{s}_\Omega^{2\lambda-1} - \hat{L}_\Omega \mathbf{s}_\Omega) \\
 &\leq -k_1 (\mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V)^\gamma - k_2 (\mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V)^\lambda + \tilde{L}_V |\mathbf{s}_V| - k_1 (\mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega)^\gamma - k_2 (\mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega)^\lambda + \tilde{L}_\Omega |\mathbf{s}_\Omega| \\
 &\leq -2^\gamma k_1 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V\right)^\gamma - 2^\lambda k_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V\right)^\lambda - 2^\gamma k_1 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\gamma - 2^\lambda k_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\lambda \\
 &\leq -2^\gamma k_1 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V + \frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\gamma - 2^\lambda k_2 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_V^T \mathbf{s}_V + \frac{1}{2} \mathbf{s}_\Omega^T \mathbf{s}_\Omega\right)^\lambda
 \end{aligned} \tag{4-27}$$

依据引理 4.1, 可推断出 $\mathbf{s}_V$ 和 $\mathbf{s}_\Omega$ 于固定时间内达成收敛, 其收敛时间为:

$$T_b \leq \frac{n_1}{\varsigma_1(m_1 - n_1)} + \frac{q_1}{\varsigma_2(q_1 - p_1)} \tag{4-28}$$

因此, 本节设计的干扰观测器能在固定时间 $T_1 \leq T_a + T_b$ 内实现对复合干扰的准确估计。

4.4 固定时间反步轨迹跟踪控制器设计

4.4.1 位置子系统跟踪控制器设计

位置子系统运动学方程为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}} = \mathbf{V} \\ \dot{\mathbf{V}} = -g\mathbf{Z}_3 + \mathbf{U}/m + \mathbf{d}_V \end{cases} \tag{4-29}$$

引入位置跟踪误差:

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{P} - \mathbf{P}_d \tag{4-30}$$

式中, $\mathbf{P}_d$ 为无人机的期望位置, 对其求导可得:

$$\dot{\mathbf{Z}}_1 = \mathbf{V} - \mathbf{V}_d \tag{4-31}$$

式中, $\mathbf{V}_d$ 为无人机的期望速度, 定义速度跟踪误差为 $\mathbf{Z}_2 = \mathbf{V} - \mathbf{V}_d$ 。

选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_1 \tag{4-32}$$

对 V_1 求导可得:

$$\dot{V}_1 = \mathbf{Z}_1^T [\mathbf{Z}_2 + \mathbf{V} - \mathbf{V}_d] \tag{4-33}$$

设计虚拟控制律 $\mathbf{V}_d$:

$$\mathbf{V}^* = \mathbf{V} - k_3 \mathbf{Z}_1^{\alpha_1} - K_3 \mathbf{Z}_1^{\beta_1} \tag{4-34}$$

式中, $k_3 > 0$, $K_3 > 0$, $0 < \alpha_1 < 1$, $\beta_1 > 1$ 。

将式(4-34)代入式(4-33)可得:

$$\dot{V}_1 = \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_2 - k_3 \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_1^{\alpha_1} - K_3 \mathbf{Z}_1^T \mathbf{Z}_1^{\beta_1} \quad (4-35)$$

根据式(4-29), 对 $\mathbf{Z}_2$ 求导可得:

$$\dot{\mathbf{Z}}_2 = \dot{\mathbf{V}} - \dot{\mathbf{V}}_d = -g\mathbf{Z}_3 + \mathbf{U}/m + \mathbf{d}_v - \dot{\mathbf{V}}_d \quad (4-36)$$

选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_2^T \mathbf{Z}_2 \quad (4-37)$$

对 V_2 求导可得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{Z}_2^T (-g\mathbf{Z}_3 + \mathbf{U}/m + \mathbf{d}_v - \dot{\mathbf{V}}_d) \quad (4-38)$$

设计位置子系统跟踪控制器如下:

$$\mathbf{U} = m(-k_4 \mathbf{Z}_2^{\alpha_2} - K_4 \mathbf{Z}_2^{\beta_2} + g\mathbf{Z}_3 - \hat{\mathbf{d}}_v - k_3 \alpha_1 |\mathbf{Z}_1|^{\alpha_1-1} \dot{\mathbf{Z}}_1 - K_3 \beta_1 |\mathbf{Z}_1|^{\beta_1-1} \dot{\mathbf{Z}}_1) \quad (4-39)$$

式中, $k_4 > 0$, $K_4 > 0$, $\hat{\mathbf{d}}_v$ 为扰动估计。

证明: 在位置控制器 $\mathbf{U}$ 的控制作用下, 结合所构建的干扰观测器, 可实现速度跟踪偏差 $\mathbf{Z}_2$ 在固定时间内渐近收敛至平衡状态。

速度收敛到虚拟速度才能使其稳定, 选取 Lyapunov 函数如下

$$V_2 = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_2^2 \quad (4-40)$$

当 $t \geq T_1$ 时, 所构建的自适应固定时间干扰观测器能够精确估算出总扰动量, 得到 $\tilde{\mathbf{d}}_v = 0$, 因此, V_2 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_4 \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_2^{\alpha_2} - K_4 \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_2^{\beta_2} \\ &\leq -k_4 \mathbf{Z}_2^{\alpha_2+1} - K_4 \mathbf{Z}_2^{\beta_2+1} \\ &= -k_4 \left(\mathbf{Z}_2^2 \right)^{\frac{\alpha_2+1}{2}} - K_4 \left(\mathbf{Z}_2^2 \right)^{\frac{\beta_2+1}{2}} \\ &\leq -k_4 2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathbf{Z}_2^2 \right)^{\frac{\alpha_2+1}{2}} - K_4 2^{\frac{\beta_2+1}{2}} N^{\frac{1-\beta_2}{2}} \left(\frac{1}{2} \mathbf{Z}_2^2 \right)^{\frac{\beta_2+1}{2}} \\ &= -k_4 2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} V_2^{\delta_1} - K_4 2^{\frac{\beta_2+1}{2}} N^{\frac{1-\beta_2}{2}} V_2^{\delta_2} \end{aligned} \quad (4-41)$$

根据引理 4.1 可知, 存在一个固定时间使 $\mathbf{Z}_2 = 0$, 收敛时间为:

$$T_c \leq \frac{1}{-k_4 2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} (1-\delta_1)} + \frac{1}{K_4 2^{\frac{\beta_2+1}{2}} N^{\frac{1-\beta_2}{2}} (\delta_2-1)} \quad (4-42)$$

式中, $\delta_1 = 2^{\frac{\alpha_2+1}{2}}$, $\delta_2 = 2^{\frac{\beta_2+1}{2}}$ 。

证明: 在位置控制器 $\mathbf{U}$ 的控制作用下, 结合所构建的干扰观测器, 可实现位置跟踪偏差 $\mathbf{Z}_1$ 在固定时间内渐近收敛至平衡状态。

已经证明速度跟踪误差 $\mathbf{Z}_2$ 能在固定时间内 T_2 收敛于零, 经过时间 T_c , 可以得到 $\mathbf{Z}_2 = 0$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}^*$ 和 $\dot{\boldsymbol{\zeta}} = -k_3 \mathbf{Z}_1^{\alpha_1} - K_3 \mathbf{Z}_1^{\beta_1}$ 。

选取 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} \quad (4-43)$$

对 V_3 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \boldsymbol{\zeta}^T \dot{\boldsymbol{\zeta}} \\ &= \mathbf{Z}_2 (-k_3 \mathbf{Z}_1^{\alpha_1} - K_3 \mathbf{Z}_1^{\beta_1}) \\ &\leq -k_3 \mathbf{Z}_1^{\alpha_1+1} - K_3 \mathbf{Z}_1^{\beta_1+1} \\ &\leq -k_3 2^{\frac{\alpha_1+1}{2}} (V_3)^{\frac{\alpha_1+1}{2}} - K_3 2^{\frac{\beta_1+1}{2}} (V_3)^{\frac{\beta_1+1}{2}} \\ &= -2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} k_3 V_3^{\delta_3} - 2^{\frac{\beta_2+1}{2}} 3^{\frac{1-\beta_2}{2}} K_3 V_3^{\delta_4} \end{aligned} \quad (4-44)$$

根据引理 4.1 可知, 存在一个固定时间使 $\mathbf{Z}_1 = 0$, 收敛时间为:

$$T_d = \frac{1}{2^{\frac{\alpha_2+1}{2}} k_3 (1-\delta_3)} + \frac{1}{2^{\frac{\beta_2+1}{2}} 3^{\frac{1-\beta_2}{2}} K_3 (\delta_4-1)} \quad (4-45)$$

式中, $\delta_3 = \frac{\alpha_1+1}{2}$, $\delta_4 = \frac{\beta_1+1}{2}$ 。

因此, 本节设计的位置控制器 $\mathbf{U}$ 能在固定时间 $T_2 = T_c + T_d$ 内实现对轨迹的跟踪。

4.4.2 姿态子系统跟踪控制器设计

考虑到姿态与位移子系统间的相互作用, 可通过位置控制器逆向求解出所需的期望姿态角。令 $\mathbf{U} = [U_x, U_y, U_z]^T$, 根据 $\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})^T = \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})^{-1}$ 可得:

$$U_T = m \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + (U_z + g)^2} \quad (4-46)$$

$$\cos \theta \cos \psi U_x + \cos \theta \sin \psi U_y - \sin \theta (U_z + g) = 0 \quad (4-47)$$

$$(\sin\theta\cos\psi\sin\phi - \sin\psi\cos\phi)U_x + (\sin\theta\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\cos\phi)U_y + \cos\theta\sin\phi(U_z + g) = 0 \quad (4-48)$$

$$(\sin\theta\cos\psi\cos\phi + \sin\psi\sin\phi)U_x + (\sin\theta\sin\psi\cos\phi - \cos\psi\sin\phi)U_y + \cos\theta\cos\phi(U_z + g) = \frac{U_T}{m} \quad (4-49)$$

由式(4-46)至(4-49)可得期望的滚转角 ϕ_d 与俯仰角 θ_d 参数:

$$\phi_d = \arcsin\left(\frac{(\sin\psi_d U_x - \cos\psi_d U_y)m}{U_T}\right) \quad (4-50)$$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{\cos\psi_d U_x + \sin\psi_d U_y}{U_z + g}\right) \quad (4-51)$$

针对传统反步控制在姿态子系统存在的计算量爆炸问题, 受文献[71]启发, 设计一种固定时间收敛的滤波器。该滤波器通过优化微分信号处理机制, 有效解决了递推微分运算导致的实时计算负担过重难题。

$$\begin{cases} \tau \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_d = (\boldsymbol{\theta}_d - \hat{\boldsymbol{\theta}}_d)^{\alpha_2} + (\boldsymbol{\theta}_d - \hat{\boldsymbol{\theta}}_d)^{\beta_2} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_d = \boldsymbol{\theta}_d \end{cases} \quad (4-52)$$

式中, $\tau > 0$ 是滤波常数, $0 < \alpha_2 < 1$, $\beta_2 > 1$, $\boldsymbol{\theta}_d$ 是滤波器的输入, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_d = [\hat{\phi}_d, \hat{\theta}_d, \hat{\psi}_d]^T$ 是滤波器的输出。 $\boldsymbol{\eta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_d - \boldsymbol{\theta}_d$ 为滤波器误差, 由文献[71]可知存在一个固定时间 T_3 , 当 $t > T_3$ 时, $\boldsymbol{\eta} = 0$ 。

四旋翼无人机的姿态误差为:

$$\mathbf{Z}_3 = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_d \quad (4-53)$$

对 $\mathbf{Z}_3$ 求导可得:

$$\dot{\mathbf{Z}}_3 = \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\theta})(\mathbf{Z}_4 + \boldsymbol{\Omega}^*) - \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_d \quad (4-54)$$

式中, $\mathbf{Z}_4$ 为角速度误差:

$$\mathbf{Z}_4 = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}^* \quad (4-55)$$

选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_3 = \frac{1}{2} \mathbf{Z}_3^T \mathbf{Z}_3 \quad (4-56)$$

对 V_3 求导可得:

$$\dot{V}_3 = \mathbf{Z}_3^T \left[\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta})(\mathbf{Z}_4 + \boldsymbol{\Omega}^*) - \dot{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}_d \right] \quad (4-57)$$

设计虚拟控制输入 $\boldsymbol{\Omega}^*$ 为:

$$\boldsymbol{\Omega}^* = (\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}))^{-1} \left(\dot{\hat{\boldsymbol{\Theta}}}_d - k_5 \mathbf{Z}_3^{\alpha_2} - K_5 \mathbf{Z}_3^{\beta_2} \right) \quad (4-58)$$

式中, $k_5 > 0$, $K_5 > 0$ 。

将式(4-58)代入式(4-57)可得:

$$\dot{V}_3 = \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{Z}_3^T \mathbf{Z}_4 - k_5 \mathbf{Z}_3^T \mathbf{Z}_3^{\alpha_2} - K_5 \mathbf{Z}_3^T \mathbf{Z}_3^{\beta_2} \quad (4-59)$$

对 $\mathbf{Z}_4$ 求导可得:

$$\dot{\mathbf{Z}}_4 = \dot{\boldsymbol{\Omega}} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}^* = -\mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{G}_a + \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_{\boldsymbol{\Omega}} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}^* \quad (4-60)$$

选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_4^T \mathbf{Z}_4 \quad (4-61)$$

对 V_4 求导可得:

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 + \mathbf{Z}_4^T \left(-\mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{J}^{-1} \mathbf{G}_a + \mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_{\boldsymbol{\Omega}} - \dot{\boldsymbol{\Omega}}^* \right) \quad (4-62)$$

设计姿态子系统跟踪控制器如下:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{J}(\mathbf{J}^{-1} \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Omega} - \mathbf{J}^{-1} \mathbf{G}_a - k_6 \mathbf{Z}_4^{\alpha_4} \\ & - K_6 \mathbf{Z}_4^{\beta_4} - \hat{\mathbf{d}}_{\boldsymbol{\Omega}} - k_5 \alpha_3 |\mathbf{Z}_3|^{\alpha_3-1} \dot{\mathbf{Z}}_3 - K_5 \beta_3 |\mathbf{Z}_3|^{\beta_3-1} \dot{\mathbf{Z}}_3) \end{aligned} \quad (4-63)$$

式中, $k_6 > 0$, $K_6 > 0$, $0 < \alpha_4 < 1$, $\beta_4 > 1$ 。

根据位置子系统的稳定性证明和引理 4.1, 姿态误差 $\mathbf{Z}_3$ 能够在固定时间收敛, 且收敛时间满足:

$$T_e = \frac{1}{k_6 2^{\frac{\alpha_4+1}{2}} (1-\delta_5)} + \frac{1}{K_6 2^{\frac{\beta_4+1}{2}} N^{\frac{1-\beta_4}{2}} (\delta_6-1)} \quad (4-64)$$

式中, $\delta_5 = 2^{\frac{\alpha_4+1}{2}}$, $\delta_6 = 2^{\frac{\beta_4+1}{2}}$ 。

同样可以得到角速度跟踪误差 $\mathbf{Z}_4$ 也能在固定时间内收敛:

$$T_f = \frac{1}{k_5 2^{\frac{\alpha_3+1}{2}} (1-\delta_7)} + \frac{1}{K_5 2^{\frac{\beta_3+1}{2}} N^{\frac{1-\beta_3}{2}} (\delta_8-1)} \quad (4-65)$$

式中, $\delta_7 = 2^{\frac{\alpha_3+1}{2}}$, $\delta_8 = 2^{\frac{\beta_3+1}{2}}$ 。

4.5 仿真验证与分析

为验证本章设计的固定时间抗干扰轨迹跟踪控制策略的可行性，基于 MATLAB/Simulink 平台构建仿真模型进行数值模拟验证。四旋翼无人机的主要性能指标参数与上一章一致，设计的干扰控制器参数如表 4-1 所示。

表 4-1 干扰控制器参数

参数	数值	参数	数值
$\varsigma_1 = \varsigma_2$	1	γ_0	20
$m_1 = q_1$	9	$\gamma_1 = \gamma_2$	1.5
n_1	5	τ_0	4
p_1	7	$k_3 = K_3 = k_4 = K_4$	3
$k_1 = k_2$	10	$k_5 = K_5 = k_6 = K_6$	10
γ	0.9	$\alpha_1 = \alpha_2$	0.4
λ	1.2	$\beta_1 = \beta_2$	1.6

不匹配扰动设置为：

$$\begin{cases} \mathbf{d}_v = [1 + 0.5\sin(0.2\pi t), 1 - 0.5\cos(0.2\pi t), 2 - 0.5\cos(0.1\pi t)]^T \\ \mathbf{d}_\theta = [2 - 0.5\sin(0.2\pi t), 1 + 0.4\cos(0.3\pi t), 2 + 0.5\sin(0.1\pi t)]^T \end{cases}$$

图 4-2 为四旋翼无人机在复合干扰（外界风扰、模型不确定性）工况下的二维轨迹响应曲线。仿真结果表明，所设计的复合抗干扰控制器能精确跟踪目标轨迹，实际飞行轨迹与期望轨迹高度重合。尤其在姿态突变阶段，尽管存在系统参数扰动，无人机仍快速修正姿态角偏差，验证了控制器的强鲁棒性。从图中可观察到，相较于有限时间反步控制，固定时间反步控制展现出更高的控制准确度，其动态响应更快，且超调现象更小。

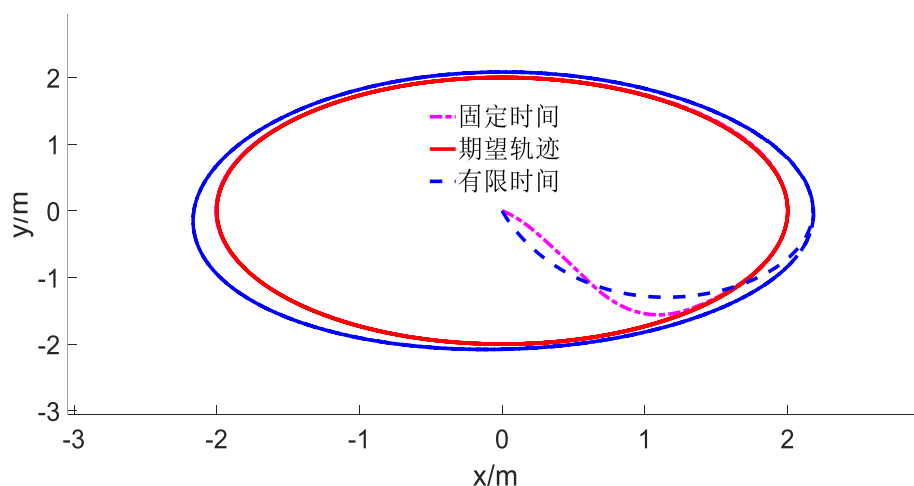


图 4-2 x-y 平面飞行轨迹

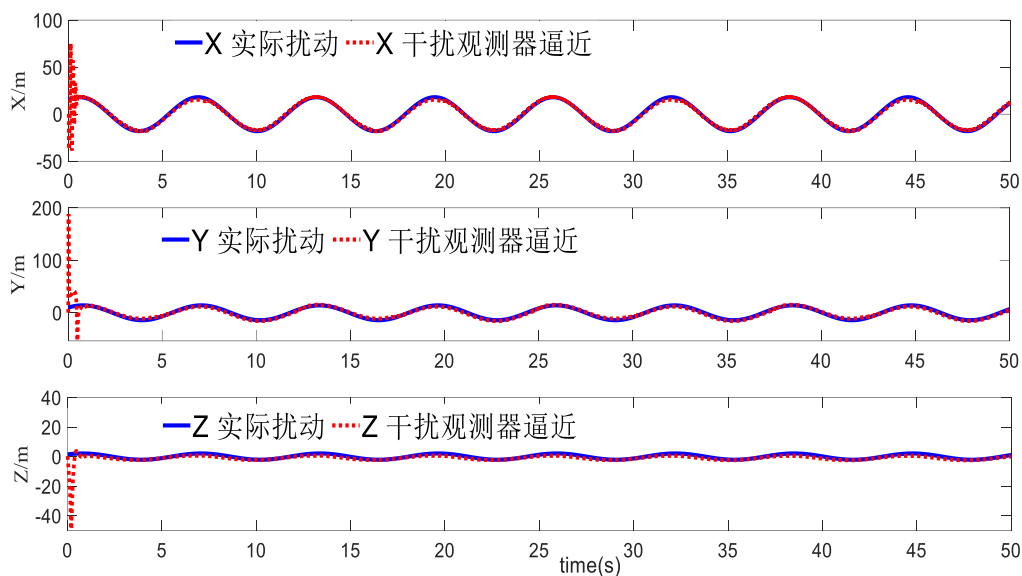


图 4-3 干扰观测器逼近扰动曲线

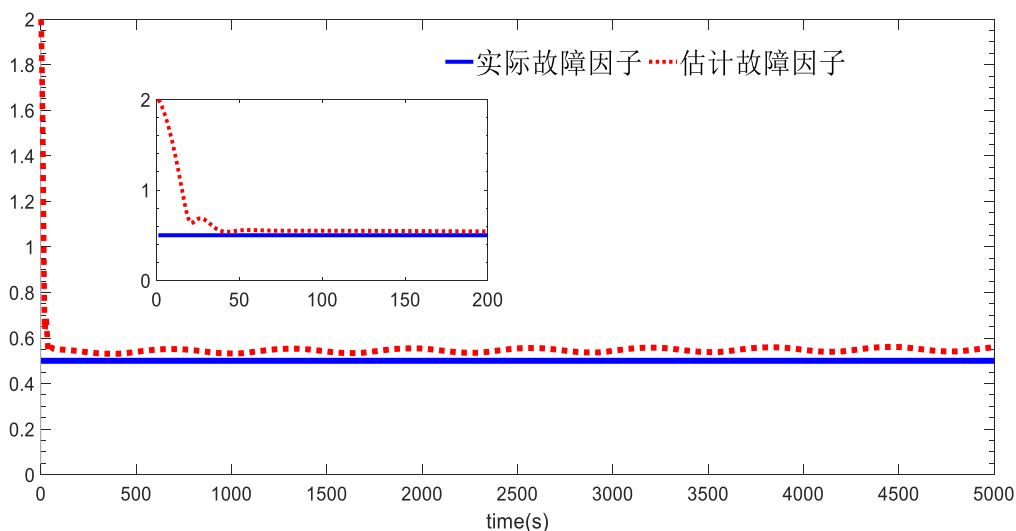
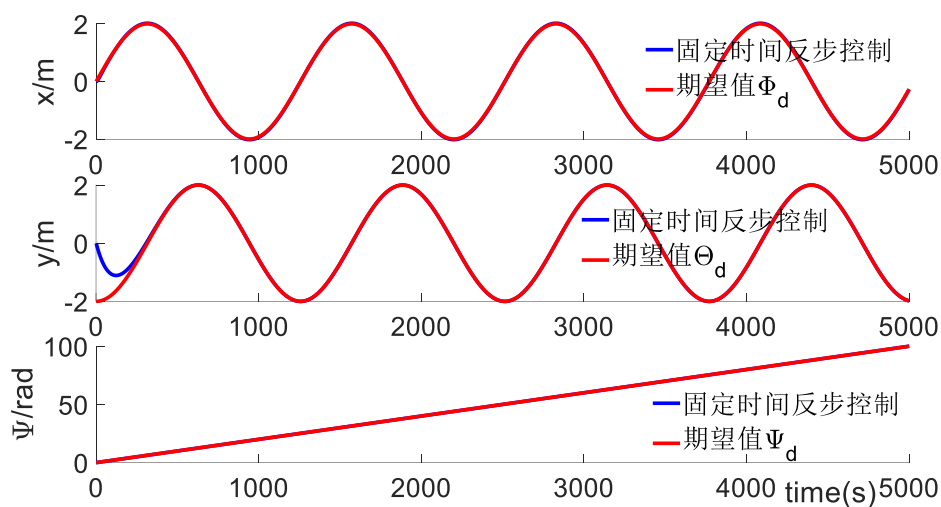


图 4-4 故障因子估计

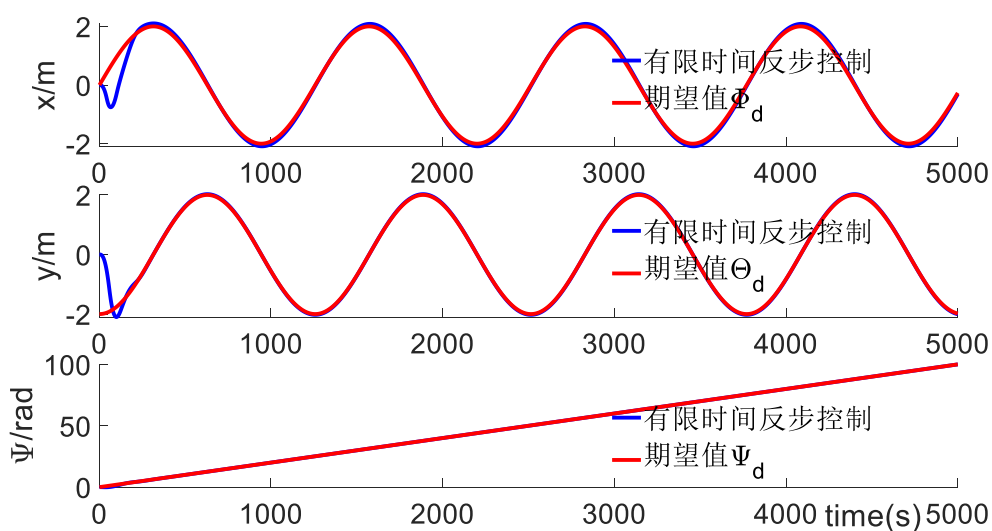
图 4-3 显示了固定时间滑模干扰观测器对位置子系统扰动的估计效果。观测器在干扰突变时刻后，位置扰动估计误差在 0.8s 内收敛至 ± 0.05 N 以内，验证了其对外界未知干扰的估计能力。图 4-4 显示了固定时间滑模干扰观测器对系统内部故障因子的在线估计结果。当执行器在发生突发性失效时，干扰观测器能准确辨识故障幅值，估计值与真实故障因子的最大绝对误差小于 0.03，验证了其对于缓变与突变故障的泛化估计能力。

为验证所提控制策略的优势，选取文献[72]所述的有限时间控制方法，在四旋翼无人机模型参数、初始条件及未知总扰动均保持一致的前提下，进行仿真对比分析。图 4-5 和图 4-6 分别展示了位置子系统和姿态子系统在固定时间控

制与有限时间控制方法下的轨迹跟踪误差变化曲线。从图 4-5 可以看出，在位置子系统的跟踪过程中，固定时间控制器表现出快速且平稳的误差收敛特性。在无人机初始启动阶段，两种位置控制器都可以快速消除轨迹误差，但固定时间位置控制器可以在 1.8s 内消除该误差，较有限时间控制提速 52%。图 4-6 姿态子系统的误差曲线进一步验证了控制策略的优越性。姿态子系统固定时间控制器的滚转/俯仰角跟踪最大超调量 $\leq 0.3^\circ$ ，收敛时间稳定在 0.9s 内，较有限时间控制提速 38.4%。

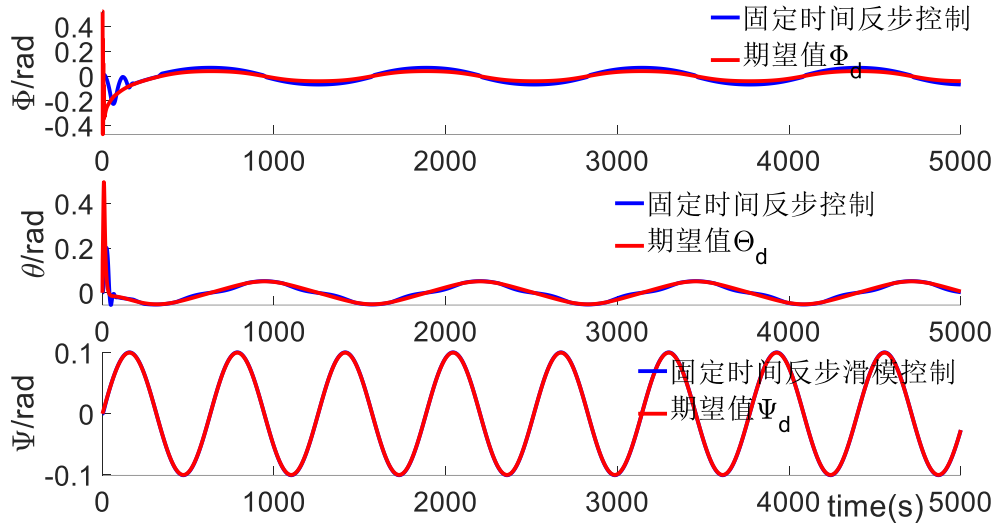


(a) 固定时间位置控制器

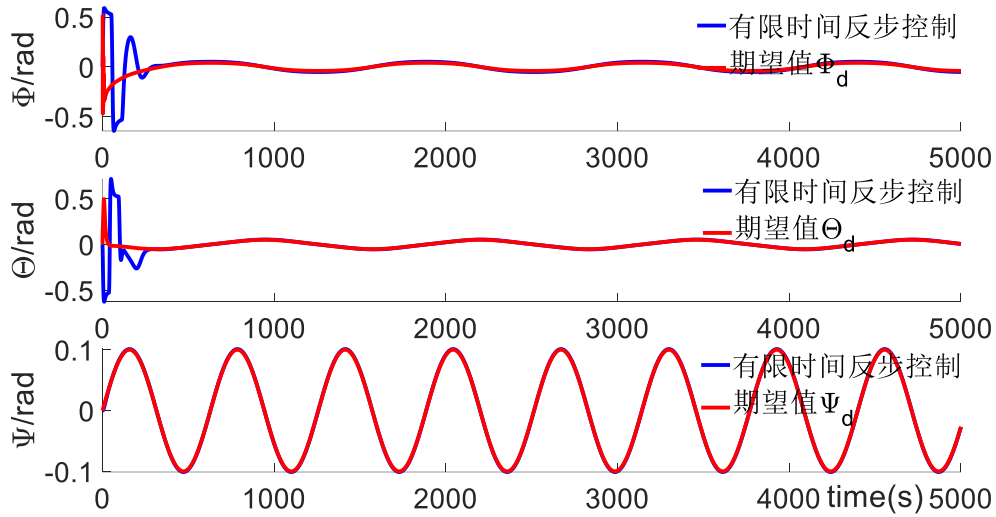


(b) 有限时间位置控制器

图 4-5 位置子系统的轨迹跟踪误差



(a) 固定时间姿态控制器



(b) 有限时间姿态控制器

图 4-6 姿态子系统的轨迹跟踪误差

4.6 本章小结

针对无人机系统中内/外源复合干扰的耦合效应，给出基于自适应固定时间滑模干扰观测器与反步控制的协同抗干扰架构。通过构建双通道干扰观测器分别对外部扰动动力学与内部参数摄动进行在线辨识，并基于李雅普诺夫稳定性理论设计具有扰动前馈补偿的反步控制器，实现了对复合干扰的主动解耦与动态抑制。实验结果表明，该方法在负载突变与多源干扰叠加条件下，能够有效维持姿态稳定性与轨迹跟踪精度。

第5章 外界干扰下四旋翼无人机分布式预设时间编队控制

5.1 引言

外界干扰下的四旋翼无人机编队任务中，如何确保集群快速形成并保持稳定的编队队形，以高效完成预定任务，成为当前研究的一大热点。现有固定时间控制方法虽能实现全局稳定性，但其收敛时间依赖于控制参数且难以独立设定，限制了实际应用的灵活性。针对上述问题，本章给出一种分布式预设时间控制框架，解决多无人机编队轨迹跟踪中的耦合干扰估计、领导者状态分布式观测与预设时间收敛三大问题。设计预设时间状态观测器，解决跟随者无法获取期望的位置信息的难题；设计自适应预设时间干扰观测器，在预设时间内精确估计外部干扰与邻机耦合扰动；基于反步滑模控制框架，构建分布式预设时间控制器，确保编队误差在预设时间内一致有界，不受外界干扰和系统初始状态的影响。通过仿真验证了所提编队策略的优越性。

5.2 问题描述

现有研究大多集中于单机抗干扰控制或基于固定时间/有限时间的编队控制方法，但仍存在以下挑战：1.传统干扰观测器对动态时变干扰的估计精度不足，且收敛时间依赖于系统初始状态；2.现有编队控制策略难以在预设时间内同时实现干扰补偿与轨迹跟踪，导致系统动态响应与稳态性能无法兼顾；3.分布式架构下通信拓扑的动态约束与信息交互延迟问题尚未得到充分解决。本章目的在于构建一种预设时间的分布式编队控制策略，使无人机群在任意预设时间内完成编队构建并保持队形稳定，具体架构如图 5-1 所示。

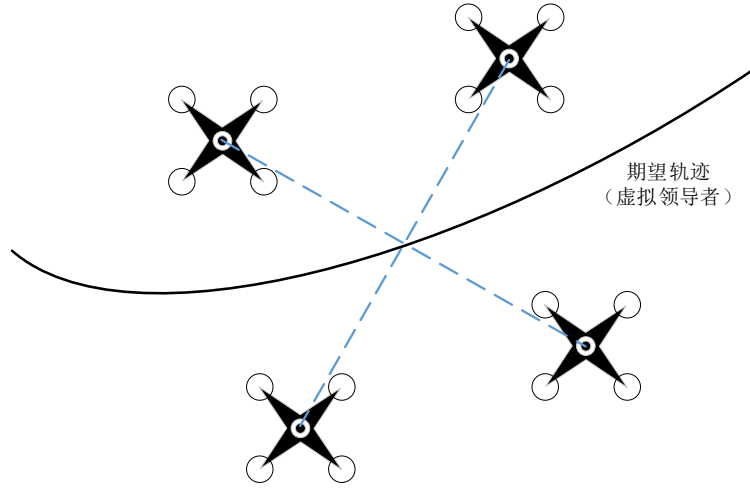


图 5-1 编队控制结构

考虑由 N 架四旋翼无人机组成的集群系统，本章期望的控制目标是在预设的时间内下式成立：

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j - \mathbf{h}_i + \mathbf{h}_j) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_0 - \mathbf{h}_i) = 0 \quad i, j = 1, \dots, N \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_0 - \dot{\mathbf{h}}_i) = 0 \end{cases} \quad (5-1)$$

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} (\psi_i - \psi_j) = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \psi_i = \psi_0 \end{cases} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (5-2)$$

式中， $\mathbf{h}_i = [h_{i,x}, h_{i,y}, h_{i,z}]^T$ 表示四旋翼无人机跟随者与虚拟领航者之间所期望维持的相对距离， ψ_0 则表示虚拟领航者的航向角。此式表明，系统内的所有四旋翼无人机都能够跟随虚拟领导者，实现协调一致的飞行，进而达成预设的编队。

针对编队控制器设计的需求，给出预备知识、相应的假设条件和理论引理：

符号说明： R^n 表示 n 维空间。 $\mathbf{1}_N$ 为 n 维单位矩阵。 $\|\mathbf{x}\|_a$ 表示表示向量 $\mathbf{x}$ 的 a -范数，定义为 $\|\mathbf{x}\|_a = (\|x_1\|^a + \|x_2\|^a + \dots + \|x_m\|^a)^{1/a}$ ，其中 $a > 0$ 。向量 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ， $\text{sig}^\alpha(\mathbf{x}) = [|x_1|^\alpha \text{sign}(x_1), |x_2|^\alpha \text{sign}(x_2), \dots, |x_n|^\alpha \text{sign}(x_n)]^T$ ， $\text{sign}(\mathbf{x}) = [\text{sign}(x_1), \text{sign}(x_2), \dots, \text{sign}(x_n)]^T$ ，其中 $\text{sign}(\cdot)$ 为信号函数。

图论知识：在平面内，一个由 N 架四旋翼无人机构成的编队，能够采用加权有向图 $G = \{P, E, A\}$ 来表征。 P 代表节点集合， E 表示边集合，而 $A = \{a_{ij}\} \in R^{n \times n}$ 则作为邻接矩阵，其中：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & p_i p_j \in E \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (5-3)$$

任意节点的邻居集合为 $N_i = \{p_j \in P : p_j, p_i \in E\}$ ，定义顶点 p_i 的度为：

$$\deg(p_i) = \sum_{j=1, i \neq j}^N a_{ij} \quad (5-4)$$

拉普拉斯矩阵为 $L = D - A$ ，其中 $D = \text{diag}(\deg(p_i))$ 为度矩阵，具体形式为：

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=1, i \neq j}^N a_{ij} & i = j \\ -a_{ij} & i \neq j \end{cases} \quad (5-5)$$

对角矩阵 $B = \text{diag}\{b_1, b_2, \dots, b_N\}$ 表示领导者与跟随者之间的通信情况。若无人机 i 能够从领导者接收到通讯信息，则 $b_i = 1$ ，否则 $b_i = 0$ 。

假设 5.1 连通的无向拓扑图 G 含有唯一的领导者，且该虚拟领导者的节点具有全局可达性。

引理 5.1^[73] 对于任意系统，如果存在满足径向有界性的连续可微函数 $V(x)$ ，且符合：

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{\pi}{\eta T \sqrt{\alpha \omega}} (\alpha V^{1-\eta}(x) + \omega V^{1+\eta}(x) + 2\sqrt{\alpha \omega} V(x)) \quad (5-6)$$

式中， $\alpha, \omega > 0$ ， $\eta \in (0, 1)$ ， $T \in R^+$ ，则该非线性系统在平衡点处呈现出预设时间稳定性特性，其收敛时间上界由参数 T 确定。

引理 5.2^[74] 对变量 $x \in R$ ， $y \in R$ ，有：

$$|x|^a |y|^b \leq \frac{a}{a+b} c |x|^{a+b} + \frac{b}{a+b} c^{-\frac{a}{b}} |y|^{a+b} \quad (5-7)$$

式中， $a > 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ 。

引理 5.3^[75] 对 $\forall y \geq x \geq 0$ 和 $n > 1$ ，有：

$$x(y-x)^n \leq \frac{n}{n+1} (y^{n+1} - x^{n+1}) \quad (5-8)$$

引理 5.4^[76] 如果非线性系统存在满足径向有界性的连续可微函数 $V(x)$ ，满足：

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{\pi}{\eta T \sqrt{\alpha \omega}} (\alpha V^{1-\eta}(x) + \omega V^{1+\eta}(x) + 2\sqrt{\alpha \omega} V(x)) + \Delta \quad (5-9)$$

式中, $\alpha, \omega > 0$, $\eta \in (0,1)$, $T, A \in R^+$, 则该系统在平衡点处具有预设时间稳定性特性, 其状态轨迹收敛时间上界不超过预设值 $2T$, 且该时间参数与系统初始条件无关。

5.3 分布式预设时间状态观测器设计

在编队控制过程中, 只有与虚拟领导者直接通信的四旋翼无人机跟随者才能获得其携带的信息, 对控制协议的设计构成了挑战。为解决这一问题, 确保编队控制的准确性和稳定性, 给每一架四旋翼无人机跟随者设计如下预设时间状态观测器。预设时间状态观测器能够基于可获取的数据和信号, 在预设时间内对虚拟领导者的位置和速度进行准确的估计。

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{P}}}_i &= \dot{\mathbf{h}}_i + \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (\dot{\hat{\mathbf{P}}}_j - \dot{\mathbf{h}}_j) + b_i \mathbf{V}_0 \right) - \\ &\quad \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i} \frac{\pi}{\eta T_1} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{p,i}) \right) \\ \dot{\hat{\mathbf{V}}}_i &= \ddot{\mathbf{h}}_i + \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i} \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (\dot{\hat{\mathbf{V}}}_j - \ddot{\mathbf{h}}_j) + b_i \mathbf{U}_0 \right) - \\ &\quad \frac{1}{\sum_{j=1}^N a_{ij} + b_i} \frac{\pi}{\eta T_2} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) \right) \end{aligned} \right. \quad (5-10)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{p,i} &= \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{\mathbf{P}}_i - \mathbf{h}_i - \hat{\mathbf{P}}_j + \mathbf{h}_j) + b_i (\hat{\mathbf{P}}_i - \mathbf{P}_0 - \mathbf{h}_i) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i} &= \sum_{j=1}^n a_{ij} (\hat{\mathbf{V}}_i - \dot{\mathbf{h}}_i - \hat{\mathbf{V}}_j + \dot{\mathbf{h}}_j) + b_i (\hat{\mathbf{V}}_i - \mathbf{V}_0 - \dot{\mathbf{h}}_i) \end{aligned} \right. \quad (5-11)$$

式中, $\hat{\mathbf{P}}_i$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_i$ 分别表示编队中第 i 号跟随者对领导者位置 $\mathbf{P}_i$ 和速度 $\mathbf{V}_i$ 的动态参数估计, 且相关参数满足 $T_a > 0$, $T_b > 0$, 定义 $T_{p1} = T_1 + T_2$, $0 < \eta < 0.5$ 。

定义位置观测误差 $\bar{\mathbf{P}}_i = \hat{\mathbf{P}}_i - \mathbf{P}_0 - \mathbf{h}_i$, 速度观测误差为 $\bar{\mathbf{V}}_i = \hat{\mathbf{V}}_i - \mathbf{V}_0 - \dot{\mathbf{h}}_i$, 可以得到:

$$\begin{cases} \varepsilon_{p,i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(\bar{P}_i - \bar{P}_j) + b_i \bar{P}_i \\ \varepsilon_{v,i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(\bar{V}_i - \bar{V}_j) + b_i \bar{V}_i \end{cases} \quad (5-12)$$

证明：每架四旋翼无人机通过状态观测器(5-10)可以在预设时间内对虚拟领导者的位置和速度进行估计。

根据式(5-10)和式(5-11)，可以推导出

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N a_{ij} \left(\dot{\bar{P}}_i - \dot{\bar{h}}_i - \dot{\bar{P}}_j + \dot{\bar{h}}_j \right) + b_i \left(\dot{\bar{P}}_i - \dot{V}_0 - \dot{\bar{h}}_i \right) = \\ \quad - \frac{\pi}{\eta T_1} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\varepsilon_{p,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\varepsilon_{p,i}) \right) \\ \sum_{j=1}^N a_{ij} \left(\dot{\bar{V}}_i - \dot{\bar{h}}_i - \dot{\bar{V}}_j + \dot{\bar{h}}_j \right) + b_i \left(\dot{\bar{V}}_i - \dot{U}_0 - \dot{\bar{h}}_i \right) = \\ \quad - \frac{\pi}{\eta T_2} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\varepsilon_{v,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\varepsilon_{v,i}) \right)_i \end{cases} \quad (5-13)$$

进一步推导：

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{p,i} = - \frac{\pi}{\eta T_1} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\varepsilon_{p,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\varepsilon_{p,i}) \right) \\ \dot{\varepsilon}_{v,i} = - \frac{\pi}{\eta T_2} \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\varepsilon_{v,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\varepsilon_{v,i}) \right) \end{cases} \quad (5-14)$$

首先，证明位置观测误差向量 $\varepsilon_{p,i}$ 在预设时间 T_1 内收敛于零。

选择 Lyapunov 函数：

$$V_{i,1} = \frac{1}{2} \varepsilon_{p,i}^T \varepsilon_{p,i} \quad (5-15)$$

对 $V_{i,1}$ 求导可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &= \varepsilon_{p,i}^T \dot{\varepsilon}_{p,i} \\ &= - \frac{\pi}{\eta T_1} \varepsilon_{p,i}^T \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\varepsilon_{p,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\varepsilon_{p,i}) \right) \\ &\leq - \frac{\pi}{\eta T_1} \left(\varepsilon_{p,i}^{2+2\eta} + \varepsilon_{p,i}^{2-2\eta} \right) \\ &\leq - \frac{\pi}{\eta T_1} \left(V_{i,1}^{1+\eta} + V_{i,1}^{1-\eta} \right) \end{aligned} \quad (5-16)$$

根据引理 5.1 可知，状态观测器可以在预设时间 T_1 内对虚拟领导者的位置

进行准确的估计。

其次，证明速度观测误差向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}$ 在预设时间 T_b 内收敛于零。

选择 Lyapunov 函数：

$$V_{i,2} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i} \quad (5-17)$$

对 $V_{i,2}$ 求导可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,2} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{v,i} \\ &= -\frac{\pi}{\eta T_2} \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}^T \left(\text{sig}^{1+2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) + \text{sig}^{1-2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) \right) \\ &\leq -\frac{\pi}{\eta T_2} \text{sig}^{2-2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) - \frac{\pi}{\eta T_b} \text{sig}^{2+2\eta}(\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}) \\ &\leq -\frac{\pi}{\eta T_2} (\boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}^{2+2\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}_{v,i}^{2-2\eta}) \\ &\leq -\frac{\pi}{\eta T_2} (V_{i,2}^{1+\eta} + V_{i,2}^{1-\eta}) \end{aligned} \quad (5-18)$$

根据引理 5.1 可知，状态观测器可以在预设时间 T_{p1} 内对虚拟领导者的位置进行准确的估计， $T_{p1} = T_1 + T_2$ 。当 $t > T_{p1} = T_1 + T_2$ 时，编队中任意一台跟随者 i ，都能在预设时间内对目标位置和目标速度进行估算。

5.4 自适应预设时间干扰观测器设计

为了有效应对扰动对系统稳定性及性能带来的负面影响，设计自适应预设时间干扰观测器，精确估计并补偿作用于编队系统的未知集总干扰。引入预设时间控制理论，使得干扰观测器在预设的时间内收敛至零邻域，设计自适应律在线调整观测器增益，克服传统方法需要精确干扰上界信息的限制。

假设未知集总干扰 $\boldsymbol{d}_{i,v}$ 和 $\boldsymbol{d}_{i,\omega}$ 有界，存在常数 $\boldsymbol{D}_{i,v} > 0$ ， $\boldsymbol{D}_{i,\omega} > 0$ 满足 $\|\boldsymbol{d}_{i,v}\| \leq \boldsymbol{D}_{i,v}$ ， $\|\boldsymbol{d}_{i,\omega}\| \leq \boldsymbol{D}_{i,\omega}$ 。

构建如下干扰观测器：

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{V}}}_i = -g\boldsymbol{e}_3 + \frac{U_{i,T}\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\Theta}_i)\boldsymbol{e}_3}{m} + \hat{\boldsymbol{d}}_{i,v} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}_i = -\boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{\Omega}_i \times \boldsymbol{J}_i\boldsymbol{\Omega}_i + \boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{G}_a + \boldsymbol{J}_i^{-1}\boldsymbol{\tau}_i + \hat{\boldsymbol{d}}_{i,\omega} \end{cases} \quad (5-19)$$

式中， $\hat{\boldsymbol{V}}_i$ 是速度估计， $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_i$ 是角速度估计， $\hat{\boldsymbol{d}}_{i,v}$ 和 $\hat{\boldsymbol{d}}_{i,\omega}$ 是对未知干扰的估计。

定义自适应干扰观测器误差为 $\mathbf{e}_{i,1} = \hat{\mathbf{V}}_i - \mathbf{V}_i$, $\mathbf{e}_{i,2} = \hat{\boldsymbol{\Omega}}_i - \boldsymbol{\Omega}_i$, 则:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_{i,1} = \hat{\mathbf{d}}_{i,V} - \mathbf{d}_{i,V} \\ \dot{\mathbf{e}}_{i,2} = \hat{\mathbf{d}}_{i,\Omega} - \mathbf{d}_{i,\Omega} \end{cases} \quad (5-20)$$

对 $\mathbf{e}_{i,1}$ 和 $\mathbf{e}_{i,2}$ 求导, 可得:

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{e}}_{i,1} = \dot{\hat{\mathbf{d}}}_{i,V} - \dot{\mathbf{d}}_{i,V} \\ \ddot{\mathbf{e}}_{i,2} = \dot{\hat{\mathbf{d}}}_{i,\Omega} - \dot{\mathbf{d}}_{i,\Omega} \end{cases} \quad (5-21)$$

选取滑模面为:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_{i,V} = \dot{\mathbf{e}}_{i,1} + k_1 \mathbf{e}_{i,1}^{\frac{m_1}{n_1}} + k_2 \mathbf{e}_{i,1}^{\frac{p_1}{q_1}} \\ \mathbf{s}_{i,\Omega} = \dot{\mathbf{e}}_{i,2} + k_1 \mathbf{e}_{i,2}^{\frac{m_1}{n_1}} + k_2 \mathbf{e}_{i,2}^{\frac{p_1}{q_1}} \end{cases} \quad (5-22)$$

式中, $\varsigma_1 > 0$, $\varsigma_2 > 0$, $m_1 > n_1 > 0$, $0 < p_1 < q_1 < 2p_1$ 。

设计系统集总扰动估计 $\hat{\mathbf{d}}_{i,V}$ 和 $\hat{\mathbf{d}}_{i,\Omega}$ 的导数为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{d}}}_{i,V} = -\alpha_1 \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) - \beta_1 \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) \\ \quad + \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,V} \text{sign}(\mathbf{s}_{i,V}) - (k_1 \frac{m_1}{n_1} \mathbf{e}_{i,1}^{\frac{m_1}{n_1}-1} + k_2 \frac{p_1}{q_1} \mathbf{e}_{i,1}^{\frac{p_1}{q_1}-1}) \dot{\mathbf{e}}_{i,1} \\ \dot{\hat{\mathbf{d}}}_{i,\Omega} = -\alpha_1 \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) - \beta_1 \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) \\ \quad + \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,\Omega} \text{sign}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) - (k_1 \frac{m_1}{n_1} \mathbf{e}_{i,2}^{\frac{m_1}{n_1}-1} + k_2 \frac{p_1}{q_1} \mathbf{e}_{i,2}^{\frac{p_1}{q_1}-1}) \dot{\mathbf{e}}_{i,2} \end{cases} \quad (5-23)$$

式中, $\alpha_3 = \frac{\pi}{2^{2-\eta}\eta T_3}$, $\beta_3 = \frac{\pi}{2^{2+\eta}\eta T_3}$, $0 < \eta < 0.5$, $T_3 > 0$, $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,V}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,\Omega}$ 是扰动的

未知上界 $\boldsymbol{\lambda}_{i,V}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}_{i,\Omega}$ 的估计值, 采用如下自适应律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\lambda}}}_{i,V} = \gamma_0 |\mathbf{e}_{i,1}| - \gamma_1 \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,V} - \gamma_2 \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,V}^{2\eta+1} \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\lambda}}}_{i,\Omega} = \gamma_0 |\mathbf{e}_{i,2}| - \gamma_1 \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,\Omega} - \gamma_2 \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,\Omega}^{2\eta+1} \end{cases} \quad (5-24)$$

式中, $\gamma_0 > 0$, $\gamma_1 = \frac{\pi}{\eta T_3}$, $\gamma_2 = \frac{\pi(\eta+1)}{2^\eta \eta (2\eta+1) \gamma_0^\eta T_3}$ 。

对 $\mathbf{s}_{i,V}$ 和 $\mathbf{s}_{i,\Omega}$ 求导, 并结合式(5-22)可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{s}}_{i,V} = -\alpha_1 \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) - \beta_1 \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) - \dot{\mathbf{d}}_{i,V} + \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,V} \text{sign}(\mathbf{s}_{i,V}) \\ \dot{\mathbf{s}}_{i,\Omega} = -\alpha_1 \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) - \beta_1 \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) - \dot{\mathbf{d}}_{i,\Omega} + \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{i,\Omega} \text{sign}(\mathbf{s}_{i,\Omega}) \end{cases} \quad (5-25)$$

证明：本节设计的干扰观测器(5-18)能够在预设时间内估计出未知干扰。

选择 Lyapunov 函数：

$$V_{i,3} = \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^T \mathbf{s}_{i,V} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^T \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \quad (5-26)$$

式中， $\tilde{\lambda}_{i,V} = \lambda_{i,V} - \hat{\lambda}_{i,V}$ ， $\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}} = \lambda_{i,\mathcal{D}} - \hat{\lambda}_{i,\mathcal{D}}$ 是估计误差，对 $V_{i,3}$ 求导可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,3} &= \mathbf{s}_{i,V}^T (-\alpha_3 \operatorname{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) - \beta_3 \operatorname{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,V}) + \hat{\lambda}_{i,V} \operatorname{sign}(\mathbf{s}_{i,V}) - \mathbf{d}_{i,V}) - \frac{\tilde{\lambda}_{i,V} \dot{\hat{\lambda}}_{i,V}}{\gamma_0} + \\ &\quad \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^T (-\alpha_3 \operatorname{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}) - \beta_3 \operatorname{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}) + \hat{\lambda}_{i,\mathcal{D}} \operatorname{sign}(\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}) - \mathbf{d}_{i,\mathcal{D}}) - \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}} \dot{\hat{\lambda}}_{i,\mathcal{D}}}{\gamma_0} \\ &\leq -\alpha_3 \|\mathbf{s}_{i,V}\|_2^{2-2\eta} - \beta_3 \|\mathbf{s}_{i,V}\|_2^{2+2\eta} - \frac{\tilde{\lambda}_{i,V}}{\gamma_0} (\dot{\hat{\lambda}}_{i,V} - \gamma_0 |\mathbf{s}_{i,V}|) - \alpha_3 \|\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}\|_2^{2-2\eta} - \beta_3 \|\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}\|_2^{2+2\eta} - \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}}{\gamma_0} (\dot{\hat{\lambda}}_{i,\mathcal{D}} - \gamma_0 |\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}|) \quad (5-27) \\ &\leq -\alpha_3 \|\mathbf{s}_{i,V}\|_2^{2-2\eta} - \beta_3 \|\mathbf{s}_{i,V}\|_2^{2+2\eta} - \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \tilde{\lambda}_{i,V}^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{\lambda}_{i,V} \hat{\lambda}_{i,V}^{1+2\eta} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \lambda_{i,V}^2 - \alpha_3 \|\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}\|_2^{2-2\eta} - \beta_3 \|\mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}\|_2^{2+2\eta} - \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2 \\ &\quad + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}} \hat{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^{1+2\eta} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \lambda_{i,\mathcal{D}}^2 \end{aligned}$$

为了保证系统在预设时间内收敛性，分别采用引理 5.2 和引理 5.3 对自适应律进行简化处理可得：

$$\begin{cases} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} \leq \frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} + \eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \\ \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} \leq \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} + \eta(1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \end{cases} \quad (5-28)$$

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_{i,V} \hat{\lambda}_{i,V}^{1+2\eta} = \tilde{\lambda}_{i,V} (\lambda_{i,V} - \tilde{\lambda}_{i,V})^{1+2\eta} \leq \frac{1+2\eta}{2+\eta} (\lambda_{i,V}^{2+2\eta} - \tilde{\lambda}_{i,V}^{2+2\eta}) \\ \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}} \hat{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^{1+2\eta} = \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}} (\lambda_{i,\mathcal{D}} - \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}})^{1+2\eta} \leq \frac{1+2\eta}{2+\eta} (\lambda_{i,\mathcal{D}}^{2+2\eta} - \tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^{2+2\eta}) \end{cases} \quad (5-29)$$

将式(5-28)、(5-29)代入式(5-27)，则有：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,3} &= -2^{1-\eta} \alpha_3 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} \right)^{1-\eta} - 2^{1+\eta} \beta_3 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} \right)^{1+\eta} - \gamma_1 \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} - \frac{2^\eta \gamma_0^\eta \gamma_2 (1+2\eta)}{1+\eta} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} \right)^{1+\eta} + \\
 &\quad \frac{\gamma_1 \lambda_{i,V}^2}{\gamma_0} + \frac{\gamma_2 (1+2\eta)}{(2+2\eta) \gamma_0} \lambda_{i,V}^{2+2\eta} + \gamma_1 \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} - 2^{1-\eta} \alpha_3 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} \right)^{1-\eta} - 2^{1+\eta} \beta_3 \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} \right)^{1+\eta} - \\
 &\quad \gamma_1 \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} - \frac{2^\eta \gamma_0^\eta \gamma_2 (1+2\eta)}{1+\eta} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1+\eta} + \frac{\gamma_1 \lambda_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} + \frac{\gamma_2 (1+2\eta)}{(2+2\eta) \gamma_0} \lambda_{i,\mathcal{D}}^{2+2\eta} + \gamma_1 \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} \\
 &\leq -\frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} \right)^{1+\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} \right)^{1+\eta} + A_{i,V} \\
 &\quad - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} \right)^{1+\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1+\eta} + A_{i,\mathcal{D}} \\
 &\leq -\frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_3} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,V}^\top \mathbf{s}_{i,V} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}}^\top \mathbf{s}_{i,\mathcal{D}} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,V}^2}{\gamma_0} + \frac{\tilde{\lambda}_{i,\mathcal{D}}^2}{\gamma_0} \right)^{1+\eta} + A \\
 &= -\frac{\pi}{\eta T_3} (V_3^{1-\eta} + V_3^{1+\eta}) + A
 \end{aligned} \tag{5-30}$$

式 中 , $A = A_{i,V} + A_{i,\mathcal{D}}$, $A_{i,V} = \frac{\gamma_1 \lambda_{i,V}^2}{2\gamma_0} + \frac{\gamma_2 (1+2\eta)}{(2+2\eta) \gamma_0} \lambda_{i,V}^{2+2\eta} + \gamma_1 \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}}$,

$$A_{i,\mathcal{D}} = \frac{\gamma_1 \lambda_{i,\mathcal{D}}^2}{2\gamma_0} + \frac{\gamma_2 (1+2\eta)}{(2+2\eta) \gamma_0} \lambda_{i,\mathcal{D}}^{2+2\eta} + \gamma_1 \eta (1-\eta)^{\frac{1-\eta}{\eta}} .$$

根据引理 5.4 可知, 在预先设定的时间 T_3 内, 观测误差信号 $\mathbf{e}_{i,1}$, $\mathbf{e}_{i,2}$ 将渐近收敛至零值邻域。可推导出估计值 $\hat{\mathbf{d}}_{i,V}$ 和 $\hat{\mathbf{d}}_{i,\mathcal{D}}$ 与实际扰动量 $\mathbf{d}_{i,V}$ 和 $\mathbf{d}_{i,\mathcal{D}}$ 之间的偏差范数满足 $\lim_{t \rightarrow T_3} (\hat{\mathbf{d}}_{i,V} + \hat{\mathbf{d}}_{i,\mathcal{D}} - \mathbf{d}_{i,V} - \mathbf{d}_{i,\mathcal{D}}) = 0$, 证明所设计干扰观测器的有效性。

5.5 预设时间反步滑模编队控制器设计

5.5.1 预设时间位置控制器设计

将无人机的输入设定为状态观测器的估算值, 并设定四旋翼编队位置误差和速度误差为:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{i,P} = \mathbf{P}_i - \hat{\mathbf{P}}_i \\ \mathbf{e}_{i,V} = \mathbf{V}_i - \mathbf{V}_i^* \end{cases} \tag{5-31}$$

对 $\mathbf{e}_{i,P}$ 和 $\mathbf{e}_{i,V}$ 求导可得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_{i,P} = \mathbf{e}_{i,V} \\ \dot{\mathbf{e}}_{i,V} = \mathbf{U}_i + \mathbf{d}_{i,V} \end{cases} \tag{5-32}$$

式中, $\mathbf{U}_i = -g\mathbf{e}_3 + \frac{U_{i,T}\mathbf{R}(\boldsymbol{\Theta}_i)\mathbf{e}_3}{m}$ 为虚拟位置输入。

步骤 1: 定义 Lyapunov 函数 $V_{i,4}$:

$$V_{i,4} = \frac{1}{2}\mathbf{e}_{i,P}^T\mathbf{e}_{i,P} \quad (5-33)$$

对 $V_{i,4}$ 求导可得:

$$\dot{V}_{i,4} = \mathbf{e}_{i,P}^T\dot{\mathbf{e}}_{i,P} = \mathbf{e}_{i,P}^T(\mathbf{V}_i - \dot{\mathbf{P}}_i) \quad (5-34)$$

为保证 $V_{i,4} < 0$, 设计虚拟控制律 $\mathbf{V}_i^*$

$$\mathbf{V}_i^* = -\frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) - \frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) + \dot{\mathbf{P}}_i \quad (5-35)$$

式中, $0 < \eta < 0.5$, $T_4 > 0$ 。

将式(5-35)代入式(5-34), 则有:

$$\dot{V}_{i,4} = -\frac{\pi}{\eta T_4}\mathbf{e}_{i,P}^T\text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) - \frac{\pi}{\eta T_4}\mathbf{e}_{i,P}^T\text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) + \mathbf{e}_{i,P}^T\mathbf{e}_{i,V} \quad (5-36)$$

步骤 2: 选取 Lyapunov 函数 $V_{i,5}$:

$$V_{i,5} = V_{i,4} + \frac{1}{2}\mathbf{s}_{i,P}^T\mathbf{s}_{i,P} \quad (5-37)$$

式中, $\mathbf{s}_{i,P}$ 为滑模面函数。

针对编队过程中所面临的外部扰动问题, 为提升控制系统的跟踪精度与抗干扰能力, 在反步控制架构中引入滑模变结构控制。设计位置子系统的预设时间滑模曲面 $\mathbf{s}_{i,P}$ 为:

$$\mathbf{s}_{i,P} = \mathbf{e}_{i,V} + \frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) + \frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) \quad (5-38)$$

选取指数趋近率:

$$\zeta(\mathbf{e}_{i,P}) = \frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) + \frac{\pi}{\eta T_4}\text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,P}) \quad (5-39)$$

联立式(5-38)和式(5-39), 并求导可得:

$$\dot{\mathbf{s}}_{i,P} = -g\mathbf{e}_3 + \frac{\mathbf{U}_i}{m_i} + \mathbf{d}_{i,V} - \dot{\mathbf{V}}_i^* + \frac{d\zeta(\mathbf{e}_{i,P})}{dt} \quad (5-40)$$

对 $V_{i,5}$ 求导可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,5} = & -\frac{\pi}{\eta T_4} \mathbf{e}_{i,p}^T \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) - \frac{\pi}{\eta T_4} \mathbf{e}_{i,p}^T \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) \\
 & + \mathbf{e}_{i,p}^T \left(\mathbf{s}_{i,p} - \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) - \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) \right) \\
 & + \mathbf{s}_{i,p} \left(-g\mathbf{e}_3 + \frac{\mathbf{U}_i}{m_i} + \mathbf{d}_{i,v} - \dot{\mathbf{V}}_i^* + \frac{d\zeta(\mathbf{e}_{i,p})}{dt} \right)
 \end{aligned} \tag{5-41}$$

为保证 $\dot{V}_{i,5} < 0$ ，设计预设时间编队位置控制器为：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_i = & m_i(g\mathbf{e}_3 - \hat{\mathbf{d}}_{i,v} + \dot{\mathbf{V}}_i^* - \frac{d\zeta(\mathbf{e}_{i,p})}{dt} - \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) \\
 & - \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,p}) - \mathbf{e}_{i,p})
 \end{aligned} \tag{5-42}$$

证明：基于分布式预设时间状态观测器、自适应预设时间干扰观测器和预设时间位置控制器构成的复合控制架构，四旋翼无人机系统可实现目标轨迹的预设时间稳定跟踪。

将式(5-42)代入(5-41)可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,5} = & -\frac{\pi}{\eta T_4} \mathbf{e}_{i,p}^T \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) - \frac{\pi}{\eta T_4} \mathbf{e}_{i,p}^T \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,p}) \\
 & + \mathbf{s}_{i,p} \left(-\frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,p}) - \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,p}) \right) \\
 \leq & -\frac{\pi}{\eta T_4} V_{i,4}^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_4} V_{i,4}^{1+\eta} - \frac{\pi}{\eta T_4} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,p}^T \mathbf{s}_{i,p} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_4} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,p}^T \mathbf{s}_{i,p} \right)^{1+\eta} \\
 \leq & -\frac{\pi}{\eta T_4} \left(V_{i,4} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,p}^T \mathbf{s}_{i,p} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_4} \left(V_{i,4} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,p}^T \mathbf{s}_{i,p} \right)^{1+\eta} \\
 = & -\frac{\pi}{\eta T_4} (V_{i,5}^{1-\eta} + V_{i,5}^{1+\eta})
 \end{aligned} \tag{5-43}$$

根据引理 5.1，在预先设定的时间 T_4 内，位置跟踪误差将渐近收敛至零。可进一步推导出 $\bar{\mathbf{p}}$ 在 T_4 内收敛，因此 $\lim_{t \rightarrow T_4} (\hat{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_0 - \mathbf{h}_i) = 0$ ，验证了四旋翼无人机集群能在预设时间内完成编队。

5.5.2 预设时间姿态控制器设计

基于位置通道虚拟控制量 $\mathbf{U} = -g\mathbf{e}_3 + \mathbf{U}_i/m_i$ 的姿态角解算方法，可得到期望的滚转角 $\phi_{i,d}$ 、俯仰角 $\theta_{i,d}$ 与偏航角 $\psi_{i,d}$ ：

$$\phi_{i,d} = \arcsin \left(\frac{\sin \psi_i U_{i,x} - \cos \psi_i U_{i,y}}{\sqrt{U_{i,x}^2 + U_{i,y}^2 + (U_{i,z} + g)^2}} \right) \quad (5-44)$$

$$\theta_{i,d} = \arctan \left(\frac{\cos \psi_i U_{i,x} + \sin \psi_i U_{i,y}}{U_{i,z} + g} \right) \quad (5-45)$$

$$\psi_{i,d} = \psi_0 \quad (5-46)$$

定义姿态角跟踪误差为：

$$\mathbf{e}_{i,\theta} = \boldsymbol{\Theta}_i - \boldsymbol{\Theta}_{i,d} \quad (5-47)$$

式中， $\boldsymbol{\Theta}_{i,d} = [\phi_{i,d}, \theta_{i,d}, \psi_0]$ 。对 $\mathbf{e}_{i,\theta}$ 求导后得：

$$\dot{\mathbf{e}}_{i,\theta} = \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}_i)\boldsymbol{\Omega}_i - \dot{\boldsymbol{\Theta}}_{i,d} \quad (5-48)$$

定义速度跟踪误差 $\mathbf{e}_{i,\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_i - \boldsymbol{\Omega}_i^*$ ，可得：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_{i,\theta} = \mathbf{e}_{i,\Omega} \\ \dot{\mathbf{e}}_{i,\Omega} = \boldsymbol{\tau}_i + \mathbf{d}_{i,\Omega} \end{cases} \quad (5-49)$$

式中， $\boldsymbol{\tau}_i = \dot{\boldsymbol{\Pi}}(\boldsymbol{\Theta}_i)\boldsymbol{\Omega}_i - \ddot{\boldsymbol{\Theta}}_{i,d} + \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}_{i,d})(-J_i^{-1}\boldsymbol{\Omega}_i \times J_i\boldsymbol{\Omega}_i + J_i^{-1}\mathbf{G}_a + J_i^{-1}\mathbf{U}_r)$ 为虚拟姿态输入。

步骤 1：选取 Lyapunov 函数 $V_{i,6}$ ：

$$V_{i,6} = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{i,\theta}^T \mathbf{e}_{i,\theta} \quad (5-50)$$

对 $V_{i,6}$ 求导可得：

$$\dot{V}_{i,6} = \mathbf{e}_{i,\theta}^T \dot{\mathbf{e}}_{i,\theta} = \mathbf{e}_{i,\theta}^T (\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}_i)\boldsymbol{\Omega}_i - \dot{\boldsymbol{\Theta}}_{i,d}) \quad (5-51)$$

为保证 $V_{i,6} < 0$ ，设计虚拟控制律 $\boldsymbol{\Omega}_i^*$ ：

$$\boldsymbol{\Omega}_i^* = (\boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}_i))^{-1} \left(-\frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) - \frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) + \dot{\boldsymbol{\Theta}}_{i,d} \right) \quad (5-52)$$

式中， $0 < \eta < 0.5$ ， $T_5 > 0$ 。

将式(5-52)代入式(5-51)可得：

$$\dot{V}_{i,6} = -\frac{\pi}{\eta T_5} \mathbf{e}_{i,\theta}^T \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) - \frac{\pi}{\eta T_5} \mathbf{e}_{i,\theta}^T \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) + \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\Theta}_i) \mathbf{e}_{i,\theta}^T \mathbf{e}_{i,\Omega} \quad (5-53)$$

步骤 2：选取 Lyapunov 函数 $V_{i,7}$ ：

$$V_{i,7} = V_{i,6} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\theta}^T \mathbf{s}_{i,\theta} \quad (5-54)$$

式中， $\mathbf{s}_{i,\theta}$ 为滑模面函数。

设计姿态子系统的预设时间滑模曲面 $s_{i,\theta}$ 为:

$$s_{i,\theta} = e_{i,\theta} + \Pi(\Theta_i)^{-1} \left(\frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1-2\eta}(e_{i,\theta}) + \frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1+2\eta}(e_{i,\theta}) \right) \quad (5-55)$$

选取指数趋近率:

$$\zeta(e_{i,\theta}) = \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1-2\eta}(e_{i,\theta}) + \frac{\pi}{\eta T_4} \text{sig}^{1+2\eta}(e_{i,\theta}) \quad (5-56)$$

联立式(5-56)和式(5-55), 并求导可得:

$$\dot{s}_{i,\theta} = -J_i^{-1} \Omega_i \times J_i \Omega_i + J_i^{-1} G_a + J_i^{-1} \tau + d_{i,\theta} - \Omega_i^* + \frac{d\zeta(e_{i,\theta})}{dt} \quad (5-57)$$

对 $V_{i,7}$ 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,7} = & -\frac{\pi}{\eta T_5} e_{i,\theta}^T \text{sig}^{1-2\eta}(e_{i,\theta}) - \frac{\pi}{\eta T_5} e_{i,\theta}^T \text{sig}^{1+2\eta}(e_{i,\theta}) \\ & + \Pi(\Theta_i) e_{i,\theta}^T (s_{i,\theta} - \Pi(\Theta_i)^{-1} \left(\frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1-2\eta}(e_{i,\theta}) + \frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1+2\eta}(e_{i,\theta}) \right)) \quad (5-58) \\ & + s_{i,\theta}^T \left(-J_i^{-1} \Omega_i \times J_i \Omega_i + J_i^{-1} G_a + J_i^{-1} \tau + d_{i,\theta} - \Omega_i^* + \frac{d\zeta(e_{i,\theta})}{dt} \right) \end{aligned}$$

为保证 $V_{i,7} < 0$, 设计预设时间编队姿态控制器为:

$$\begin{aligned} \tau_i = & J_i (J_i^{-1} \Omega_i \times J_i \Omega_i - J_i^{-1} G_a - \hat{d}_{i,\theta} + \Omega_i^* - \frac{d\zeta(e_{i,\theta})}{dt} \\ & - \frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1-2\eta}(s_{i,\theta}) - \frac{\pi}{\eta T_5} \text{sig}^{1+2\eta}(s_{i,\theta}) - \Pi(\Theta_i) e_{i,\theta}) \quad (5-59) \end{aligned}$$

证明: 基于分布式预设时间状态观测器、自适应预设时间干扰观测器和预设时间姿态控制器构成的复合控制架构, 四旋翼无人机系统可实现目标轨迹的预设时间稳定跟踪。

将式(5-59)代入(5-58)可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{i,7} &= -\frac{\pi}{\eta T_5} \mathbf{e}_{i,\theta}^T \text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) - \frac{\pi}{\eta T_5} \mathbf{e}_{i,\theta}^T \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{e}_{i,\theta}) \\
 &\quad + \mathbf{s}_{i,\theta}^T \left(-\frac{\pi}{\eta T_5} (\text{sig}^{1-2\eta}(\mathbf{s}_{i,\theta}) + \text{sig}^{1+2\eta}(\mathbf{s}_{i,\theta})) \right) \\
 &\leq -\frac{\pi}{\eta T_5} V_{i,6}^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_5} V_{i,6}^{1+\eta} - \frac{\pi}{\eta T_5} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\theta}^T \mathbf{s}_{i,\theta} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_5} \left(\frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\theta}^T \mathbf{s}_{i,\theta} \right)^{1+\eta} \quad (5-60) \\
 &\leq -\frac{\pi}{\eta T_5} \left(V_{i,6} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\theta}^T \mathbf{s}_{i,\theta} \right)^{1-\eta} - \frac{\pi}{\eta T_5} \left(V_{i,6} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{i,\theta}^T \mathbf{s}_{i,\theta} \right)^{1+\eta} \\
 &= -\frac{\pi}{\eta T_5} (V_{i,7}^{1-\eta} + V_{i,7}^{1+\eta})
 \end{aligned}$$

根据引理 5.1, 在预先设定的时间 T_5 内, 姿态跟踪误差将渐近收敛至零。可进一步推导出 $\lim_{t \rightarrow T_5} (\boldsymbol{\theta}_i - \boldsymbol{\theta}_{i,d}) = 0$, 验证了四旋翼无人机集群能在预设时间内完成编队。

5.6 仿真验证与分析

为验证所给出的四旋翼无人机预设时间反步编队控制策略的有效性, 通过 MATLAB/Simulink 平台进行数值仿真。实验设置四旋翼无人机集群包含 1 架领航机 (UAV0) 和 6 架跟随机 (UAV1-6), 编队构型为动态六边形, 四旋翼无人机的主要性能指标参数与第三章一致。编队通信拓扑如图 5-2 所示。

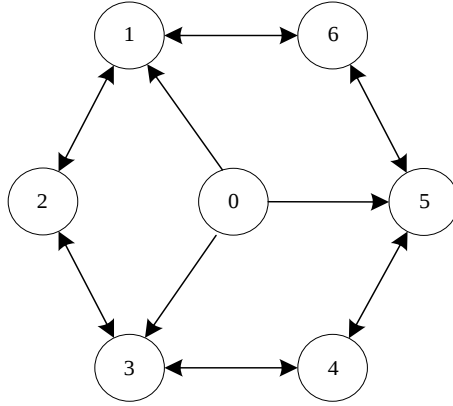


图 5-2 编队拓扑图

拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}$ 和邻接矩阵 $\mathbf{B}$ 为:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \text{diag}[0,1,0,1,0,1].$$

表5-1列出了六架四旋翼无人机跟随者的初始状态：

表 5-1 四旋翼无人机的初始状态

状态	$P_i(0)/\text{m}$	$\theta_i(0) / \text{rad}$	$V_i(0) / \text{m/s}$
UAV1	$[3,8,0]^T$	$[-0.1,0.1,\pi/10]^T$	$[0,0,0]^T$
UAV2	$[-1,4,0]^T$	$[0.1,-0.1,\pi/12]^T$	$[0,0,0]^T$
UAV3	$[0,3,0]^T$	$[-0.1,-0.1,\pi/10]^T$	$[0,0,0]^T$
UAV4	$[-2,4,0]^T$	$[0.1,0.1,\pi/12]^T$	$[0,0,0]^T$
UAV5	$[-3,3,0]^T$	$[0.1,0.1,\pi/10]^T$	$[0,0,0]^T$
UAV6	$[-5,5,0]^T$	$[-0.1,0.1,\pi/12]^T$	$[0,0,0]^T$

控制器参数设置为 $\eta=0.18$, $\gamma=0.1$, $T_1=0.3$, $T_2=0.5$, $T_3=0.2$, $T_4=0.4$, $T_5=0.6$ 。

虚拟领导者的轨迹设置为 $\mathbf{P}_0=[10\sin(0.1t),10\cos(0.1t),6]^T\text{m}$, 偏航角为 $\psi_0=\sin(0.1t)$, 其中 t 为仿真时间, 总时长为50s。

期望的编队队形为正六边形, 设定跟随者与领导者之间维持的相对距离为 $h_1=[-\sqrt{3},3,0]^T$, $h_2=[-2\sqrt{3},0,0]^T$, $h_3=[-\sqrt{3},-3,0]^T$, $h_4=[\sqrt{3},-3,0]^T$, $h_5=[2\sqrt{3},0,0]^T$, $h_6=[\sqrt{3},3,0]^T$ 。

四旋翼无人机受到的未知集总干扰为：

$$\begin{cases} \mathbf{d}_{i,v} = [1+0.1\sin(0.2\pi t), 2+0.2\cos(0.2\pi t), 2+0.3\cos(0.2\pi t)]^T \\ \mathbf{d}_{i,\omega} = [2+0.2\sin(0.1\pi t), 1+0.3\cos(0.2t), 2+\cos(0.2\pi t+0.25\pi)]^T \end{cases}$$

图 5-3 为 x-y 平面内无人机集群的编队飞行轨迹, 领航机按预设螺旋上升轨迹运动, 跟随机在预设时间控制器作用下快速形成并保持动态六边形编队。从图中可以看出, 当系统遭遇外部干扰时, 轨迹仅出现瞬时微小波动, 并在预设时间 $t=T_1+T_2+T_3+T_4+T_5=3\text{s}$ 内形成稳定的编队, 验证了编队控制策略的抗干扰鲁棒性。

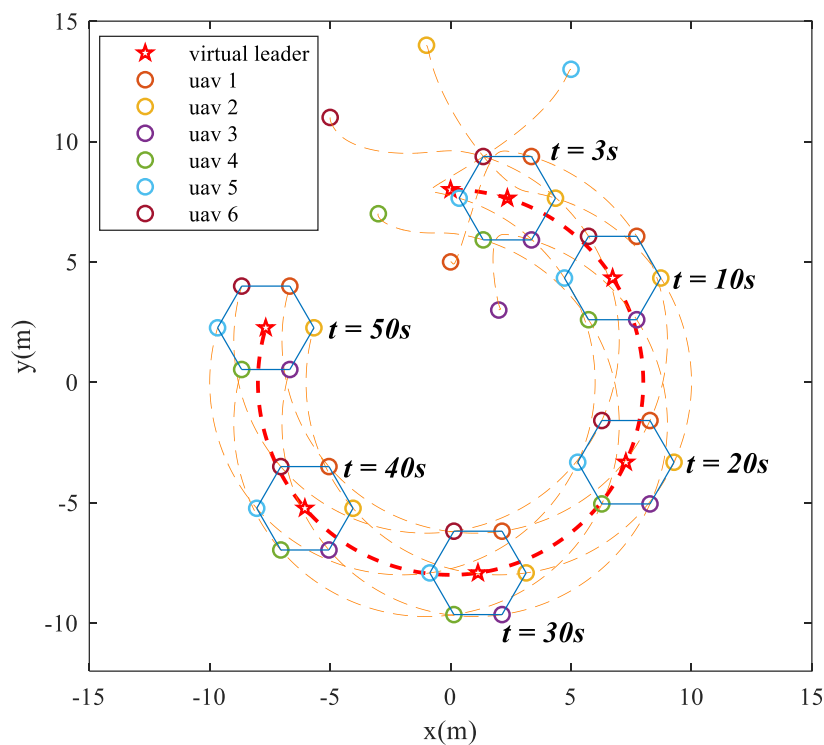


图 5-3 x-y 平面编队轨迹

图5-4展示了预设时间状态观测器在X、Y、Z三轴上的位置观测误差曲线。

实验数据显示，位置观测误差在预设时间 $T_{p1} = T_1 + T_2 = 0.8s$ 内收敛，验证了所设计状态观测器的空间定位能力，能够在预设时间内对每台四旋翼无人机的目标位置进行有效估计。

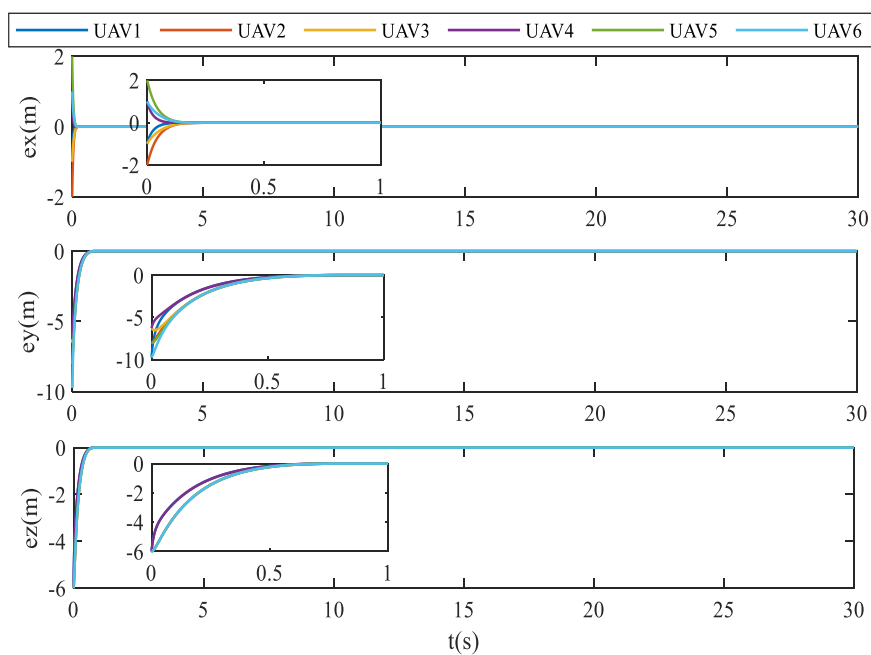
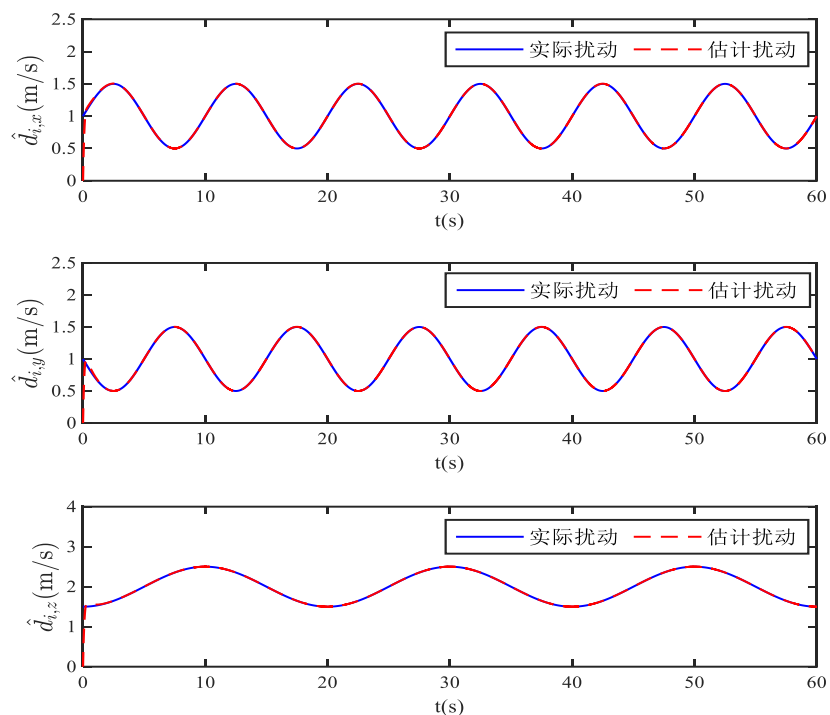
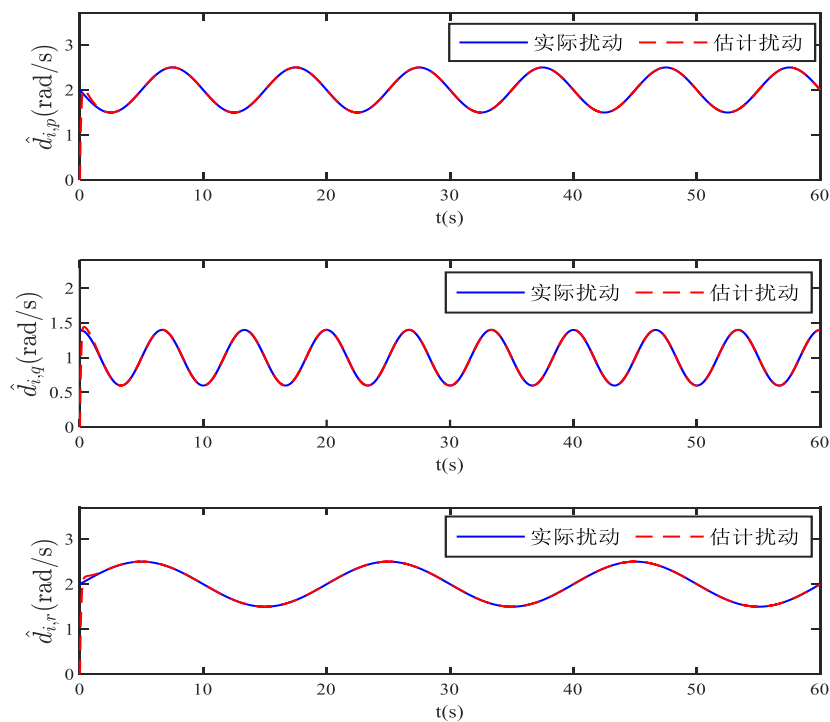


图 5-4 位置观测误差



(a) 位置扰动

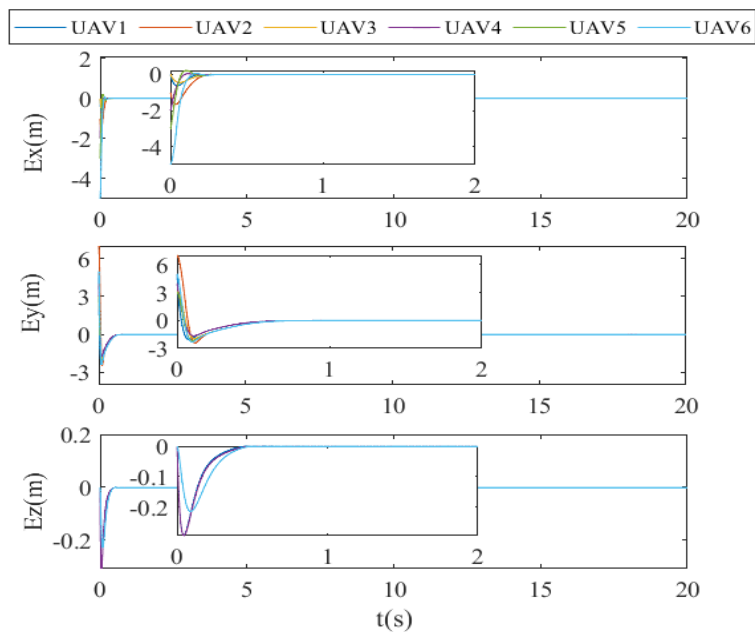


(b) 姿态扰动

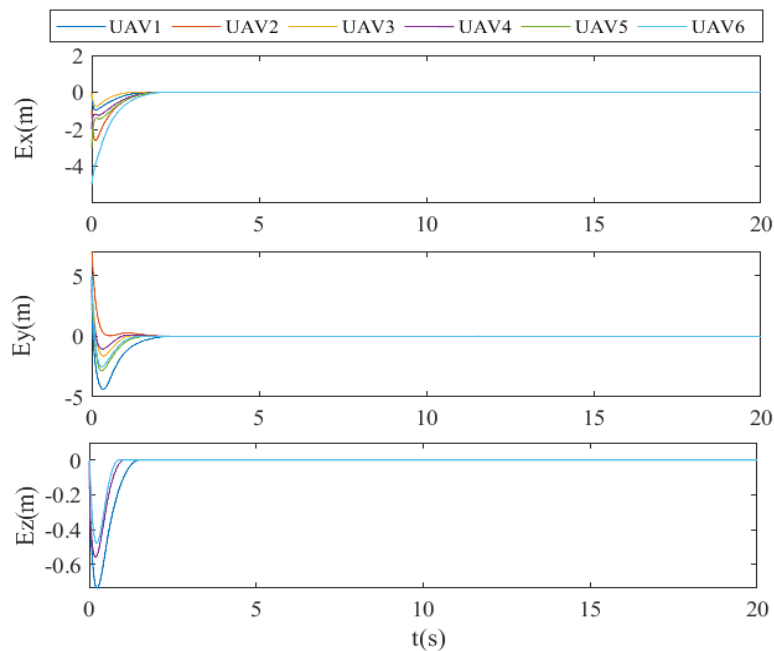
图 5-5 干扰观测器误差

图5-5为预设时间干扰观测器对未知集总干扰的观测误差。通过对比真实干扰与观测值，验证了干扰观测器对位置扰动和姿态扰动的估计效果。从图中可以看出对于位置回路的缓变扰动（如持续风场），观测曲线能贴合真实扰动波形；

而对于姿态回路中突发的参数型扰动（如电机效能衰减），观测器在扰动刚出现就进行梯度跟随，且在扰动幅值切换时无滞后累积效应。无论是位置扰动还是姿态扰动设计的预设时间干扰观测器都能够在预设时间1s内准确估计。

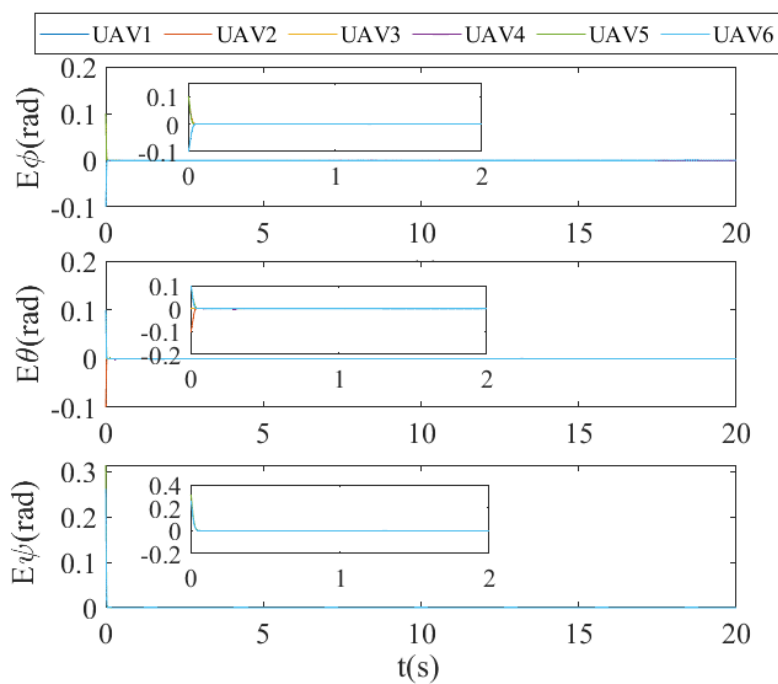


(a)预设时间位置控制器

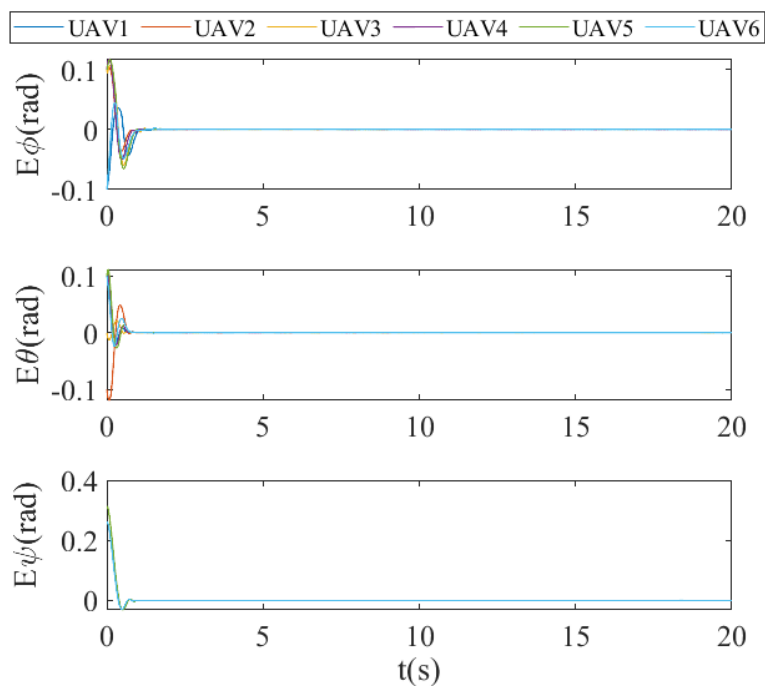


(b)固定时间位置控制器

图 5-6 位置跟踪误差



(a)预设时间姿态控制器



(b)固定时间姿态控制器

图 5-7 姿态跟踪误差

为检验所设计的预设时间编队控制方法的有效性，选取固定时间控制策略作为对比对象。在确保四旋翼无人机参数、初始状态以及复合扰动相同的前提下，搭建与本研究相同的分布式状态观测器和自适应干扰观测器进行对比仿真

测试，实验结果如图5-6和图5-7所示。

由图 5-6 可知，采用预设时间位置控制器的四旋翼无人机在 X/Y/Z 轴的收敛时间分别为 0.8s/0.9s/1s，均在预设时间内，较固定时间缩短约 40%，且稳态误差降低至 $\pm 0.03\text{m}$ 以内，验证了预设时间控制律通过时变增益调度对系统性能的优化作用。由图 5-7 可知，预设时间姿态控制在横滚角、俯仰角与偏航角控制中均展现出更强的抑制能力，且收敛过程平滑无抖振，体现了预设时间滑模面设计对非匹配干扰的强鲁棒性及对抖振现象的有效衰减。

上述结果从协同编队、状态估计、干扰观测与跟踪控制多维度证明，所提出的预设时间控制框架能够在设定的时间内实现无人机集群的高精度轨迹跟踪，且在抗干扰性能与动态响应特性上较传统固定时间方法具有显著理论提升。

5.7 本章小结

本章针对外界干扰下的四旋翼无人机编队收敛速度问题，给出一种分布式预设时间编队控制策略。通过预设时间状态观测器与自适应预设时间干扰观测器实现了对系统状态和外部干扰的精准估计，其收敛时间严格受预设参数约束且与初始状态无关。结合反步滑模控制和预设时间理论设计了编队控制器，通过构造滑模面，在保证系统强鲁棒性的同时，使编队跟踪误差在预设时间内收敛，显著提升了集群控制的时间可预测性。仿真结果表明，所提策略在抗干扰能力与收敛速度上均优于传统方法。

第6章 总结与展望

6.1 研究工作总结

随着低空经济领域的蓬勃兴起，四旋翼无人机作为智能航空载具的重要代表，其应用场景正不断向多元化方向拓展，这无疑为无人机控制技术的研究提出了新的课题与挑战。面对这样的发展趋势，本文围绕四旋翼无人机在复杂干扰环境下的轨迹跟踪控制问题，通过理论建模、方法创新和算法验证构建了多层次抗干扰控制体系，主要研究工作可概括如下：

（1）针对四旋翼无人机在飞行过程中受到的外界干扰问题，给出了一种基于改进扩展状态观测器和反步控制的轨迹跟踪控制方法。改进 ESO 能够实时估计并补偿系统中的未知干扰和模型不确定性，从而提高系统的鲁棒性。反步控制则通过逐步构造 Lyapunov 函数，保证了系统的稳定性和轨迹跟踪精度。仿真结果表明，该方法能够有效地抑制外界干扰，实现四旋翼无人机的精确轨迹跟踪。

（2）针对外部扰动与内部参数摄动耦合的复杂场景，构建固定时间滑模干扰观测器与反步控制的复合抗干扰框架。自适应固定时间滑模干扰观测器能够同时估计外部扰动和内部参数变化对系统的影响，为控制器提供准确的干扰补偿信息。结合反步控制方法，该策略能够有效地抑制复合干扰，提高四旋翼无人机的飞行稳定性和轨迹跟踪性能。通过仿真验证，该策略在复合干扰下仍能保持较好的控制效果。

（3）将研究拓展到了四旋翼无人机集群的分布式控制领域。给出了一种结合预设时间状态观测器、预设时间干扰观测器、反步滑模控制和预设时间控制理论的分布式预设时间轨迹跟踪控制方法。该方法不仅考虑了单个无人机的轨迹跟踪问题，还实现了集群中多个无人机之间的协同控制。通过引入预设时间控制理论，保证了集群系统能够在有限时间内达到期望的轨迹跟踪效果。仿真结果证明了这一编队控制策略的有效性，编队能够在预设的时间内稳定构建。

6.2 研究展望

尽管本文在四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制方面取得了一定的研究成果，但仍存在许多有待进一步深入研究和探索的问题。以下是对未来研究方向的几点展望：

（1）更复杂环境下的抗干扰控制

本文主要研究了四旋翼无人机在常见干扰下的抗干扰控制方法，然而在实际应用中，无人机可能会面临更加复杂和多变的环境，如强风、暴雨、电磁干扰等。因此，如何设计更加鲁棒和智能的抗干扰控制算法，以适应更复杂环境下的飞行需求，是未来的一个重要研究方向。

（2）深度学习在无人机控制中的应用

近年来，深度学习技术在无人机控制中的应用渐渐受到关注。通过深度学习算法，可以实现对无人机飞行数据的智能分析和处理，从而提高控制器的自适应性和智能化水平。未来可以进一步探索深度学习在四旋翼无人机抗干扰控制和轨迹跟踪控制中的应用潜力。

（3）多无人机协同控制策略的优化

本文第五章研究了四旋翼无人机集群的分布式预设时间轨迹跟踪控制，但多无人机协同控制仍是一个复杂而具有挑战性的课题。未来可以进一步优化协同控制策略，提高集群系统的整体性能和效率，如通过引入更先进的分布式算法、强化学习等方法，实现更加高效和智能的协同控制。

（4）实验验证与实际应用

本文的研究主要基于仿真实验进行验证和分析，虽然仿真结果具有一定的参考价值，但与实际飞行实验相比仍存在一定的差距。因此，未来需要开展更多的实际飞行实验，以验证所提控制算法的有效性和实用性。

参考文献

- [1] 杨爱民, 陶丹. 国外舰载固定翼无人机发展趋势[J]. 飞机设计, 2022, 42(06): 38-42.
- [2] Yang S, Xian B. Exponential regulation control of a quadrotor unmanned aerial vehicle with a suspended payload[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(6): 2762-2769.
- [3] Yang K B, Dong W H, Tong Y Y, etc. Leader-follower formation consensus of quadrotor UAVs based on prescribed performance adaptive constrained backstepping control[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2022, 20(10): 3138-3154.
- [4] Benaddy A, Bouzi M, Labbadi M. Comparison of the different control strategies for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle[C]//2020 International Conference on Intelligent Systems and Computer Vision (ISCV). IEEE, 2020: 1-6.
- [5] 陈超, 段纳, 徐止政. 具有输入死区与扰动的四旋翼无人机自抗扰控制[J]. 信息与控制, 2023, 52(03): 326-333.
- [6] Tian B L, Cui J, Lu H, etc. Adaptive finite-time attitude tracking of quadrotors with experiments and comparisons[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(12): 9428-9438.
- [7] Xi H, Zhang D, Zhou T, etc. An anti-wind modeling method of quadrotor aircraft and cascade controller design based on improved extended state observer[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2021, 19(3):1363-1374.
- [8] 李杰, 齐晓慧, 万慧等. 自抗扰控制:研究成果总结与展望[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(03): 281-295.
- [9] Nie Z Y, Zhang B, Wang Q G, etc. Adaptive active disturbance rejection control guaranteeing uniformly ultimate boundedness and simplicity[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2020, 30(17): 7278-7294.
- [10] 吴跃文, 郑柏超, 李惠. 四旋翼无人机的滑模自抗扰姿态控制器设计[J]. 电光与控制, 2022, 29(01): 93-98.
- [11] 刘勇, 杨浩, 盘宏斌等. 基于改进线性自抗扰的四旋翼无人机姿态控制[J]. 电光与控制, 2023, 30(07): 8-14+20.
- [12] 左玲, 张翔伦, 李志宇等. 基于自抗扰方法的无人机控制律设计[J]. 北京航空

- 航天大学学报, 2024, 50(05): 1512-1522.
- [13] Li X Y, He J S, Wen C Y, etc. Backstepping-based adaptive control of a class of uncertain incommensurate fractional-order nonlinear systems with external disturbance[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(4): 4087-4095.
- [14] 李园园, 侯宝顺, 朱书慧. 多执行器故障条件下植保无人机的自适应鲁棒容错控制[J]. 中国农机化学报, 2024, 45(10): 254-261.
- [15] 任朝晖, 刘玉麟, 姜泽宇等. 基于模糊增益滑模四旋翼无人机自适应容错控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2024, 45(02): 209-216.
- [16] 周飞燕, 金林鹏, 董军. 卷积神经网络研究综述[J]. 计算机学报, 2017, 40(06): 1229-1251.
- [17] 李淮, 黄诗怡, 刘宏明等. 无人机集群对抗决策算法研究综述[J]. 航空科学技术, 2024, 35(04): 9-17.
- [18] 刘全, 翟建伟, 章宗长等. 深度强化学习综述[J]. 计算机学报, 2018, 41(01): 1-27.
- [19] 杨永刚, 申郑茂, 宋泽. 基于 RBF 与 BP 神经网络的四旋翼编队滑模控制[J]. 电光与控制, 2023, 30(07): 21-27.
- [20] 韩晨, 刘爱军, 安康等. 干扰环境下基于博弈论的无人机群部署与组网方法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(03): 860-870.
- [21] 唐嘉宁, 李成阳, 周思达等. 基于深度强化学习的无人机自主探索方法[J]. 计算机科学, 2024, 51(S2): 154-159.
- [22] 熊志豪, 邓涛, 郑宇惟等. 基于状态观测器的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 电光与控制, 2022, 29(06): 50-56.
- [23] 付俊杰, 林潇坤, 温广辉. 基于高阶控制障碍函数的多固定翼无人机鲁棒避障安全编队跟踪控制[J]. 机器人, 2025, 47(01): 85-98.
- [24] Xiong T Y, Gu Z. Observer-based adaptive fixed-time formation control for multi-agent systems with unknown uncertainties[J]. Neurocomputing, 2021, 423: 506-517.
- [25] 张启亚, 刘婷婷, 宋家友. 采用自适应神经网络观测器的旋翼无人机容错控制[J]. 电光与控制, 2023, 30(01): 29-34.
- [26] Chen F Y, Jiang R Q, Zhang K K, etc. Robust backstepping sliding-mode control

- and observer-based fault estimation for a quadrotor UAV[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(8): 5044-5056.
- [27] 吴宏鑫, 沈少萍. PID 控制的应用与理论依据[J]. 控制工程, 2003, (01): 37-42.
- [28] Tang W, Wang L, Gu J, etc. Single neural adaptive PID control for small UAV micro-turbojet engine[J]. Sensors, 2020, 20(2): 345.
- [29] 吴彪, 阮老虎, 李威. 基于区间二型模糊 PID 的四旋翼无人机姿态控制[J]. 控制工程, 2024, 31(04): 636-643.
- [30] 姚帅, 曹伟, 林丽等. 基于遗传算法的四旋翼姿态模糊 PID 控制研究[J]. 机械设计与研究, 2024, 40(02): 51-55+68.
- [31] Derrouaoui S H, Bouzid Y, Guatni M. PSO based optimal gain scheduling backstepping flight controller design for a transformable quadrotor[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2021, 102(3): 67.
- [32] 彭麒麟, 宗群, 王丹丹等. 基于连续螺旋滑模的无人机分布式编队控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2019, 51(6): 778-784.
- [33] Zeghlache S, Mekki H, Bouguerra A, et al. Actuator fault tolerant control using adaptive RBFNN fuzzy sliding mode controller for coaxial octorotor UAV[J]. ISA transactions, 2018, 80: 267-278.
- [34] 颜廷若, 徐旭. 多智能体系统固定时间一致性积分滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2024, 41(10): 1745-1752.
- [35] 赵振华, 李婷, 姜斌等. 四旋翼无人机姿态系统复合连续快速非奇异终端滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2023, 40(03): 459-467.
- [36] 郑潇, 文颖, 丁佳雨等. 饱和输入下四旋翼无人机滑模轨迹跟踪控制[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(01): 86-92.
- [37] Z Thanh H L N N, Hong S K. An extended multi-surface sliding control for matched/mismatched uncertain nonlinear systems through a lumped disturbance estimator[J]. IEEE Access, 2020, 8: 91468-91475.
- [38] 杨伟, 崔国增, 李泽等. 四旋翼飞行器有限时间命令滤波反步控制[J]. 控制工程, 2022, 29(09): 1557-1565.
- [39] 王海荟, 崔国增, 李泽等. 四旋翼飞行器固定时间自适应轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2022, 29(05): 861-866.
- [40] Liu K, Wang R, Zheng S, etc. Fixed-time disturbance observer-based robust fault-

- tolerant tracking control for uncertain quadrotor UAV subject to input delay[J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 107(3): 2363-2390.
- [41] 陈志旺, 张子振, 曹玉洁. 自抗扰 fal 函数改进及在四旋翼姿态控制中的应用[J]. 控制与决策, 2018, 33(10): 1901-1907.
- [42] 齐国元, 邓嘉豪. 模型补偿反步控制及其在四旋翼编队中的应用[J]. 电光与控制, 2023, 30(12): 24-30+50.
- [43] 高俊山, 段立勇, 邓立为. 四旋翼无人机抗干扰轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(02): 379-386.
- [44] 刘春玲, 宿峰, 王巍. 四旋翼飞行器的反步滑模控制[J]. 控制工程, 2019, 26(01): 55-60.
- [45] 刘金华, 王远, 张智轩等. 基于 RBF 网络的四旋翼无人机姿态鲁棒自适应反步滑模控制[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2025, 46(01): 36-42.
- [46] 崔正阳, 徐世洋, 倪越. 基于扰动观测器的有限时间状态约束路径跟踪容错控制[J]. 宇航总体技术, 2025, 9(01): 26-31.
- [47] Wang J N, Bi C Y, Wang D D, etc. Finite-time distributed event-triggered formation control for quadrotor UAVs with experimentation[J]. ISA Transactions, 2022, 126: 585-596.
- [48] 吉德志, 刘峰, 钮建波. 四旋翼巡检无人机固定时间滑模姿态控制[J]. 机械科学与技术, 2024, 43(09): 1640-1646.
- [49] Cui G Z, Xu H, Chen X K, etc. Fixed-time distributed adaptive formation control for multiple QUAVs with full-state constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(4): 4192-4206.
- [50] 张苗苗, 叶茂娇, 郑元世. 预设时间下的分布式优化和纳什均衡点求解[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(08): 1397-1406.
- [51] 王建晖, 邹涛, 张春良等. 带输出死区的多智能体系统预设时间事件触发式协同控制[J]. 控制与决策, 2023, 38(02): 441-449.
- [52] 程雯, 过榴晓. 基于积分滑模的二阶系统任意预设时间编队控制[J]. 计算机工程, 2024, 50(11): 163-172.
- [53] Zhou D J, Wang Z J, Schwager M. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 916-923.

-
- [54] Qiu H X, Duan H B. A multi-objective pigeon-inspired optimization approach to UAV distributed flocking among obstacles[J]. Information Sciences, 2020, 509: 515-529.
 - [55] 吴立尧, 韩维, 张勇等. 基于领航-跟随的有人/无人机编队队形保持控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2435-2441.
 - [56] Du H B, Zhu W W, Wen G H, etc. Distributed formation control of multiple quadrotor aircraft based on nonsmooth consensus algorithms [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(1): 342-353.
 - [57] 李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制[J]. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2423-2431.
 - [58] 范琦涵, 胡士强. 四旋翼运输编队的环形耦合同步控制器设计[J]. 电光与控制, 2021, 28(06): 57-63.
 - [59] 徐博, 张大龙. 基于量子行为鸽群优化的无人机紧密编队控制[J]. 航空学报, 2020, 41(08): 313-324.
 - [60] 周托, 刘全利, 王东等. 积分事件触发策略下的线性多智能体系统领导跟随一致性[J]. 控制与决策, 2022, 37(05): 1258-1266.
 - [61] 常路, 单梁, 戴跃伟等. 未知环境下基于改进 DWA 的多机器人编队控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(10): 2524-2534.
 - [62] 廖卫中, 宗群, 马亚丽. 小型四旋翼无人机建模与有限时间控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1343-1350.
 - [63] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究[J]. 自动化学报, 2013, 39(05): 574-580.
 - [64] Koksai N, An H, Fidan B. Backstepping-based adaptive control of a quadrotor UAV with guaranteed tracking performance[J]. ISA Transactions, 2020, 105: 98-110.
 - [65] 王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID 参数先进整定方法综述[J]. 自动化学报, 2000, (03): 347-355.
 - [66] 潘健, 刘昌龙. 基于 ESO 的 LQR 控制器在无人机姿态控制中的研究[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(02): 753-759.
 - [67] Polyakov A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.

- [68] Xu B, Liang Y J, Li Y X, etc. Adaptive command filtered fixed-time control of nonlinear systems with input quantization[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, 427: 127186.
- [69] 闫慧娴,王孟琦,王昕,等.打滑移动机器人抗干扰固定时间事件触发编队[J].*控制工程*,2024,31(12):2264-2273.
- [70] Zuo Z Y, Tie L. A new class of finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(2): 363-370.
- [71] Li J P, Yang Y N, Hua C C, etc. Fixed-time backstepping control design for high-order strict-feedback nonlinear systems via terminal sliding mode[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017; 11(8): 1184-1193.
- [72] 廖卫中,宗群,马亚丽.小型四旋翼无人机建模与有限时间控制[J].*控制理论与应用*,2015,32(10):1343-1350.
- [73] 程雯, 过榴晓. 基于积分滑模的二阶系统任意预设时间编队控制[J]. *计算机工程*, 2024, 50(11): 163-172.
- [74] 戴凌飞, 陈昕, 过榴晓等. 分布式网络系统的任意预设时间分组一致[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3482-3489.
- [75] Wang F, Lai G. Fixed-time control design for nonlinear uncertain systems via adaptive method[J]. *Systems & Control Letters*, 2020, 140: 104704.
- [76] Song Y, Ye H, Lewis F L. Prescribed-time control and its latest developments[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(7): 4102-4116.

作者攻读学位期间发表的学位论文及参加的科研项目

一、读研期间已发表/录用的学术论文

[1] 黄鹤鸣,黄宜庆,白阳阳. 基于改进 ESO 和反步法的四旋翼轨迹跟踪控制[J].哈尔滨商业大学学报(自然科学版). (已录用).

[2] Heming Huang, Yiqing Huang, Fangyu Cai. Preset Time Tracking Control of Multi-quadrotor UAVs under External Disturbances [C]. The 4th Conference on Fully Actuated System Theory and Applications (FASTA2025). (外审).

二、读研期间参与的科研项目

1. 参与安徽省高校协同创新项目“自主智能无人系统视觉感知与控制”（项目编号：GXXT-2020-069）。

致 谢

行文至此，终是落笔为终。回望攻读硕士学位的时光，感慨万千。这一路走来，是无数人的支持与陪伴，让我在科研道路上不断突破自我，最终完成这篇论文。在此，谨以最诚挚的谢意，向所有给予我帮助的人致以最衷心的感谢。

首先，最深的谢意献给我的导师黄宜庆教授。感谢您以渊博的学识和严谨的治学态度为我指明研究方向。从论文选题到框架搭建，从理论推导到实验验证，您始终以敏锐的学术洞察力为我提供关键性指导。正是有了导师的悉心指导和无私奉献，我的毕业论文才能顺利完成。同样，感谢校外导师喻晓军工程师的技术指导。在此，我向两位导师表示最崇高的敬意和最衷心的感谢！

感谢实验室的同门和师兄师姐。在学术研究的道路上，我们相互扶持、共同进步。尤其难忘与你们在深夜调试无人机的日子，那些因数据偏差而焦灼的时刻，因你们的协助与鼓励化为前进的动力。无论是理论推导中的数学难题，还是硬件实验中的突发故障，团队的力量始终是我最坚实的后盾。

感谢我的同学与室友。三年时光里，你们用欢声笑语驱散科研的疲惫，用包容理解接纳我的焦虑与波动。记得生病时放在桌角的感冒药，开题受阻时拉着我跑完五公里的操场，餐桌上"学术吐槽大会"释放的压力.....这些琐碎却鲜活的陪伴，让我始终葆有学术之外的烟火气。

最后，要特别感恩我的父母。他们一直是我坚实的后盾，无论我走到哪里，无论我遇到什么困难，他们都会给予我无尽的爱和支持。他们无私的付出和默默的奉献，让我能够心无旁骛地追求自己的梦想。这份恩情，我将永远铭记于心，用实际行动来回馈他们的养育之恩。

纸短情长，未尽之言终难诉诸笔墨。唯愿将这段承载着师长教诲、同窗情谊与亲情托举的岁月珍藏于心，化作未来人生路上继续前行的星光。