

分类号: TM55

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2220340121



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目

基于改进 WPA 和 YDSE 算法的复合

载流线圈优化设计

论 文 作 者

叶俊涛

指 导 教 师

朱兴华（副教授）

学 科（专业）

控制科学与工程

研 究 方 向

检测技术与自动化装置

论文提交日期: 2025 年 5 月 18 日

分类号：TM55

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2220340121

题 目 基于改进 WPA 和 YDSE 算法的复合载流线圈优化设计

题 目 Optimization design of composite current carrying coil based on improved WPA and YDSE algorithms

学生姓名： 叶俊涛

指导教师： 朱兴华（副教授）

专 业： 控制科学与工程

研究方向： 检测技术与自动化装置

论文答辩日期： 2025 年 5 月 12 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：叶俊涛

日期：2025 年 5 月 18 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：叶俊涛 指导教师签名：朱学华
日期：2025 年 5 月 18 日 日期：2025 年 5 月 18 日

基于改进 WPA 和 YDSE 算法的复合载流线圈优化设计

摘 要

亥姆霍兹线圈作为一种经典磁场产生装置，在物理研究、医学成像及工业领域具有重要应用价值。随着科技的进步，相关仪器对磁场均匀性和稳定性的要求日益提高，传统亥姆霍兹线圈的局限性逐渐显现。为此，科研工作者通过形状改造与辅助线圈增设等方式进行改良。本文通过对比多种改进结构，选定方形四线圈系统并开发新型计算方法，采用改进型智能算法进行结构参数优化以提升磁场均匀性。主要研究内容如下：

（1）针对传统亥姆霍兹线圈的同轴双圆环结构展开分析，指出其传统磁场计算方法仅关注轴向磁场分量而忽略其他方向分量的局限性。本文提出一种改良亥姆霍兹线圈的三轴线圈系统设计方案，通过毕奥-萨法尔定律的空间矢量计算磁场强度，实现了线圈磁场分布的三维计算。

（2）针对方形四线圈系统参数空间维度高、多目标优化复杂度大的特点，本研究提出使用改进型智能优化算法优化系统参数。选用经典狼群算法（WPA）作为基础优化框架，通过引入动态权重调节机制以增强算法的全局搜索能力与收敛精度，并采用标准 CEC 测试函数集验证了算法改进的有效性。将改进算法应用于四线圈系统的多参数协同优化问题中，以有效覆盖率（ECR）为核心优化目标，

通过构建包含线圈间距、绕组层数及辅助线圈大小的多维参数空间进行全局寻优。结果表明优化后系统的 ECR 获得显著提升，在磁场相对偏差率低于 0.1% 的约束条件下，ECR 指标最高可达 34.3046%。

(3) 提出改进的杨氏双缝实验 (YDSE) 算法，通过增设狭缝将基础数据组扩展为四组以扩大搜索范围，设置最大迭代次数 10% 作为节点参数反馈机制，并引入与迭代次数相关的线性函数提升收敛精度。仿真结果表明，改进 YDSE 算法与狼群算法的优化结果趋于一致，参数解的趋同性证实了当前条件下方形四线圈系统最优参数的有效性。

基于智能算法获得的结构参数，利用 COMSOL 有限元分析软件构建了四线圈系统的三维电磁仿真模型，磁场计算结果的 ECR 值与算法优化结果一致，进一步验证了优化方案的有效性。本研究在理论方法与仿真验证层面有一定成果，建立的优化模型与算法为磁导航系统、微型机器人等工程应用奠定了技术基础。后续研究将聚焦于实验验证，推动理论成果向实际应用的转化。

关键词：均匀磁场，方形线圈，狼群算法，杨氏双缝算法，有效覆盖率，有限元模拟

OPTIMIZATION DESIGN OF COMPOSITE CURRENT CARRYING COIL BASED ON IMPROVED WPA AND YDSE ALGORITHMS

ABSTRACT

The Helmholtz coil, as a classic magnetic field generating device, has important application value in physics research, medical imaging, and industrial fields. With the advancement of technology, the requirements for magnetic field uniformity and stability in related instruments are increasing, and the limitations of traditional Helmholtz coils are gradually becoming apparent. To this end, researchers have made improvements through shape modification and the addition of auxiliary coils. This article compares various improved structures, selects a square four coil system, and develops a new calculation method. Improved intelligent algorithms are used to optimize structural parameters to improve magnetic field uniformity. The main research contents are as follows:

(1) Analyzing the coaxial double ring structure of traditional Helmholtz coils, it is pointed out that the traditional magnetic field calculation method only focuses on the axial magnetic field component and ignores other directional components. This article proposes a design scheme for a three-axis coil system with an improved Helmholtz coil. The

magnetic field strength is calculated using the space vector of the Biot-Savart law, and the three-dimensional calculation of the coil magnetic field distribution is achieved.

(2) In response to the high spatial dimension of parameters and the high complexity of multi-objective optimization in square four coil systems, this study proposes the use of an improved intelligent optimization algorithm to optimize system parameters. The classic wolf pack algorithm (WPA) was selected as the basic optimization framework, and a dynamic weight adjustment mechanism was introduced to enhance the global search ability and convergence accuracy of the algorithm. The effectiveness of the algorithm improvement was verified using a standard CEC test function set. Applying the improved algorithm to the multi-parameter collaborative optimization problem of a four coil system, with effective coverage (ECR) as the core optimization objective, global optimization is achieved by constructing a multidimensional parameter space that includes coil spacing, winding layers, and auxiliary coil size. The results showed that the ECR of the optimized system was significantly improved, with the highest ECR index reaching 34.3046% under the constraint of a relative deviation rate of less than 0.1% in the magnetic field.

(3) Propose an improved Young's Double Seam Experiment (YDSE) algorithm, which expands the basic data set to four groups by adding slits to broaden the search range. Set a maximum iteration count of 10% as the

node parameter feedback mechanism, and introduce a linear function related to the iteration count to improve convergence accuracy. The simulation results show that the optimization results of the improved YDSE algorithm and the wolf pack algorithm tend to be consistent, and the convergence of parameter solutions confirms the effectiveness of the optimal parameters for the square four coil system under current conditions.

Based on the structural parameters obtained by intelligent algorithms, a three-dimensional electromagnetic simulation model of a four coil system was constructed using COMSOL finite element analysis software. The ECR value of the magnetic field calculation results was consistent with the algorithm optimization results, further verifying the effectiveness of the optimization scheme. This study has achieved certain results in theoretical methods and simulation verification, and the established optimization model and algorithm have laid the technical foundation for engineering applications such as magnetic navigation systems and micro robots. Subsequent research will focus on experimental verification and promote the transformation of theoretical achievements into practical applications.

Ye Juntao (Control science and engineering)

Supervised by Professor Zhu Xuehua

KEYWORDS: uniform magnetic field, square coil, wolf pack algorithm, Young's double-slit experiment optimizer, effective coverage, finite element simulation

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景和意义.....	1
1.2 亥姆霍兹线圈的发展和现状.....	3
1.2.1 亥姆霍兹线圈的改进结构.....	3
1.2.2 亥姆霍兹线圈国内外研究现状.....	5
1.2.3 发展趋势分析.....	8
1.3 本研究主要研究内容.....	10
第 2 章 亥姆霍兹线圈理论研究.....	13
2.1 传统亥姆霍兹线圈原理.....	13
2.2 鞍形线圈原理.....	14
2.2.1 矩鞍形线圈.....	15
2.2.2 圆鞍形线圈.....	16
2.3 方形复合载流线圈的建模与分析.....	17
2.4 改进磁场计算.....	19
2.5 本章小结.....	24
第 3 章 融合动态权重调整改进的狼群算法.....	25
3.1 狼群算法基本原理.....	25
3.2 改进结构的优化算法.....	27
3.3 改进的狼群算法与原算法对比.....	28
3.4 本章小结.....	32
第 4 章 融合辅助狭缝改进的杨氏双缝实验算法.....	34
4.1 YDSE 算法设计思路.....	34
4.2 YDSE 算法的改进思路.....	38
4.3 改进的 YDSE 算法与原算法对比.....	41

4.4 本章小结.....	43
第 5 章 复合载流线圈磁场优化.....	45
5.1 基于传统 Maclaurin 展开法的磁场优化	45
5.2 基于改进狼群算法与杨氏双缝实验算法的磁场优化.....	46
5.2.1 方形复合线圈优化参数.....	47
5.2.2 有限元仿真实验.....	48
5.3 多方向磁场分量分析.....	51
5.4 本章小结.....	53
第 6 章 总结与展望.....	55
6.1 工作总结.....	55
6.2 展望.....	56
参考文献.....	57
攻读学位期间发表的学术论文目录.....	65
致 谢.....	66

第1章 绪论

1.1 研究背景和意义

均匀磁场在物理学和工程应用中占有重要地位，其研究和应用对现代科技的发展具有十分重要的战略意义^[1-3]。磁场是一种空间中存在的物理场，它能够对运动电荷施加力，从而改变其运动状态。均匀磁场是指磁感应强度在空间中各个点都相等的磁场，这种磁场在理论研究和实验中具有极高的价值。均匀磁场的产生通常依靠直流电流通过螺线管或电磁铁^[4,5]，通过调整电流的大小和方向，可以精确控制磁场的强度和方向。均匀磁场的应用十分广泛，涵盖了多个领域。在医学领域，核磁共振成像（MRI）利用均匀磁场对人体内部结构进行成像，为疾病的诊断和治疗提供了重要手段^[6,7]。在工业领域，均匀磁场用于材料性能测试和无损检测，提高了生产效率和产品质量^[8,9]。在基础科学研究中，均匀磁场是研究磁性材料、电子结构和量子现象的重要工具^[10,11]。与此同时，均匀磁场的应用也面临着挑战，例如如何在大规模应用中保持磁场的均匀性和稳定性，如何减少磁场对周围环境的影响等。因此，深入研究和开发均匀磁场技术，不仅能够推动物理学和工程技术的发展，还能为社会带来更多的科技创新和应用成果，实现更高质量的发展目标^[12-14]。

复合载流线圈是产生均匀磁场的一个重要方式，其中亥姆霍兹线圈是众多载流线圈系统结构改进的基础^[15,16]。其改进结构有嵌套鞍形^[17,18]、方形^[19,20]、四线圈型^[21,22]等。亥姆霍兹线圈由两个平行同轴圆形线圈组成，线圈间的距离等于线圈半径，通过线圈中的电流产生一个在中心区域非常均匀的磁场。这种结构在物理实验^[23]、磁共振成像^[24]以及电磁兼容性测试^[25]等领域具有广泛应用。以磁共振成像为例，亥姆霍兹线圈可用于生成均匀的主磁场，提升成像精度和质量。亥姆霍兹线圈的设计也在不断优化，以满足不同应用场景的需求。例如，嵌套鞍形结构能够在更大范围内提供均匀磁场，方形结构则有助于适应特定形状的实验空间。此外，四线圈型亥姆霍兹线圈可以进一步增强磁场的均匀性和稳定性。随着科学技术的不断进步，亥姆霍兹线圈在各个领域的应用也在不断

扩大，这不仅推动了相关技术的发展，还对提高实验和测试的准确性起到了重要作用^[26-28]。因此，对亥姆霍兹线圈的研究和改进在电磁技术发展具有重要意义。

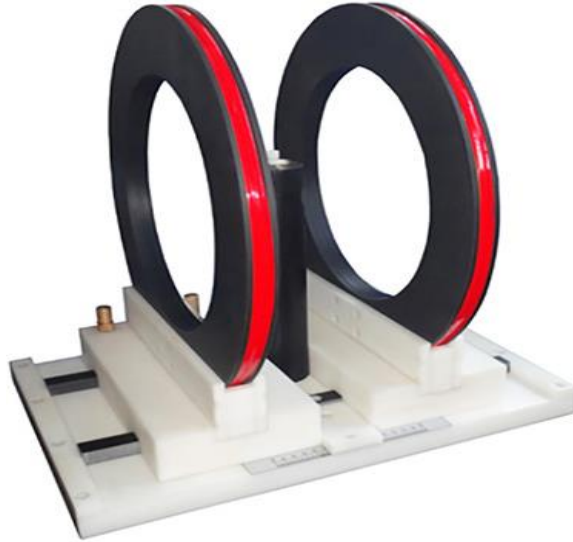


图 1-1 传统亥姆霍兹线圈

亥姆霍兹线圈作为一种经典的均匀磁场产生装置（如图 1-1 所示），广泛应用于各类物理实验和技术应用中，但随着技术的不断发展和应用需求的增加，其传统设计也暴露出了一些缺陷和局限^[29,30]：

（1）传统亥姆霍兹线圈结构较为复杂，制造和安装过程繁琐，需要较高的精度以保证磁场的均匀性。

（2）亥姆霍兹线圈在产生高强度磁场时，导线中的电流会导致线圈发热，影响其稳定性和寿命。

（3）由于磁场范围有限，传统亥姆霍兹线圈在较大空间中无法维持均匀磁场，其在工程实践中往往不能满足磁场均匀性的高标准需求。。

（4）传统的亥姆霍兹线圈参数需要通过导数以及麦克劳林展开法来获取。其过程费时费力，同时由于涉及到了大量人工部分，容易因为人为失误产生误差。

根据论文调研，本研究选择以方形四线圈系统为基础进行参数的优化。不同于传统亥姆霍兹线圈的圆形结构，方形四线圈设计是一种将先进几何结构与智能算法结合的新型磁场产生技术，在克服传统亥姆霍兹线圈局限的同时，还提高了系统的磁场均匀性和控制精度^[31,32]。

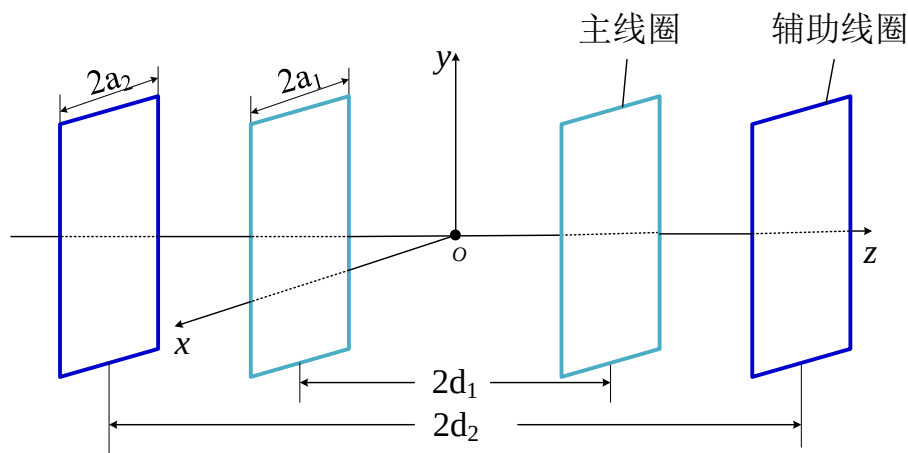


图 1-2 方形四线圈系统

相比传统的圆形线圈，方形四线圈可以通过合理布局和调节电流，实现更大范围内的磁场均匀性，其结构如图 1-2。这对于高精度实验和应用，如磁共振成像和核磁共振（NMR）等领域，显著提高了数据的准确性和可靠性。其次，方形四线圈系统具备较高的空间利用效率。由于采用方形结构，该系统可以更灵活地适应不同的实验装置和工作环境，有效节省空间。这种结构的灵活性在实际操作和安装中，提供了更大的便利性和适应性，增强了系统的实用性。此外，方形四线圈系统具有较高的稳定性和可靠性。通过多线圈协同工作和智能调控，系统能够在外部环境变化时，保持稳定的磁场特性。这种抗干扰能力使其在复杂、多变的实验和应用环境中，同样能够稳定运行，保证实验和生产的连续性。方形四线圈系统还具备较高的可扩展性^[33]。通过模块化设计，用户可以根据实际需求，增加或减少线圈数量，从而灵活调整系统的性能和应用范围。这种可扩展性使其在应对多种实验和应用场景时，都能提供最佳解决方案。随着智能算法的发展，现在可以以最快的速度获取方形四线圈系统的最佳参数以此来满足不同条件下对均匀磁场的需求。

1.2 亥姆霍兹线圈的发展和现状

1.2.1 亥姆霍兹线圈的改进结构

经过几十年的研究和发展，亥姆霍兹线圈已经得到了广泛的应用，其多种改进结构已经引起了广泛的研究。本研究对三种主要的载流线圈改进结构进行

介绍，分别为传统圆形、鞍形和方形。

最初对亥姆霍兹线圈的改进方向是在亥姆霍兹线圈两侧增加一对辅助线圈，通过辅助线圈产生的磁场来对原本的磁场进行补偿，以此来扩大均匀磁场的范围。但是这种方式产生的磁场已然局限于一维磁场，均匀磁场方向是固定的，应用范围有一定局限性。为了能够在三维空间内控制磁场方向，后来的研究者有设计出了 3D 亥姆霍兹线圈（如图 1-3 所示），其由三对线圈组成，每个线圈成对串联，通过控制线圈电流的大小就可以获得不同方向的均匀磁场^[34-36]。但圆形结构参数依然有计算复杂，安装难度大且空间利用率低等缺陷。



图 1-3 3D 亥姆霍兹线圈

鞍形线圈是一种特殊的电磁线圈^[37-39]，以其独特的形状得名。其结构呈现类似马鞍的弧形轮廓（如图 1-4 所示），故称为鞍形线圈。这种线圈通常应用于电机、变压器等电磁设备中，用于实现电磁能量的转换和控制。鞍形线圈具有优良的电气性能，如较高的电流承载能力和较低的电阻。此外，其结构独特，使得线圈在运行时更加稳定，能够有效地减少振动和噪音。其广泛的应用领域涵盖了电力、电子、通信等多个行业，为现代电气设备的稳定运行提供了重要支持。但是其有着磁场均匀性低、不利于小型化和拐角处易发生偏移等缺陷。

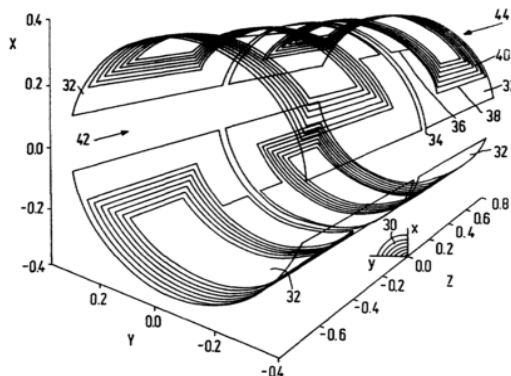


图 1-4 鞍形线圈结构示意图

方形亥姆霍兹线圈与传统亥姆霍兹线圈结构类似，是由一对方形线圈组成。由于方形线圈由四条直导线组成，其磁场强度更容易获得，只需要将四条直导线产生的磁场累加就可以获得。目前一对正方形线圈的最佳参数已经确定，当线圈间距与线圈边长之比为 0.5445 时有效覆盖率达到最大。同传统亥姆霍兹线圈改进方式一样，方形线圈也是通过增加辅助线圈的方式增强磁场以及扩大均匀磁场。相比于传统结构，方形结构构造简单、对结构偏差的敏感度较低、磁场均匀性较高，尤其适用于体积有限的立方体物体。随着智能算法的发展，越来越多的人选择使用它来获得更好的线圈参数，方形结构相较于传统结构的优势也越来越大，已经成为了主流研究方向^[40-42]。

1.2.2 亥姆霍兹线圈国内外研究现状

亥姆霍兹线圈是一种简单且精确的磁场产生装置，自 19 世纪德国物理学家赫尔曼·亥姆霍兹（Hermann von Helmholtz）发明以来，该装置在科学研究、工业应用和教育中扮演了重要角色。其主要结构由两个同轴、相距一定距离、且通有相等电流的环形导线组成，可以在两环中心区域产生相对均匀的磁场。随着电磁理论和技术的发展，亥姆霍兹线圈的设计和应用也不断演进和扩展。

在国际上，亥姆霍兹线圈的应用研究经历了多次革新。20 世纪中叶，著名物理学家 J.C. Maxwell 通过数学推导首次证明了亥姆霍兹线圈在中心区域能够产生高度均匀的磁场，并广泛应用于各种实验室中^[43]。接下来的几十年中，研究人员着眼于提高磁场均匀性和强度。1965 年，美国科学家 P. Lorrain 和 D.R. Corson 在电磁学教材中进一步优化了亥姆霍兹线圈的设计方案，当时他们提出了一种改进型双环线圈的理论基础。

在 20 世纪 80 年代，亥姆霍兹线圈的应用成为科学研究中的一个热门领域，尤其是在医学和生物学方面。1987 年 H. König 与 K. Kuper 在研究中探讨了运用亥姆霍兹表面线圈进行核磁共振成像技术诊断肾上腺疾病的可能性。他们的初步研究显示，这种方法在提升诊断效率和成像质量方面具有重要潜力，为临床医学诊断提供了新的方向^[44]。1989 年 B. F. Siskin 等人通过实验验证了脉冲电磁场（PEMF）对大鼠坐骨神经再生的促进作用^[45]。研究发现，亥姆霍兹线圈产生的特定电磁场能够有效刺激神经组织再生，这为神经损伤的修复提供了新的非侵入性治疗方法。这项研究显著推动了电磁场在再生医学和康复领域的应用。

此外, 1989 年 G. Bongartz 等人的研究利用磁共振成像技术评估髋关节退行性软骨病变。他们结合亥姆霍兹线圈器件探索了更清晰的组织成像, 该研究对骨关节病的早期诊断与评估具有突破性意义^[46]。

近年来, 亥姆霍兹线圈因其在产生均匀磁场中的优越性能而受到广泛关注, 并在多个领域得到了深入研究和实际应用。首先, 在低振幅磁场的校准方面, 研究开发了一种简单且可靠的技术, 使用标准霍尔效应探头高斯计在背景磁场存在情况下精确测量微弱的磁场。通过理论建模和实验验证, 研究人员实现了均匀场区域的低标准偏差, 达到了微高斯级别的精度^[47]。该技术已成功应用于拉斯维加斯内华达大学设计的大型生物电磁实验线圈系统。

在磁谱仪设计中, 亥姆霍兹线圈的几何特性被用于无铁构造, 实现了边缘场的聚焦效果, 并优化了粒子动量分辨率至约 0.3%^[48]。为解决传统磁性设备的移动性问题, 研究者设计了一种方形亥姆霍兹线圈系统与麦克斯韦线圈相结合的装置, 通过远程控制磁场方向和梯度实现了无物理移动的精确磁导航^[49]。实验表明, 此系统能可靠引导小型磁性器件移动, 为其在生物医学和工业领域的应用奠定了基础。

在磁共振成像领域, 亥姆霍兹线圈也有重要应用。研究团队利用时域有限差分(FDTD)方法对加载与未加载条件下的磁场模式进行了仿真, 分析了线圈的自感与耦合电感对频率分裂的影响, 并通过 3T 临床 MRI 实验验证了结果的准确性^[50]。进一步研究还评估了射频屏蔽对磁场分布及线圈失谐的影响, 为优化 MRI 射频线圈的设计提供了参考。

在中国, 亥姆霍兹线圈由于其独特的均匀磁场特性, 成为磁场生成和控制领域的重要研究对象。自其问世以来, 国内研究者围绕亥姆霍兹线圈的理论分析、实验设计、测量方法及应用进行了广泛且深入的研究。这些研究成果不仅完善了相关理论, 同时也推动了亥姆霍兹线圈在科学实验和工业应用中的实际效用。早在 20 世纪 80 年代, 国内研究便开始关注亥姆霍兹线圈的基本特性与应用。1983 年曹树石等率先提出了基于亥姆霍兹型超导磁体的研究成果, 并结合光学杜瓦瓶的实验装置, 探讨了超导磁体与亥姆霍兹结构之间的相关性^[51]。四年后, 1987 年征道明针对亥姆霍兹线圈的均匀磁场区域展开了研究, 详尽分析了线圈的几何尺寸、线圈间距以及其他参数对磁场均匀性的影响^[52]。这些早

期研究为后续亥姆霍兹线圈的优化设计和应用奠定了理论基础。

在测量方面，多项研究进一步加强对亥姆霍兹线圈磁场特性的实验探索。2001 年张欣设计并研制了一种高灵敏度的数字式毫特仪，显著提高了磁场测量的精度，并成功应用于亥姆霍兹线圈的磁场分布研究中^[53]。此外，2005 年何冰心等利用霍尔效应技术精确测量了亥姆霍兹线圈的空间磁场均匀性，为实验物理研究提供了更加精确的测量手段^[54]。彭建平团队还利用亥姆霍兹线圈激发的均匀磁场(UMF)，通过数值模拟和实验研究了涡流脉冲热像仪（ECPT）检测和表征滚动接触疲劳（RCF）的缺陷^[55]。

近年来，随着计算机技术的飞速发展和优化算法的广泛应用，国内学者在亥姆霍兹线圈设计与优化领域取得了显著进展。例如，2023 年许伟等基于差分进化算法提出了一种优化设计方法，用于生成球形均匀磁场的线圈设计。这种方法实现了更高水平的均匀磁场生成，展示了智能化优化算法在亥姆霍兹线圈设计中的巨大潜力^[56]。

与此同时，亥姆霍兹线圈在科学实验和工程实践中发挥了重要作用。例如，2010 年辛文辉团队出了一种基于电感耦合的无线电能传输系统，该系统由外部的亥姆霍兹初级线圈和体内的多个次级线圈组成^[57]。2020 年龚玲玲等在冷冻永磁偏转器的单块测量过程中结合了亥姆霍兹线圈，开发了一种高精度磁场测量方法，为先进的加速器技术提供了可靠的技术支持^[58]。这些研究不仅丰富了亥姆霍兹线圈的应用场景，也带动了其他相关领域的发展。

从以上研究成果可以看出，国内学者在亥姆霍兹线圈的理论分析、实验设计、优化方法及实践应用等领域均取得了丰硕的成果。这些研究不仅拓展了亥姆霍兹线圈的应用范围，同时也为国内磁场控制技术的发展提供了有力支撑。未来，亥姆霍兹线圈在新材料研究、医学成像、精密仪器设计等领域有望发挥更加重要的作用，为相关技术突破提供关键的支撑平台。国际和国内的持续研究不仅扩展了亥姆霍兹线圈的应用范围，还推动了诸多关联技术的进步。

在产品化方面，亥姆霍兹线圈的商业应用也取得了显著进展。欧美国家在亥姆霍兹线圈的研发和制造上处于领先地位：德国的 Magnet-Physik 和 Vacuumschmelze GmbH 公司生产的亥姆霍兹线圈以高精度和强磁场控制而著称，被广泛应用于磁性材料检测和实验室研究。美国的 Lakeshore Cryotronics 和

GMW Associates 开发的亥姆霍兹线圈技术先进，可用于科学研究和工业检测。这些产品通常具备自动控制功能，且适用于低温及真空环境。日本的东京测定器株式会社（Tokyo Instruments）和青山电气（Aoyama Electric）在提供高质量亥姆霍兹线圈方面处于国际一流水平。其产品主要集中用于磁性材料测量和高端电子学研发。国际市场的高端设备配套往往带有程序化接口和高精度电流源，可以精确调整磁场强度，并往智能化方向延伸。

目前，中国在亥姆霍兹线圈领域的研发和生产主要集中在研究机构、高校实验室以及越来越多的本土电磁类设备制造企业中。清华大学、北京大学、上海交通大学等高校的物理学研究部门已开发了适用于各类实验的亥姆霍兹线圈。中国科学院物理研究所也将其作为研究强磁场与相关物理现象的重要设备。国内一些中小型企业（如北京精密机电研究所、南京先丰电子科技有限公司等）开始批量生产定制化亥姆霍兹线圈，已能满足部分市场需求。然而，设备性能的稳定性及长期可靠性方面仍有待提升，与国际领军公司还有较大差距。

总之，亥姆霍兹线圈从诞生至今，经过了多个发展阶段，其在物理学研究、工业应用和教育教学中始终扮演着不可或缺的角色。无论是在国际前沿技术领域还是在中国的科学研究和工程应用中，亥姆霍兹线圈的研究和创新一直在不断推进和深化。未来，随着新材料、新工艺和新技术的不断涌现，相信亥姆霍兹线圈将会在更多领域展现出新的应用价值，为人类科技进步和社会发展贡献更多力量。

1.2.3 发展趋势分析

亥姆霍兹线圈作为一种重要的磁场产生设备，依靠其简单而高效的设计，广泛应用于诸多技术和科研领域。为了全面理解其近年来的进步，需要从多个角度来扩充内容，包括设计优化、应用拓展、材料科学的创新以及未来的发展趋势。

首先，在设计优化方面，亥姆霍兹线圈的结构革新通过几何形状的改变产生了显著影响。其中，方形亥姆霍兹线圈作为一种新兴形式，因其易于制造和安装的特点逐渐受到科研领域的重视。与传统圆形亥姆霍兹线圈相比，方形结构能够更好地适应不同的使用环境，从而在有限的空间条件下，实现更为灵活的布局。这种灵活性对于需要在特定方向生成均匀磁场的应用场合尤为重要。

此外，由于方形结构能够更好地控制导线间的距离，进而优化磁场分布，这意味着在设计和制造过程中，可以针对不同的需求进行更为精确的设计和微调。

随着智能算法的引入，线圈性能的设计和控制进入了新的纪元。现代的智能设计工具使得工程师能够使用机器学习算法进行全面的仿真和性能测试。在亥姆霍兹线圈的应用中，智能控制系统有助于实现实时监控和自动调节电流，确保在线圈运行期间维持磁场的稳定性和一致性。例如，神经网络和遗传算法可以用来分析大量历史和实时数据，识别磁场分布的变化趋势和潜在异常。这种集成了大数据解析能力的智能算法可以有效地提高亥姆霍兹线圈的长期运行效率，并减小能源消耗，使设备更加绿色环保。

在高精度应用中，如核磁共振和磁共振成像，这种技术上的进步意义尤其重大。核磁共振技术要求极高的磁场均匀性，因为任何微小的不均匀都会影响到设备的检测灵敏度和数据准确性。通过引入先进的优化算法，设备能够在不同的工作环境中自动调整，使得外界因素如温度变化、电磁干扰等对磁场的扰动降至最低。医学成像对人体健康及疾病诊断具有重要价值，因而磁场的稳定性和均匀性直接关系到成像结果的清晰度与准确性。亥姆霍兹线圈的智能优化不仅提高了图像的质量，还缩短了成像时间，为临床操作节省了宝贵的时间。

此外，亥姆霍兹线圈也在其他实验研究中表现出色，特别是在要求苛刻的基础科学实验中。物理学和化学实验通常需要在高度可控的环境下进行，以确保实验结果的重现性和可靠性。亥姆霍兹线圈通过提供稳定和均匀的磁场环境，帮助科学家进行精细的实验工作，如量子力学中的粒子研究和材料科学中的磁性材料特性分析等。磁场均匀度在这些实验中至关重要，因为任何细微的波动都会影响到实验结果的精确性。

在材料科学领域，亥姆霍兹线圈也引起了更多关注，特别是在高效和耐用材料的应用上。新材料的发展为亥姆霍兹线圈提供了更多的设计可能，比如超导材料的使用，可以显著提高设备的能量效率和磁场强度，而石墨烯等新材料则可能进一步显著减小线圈的体积和重量。

展望未来，亥姆霍兹线圈的发展将与日新月异的新材料与微型化技术相结合，从而迎接更多的挑战和机遇。例如，在国防领域，高精度的磁场设备可以用来提高导航系统的准确性以及开发新型磁隐身技术；在医疗行业，更高效的

小型线圈可以提高便携式医疗设备的性能；在能源领域，通过亥姆霍兹线圈的改进，可以提高核聚变反应堆等新型能源装置的效率。

总之，亥姆霍兹线圈在现代科技的推动下正进入一个新的发展阶段。无论是在基础研究、工业应用，还是国防、医疗，亥姆霍兹线圈都将继续扮演重要角色。随着智能算法和新材料技术的不断融合，其在多领域的影响力将持续增长，为本研究探索物理世界的奥秘提供更强有力的工具和手段。

1.3 本研究主要内容

泰勒展开法作为电磁拓扑优化的经典解析工具，其核心机理在于将线圈磁场分布展开为多阶泰勒级数，通过约束特定阶次导数为零实现结构参数优化。该方法凭借数学表述的严谨性、工程适用性及明确的物理意义，在均匀磁场线圈设计领域形成理论范式，并成功指导了包括方形亥姆霍兹线圈在内的多种经典构型开发。然而，其解空间受限于级数截断误差与线性化假设，在面向高均匀度需求及复杂结构约束的电磁系统设计时，暴露出参数调节维度不足的固有缺陷。

传统泰勒展开法衍生的方形亥姆霍兹线圈因其结构拓扑的简洁性与工艺可行性，长期作为基础电磁装置被广泛应用。但实验研究表明，该构型在小型化集成或超高均匀性场景中，其磁场均匀度存在理论极限。为此，研究者提出通过引入多尺度线圈对构建复合电磁结构以突破性能瓶颈，此类多参数耦合系统需求解包含几何尺寸、空间位姿等变量的非线性方程组。然而，传统泰勒展开法在应对高维非凸优化问题时，易陷入实数解缺失的困境，即使获得数学可行解，其物理可实现性亦常因工艺约束而受限。这种理论解与工程实践的脱节现象，成为制约高精度电磁系统设计的关键科学问题。

为了解决这些问题，本研究提出了一系列改进设计，并开展了深入研究。具体来说，本研究主要从以下几个方面进行了创新探讨：

(1) 针对磁场均匀性量化模型的改进，本研究提出基于全矢量叠加效应的三维磁场计算框架：传统均匀性评估模型通常基于轴向分量(B_z)的标量分析框架，将横向磁场分量(B_x, B_y)对空间场分布的非对称扰动效应排除在评估体系

之外，这种一维近似方法在常规工程设计中虽具有计算便捷性，但在超高均匀性应用场景(如量子精密测量、核磁共振谱仪等)中可能会引发模型失配问题。为此，本研究基于毕奥-萨伐尔定律的向量计算公式，重新推导并改进了传统磁场计算方法，使其能够更灵活地根据实际需求，选择是否将 x 方向和 y 方向的磁场分量的影响纳入计算。这一改进使得磁场均匀性的计算更加精确，也为后续优化算法提供了更可靠的理论依据。

(2) 针对传统麦克劳林展开法在磁场线圈优化中的局限性，本研究提出基于智能优化算法的参数求解新范式：尽管麦克劳林展开作为泰勒展开的特殊形式，在基础线圈构型优化中成功获得了最优参数，但其在四线圈系统的多参数协同优化过程中，难以高效获取全局最优解，特别是在提升磁场均匀性目标下的高阶结构优化问题上表现出显著的计算局限性。为此，本研究引入基于生物演化机制与群体智能行为的优化算法（狼群算法），通过模拟自然选择、种群迭代等非线性寻优过程，突破传统解析方法在参数空间探索维度上的约束。除此之外，本研究还使用了基于物理实验的 YDSE 算法来验证优化参数。结合智能算法在复杂系统优化领域的理论进展与工程实践成果，本研究构建了以磁场均匀性为目标的量化评估指标 ECR (Effective Coverage Ratio)，将线圈系统的关键结构参数——双线圈轴向间距(d_1, d_2)与次级线圈匝数比(N_2)定义为优化变量。通过建立智能算法驱动下的 ECR 多目标优化模型，实现参数空间的高效遍历与最优解的快速收敛，从而为高均匀度磁场线圈的拓扑设计提供新的计算框架。

(3) 针对智能算法在方形四线圈系统参数优化中的性能改进问题，本研究构建了多算法对比与改进分析框架：基于两类智能优化算法的基准性能测试，系统评估其高维参数空间中的收敛特性与适用边界。研究表明，算法性能具有显著的问题依赖性，不存在普适性最优解策略。为实现方形线圈系统的全局参数优化，本研究采用分阶段改进方法：首先通过经典算法原型对方形四线圈磁场均匀性进行初步优化，揭示其过早收敛与局部极值滞留问题；在此基础上，结合线圈系统的几何对称性与电磁耦合特性，提出参数约束嵌入与搜索策略自适应改进方案，显著增强算法对复杂解空间的探索能力。为量化改进效果，引入标准 CEC 测试函数集进行多维度性能验证，通过收敛曲线、最优解分布与计算效率的对比分析，证实改进算法在目标函数寻优精度与稳定性上的提升，为

电磁系统智能优化提供了可复用的算法改进范式。

使用改进后的智能算法优化获得的最优参数后，本研究将其与其它研究成果进行了对比分析，并通过仿真实验验证了新方法的优越性。将改进算法获取的最优参数与既有典型研究成果进行数值对标，证实本方法在磁场均匀性指标上的相对优势。采用参数化扫描的数值模拟方法，生成不同构型下的三维磁场分布云图，通过场强梯度可视化分析揭示优化参数对均匀性提升的定量规律。为验证全矢量磁场模型的物理完备性，本研究计算了 XY 方向分量的磁场分布特征。这种双重验证机制从方法创新性与模型准确性两个维度，系统论证了本研究在精密电磁系统优化领域的科学价值。

综上所述，本研究提出了基于智能算法的方形均匀磁场线圈设计优化方法，同时解决了传统泰勒展开法在求解高均匀性与实际需求时的诸多问题。这些改进无论是在理论方法上还是工程应用上均具有重要的意义，为今后更高精度、更复杂需求的均匀磁场线圈设计提供了新思路 and 参考方法。

第2章 亥姆霍兹线圈理论研究

在现代电磁学研究和应用中，产生和控制均匀磁场是一个关键的技术挑战。亥姆霍兹线圈因其设计简单、易于实现和良好磁场均匀性而受到广泛关注。在本节中，本研究通过对亥姆霍兹线圈系统的详细分析，探讨了利用载流线性导线实现磁场分布的精确控制的方法。本研究特别关注和研究了通过数学模型和算法来优化亥姆霍兹线圈结构及其磁场分布的可能性。亥姆霍兹线圈典型配置是由两组共轴且间隔恰当的圆形线圈组成，这种结构在电流流动时能在特定区域内产生相对均匀的磁场。然而，为了提升性能，特别是在需要更广泛区域的均匀磁场的高精度应用中，传统配置可能面临一定的局限性。本研究同时探讨了如何通过增加辅助线圈和改进理论计算来增强磁场的均匀性，以及如何利用诸如相对误差等度量标准来校正理论中的偏差。这一探讨极大地拓宽了亥姆霍兹线圈在物理实验、工业应用及其他科学领域的实用价值。

2.1 传统亥姆霍兹线圈原理

亥姆霍兹线圈是一对彼此平行且连通的共轴圆形线圈，两线圈内的电流方向一致，大小相同。线圈之间距离 d 正好等于圆形线圈的半径 R 时^[59]，这种圆形载流线圈称为 Helmholtz 线圈。这种线圈的特点是能在其公共轴线中点附近产生较广的均匀磁场。亥姆霍兹线圈产生磁场的理论根据就是毕奥—萨伐尔定律^[60-62]，适用于计算一个稳定电流所产生的磁场。这电流是连续流过一条导线的电荷，电流量不随时间而改变，电荷不会在任意位置累积或消失。其公式为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{R^2} \quad (2-1)$$

其中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 为真空磁导率； I 表示电流； R 表示从某点到导体的距离； dl 是这段导线的长度； $\sin \theta$ 是 dl 与 R 的正弦。

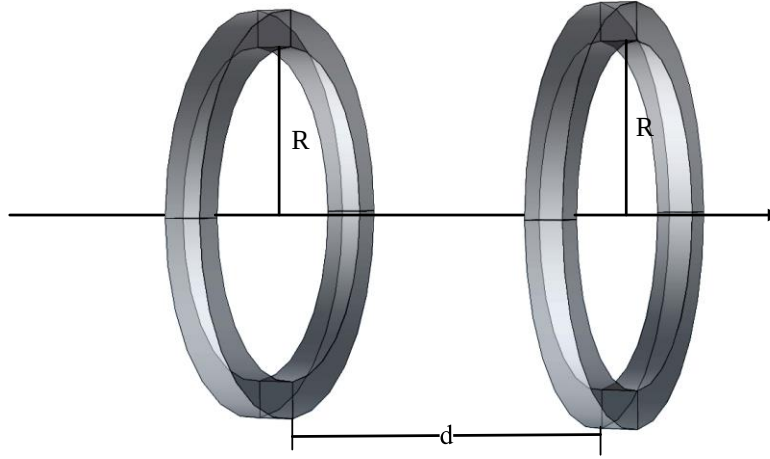


图 2-1 传统亥姆霍兹线圈结构示意图

在圆环中心轴线上任意一点的磁感应强度计算公式如下：

$$B = \frac{\mu_0 N_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2-2)$$

其中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 为真空磁导率； I 表示电流； R 线圈的平均半径； N_0 为线圈匝数， I 为通过线圈的电流， x 为轴上某一点到圆心的距离。

理论计算证明：当它们的间距 d 正好等于其圆环半径 R 时，两线圈合磁场在轴线上（两线圈圆心连线）附近较大范围内是均匀的。根据图 2-1 所示，以两个线圈圆心同一水平轴上的终点处为圆心，结合求载流线圈磁场强度的公式可以获得两个线圈产生的磁场分别为：

$$\begin{aligned} B_{\text{Left}} &= \frac{\mu_0 N_0 I R^2}{2(R^2 + (\frac{R}{2} + x)^2)^{\frac{3}{2}}} \\ B_{\text{Right}} &= \frac{\mu_0 N_0 I R^2}{2(R^2 + (\frac{R}{2} - x)^2)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (2-3)$$

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 N_0 I R^2 \{ [R^2 + (\frac{R}{2} + x)^2]^{-\frac{3}{2}} + [R^2 + (\frac{R}{2} - x)^2]^{-\frac{3}{2}} \} \quad (2-4)$$

2.2 鞍形线圈原理

图 2-2 为两种绕制在屏蔽筒上鞍形线圈示意图^[63]。(a)为矩鞍形线圈系统，

直线段长度 L ，弧线段角度和半径为 2α 和 R ；(b)为圆鞍形线圈系统，未弯曲前为圆形线圈半径 R_0 ，贴合圆柱体表面后与 xOy 圆环相切的弧线段对应的圆心角 2φ 两种鞍形线圈分别对称放置在 x 、 y 方向上进行磁场屏蔽补偿。由于结构对称，两个方向的磁场互不影响，故只考虑 x 轴向放置的一对鞍形线圈磁场分布情况。

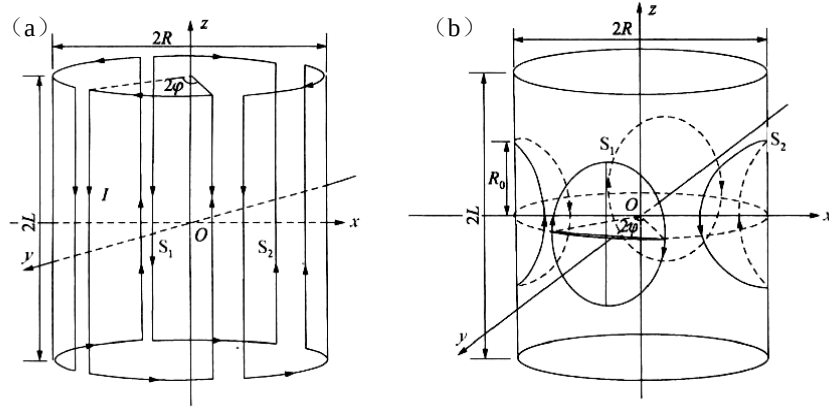


图 2-2 (a)矩鞍形线圈结构示意图；(b)圆鞍形线圈结构示意图

2.2.1 矩鞍形线圈

矩鞍形线圈^[64,65]的磁场分布可分为直导线和圆弧段场强计算再叠加。载流直导线在距离其 R_1 处的磁感应强度大小为：

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 I_1}{4\pi R_1} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \\ &= \frac{\mu_0 I_1}{4\pi R_1} \left[\frac{L - z}{\sqrt{R_1^2 + (L - z)^2}} + \frac{L + z}{\sqrt{R_1^2 + (L + z)^2}} \right] \end{aligned} \quad (2-5)$$

式中， φ_1 ， φ_2 为空间某点 $P(x, y, z)$ 到直导线两端夹角。

矩鞍形线圈 S_1 的 4 个直导线段在 P 点总磁感应强度为：

$$\begin{aligned} B_L &= B_x e_x + B_y e_y + B_z e_z \\ &= \sum_i^4 \frac{\mu_0 I_i}{4\pi R_i} (\sin \varphi_{i2} - \sin \varphi_{i1}) I_i \times e_{R_i} \end{aligned} \quad (2-6)$$

式中， I_i 是与第 i 条直导线电流同方向的单位矢量， e_{R_i} 是第 i 条直导线到 P 点的垂直距离矢量。由毕奥-萨伐尔定律推导矩鞍形线圈组 S_1 的 4 个圆弧段部分在 $P(x, y, z)$ 的磁感应强度表达式：

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \sum_i B_i = \frac{\mu_0 IR}{4\pi} [B_\theta + B_{\pi+\theta}] \\
 B_\theta &= \int_{-\theta}^{\theta} \left(\frac{(L+z)\cos\varphi e_x + (L+z)\sin\varphi e_y + (R-x\cos\varphi - y\sin\varphi)e_z}{(r^2 + R^2 + L^2 + 2Lz - 2Rx\cos\varphi - 2Ry\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(L-z)\cos\varphi e_x + (L-z)\sin\varphi e_y + (-R+x\cos\varphi + y\sin\varphi)e_z}{(r^2 + R^2 + L^2 - 2Lz - 2Rx\cos\varphi - 2Ry\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right) d\varphi \\
 B_{\pi+\theta} &= - \int_{\pi-\theta}^{\pi+\theta} \left(\frac{(L+z)\cos\varphi e_x + (L+z)\sin\varphi e_y + (R-x\cos\varphi - y\sin\varphi)e_z}{(r^2 + R^2 + L^2 + 2Lz - 2Rx\cos\varphi - 2Ry\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(L-z)\cos\varphi e_x + (L-z)\sin\varphi e_y + (-R+x\cos\varphi + y\sin\varphi)e_z}{(r^2 + R^2 + L^2 - 2Lz - 2Rx\cos\varphi - 2Ry\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right) d\varphi
 \end{aligned} \tag{2-7}$$

式中， μ_0 为真空磁导率， I 为线圈通入电流， $r^2=x^2+y^2+z^2$ 。根据磁场叠加性，线圈组 S_1 在空间点磁场为 $B_{S1}=B_L+B_1$ 。

2.2.2 圆鞍形线圈

圆鞍形线圈^[66]空间点的磁场分布为各个载流线圈激发磁场的叠加。以 x 轴放置的一对线圈 S_1 为例推导圆鞍形线圈在柱体内任一点 $P(x, y, z)$ 的磁感应强度，线圈未弯曲前半径 R_0 ，圆柱体的半径 R ，电流源 Q 到场点 $P(x, y, z)$ 矢量 $R_1=QP=(xR\cos\theta, y-R\sin\theta, z-R_0\cos\varphi)$ ，电流源的矢量表达式为：

$$\begin{aligned}
 Idl &= IR_0 d\varphi = R_0 \sin\varphi \sin\theta d\varphi e_x \\
 &\quad - R_0 \sin\varphi \cos\theta d\varphi e_y + R_0 \cos\varphi d\varphi e_z
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

整理后得到线圈组 S_1 中的 x 正半轴线圈 S_{1f} 与 x 负半轴线圈 S_{1b} 在空间点 P 产生的磁场强度叠加：

$$\begin{aligned}
 B_{S_{1f}} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{Idl \times R_1}{R_1^3} = \\
 &\int_0^{2\pi} \left[\frac{(R_0 \sin^2\varphi \cos\theta + R \cos\varphi \sin\theta - y \cos\varphi - z \sin\varphi \cos\theta)e_x}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2\varphi - 2Rx\cos\theta - 2Ry\sin\theta - 2R_0z\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right. \\
 &\quad + \frac{(R_0 \sin^2\varphi \sin\theta - R \cos\varphi \cos\theta + x \cos\varphi - z \sin\varphi \sin\theta)e_y}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2\varphi - 2Rx\cos\theta - 2Ry\sin\theta - 2R_0z\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \\
 &\quad \left. + \frac{(x \cos\theta + y \sin\theta - R) \sin\varphi e_z}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2\varphi - 2Rx\cos\theta - 2Ry\sin\theta - 2R_0z\sin\varphi)^{\frac{3}{2}}} \right] d\varphi
 \end{aligned} \tag{2-9}$$

$$B_{S_{1b}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{Idl \times R_1}{R_1^3} =$$

$$\int_0^{2\pi} \left[\frac{(R_0 \sin^2 \varphi \cos \theta + R \cos \varphi \sin \theta - y \cos \varphi - z \sin \varphi \cos \theta) e_x}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2 \varphi + 2Rx \cos \theta - 2Ry \sin \theta - 2R_0 z \sin \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right.$$

$$+ \frac{(-R_0 \sin^2 \varphi \sin \theta + R \cos \varphi \cos \theta - x \cos \varphi + z \sin \varphi \sin \theta) e_y}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2 \varphi + 2Rx \cos \theta - 2Ry \sin \theta - 2R_0 z \sin \varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (2-10)$$

$$+ \left. \frac{(x \cos \theta - y \sin \theta + R) \sin \varphi e_z}{(r^2 + R^2 + R_0^2 \sin^2 \varphi + 2Rx \cos \theta - 2Ry \sin \theta - 2R_0 z \sin \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

式中, $r^2=x^2+y^2+z^2$, $\theta=R_0\cos(\varphi/R_0)$ 。

2.3 方形复合载流线圈的建模与分析

根据毕奥萨伐尔定律，由携带电流的导体在一个区域中产生的磁场强度可以用公式表示：

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_{S1} - \cos \theta_{E1}) \quad (2-11)$$

式中, B 表示某点磁场强度, $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{N/A}^2$ 为真空磁导率; I 表示电流; R 表示从这个点到导体的距离; θ_{Si} 和 θ_{Ei} 分别表示两个端点连接点与电流方向的夹角如图 2-3:

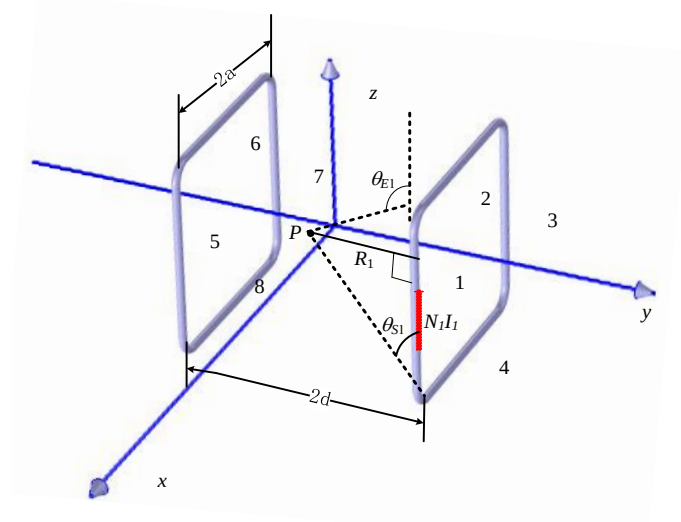


图 2-3 方形亥姆霍兹线圈结构示意图

一个方形线圈^[67,68]可以被认为是由四条独立的直线组成的。因此，根据叠加定理，亥姆霍兹线圈产生的磁场可由式（2-11）给出。

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{4\pi} \sum_{i=1}^8 \frac{\cos \theta_{Si} - \cos \theta_{Ei}}{R_i} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{\mu_0 NI}{4\pi} \sum_{i=1}^4 [(-1)^{i-1} y + a] F_{2i} + [(-1)^i x + a] F_{2i-1} \\ B_y &= \frac{\mu_0 NI}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^2 (-1)^i (z+d) + \sum_{i=3}^4 (-1)^i (z-d) \right] F_{2i} \\ B_x &= \frac{\mu_0 NI}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} (z+d) + \sum_{i=3}^4 (-1)^{i-1} (z-d) \right] F_{2i-1} \end{aligned} \quad (2-13)$$

$$F_i = \frac{\cos \theta_{Si} - \cos \theta_{Ei}}{R_i^2} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned} R_{1,5} &= \sqrt{(x-a)^2 + (z \pm d)^2}; \quad R_{3,7} = \sqrt{(x+a)^2 + (z \pm d)^2} \\ R_{2,6} &= \sqrt{(y+a)^2 + (z \pm d)^2}; \quad R_{4,8} = \sqrt{(y-a)^2 + (z \pm d)^2} \end{aligned}$$

通过上述式子可以推导出方形亥姆霍兹线圈在轴线上的磁场分布：

$$\begin{aligned} B_1(z) &= \frac{2\mu_0 NI a^2}{\pi [a^2 + (z+d)^2] \sqrt{2a^2 + (z+d)^2}} \\ B(z) &= B_1(z) + \frac{2\mu_0 NI a^2}{\pi [a^2 + (z-d)^2] \sqrt{2a^2 + (z-d)^2}} \end{aligned} \quad (2-15)$$

式中 2a、2d 分别为线圈的边长和间距；N 代表线圈匝数。

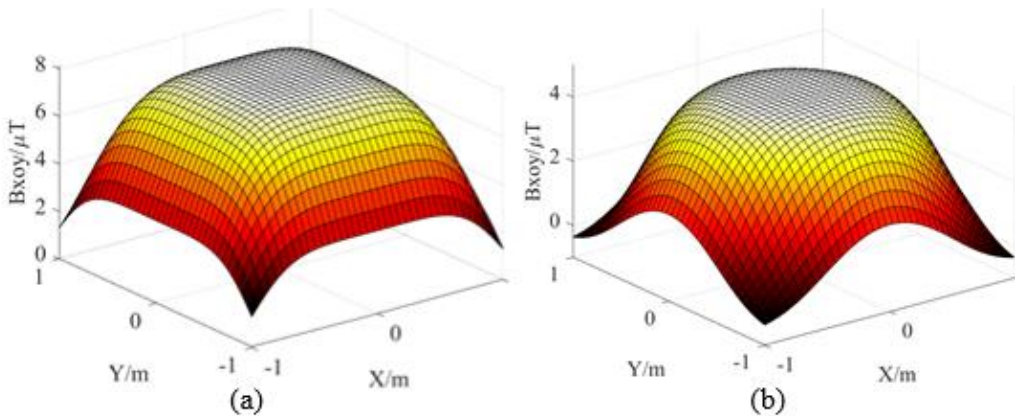


图 2-4 理想条件下（a）方形线圈和（b）传统线圈在 XY 平面内的计算磁场分布

利用 McLaughlin 展开法有效地确定了一对线圈的最佳参数。观察到，当线

圈间距与边长之比为 0.5445^[69]时，表现出均匀磁场的区域达到最大程度。为了说明亥姆霍兹线圈产生的磁场的分布，将线圈的边长定为 2 米，并在线圈沿线的不同点检查磁感应强度。图 2-4 显示，当在传统线圈直径为 2 米、方形线圈边长为 2 米的最佳条件下运行时，方形线圈产生的均匀磁场面积明显大于传统线圈。结果表明，方形线圈是产生大面积均匀磁场的更好选择。

为了优化亥姆霍兹线圈的均匀磁场，本研究采取了增加一对辅助线圈方法，来改善磁场均匀性和均匀区域。

2.4 改进磁场计算

上述公式是计算亥姆霍兹线圈方形结构均匀磁场常用的方式，但这种方法有一定缺陷：

(1) 在磁场分析中，研究人员主要关注沿 z 轴方向的主磁场分量均匀性，而将 x 轴与 y 轴方向的磁场分量视为次要因素予以简化处理。需要指出的是，虽然横向磁场分量对总磁场强度的贡献量级相对较低，但在需要提升磁场空间分布均匀性的特定应用场景中，x 轴与 y 轴方向磁场分量的二阶效应仍可作为补充修正项纳入计算模型。

(2) 由于引入了一对辅助线圈，McLaughlin 展开法表现出高阶的复杂性^[70,71]，这使通过手动计算得出最佳值的过程变得复杂：

$$B(z) = B(0) + \sum_{n=1}^m \frac{1}{(2n)!} B^{(2n)}(0) z^{2n} + o(z^{2m}) \quad (2-16)$$

$$B^{(6)}(0) = \frac{1440\mu_0}{\pi} \sum_{i=1}^2 a_i^2 N_i I_i \frac{56d_i^{18} + 280d_i^{16}a_i^2 - 56d_i^{14}a_i^4 - 3528d_i^{12}a_i^6 - 10367d_i^{10}a_i^8 - 12327d_i^8a_i^{10} - 3404d_i^6a_i^{12} + 5056d_i^4a_i^{14} + 3203d_i^2a_i^{16} - 177a_i^{18}}{(a_i^2 + d_i^2)^7 [2a_i^2 + d_i^2]^{\frac{13}{2}}} \quad (2-17)$$

由于 $B(z)$ 是偶函数，所以麦克劳林展开后奇数项的值为零，由于高次展开太过复杂，这里只展开到 6 次项，如公式 (2-17) 所示。可以看到展开后的公式较长，带有大量参数，检查和修改起来容易出错。

由表 5-2 和表 5-3 可知，通过算法得到的线圈匝数通常都不是整数，而推导

出来的公式是建立在完整线圈之上的，如果线圈匝数不是整数，直接将其作为 Ni 带入计算公式明显会导致一定的误差。

考虑到以上问题，本研究提出了一种新的计算方式，通过毕奥-萨伐尔定律的向量表达式（公式 2-18）来改进计算公式。这种方式不需要大量的推导过程，也不会因为人为的计算误差导致结果出错，修改相关参数也更为方便简洁， x 方向和 y 方向的磁场大小也可以根据需要，通过这个方法一同计算。

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2-18)$$

通过公式（2-18）可知，需要未知参数分别为电流 I 的大小， $d\vec{l}$ 的向量， $\vec{r}$ 的向量以及 r 的模长。其中电流大小一般是人为设定的固定值，暂时先不做考虑，只需要考虑剩下的三个变量。

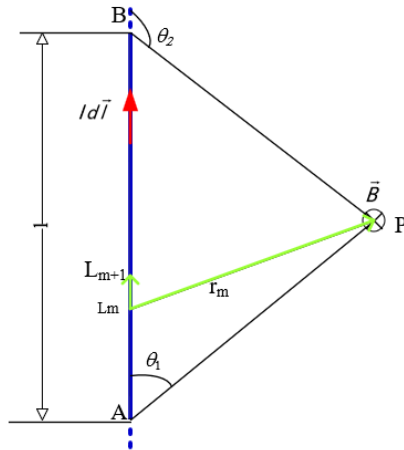


图 2-5 毕奥-萨伐尔定律矢量示意图

众所周知确定一个线段的向量只需要知道它的起点和终点就能很容易的求出来，而 $d\vec{l}$ 方向很容易确定，就是电流的方向。 $d\vec{l}$ 代表导线上的一小段电流源，可以通过把线段等分来获得。本研究选择把线段 100 等分，通过这 100 个电流源产生的磁场累加来获得总得磁场。而矢量 $\vec{r}$ 是由电流源指向观察点 P 的位置矢量，其大小与方向可以根据 100 个电流源获得，具体公式如下：

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= [x, y, z] \\ \vec{OA} &= [l, -l, -d] \\ \vec{OB} &= [l, l, -d] \end{aligned} \quad (2-19)$$

$$\begin{aligned}
 O\vec{L}_m &= [l, -l + 2lm/100, -d] \\
 O\vec{L}_{m+1} &= [l, -l + 2l(m+1)/100, -d] \\
 d\vec{l} &= O\vec{L}_{m+1} - O\vec{L}_m = [0, l/100, 0] \\
 \vec{r}_m &= O\vec{P} - O\vec{L}_m = [x-l, y+l-2lm/100, z+d]
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

$$r_m = |\vec{r}_m| = \sqrt{(x-l)^2 + (y+l-2lm/100)^2 + (z+d)^2} \tag{2-21}$$

式中, P 代表磁场内任意一点; A 、 B 代表某一导线的起点与终点; OA 、 OB 和 OP 是原点指向对应点的向量; L_m 、 L_{m+1} 代表第 m 段电流源的起点和终点; Idl 是一段电流源的向量; r_m 是 L_m 指向点 P 的向量; m 为从 0 到 99 的整数; $2l$ 是线圈的边长; $2d$ 是线圈的间距, 图 2-5 为其示意图。

将公式 (2-20) (2-21) 带入公式 (2-18) 可以得到这一段电流源 B_m 的向量:

$$\vec{B}_m = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}_m \times \vec{r}_m}{r_m^3} \tag{2-22}$$

然后将这 100 段电流源产生的磁场叠加就可以得到这一段导线在点 P 处产生的磁场, 公式如下:

$$\begin{aligned}
 \vec{B}_i &= \sum_{m=0}^{99} \vec{B}_{im} = \sum_{m=0}^{99} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}_m \times \vec{r}_m}{r_m^3} \\
 &= \sum_{m=0}^{99} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[l(z+(-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} \times d)/100, 0, -l(x+(-1)^{\lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor} \times l)/100]}{\sqrt{(x+(-1)^{\lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor} \times l)^2 + (y+(l-2lm/100))^2 + (z+(-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} \times d)^2}^3}
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

$i = 1, 3, 5 \dots$

$$\begin{aligned}
 \vec{B}_i &= \sum_{m=0}^{99} \vec{B}_{im} = \sum_{m=0}^{99} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l}_m \times \vec{r}_m}{r_m^3} \\
 &= \sum_{m=0}^{99} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[0, l(z+(-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} \times d)/100, -l(y+(-1)^{\lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor} \times l)/100]}{\sqrt{(x+(-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} \times (-l+2lm/100))^2 + (y+(-1)^{\lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor} \times l)^2 + (z+(-1)^{\lfloor \frac{i-1}{2} \rfloor} \times d)^2}^3}
 \end{aligned} \tag{2-24}$$

$i = 2, 4, 6 \dots$

其中 1-8 代表的是图 2-3 中所示的线段计算顺序。

为了验证计算公式的可行性, 本研究将其与传统方法计算的一对线圈结果

进行了比较。

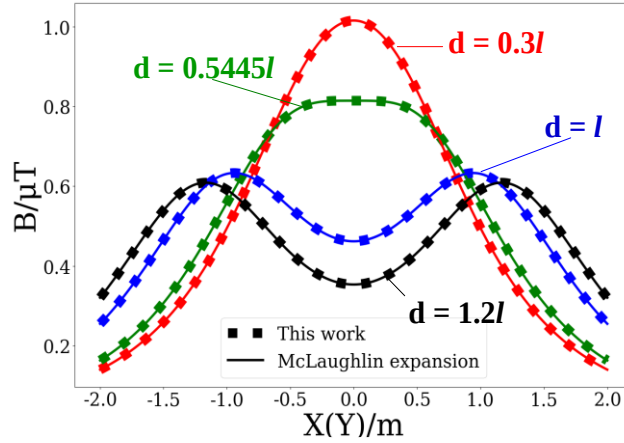


图 2-6 中心轴上磁场在不同尺度下的变化，虚线是本研究的计算结果，实线是传统方法的计算结果

如图 2-6 所示，本研究中提出的新方法得出的结果与在相同条件下从传统方法获得的结果一致。这种一致性证实了所提出方法的可行性，表明使用这种新技术可以有效地计算方形线圈产生的磁场。图 2-6 显示，随着线圈之间的间距增加，磁场强度在中心周围的限定范围内接近均匀性。在 0.5445 的间距与边长比下，磁场呈现出一致的平顶轮廓。然而，当该比值超过该最佳值时，磁感应强度的分布会转变为双峰结构，其特征是随着比值的继续增加，中心区域会出现更明显的凹形。

从公式 (2-23) 和 (2-24) 可以明显的看到竖直方向上的电流在 y 方向上没有产生磁场，同理可得水平方向上的电流也不会产生 x 方向的磁场，这就是 x 方向和 y 方向的磁场通常被忽略的原因。但本研究的这种方法是通过矢量进行计算的，不需要在 x 方向和 y 方向重新推导公式，所以如果需要，x 方向和 y 方向的磁场也可以计算得到。其中向量的积和模长可以通过 python 函数直接求取，无须通过公式计算。为了方便将磁场进行累加计算，需要将磁场拆分为 z 方向和 xoy 平面方向。以下为第一段竖直导线产生在 P 点产生的磁场拆分示意图和相关公式。

$$\cos \theta_{s1} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AP}}{|\vec{AB}| |\vec{AP}|} = \frac{y+l}{\sqrt{(x-l)^2 + (y+l)^2 + (z+d)^2}}$$

$$\cos \theta_{E1} = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{BP}}{|\vec{AB}| |\vec{BP}|} = \frac{y-l}{\sqrt{(x-l)^2 + (y-l)^2 + (z+d)^2}} \quad (2-25)$$

由图 2-7 可知 $\varphi_1 = \varphi_2$, B_x 和 B_z 可以通过 φ_2 求出, 点 H1 是点 P 到线段 1 的垂线与线段 1 的交点, 点 H2 是点 P 到线圈平面的投影, 通过两点可以得到公式如下:

$$\begin{aligned} \vec{OP} &= [x, y, z] \\ \vec{OH1} &= [x, -l, d] \\ \vec{OH2} &= [x, y, d] \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{\vec{PH1} \cdot \vec{PH2}}{|\vec{PH1}| |\vec{PH2}|} \quad (2-27)$$

$$\begin{aligned} B_z &= B \sin \varphi_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_{S1} - \cos \theta_{E1}) \sin \varphi_2 \\ B_y &= B \cos \varphi_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_{S1} - \cos \theta_{E1}) \cos \varphi_2 \end{aligned} \quad (2-28)$$

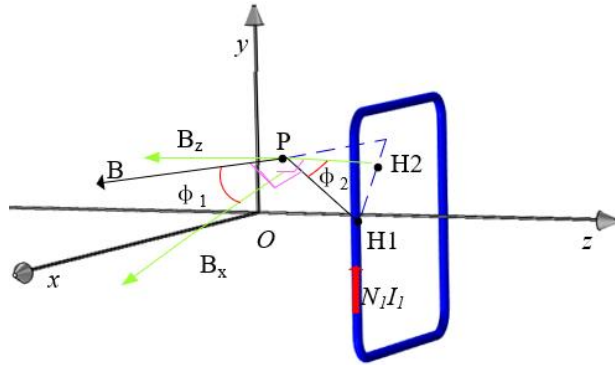


图 2-7 磁场拆分示意图

上述方程清楚地表明, 垂直边缘产生的磁场可以表示为 x 和 z 方向磁场的合力。同样, 水平边缘产生的磁场可以表征为 y 和 z 方向磁场的合力。通过将磁场表示为三维矢量, 可以通过矢量加法容易地计算出各个方向上的磁场分量, 从而简化计算过程。

由于一对线圈产生的均匀磁场体积已经达到极限, 为了在有限的空间内获得更大的均匀区域, 本研究选择添加一对辅助线圈的方法。添加一对辅助线圈后, 由于需要考虑的参数会增加, 很难通过 McLaughlin 展开法获得高质量的参数。为了解决参数过多的问题, 引入多目标优化算法是最佳选择。经过多次比较, 本研究选择使用狼群算法进行优化以及杨氏双缝算法, 目的是提高磁场的

均匀性和均匀区域的大小。图 2-8 就是增加一对辅助线圈后的示意图。

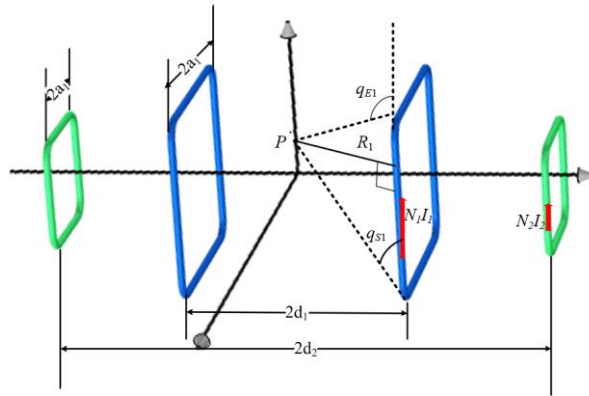


图 2-8 改进后的线圈系统示意图

2.5 本章小结

本通过本章的研究，本研究深入探讨了方形亥姆霍兹线圈的磁场分布特征。除了利用毕奥-萨伐尔（Biot-Savart）定律推导出亥姆霍兹线圈在不同方向上磁场的具体计算公式之外，本研究还回顾了传统线圈以及鞍形线圈的内容。传统的亥姆霍兹线圈主要由一对平行的圆形载流线圈组成，通过特定的配置和电流调控，能够在中心区域产生相对均匀的磁场。然而，其产生的均匀磁场区域有限，且在特定应用中对磁场均匀性的要求较高时，传统线圈的配置可能难以满足需求。与此同时，鞍形线圈作为一种改进型的线圈结构，被广泛应用于磁场屏蔽和补偿。它通过特殊的绕制方式和结构布局，能够在一定程度上增强磁场的均匀性并扩大均匀区域。然而，鞍形线圈的磁场计算相对复杂，且对于参数调整的精准性要求较高。通过对传统线圈与鞍形线圈的综合研究，本研究为进一步优化和改进亥姆霍兹线圈的设计提供了重要的参考依据。此外，本研究还探讨了如何通过增加辅助线圈和改进传统计算方法来解决存在的问题，从而在更广泛的范围内实现磁场的均匀调控。通过算法优化和实验研究，本研究取得了一些显著的成果，为进一步的电磁控制系统的设计和优化提供了一种新的视角和工具。总的来说，本章的研究不仅深入探讨了方形亥姆霍兹线圈的磁场分布特征，还结合了传统线圈和鞍形线圈的特点，为电磁控制系统的改进和优化提供了有益的参考。

第3章 融合动态权重调整改进的狼群算法

通过公式（2-18）可知线圈的磁场分别不是单调变化的，并且需要优化的参数也不止一个。这些参数也无法独立发挥作用，相互之间会产生较大的影响，所以必须采取多目标优化算法，并且避免陷入局部最优解。考虑到以上问题，最终本研究选择了经典的多目标优化算法狼群算法获取四线圈系统最优参数，并在第 5.2 节中应用。

许多研究者对狼群算法（WPA）、遗传算法和粒子群算法进行对比之后，认为狼群算法拥有更迅速的收敛性以及优秀的地方搜索能力，其鲁棒性也相当显著，尤其在应对多峰高维函数方面十分出色。狼群算法为处理非线性和多峰复杂优化问题提供了崭新的视角和解决策略。狼群算法模仿狼在猎食过程中的三个阶段：寻找、呼唤和包围。在这三个阶段中，狼群算法引入了自适应的步长结构，这使得算法的收敛速度得以提升，同时也确保了算法的收敛稳定性。

3.1 狼群算法基本原理

狼群算法是一种受到狼群行为启发的群体智能优化算法^[72,73]。该算法通过模拟狼群在复杂环境中通过合作与竞争来捕猎和生存的行为，来解决优化问题。以下将详细阐述狼群算法的基本原理，包括角色分工、信息交流机制、狩猎策略以及算法实现。

（1）社会结构与角色分工：在狼群中，个体之间有明确的社会分工，通常划分为领导者（头狼）、侦查者（探狼）和猎杀者（猛狼）。这种分工使得狼群能够高效地进行信息传递和任务执行。

- 1、头狼（Leader Wolf）：负责指挥整个群体，制定狩猎整体策略和方向。头狼的任务是通过协调狼群的行动来确保群体的凝聚力与效率。
- 2、探狼（Scout Wolf）：其任务是侦查和搜寻猎物，获取有关猎物位置和环境信息。探狼是信息的主要来源，它们不断地在环境中游走，寻找可能的猎物位置。
- 3、猛狼（Killer Wolf）：负责追击和猎杀猎物。根据探狼传回的信息，猛狼的主要工作是在头狼的指挥下，执行捕猎行为，通过

团队合作有效地包围猎物。

(2) 信息交流机制：狼群在狩猎过程中依赖复杂的信息交流机制，这种交流通过气味、动作和叫声来完成。1、气味：狼通过气味标记来传递信息，定义领地范围以及发出信号。这种信息传递是持续的，对环境和狼群成员进行加权评估。2、声音：例如嚎叫，用于长距离的联系和召唤，尤其在大规模的狩猎中，用于集合和指引。3、动作：肢体语言和行动指令是短距离的信息传输方式，用于微调集体动作和方向。这种多模态的信息交流机制使狼群能够在动态环境下及时调整策略，相互协作，实现目标。

(3) 狩猎策略：狼群在狩猎时通常采用以下三种主要策略，使得它们能够灵活应对不同的狩猎场景：1、游走模式—此模式中，狼群在较大区域内散开进行侦查。探狼通过随机游走或有目的的搜索来寻找猎物或探索环境。2、召唤模式—当探狼发现猎物时，发出信号召集其他狼，并通报猎物的信息和位置。此模式确保消息的快速传递和群体的即时响应。3、围攻模式—狼群根据召唤信息立即收敛到猎物周围，形成包围圈。猛狼在这个过程中负责追踪和逼近，而头狼则根据实时变化调整战术。

(4) 算法实现：在算法实现上，狼群算法将上述生物行为映射到优化问题的求解中。首先进行初始化：根据问题定义，初始化若干个狼个体，每个个体表示一个可能的解。然后进行迭代，迭代方式如下：

第一步进行侦查：探狼个体探索搜索空间，以发现潜在的优良解，往往用随机搜索或启发式策略实现。第二步是领袖更新：更新群体中当前的头狼，通常选用当前最优的解作为新头狼。第三步攻击与包围：猛狼在当前最优解附近进行局部探索，以期获得更优解。第四步是信息汇总与决策优化：整合所有狼的搜索信息，更新解的质量，并决定下一步的搜索方向。最后是终止条件：当达到最大迭代次数，或解的改进幅度在若干次迭代后小于某阈值时，算法终止。

(5) 应用与优势：由于狼群算法的自适应性和鲁棒性，它广泛应用于多目标优化、路径规划、动态环境下的实时优化等领域。其优势体现在：1、灵活性：能够适应不同类型的优化问题。2、全局搜索能力：依赖于探狼随机游走和多样化的搜索策略。3、局部搜索精细化：猛狼对已识别的优良解进行改进。总结而言，狼群算法通过模拟自然界中狼群的群体行为和社会组织结构，为复杂优化

问题提供了一种高效而灵活的求解途径。

3.2 改进结构的优化算法

本研究基于狼群算法构建线圈参数优化流程，具体实现架构如图 3-1 所示：

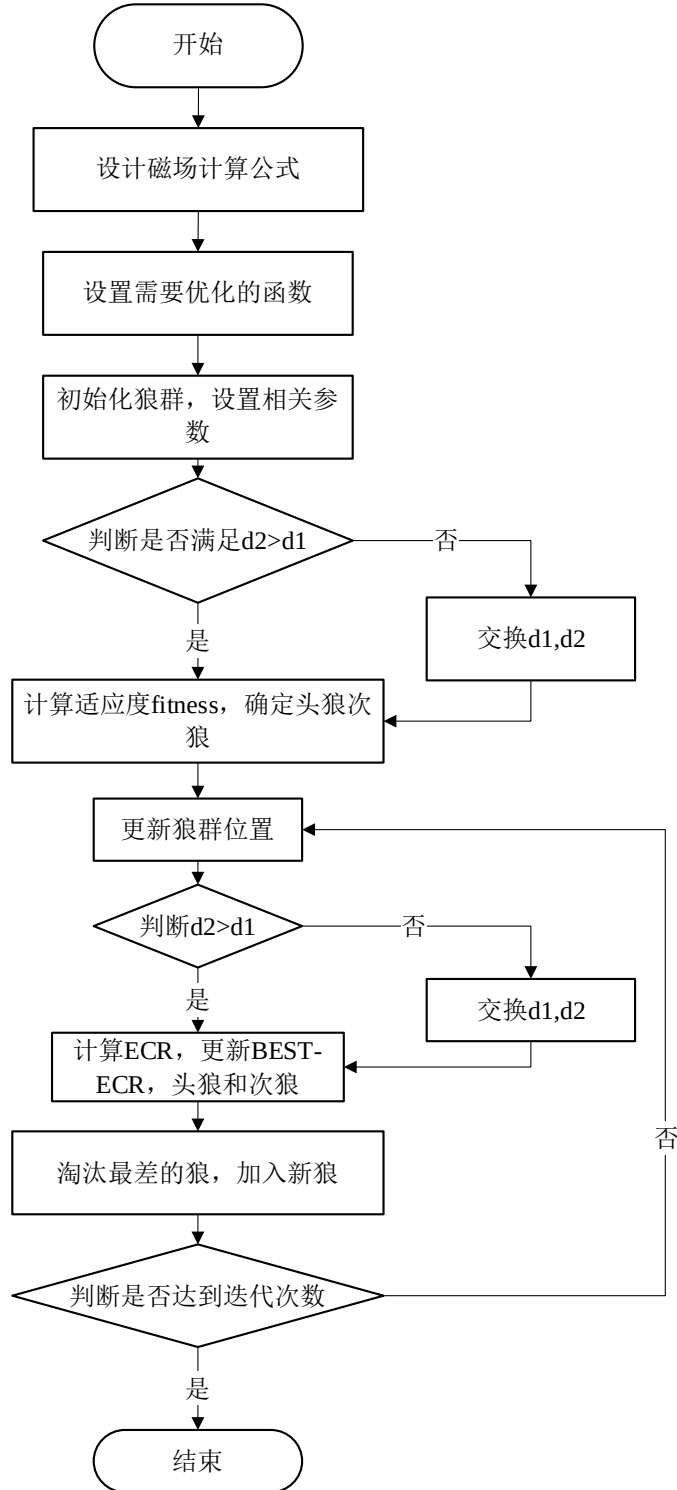


图 3-1 狼群算法流程图

图 3-1 中的适应度 fitness 对应的是有效覆盖率 ECR，具体计算公式如下：

$$\varepsilon = \left| \frac{B(x, y, z)}{B(0, 0, 0)} - B(0, 0, 0) \right| \times 100\% \quad (3-1)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\max}$$

$$ECR = \frac{V_{\text{uniform region}}}{V_{\text{the whole coil system}}} \times 100\% \quad (3-2)$$

其中相对偏差 ε 是用来衡量磁场均匀性的参数，并将 ε 的最大值赋值为 ε_0 ，磁场变化率小于 ε_0 的部分视为均匀磁场，其体积就是均匀磁场的体积。

在进行位置更新时本研究还进行了一定的改良，使得算法在进行全局搜索时加强探狼的重要性，使得算法不会陷入局部最优解，并在最后阶段加强头狼和次狼的重要性，使得获得的结果更加精确，具体公式如下：

$$\begin{aligned} \text{wolves}[i] &= \text{wolves0}[i] \cdot c + \text{Alpha_score}[j] \cdot ((0.2 - 0.125a) / c) \cdot (1 - c) \\ \text{wolves}[i] &= \text{wolves}[i] + \text{Beta_score}[j] \cdot ((1.125c - 0.2) / c) \cdot (1 - c) \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中 wolves0 代表探狼进行随机更新后的位置。 Alpha_score 代表头狼的位置，代表目前为止的最优解。 Beta_score 代表猛狼的位置，是上一次迭代过程中的最优解。 c 的大小由迭代次数来决定，当迭代次数不大于总次数的一定比例时，本研究将 c 设置为 0.7。当迭代大于总次数的一定比例时，本研究将 c 设置为 0.2， c 的取值范围为 0.18-1。

3.3 改进的狼群算法与原算法对比

本研究对狼群算法进行了一定的改进，主要是对狼群的位置更新进行了改进，具体公式如公式 (3-3)。同时为了尽可能地避免陷入局部最优解，将第三等的狼替换为了两只随机的探狼。本研究将通过 23 个测试函数进行对比^[74,75]，来验证本研究改进方法的可行性。

表 3-1 单峰基准函数

Function	Description	Dimensions	Range	$f_{\min}$
F1	$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	[-100, 100]	0
F2	$f(x) = \sum_{i=0}^n x_i + \prod_{i=0}^n x_i $	30	[-10, 10]	0
F3	$f(x) = \sum_{i=1}^d (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	30	[-100, 100]	0
F4	$f(x) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq n \}$	30	[-100, 100]	0
F5	$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_i^2 - x_{i+1})^2 + (1 - x_i)^2]$	30	[-30, 30]	0
F6	$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0.5)^2$	30	[-100, 100]	0
F7	$f(x) = \sum_{i=0}^n ix_i^4 + \text{random}[0, 1)$	30	[-128, 128]	0

表 3-2 多模态测试函数

Function	Description	Dimensions	Range	$f_{\min}$
F8	$f(x) = \sum_{i=1}^n (-x_i \sin(\sqrt{ x_i }))$	30	[-500, 500]	-418.9829 $\times n$
F9	$f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	30	[-5.12, 5.12]	0
F10	$f(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i^2)) + 20 + e$	30	[-32, 32]	0
F11	$f(x) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	30	[-600, 600]	0
F12	$f(x) = \frac{\pi}{n} \{10 \sin(\pi y_i)\} + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1}) + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)]$, $w_i = 1 + \frac{x_i+1}{4}$, $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} K(x_i - a)^m & \text{if } x_i > a \\ 0 & -a \leq x_i \leq a \\ K(-x_i - a)^m & -a \geq x_i \end{cases}$	30	[-50, 50]	0
F13	$f(x) = 0.1(\sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)]) + (x_n - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi x_n)) + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$	30	[-50, 50]	0

表 3-3 定维多模态测试函数

Function	Description	Dimensions	Range	$f_{\min}$
F14	$f(x) = \frac{1}{(\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6})^{-1}}$	2	[-65, 65]	1
F15	$f(x) = \sum_{i=1}^{11} [a_i - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4}]^2$	4	[-5, 5]	0.00030
F16	$f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	[-5, 5]	-1.0316
F17	$f(x) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi})\cos x_1 + 10$	2	[-5, 5]	0.398
F18	$f(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2] \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)$	2	[-2, 2]	3
F19	$f(x) = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$	3	[0, 1]	-3.86
F20	$f(x) = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^6 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$	6	[0, 1]	-3.2
F21	$f(x) = -\sum_{i=1}^5 [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-10.153
F22	$f(x) = -\sum_{i=1}^7 [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-10.402
F23	$f(x) = -\sum_{i=1}^{10} [(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	[0, 10]	-10.536

上述表格中的 23 个函数可以从不同的维度来测试算法的性能，通过这些函

数可以检验算法是否能解决低维和高维问题。本研究将改进前的狼群算法和改进后的算法对上述函数分别迭代 30 次, 100 次, 500 次以及 1000 次, 并且分别重复 30 次取平均值来对比改进前后算法的性能, 具体结果如表 3-4 和 3-5, wolf1 代表改进前的算法, wolf2 代表改进后的算法。

通过表 3-4 和 3-5 中的对比本研究可以清楚地看到大多数时候改进后的算法都要优于改进前的算法。改进后的算法优势在于可以根据需要优化的目标函数来更改公式 3-3 中 a 的值来决定随机的狼的权重。如果目标函数存在多个极值容易陷入局部最优解, 那么就可以适当调大 a 的值来增强算法前期的随机性, 避免过早地进行收敛。如果目标函数没有陷入局部最优解的问题, 那么就可以适当调小 a 的值来获取更加精确的结果。

表 3-4 改进前后狼群算法对比(F1-F14)

Fun	Measure	30	100	500	1000	wins
F1	wolf1	1.17E+02	4.79E-04	9.04E-33	1.98E-71	0
	wolf2	1.02E+02	2.29E-04	7.15E-36	2.92E-73	4
F2	wolf1	4.20E+00	6.54E-03	3.62E-20	6.92E-41	0
	wolf2	3.90E+00	3.82E-03	2.54E-20	3.79E-41	4
F3	wolf1	5.79E+03	1.03E+02	2.71E-08	6.12E-19	0
	wolf2	2.28E+03	2.07E+01	8.31E-10	3.14E-21	4
F4	wolf1	1.52E+01	5.99E-01	2.49E-08	2.10E-17	2
	wolf2	9.70E+00	5.38E-01	3.68E-08	1.83E-16	2
F5	wolf1	9.68E+03	3.13E+01	2.65E+01	2.65E+01	1
	wolf2	1.20E+02	2.82E+01	2.64E+01	2.66E+01	3
F6	wolf1	1.39E+02	1.99E+00	4.08E-01	4.19E-01	2
	wolf2	1.06E+02	1.58E+00	5.30E-01	5.99E-01	2
F7	wolf1	2.96E+05	1.16E-01	1.49E-03	4.77E-04	0
	wolf2	2.58E+05	5.99E-02	1.49E-03	3.97E-04	4
F8	wolf1	-5.00E+03	-6.14E+03	-6.40E+03	-5.80E+03	4
	wolf2	-3.86E+03	-4.39E+03	-4.72E+03	-4.80E+03	0
F9	wolf1	1.10E+02	2.26E+01	5.57E-01	4.70E-01	2
	wolf2	1.42E+02	2.63E+01	0.00E+00	0.00E+00	2
F10	wolf1	4.67E+00	5.20E-03	4.06E-14	1.32E-14	0
	wolf2	4.00E+00	3.11E-03	1.75E-14	7.19E-15	4
F11	wolf1	2.35E+00	4.25E-02	2.65E-03	2.68E-03	0
	wolf2	2.11E+00	3.03E-02	0.00E+00	0.00E+00	4
F12	wolf1	7.46E+00	1.85E-01	2.59E-02	3.26E-02	2
	wolf2	6.29E+00	1.15E-01	5.71E-02	5.73E-02	2
F13	wolf1	4.28E+01	9.44E-01	2.89E-01	3.58E-01	3
	wolf2	2.94E+01	1.94E+00	1.32E+00	1.01E+00	1
F14	wolf1	6.77E+00	4.72E+00	2.75E+00	3.74E+00	0
	wolf2	5.22E+00	1.99E+00	1.20E+00	1.39E+00	4

表 3-5 改进前后狼群算法对比(F15-F23)

Fun	Measure	30	100	500	1000	wins
F15	wolf1	7.82E-04	6.52E-03	2.41E-03	4.52E-03	1
	wolf2	7.36E-03	4.49E-03	2.68E-03	6.75E-04	3
F16	wolf1	-1.03E+00	-1.03E+00	-1.03E+00	-1.03E+00	0
	wolf2	-1.03E+00	-1.03E+00	-1.03E+00	-1.03E+00	0
F17	wolf1	3.98E-01	3.98E-01	3.98E-01	3.98E-01	4
	wolf2	3.99E-01	3.98E-01	3.98E-01	3.98E-01	0
F18	wolf1	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	1
	wolf2	3.01E+00	3.00E+00	3.00E+00	3.00E+00	0
F19	wolf1	-3.86E+00	-3.86E+00	-3.86E+00	-3.86E+00	1
	wolf2	-3.85E+00	-3.86E+00	-3.86E+00	-3.86E+00	2
F20	wolf1	-3.28E+00	-3.25E+00	-3.27E+00	-3.23E+00	1
	wolf2	-3.27E+00	-3.27E+00	3.28E+00	-3.27E+00	3
F21	wolf1	-5.22E+00	-8.64E+00	-9.65E+00	-1.02E+01	2
	wolf2	-7.68E+00	-8.70E+00	-9.32E+00	-9.95E+00	2
F22	wolf1	-8.49E+00	-1.04E+01	-1.04E+01	-1.04E+01	3
	wolf2	-8.60E+00	-8.45E+00	-1.04E+01	-1.03E+01	1
F23	wolf1	-8.68E+00	-9.70E+00	-9.72E+00	-1.00E+01	0
	wolf2	-9.47E+00	-1.00E+01	-1.01E+01	-1.04E+01	4

3.4 本章小结

本章详细讨论了狼群算法在优化线圈相关参数时的应用，并对其基本原理进行了阐述，特别指出了该算法在多个优化目标和避免局部最优解方面的独特优势。通过引入狼群的社会结构、信息交流机制和狩猎策略，本研究理解了如何将这些自然行为仿真应用于复杂的优化问题求解。值得注意的是，狼群算法借鉴了头狼在控制、探狼在搜索以及猛狼在执行任务中的角色分工，通过协调这些角色的作用，狼群算法展现出了卓越的全局搜索和局部优化能力。

在对狼群算法进行改进的过程中，本研究改进了轨迹更新方式，建立了公式 3-3 并通过调整参数 c 的大小来控制算法的搜索特性和收敛精度。具体来说，在进行位置更新时，强调了探狼的重要性从而避免陷入局部最优解，同时在算法的后期阶段进一步重视头狼和次狼的作用，使得算法在实现更精确解的道路上具备更强的稳定性和收敛速度。这种策略性地调整参数 c ，是为了在面临多个极值或具备复杂解空间的目标函数时，通过调整随机性和搜索精度的平衡来达到最佳的解。

此外，通过对 23 个常用测试函数进行实验对比，结果清晰地表明了改进后

的算法在不同维度上均具备一贯的优异性能。测试中设计的单峰函数、多模态函数以及定维多模态函数，针对性地考验了算法在低维和高维空间中的适应性和鲁棒性。改进后的狼群算法尤其在需要避免陷入局部最优解时表现出色，通过调节参数增强前期的随机性，确保了不易过早地收敛到次优解；在不易陷入局部最优解的问题上，改进后的策略通过减小参数 c 的值进一步提高了解的精确度。

总结而言，本章通过对狼群算法的深入分析和实证研究，不仅展示了该算法在处理复杂优化问题时的强大能力，同时经过结构化的参数调整和策略改进后，显著提升了算法的应用广度和深度。改进后的算法证明了其在多峰函数、高维函数优化以及动态环境中快速适应和求解的能力，也为后续相关优化算法的进一步研究提供了宝贵的思路 and 方向。因此，这种扎根于自然启发的优化策略，不仅从理论上丰富了多目标优化算法的内涵，也在实践中为复杂工程问题的解决提供了实用和高效的工具。本研究将会在第 5 章中使用它来优化四线圈系统参数。

第4章 融合辅助狭缝改进的杨氏双缝实验算法

杨氏双缝实验算法（YDSE 算法）^[76]的灵感来自杨氏双缝实验，该实验被认为是最著名的经典物理实验之一，揭示了光的波动性质。这是在 2023 年发表的新算法，YDSE 算法基于物理实验，WPA 算法基于生物捕猎，这两者的设计思路不同，可以从不同方向搜索最优参数，将两者的结果对比可以确保获得的参数的优越性。为了使得 YDSE 算法能更好地优化四线圈系统，本研究对其进行了改进并通过测试函数集验证改进效果。

4.1 YDSE 算法设计思路

在 YDSE 算法中，每条条纹代表种群中的一个可能解。根据杨氏双缝实验的推导过程与结论，YDSE 将其中的一些概念提炼成了算法计算公式，如单色光波、惠更斯原理、相消干涉、波强、振幅和路径差等^[77,78]。YDSE 算法根据条纹的阶数选择相长干涉或相消干涉，从而在勘探和开采之间取得平衡。在优化过程中，解根据其阶数在搜索空间中移动。如果解是奇数，则它在黑暗区域向中心明亮区域移动，中心明亮区域预计包含最优解。该算法利用明亮边缘区域中的有希望区域，假设明亮边缘区域包含最优值。YDSE 算法自提出后已经得到了多次应用^[79-81]。

（1）根据 YDSE 的说法，单色光波(S)的光源首先被投射到具有两个紧密间隔的狭缝的屏障中。因此，本研究创建由 N 个 P 波组成的初始单色光源 S，如下：

$$\begin{aligned} S_{i,j} &= Lb_j + rand \times (Ub_j - Lb_j), \\ i &= 1, 2, \dots, NP, \\ j &= 1, 2, \dots, Dim. \end{aligned} \quad (4-1)$$

$S_{i,j}$ 表示第 i 个单色波的第 j 个变量。 Lb_j 和 Ub_j 分别是问题第 j 个变量的下界和上界，rand 是一个在 [0, 1] 范围内的随机数。

（2）通过惠更斯原理确定狭缝：

$$FS_i = S_i + L \times rand1(-1,1) \times (S_{mean} - S_i), i = 1, 2, \dots, NP \quad (4-2)$$

$$SS_i = S_i - L \times rand2(-1,1) \times (S_{mean} - S_i), i = 1, 2, \dots, NP \quad (4-3)$$

其中 FS_i 是在第一个狭缝 FS 的波前上创建的点 i , SS_i 是在第二个狭缝 SS 的波前上创建的点 i 。 S_{best} 是种群 S 中的最佳个体。 S_{mean} 决定了当前种群 S 的平均值, 其计算方法为:

$$S_{mean} = \frac{1}{NP} \sum_{i=1}^{NP} S_i \quad (4-4)$$

S_i 表示将通过狭缝发射的单色波 I , L 为光源到障碍物的距离。

(3) YDSE 算法中的行波和路径差更新:

$$X_i = \left(\frac{FS_i + SS_i}{2} \right) + \Delta L \quad (4-5)$$

ΔL 表示 FS_i 与 SS_i 之间的路径差。它是根据它们到达屏幕时形成的条纹的阶数来计算的。对于零阶数和偶数阶数, 产生相消干涉, 而对于奇阶数, 产生相消干涉如下:

$$\Delta L = \begin{cases} 0 & \text{if CI occurs at } m = 0 \\ (2m+1) \frac{\lambda}{2} & \text{if DI occurs at odd } m \\ m\lambda & \text{if CI occurs at even } m \end{cases} \quad (4-6)$$

(4) 勘探阶段 (相消干涉), 解根据其阶数在搜索空间中移动。如果它是奇数, 则它在暗区向期望包含最优解的中心亮区移动:

$$X_{m_{ood}}^{t+1} = X_{m_{ood}}^t - (r_1 \times A_{dark}^{t+1} \times Int_{m_{ood}}^{t+1} \times X_{m_{ood}}^t - z \times X_{best}^t) \quad (4-7)$$

其中, $X_{m_{ood}}^{t+1}$ 为迭代 $(t+1)$ 中新增的第 m 条奇暗条纹, $X_{m_{ood}}^{t+1}$ 为迭代 (t) 中新增的第 m 条奇暗条纹, r_1 为区间 $[0, 1]$ 中的随机数。 A_{dark}^{t+1} 暗决定了第 m 个奇暗条纹的振幅。 $Int_{m_{ood}}^{t+1}$ 表示使用下一个方程计算的迭代 $(t+1)$ 中第 m 个奇数暗条纹的光强。

$$A_{dark}^{t+1} = \delta \times \tanh^{-1} \left(-\frac{t}{T} + 1 \right) \quad (4-8)$$

$$Int_{m_{ood}}^{t+1} = Int_{max}^{t+1} \times \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda L} y_{dark}^{t+1} \right) \quad (4-9)$$

$$y_{dark} = \frac{\lambda L}{d} \left(m + \frac{1}{2} \right)$$

$Y(t+1)$ 暗表示中央边缘和第 m 个奇数暗边缘之间的距离。 Z 为大小为 Dim

的尝试向量，每次迭代定义为：

$$Z = \frac{a}{H}, a = t^{2 \times r^{2-1}} \quad (4-10)$$

(5) 勘探阶段（相消干扰），算法在假定包含最优的明亮边缘区域中开发有希望的区域。YDSE 算法正在努力开发明亮边缘区域的所有有希望的区域。这些区域的更新战略制订为：

$$X_{m_{\text{even}}}^{t+1} = X_{m_{\text{even}}}^t - ((1-g) \times A_{\text{bright}}^{t+1} \times \text{Int}_{m_{\text{even}}}^{t+1} \times X_{m_{\text{even}}}^t + g \times (Y)) \quad (4-11)$$

$$Y = X_{m_{\text{rand}1}}^t - X_{m_{\text{rand}2}}^t \quad (4-12)$$

$$A_{\text{bright}}^{t+1} = \frac{2}{1 + \sqrt{|1 - \beta^2|}} \quad (4-13)$$

$$\beta = \frac{t}{T} \cosh(\pi / t) \quad (4-14)$$

其中， $X_{m_{\text{even}}}^{t+1}$ 为迭代(t+1)中新的 m 条偶亮条纹， $X_{m_{\text{even}}}^t$ 为迭代(t)中当前的 m 条偶亮条纹，g 为属于[-1, 1]的随机数。另外， A_{bright}^{t+1} 表示根据式(4-13)计算的均匀亮条纹 m 处的合成振幅。Y 表示两个随机选择的条纹之间的差值，可能是亮的，也可能是暗的，或者两者都是。 $\text{Int}_{m_{\text{even}}}^{t+1}$ 表示迭代 t+1 中第 m 条均匀亮条纹的强度，可表示为：

$$\text{Int}_{m_{\text{even}}}^{t+1} = \text{Int}_{\text{max}}^{t+1} \times \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y_{\text{bright}}^{t+1}\right) \quad (4-15)$$

y_{bright}^{t+1} 表示中央边缘和 m(均匀明亮边缘)之间的距离。 $\text{Int}_{m_{\text{even}}}^{t+1}$ 表示第 t+1 次迭代中央区检测到的最大强度。最后，中部地区的更新策略是：

$$X_{m_{\text{zero}}}^{t+1} = X_{m_{\text{best}}}^t + (A_{\text{bright}}^{t+1} \times \text{Int}_{m_{\text{even}}}^{t+1} \times X_{m_{\text{zero}}}^{t+1} - r_3 \times z \times X_{\eta_b}^t) \quad (4-16)$$

$$\text{Int}_{\text{max}}^{t+1} = C \times q \quad (4-17)$$

$$q = \frac{t}{T} \quad (4-18)$$

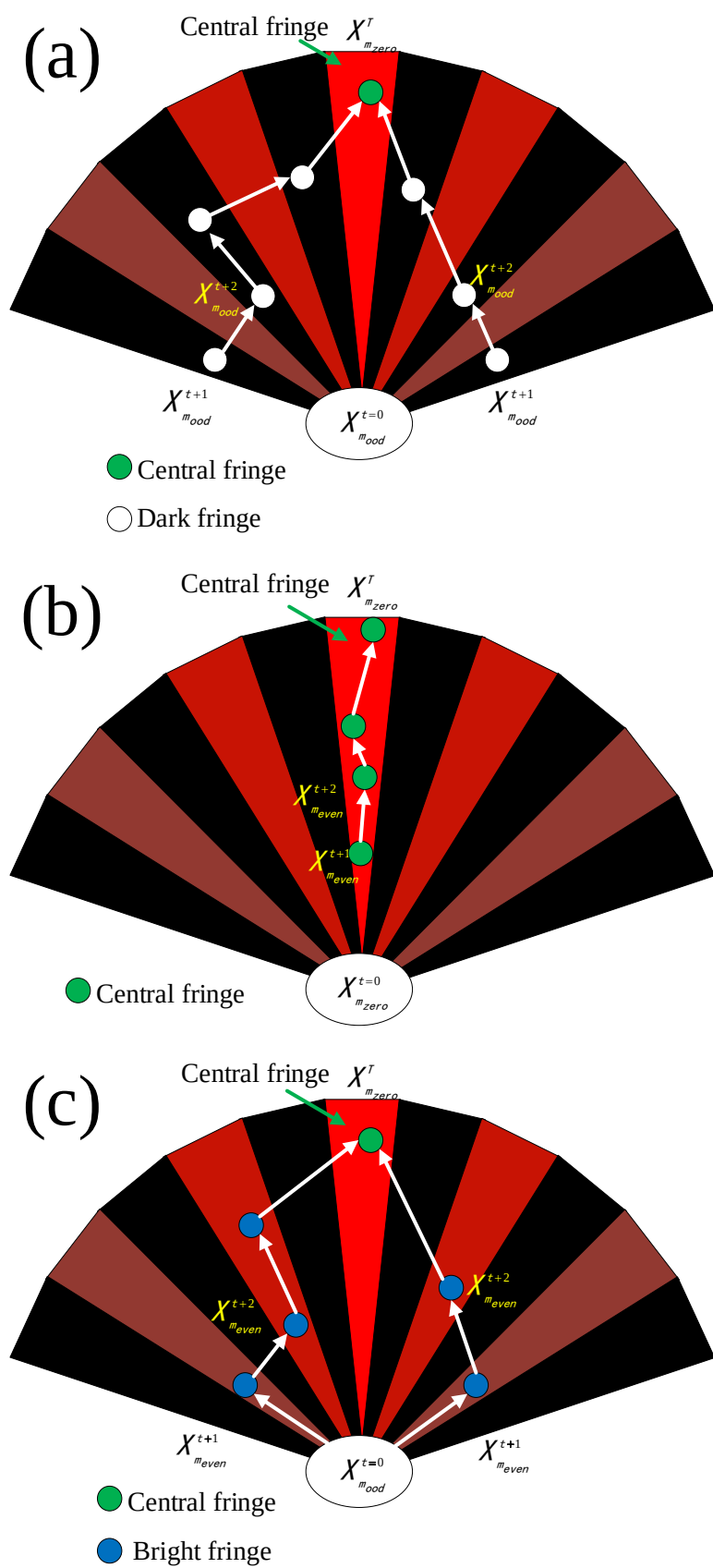


图 4-1 (a) 暗条纹搜索空间中的解收敛行为; (b) 中心条纹搜索空间中解收敛的行为;
(c) 亮条纹搜索空间中的解收敛行为

其中, X_{mzero}^{t+1} 表示在迭代(t+1)中阶数为零的新中心区域, X_{mzero}^t 表示在迭代(t)中阶数为零的旧位置。变量 r_3 是一个随机数 $\in [0, 1]$ 的 5 次幂。其中, Int_{max}^{t+1} 为中央条纹在迭代(t+1)中检测到的最大强度, 根据 YDSE, 全局最优解是强度值最大的解。在第一次迭代中, 中心条纹距离全局最优值较远, 因此 X_{mzero}^{t+1} 的强度值较低。在迭代过程中, 中心条纹越接近全局最优, 迭代强度越高。因此, 为了模拟这种行为, 在从 0 到 1 的迭代过程中, q 是一个递增的参数。C 的大小为 10^{-20} , 表示最后一次迭代的最大强度值。 X_{rb}^t 表示根据 r_b 随机选择的亮条纹, r_b 是一个属于偶数阶数的整数。

最后, 由整合公式 (4-7)、(4-11) 和 (4-16) 可得位置更新公式, 其更新轨迹如图 4-1:

$$X_m^{t+1} = \begin{cases} X_{m_{best}}^t + (A_{bright}^{t+1} \times Int_m^{t+1} \times X_m^{t+1} - r_3 \times z \times X_{rb}^t), & \text{if } m = 0 \\ X_m^t - ((1-g) \times A_{bright}^{t+1} \times Int_m^{t+1} \times X_m^t + g \times (Y)), & \text{if } m \text{ is even} \\ X_m^t - (r_1 \times A_{dark}^{t+1} \times Int_m^{t+1} \times X_m^t - z \times X_{best}^t), & \text{if } m \text{ is odd} \end{cases} \quad (4-19)$$

4.2 YDSE 算法的改进思路

图 4-2 是通过 YDSE 算法优化四线圈系统的流程图, 其中的 ECR 由公式 3-2 获得。为了更好地寻找最优参数, 本研究对杨氏双缝算法进行了一定的改进, 分别改进了路径更新方式和收敛方式。

首先是路径更新方式的改进, 本研究选择将双缝改为三缝, 将三缝两两组合可以获得 3 组不同的数据, 再将它们按一定的比例混合可以再得到一组数据, 四组不同条件下获得的数据可以使得算法更早地获得较为优秀的数据, 但也会导致算法运行时间增加。为了保持效率与精度的平衡, 本研究选择将最大迭代次数的 10% 作为节点, 在此之前使用三缝更新路径, 之后任然使用双缝更新路径。图 4-3 为新的路径更新方式示意图。

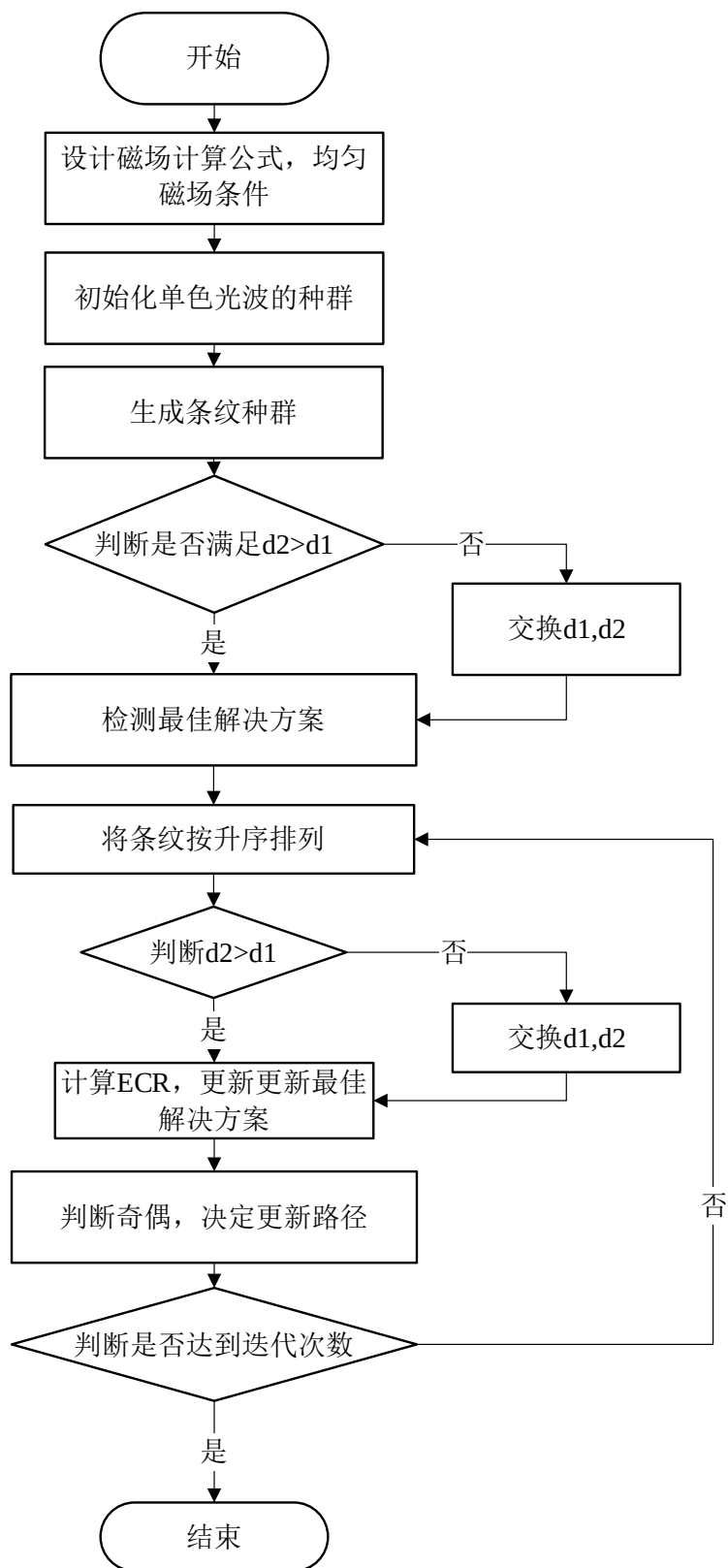


图 4-2 YDSE 算法流程图

根据公式 4-2 和 4-3 可以得到 TS_i , TS_i 是在第三个狭缝 TS 的波前上创建的点 i , 公式如下:

$$TS_i = S_i + L \times rand1(-1,1) \times (S_{mean} - S_i), i = 1, 2, \dots, NP \quad (4-20)$$

将第一个缝和第二个缝之间的距离设置为 d_1 ，第二个缝和第三个缝之间的距离设置为 d_2 ，第一个缝和第三个缝之间的距离 d_3 为 $d_1 + d_2$ ，根据公式 4-5 可以得到新的路径差更新公式：

$$X_{1i} = \left(\frac{FS_i + SS_i}{2} \right) + \Delta L \quad (4-21)$$

$$X_{2i} = \left(\frac{FS_i + TS_i}{2} \right) + \Delta L + \frac{d_2}{2} \quad (4-22)$$

$$X_{3i} = \left(\frac{FS_i + SS_i}{2} \right) + \Delta L + \frac{d_3}{2} \quad (4-23)$$

$$X_i = \frac{X_{1i} + X_{2i} + X_{3i}}{3} \quad (4-24)$$

其中 ΔL 可由公式 4-5 获得。

在勘探阶段，由于狭缝位置不同，光强也会产生相应的变化并最终导致 X_1 、 X_2 和 X_3 不同的更新轨迹。将 d_1 、 d_2 和 d_3 代入 4-9 和 4-15 就可以得到新的光强，再将其代入公式 4-18 即可得到 X_1 、 X_2 和 X_3 更新公式， X 的更新公式同 4-23。

$$Int_{m_{ood}}^{t+1} = Int_{max}^{t+1} \times \cos^2\left(\frac{\pi d_i}{\lambda L} y_{dark}^{t+1}\right) \quad (4-25)$$

$$y_{dark} = \frac{\lambda L}{d_i} \left(m + \frac{1}{2}\right), i = 1, 2, 3$$

$$Int_{m_{even}}^{t+1} = Int_{max}^{t+1} \times \cos^2\left(\frac{\pi d_i}{\lambda L} y_{bright}^{t+1}\right), i = 1, 2, 3 \quad (4-26)$$

本研究还对收敛方式（公式 4-10）进行了修改，修改后的公式如下：

$$Z = (2r_2 - 1) \times a, a = 2 - \frac{iter}{Max_iter} \quad (4-27)$$

a 是一个与迭代次数有关的线性函数，随着迭代次数的增加逐渐从 2 减小到 0，使得参数的变化范围越来越小。 r_2 是一个 $(0, 1)$ 之间的随机变量，使得每次迭代过程中 30 个种群的变化量不同。将两者结合之后可以使得算法在收敛过程中既不会陷入局部最优解同时还可以尽可能的收敛到某个最优值。

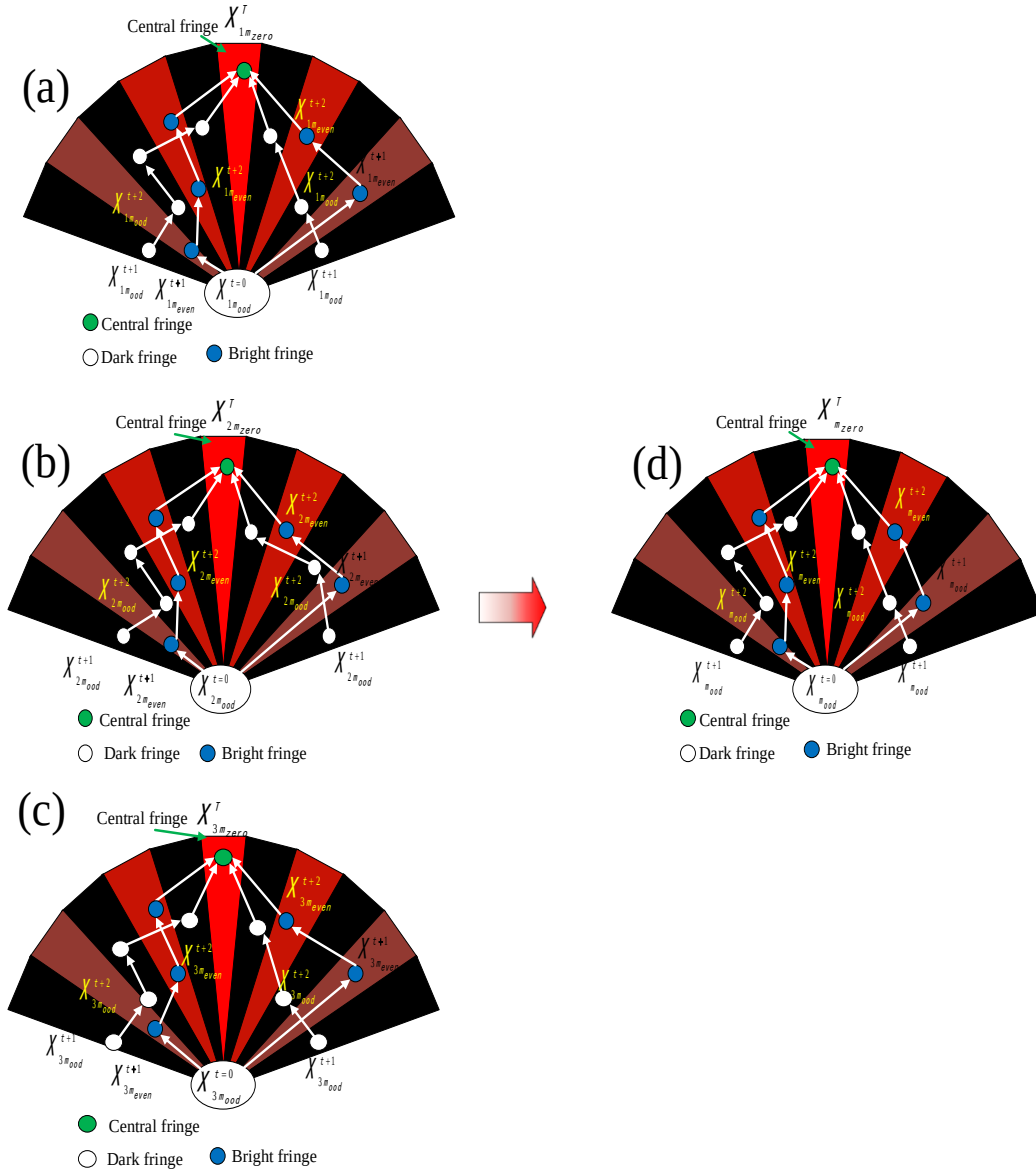


图 4-3 (a) (b) (c) 是 X_1 、 X_2 和 X_3 的更新轨迹，在迭代一定次数后选出最优种群按照 (d) 继续迭代

4.3 改进的 YDSE 算法与原算法对比

在本次对比实验中，本研究采用了最新的 CEC 2022 基准，该基准由 12 个测试函数组成，这些函数的规格如表 4-1 所示。表 4-2 和 4-3 是将算法按照不同迭代次数进行 10 次循环得到的平均结果进行对比，old 代表改进前，new 代表改进后，标粗部分是更优结果。从表中可以看出改进后的 YDSE 算法得到的结果是明显优于原算法的。同时本研究还进行了标准差的计算来判断算法的稳定性，通过比较标准差的大小可以直观地看到算法的稳定性。在迭代次数较少时稳定

性相差不大，但迭代次数较多时改进后的算法明显更优，这说明其能够稳定地找到测试函数的最小值，这代表本研究的改进是切实可行的。

表 4-1 CEC 2022 测试函数

Function type	No.	Name	Dim	Range	F _{min}
Unimodal function	F1	Shifted and full rotated Zakharov function	10	[-100, 100]	300
	F2	Shifted and full rotated Rosenbrock's function	10	[-100, 100]	400
Basic functions	F3	Shifted and full rotated expanded Schaffer's F6 function	10	[-100, 100]	600
	F4	Shifted and full rotated non-continuous Rastrigin's function	10	[-100, 100]	800
	F5	Shifted and rotated Levy function	10	[-100, 100]	900
	F6	Hybrid function 1 (N = 3)	10	[-100, 100]	1800
Hybrid functions	F7	Hybrid function 2 (N = 6)	10	[-100, 100]	2000
	F8	Hybrid function 3 (N = 5)	10	[-100, 100]	2200
Composite functions	F9	Composite function 1 (N = 5)	10	[-100, 100]	2300
	F10	Composite function 2 (N = 4)	10	[-100, 100]	2400
	F11	Composite function 3 (N = 5)	10	[-100, 100]	2600
	F12	Composite function 4 (N = 6)	10	[-100, 100]	2700

表 4-2 改进前后 YDSE 算法对比(F1-F3)

Fun	Measure		1000	2000	5000	10000
F1	old	Avg	6.1335E+02	3.0013E+02	3.0000E+02	3.0000E+02
		SD	6.2735E+01	5.7627E-02	0.0000E+00	0.0000E+00
	new	Avg	3.3556E+02	3.0000E+02	3.0000E+02	3.0000E+02
		SD	1.2302E+01	1.2649E-03	0.0000E+00	0.0000E+00
F2	old	Avg	4.2172E+02	4.1499E+02	4.1011E+02	4.0763E+02
		SD	3.5506E+00	6.0506E-01	1.2009E+00	1.6677E+00
	new	Avg	4.1426E+02	4.0872E+02	4.0608E+02	4.0266E+02
		SD	8.7968E-01	1.6076E+00	1.7306E+00	6.1872E-01
F3	old	Avg	6.0000E+02	6.0000E+02	6.0000E+02	6.0000E+02
		SD	1.4100E-08	4.0194E-14	0.0000E+00	0.0000E+00
	new	Avg	6.0000E+02	6.0000E+02	6.0000E+02	6.0000E+02
		SD	3.5433E-08	7.5197E-14	0.0000E+00	0.0000E+00

表 4-3 改进前后 YDSE 算法对比(F4-12)

Fun	Measure		1000	2000	5000	10000
F4	old	Avg	8.7814E+02	8.5696E+02	8.4461E+02	8.3921E+02
		SD	3.6298E+00	7.3465E+00	4.1545E+00	2.7447E+00
	new	Avg	8.4162E+02	8.3573E+02	8.3406E+02	8.2400E+02
		SD	1.0241E+01	3.7885E+00	2.4630E+00	3.3911E+00
F5	old	Avg	9.0073E+02	9.0035E+02	9.0015E+02	9.0008E+02
		SD	1.3700E-01	3.9797E-02	1.4990E-02	1.5844E-02
	new	Avg	9.0015E+02	9.0004E+02	9.0002E+02	9.0000E+02
		SD	2.6517E-02	9.0839E-03	4.3382E-03	4.2538E-04
F6	old	Avg	1.6422E+05	7.2042E+04	5.9884E+04	5.0527E+04
		SD	2.8853E+04	1.1644E+04	8.9520E+03	5.2412E+03
	new	Avg	9.3276E+04	5.5989E+04	4.1435E+04	3.2733E+04
		SD	1.6055E+04	7.6865E+03	9.1605E+03	4.6185E+03
F7	old	Avg	2.0634E+03	2.0479E+03	2.0383E+03	2.0361E+03
		SD	1.0698E+00	3.5649E+00	2.3469E+00	7.4952E-01
	new	Avg	2.0437E+03	2.0386E+03	2.0356E+03	2.0312E+03
		SD	1.5147E+00	2.6825E+00	3.9171E+00	9.4401E-01
F8	old	Avg	2.2822E+03	2.2520E+03	2.2356E+03	2.2294E+03
		SD	1.4214E+01	5.7369E+00	1.7864E+00	1.2148E+00
	new	Avg	2.2579E+03	2.2395E+03	2.2322E+03	2.2261E+03
		SD	1.1968E+01	2.7089E+00	7.2963E-01	1.0677E+00
F9	old	Avg	2.6776E+03	2.6219E+03	2.5860E+03	2.6519E+03
		SD	2.5053E+00	5.5948E+01	7.3987E+01	1.0352E+01
	new	Avg	2.3701E+03	2.3197E+03	2.3091E+03	2.3026E+03
		SD	1.3349E+01	4.3732E+00	1.5220E+01	1.7671E+01
F10	old	Avg	2.6550E+03	2.6407E+03	2.6346E+03	2.6336E+03
		SD	4.6236E+00	8.8355E-01	2.4472E+00	1.4834E+00
	new	Avg	2.6253E+03	2.6066E+03	2.6232E+03	2.6220E+03
		SD	5.2757E-01	2.9192E+00	7.6680E-01	1.7732E-01
F11	old	Avg	2.6320E+03	2.6260E+03	2.6203E+03	2.6136E+03
		SD	1.3324E+00	1.1437E+00	3.8820E+00	2.7461E+00
	new	Avg	2.6028E+03	2.6000E+03	2.6000E+03	2.6000E+03
		SD	1.5419E+00	3.5547E-02	1.4387E-03	0.0000E+00
F12	old	Avg	2.8674E+03	2.8663E+03	2.8652E+03	2.8654E+03
		SD	2.2176E-01	2.0619E-01	1.3708E-01	2.7323E-01
	new	Avg	2.8667E+03	2.8655E+03	2.8646E+03	2.8646E+03
		SD	4.2111E-01	3.2592E-01	1.5352E-01	2.5745E-01

4.4 本章小结

在本章中，本研究介绍了基于杨氏双缝实验原理的 YDSE 优化算法，并提出了其改进方案。YDSE 算法通过模拟物理实验中的干涉现象，将空间中的各个条纹视为优化问题的潜在解，以实现搜索空间的勘探与开发。YDSE 算法通

过定义单色光波投射、狭缝确定、行波与路径差更新等步骤，实现了种群的动态演化。在此基础上，本研究针对路径更新方式和收敛方式进行了改进。路径更新方面，本研究采取引入第三个狭缝干涉的方案，以进一步推动空间搜索的多样性。收敛方式则通过引入迭代次数相关的线性参数调整，增强算法的收敛性能。为验证改进方案的优越性，本研究在 CEC 2022 基准下对其进行了测试。实验结果表明，改进后的 YDSE 算法在多个测试函数上取得了比原算法更优的平均结果及稳定性。这充分证明了通过多狭缝干涉及动态参数调整策略所带来的优化效果。

总体而言，改进的 YDSE 算法通过更复杂的物理模型以及更具弹性的参数更新机制，展现出更强的全局探索能力与局部开发能力，为解决复杂优化问题提供了更有效的计算方法。本研究将会在第 5 章中使用它来优化四线圈系统参数。

第5章 复合载流线圈磁场优化

本章将使用麦克劳林展开法，改进狼群算法及改进杨氏双缝算法三种不同的方法来优化四线圈系统参数并通过 CMOSOL 有限元仿真的方法验证优化参数，结果证明改进算法获得的 ECR 更优。本章还将进行多方向磁场分量分析，表明 2.4 节计算方法的优点。

5.1 基于传统 Maclaurin 展开法的磁场优化

通过将参数 l_1 设定为 1 米并将距离 d_1 调整在 0 至 0.3 米的范围内，绘制了 ECR 在不同条件下的变化趋势，结果如图 5-1。

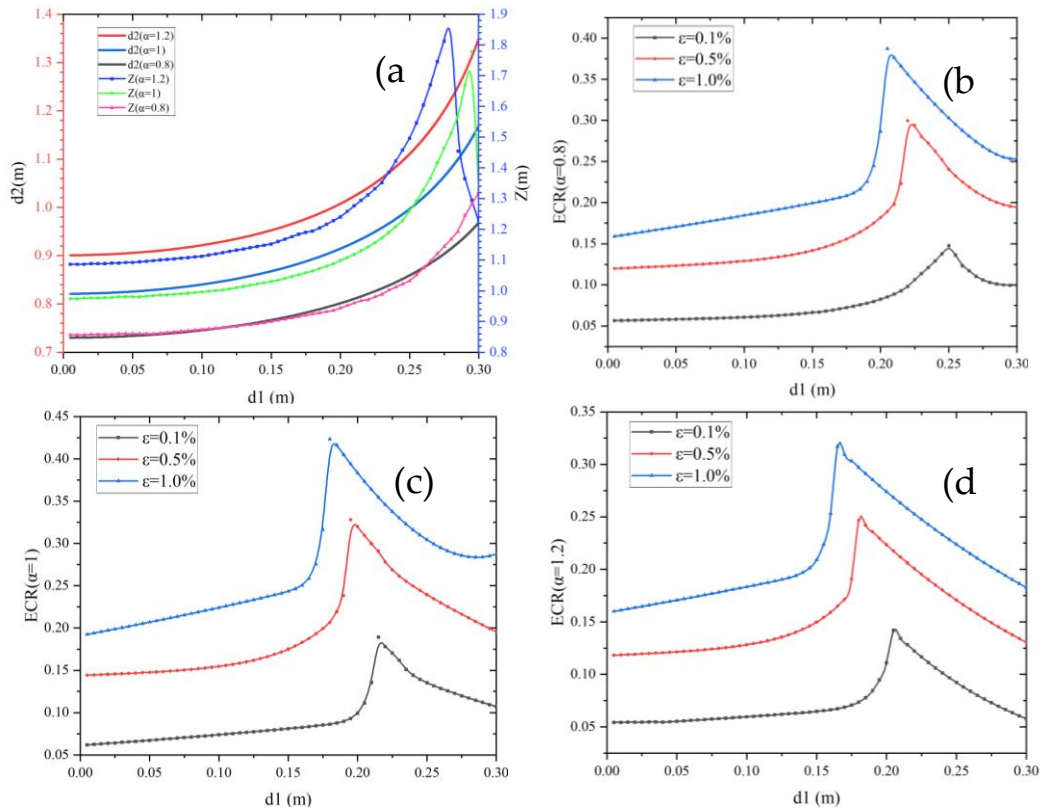


图 5-1 (a)为不同 α 下 d_2 、 z 轴均匀磁场范围随 d_1 的变化曲线；(b)、(c)和(d)表示为不同 α 下相对偏差为 0.1%、0.5%和 1%时的 ECR 和 N_2 变化情况

图 5-1 展示了辅助线圈匝数 N_2 、间距参数 d_2 与 z 轴均匀磁场及 ECR 特性随主线圈间距 d_1 的演变规律。通过图 5-1(a)的实验数据可知， d_2 随 d_1 的增大呈现非

线性增长特性，与之对应的 z 轴均匀磁场宽度在达到临界阈值前保持递增趋势，但在超越该临界值后则出现急剧衰减现象。图 5-1(b)-(d)分别量化了 α 参数取 0.8、1.0 和 1.2 三种工况下的 ECR 响应曲线，揭示出当辅助线圈轴向长度与主线圈形成尺寸差异时（ $\alpha \neq 1$ ），均匀磁场覆盖区域将显著收缩。主线圈位置的变化会影响磁场的均匀性，同时也会影响理想 ECR 对应的 d_1 位置的均匀区变化，随着 ε 的增大，均匀磁场逐渐减小。表 5-1 通过麦克劳林展开法获得了不同约束条件下的最佳均匀磁场配置参数。 α 的变化对曲线趋势没有影响，但在相同条件下，随着 α 增加，N2 匝数将会增加，同时随着 d_1 增加下降幅度更大。

表 5-1 优化 ECR 的线圈结构参数

α	ε	$d_1(\text{m})$	$d_2(\text{m})$	N1	N2	ECR
0.8	0.1%	0.2350	0.8384	1	1.3258	17.4893%
	0.5%	0.2194	0.8202	1	1.3772	29.9972%
	1%	0.2062	0.8071	1	1.4220	38.5337%
1	0.1%	0.2154	0.9347	1	2.6711	18.5495%
	0.5%	0.1946	0.9081	1	2.8466	32.7709%
	1%	0.1802	0.8930	1	2.9692	42.1442%
1.2	0.1%	0.2048	1.0146	1	4.9643	13.6228%
	0.5%	0.1798	0.9813	1	5.4676	24.6590%
	1%	0.1654	0.9662	1	5.7551	31.6395%

表 5-1 的实验数据表明，随着介电常数 ε 的递增，主线圈与辅助线圈间的最优间距参数 d_1 和 d_2 均呈现递减趋势，该现象促使系统整体结构趋于紧凑化。同步观测数据显示，ECR 亦随 ε 的增大而显著增强。值得注意的是，数值分析揭示当几何相似性参数 α 增大时，ECR 并非呈现单调递增特性，而是在 $\alpha=1$ 附近表现出显著的极值特性。这一系列规律性变化在表格数据集与对应图示中均获得一致性验证。本研究在线圈构型优化中突破传统解析计算方法的局限，创新性地采用粒子群智能优化算法进行多维参数空间搜索。表 5-1 与图 5-3 的对比分析结果充分印证了本研究所提出的优化策略在提升磁场调控性能方面的显著优势：相较于传统方法，该算法不仅实现了更高精度的参数匹配，更通过全局寻优机制有效克服了局部极值陷阱问题。

5.2 基于改进狼群算法与杨氏双缝实验算法的磁场优化

本节使用改进算法对四线圈系统进行了优化并根据优化参数进行了 COMSOL 有限元仿真。

5.2.1 方形复合线圈优化参数

基于本研究提出的新型方形亥姆霍兹线圈计算模型，通过将其与改进智能优化算法进行结合，实现了线圈系统参数的全局最优化设计。在 5.1 节所确立的基准实验参数框架下，设定主线圈特征尺寸为 2 米，其轴向间距参数 d_1 在 0-0.4 米区间内进行动态调节。在 0.1%、0.5% 及 1% 相对磁场偏差阈值条件下，同步求解 ECR 性能指标的最大化及其对应参数组合。特别需要指出的是，鉴于 Z 轴磁场分量较 X/Y 轴分量呈现量级优势，本阶段研究沿袭经典研究范式，针对 Z 轴向磁场分量进行优化，而 XY 方向分量则置于 5.3 节展开系统性探讨。

表 5-2 改进狼群算法优化 ECR 的线圈结构参数

α	ε	$d1(m)$	$d2(m)$	N1	N2	ECR
0.8	0.1%	0.2343	0.8372	1	1.3357	17.7249%
	0.5%	0.2174	0.8155	1	1.3685	30.3398%
	1%	0.2062	0.8023	1	1.4354	38.8314%
1	0.1%	0.1862	0.9084	1	3.0072	34.3046%
	0.5%	0.1900	0.9562	1	2.7489	48.7826%
	1%	0.1327	0.8611	1	4.0166	67.1661%
1.2	0.1%	0.1677	0.9669	1	6.0886	24.5075%
	0.5%	0.1191	0.9043	1	8.0987	39.6434%
	1%	0.1237	0.9360	1	8.4915	47.8560%

表 5-3 改进杨氏双缝算法优化 ECR 的线圈结构参数

α	ε	$d1(m)$	$d2(m)$	N1	N2	ECR
0.8	0.1%	0.3414	2.2408	1	9.2742	7.3801%
	0.5%	0.3969	2.4995	1	6.0094	16.9532%
	1%	0.1220	0.7420	1	2.5898	37.2322%
1	0.1%	0.1861	0.9066	1	3.1573	33.8032%
	0.5%	0.1882	0.9424	1	3.5444	46.8854%
	1%	0.1327	0.8592	1	4.1623	66.7692%
1.2	0.1%	0.1689	0.9633	1	6.5227	23.1516%
	0.5%	0.1189	0.9033	1	8.0728	39.5169%
	1%	0.1080	0.9182	1	9.3766	50.0486%

表 5-1 一对线圈最优条件下相关数据

$d1(m)$	ε	x/y (m)	z (m)	N1	ECR
0.5445(方形)	0.1%	0.4422	0.3783	1	1.6981%
	0.5%	0.6528	0.5717	1	5.5933%
	1%	0.7695	0.6856	1	9.3203%
0.5 (圆形)	0.1%	0.4340	0.3461	1	0.8151%
	0.5%	0.6411	0.5232	1	2.6883%
	1%	0.7559	0.6275	1	4.4821%

对比表 5-1、表 5-2 可以确认四线圈系统的最优参数，并且知道使用改进算

法优化后的参数优于 Maclaurin 展开法获得的参数，特别是在高均匀性条件下 ($\varepsilon=0.1\%$)，有效覆盖率在最佳条件下几乎翻了一番。通过比较表 5-2、5-3 和表 5-4 可以很明显地看到四线圈配置的有效覆盖率明显高于双线圈设置。采用四线圈结构有助于在受限空间内产生更大的均匀磁场。

5.2.2 有限元仿真实验

根据上述实验方法设置线圈的初始参数，并在 COMSOL 软件环境中对线圈进行了三维建模^[82,83]。为了减轻计算需求和复杂量，合适的网格配置是仿真的关键。为了优化效率，本研究使用的网格是自由四面体网格，线圈的外部结构是利用规则网格设计的，最大和最小网格尺寸分别设置为 0.7 米和 0.126 米。此外还使用了精细网格对初级和辅助线圈进行建模，其最大和最小网格值分别为 0.14 m 和 0.0014 m。图 5-2 显示了由此产生的网格划分模型。本研究将线材设置为铜[固体-剩余电阻比为 30]，其余部分设置为空气，这是模拟 COMSOL 亥姆霍兹线圈的常见设置，可以尽可能保证模拟的准确性。

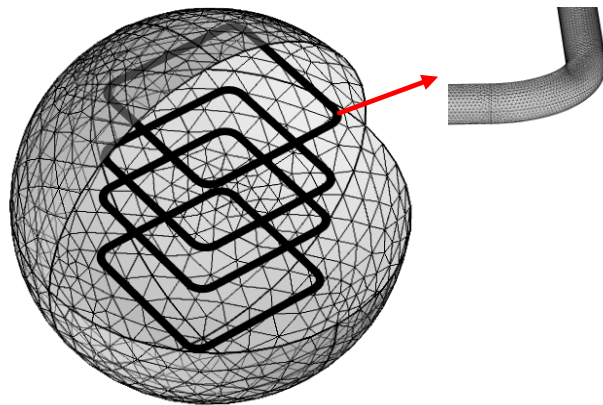


图 5-2 有限元模拟中的网格划分（插入图显示了导线的网格划分）

为了更直观地看到优化的效果，本研究将参数代入 COMSOL 进行有限元模拟图 5-3 是将传统 Maclaurin 方法与两种改进算法在 $\varepsilon=0.1\%$ 且 $\alpha=1$ 时获得参数带入仿真之后获得的磁场进行对比，证明了改进方法的有效性。图 5-4 表明，在相同条件下，四个线圈产生的磁场强度比两个线圈对的磁场强度高出三倍以上，X (Y) 和 Z 轴之间的磁场强度方差显著减小。如图 5-4 和图 5-5 所示，中心区域内的磁场分布表现出显著的均匀性，保持了方向一致的磁场。通过本研究中描述的方法，线圈设计得到了进一步优化，提高了磁场均匀性和范围。

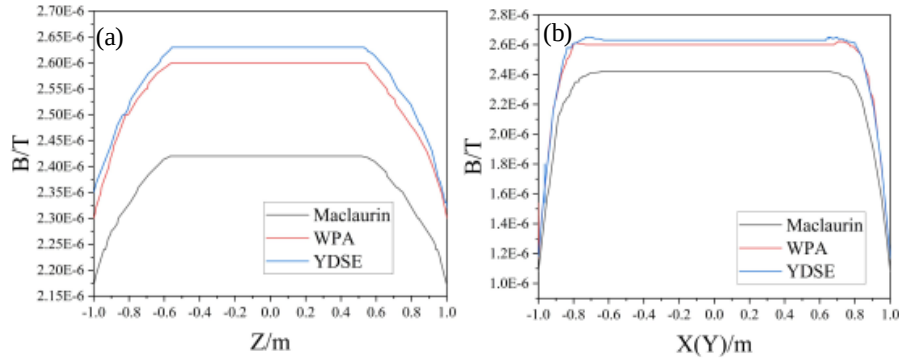


图 5-3 轴上磁场分布图 (a) Z 轴磁场分布图; (b) X(Y)轴磁场分布图

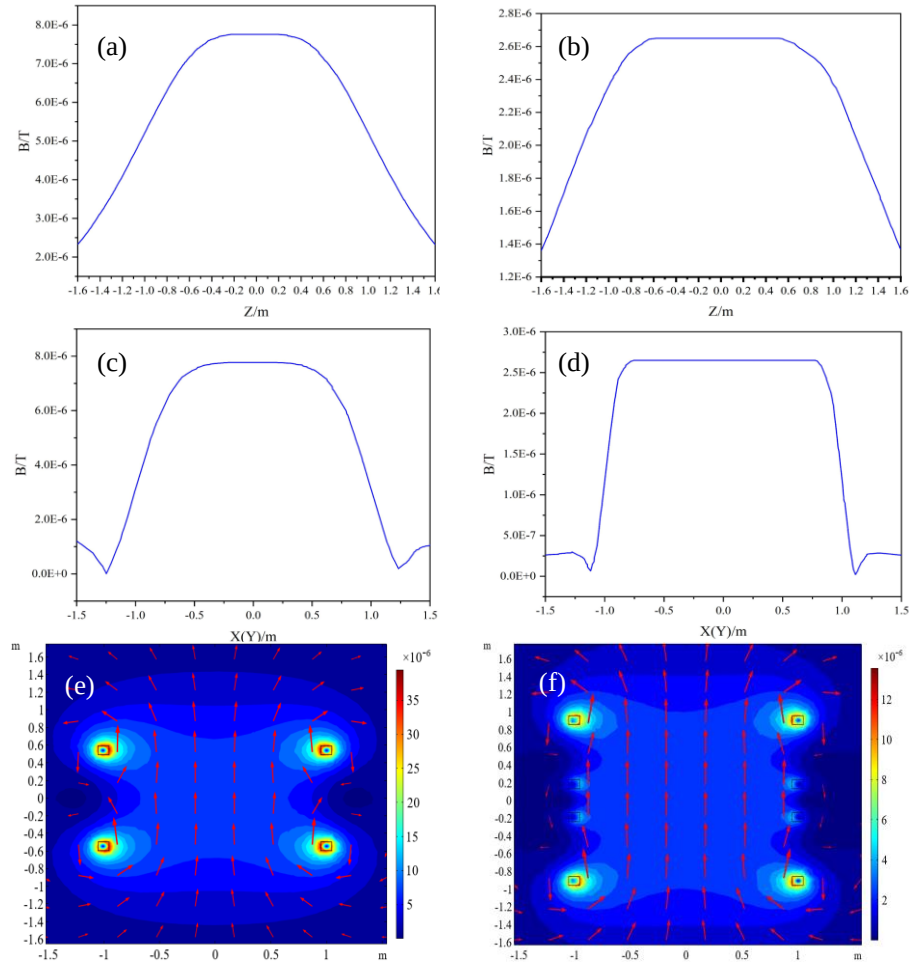


图 5-4 双线圈结构 (a, c, e) 和四线圈结构 ($\alpha=1$) (b, d, f) 之间的磁场比较

对改进算法和有限元分析结果的综合评估表明,在检查中心磁场强度和均匀磁场区域范围时,改进算法得出的线圈参数表现出优于传统麦克劳林展开法获得的参数。这种优势主要源于狼群算法和杨氏双缝算法先进的多目标优化能力,它能够熟练地管理具有复杂相互关系的多目标问题,同时解决优化目标之间的竞争,确保发现全局最优解。相比之下,麦克劳林展开法由于其处理复杂优化问题的方法相对单一,可能无法有效处理各种尖锐现象或快速找到理想的

全局最优解。有限元分析的使用也为本研究提供了直观的数据可视化，使本研究能够更好地理解和分析问题，从而使解决方案更加相关和有效。除了狼群算法之外，本研究还使用了最新的杨氏双缝算法对参数优化进行了补充，在某些条件下杨氏双缝获得了更优的参数，将两种算法获得的最优参数结合后最终结果如表 5-2。本研究的研究结果突出了智能算法在优化问题中的独特优势，并表明智能优化算法在复杂物理问题中的应用可以带来更高效、更准确的解决方案。这不仅对研究人员寻找磁场优化的解决方案具有重要意义，而且为工程设计、制造和科学研究等其他相关领域提供了有价值的参考。

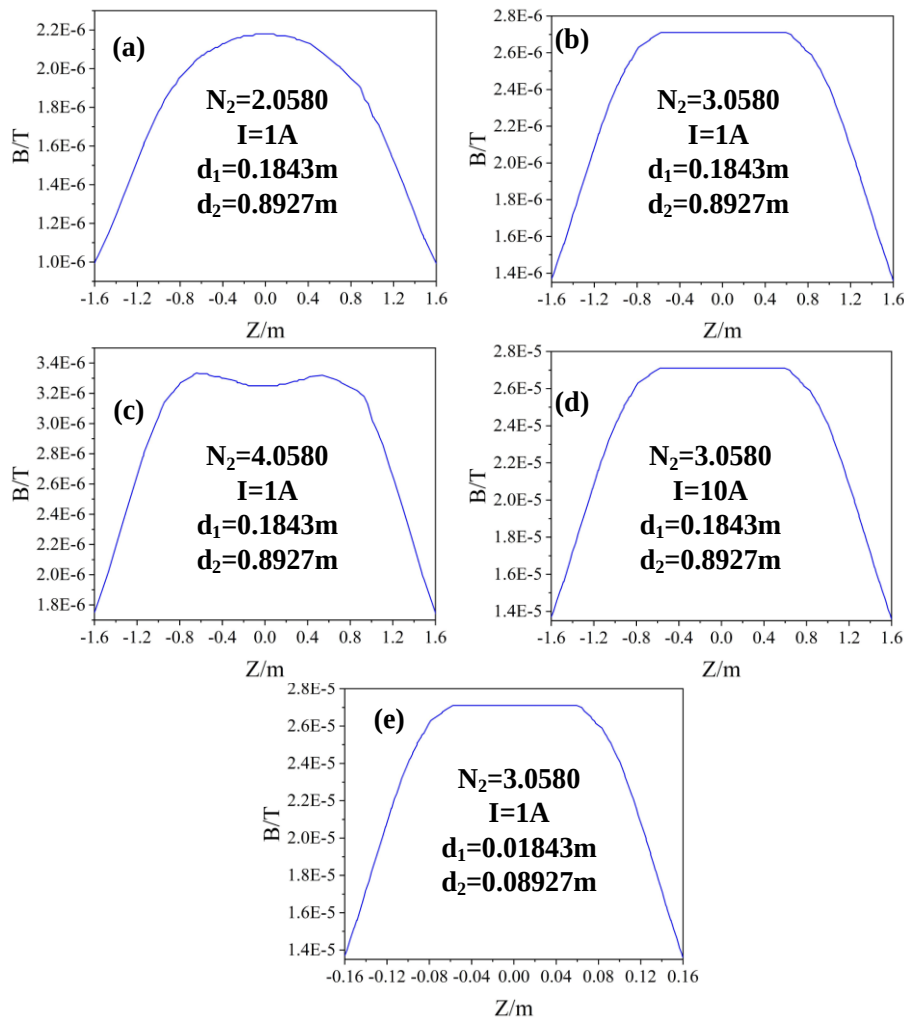


图 5-5 不同条件下 Z 轴上的磁场分布

理论分析表明，线圈绕组密度的增加可有效调控磁场强度分布，表 5-1 与表 5-2 的对比数据显示：当 $\alpha=1.2$ 时，系统呈现最大绕组密度及相应磁场强度极值，而 $\alpha=0.8$ 则对应最小绕组密度与最弱磁场强度。然而，绕组参数的调整会引发

磁场梯度分布发生显著畸变，导致轴向均匀性特征被破坏。因此，为在维持均匀性指标的前提下获得目标磁场强度，需通过提升单匝电流密度实现场强调控，其物理机制如图 5-5 所示。数值模拟结果（图 5-5(c)-(e)）揭示磁场强度与激励电流及系统特征尺度均呈现严格线性关联特性：当激励电流提升一个数量级时，磁感应强度同步实现等比例增益；而系统特征尺度缩减至原尺寸的 1/10 时，磁场强度则产生等效增强效应。基于上述参数关联模型的精确构建，本研究成功实现了四线圈系统的优化配置设计。

5.3 多方向磁场分量分析

表 5-5 不同 α 在不同方向上每个坐标的磁场强度

α	coordinates	Bx(T)	By(T)	Bz(T)
0.8	(0, 0, 0)	4.8138E-11	4.8138E-11	1.6006E-06
	(0.1, 0.1, 0.1)	2.3599E-09	2.4723E-09	1.6006E-06
	(0.2, 0.2, 0.2)	9.6053E-09	9.7446E-09	1.5999E-06
	(0.4, 0.4, 0.4)	3.2153E-08	3.2400E-08	1.5836E-06
	(0.6, 0.6, 0.6)	-5.1831E-08	-5.1350E-08	1.5423E-06
1	(0, 0, 0)	0.0000E+00	0.0000E+00	2.0764E-06
	(0.1, 0.1, 0.1)	2.5986E-09	2.6021E-09	2.0763E-06
	(0.2, 0.2, 0.2)	1.0261E-08	1.0275E-08	2.0753E-06
	(0.4, 0.4, 0.4)	3.4306E-08	3.4359E-08	2.0575E-06
	(0.6, 0.6, 0.6)	-1.0100E-08	-1.0061E-08	2.0204E-06
1.2	(0, 0, 0)	0.0000E+00	0.0000E+00	2.9621E-06
	(0.1, 0.1, 0.1)	2.0634E-09	2.0677E-09	2.9621E-06
	(0.2, 0.2, 0.2)	8.0492E-09	8.0669E-09	2.9612E-06
	(0.4, 0.4, 0.4)	2.4932E-08	2.5006E-08	2.9458E-06
	(0.6, 0.6, 0.6)	-1.9862E-08	-1.9721E-08	2.9212E-06

前文的磁场优化以 z 方向磁场分量为主，但在三轴系统中不同方向的磁场分量将会产生更大的影响，所以本节中探究了不同方向的磁场分量。为了评估方形亥姆霍兹线圈在不同方向上产生的磁场分量的大小，本研究选择了不同 α 值的坐标进行计算，参数选择为 5.2 节中 $\varepsilon=0.1\%$ 时的最优值。表 5-5 证明了为什么传统计算忽略了 x 和 y 分量，在坐标轴中点附近的 x 方向和 y 方向的无线磁场强度趋于 0，与 z 方向的磁场强度差超过 2 个数量级。图 5-6 可以看出，当磁场的 x 方向和 y 方向发生剧烈变化时，坐标会收敛到线圈，因此本研究计算了

$x=y=z$ 、 $-x=y=z$ 、 $x=y=0$ 三条直线在 x 方向上的磁场变化。 x 方向上的磁场强度有两个不同的磁场变化强度节点，一个发生较小的磁场变化，另一个发生剧烈变化。如图所示，磁场强度突变的节点可能对磁场均匀性产生影响。在追求更高均匀性的研究中，该现象值得深入探究。

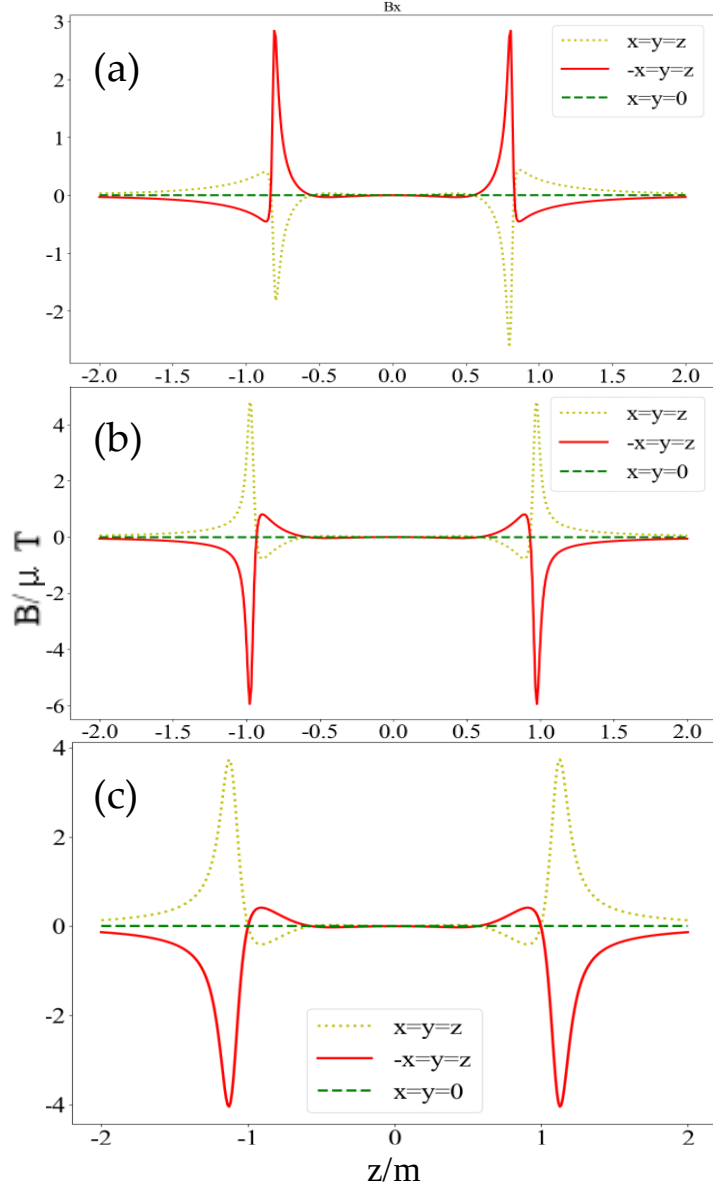


图 5-6 x 方向上的磁场分布，(a) (b) (c) 是在 $x=y=z$ 、 $-x=y=z$ 和 $x=y=0$ 的三条直线上 x 方向上 $\alpha=0.8$ 、1 和 1.2 的磁场分布

三轴线圈系统是一种非常重要的应用方法^[84]，本研究为其设计了一个相关模型。如图 5-7 所示，三轴线圈的配置和尺寸旨在所有轴上保持一致。然而，在实践中，三个方向上的线圈之间会出现轻微的差异，以防止重叠。为了解决

这个问题，本研究评估了均匀区域内的磁场强度，旨在协调它们并减少对系统整体均匀性的任何负面影响。这种调整对于解决这些尺寸差异引起的磁场不准确至关重要。三轴系统的相关参数将是本研究未来研究的重点。

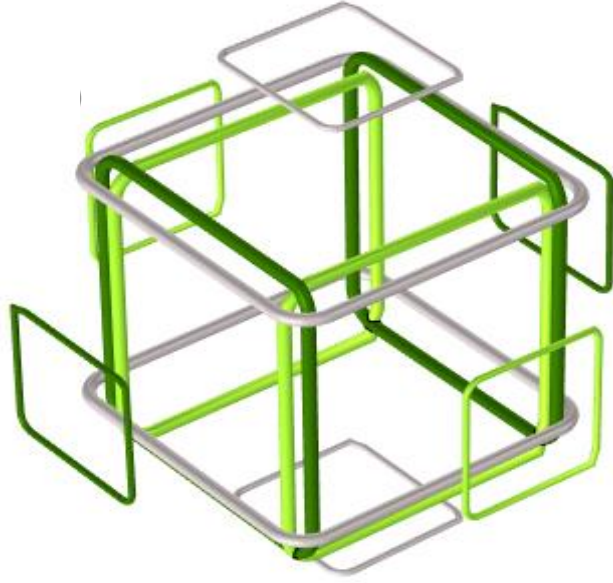


图 5-7 三维亥姆霍兹线圈结构图

5.4 本章小结

本章深入探讨了传统和改进算法在亥姆霍兹线圈设计和优化中的应用，并分析了其磁场分布特性。首先，通过分析传统方法的结果，本研究了解到在不同 α 值和相对偏差 ε 条件下，线圈的结构参数对磁场均匀性的影响。本研究发现，随着 ε 的增加，最佳的线圈距离 d_1 和 d_2 逐渐减小，导致系统体积的缩小和均匀磁场覆盖效率 ECR 的提高。此外， α 的变化对 ECR 产生了一定的影响，其中在 $\alpha=1$ 附近 ECR 达到最大值，显示了参数选择对优化结果的重要性。在应用改进的狼群算法和杨氏双缝算法后，本研究获得了更加优异的方形亥姆霍兹线圈结构参数，尤其是在高均匀性条件下。四线圈结构的引入显著提升了磁场的均匀性和空间比例。有限元模拟结果表明，与传统双线圈配置相比，四线圈结构能够在受限空间内提供更大的均匀磁场，且中心区域的磁场强度和均匀性均得到了显著改善。这些结果验证了智能优化算法在复杂物理问题中的优势，提高了磁场设计的效率和准确性。在进一步的分析中，研究还探讨了线圈匝数和

系统尺寸对磁场强度的影响。结果表明，增加单匝电流是增强磁场强度的有效方法，而简单增加匝数会破坏磁场的均匀性。此外，本研究还考察了在不同空间坐标位置 x 、 y 、 z 上的磁场分量。实验结果表明，尽管在某些极端位置磁场分量发生了显著变化，但整体来看 x 和 y 方向的磁场影响较小，绝大部分情况下都低于 z 方向的两个数量级，这为忽略这些分量在设计中的重要性提供了一定依据。最后，章节介绍了三轴线圈系统的初步设计。本研究着重分析了其在多轴上均匀磁场的生成能力以及可能面对的结构调整问题，以期在后续研究中获得进一步的发现和改进。

综上所述，本章通过详细的仿真和优化证明了改进算法和新型线圈配置对磁场设计的积极作用，指出了实现高效、均匀磁场的可行路径，为未来更复杂的多轴磁场系统研究奠定了基础。

第6章 总结与展望

6.1 工作总结

均匀磁场技术的演进与创新设计始终是提升现代科技应用效能的关键，其中亥姆霍兹线圈作为经典解决方案的局限性日益凸显。本研究聚焦传统线圈在磁场均匀性与空间利用率的瓶颈问题，通过系统性重构与多维度优化，提出具有突破性的解决方案。

研究始于对传统线圈结构的革新。通过引入方形四线圈模块化系统，突破传统圆形结构的空間约束。该设计利用几何对称性优化磁通分布，在相同体积下不仅扩展有效工作区域，还显著降低能量损耗。模块化架构赋予系统更强的适应性，使其可根据应用场景灵活调整布局，而方形结构的边缘磁场叠加效应则使中心区域均匀度得到本质提升。在此结构创新的基础上，研究进一步攻克参数优化的核心难题。针对线圈参数的非线性耦合特性，提出改进狼群算法与多狭缝干涉模型的双重优化策略。动态权重调节机制增强算法的全局搜索能力，并以此改进了狼群算法和杨氏双缝算法。通过 CEC 2022 基准测试验证，该混合算法在优化精度与效率上均超越传统方法，成功实现间距、匝数与电流参数的多目标协同优化。

为支撑新型线圈的精确设计，研究同步革新磁场计算理论。通过建立三维全矢量分析模型，将传统二维平面的磁场计算拓展至空间维度。完整考虑 x 、 y 、 z 方向分量的微分方程组显著提升计算精度，其灵活参数化表达为复杂场景的磁场预测提供了可靠工具。理论突破的有效性通过 COMSOL 多物理场仿真获得验证。三维建模结果表明，优化后的线圈系统在磁场均匀性与强度上实现量级提升。特别是在动态负载条件下，系统展现出更稳定的磁场特性，这为高精度工业检测与生物医学应用奠定了技术基础。

研究的延伸探索已触及多轴协同调控领域。通过构建三轴线圈原型系统，初步解决多线圈耦合干扰的关键问题。该架构采用分层正交设计与自适应补偿机制，为未来实现空间矢量磁场的精密控制开辟了新路径。这种从单轴优化到

多轴集成的技术演进，标志着均匀磁场技术正向多维化、智能化方向深度发展。

6.2 展望

尽管本研究已在优化亥姆霍兹线圈结构和性能方面取得了一些成果，但尚有一些领域值得进一步探索和改进。未来的研究工作可以从以下几个方面展开：

（1）三轴线圈系统： 方形亥姆霍兹线圈三轴线圈系统的未来展望将聚焦于多领域协同创新与精密化发展。随着量子精密测量、生物磁成像及微纳器件测试需求的增长，系统设计将朝高均匀性、宽频响及多物理场耦合方向优化。向量计算方法可以获得不同方向的磁场分量，能够更加精确地计算磁场变化，满足实际工程中高精度的要求。

（2）智能算法深度融合： 将强化学习与物理信息神经网络（PINN）引入优化过程，构建"算法-仿真-实验"闭环优化系统。通过迁移学习实现不同尺度线圈系统的参数快速迁移，解决传统算法在超多参数（>20 维）优化中的"维度灾难"问题，能够解决复合载流线圈在复杂环境中存在更多变量的问题。

（3）新型材料与结构创新： 研究高温超导线圈、磁性复合材料等新型材料的应用潜力。针对 3D 打印工艺开发拓扑优化线圈结构，通过仿生分形设计提升空间利用率。探索基于超表面结构的磁场整形技术，突破传统线圈的几何约束。

综合来看，亥姆霍兹线圈的研究与改进在现代科技中意义重大。随着新技术和新材料的不断涌现，相信亥姆霍兹线圈将在更广泛的领域展示其独特价值，为科技进步和社会发展作出更大贡献。随着后续研究的深入，本研究满怀期待未来更高效、更精准的磁场生成技术将逐步变为现实，为更多领域的发展注入新动力。在三轴系统中，希望本研究提出的向量算法可以使得方向亥姆霍兹线圈在高精度要求下得到更好地运用。

参考文献

- [1] 何雨璐, 封锋, 王泽文, 等. 基于均匀磁场标定的微动力测试平台研究[J]. 固体火箭技术, 2024, 47(05):730-737.
- [2] 杨保东, 薛朝, 周海涛. 基于磁柱型轴向均匀磁场产生装置的法拉第磁致旋光仪及实验设计[J]. 实验技术与管理, 2024, 41(07):134-139.
- [3] 徐亚丛, 郑晓娟, 孙善强, 等. 三维均匀磁场控制系统设计与应用分析[J/OL]. 天津理工大学学报, 2024:1-6.
- [4] 张兴驰, 费俊华, 李慧娴, 等. 一种螺线管磁场均匀性改进方法的模拟与分析[J]. 大学物理, 2024, 43(03):51-54+66.
- [5] Adrien Thabuis, Maribel Caceres Rivera, Ren Xiaotao, etc. Topology Optimization of an Electromagnet Manipulator for 3-D Uniform Magnetic Field Generation[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2023, 59(5): 8000404.
- [6] Zhan Haolin, Huang Yuqing, Wang Xinchang, etc. Highly Efficient Determination of Complex NMR Multiplet Structures in Inhomogeneous Magnetic Fields[J]. Analytical chemistry, 2021, 93(4):2419-2423.
- [7] 刘庭伟, 彭博文, 徐雅洁, 等. 一种用于磁共振波谱仪的主动匀场电源设计[J]. 波谱学杂志, 2024, 41(02):117-127.
- [8] Zhao A Hui, Zhang Yong Le, Liang Yue Yue, etc. Realization of an optimized cylindrical uniform magnetic field coil via flexible printed circuit technology[J]. Chinese Physics B, 2024, 33(12):120702.
- [9] 耿跃华, 王欣瑜, 翁玲, 等. 磁传感器检测磁性纳米粒子方法研究[J]. 传感器与微系统, 2024, 43(03):22-25+30.
- [10] 周明行, 毛燧, 黄显. 磁性材料控制与生物医学应用研究进展[J]. 电子测量与仪器学报, 2023, 37(08):1-10.
- [11] 王昭. 磁场中环状碳纳米卷电子结构的紧束缚法研究[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2019, 56(01):119-124.
- [12] 杜磊, 陈振, 户恒在, 等. 空间非合作目标非接触式电磁消旋方法综述[J/OL].

系统工程与电子技术, 2024:1-19.

- [13] 李享, 李欣岩, 黄卡玛, 等. 基于均匀磁场的 WPT 系统抗偏移方法仿真与优化[J]. 真空电子技术, 2023, (03):56-60.
- [14] 张健, 陈绍露, 张绍华, 等. 共轴多组充退磁线圈均匀磁场优化设计研究[J]. 强度与环境, 2022, 49(05):36-42.
- [15] 宋新昌. 亥姆霍兹线圈及麦克斯韦线圈磁场分布及均匀性比较[J]. 磁性材料及器件, 2016, 47(05):16-18+77.
- [16] 王之魁, 樊庆文, 王德麾, 等. 基于亥姆霍兹线圈的均匀磁场发生器设计分析及应用[J]. 医疗卫生装备, 2014, 35(10):1-3+10.
- [17] 万载, 何为, 沈晟, 等. 超低场磁共振膝关节正交接收线圈设计[J]. 电工技术学报, 2024, 39(07):1923-1931.
- [18] 赵子豪, 张永顺, 郭小熙, 等. 三轴正交组合线圈结构参数优化设计[J]. 机械与电子, 2023, 41(11):3-9.
- [19] 李大龙, 孙相宇, 胡童童, 等. 基于方形亥姆霍兹线圈的磁场发生装置设计[J]. 燕山大学学报, 2023, 47(06):485-491+505.
- [20] 咎会萍, 张引科. 四个平行共轴等大载流方线圈磁场的均匀性分析[J]. 大学物理, 2021, 40(06):14-18+40.
- [21] Zhu Xuehua, Liu Chuangchuang, Su Hao, etc. Design of improved four-coil structure with high uniformity and effective coverage rate[J]. Heliyon, 2023, 9(4):e15193.
- [22] 何祥瑞, 荣灿灿, 刘明海. 基于无线电能传输系统多线圈结构参数优化设计[J]. 电工技术学报, 2021, 36(S2):404-411.
- [23] 肖智磊. Fortran 在“大学物理实验”课程教学中的应用[J]. 华东科技, 2024, (03):44-47.
- [24] 万载, 何为, 沈晟, 等. 超低场磁共振膝关节正交接收线圈设计[J]. 电工技术学报, 2024, 39(07):1923-1931.
- [25] Ya Huang, Li Jiang, Ge Gao, etc. An Improved Calculation Method of Coil Offset on the Large-Caliber Magnetic Field Immunity Testing System for ITER[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(9): 8688-8697.

-
- [26] JJ Abbott. Parametric design of tri-axial nested Helmholtz coils. Review of Scientific Instruments, 2015, 86(5):054701.
 - [27] H. Choi, K. Cha, S. Jeong, etc. 3-D locomotive and drilling microrobot using novel stationary EMA system[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2012, 18(3): 1221-1225.
 - [28] S.J. Kim, G.H. Jang, S.M. Jeon, etc. A crawling and drilling microrobot driven by an external oscillating or precessional magnetic field in tubular environments. Journal of Applied Physics, 2015, 117(17) :17A703.
 - [29] 姜磊 ,王钰, 熊又星. 基于矩形亥姆霍兹线圈的大均匀区改进型三维磁场发生器设计与特性[J]. 磁性材料及器件 , 2016, 47(05):45-50.
 - [30] L Renzhe, R Cancan, L Conghui, etc. Modified tri-axial square Helmholtz coil for omnidirectional wireless power transfer[J]. Electrical Engineering, 2022, 104(6): 4347-4356.
 - [31] Zhu Xuehua, Liu Chuangchuang, Xing Meng, etc. Optimization of composite Helmholtz coils towards high magnetic uniformity[J]. Engineering Science and Technology, 2023, 47:101539.
 - [32] Lu Jixi, Wang Shuying, Lu Fei, etc. Hybrid optimal design of square highly uniform magnetic field coils[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(4): 4236-4244.
 - [33] Yu Xinling, Serralles Jose E C, Giannakopoulos Ilias I, etc. PIFON-EPT: MR-Based Electrical Property Tomography Using Physics-Informed Fourier Networks[J]. IEEE journal on multiscale and multiphysics computational techniques, 2024, 9: 49-60.
 - [34] 王瀚, 范增华, 张坤, 等. 锥形螺旋微机器人的结构设计与三维运动控制[J]. 现代制造工程, 2024, (10):67-71+66.
 - [35] Xu Yujing, Liu Zhongyan, Zhang Qi, etc. A geomagnetic vector compensation method compatible with nonlinear interferences based on back propagation network and 3D Helmholtz coil[J]. The Review of scientific instruments, 2023, 94(3):035111.

-
- [36] Alsangur Rahime, Doğanay Serkan, Ates Ismet, etc. 3D Helmholtz coil system setup for thermal conductivity measurements of magnetic nanofluids[J]. Mechatronics, 2023, 94:103019.
 - [37] S Naito, M Murayama, S Hatakeyama, etc. Stabilization of vertical plasma position in the PHiX tokamak with saddle coils[J]. Nuclear Fusion, 2021, 61(11):116035.
 - [38] NAITO Shin, SUZUKI Yasuhiro, TSUTSUI Hiroaki. Numerical Analysis of the Vertical Instability Stabilizing Effect of Saddle Coils in Tokamak[J]. Plasma and Fusion Research, 2022, 17(0):2403069.
 - [39] Kim Sungjun, Cho Mingyu, Im Seyeong, etc. Electrical Optimization Method Based on a Novel Arrangement of the Magnetic Navigation System with Gradient and Uniform Saddle Coils[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2022, 22(15):5603.
 - [40] Liu Renzhe, Rong Cancan, Lu Conghui, etc. Modified tri-axial square Helmholtz coil for omnidirectional wireless power transfer[J]. Electrical Engineering, 2022, 104(6):4347-4356.
 - [41] 董昌华, 张永顺. 临床应用方形与圆形亥姆霍兹线圈对比研究[J]. 机电技术, 2016, (03):2-5.
 - [42] 李大龙, 孙相宇, 胡童童, 等. 基于方形亥姆霍兹线圈的磁场发生装置设计[J]. 燕山大学学报, 2023, 47(06):485-491+505.
 - [43] J.C Maxwell. A Treatise on Electricity and Magnetism[M]. Oxford City: Oxford University Press, 1865:299-312.
 - [44] H König, K Kuper. Möglichkeiten der kernspintomographischen Nebennierendiagnostik. Erste Erfahrungen unter Anwendung einer Helmholtz-Oberflächenspule[J]. RoFo : Fortschritte auf dem Gebiete der Rontgenstrahlen und der Nuklearmedizin, 1987, 146(4):425-428.
 - [45] B F Siskin, M Kanje, G Lundborg, etc. Stimulation of rat sciatic nerve regeneration with pulsed electromagnetic fields[J]. Brain research, 1989, 485(2):309-316.
 - [46] G Bongartz, E Bock, T Horbach, etc. Degenerative cartilage lesions of the hip—magnetic resonance evaluation[J]. Magnetic resonance imaging, 1989, 7(2): 179-186.

-
- [47] Schill Jr. Robert A, Karin Hoff. Characterizing and calibrating a large Helmholtz coil at low ac magnetic field levels with peak magnitudes below the earth's magnetic field[J]. Review of Scientific Instruments, 2001, 72(6):2769-2776.
 - [48] J. Yuan, B.W. Filippone, D. Fong, etc. A double-focusing Helmholtz-coil spectrometer[J]. Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, A, 2001, 465(2-3):404-413.
 - [49] H Ha Yong, H Han Byung, Y Lee Soo. Magnetic propulsion of a magnetic device using three square-Helmholtz coils and a square-Maxwell coil.[J].Medical & biological engineering & computing,2010,48(2):139-145.
 - [50] Giovannetti Giulio, Burov Denis, Galante Angelo, etc. Full-Wave Simulation of a Helmholtz Radiofrequency Coil for Magnetic Resonance Applications[J]. Technologies, 2024, 12(9): 150.
 - [51] 曹树石, 王学忠, 陈辰嘉. 亥姆霍兹型超导磁体及光学杜瓦瓶[J]. 物理, 1983, (08):470-472.
 - [52] 征道明. 亥姆霍兹线圈的均匀磁场区[J]. 沈阳工业大学学报, 1987, (04):119-126.
 - [53] 张欣. 高灵敏度数字式毫特仪的研制及在亥姆霍兹线圈磁场测量中的应用[J]. 大学物理实验, 2001, (04):34-38.
 - [54] 何冰心,王瑞东,孟凡茂.霍尔效应法测量亥姆霍兹线圈空间磁场均匀区[J].沈阳师范大学学报(自然科学版),2005,(04):26-28.
 - [55] Peng Jianping, Tian Guiyun, Wang Li, etc. Investigation into eddy current pulsed thermography for rolling contact fatigue detection and characterization[J]. NDT & E International, 2015, 7472-7480.
 - [56] Xu Wei, Ge Jian, Yu Hong, etc. Optimization Design Method of Spherical Magnetic Field Generation Coil Based on Differential Evolution Algorithm:Regular Papers[J]. Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 2023, 27(3):490-495.
 - [57] Xin Wenhui, Yan Guozheng, Wang Wenxin. Study of a wireless power transmission system for an active capsule endoscope[J]. The international journal

- p of medical robotics + computer assisted surgery: MRCAS, 2010, 6(1):113-122.
- [58] Gong Lingling, Li Xiaoyu, Li Yuhui, etc. Single-block measurement for the cryogenic permanent magnet undulator sorting[J]. Radiation Detection Technology and Methods, 2021, 5: 83-89.
- [59] 胡波, 石文森. 亥姆霍兹线圈磁场均匀性的研究[J]. 大学物理, 1991, (10):10-14.
- [60] 王建成, 陈燊年. 磁各向异性的毕奥-萨伐尔定律及其应用[J]. 华侨大学学报 (自然科学版), 1989, (02):125-132.
- [61] B. Khosropour, S. K. Moayedi. Application of Biot–Savart law and generalized uncertainty principle[J]. International Journal of Geometric Methods in Modern Physics, 2019, 16(4): 1950065.
- [62] A. V. Gorshkov. Associated Weber–Orr Transform, Biot–Savart Law and Explicit Form of the Solution of 2D Stokes System in Exterior of the Disc[J]. Journal of Mathematical Fluid Mechanics, 2019, 21(3):1-14.
- [63] 丁莹, 董全林, 赵伟霞, 等. 两类鞍形线圈产生磁场均匀性效能的研究[J]. 计量学报, 2016, 37(06):638-643.
- [64] Wu Wenfeng, Zhou Binqun, Liu Gang, etc. Novel nested saddle coils used in miniature atomic sensors[J]. AIP Advances, 2018, 8(7):075126.
- [65] Kim Sungjun, Cho Mingyu, Im Seyeong, etc. Electrical Optimization Method Based on a Novel Arrangement of the Magnetic Navigation System with Gradient and Uniform Saddle Coils[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2022, 22(15):5603-5603.
- [66] 赵伟霞, 董全林, 孙茂多, 等. 一种圆鞍形磁屏蔽线圈的设计与性能研究[J]. 计量学报, 2015, 36(05):540-545.
- [67] Zhao Lingqiang, Lyu Yaguo, Liu Fulin, etc. Experimental Investigation on the Effect of Coil Shape on Planar Eddy Current Sensor Characteristic for Blade Tip Clearance[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2024, 24(18):6133.
- [68] Wang Jun, Chi Qingguang. Structure optimization of transmission coil of wireless power transmission system for rail transit vehicles[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2024, 2876(1):012005.

- [69] R. Hurtado-Velasco, J. Gonzalez-Llorente. Simulation of the magnetic field generated by square shape Helmholtz coils[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(23):9835-9847.
- [70] L Brandolini, L Colzani, B Gariboldi, etc. Euler-MacLaurin Summation Formula on Polytopes and Expansions in Multivariate Bernoulli Polynomials[J]. Journal of Fourier Analysis and Applications, 2023, 29(3):33.
- [71] Qi Feng. Absolute Monotonicity of Normalized Tail of Power Series Expansion of Exponential Function $\dagger$ [J]. Mathematics, 2024, 12(18):2859-2859.
- [72] R. Senthamil Selvi, K. Fathima Bibi. Feature Selection of Multi-class Data Sets Based on Enhanced Binary Gray Wolf Algorithm and Ant Colony Optimization Algorithm[J]. SN Computer Science, 2024, 5(8):1076-1076.
- [73] S. J. Niranjana, M. L. Raviprakash, J. Ananda Babu. Spiralizer Strategy with Wolf Pack Algorithm and Temporal Convolution Network - Gated Recurrent Unit for Coconut Crop Yield Prediction[J]. SN Computer Science, 2024, 5(8):1108-1108.
- [74] Rohit Salgotra, Supreet Singh, Urvinder Singh, etc. Marine predator inspired naked mole-rat algorithm for global optimization[J]. Expert Systems With Applications, 2023, 212: 118822.
- [75] Supreet Singh, Nitin Mittal, Anand Nayyar, etc. A hybrid transient search naked mole-rat optimizer for image segmentation using multilevel thresholding[J]. Expert Systems With Applications, 2023, 213(B): 119021.
- [76] Mohamed Abdel-Basset, Doaa El-Shahat, Mohammed Jameel, etc. Young's double-slit experiment optimizer: a novel metaheuristic optimization algorithm for global and constraint optimization problems. Comput Method Appl Mech Eng, 2023, 403: 115652.
- [77] Luo J. Bill, Francis Leia, Fajardo Rodríguez Valeria, etc. Young's double-slit interference demonstration with single photons[J]. American Journal of Physics, 2024, 92(4):308-316.
- [78] Gureyev E Timur, Hall J Chris, Arhatari Benedicta, etc. Young's double-slit interference with single hard X-ray photons.[J]. Optics express, 2024,

32(11):19294-19307.

- [79] Hu Gang, Guo Yuxuan, Zhong Jingyu, etc. IYDSE: Ameliorated Young's double-slit experiment optimizer for applied mechanics and engineering[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2023, 412: 116062.
- [80] Qin Song, Liu Junling, Bai Xiaobo, etc. Fractional-Order Boosted Hybrid Young's Double-Slit Experimental Optimizer for Truss Topology Engineering Optimization[J]. Biomimetics, 2024, 9(8):474-474.
- [81] Shahat El Doaa, Basset Abdel Mohamed, Talal Nourhan, etc. BYDSEX: Binary Young's double-slit experiment optimizer with adaptive crossover for feature selection: Investigating performance issues of network intrusion detection[J]. Knowledge-Based Systems, 2024, 305:112589.
- [82] 华建兵, 张团善, 金家升, 等. 基于 COMSOL 的电磁选针器性能优化[J]. 针织工业, 2024, (11):63-66.
- [83] 程珍珍, 李睿智, 祁林, 等. 基于 COMSOL 仿真软件的电涡流传感器教学探索[J]. 科技资讯, 2024, 22(11):213-217.
- [84] 李辉, 张永顺. 三轴正交亥姆霍兹线圈的磁场均匀性分析[J]. 现代机械, 2019, (04):1-5.

攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] Xuehua Zhu, **Juntao Ye**, Ziruo Ren, etc. Design of high uniform magnetic field with four coils based on improved wolf pack algorithm. Engineering Science and Technology, an International Journal, 2025, 61: 101944.
- [2] Xuehua Zhu, Meng Xing, **Juntao Ye**, etc. Design and optimization of a novel solenoid with high magnetic uniformity. Scientific Reports, 2024, 14(1): 24650.

致 谢

漫漫三载求学路，悠悠岁月峥嵘稠。始于桑落，别于夏荷，回首来时路，百感交集。回忆这段学术生涯，点滴汇聚的不仅是知识的增长，更是自身能力的升华。三年的时光让我学会了如何正确面对问题与挑战，不仅丰富了知识储备，也锤炼了处理问题的能力。然而，求学之路从来不是一帆风顺的，前路充满泥泞与崎岖，也曾几次在艰难时刻萌生放弃的念头，但最终还是选择了坚持。每当课题陷入瓶颈时，是老师和挚友们的鼓励与支持让我重拾信心，得以完成学业。如今在毕业论文即将完成之际，我想向那些曾在我的求学路上给予帮助的人表达最诚挚的谢意。

首先，我要向我的导师朱学华副教授表达由衷的感激。朱老师在论文选题、撰写、实验开展以至最后定稿全程都给予了我细致的指导和宝贵的建议，所有的学术成果无不凝聚着朱老师的谆谆教诲与心血。朱老师严谨的治学态度、渊博扎实的理论学识、缜密的学术思维深深地影响着我的行为与认知，让我受益无穷。而在生活方面，朱老师也极为关心学生的身心健康，总能在我焦虑时及时开导，让我学会乐观积极地面对人生，领悟到困境中的每一次磨难其实都是成长的契机。涓涓师恩，如春风化雨，必将铭于心间。在此，衷心祝愿朱老师事业蒸蒸日上，身体康健，家庭幸福，万事如意。

其次，我要感谢 1 教 404 实验室的学术同伴和师兄师姐们——汪众、赵晓慧、刘闯闯师兄、邢猛师兄、程洪德师兄以及苗宇彤师姐。每一次与大家讨论课题进展，我都能收获新思路，碰撞出智慧的火花。是大家的无私帮助和鼓励，让我的学术生涯更加充实，科研工作变得不再孤单。希望这份同窗情谊能够跨越时间长河，历久弥香。我还要特别感谢我的舍友顾涛、王懿辰和武逸飞。因为有他们的陪伴与支持，使我的生活不再孤军奋战，每一次低谷时他们的鼓舞让我有勇气继续前行。

最后，我要特别感谢我的家人。不辞辛劳的付出与细致入微的关怀，让我在学校里得以心无旁骛地专注于学业。是他们的深切期盼和支持，成为我不断前进的动力。每一份努力，每一份坚持，都是为了不辜负家人的期待。在未来

的日子里，我定会用双手加倍报答他们的恩情，愿我的家人永远幸福安康。

三年的岁月成就了今天的我，也让我明白，人生路上的每一次跌倒都孕育着成长，每一次坚持都胜过千言万语。感谢所有一路支持和陪伴我的人，是你们让我坚信未来可期，梦想可达。此外，还要由衷感谢各位专家和教授在百忙之中对本研究的审阅，我会认真听取你们提出的宝贵意见和批评，让论文内容与结构更加充实和完善。

尚德敏学 唯实惟新

