

分类号: TU473.1

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2211410103

题 目 锥形桩水平承载性能与模态特性研究

题 目 Research on the Horizontal Bearing Performance and
Modal Characteristics of Tapered Pile

学生姓名: 何雨

指导老师: 张金轮

专 业: 应用力学与工程结构

研究方向: 桩基础工程

论文答辩时间: 2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：何雨

日期：2025年5月16日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：何雨

日期：2025 年 5 月 16 日

指导老师签名：张金托

日期：2025 年 5 月 16 日

锥形桩水平承载性能与模态特性研究

摘 要

锥形桩是一类实用与高效的变截面桩型，在满足力学性能要求的前提下，能够有效的节约原料，且展现出良好的掘进性能；其侧向渐变构造改变了桩周土的天然结构状态，得以充分发挥桩土间的相互作用，具有良好的承载传力结构特性。目前，针对锥形桩原型和模型在水平静力荷载及其模态下的相似性研究还不够充分，难以凭借模型实验反映原型桩的力学行为，基于此，开展本文研究。

本文选取均质砂土地基中的锥形桩为研究对象，借助数值模拟研究原型桩和模型桩之间的相似性，探讨了缩尺模型的合理性，并通过模型实验分析了锥角对锥形桩水平静力特性和模态特性的影响。主要研究内容与结论如下：

（1）基于相似理论，在满足模型实验制作条件的基础上，设计了几何相似比为 1:10 的锥形桩-土系统缩尺模型，并推导了模型桩和原型桩的相似关系。运用 ABAQUS 有限元软件建立桩-土系统三维实体模型，对模型桩和原型桩的水平静力性能以及桩-土系统的模态特性进行了分析。研究表明：模型桩和对应原型桩的桩身水平位移和弯矩沿着埋置深度的变化规律具有良好的相似性；在允许的水平位移范围内，模型桩和对应原型桩的桩顶侧向刚度随锥角和桩长的增加呈现出先增大后趋于平缓的规律；不同尺寸的桩-土系统的频率比值集中在 9~15 之间，满足相似关系。提出的缩尺模型桩能较好地反映原型桩的水平静力性能，可为锥形桩的模型实验提供参考。

（2）采用室内模型实验与数值模拟，分析了水平静力荷载作用

下桩径 30mm、长径比 15 的等截面桩与等体积变换的锥形桩承载性能。在相同荷载条件下锥形桩的桩顶水平位移小于等截面桩，表明了锥形桩抵抗水平位移的能力优于等截面桩。对比模型实验和数值模拟结果，模型桩的桩顶水平位移和桩身弯矩整体变化规律较为接近，处于合理范围之内。进一步说明，所设计的锥形桩模型能够较好反映原型桩的水平静力特性。

（3）通过锥形桩的模态测试实验，分析了水平简谐激励荷载下桩径 30mm、长径比 10 的等截面桩与等体积变换锥形桩的响应特性以及频率随锥角的变化关系。锥形桩的桩顶水平位移响应幅值小于等截面桩；不同模型桩同一位置测点的加速度响应不同，测点 C1 的加速度幅值随锥角增加而减小，位于桩身加载侧的土体受到明显挤压。等体积模型桩的频率在一定范围内变化，锥形桩的固有频率整体小于等截面桩。

关键词：锥形桩；相似原理；模型实验；水平承载性能；模态特性

RESEARCH ON THE HORIZONTAL BEARING PERFORMANCE AND MODAL CHARACTERISTICS OF TAPERED PILE

ABSTRACT

Tapered pile is a kind of practical and efficient variable section pile, which can effectively save raw materials and show good driving performance under the premise of meeting the requirements of mechanical properties. The lateral gradient structure changes the natural structural state of the soil around the pile, gives full play to the interaction between the pile and soil, and has good structural characteristics of load-carrying force transmission. At present, the research on the similarity between the prototype and model of tapered pile under horizontal static load and its modes is not sufficient, and the mechanical behavior of the prototype pile cannot be reflected by model experiments. Based on this, this paper carries out the research.

In this paper, the tapered pile in the homogeneous sandy soil foundation is selected as the research object, the similarity between the prototype pile and the model pile is studied by numerical simulation, the rationality of the scaled model is discussed, and the influence of the taper angle on the horizontal static and modal characteristics of the tapered pile is analyzed by model experiment. The main research contents and conclusions are as follows:

(1) Based on the similarity theory, a scaled model of tapered pile-soil system with geometric similarity ratio of 1:10 was designed, and the similarity relationship between the model pile and the prototype pile was

deduced. The three-dimensional solid model of pile-soil system was established by ABAQUS finite element software, and the horizontal static properties of model pile and prototype pile and the modal characteristics of pile-soil system were analyzed. The results show that: The horizontal displacement and bending moment of the pile body along the buried depth of the model pile and the prototype pile have good similarity. Within the allowable horizontal displacement range, the lateral stiffness of the pile top of the model pile and the prototype pile increases first and then tends to be gentle with the increase of the taper angle and pile length. The frequency ratio of pile-soil systems with different sizes is concentrated between 9 and 15, which satisfies the similarity relationship. The proposed scale model pile can reflect the horizontal static properties of the prototype pile well, and can provide a reference for the model experiment of tapered pile.

(2) Laboratory model experiment and numerical simulation are used to analyze the bearing capacity of pile with diameter 30mm and length-diameter ratio 15 and tapered pile with constant volume change under horizontal static load. Under the same load conditions, the horizontal displacement of the top of the tapered pile is smaller than that of the pile with equal section, which indicates that the resistance of the tapered pile to the horizontal displacement is better than that of the pile with equal section. Compared with the results of model experiment and numerical simulation, the overall variation rules of the horizontal displacement of the pile top and the bending moment of the pile body of the model pile are close to each other, and are within the reasonable range. It is further indicated that the designed tapered pile model can better reflect the horizontal static characteristics of the prototype pile.

(3) Through the modal test of tapered pile, the response characteristics and frequency variation of tapered pile with diameter 30mm and length-

diameter ratio 10 are analyzed under horizontal harmonic excitation load. The horizontal displacement response amplitude of tapered pile is smaller than that of equal section pile. The acceleration response of different model piles at the same position is different. The acceleration amplitude of C1 decreases with the increase of taper angle, and the soil at the loading side of the pile is obviously squeezed. The frequency of equal volume model pile changes in a certain range, and the natural frequency of tapered pile is smaller than that of equal section pile.

Keywords: tapered pile; similarity principle; model experiment; horizontal bearing performance; modal characteristics

目录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状及发展趋势.....	2
1.2.1 锥形桩的理论研究.....	2
1.2.2 锥形桩的数值研究.....	4
1.2.3 锥形桩的实验研究.....	5
1.3 主要研究内容及技术路线图.....	7
1.3.1 主要研究内容.....	7
1.3.2 技术路线图.....	7
第 2 章 锥形桩模型设计及相似性分析.....	9
2.1 模型设计的相关理论.....	9
2.1.1 相似理论的基本概念.....	9
2.1.2 相似三定理.....	11
2.1.3 量纲分析法.....	12
2.2 模型设计的准则和要求.....	12
2.2.1 相似准则的导出.....	12
2.2.2 相似准则依据的条件.....	13
2.2.3 模型材料的选择.....	14
2.2.4 模型设计.....	14
2.3 原型桩和模型桩有限元模型.....	14
2.3.1 桩体几何尺寸.....	15
2.3.2 数值模型及网格划分.....	16
2.3.3 材料设置.....	16
2.3.4 分析步设置.....	17
2.3.5 相互作用设置.....	17
2.3.6 荷载设置.....	18
2.4 数值模型合理性验证.....	18
2.5 模型桩和原型桩的水平静力相似性分析.....	18

2.5.1 桩身位移相似性分析.....	18
2.5.2 桩身弯矩相似性分析.....	23
2.5.3 桩顶侧向刚度相似性分析.....	27
2.6 锥形桩模态特性相似性分析.....	28
2.7 本章小结.....	30
第3章 锥形桩水平静力实验研究.....	32
3.1 室内模型实验概述.....	32
3.1.1 实验装置.....	32
3.1.2 测量系统.....	34
3.1.3 加载系统.....	35
3.2 室内模型实验步骤.....	35
3.2.1 土体填装.....	35
3.2.2 试件定位.....	36
3.2.3 测量元件及加载装置的布置.....	36
3.2.4 实验加载.....	36
3.2.5 数据采集.....	37
3.3 实验结果对比分析.....	37
3.3.1 桩顶水平位移分析.....	37
3.3.2 桩身弯矩分析.....	38
3.3.3 实验与模拟对比验证.....	40
3.4 本章小结.....	44
第4章 锥形桩模态实验研究.....	46
4.1 DHDAS 软件介绍.....	46
4.2 模态实验概述.....	46
4.2.1 测量仪器设备.....	46
4.2.2 测点与仪器布置.....	48
4.2.3 实验加载.....	49
4.2.4 数据采集.....	50
4.3 实验数据和测试结果.....	50
4.3.1 桩顶位移时程响应.....	50
4.3.2 加速度时程响应.....	51

4.3.3 土压力时程响应.....	53
4.3.4.模型桩频率分析.....	55
4.4 本章小结.....	61
第 5 章 结论与展望.....	62
5.1 主要研究结论.....	62
5.2 主要创新点.....	63
5.3 展望.....	63
参考文献.....	64
硕士研究生期间取得的工作成果.....	70
致谢.....	71

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

桩基础是应用最为广泛的一种深基础形式,承担工程设施的全部或者部分荷载,并将荷载传递给地基,同时还具备抵抗上拔荷载和振动荷载的能力。随着桩基础理论体系的持续完善和技术的不断进步,锥形桩(如图 1-1 所示)、楔形桩等变截面桩型,由于其良好的工程性能,逐步受到国内外学者的关注。



图 1-1 圆截面锥形桩

锥形桩是一类实用高效的圆截面变截面桩,其侧向渐变构造可以改变桩周土体的结构状态,改善土体的物理力学性质,具有良好的承载传力结构特性^[1-3]。我国于上世纪 70 年代,初步将圆截面锥形桩、矩形楔形桩等渐变截面桩应用于实践^[4-5],锥形桩沉降小且施工相对方便,可以减少锤击次数,具有良好的掘进性能^[6],适用于半硬性至软塑性的黏土及疏松或中等密实的砂土等一般土层结构,在桥梁、海上风电、港口码头、软弱地基以及挡土支护等工程中,具有显著的技术经济效益^[7]。

目前,锥形桩研究主要集中于各类单桩与群桩基础的竖向承载、沉降特性及沉桩效应等方面^[8-10],对于锥形桩水平静力、模态特性及桩土动力相互作用机理等方面的研究相对较少。由于桩基础水平承载能力不足引发的事故屡见不鲜,例如上海莲花河畔景苑倒楼事件,由于紧邻基坑开挖导致低桩基础水平承载力不足,上部结构连同桩基础发生整体倒塌^[11-12]。随着桩基础在众多领域中的广泛应用,其面临的环境愈发复杂,在风、水流、波浪、撞击等荷载的作用下,桩基础水平

承载能力更不可忽视。

因此, 本文将进行锥形桩水平静力和模态特性模型实验与数值研究。通过数值模型研究不同长径比、锥角的原型桩和模型桩的相似性, 研究锥形桩的水平承载性能和模态特性, 以期为其工程应用提供一定的理论参考。

1.2 国内外研究现状及发展趋势

1.2.1 锥形桩的理论研究

20 世纪 70 年代, 前苏联针对不同锥角的锥形桩进行了系列研究, 并将锥形桩用于工程实践, 取得良好的经济效益。因此, 吸引了众多学者对锥形桩开展了大量的理论研究。Shafaghat 等^[13]针对锥形单桩的承载力提出一种计算公式, 并分析了锥形桩在松散、中等、密实三种砂土中的最佳锥角。李镜培等^[14]假设锥形桩桩侧和桩端应力-沉降分别满足双曲线和双折线模型, 提出锥形桩在均质土和分层土体中的荷载-沉降曲线计算方法。王奎华等^[15]基于极限平衡理论, 推导出破坏模式下锥形桩承载力计算方法; 结果表明, 在一定的范围内增加锥角可以提高锥形桩的极限承载力。周航等^[16]基于 Euler-Bernoulli 梁的挠曲线微分方程, 将桩周土体看作互相单独的弹簧模型, 由此推导出水平荷载作用下锥形桩-土相互作用及桩周土体响应规律的理论计算方法。陈浩华等^[17]假定桩周土体破坏时服从 Mohr-Coulomb 强度准则, 建立锥形桩承载力分析模型, 并提出锥形桩极限承载力增大系数; 结果表明, 存在特定的锥角使承载力增大系数最大。基于 E-Winkler 地基模型, 刘杰等^[18]提出一种考虑桩-土-垫层共同作用的复合地基计算模型, 对于夯实水泥土锥形桩复合地基的承载力随锥角增大而增大, 且在黏性土体中合理的锥角范围为 $1^{\circ}\sim 3.5^{\circ}$ 。杨紫健等^[19]以 Timoshenko 梁为模型, 采用分离变量和传递矩阵法导出锥形桩桩身水平位移、弯矩和剪力的表达式。Polischuk 等^[20]提出一种确定粘性土中螺旋锥形桩承载力的计算方法, 在体积相同的情况下, 螺旋锥形桩比等截面直桩具有更高的承载力, 并将解析结果与数值计算以及粘土中桩的试验结果进行对比, 进一步验证结果的可靠性。综上所述, 锥形桩的承载性能优于等截面桩, 且锥形桩存在最优角。

针对桩体的动力研究, 刘梦阳^[21]对锥形桩在饱和土中的纵向振动进行理论研究, 桩身锥角可以改变桩周土体对桩的束缚, 对桩顶的动刚度与动阻尼有明显影响, 并且增大锥角可以增加桩顶的抵抗变形能力。Bryden 等^[22]基于现有锥形

桩轴向动力响应理论,进一步考虑了材料阻尼对锥形桩轴向动力的影响,忽略材料阻尼可能会导致共振幅值的高估和共振频率的低估,不考虑材料阻尼可以使锥形桩的共振频率低估 17.1%,材料阻尼对锥形桩的影响小于等截面桩。李振亚等^[23]基于 Voigt 土体模型,将锥形管桩沿纵向分为若干微元,建立了桩的纵向振动控制方程;结果表明,在实际工程中,可以通过增加锥形管桩的锥角和壁厚来提高桩身承载力。王奎华等^[24]假设桩体为弹性,截面半径线性渐变,利用有限差分法开展基于非等截面桩体模型的缺陷楔形桩动力响应研究;进一步,求得了桩顶纵向振动速度的频域响应和时域响应^[25]。Wang 等^[26]基于 Rayleigh-Love 杆理论,提出了一种改进的饱和土复刚度传递模型,通过参数化分析探讨了锥角、渗透率和土体本构模型对锥形桩的竖向阻抗的影响;结果表明,在砂质和砾质饱和等高渗透土体对锥形桩的竖向阻抗有显著影响;在低频激励下增加锥角可以提高锥形桩的竖向刚度。Gao 等^[27]采用 Voigt 土体模型简化桩周土体对锥形桩的竖向反力,提出一种修正的阻抗函数传递方法;当施工扰动引起周围土体压实时,桩顶的动刚度变化趋势不变,振幅明显增加;动阻尼有微弱的增加,在更高的频率下增加明显,进一步得出锥形桩承载力的优越性。Singh 等^[28]基于 Rayleigh-Ritz 法与微分变换法研究了纵向简谐荷载作用下圆锥形桩的自由振动和强迫振动。Wu 等^[29]考虑施工扰动引起的桩周土弱化,研究了低频范围内锥形桩的扭转振动响应。张金轮等^[30]研究了三参数 Pasternak 黏弹性地基中锥形桩的横向自由振动特性,结果表明,锥形桩的固有频率以及衰减系数随锥角的增加而降低。Bryden 等^[31]提出一种新的计算锥形桩轴向刚度和阻尼参数的理论模型,基于理论基础以及 Novak(1977)提出的圆柱桩弹性模型,假设理论模型与锥形桩的几何形状一致,避免了模型的阶梯锥度理想化;结果表明,锥形桩在轴向动力作用下,桩体的共振幅值随锥角的增加而显著减小。Guan 等^[32]考虑桩周土的压实效应和桩端土的应力扩散效应,从理论上研究了锥形桩的扭转振动特性,得出锥形桩顶扭转阻抗的解析解以及阻抗传递法;结果表明,桩周土体的压实程度越强与压实范围越宽桩土体系的抗震性能越强;锥形桩的半径和锥角越大压实效果越明显;当底部存在桩周土压实时,桩周土压实程度对锥形桩扭转振动特性的影响最小。Shua 等^[33]提出一种预测垂直动力荷载下锥形桩非线性动力响应的时域简化模型,将锥形桩划分为若干段并采用四弹簧法模拟桩土相互作用;结果表明,土体的非线性

对桩的竖向动力响应特性有明显影响,相同条件下锥形桩的动力特性优于等截面桩,锥形桩上部土体对锥形桩的动力响应影响更为显著。Carlos 等^[34]提出一种简化的分析方法,用于研究圆形锥形摩擦桩在均质或非均质 Pasternak 地基中的静力和稳定性响应,采用微分变换法进行求解;可用于进行横向荷载变形、稳定性以及桩体的二阶分析,对不同的桩端边界条件进行研究,并结合算例验证了该方法的合理性。以上研究发现锥形桩具有更好的承载力,更能抵抗静动荷载。

1.2.2 锥形桩的数值研究

随着计算机技术的高速发展,数值计算方法在解决实际问题中表现出较大优势。董琼英等^[35]对不同变截面桩的竖向承载进行数值研究,在相等承载条件下变截面桩所消耗的材料小于等截面桩,变截面桩可以降低工程成本。袁兰等^[36]采用 PLAXIS 3D 有限元软件分析海上风电锥形桩的承载特性,探讨了内摩擦角、锥角等对承载力的影响。Nader 等^[37]采用三维有限元软件建立锥形桩和圆形桩群模型,改变锥角、砂土内摩擦角等参数进行分析;结果表明:锥形桩适用于内摩擦角较大的土体中且锥形群桩的锥角越大承载力越高。冯忠居等^[38]采用有限元对水平荷载下的大直径变截面和等截面桩进行对比分析,综合考虑桩基的水平承载特性,确定桩基变截面位置在距离桩顶的 2/3 处。Xiong 等^[39]利用数值方法对阶梯锥形桩的竖向承载力进行研究,考虑桩身几何形状和土体表面对其承载力的影响;结果表明,增大桩体上部桩径和加固桩端土体可以提高桩身的竖向极限承载力。Ramin 等^[40]通过改变土体类型、黏聚力、内摩擦角、桩长、桩径、锥角等参数对锥形桩和下扩孔桩的承载力和沉降进行数值研究,并得出以下结论,在相对密实的土体中锥形桩的承载力低于下扩孔桩;松散的黏土中两个桩型的承载力相近,且沉降随荷载的增加显著增大;并且桩长与锥角对承载力影响较大,桩长增加锥形桩的承载力明显增加,下扩孔桩增加不明显,扩孔桩的产生沉降大于锥形桩。Mantu 等^[41]分析了锥形桩在不排水条件粘土中的承载力,其中锥形桩保持桩底直径不变,改变桩顶直径,考虑不同长径比、锥角、黏聚力等参数的影响;结果表明,随着锥角的增加桩底阻力减小、桩身阻力和总承载力增大,在锥角为 $1^{\circ}\sim 3^{\circ}$ 的范围内,增加长径比桩底阻力、桩身阻力和总承载力显著增加。

针对不同条件下的锥形桩, Singh 等^[42]对传统混凝土锥形桩在侧向简谐激励下的性能进行研究,对相同体积的恒定桩底直径与恒定桩长的锥形桩进行数值对

比分析,在等体积条件下与等截面桩相比,桩底直径不变的锥形桩的振动幅值提高 11.32-18.86%,桩长不变的锥形桩振动幅值降低 9.433-13.20%。Hataf 等^[43]对等体积的锥形桩和等截面桩进行数值分析,考虑不同内摩擦角和剪胀角的砂土中桩体承载力,得出锥形桩最大承载力的最佳锥角;在较密的砂土中最佳锥角为 1.2° ,增大内摩擦角和剪胀角锥形桩的承载力比等体积的等截面桩提高了 11%。原华等^[44]对粉土中的锥形桩进行水平承载性能数值模拟;结果表明:对比等体积条件下的等截面桩,锥形桩水平承载力提高了将近 10%,桩周土体位移降低了 8.2%。Ehsan 等^[45]分析了桩数及其间距对锥形桩和圆形桩群承载力的影响,结果表明,锥形桩中心距比圆形桩大时达到最大群效率。Ghazavi^[46]对比相同体积和桩长的锥形桩和等截面桩,地震荷载作用下锥形桩比等截面桩具有更大柔韧性,其柔韧性随锥角增加、刚度比减小、地震频率降低、长径比增加而提高,能展现出良好的抗震性。黄行健等^[47]采用数值模型分析了砂土中锥形单桩和群桩水平承载力对锥角的敏感度,得出等体积的锥形桩水平承载力大于等截面桩。李子豪等^[48]建立了锥形劲性复合桩有限元模型,在线弹性阶段下同体积锥角 1° 的劲性复合桩水平承载力高于普通劲性复合桩。

1.2.3 锥形桩的实验研究

开展锥形桩和等截面桩的对比实验研究,可以更直观的了解桩体承载性能。El Naggar 等^[49-51]对不同尺寸的锥形桩进行大型实验研究,分析了无粘性土壤中桩的侧向和竖向荷载;结果显示,锥形桩能更好地分配桩体材料,在水平荷载作用下表现出更好的承载性能;锥角对桩的抗拔能力的负面影响随着深度的增加而减小;长径比较大时锥形桩的抗拔能力与等截面桩相当。Fahmy 等^[52]通过现场试验,研究了砂土地基中安装有以下螺旋板的旋铸球墨铸铁锥形桩的承载力与荷载传递机理,并评估了竖向与横向循环荷载对桩性能的影响。Omid 等^[53]通过现场试验和数值分析相结合的方法,对圆柱桩、锥形桩和半锥形桩的可钻性引起的地面振动进行了研究和讨论;结果表明,非均匀截面桩的应用缩短了作业时间、提高了掘进过程效率、降低了能耗以及减少了噪声污染。Wei 等^[54]采用 3 根不同锥角的钢桩分析轴向响应特性;结果表明,轴阻力随着锥角的增加而增大且锥形桩的桩身阻力比等截面桩大 40%以上。Khan 等^[55]对锥形钻孔混凝土桩进行全尺寸实验研究,等体积情况下,锥角在 $0.95^\circ \sim 1.91^\circ$ 内的锥形桩的承载力比等截面桩大 50%

以上。

等尺寸的原型桩现场实验需要花费大量时间、人力、物力以及财力，基于相似原理的模型实验是一种探索和解决问题的有效方法^[56-60]，众多学者通过模型实验对锥形桩的性能进行研究和分析。林海等^[61]推导出 1g 条件下模型桩和原型桩的几何相似比，选择弹性模量比与几何相似比相近的模型材料，可以使模型与原型相似。Paik 等^[62]对 1 根圆柱桩和 2 根不同锥角的锥形桩开展了室内实验，得出单桩极限承载力随着竖向应力、水平应力、相对密度和锥角的增加而增加，并通过模型桩载荷实验结果，得出一种用于计算在砂质土壤中桩承载力的方法。顾红伟等^[63]采用缩尺的钢筋混凝土试验桩进行对比分析，李晨楠^[64]以树脂材料制作模型桩，对比分析了均质砂土中锥形桩和等截面桩的水平承载性能；邓定哲等^[65]选择不锈钢材料，对锥形-有孔柱形组合管桩进行室内实验和数值模拟；周先齐等^[66]考虑了锥形组合桩的竖向承载力，桩体选用尼龙材料，设计室内模型实验。针对复合地基中的锥形桩，刘杰等^[67-69]基于剪切位移法，引入 Mylonakis 和 Gazetas 桩土相互作用模型以及 Winkler 地基模型，得出相应的计算程序并结合模型试验加以分析，总结出锥形桩可以缓解复合地基中桩顶的应力集中，可以充分利用地基的承载力。

此外，Hironobu 等^[70]基于开孔桩安装过程中的堵塞等问题进行试验和数值研究，对比等截面桩，锥形管桩能够降低桩侧的摩阻力和减小堵塞的产生。Fahmy 等^[71]介绍了一种新型的球墨铸铁锥形螺旋桩，并结合钢直桩开展静力和循环荷载的轴压对比实验和数值分析；总结得出，与直桩相比锥形螺旋桩表现出更高的极限承载力和更强的响应。Ibsen 等^[72]采用室内试验的方法，对锥形桩在轴向单调荷载和冲击荷载作用下的力学性能进行研究，考虑了不同土体状态的影响，锥形桩在较低的沉降范围内倾向于桩体的摩擦作用，在 2.78 倍桩径时饱和土体有明显的膨胀；在 5.5 倍桩径时较浅区域有较小趋势；另外土体的湿度也会影响桩的承载能力。Alireza 等^[73]利用土工离心机对安装在砂土中的等截面桩和锥形桩组进行了 12 次轴压试验，考虑了圆形、方形和 x 形三种截面形状，并分析了群桩的荷载-位移特性；结果表明，锥形桩群比等截面桩群能承受的轴向荷载至少高出 20%；具有 5 倍桩径间距的锥形桩群的初始刚度比等截面桩群至少高出 35%；此外，分析还表明，锥形桩提高了单位桩端阻力和单位桩身阻力。以上锥形桩的

模型实验中缺乏与对应原型的对比分析,依据相似理论开展锥形桩的原型和模型相似对比研究具有重要意义。

1.3 主要研究内容及技术路线图

1.3.1 主要研究内容

本文主要以锥形桩为研究对象,采用数值模拟与室内模型实验相结合的方法,设计出几何相似比为 1:10 的锥形模型桩,完成锥形桩模型和原型的相似性分析,以及锥形桩在水平静力荷载和水平简谐激励荷载下的模型实验,分析不同参数对锥形桩力学性能的影响。具体研究内容如下:

(1) 基于相似原理,推导出模型桩与原型桩的相似关系,设计了几何相似比为 1:10 的锥形桩-土系统缩尺模型,结合有限元软件建立了桩-土系统三维实体模型,对均质地基中锥形桩的水平承载性能和模态特性进行分析比较,研究不同桩径、桩长与等体积条件下不同锥角模型桩及其对应原型桩的相似性。

(2) 根据设计的缩尺模型桩开展水平静力模型实验,完成模型桩和模型箱的制作、以及均质砂土相关力学性质测试实验。结合模型实验和数值模拟,分析均质砂土地基中,等截面模型桩和锥形模型桩在水平荷载下,桩身位移、应力等的变化规律。

(3) 按照设计的模型桩开展室内模态实验研究,通过水平简谐激励荷载作用下模态测试技术,分析不同锥角锥形桩的桩顶位移和桩身加速度响应规律,通过频谱分析提取锥形桩的各阶频率参数,总结频率随锥角的变化规律。

1.3.2 技术路线图

本文在相似理论的基础上对锥形桩开展水平承载性能与模态特性研究,其研究技术路线如图 1-2 所示。

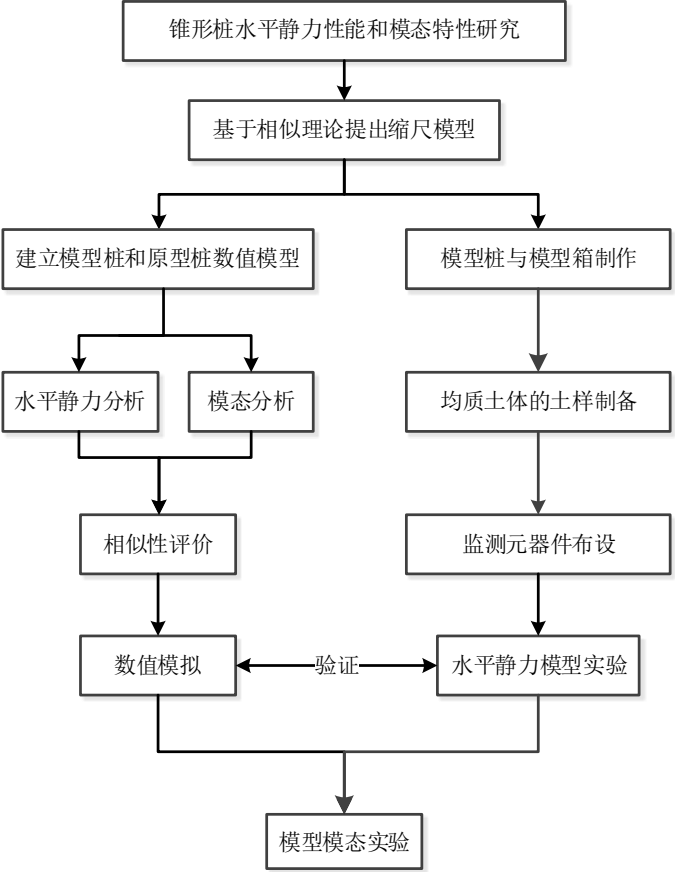


图 1-2 技术路线图

第 2 章 锥形桩模型设计及相似性分析

模型和原型的相似性分析是室内模型实验的基础,也是将模型实验结果用于原型的关键。在现有文献中,针对锥形桩的研究多基于理论分析、数值模拟以及缩尺模型的研究,相对而言,锥形桩模型和原型的相似性分析却未能引起足够的重视。本章基于相似理论,以几何相似比 1:10 设计锥形桩的缩尺模型,该模型主要用于后续的水平静动力实验研究。通过有限元软件建立模型桩和原型桩的桩-土系统三维实体模型,对不同尺寸的锥形桩进行水平静力和模态计算,探讨和分析了模型桩和原型桩的相似性。

2.1 模型设计的相关理论

2.1.1 相似理论的基本概念

2.1.1.1 相似

如果两个物理系统满足相似条件,那么原型和模型在对应的时间瞬间,相对应点的物理量成比例。对于结构模型,相似主要是指结构原型和模型中的主要物理量相同或者成比例。

相似是指两个或多个系统在形态、结构、功能以及物理过程等方面存在的对应关系,这种对应关系使得它们遵循相同的物理规律,并且能用相同的数学方程来描述。在桩基础工程中,原型桩与模型桩之间若满足相似条件,其在受力、变形等方面的表现将具有可比性。

2.1.1.2 相似常数

在相似系统中,各个物理量之比称为相似常数或者相似比。在工程力学系统中,基本相似常数一般是由长度、力和时间所构成的相似常数。结构原型和模型相似的主要物理量有几何尺寸、荷载、密度、位移、应力、应变、体积力、弹性模量、泊松比、时间、边界条件、初始条件等。

(1)几何相似:结构模型和原型之间的几何尺寸对应成比例,几何尺寸是构件的直径、长、宽和高等。几何相似常数为:

$$\frac{l_m}{l_p} = \frac{h_m}{h_p} = \frac{b_m}{b_p} = C_l \quad (2-1)$$

式(2-1)中，下标 m 和 p 表示为模型和原型， C 为相似常数， l 为长度。

(2)质量相似：在结构的动力学问题中，同时要求模型和原型对应部分的质量成比例，质量相似常数为：

$$\frac{m_m}{m_p} = C_m \quad (2-2)$$

(3)荷载相似：针对模型和原型结构上所施加的荷载，需保持对应点荷载的方向一致，以及荷载大小对应成比例。集中荷载相似常数为：

$$\frac{P_m}{P_p} = C_p \quad (2-3)$$

(4)物理相似：模型和原型的材料性质即弹性模量、泊松比等满足相似条件，同时模型和原型各个对应点的应力应变、刚度和变形间存在相似。弹性模量相似常数：

$$\frac{E_m}{E_p} = C_E \quad (2-4)$$

(5)时间相似：对于结构动力问题，模型和原型各物理量是随着时间变化的函数，对应时刻存在相似，并保持对应时间成一定的比例关系。时间相似常数：

$$\frac{t_m}{t_p} = C_t \quad (2-5)$$

(6)边界条件以及初始条件相似：边界条件是指外界对于模型和原型的支撑条件、约束条件以及边界受力等满足相似；初始条件指的是在动力问题中，模型和原型初始时刻的运动参数（例如初始位置、速度、加速度等）相似。

在结构模型实验中，对于自然条件以及现实条件的限制，不可能同时满足所有的相似条件。例如模型一旦选择了某种材料时，模型的密度、弹性模量、泊松比等特性也随之确定。若满足其中一种材料特性相同或相似，则材料的其他特性就不能满足相似条件。因此，在模型实验中，可以对次要物理量的相似进行适合的简化，确保主要物理量满足相似条件。

2.1.1.3 相似指标和相似准则

相似指标指的是模型和原型中各个相似常数之间的关系表达式。相似准则又称相似判据，是通过相似指标将各个物理量转化为无量纲方程形式，推导出的物理量组成的无量纲数，是对模型和原型相似程度的衡量。

2.1.2 相似三定理

2.1.2.1 相似第一定理

相似第一定理是针对彼此相似的物理现象，其相似指标等于 1 或者其相似准则相同。这一定理明确了相似现象的基本特征，同时为两个现象是否存在相似关系提供了依据。

2.1.2.2 相似第二定理

相似第二定理又名 π 定理，表述为假设一个物理现象中含有 n 个物理量存在函数关系，其中有 k 个物理量的量纲是相互独立的，则能得到 $n-k$ 个相似判据。对于复杂物理的现象，通过确定关键的相似准则来把握现象的本质。

对于任意一组物理现象，如果存在 n 个物理量互为函数，即

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k, \dots, x_n) = 0 \quad (2-6)$$

式(2-6)中， $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ 是 k 个量纲相互独立的基本物理量。依据相似第二定理，可以将公式(2-6)转化 π 关系式为：

$$F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k}) = 0 \quad (2-7)$$

其中， $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k}$ 为 $n-k$ 个相似准则，是通过上述 k 个物理量推导得出。

模型和原型彼此相似时，其对应点和对应时刻的相似准则都保持同值，并且所对应的 π 关系式保持相同，则模型和原型的关系式可表示为：

$$\begin{cases} F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k})_m = 0 \\ F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-k})_p = 0 \end{cases} \quad (2-8)$$

式(2-8)中，模型和原型对应的相似准则相等，即：

$$\begin{cases} \pi_{1m} = \pi_{1p} \\ \pi_{2m} = \pi_{2p} \\ \pi_{3m} = \pi_{3p} \\ \dots\dots\dots \\ \pi_{(n-k)m} = \pi_{(n-k)p} \end{cases} \quad (2-9)$$

2.1.2.2 相似第三定理

相似第三定理即相似逆定理指出，对于同一类物理现象若其中单值条件相似，并且由单值条件组成的相似准则在数值上保持一致时，则这类现象相似。该定理为搭建结构相似模型提供了指导原则，同时在相似性中单值条件是一个必要的条

件，其中单值条件包括了几何条件、物理条件、边界条件、初始条件等。在桩基础工程中，确保模型桩与原型桩的单值条件相似，是实现准确模拟、有效应用相似理论的关键环节。

2.1.3 量纲分析法

相似准则的导出方法分为定律分析法、方程分析法和量纲分析法三种，其中量纲分析法在解决工程技术问题中较为广泛。量纲分析法是在研究物理现象中，对各种物理量的量纲建立数学模型的一种方法。一般情况下，用于表达物理现象的方程都是依据齐次原则， π 定理的导出就是采用量纲分析法。量纲实际上是物理量的种类，例如长度、时间、速度、加速度、质量等都是某一个物理量。对于复杂且无法建立物理方程的问题时，可以用量纲分析法考察其量纲并得出一定的函数关系式，以此进行相似分析。

2.2 模型设计的准则和要求

2.2.1 相似准则的导出

模型实验是一种解决复杂工程问题的重要手段，在桩基工程中，运用原型开展实验不仅需要消耗大量的人力、物力、财力和时间，还受到实验场地等客观因素的限制。根据相似理论，设计模型实验代替原型实验，不仅可以通过模型反映原型的力学行为，还可以降低成本、缩短实验周期，具有灵活性和可控性。

本文中的模型涉及多个物理量，包括几何尺寸、密度、弹性模量、泊松比、集中荷载、线位移、应力、应变、弯矩、剪力、时间、响应加速度、频率等。为确保模型能够准确的反映原型的力学特性，根据 Buckingham- π 定理，利用量纲分析法，将所涉及的物理量转换为无量纲方程形式，得出相似判定依据。这些物理量需满足方程：

$$f(P, l, t, E, \rho, g, \delta, \sigma, M, Q, a, f, \nu, \varepsilon) = 0 \quad (2-10)$$

式中： P 为桩顶的水平集中荷载， l 为桩长， t 为时间， E 为桩体的弹性模量， ρ 为桩体密度， g 为加速度， δ 为桩身线位移， σ 为桩体应力， M 为桩身弯矩， Q 为桩体受到的剪力， a 为桩身响应加速度， f 为频率， ν 为泊松比， ε 为应变。其中由于 ν 和 ε 是无量纲的，所以量纲分析中不考虑 ν 和 ε 。

量纲系统选取力系统，以 $[F]$ 、 $[L]$ 、 $[T]$ 为基本量纲，将原方程转化为相似准则方程，表达式可以选用如下形式，其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{12}$ 为待定常数。

$$\pi = P^{\lambda_1} l^{\lambda_2} t^{\lambda_3} E^{\lambda_4} \rho^{\lambda_5} g^{\lambda_6} \delta^{\lambda_7} \sigma^{\lambda_8} M^{\lambda_9} Q^{\lambda_{10}} a^{\lambda_{11}} f^{\lambda_{12}} \quad (2-11)$$

将各个物理量的量纲代入(2-11)，得：

$$\begin{aligned} [\pi] &= [1] \\ &= [F]^{\lambda_1} [L]^{\lambda_2} [T]^{\lambda_3} [FL^{-2}]^{\lambda_4} [FL^{-4}T^2]^{\lambda_5} [LT^{-2}]^{\lambda_6} [L]^{\lambda_7} [FL^{-2}]^{\lambda_8} [FL]^{\lambda_9} \\ &\quad [F]^{\lambda_{10}} [LT^{-2}]^{\lambda_{11}} [T^{-1}]^{\lambda_{12}} \end{aligned} \quad (2-12)$$

对于[F]有： $\lambda_1 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} = 0$

对于[L]有： $\lambda_2 - 2\lambda_4 - 4\lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 - 2\lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{11} = 0$

对于[T]有： $\lambda_3 + 2\lambda_5 - 2\lambda_6 - 2\lambda_{11} - \lambda_{12} = 0$

根据上述方程，最终可以得到 9 个独立的无量纲参数 π 如下：

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{l^2 E}{P}, \quad \pi_2 = \frac{l^4 \rho}{Pt^2}, \quad \pi_3 = \frac{t^2 g}{l}, \quad \pi_4 = \frac{\delta}{l}, \quad \pi_5 = \frac{l^2 \sigma}{P}, \quad \pi_6 = \frac{M}{Pl}, \quad \pi_7 = \frac{Q}{P}, \\ \pi_8 &= \frac{t^2 a}{l}, \quad \pi_9 = tf \end{aligned}$$

通过无量纲处理，同时定义 C 为模型桩和原型桩之间的相似比，得出如下相似准则项：

$$\begin{aligned} \frac{C_l^2 C_E}{C_P} &= 1, \quad \frac{C_l^4 C_P}{C_P C_t^2} = 1, \quad \frac{C_t^2 C_g}{C_l} = 1, \quad \frac{C_\delta}{C_l} = 1, \quad \frac{C_l^2 C_\sigma}{C_P} = 1, \quad \frac{C_M}{C_P C_l} = 1, \quad \frac{C_Q}{C_P} = 1, \\ \frac{C_t^2 C_a}{C_l} &= 1, \quad C_t C_f = 1 \end{aligned}$$

其中， C_l 为几何相似比， C_E 为弹性模量相似比， C_P 为水平集中荷载相似比， C_ρ 为密度相似比， C_t 为时间相似比， C_g 为加速度相似比， C_δ 为位移相似比， C_σ 为应力相似比， C_M 为弯矩相似比， C_Q 为剪力相似比， C_a 为桩身响应加速度相似比， C_f 为频率相似比。

2.2.2 相似准则依据的条件

在结构模型设计过程中，相似准则有应力相等、应变相等、应力或应变成比例三个条件。根据本章的研究内容和目的选择应力相等作为相似准则的依据。依据应力相等的条件可以导出模型桩与原型桩集中荷载的换算关系式：

$$P_m = C_l^2 \cdot P_p \quad (2-13)$$

进一步导出模型桩和原型桩应变关系为：

$$\varepsilon_m = \varepsilon_p / C_E \quad (2-14)$$

式(2-13)中： P_m 和 P_p 分别为模型桩和原型桩上的集中荷载。式(2-14)中： ε_m 和 ε_p 分别为模型桩和原型桩上的应变。

2.2.3 模型材料的选择

结构模型设计过程中，模型材料的选择非常重要，应该依据模型实验的目的和内容选择模型材料的基本类型，并满足主要相似条件。同时需要综合考虑实验内容、实验成本、比例系数、材料特性、荷载特性以及施工工艺等因素，合理选择模型材料。在选择模型材料时，即要考虑到材料的强度和刚度，又要考虑材料的成本、模型的加工制作、测量系统（应变片、传感器等）的安装以及是否符合实验内容等因素。此外，模型和原型的几何相似比在很大程度上决定了模型材料的选择。模型应该选择合适的几何相似比，选择较小的几何相似比时，对模型的制作以及后续实验中应变片等测量仪器安装造成困难，从而影响测量精度；选择较大的几何相似比时，会扩大实验的规模以及增加实验成本、实验场地等。

2.2.4 模型设计

在进行结构模型设计时，首先需要考虑确定几何相似比和材料的选择。本文模型设计的主要目的是对弹性阶段下锥形桩和等截面桩的水平静力承载特性和模态特性开展研究。原型桩选用 C30 混凝土材料，为了满足后期实验的需求，保证模型桩与原型桩之间存在相似的变化规律，模型材料选择树脂材料，其弹性模量相似比近似于 $C_E=1:10$ 。同时综合考虑实验中的所需试件的制作条件、实验场地大小及实验设备等因素，将几何相似比确定为 $C_l=1:10$ ，由式(2-13)可以得出水平集中荷载比值为 $C_P=1:10^2$ ，根据上述相似准则项可以推出 $C_\delta=C_P C_l^{-1} C_E^{-1}=1:1$ ，并得出如表 2-1 所示模型桩与原型桩的各物理量相似比。

2.3 原型桩和模型桩有限元模型

ABAQUS 是一款强大且应用广泛的有限元分析软件，拥有丰富全面的单元类型和材料模型库，能对结构的静力、动力等问题进行求解，在岩土工程中有较好的适用性。利用 ABAQUS 建立原型桩和模型桩的有限元模型，并对原型桩和模型桩进行水平静力分析和模态分析，得到了原型桩和模型桩在水平荷载作用下的位移、弯矩以及模态分析中桩-土系统的各阶频率，为后面桩体的相似性分析提供了数据。

表 2-1 结构模型相似关系

物理量	量纲	相似关系	相似比
长度 l	L	C_l	$C_l=1:10$
弹性模量 E	FL^{-2}	C_E	$C_E=1:10$
水平集中荷载 P	F	$C_P=C_l^2C_\sigma$	$C_P=1:10^2$
时间 t	T	C_t	$C_t=1:10$
加速度 g	LT^{-2}	C_g	$C_g=1$
密度 ρ	$FL^{-4}T^2$	C_ρ	$C_\rho=1$
线位移 δ	L	$C_\delta=C_P C_l^{-1} C_E^{-1}$	$C_\delta=1$
应力 σ	FL^{-2}	C_σ	$C_\sigma=1$
弯矩 M	FL	$C_M=C_P C_l$	$C_M=1:10^3$
剪力 Q	F	$C_Q=C_P$	$C_Q=1:10^2$
泊松比 ν	1	C_ν	$C_\nu=1$
应变 ε	1	$C_\varepsilon=C_E$	$C_\varepsilon=1:10$
响应加速度 a	LT^{-2}	$C_a=C_l C_t^{-2}$	$C_a=10:1$
频率 f	T^{-1}	$C_f=C_t$	$C_f=10:1$

2.3.1 桩体几何尺寸

模拟中原型桩是以桩径为 300mm、400mm、500mm、600mm 的等截面桩为基础，通过调整长径比（长径比为桩长与等效直径的比值）和桩身锥角构建系列锥形桩，等截面原型桩的具体几何尺寸如表 2-2 所示。模型桩的尺寸根据表 2-1 中的几何相似比进行确定，以桩径 600mm 的等截面原型桩为例，在保持桩长不变的情况下，将等截面桩进行等体积变换，通过改变桩身锥角，构建不同锥度特征的锥形原型桩，将原型桩几何尺寸依据几何相似比 $C_l=1:10$ 得出模型桩几何尺寸，具体尺寸如表 2-3 所示，其中 l 为桩长， θ 为桩身锥角， d_1 为桩顶直径， d_2 为桩底直径， d 为等效直径。

表 2-2 等截面原型桩尺寸

桩径 d/mm	桩长 l/mm
300	3000
	4500
	6000
400	4000
	6000
	8000
500	5000
	7500
	10000
600	6000
	9000
	12000

表 2-3 模型桩的几何尺寸

l/mm	编号	$\theta/^\circ$	d_1/mm	d_2/mm	d/mm
600	MZ-1	0.0	60.00	60.00	60.00
	MZ-2	0.5	65.16	54.69	60.00
	MZ-3	1.0	70.17	49.22	60.00
	MZ-4	1.5	75.02	43.60	60.00
	MZ-5	2.0	79.72	37.82	60.00
	MZ-6	0.0	60.00	60.00	60.00
900	MZ-7	0.5	67.68	51.97	60.00
	MZ-8	1.0	75.02	43.60	60.00
	MZ-9	1.5	82.00	34.87	60.00
	MZ-10	2.0	88.62	25.67	60.00
	MZ-11	0.0	60.00	60.00	60.00
	MZ-12	0.5	70.17	49.22	60.00
1200	MZ-13	1.0	79.71	37.82	60.00
	MZ-14	1.5	88.61	25.77	60.00
	MZ-15	2.0	96.81	13.00	60.00

2.3.2 数值模型及网格划分

采用 ABAQUS 有限元软件建立锥形桩-土体系统的三维实体模型。由于模型桩和原型桩之间存在比例关系，因此建模过程遵循相似原理。先采用旋转命令建立锥形桩部件；再通过拉伸的命令创建土体部件，为了防止边界条件对模型结果产生较大影响，将土体的长度和宽度设置为锥形桩的 30 倍直径，深度设置为锥形桩的 1.5 倍桩长^[74]，并利用拆分命令在土体相应位置空出桩体的位置；最后将锥形桩和土体模型进行装配。计算中选择六面体进行网格划分，桩与土体均采用 C3D8R 实体单元。桩-土系统三维实体模型如图 2-1 所示。

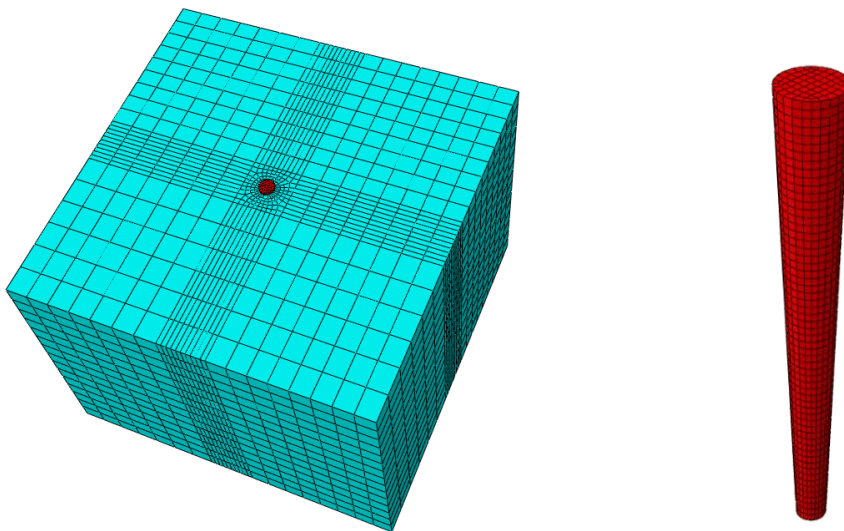


图 2-1 桩-土系统三维实体模型

2.3.3 材料设置

将锥形桩简化为弹性桩，只考虑其弹性状态下的水平静力性能和模态特性，

原型桩选用 C30 混凝土材料，模型桩选用树脂材料。本章模拟中桩周土体材料参照文献[64]中水平静载室内试验所选用的扬州地区江砂，数值模拟中桩周土体采用 Mohr-Coulomb 弹塑性本构模型。锥形原型桩、模型桩和土体材料参数如表 2-4 所示。

表 2-4 模型材料参数

模型	参数	原型	模型
桩体	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2500	1300
	弹性模量 $E/(\text{MPa})$	30000	2600
	泊松比 ν	0.167	0.4
土体	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1590	1590
	弹性模量 $E/(\text{MPa})$	10	10
	泊松比 ν	0.3	0.3
	内摩擦角 $\varphi/(^{\circ})$	31.5	31.5
	黏聚力 $c/(\text{kPa})$	0.102	0.102

2.3.4 分析步设置

水平静力模拟中分析步主要包括初始分析步、地应力平衡分析步以及静力分析步，模态模拟中分析步包括初始分析步、地应力平衡分析步和模态分析步。分析步中的主要设置为时长、最大增量步数、初始增量步、最大和最小增量步等。初始分析步为有限元软件自动建立的分析步，不能进行编辑和修改。地应力平衡分析就是对土体的平衡状态进行检查，对预先的初始应力状态进行修正，使土体模型的初始外力与初始内力平衡。桩体不需要进行地应力分析，使用生死单元法将地应力平衡分析步中的桩体进行失效处理，在静力分析步中重新激活。静力分析步是在锥形桩桩顶施加水平静力荷载，通过建立多个静力分析步来实现水平静力的逐级加载。模态分析步是对锥形桩和土体创建频率分析步，得出桩体的固有频率和振型。

2.3.5 相互作用设置

在相互作用模块中需考虑桩土间面与面的接触问题，为保证锥形桩与土体间变形的协调，对桩土间的接触面创建相互作用。以锥形桩的侧面和底面为主控制面，土体与桩接触的面为从屈服面，并创建两种相互作用属性。接触面间的相互作用包括法向作用和切向作用。当桩土之间传递法向压力时，选择摩擦特性为罚约束，摩擦系数设置为 0.4；当桩土接触面不传递法向压力时，选择硬接触，摩擦特性为光滑。

2.3.6 荷载设置

在荷载模块中，需要对锥形桩-土体系统的荷载、边界条件以及预定义场进行设定。水平静力模拟分析时，首先创建土体的边界条件，在土体的左右两侧施加 x 方向上的约束，在土体的前后两侧施加 y 方向上的约束，在土体的底部施加 x 、 y 、 z 三个方向的约束^[75]；锥形桩保持顶端自由，其次在锥形桩和土体模型上分别施加重力荷载，最后在锥形桩桩顶逐级施加水平集中荷载。模态分析时，只需要对土体的边界条件进行设置，不需要考虑其他荷载的影响。

2.4 数值模型合理性验证

为保证数值模型的合理性，根据 2.3 节中的建模方法建立如表 2-5 中的验证模型桩-土三维实体模型，并进行水平静力加载分析。提取有限元软件中桩顶随着荷载增加的水平位移计算结果，绘制荷载位移曲线，并与文献[64]在水平荷载作用下的等截面桩和锥形桩的室内模型实验结果进行对比。

表 2-5 验证模型桩

l/mm	编号	$\theta/^\circ$	d_1/mm	d_2/mm	d/mm
600	YZ-1	0.0	40.00	40.00	40.00
	YZ-2	1.0	50.00	30.00	
	YZ-3	1.5	55.00	25.00	
	YZ-4	2.0	60.00	20.00	

图 2-2 为本节数值模拟的荷载位移曲线与文献中室内实验和数值模拟的荷载位移曲线结果对比。通过图中的对比能够直观地发现，在水平荷载施加的初始阶段，本文的数值模拟与其实验结果基本吻合；随着水平荷载的增加数值模拟与实验结果出现一定程度的差异。数值模拟所获取的曲线图与实验结果整体上较为契合，因而可以得出本章所建立的数值模型具有较高的可靠性。

2.5 模型桩和原型桩的水平静力相似性分析

采用表 2-3 的模型桩和对应原型桩为研究对象进行水平静力特性分析，将不同水平荷载下模型桩和原型桩的桩身位移、弯矩以及桩体的侧向刚度进行对比，考察其静力特性的相似性。

2.5.1 桩身位移相似性分析

图 2-3 反映了编号为 MZ-1~MZ-5 的五种不同锥角模型桩及其对应原型桩在不同水平静力荷载下桩身的水平位移。在距离模型桩桩顶 5mm 处施加 100N，300N，500N 的水平集中荷载，并在原型桩上施加 10kN，30kN，50kN 的水平集

中荷载,由图 2-3 可知,当水平荷载较小时,不同锥角下的模型桩和对应原型桩桩身水平位移值在 1mm 左右;随着桩顶水平荷载的增加桩身水平位移逐渐增大。在水平荷载作用下,由于桩周土体的约束桩身水平位移随埋置深度的增加逐渐减小。

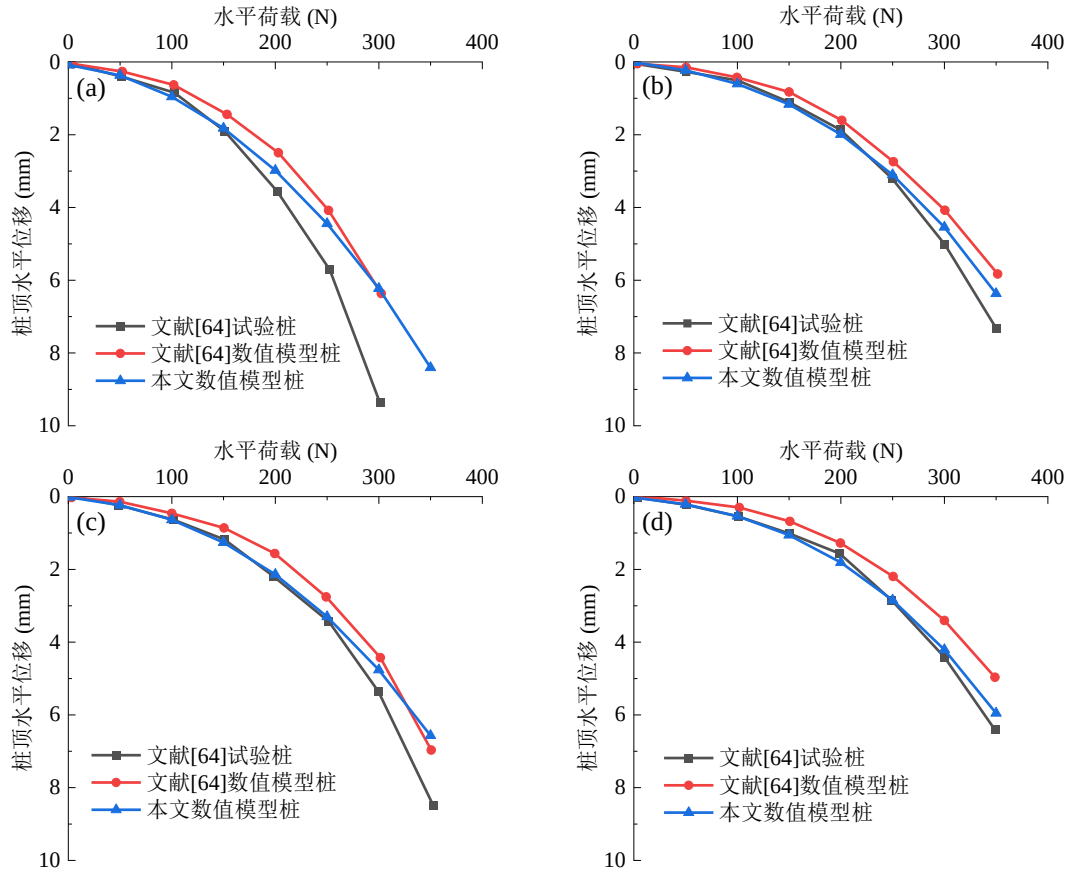


图 2-2 (a) YZ-1 模型桩、(b) YZ-2 模型桩、(c) YZ-3 模型桩和(d) YZ-4 模型桩的模拟与参照实验荷载位移曲线对比

尽管模型桩与原型桩的数值计算结果存在一定程度的差异,然而值得关注的是,不同锥角下模型桩和对应原型桩的桩体上半部分位移曲线呈现出明显的平行状态。这一现象表明,在桩身位移变化趋势方面,模型桩与原型桩具有高度的一致性。进一步对比桩身整体变形情况发现,模型桩和原型桩从顶部到底部的位移发展趋势以及随水平荷载增加的变形增长趋势等方面,都表现出良好的一致性,说明不同锥角的模型桩和对应原型桩在桩身位移变化上具有良好的相似性。

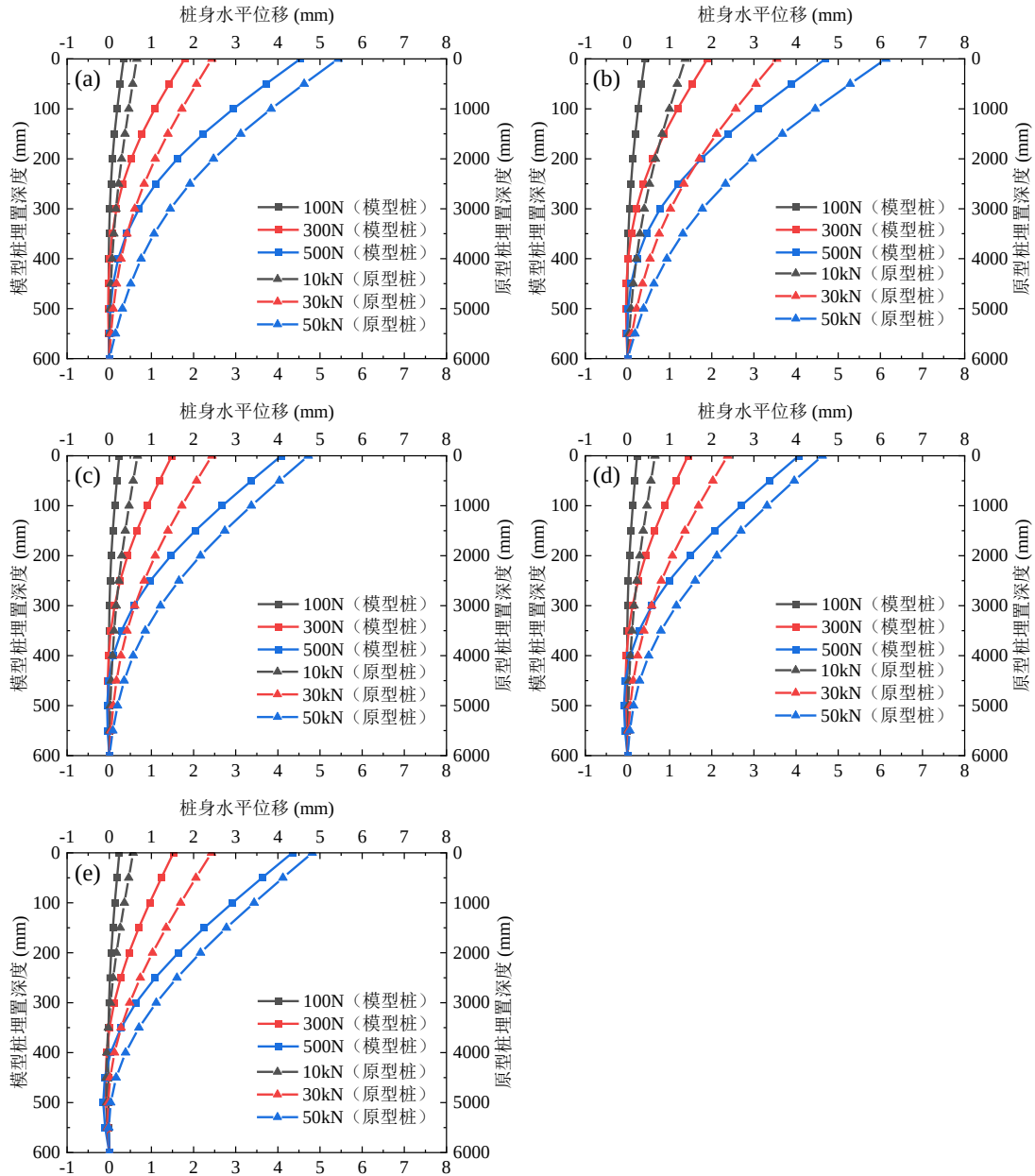


图 2-3 (a) MZ-1 等截面桩与对应原型桩、(b) MZ-2 锥形桩与对应原型桩、(c) MZ-3 锥形桩与对应原型桩、(d) MZ-4 锥形桩与对应原型桩和(e) MZ-5 锥形桩与对应原型桩的桩身水平位移

图 2-4、图 2-5 分别描述了为编号 MZ6~MZ14 的九种不同类型的模型桩与对应原型桩在不同水平静力荷载下的桩身水平位移。在进行数值模拟时发现，编号 MZ-15 的模型桩和对应原型桩在等体积变换的条件下，由于长径比和桩身锥角较大，致使桩顶直径与桩底直径存在较大的差值，数值模拟计算过程中出现不收敛等问题，因而未能获取相关位移等数据。图 2-3 针对长径比 10 的各个锥角模型桩与对应原型桩在在桩身变形规律方面呈现出显著的相似性，进一步对比长径

比 15 和 20 的各锥角的模型桩和对应原型桩的变化规律。结合图 2-4、图 2-5 可以清晰地看到，同一荷载等级下的模型桩和原型桩，其桩身位移的变化趋势都保持着高度的一致性。桩顶施加的水平荷载等级较大时，不同长径比和锥角的模型桩和原型桩桩身水平位移都沿着埋置深度的增加而减小，产生的水平位移主要集中在桩体的上半部分。

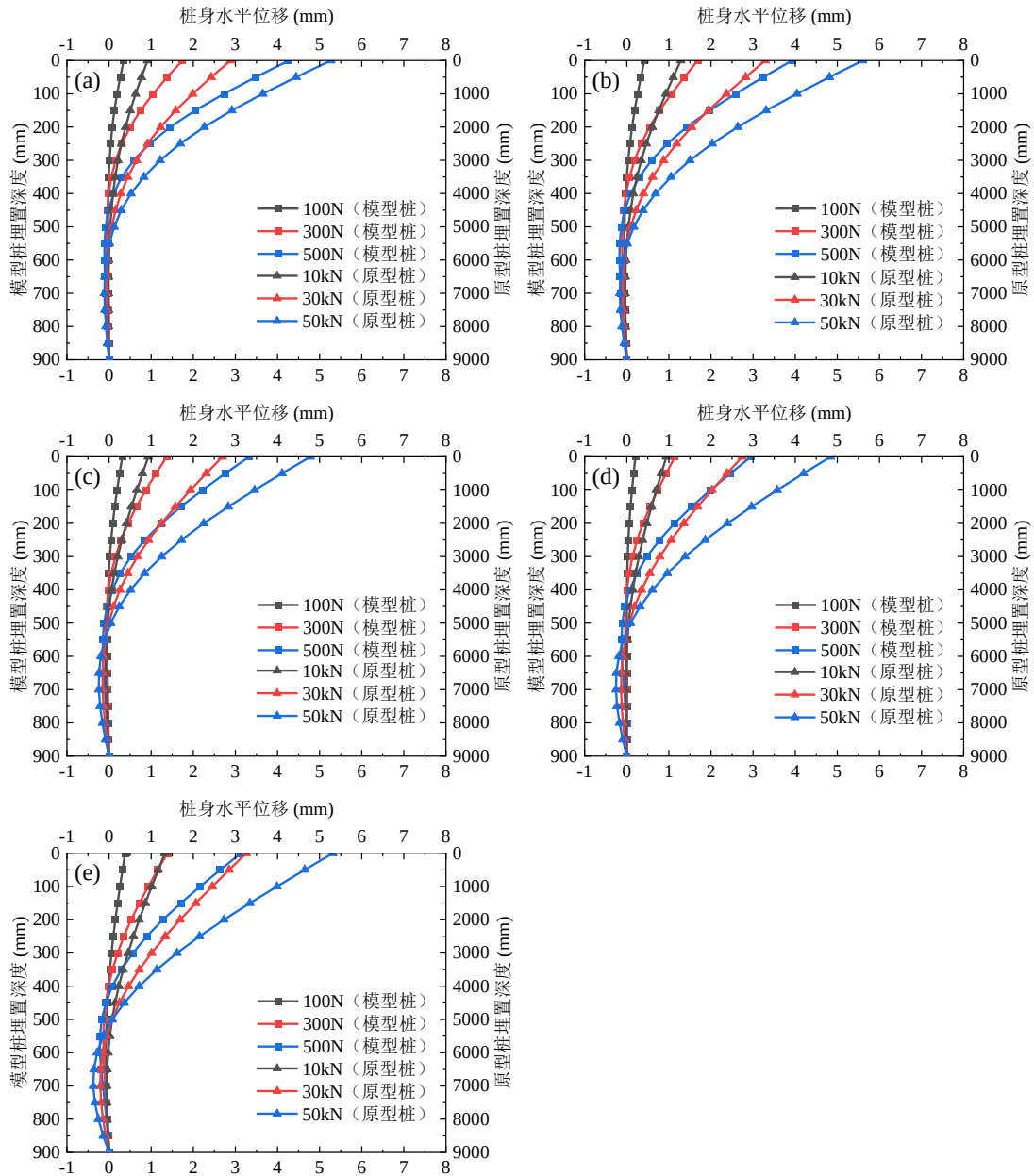


图 2-4 (a) MZ-6 等截面桩与对应原型桩、(b) MZ-7 锥形桩与对应原型桩、(c) MZ-8 锥形桩与对应原型桩、(d) MZ-9 锥形桩与对应原型桩和(e) MZ-10 锥形桩与对应原型桩的桩身水平位移

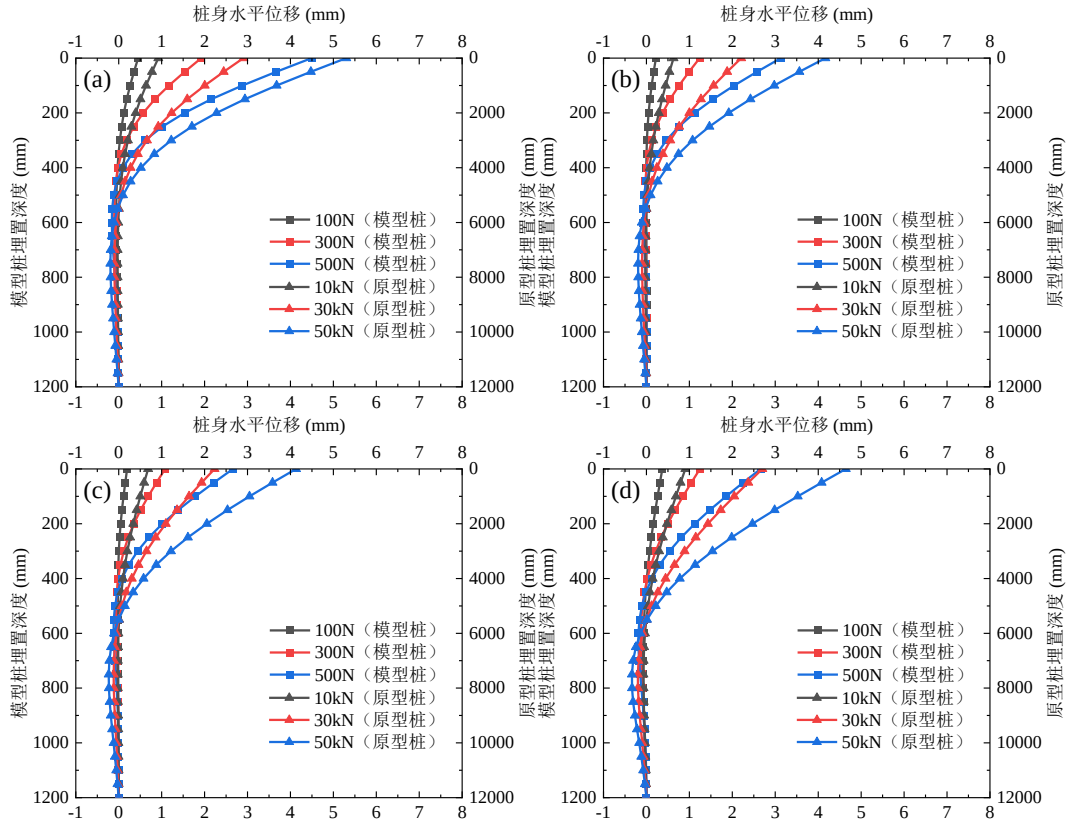


图 2-5 (a) MZ-11 等截面桩与对应原型桩、(b) MZ-12 锥形桩与对应原型桩、(c) MZ-13 锥形桩与对应原型桩和(d) MZ-14 锥形桩与对应原型桩的桩身水平位移

此外，通过观察图 2-4 和图 2-5 发现，长径比 15 和 20 的模型桩和对应原型桩与长径比 10 的桩体一样，桩体上半部分的位移都呈现出明显的平行状态，说明，长径比 15 和 20 下的模型桩和原型桩具有良好的相似性。基于此可以得出如下结论：无论长径比和锥角如何变化，本文所设计的缩尺模型桩的桩身位移变化曲线都能于原型桩保持相似，进一步为开展缩尺模型桩的相关研究提供依据。

表 2-6 为 MZ1~MZ-14 的模型桩在水平荷载 $P=500N$ 和对应原型桩在水平荷载 $P=50kN$ 时桩顶的水平位移值，以及模型桩和原型桩的位移比值。由表 2-6 可知，保持长径比恒定的条件下，等体积变换的锥形桩其桩顶水平位移随桩身锥角的增大先减小后增大，整体呈现减小趋势，进一步反映了锥形桩在特定条件下存在最优角。当桩身锥角固定时，长径比增大桩顶水平位移呈现减小趋势。模型桩和原型桩桩顶水平位移随锥角、桩长的变化规律相似。根据表 2-1 所示的相似比可知，桩顶的水平位移理论比值应为 1.0，不同长径比和锥角的模型桩和原型桩实际位移比值在 1.0 左右，均在合理范围内，说明模型桩和原型桩满足相似性。

表 2-6 不同桩型的桩顶水平位移比值

编号	模型桩桩顶水平位移/mm	原型桩桩顶水平位移/mm	位移比值
MZ-1	4.54	5.43	1.2
MZ-2	4.70	6.13	1.3
MZ-3	4.08	4.72	1.2
MZ-4	4.06	4.62	1.1
MZ-5	4.34	4.81	1.1
MZ-6	4.27	5.27	1.2
MZ-7	3.92	5.60	1.4
MZ-8	3.32	4.78	1.4
MZ-9	2.95	4.84	1.6
MZ-10	3.13	5.31	1.7
MZ-11	4.50	5.30	1.2
MZ-12	3.13	4.17	1.3
MZ-13	2.66	4.13	1.6
MZ-14	2.66	4.64	1.7

2.5.2 桩身弯矩相似性分析

在桩身水平位移变化呈现相似的基础上,深入地水平静力荷载作用下,不同长径比以及锥角的模型桩和原型桩,开展桩身弯矩的对比分析。图 2-6、图 2-7 和图 2-8 分别为编号 MZ-1~MZ-14 的模型桩与对应原型桩在不同水平荷载等级下桩身弯矩-埋置深度曲线。综合图 2-6、图 2-7 和图 2-8 可知,同一水平荷载等级下,模型桩和对应原型桩的桩身弯矩沿着埋置深度的变化规律展现出显著的相似性。从图中可以看出,随着埋置深度的增加桩身弯矩先增大,并在某一特定位置达到最大值,随后逐渐降低并在桩体底部逐渐趋向于零;另外模型桩和原型桩的部分桩身弯矩曲线几乎重合,有力地证明了在水平荷载作用下,原型桩和模型桩在弯矩变化方面具有很强的相似性。

通过图 2-6、图 2-7 和图 2-8 可以直观地发现,当桩顶施加的水平荷载较小时锥形桩的桩身弯矩变化较小;随着水平荷载等级的逐渐增加桩身弯矩明显增大,桩身最大弯矩出现的位置会随着水平荷载的增加逐渐向深处延伸。值得关注的是,水平荷载等级较大时,不同长径比、锥角的模型桩和对应原型桩桩身产生最大弯矩的位置几乎相同;当原型桩桩顶水平荷载为 40kN 时,最大弯矩在距离桩顶 2m 附近,对应模型桩桩身最大弯矩在距离桩顶 200mm 附近。水平荷载作用下的锥形模型桩和对应原型桩的桩身弯矩沿埋置深度的分布规律基本一致,表现出高度的相似性。

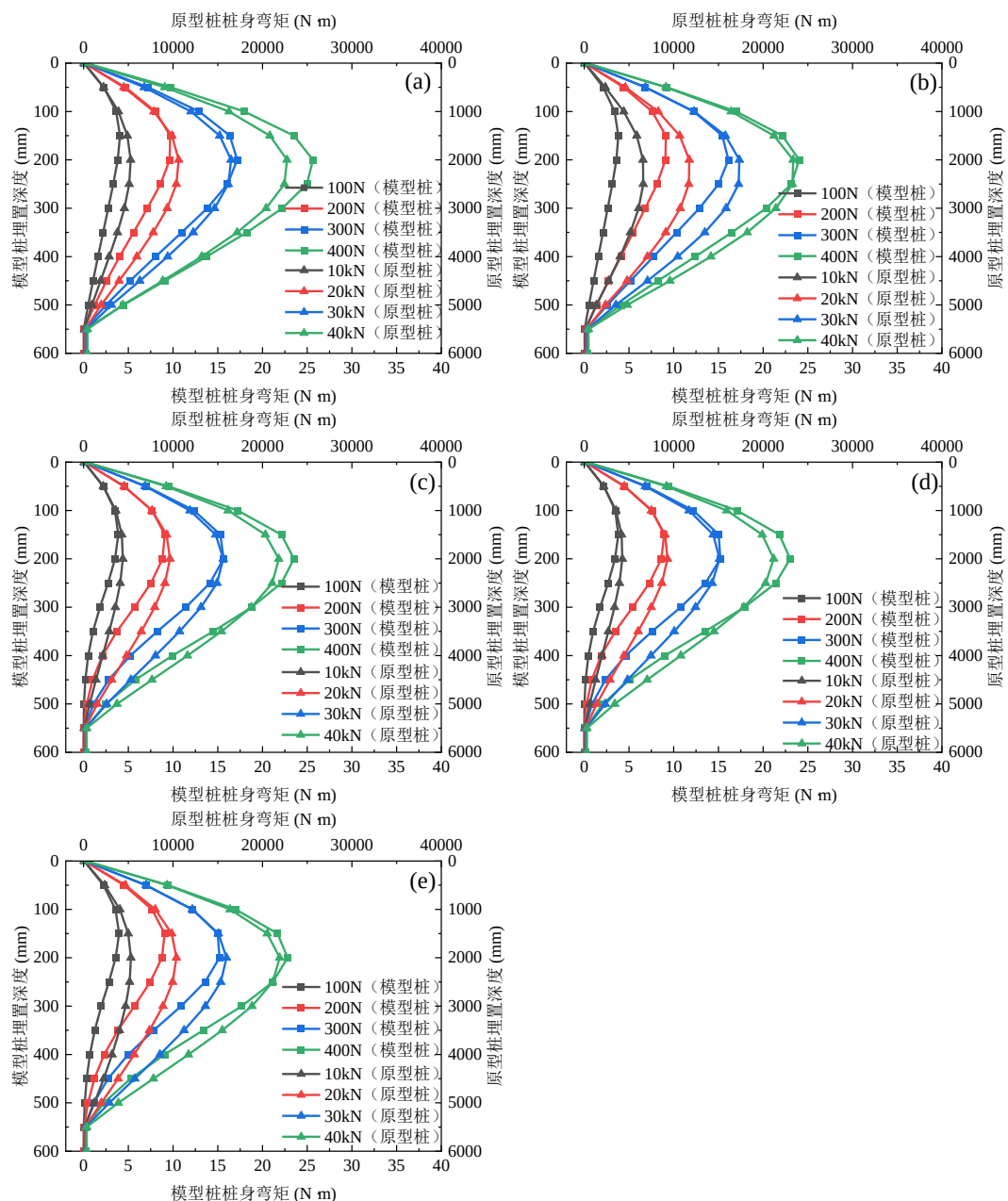


图 2-6 (a) MZ-1 等截面桩与对应原型桩、(b) MZ-2 锥形桩与对应原型桩、(c) MZ-3 锥形桩与对应原型桩、(d) MZ-4 锥形桩与对应原型桩和(e) MZ-5 锥形桩与对应原型桩的桩身弯矩

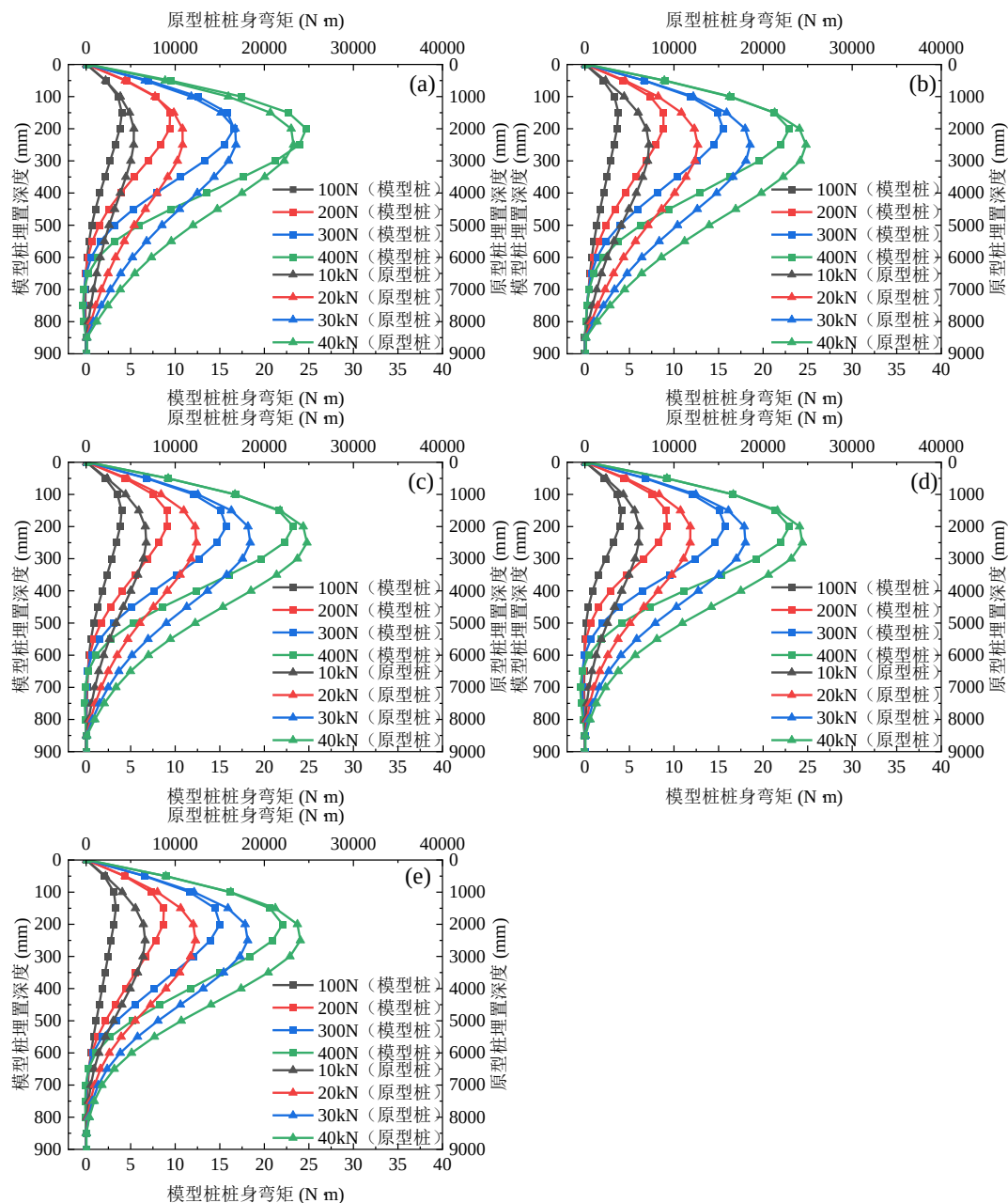


图 2-7 (a) MZ-6 锥形桩与对应原型桩、(b) MZ-7 锥形桩与对应模型桩、(c) MZ-8 锥形桩与对应原型桩、(d) MZ-9 锥形桩与对应模型桩和(e) MZ-10 锥形桩与对应模型桩的桩身弯矩

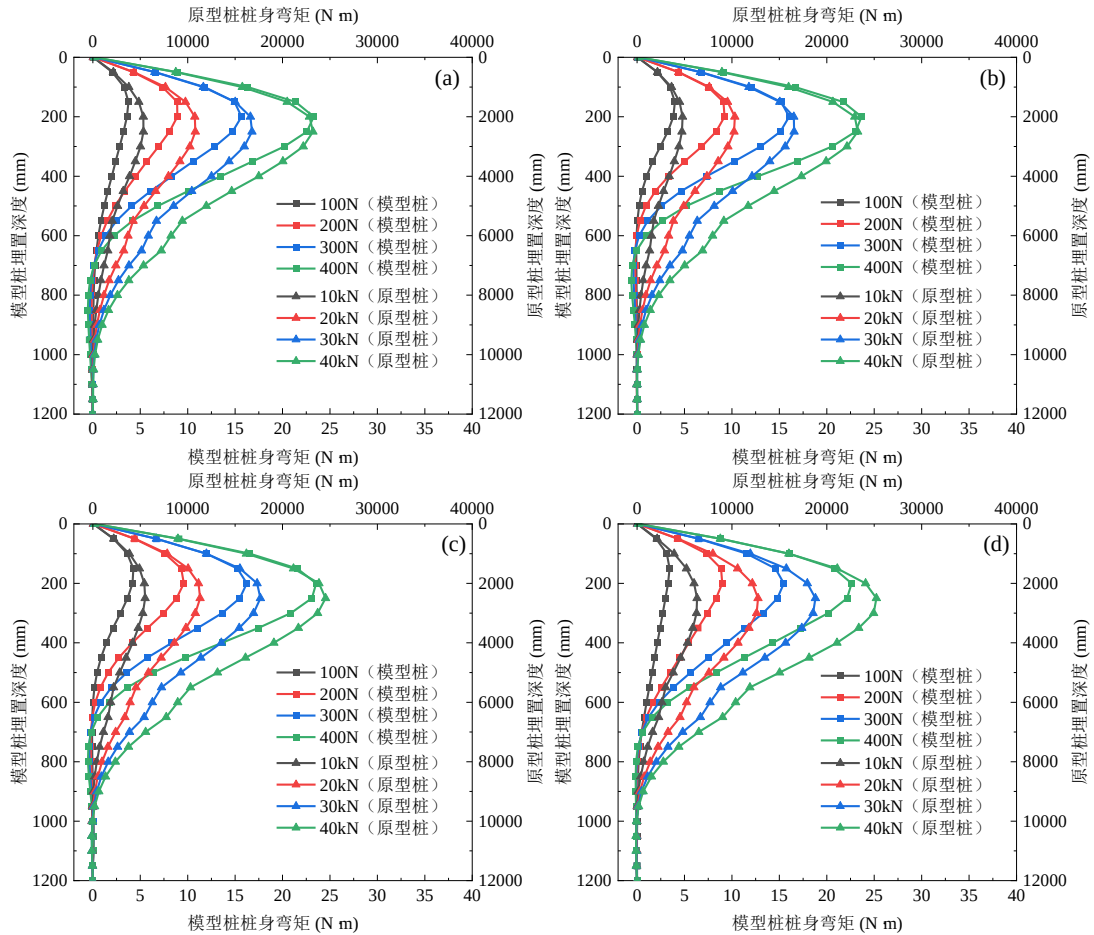


图 2-8 (a) MZ-11 锥形桩与对应原型桩、(b) MZ-12 锥形桩与对应模型桩、(c) MZ-13 锥形桩与对应原型桩和(d) MZ-14 锥形桩与对应模型桩的桩身弯矩

表 2-7 不同桩型的桩身最大弯矩比值

编号	模型桩桩身弯矩/ $\text{N}\cdot\text{m}$	原型桩桩身弯矩/ $\text{N}\cdot\text{m}$	弯矩比值	误差/%
MZ-1	25.65	22740	887	11.3
MZ-2	24.03	23360	972	2.8
MZ-3	23.52	21820	928	7.2
MZ-4	23.03	21180	920	8.0
MZ-5	22.81	21920	961	3.9
MZ-6	24.70	23020	937	6.3
MZ-7	22.95	24080	1049	4.9
MZ-8	23.26	24370	1048	4.8
MZ-9	22.96	24100	1050	5.0
MZ-10	22.04	23720	1076	7.6
MZ-11	23.28	22840	981	1.9
MZ-12	23.66	22950	970	3.0
MZ-13	23.55	23840	1012	1.2
MZ-14	22.61	24090	1065	6.5

表 2-7 描述了编号为 MZ-1~MZ-14 模型桩在水平荷载 $P=400\text{N}$ 时和对应原型桩在水平荷载 $P=40\text{kN}$ 时的桩身最大弯矩、模型桩和原型桩的弯矩比值以及误差

差。由表 2-1 的相似关系可以得出桩身弯矩理论比值应为 10^3 ，数值模拟的实际比值与理论比值之间的误差控制在 12% 范围内，满足相似关系。结合图 2-6、图 2-7 和图 2-8 的桩身弯矩分布曲线可知，尽管不同长径比、锥角的原型桩和模型桩桩身弯矩存在一定误差，但桩身弯矩沿埋置深度的变化规律以及桩身最大弯矩位置等仍能表现出良好的相似性，为开展缩尺锥形模型桩预测锥形原型桩的弯矩分布提供了数据支撑。

2.5.3 桩顶侧向刚度相似性分析

在桩顶自由的条件下，水平受荷桩的桩顶允许水平位移值应小于 10mm。在允许的水平位移范围内，绘制了水平荷载 $P=400\text{N}$ 时模型桩桩顶侧向刚度随长径比和锥角的变化曲线，以及水平荷载 $P=70\text{kN}$ 时原型桩桩顶侧向刚度随桩长和锥角的变化曲线，如图 2-9、图 2-10 所示。

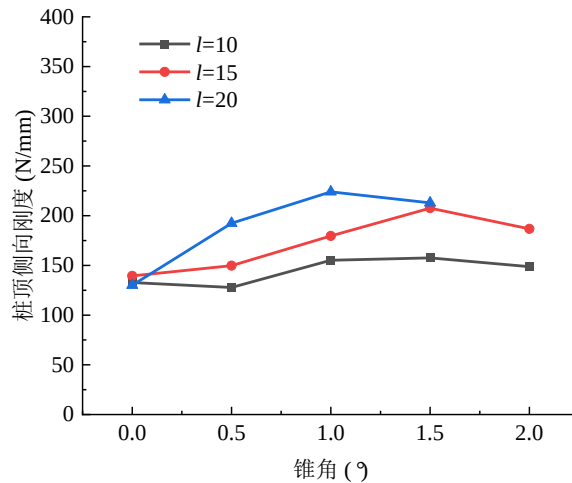


图 2-9 不同桩长和锥角的模型桩桩顶侧向刚度

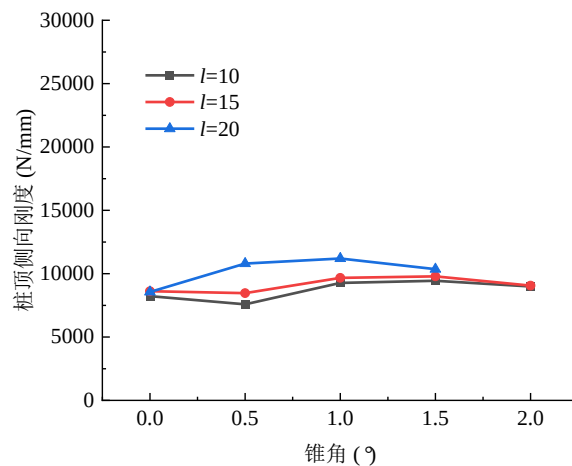


图 2-10 不同桩长和锥角的原型桩桩顶侧向刚度

由图 2-9 可知,在水平静力荷载的作用下,同一长径比下不同锥角的锥形桩抵抗水平位移的能力优于等体积的等截面桩,且随着锥角的增加桩顶侧向刚度先增大后减小。不同长径比的等截面桩,桩顶侧向刚度基本相同,改变桩身锥角,锥形桩表现出不同的抵抗能力。锥形桩随锥角和桩长的增加桩顶侧向刚度增大。由图 2-10 可知,保持桩顶在水平荷载的条件下,原型桩的桩顶侧向刚度随锥角和桩长的增加先增大后趋于平缓。模型桩整体的变化规律与对应原型桩基本一致,抵抗侧向变形能力都随着桩长和桩身锥角的增大而变强。

2.6 锥形桩模态特性相似性分析

采用表 2-2 中不同桩径和长径比的等截面桩以及等体积变化的锥形桩和对应模型桩为研究对象开展模态相似性分析。通过有限元软件建立原型桩和模型桩的桩-土系统三维实体模型,考虑到土体力学性质的复杂性,土体模型选用均质砂土地基,并且数值模拟中模型桩与原型桩的桩周土体选用相同参数。通过计算得出桩-土系统频率,并将模型系统和原型系统进行对比,以考察其频率相似性。根据数值分析计算结果,提取桩-土系统的一阶频率进行比较,并计算出频率比值如表 2-8~表 2-11 所示。

表 2-8 桩径 30mm 的模型桩与对应原型桩频率及比值

长径比	锥角	模型桩频率 /(Hz)	原型桩频率 /(Hz)	频率比值
10	0	6.955	0.507	13.719
	0.5	6.266	0.456	13.729
	1	10.793	0.808	13.363
	1.5	9.562	0.718	13.309
	2	26.826	2.683	10.000
15	0	3.706	0.251	14.741
	0.5	2.797	0.216	12.926
	1	4.392	0.157	27.923
	1.5	24.762	2.477	9.995
	2	0.741	0.060	12.385
20	0	2.370	0.161	14.732
	0.5	1.560	0.126	12.432
	1	23.753	2.375	10.000
	1.5	\	\	\
	2	\	\	\

表 2-9 桩径 40mm 的模型桩与对应原型桩频率及比值

长径比	锥角	模型桩频率 /(Hz)	原型桩频率 /(Hz)	频率比值
10	0	5.008	0.365	13.735
	0.5	24.002	2.403	9.988
	1	3.618	0.263	13.758

表 2-9 (续表) 桩径 40mm 的模型桩与对应原型桩频率及比值

长径比	锥角	模型桩频率 /(Hz)	原型桩频率 /(Hz)	频率比值
10	1.5	24.003	2.401	9.997
	2	24.040	2.404	10.000
	0	2.720	0.198	13.739
15	0.5	2.720	0.158	17.217
	1	23.753	2.375	10.001
	1.5	23.752	2.375	10.001
	2	0.621	0.045	13.862
	0	1.725	0.126	13.694
20	0.5	1.241	0.091	13.701
	1	19.226	1.923	9.998
	1.5	0.385	0.028	13.656
	2	19.203	1.919	10.007

表 2-10 桩径 50mm 的模型桩与对应原型桩频率及比值

长径比	锥角	模型桩频率 /(Hz)	原型桩频率 /(Hz)	频率比值
10	0	16.891	1.689	10.001
	0.5	3.653	0.268	13.631
	1	16.891	1.689	10.001
	1.5	16.891	1.689	10.001
	2	16.891	1.689	10.001
	0	18.757	1.876	9.998
15	0.5	1.704	0.125	13.632
	1	18.753	1.876	9.996
	1.5	13.568	1.876	7.232
	2	18.757	1.876	9.998
	0	15.399	1.541	9.993
20	0.5	15.390	1.540	9.994
	1	15.383	1.539	9.995
	1.5	15.386	1.539	9.997
	2	15.370	1.538	9.993

表 2-11 桩径 60mm 的模型桩与对应原型桩频率及比值

长径比	锥角	模型桩频率 /(Hz)	原型桩频率 /(Hz)	频率比值
10	0	3.252	0.242	13.438
	0.5	2.549	0.190	13.416
	1	17.728	1.230	14.413
	1.5	17.728	1.230	14.413
	2	1.101	0.083	13.265
	0	1.748	0.132	13.242
15	0.5	1.262	0.093	13.570
	1	0.920	0.067	13.731
	1.5	\	\	\
	2	0.341	0.023	14.826
	0	1.138	0.084	13.548
20	0.5	0.742	0.055	13.491
	1	0.468	0.035	13.371
	1.5	0.223	0.017	13.118
	2	0.060	0.005	12.000

对比表 2-8~表 2-11 中数据可以直观地发现,不同尺寸的模型和原型桩与土体系统的频率比值呈现出较为集中的分布,频率比值在 9~15 之间,根据相似理论,当模型与原型之间的关键物理量比值保持稳定且接近特定数值范围时,可以认为两者满足相似关系,因此可以说明模型桩和原型桩的桩-土系统频率具有较好的相似性。按照表 2-1 的相似关系,模型桩和原型桩体系的理论比值应为 10,但在模拟分析中只考虑了桩体的相似性,忽略了土体的相似性,同时模型桩和原型桩在选择材料时,主要侧重于桩体的弹性模量,弱化了桩体密度、泊松比等参数,使得实际比值与理论值产生差异,以及部分桩-土系统频率比值出现异常。

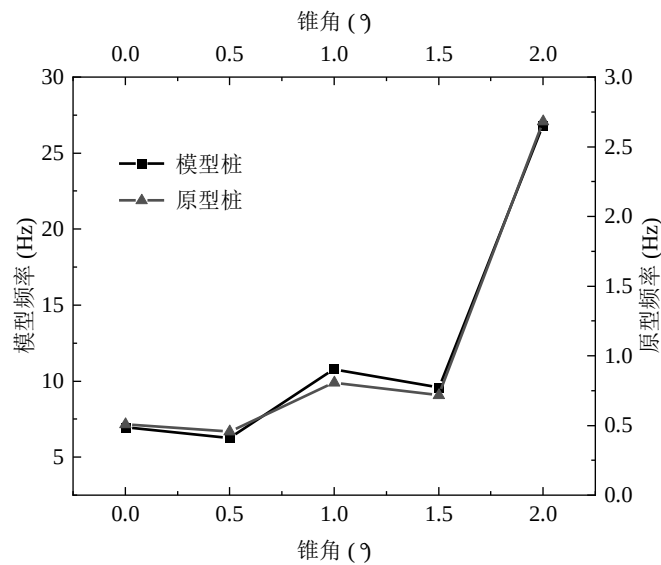


图 2-11 模型和对应原型的桩土系统一阶频率随锥角变化曲线

图 2-11 展示了桩径 30mm、长径比 10 模型桩的桩-土系统与桩径 300mm、长径比 10 原型桩的桩-土系统一阶固有频率在锥角参数影响下的变化曲线。从图中可以看出,原型桩-土系统与模型桩-土系统一阶固有频率的变化规律呈现出一致性,均随锥角的增加表现出先减小后增加趋势,模型桩-土系统与原型桩-土系统满足相似关系。

2.7 本章小结

本章首先介绍了相似的基本理论,基于该理论对模型桩和原型桩各参数的关系进行分析,确定缩尺模型的几何相似比和弹性模量相似比,并推导出模型桩和原型桩的相似准则。其次介绍了采用 ABAQUS 有限元软件建立桩-土系统三维实体模型所设定的参数,包括模型尺寸与网格划分、材料属性、边界条件以及加载

步骤。最后对原型桩和模型桩进行水平静力和模态分析，将模型桩和原型桩的数值结果进行对比分析，得出以下结论：

（1）在相同的水平荷载等级下，不同长径比、锥角的模型桩与原型桩桩顶水平位移量比值在 1.0 左右，与理论位移比值相近。在不同荷载等级下，模型桩和原型桩桩身水平位移随着埋置深度的增加而减小，整体变化规律相似，满足相似关系。

（2）在不同水平荷载作用下，不同尺寸的模型桩和原型桩桩身弯矩随埋置深度的增加先增大后减小，并在桩底趋近于零，模型桩和原型桩的桩身弯矩的变化规律相似；并且模型桩出现最大弯矩的位置与原型桩最大弯矩位置相对应，满足相似关系。

（3）在水平荷载的作用下，当桩顶水平位移控制在 10mm 范围内时，增大桩身锥角和桩长，模型桩和原型桩的桩顶侧向刚度先增大后趋于平缓。

（4）不同桩径、长径比、锥角模型桩和原型桩的桩-土系统频率比值与理论的频率比值较为接近，具有良好的相似性。

第 3 章 锥形桩水平静力实验研究

由于原型结构实验投资大、周期长，测量精度容易受外界环境等影响，在结构设计的初期探索比较时，基于相似理论，将原型结构按一定的几何比例关系进行缩小，并采用相似的材料制作模型代替原型结构进行实验研究。本章首先介绍本次实验的准备工作，主要包括模型桩的尺寸和制作、模型箱制作、相关土体的土工试验参数、实验中所需的测量和加载装置以及模型实验的具体步骤。根据设计的实验方案完成水平静力实验，将实验数据进行整理分析，绘制荷载位移曲线、桩身弯矩曲线等，并与数值模拟进行对比分析。

3.1 室内模型实验概述

3.1.1 实验装置

(1) 模型桩

设计制作 A、B 两组模型桩，A 组为等效直径 30mm、长径比 15 下等体积变换的模型桩。B 组为等效直径 30mm、长径比 10 下等体积变换的模型桩，模型桩具体尺寸如表 3-1 所示，A 组为水平静力实验模型桩，B 组为模态动力实验模型桩。模型桩是由光固化白色树脂材料，通过 3D 打印的方式制成，部分模型桩如图 3-1 所示，根据厂家给定的数据，其弹性模量为 2901MPa。3D 打印技术具有设计灵活、加工效率高、精度高等优点。能够满足实验模型设计需求，加工制作的模型桩体尺寸精准，桩体外表面满足实验所需的粗糙度，并最大程度上缩减了模型桩的制作周期。

表 3-1 模型桩尺寸

l/mm	编号	$\theta/^\circ$	d_1/mm	d_2/mm	d/mm
450	A1	0.0	30.00	30.00	30.00
	A2	0.5	33.84	25.99	30.00
	A3	1.0	37.51	21.80	30.00
	A4	1.5	41.00	17.43	30.00
	A5	2.0	44.31	12.88	30.00
300	B1	0.0	30.00	30.00	30.00
	B2	0.5	32.58	27.34	30.00
	B3	1.0	35.08	24.61	30.00
	B4	1.5	37.51	21.80	30.00
	B5	2.0	39.86	18.91	30.00



图 3-1 模型桩

(2) 模型箱

实验采用装配式框架模型箱，可根据实验需求灵活组装，其最大装配尺寸为 $1500\text{mm}\times 1000\text{mm}\times 1000\text{mm}$ （长 $\times$ 宽 $\times$ 高）。本章实验中考虑到土体的边界效应以及模型桩的尺寸，采用两层装配模型箱，如图 3-2 所示。每层装配式框架由四个 L 型装配式侧板通过连接板和高强度螺栓进行连接固定，在箱体的右侧粘接一个定滑轮，以此施加水平静力荷载。



图 3-2 装配式模型箱

(3) 实验土体参数

实验中选用芜湖地区江砂，采用孔径 1.18mm 的土工筛对砂土进行分筛，过滤出砂土中的大颗粒碎石和其他杂质。为了避免含水率过高对实验产生影响，在实验前期将所用砂土进行风干处理。根据《土工试验方法标准》（GB/T50123-2019）

的相关规定，对实验所用的砂土进行含水率试验、颗粒筛分试验、直剪试验（如图 3-3 所示）等土工试验，从而获得试验所用砂土的各项物理指标。

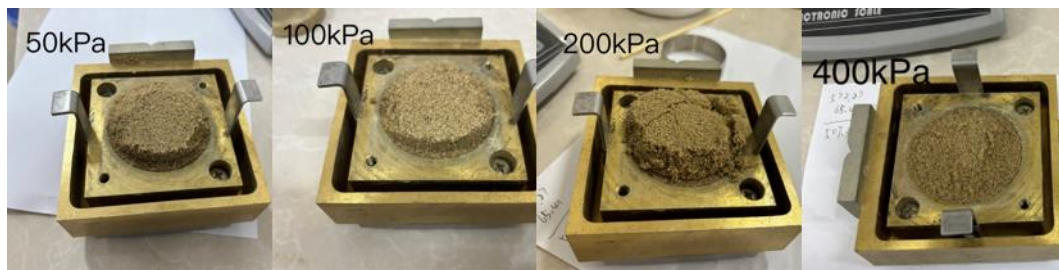


图 3-3 砂土直剪实验破坏

通过筛析法试验，得出砂土小于某粒径的试样占总试样质量的百分比，并绘制其颗粒级配曲线，如图 3-4 所示。计算出砂土的级配指标不均匀系数 $C_u=3.245$ ，曲率系数 $C_c=0.790$ ，砂土属于粗砂，级配不良砂。再通过直剪实验得出剪应力，并绘制抗剪强度与垂直压力的关系曲线图，如图 3-5 所示，得出砂土内摩擦角 $\varphi=30.36^\circ$ ，黏聚力 $c=1.35\text{kPa}$ 。

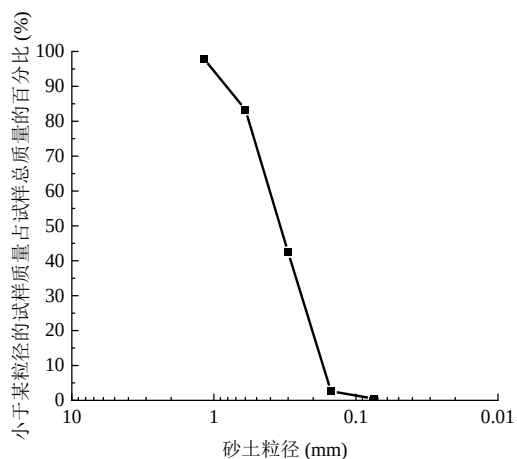


图 3-4 颗粒级配曲线

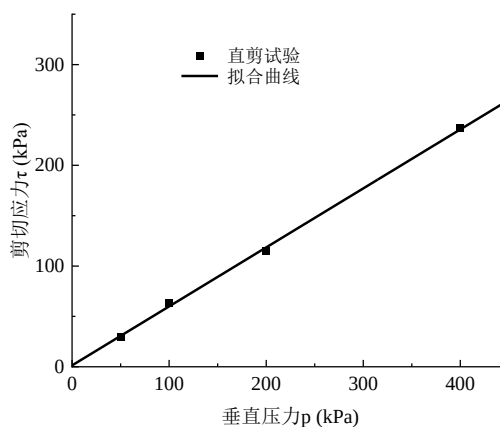


图 3-5 抗剪强度与垂直压力关系曲线

3.1.2 测量系统

静力加载实验的测量系统主要包括直线位移传感器、磁性表座、电阻式应变片以及静态电阻应变采集仪，通过这些仪器和设备获取模型桩的桩顶水平位移、桩身应变。

本次实验中桩顶水平位移是通过型号为 5G103 的直线位移传感器进行监测。位移传感器的量程为 50mm，其灵敏度为 0.4mV/mm，分辨率为 0.005mm，通过与磁性表座组合，可以较为准确的测量出桩顶的水平位移。模型桩的桩身应变通过粘贴电阻式应变片并接入静态电阻应变仪进行测量。实验中应变片的型号为

BFH120-3AA，其电阻值为 120Ω ，灵敏系数为 $2.0\pm 0.01\text{mV/V}$ 。应变片在桩身两侧对称布置，采用 502 胶水和绝缘胶带进行粘贴固定。在距离桩顶、桩底 50mm 处布置应变片，中间位置间隔 100mm 布置应变片，A 组中一根模型桩需布置 10 个应变片，B 组中一根桩需布置 6 个应变片，具体布置位置如图 3-6 所示。静态电阻应变仪的型号为 XL2118A16(U)，该应变仪具有良好的稳定性、较高的测量精度和极强的抗干扰能力，多种组桥方式，具有广泛的适用性，应变量程范围为 $-19999\sim 38000\mu\epsilon$ 。

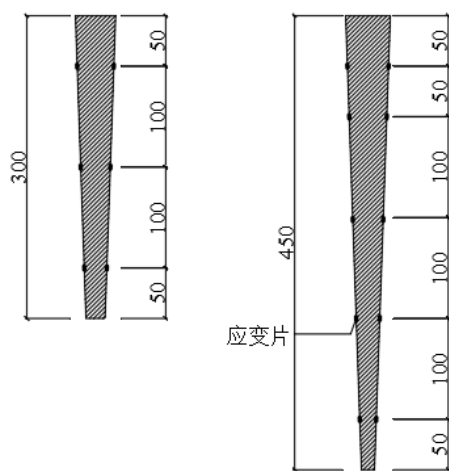


图 3-6 应变片布置示意图

3.1.3 加载系统

水平静力荷载是通过一定重量的砝码进行施加。在模型箱侧边安装一个定滑轮，并通过定滑轮垂直放置一根 2.5mm 粗的钢丝绳，将原本的竖向荷载转化为水平荷载，组合成实验的水平加载装置。钢丝绳两头用锁扣固定，一端套在模型桩距离桩顶 5mm 处，为防止钢丝绳脱落，在钢丝绳上方进行固定；另一端穿过定滑轮凹槽垂直放置，将带有托盘的砝码悬挂在钢丝绳上，水平静力荷载的大小通过在托盘上加载砝码来进行控制。

3.2 室内模型实验步骤

3.2.1 土体填装

砂土密实度以及均匀性的准确是实验开展的前提。实验过程中保持所用砂土的质量相同，砂土分次装入模型箱中，每当铺设 10cm 厚度的砂土时，就采用夯土器进行手动压实。当砂土填筑到一定的厚度时，将模型桩放置在确定的埋置点，

再填入砂土直至填满整个模型箱，填筑过程中需要确保模型桩保持垂直。

3.2.2 试件定位

在实验中需要对模型桩的位置进行定位，保证模型桩在模型箱的中间位置，确保水平静力荷载能够施加在模型桩的中心。模型箱的上下底面为正方形，利用直尺找到正方形的中心点，并以此画圆，确定模型桩的埋置位置。

3.2.3 测量元件及加载装置的布置

实验中选用 16 通道的静态电阻应变仪，采用 1/4 桥式的连接方式接入应变片，模型桩桩身应变片按照图 3-6 的布置方式进行粘贴完成，再利用绝缘胶带进行固定，以防实验过程中脱落，如图 3-7 所示。实验前期先将砂土填埋至一定深度，再将桩放置在模型箱的中心位置后进行填筑，模型桩桩顶高于土体表面 20mm。直线位移传感器与磁性表座连接，固定在模型箱的侧面，定滑轮固定在模型箱的另一侧，避免相互干扰。为了进一步丰富实验数据的获取，测量系统还附加了 DIC 监测系统，如图 3-8 所示，该系统可以对实验过程中拍摄的图像进行分析处理，获取桩顶表面的位移和应变，为水平静力实验提供更直观的数据支持。



图 3-7 应变片布置实物图



图 3-8 模型桩以及装置布置图

3.2.4 实验加载

在实验过程中，采取分次逐级加载的方式，每级荷载不应大于预估的水平极限承载或者最大实验荷载的 1/10，根据实验条件确定每级荷载为 25.5N。在模型桩水平位移尚未达到某一相对稳定值，或者前后变化差值处于极小范围时，保持当前荷载不变；当达到稳定值时，继续施加下一级荷载；当所测量的水平位移值达到 10mm 或者模型桩桩体出现破坏的时候，即可停止加载。加载完成后，再按

照逐级递减的方式卸载至零荷载。

3.2.5 数据采集

位移、应变通过 XL2118AU16 数据采集软件对现场进行实时监测，实验初始状态下，首先选择控制测试系统，再进行设置测点参数，并对系统进行调试，然后将其初始值进行平衡清零。数据的采集方式选用监测采集，在进行采集之前，预先设定采集时间间隔为 1s。在数据采集的过程中，对每一级荷载下桩体位移变化进行观测，同时记录下荷载施加的相关时间节点，确保数据的准确性和完整性。

3.3 实验结果对比分析

对 A 组不同锥角的模型桩进行水平静力加载实验，得出模型桩在水平静力荷载作用下，桩顶的水平位移和桩身应变，梳理并分析实验结果。

3.3.1 桩顶水平位移分析

模型桩的桩顶水平位移是通过直线位移传感器进行测量，根据实验中不同水平荷载下测得的应变值与传感器的灵敏度进行数据换算获得桩顶水平位移，并绘制水平荷载-位移曲线。图 3-9 为 A 组 5 根模型桩的水平荷载-位移曲线，从图中可以看出，在实验加载初期，不同锥角模型桩的水平荷载-位移曲线的发展趋势较为相近；随着水平荷载的逐渐增大，桩顶水平位移开始出现明显的变化。

A1 等截面桩与其余 4 根锥形桩相比，桩顶水平位移增长较快，在水平荷载施加到 165.75N 时，桩顶水平位移值超出 10mm 限定值，并且其余 4 根锥形桩产生的位移较小。由此可以看出，在水平荷载、体积以及桩长相同的条件下，增加桩身锥角可以减小桩顶水平位移，体现出锥形桩在抵抗水平位移的能力上优于等截面桩，并且随着水平荷载的增加，锥形桩的优势越明显。这是因为在等体积变换时，改变桩身锥角，锥形桩桩顶直径随着锥角的增加而增大，桩身抵抗水平位移的能力增加。

A2~A5 在每级荷载下的桩顶水平位移值变化较为平缓，没有明显的拐点出现，水平荷载与桩顶位移成非线性关系变化。进一步对比发现，其中 A4 的桩顶位移大于 A2、A3、A5 桩的位移，A2、A3、A5 桩的变化趋势基本一致，桩顶水平位移随锥角变化产生的差异较小，侧面反映了锥形桩可能存在合理的锥角范围。

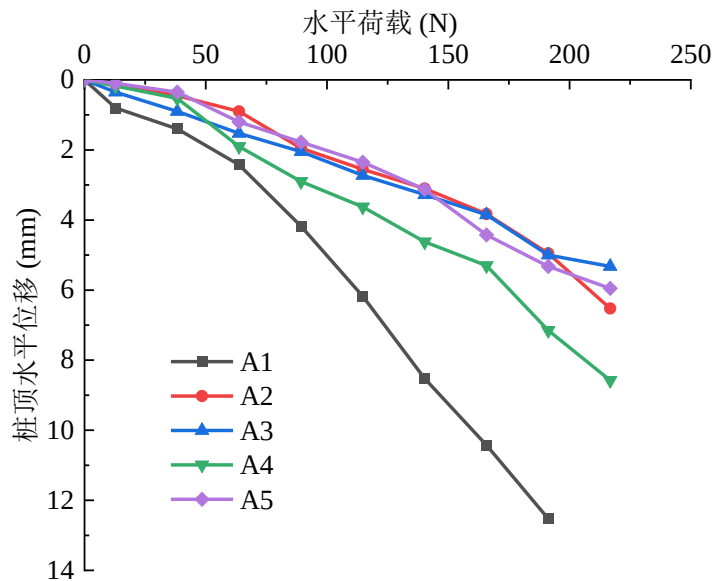


图 3-9 水平荷载—位移曲线

3.3.2 桩身弯矩分析

根据实验测量得到不同荷载下的桩身应变值，计算桩身弯矩，并绘制桩身弯矩变化曲线图。

3.3.2.1 桩身弯矩计算

模型桩的桩身弯矩无法通过测量直接获得，通过测量桩身的应变计算得出桩身弯矩。弯矩计算公式如下：

$$M = EI \frac{\Delta \varepsilon}{b} \quad (3-1)$$

式(3-1)中： M —模型桩桩身弯矩；

E —模型桩桩身弹性模量；

I —模型桩截面惯性矩；

$\Delta \varepsilon$ —模型桩桩身对称位置的应变差；

b —模型桩的有效截面宽度；

3.3.2.1 桩身弯矩分析

根据公式(3-1)计算桩身弯矩，得出不同水平荷载下 A1~A5 模型桩桩身弯矩值，并绘制如图 3-10 的桩身弯矩变化曲线。由图中对比发现，不同锥角的模型桩桩身变形有相似之处，但也存在一定的差异。在水平荷载的作用下，随着桩体埋置深度的增加桩身弯矩表现出先增大后减小的规律，弯矩主要出现在桩身的中

间位置，桩身出现最大弯矩位置基本相同，在距离桩顶的 200mm 附近。

进一步分析不同锥角的模型桩发现，同一荷载等级下，A1 等截面桩的最大弯矩值大于其余 4 根锥形桩，并且最大弯矩随着锥角的逐渐增加表现出减小的规律。桩身锥角的增加使模型桩最大弯矩处的桩径减小，桩径较小意味着桩身的截面惯性矩减小，实验中模型桩底部只与土体相互作用，未能形成固定约束，产生了转动。

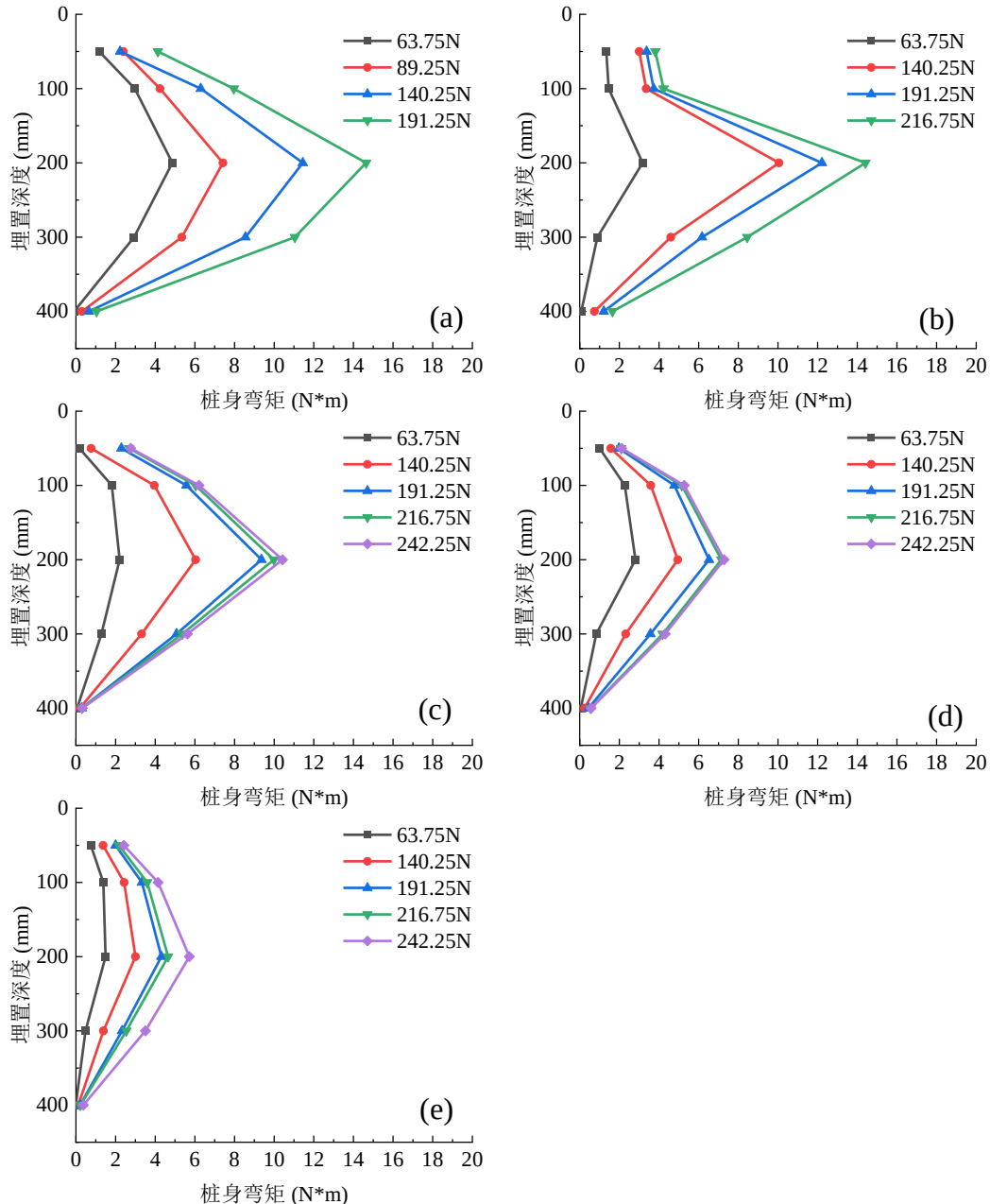


图 3-10 (a) A1 等截面桩、(b) A2 锥形桩、(c) A3 锥形桩、(d) A4 锥形桩和(e) A5 锥形桩的桩身弯矩曲线

3.3.3 实验与模拟对比验证

在实验过程中往往会因为各种各样的因素影响到结果的准确性,因而需要对实验工况进行模拟,验证实验结果的可靠性和缩尺模型的合理性。根据本章水平静力实验工况条件以及 2.3 节阐述的建模方法,建立如图 3-11 的桩-土系统三维实体模型及模型箱三维壳模型,开展水平静力加载数值模拟并将模拟结果与实验进行对比。

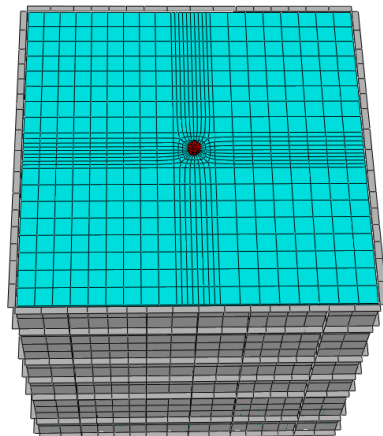
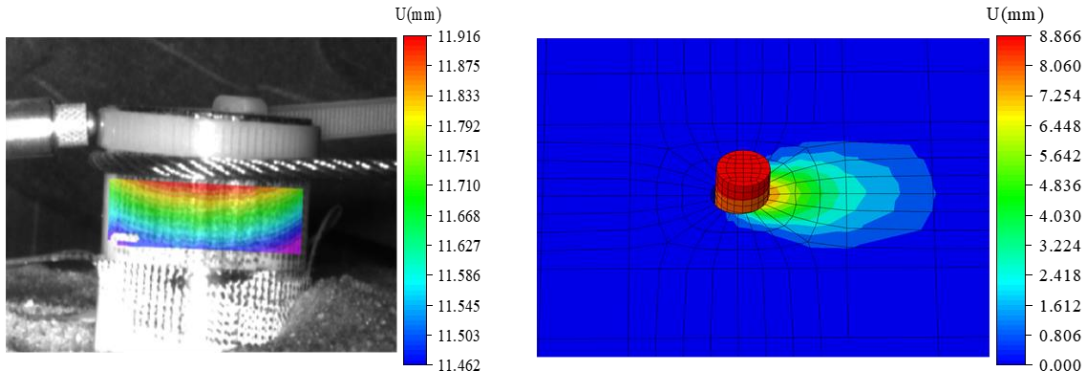


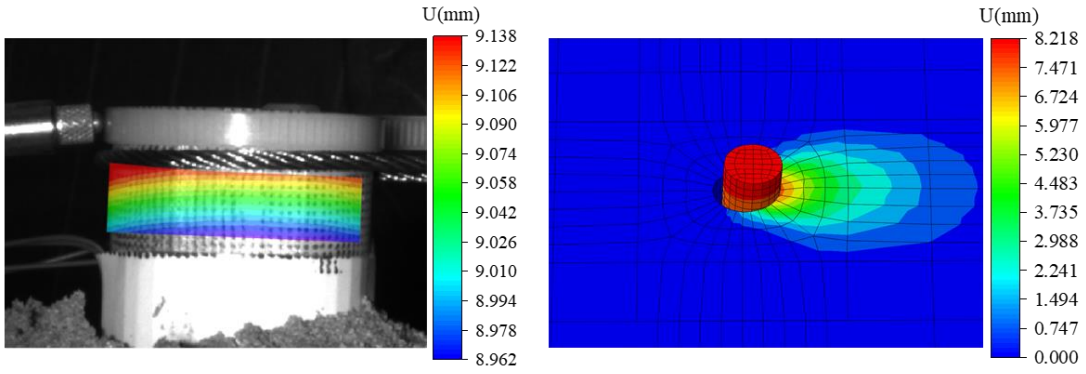
图 3-11 桩-土系统数值模型

3.3.3.1 桩身位移对比

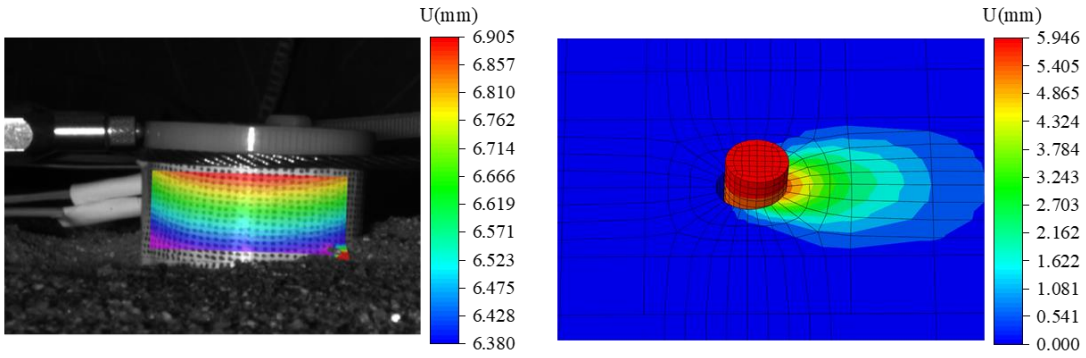
在本次实验中,借助 DIC 技术观测模型桩在水平荷载作用下的桩顶水平位移,根据实验中荷载施加的实际情况,选取合理范围内的位移云图进行分析,将获取的位移云图与有限元软件中模型桩在特定载荷下的水平位移云图进行对比,如图 3-12 所示。图 3-12(a)展示了 A1 等截面桩在桩顶水平荷载为 140.25N 时,实验的桩顶水平位移云图和模拟的桩身水平位移云图,图 3-12(b)~(e)为 A2~A5 锥形桩在桩顶水平荷载为 216.75N 时,实验的桩顶水平位移云图和模拟的桩身水平位移云图。根据图 3-12 可以观察到,当桩顶水平荷载等级相同的情况下,实验中模型桩产生的水平位移与数值模拟所计算得出的水平位移量相近,数值模拟的位移结果整体相对较小,进一步验证了实验与模拟的合理性。



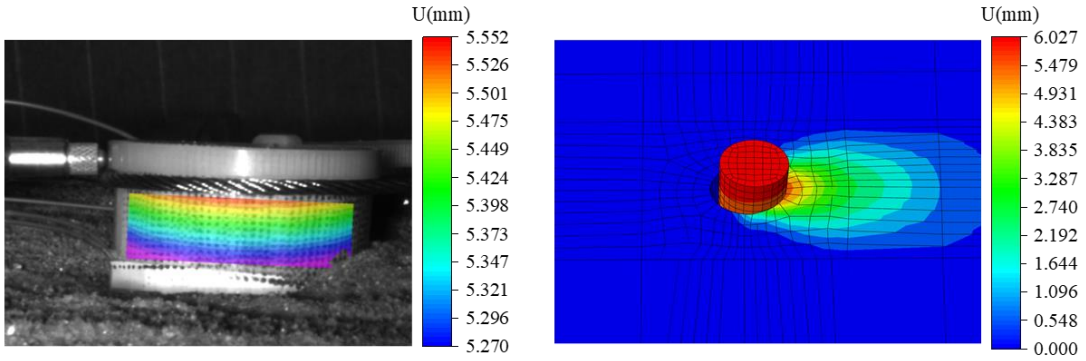
(a) A1 等截面桩 DIC 云图和数值模拟云图



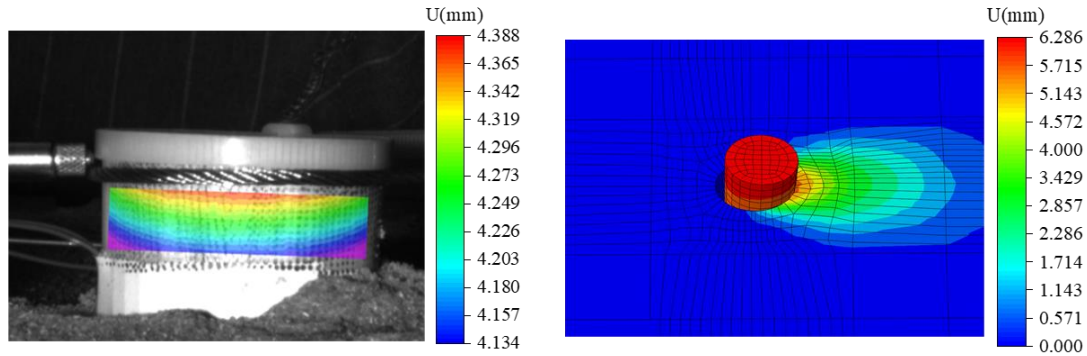
(b) A2 锥形桩 DIC 云图和数值模拟云图



(c) A3 锥形桩 DIC 云图和数值模拟云图



(d) A4 锥形桩 DIC 云图和数值模拟云图



(e) A5 锥形桩 DIC 云图和数值模拟云图

图 3-12 不同锥角模型桩的桩顶水平位移云图

图 3-13 展示了不同模型桩的实验和模拟荷载-位移曲线，进一步对不同水平荷载等级下的桩顶水平位移进行对比。通过对比发现，A1 等截面桩随着水平荷载的增加，实验产生的位移与模拟位移差值变大，A2、A3 和 A5 锥形桩的位移量较为接近，A4 锥形桩的位移差值在 2mm 左右，整体变化趋势相近。数值模拟得到的荷载位移曲线更加平缓，模拟得到的水平位移量相较于实验位移量更小。这是由于数值模拟中，对桩周土体施加了预应力场，使得模拟中土体更加紧凑，而实验中的土体是通过人工进行铺垫夯实，密实度相对于模拟中的土体较为松散，从而产生偏差。实验与模拟的整体效果较为接近，进一步说明设计的室内缩尺模型桩实验可以用来反映原型桩的变化规律。

3.3.3.2 桩身弯矩对比

图 3-14 给出了不同水平荷载下，A1~A5 模型桩实验和数值模拟桩身弯矩的对比曲线。对比发现，数值模拟中模型桩的桩身弯矩，随之埋置深度的增加先增大后减小，桩身出现最大弯矩的位置，在距离桩顶 150mm 附近，与实验存在误差，可能与数值模拟中约束了桩底 x 、 y 方向上的位移，而实验中桩底只有土体约束有关。数值模拟中模型桩的桩身弯矩随锥角增大而减小，与实验结果相比，其数值变化相对较小。此外，在水平荷载等级较小时，模型桩实验和模拟得到的桩身弯矩曲线较为接近，随着水平静力荷载的增加，实验和模拟弯矩结果值出现较大差异，这与上一小节提到的土体密实度存在密切关系。A1 等截面桩和 A2 锥形桩的实验和模拟桩身弯矩变化较为接近，A3~A5 锥形桩随着水平荷载的增加，桩身弯矩差值较大，但整体的变化规律接近。

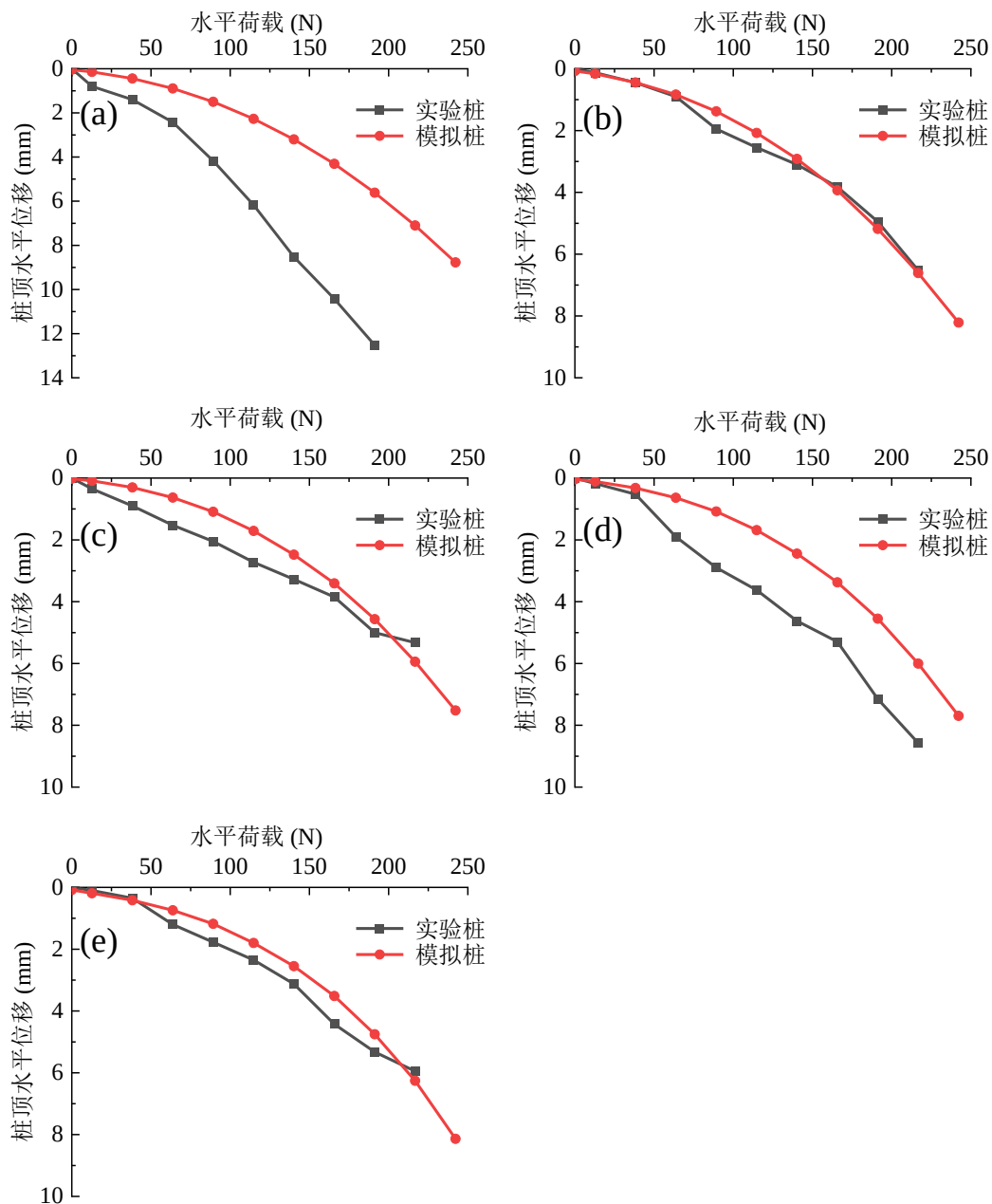


图 3-13 (a) A1 等截面桩、(b) A2 锥形桩、(c) A3 锥形桩、(d) A4 锥形桩和(e) A5 锥形桩的实验与模拟荷载位移曲线对比

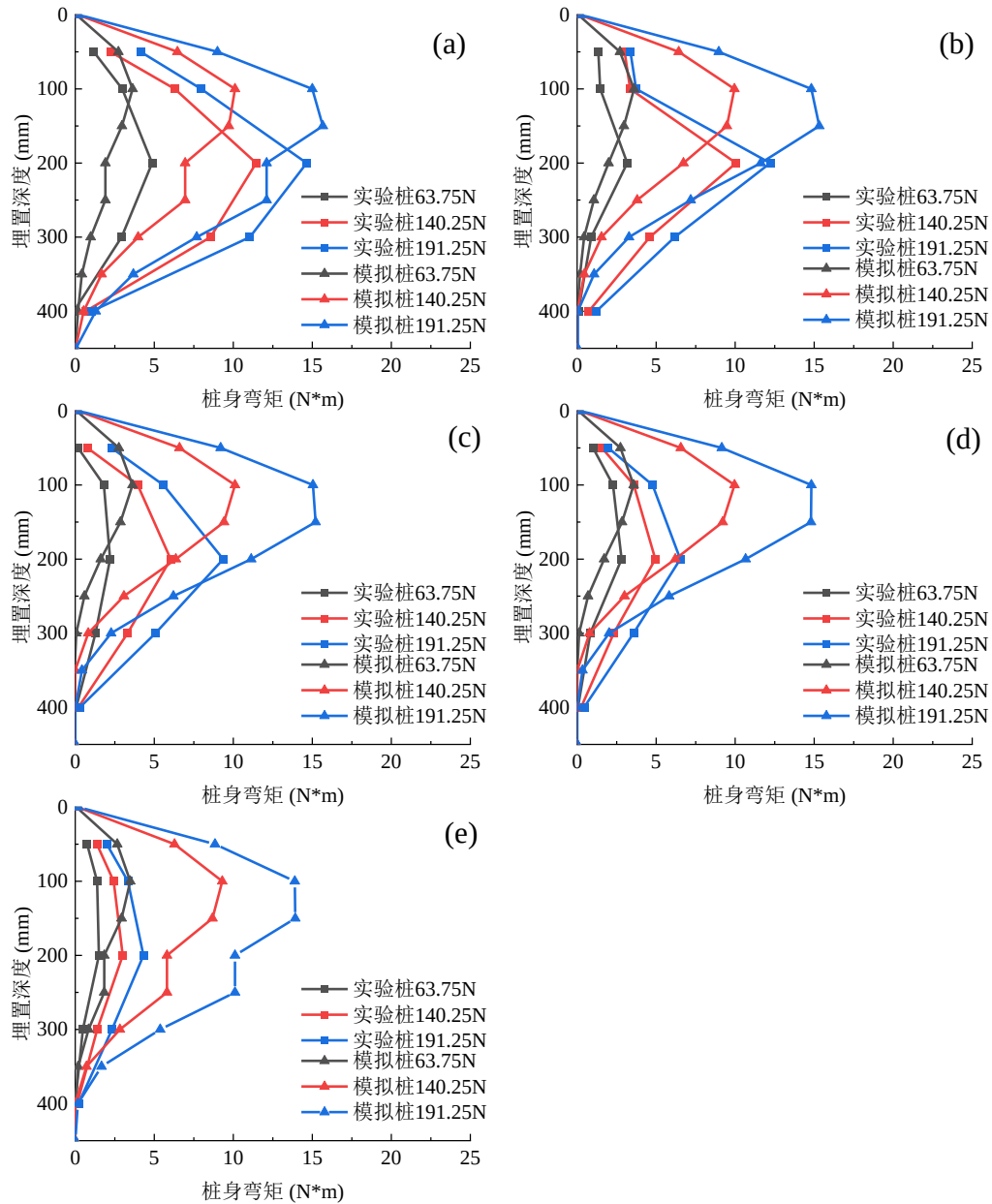


图 3-14 (a) A1 等截面桩、(b) A2 锥形桩、(c) A3 锥形桩、(d) A4 锥形桩和(e) A5 锥形桩的实验与模拟桩身弯矩曲线对比

3.4 本章小结

本章主要对锥形桩水平静力特性模型实验方法进行介绍,并通过模型实验和数值模拟对不同水平荷载下锥形桩的承载性能进行研究,从实验得出的荷载-位移曲线、桩身弯矩以及实验和模拟的对比三个方面,对不同锥角的模型桩进行水平静力分析,得到以下几个结论:

(1) 保持水平荷载相同的情况下,等体积变换的锥形桩桩顶产生的水平位

移小于等截面桩，锥形桩整体抵抗水平位移的能力优于等截面桩，并且锥形桩存在最优的锥角。

（2）锥形桩和等截面桩的桩身弯矩，随着桩体的埋置深度的增加，先增大后减小，桩顶和桩底的弯矩基本为零，在距离桩顶 200mm 附近，桩身弯矩值达到最大。

（3）通过模型实验和数值模拟对比发现，模型桩的桩顶水平位移和桩身弯矩的整体变化规律较为接近，在合理的范围内。进一步说明，所设计的锥形桩模型能够较好反映原型桩的水平静力特性。

第 4 章 锥形桩模态实验研究

锥形桩作为一种新型桩基形式，拥有良好的承载性能与掘进能力，受到广泛关注，充分掌握锥形桩的动力性能十分重要。本章采用表 3-1 中的 B 组模型桩开展模态测试实验，首先介绍了本次实验的准备工作，主要包括测量系统、加载装置以及测点布置，再通过施加水平简谐激励荷载获取模型桩的动力响应参数，分析锥形桩频率和阻尼比随锥角的变化关系。

4.1 DHDAS 软件介绍

DHDAS 软件运用领域广泛，可用于数据采集、自动控制、仿真以及多种工程应用与分析。软件可以通过测力法（频响函数法）与不测力法（环境激励法）进行模态参数识别。采用测力法时需要在实验过程中同时测量激振力和响应，利用频域的频响函数或时域脉冲响应函数对模态参数进行估计。当实验中采用不测力法时则无需测量激振力，结构的响应由环境激励引起，利用结构的时域信号对模态参数进行分析。

4.2 模态实验概述

4.2.1 测量仪器设备

测试系统的仪器主要包括 DH5922D 动态信号测试分析系统、IEPE 压电式加速度传感器、力传感器、在线电荷转换器、扫频信号发生器、功率放大器、激振器、直线位移传感器等，测试系统示意如图 4-1 所示。

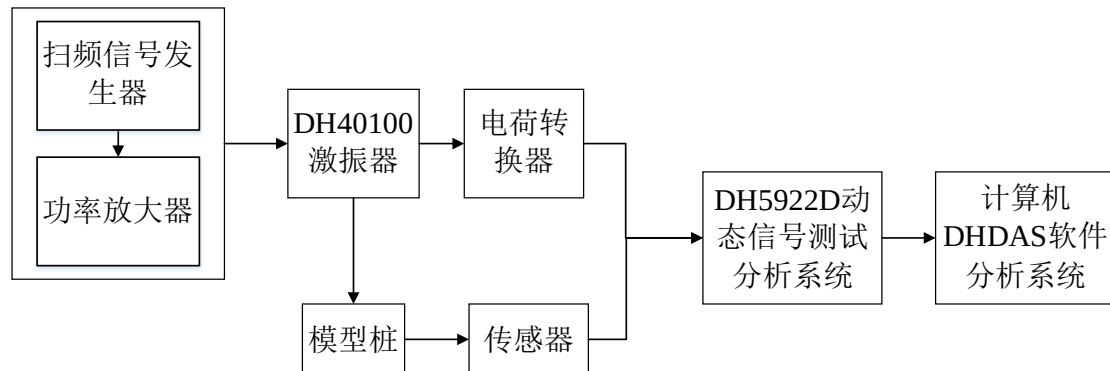


图 4-1 模态实验测试系统示意图

信号采集系统采用江苏东华测试技术有限公司的 DH5922D 动态信号测试分析系统，如图 4-2 所示，具有 32 个通道，每个通道相互独立，所有通道可以并

行同步工作，并且可以长时间实时、不间断的记录通道信号，最高采样频率可以达到 256Hz。将传感器与之相连接，实现同步实时监测。通过千兆网线连接仪器和计算机，利用 DHDAS 软件完成数据的监测与存储。



图 4-2 DH5922D 动态信号采集分析系统



图 4-3 加速度传感器

桩身加速度通过 IEPE 压电式加速度传感器进行测量，该传感器为三角剪切结构，结构紧凑、性能稳定，其测量范围宽，具有较强的环境适应性，如图 4-3 所示。加速度传感器通过螺钉与胶带相结合的方式固定在桩身两侧预先确定的监测位置。桩顶施加的动力通过型号为 3A105 的力传感器进行测量，该传感器可用于压力装配冲击实验和激振器中进行模态测试分析，其灵敏度为 3.591pC/N 。本实验中将其一端与激振器相连，另一端固定在模型桩一侧距离桩顶 1cm 处，并与在线电荷转换器配套使用进行数据转换。在线电荷转换器型号为 DH5858B，其增益指标为 1.006mV/pC ，该转换器可以将高阻抗电荷型号转换为低阻抗电压信号。

采用型号为 DH1301N 的扫频信号发生器将频率信号传递给 DH5872 的功率放大器，如图 4-4 所示，配接激振器完成模型桩的振动激励。DH1301N 扫频信号发生器可以发生正弦信号、线性扫频信号、对数扫频信号以及随机信号，其具有高频率的稳定度，输出频率范围为 $0.1\text{Hz}\sim 10\text{kHz}$ ，输出峰值功率约为 60W。DH5872 功率放大器作为振动实验的大功率激振源，可以调节的 2A~13.4A 输出电流限制保护，具有相位反相切换功能。采用型号为 DH40100 的激振器，如图 4-5 所示，该激振器是一种将电能转换为机械能的变换器，可用于小型结构的振动实验，提供一个激振力，输出的频率范围宽，出力效果好。



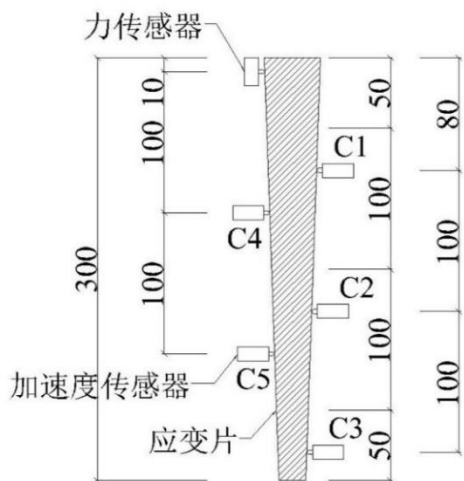
图 4-4 扫频信号发生器和功率放大器



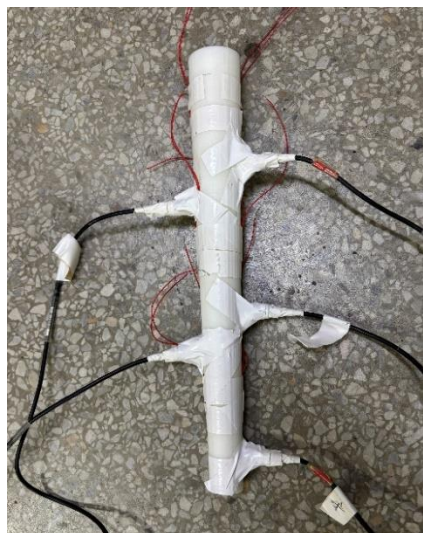
图 4-5 DH40100 激振器

4.2.2 测点与仪器布置

实验初期利用千兆网线连接 DH5922D 动态信号测试分析系统和电脑，将 IEPE 压电式加速度传感器、力传感器、直线位移传感器以及土压力盒与 32 通道的 DH5922D 动态信号测试分析系统进行连接，打开软件和仪器，对接入的通道进行参数设置。应变片采用 1/4 桥路方式接入到静态电阻应变仪中。加速度传感器、力传感器需要与被测模型桩保持刚性连接，将传感器与配备的开槽锥端紧定螺钉相配合，并固定在模型桩上，拧紧力需要适中，为防止实验过程中脱落，再使用绝缘胶带进行粘贴固定。传感器在桩身两侧错位布置，布置方式与测点编号如图 4-6 (a) 所示，图 4-6 (b) 为传感器安装实照图。



(a) 测点布置示意图



(b) 传感器布置实照图

图 4-6 布置示意图

土压力盒选用 DMTY 系列应变式土压力盒，可用于测量桩周砂土的应力变化，压力盒采用全桥电路，其量程范围为 0~1000kPa，率定参数如表 4-1 所示。将土压力盒分布在模型桩桩身两侧，与桩身应变片位置相对应。土压力盒分布在模型桩两侧布置，具体位置与编号如图 4-7 所示。应变片的粘贴方式与静力实验相同。

表 4-1 土压力盒率定参数

测点编号	T1	T2	T3	T4	T5	T6
率定参数	0.499941	0.413223	0.498989	0.516626	0.430108	0.518332

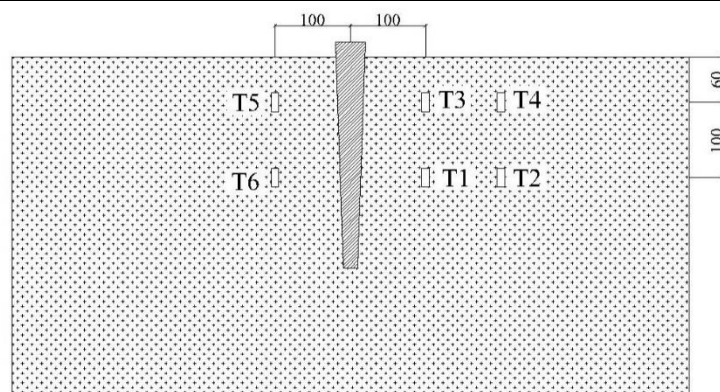


图 4-7 土压力盒布置示意图

桩顶水平位移仍通过直线位移传感器进行监测，传感器和激振器分别放置在模型桩的左右两侧，并将位移传感器与磁性表座相连接，固定在模型箱上。采用连接线将扫频信号发生器和功率放大器按照面板插孔进行正确连接，再用输出电缆将功率发大器与激振器连接好，用螺栓将激振器安装固定在台架上，并放置在模型箱的一侧，如图 4-8 所示。随同激振器一起提供的连接杆，是专门用于激振器与模型桩之间的连接，将激振器输出的激振力传递给模型桩，同时对激振器起到保护作用。连接杆和模型桩、激振器连接时，需要保持在同一轴线上，连接好后，在连接杆两端安装螺帽，以防止在实验过程中因振动而产生松动，影响实验结果。

4.2.3 实验加载

采用激振器施加水平简谐激励荷载时，将激振器安装在模型桩距离桩顶 1cm 的位置，进行线性扫频，借助扫频信号发生器输出线性扫频信号，将频率范围设定为 0.1~100Hz。为了能够提供足够强度的激励信号，确保模型桩可以与激振器产生相应的振动，幅值确定为 5000mV。扫频时间设置为 500s，保持时间为 10s，

返回时间为 10s，使扫频信号能够平稳连续的覆盖设定的频率范围，以获取振动响应数据。



图 4-8 实验系统布置

4.2.4 数据采集

在 DHDAS 软件中，选择需要的通道并进行参数设置和采样频率设置。各通道需根据传感器的类型选择测量类型、测量量、量程等参数。采用高采样频率可以提高对时间的分辨率，低采样频率可以提高对频率的分辨率，因此，时间分辨率与频率分辨率是一对矛盾体。为了满足时域或频域分析的需求，需设置合理的采样频率。实验中将采样频率设置为 1kHz。在数据采集之前需对所用通道进行平衡和清零。

4.3 实验数据和测试结果

实验中利用激振器对模型桩桩顶施加了频率在 0.1~100Hz 范围的水平简谐激励荷载，加载初期和后期，由于激振器工作频率较低，导致激振器与台架系统产生较大的振动，以及实验环境中其它因素对模型桩的干扰，因此需要对采集的振动响应数据进行对比筛选，利用 DHDAS 软件系统对数据进行预处理和分析。

4.3.1 桩顶位移时程响应

动力荷载下的桩基础响应特性主要受桩身刚度、桩周土体刚度以及荷载频率的影响。利用直线式位移传感器监测获取不同锥角的模型桩在水平简谐激励荷载作用下的位移时程曲线，选取 1s 内桩顶位移时程响应变化，如图 4-9 所示。从图中可以看到，不同锥角模型桩桩顶位移呈现出与输入激振频率同步的周期性变化。对比分析不同锥角模型桩的桩顶位移响应幅值发现：B1 等截面的位移响应幅值略高于其余锥形桩，锥角为 2°的 B5 锥形桩位移响应幅值最小，B3 和 B4 锥形桩的位移响应幅值相近，B2 锥形桩的位移幅值大于 B5 桩，小于 B3 和 B4 桩。

在相同水平简谐激励荷载条件下，锥形桩产生的位移幅值小于等截面桩，锥形桩表现出优于等截面桩的动力性能，进一步表明改变锥形桩的桩身锥角可以抑制桩体的振动响应。

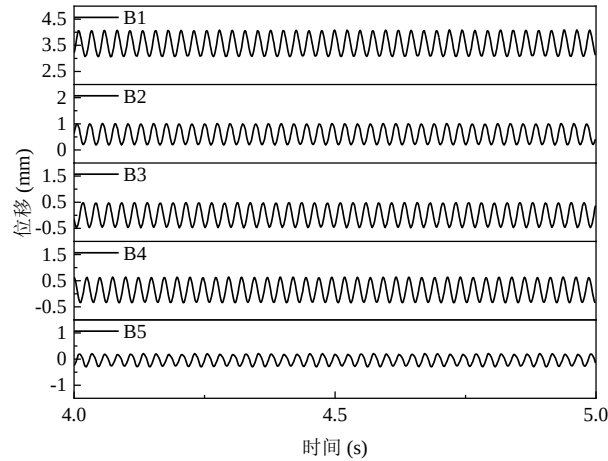
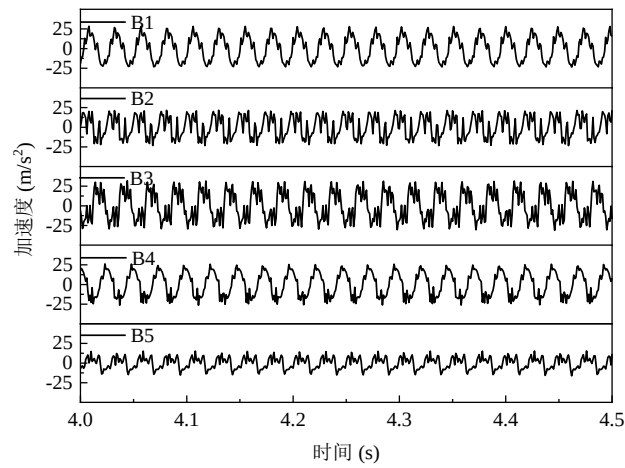


图 4-9 模型桩桩顶位移时程响应

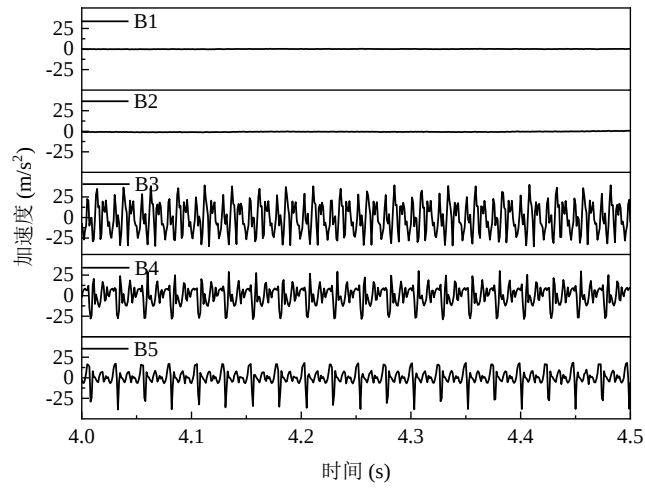
4.3.2 加速度时程响应

图 4-10 展示了不同锥角模型桩在相同水平简谐激励荷载条件下桩身同一位置测点的加速度响应时程曲线。从图中可以看出，由于桩周土体的约束作用，桩身各测点的加速度幅值沿桩身呈现出差异，反映了各测点受到土体的约束程度不同；尽管加速度的响应幅值不同，但测点加速度响应时程曲线与输入信号一致呈现周期性变化。图 4-10 (b) 为 C2 测点加速度响应，该点 B1 等截面桩和 B2 锥形桩的加速度变化较小，这是由于在桩身安装紧固螺钉时，螺纹发生磨损与变形，螺纹间的配合出现异常，加速度传感器与桩体未形成刚性连接，使得测量的加速度误差较大。

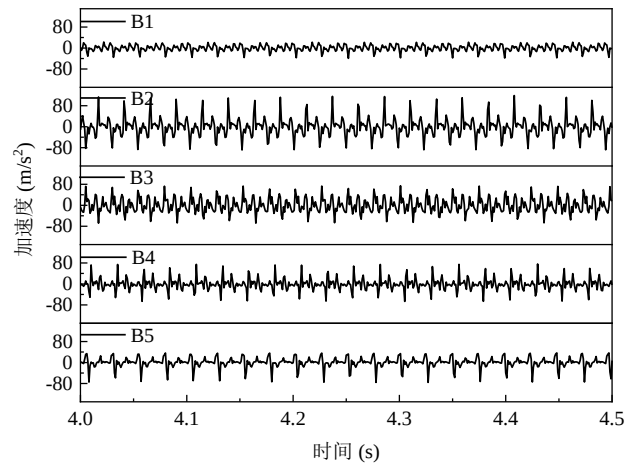
图 4-10 (a) 为模型桩桩身 C1 测点的加速度，对比发现，B1、B3 和 B4 桩的加速度幅值相近，B2 桩的加速度幅值小于以上 3 根桩，B5 桩加速度幅值最小，模型桩加速度幅值变化与位移幅值变化趋势相同。图 4-10 (c) ~图 4-13 (e)，B1 等截面桩的 C3 和 C5 测点的加速度响应幅值相对其余桩同一测点加速度响应幅值较小，在锥角为 0.5° ~ 2° 范围内，桩身的加速度相应幅值随锥角增加而减小。对比同一根模型桩的不同测点发现，测点 C5 的加速度响应幅值明显小于桩身其余测点，且 C3 测点的加速度响应幅值大于其它测点，说明桩体底部与土体未形成固定约束，使得桩体绕着桩身下半部分中的一点，形成复合振动模式。



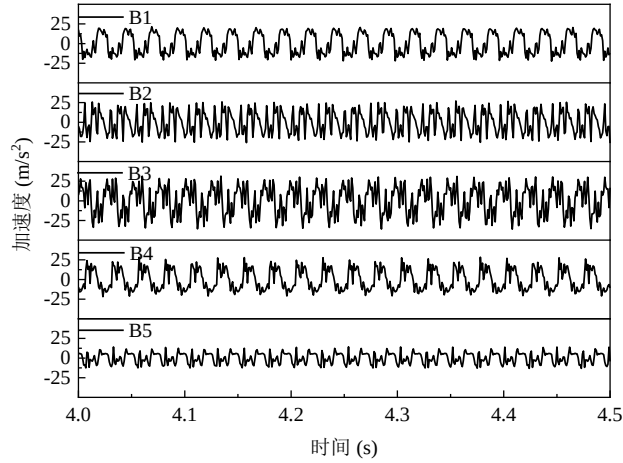
(a) C1 测点



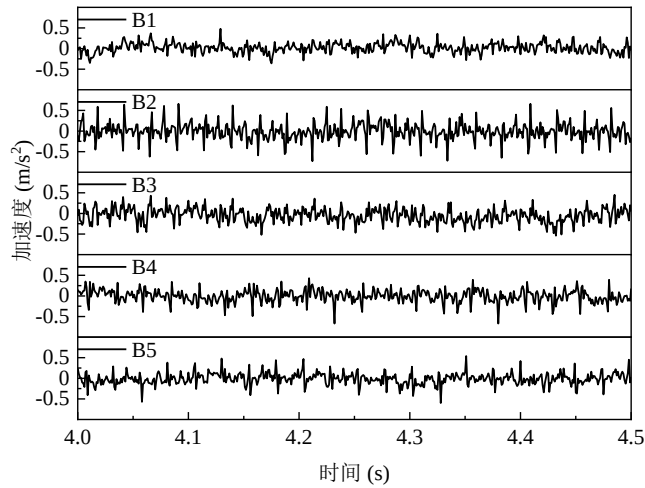
(b) C2 测点



(c) C3 测点



(d) C4 测点



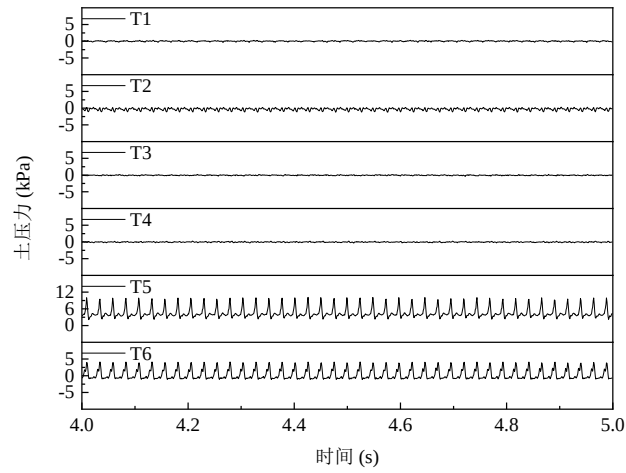
(c) C5 测点

图 4-10 模型桩各测点加速度时程响应

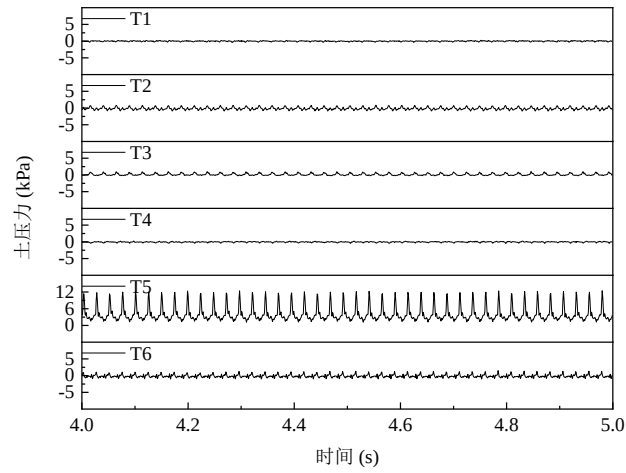
4.3.3 土压力时程响应

在水平简谐激励荷载施加在桩体的瞬间，桩-土系统间平衡状态被打破，使得桩周土体应力发生变化，图 4-11 展示了不同锥角模型桩在水平简谐激励荷载下桩周土体中各测点土压力的时程响应曲线。对比发现，不同位置测点所监测的土压力时程曲线呈现出明显差异，其中 T5、T6 测点位置与加载位置同侧。横向对比桩体中轴线左右两侧对称分布的测点 T1 和 T6、T3 和 T5 发现：T5 和 T6 所测得的土压力值大于 T3、T1 测点，说明在水平简谐激励荷载作用下，桩体呈现出不均匀挤压土体的现象，并且在动力施加侧桩体对土体的挤压较为强烈，另一侧的挤压相对较小。横向对比位于桩体一侧且距离桩体中轴线不同位置的测点 T1 和 T2、T3 和 T4，距离桩身位置较近的土压力响应较为明显，随着测点与桩

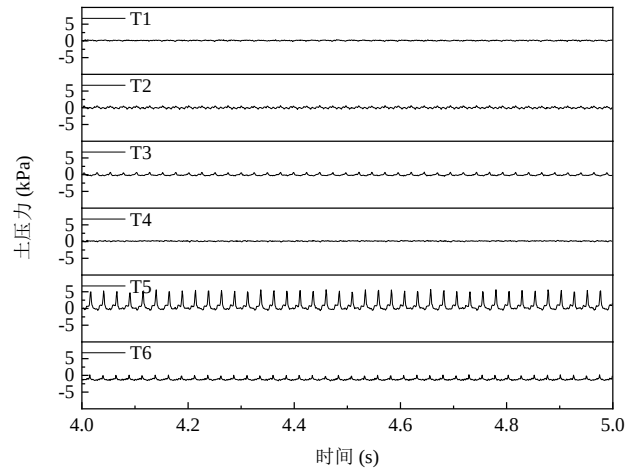
身距离增加而逐渐减小。



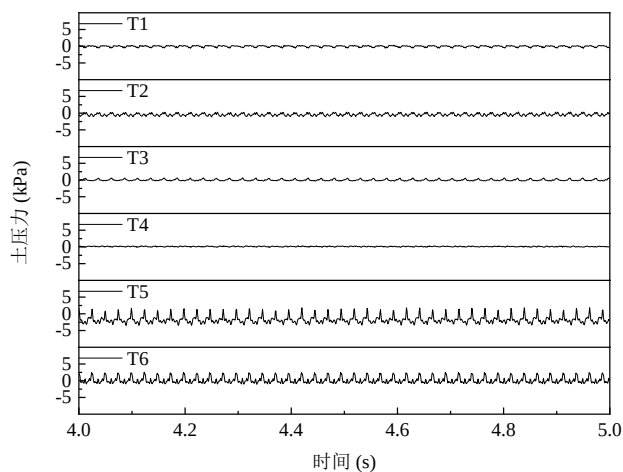
(a) B1 等截面桩



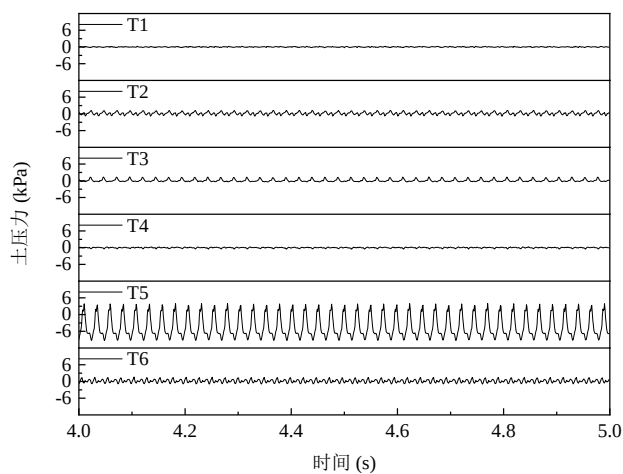
(b) B2 锥形桩



(c) B3 锥形桩



(d) B4 锥形桩



(c) B5 锥形桩

图 4-11 桩周土体各测点土压力时程响应

4.3.4.模型桩频率分析

针对不同锥角的模型桩，通过 DHDAS 软件系统分别提取了实验条件下，线性扫频信号时间为 200s~210s 内较为平稳的振动数据。选取范围内 0.5s 的振动样本，对桩身各个测点的采样数据进行解析处理，获得相应的谱分析图。图 4-12~图 4-16 分别展示了水平简谐激励荷载下不同锥角模型桩桩身各个测点频率响应特性。由图 4-12~图 4-16 可知，在水平简谐激励荷载的作用下，不同锥形模型桩的振动特性呈现出一定的规律性，同一模型桩的不同位置测点的时程曲线经过快速傅里叶变换后呈现出频率锁定现象，各测点的峰值响应频率相近。

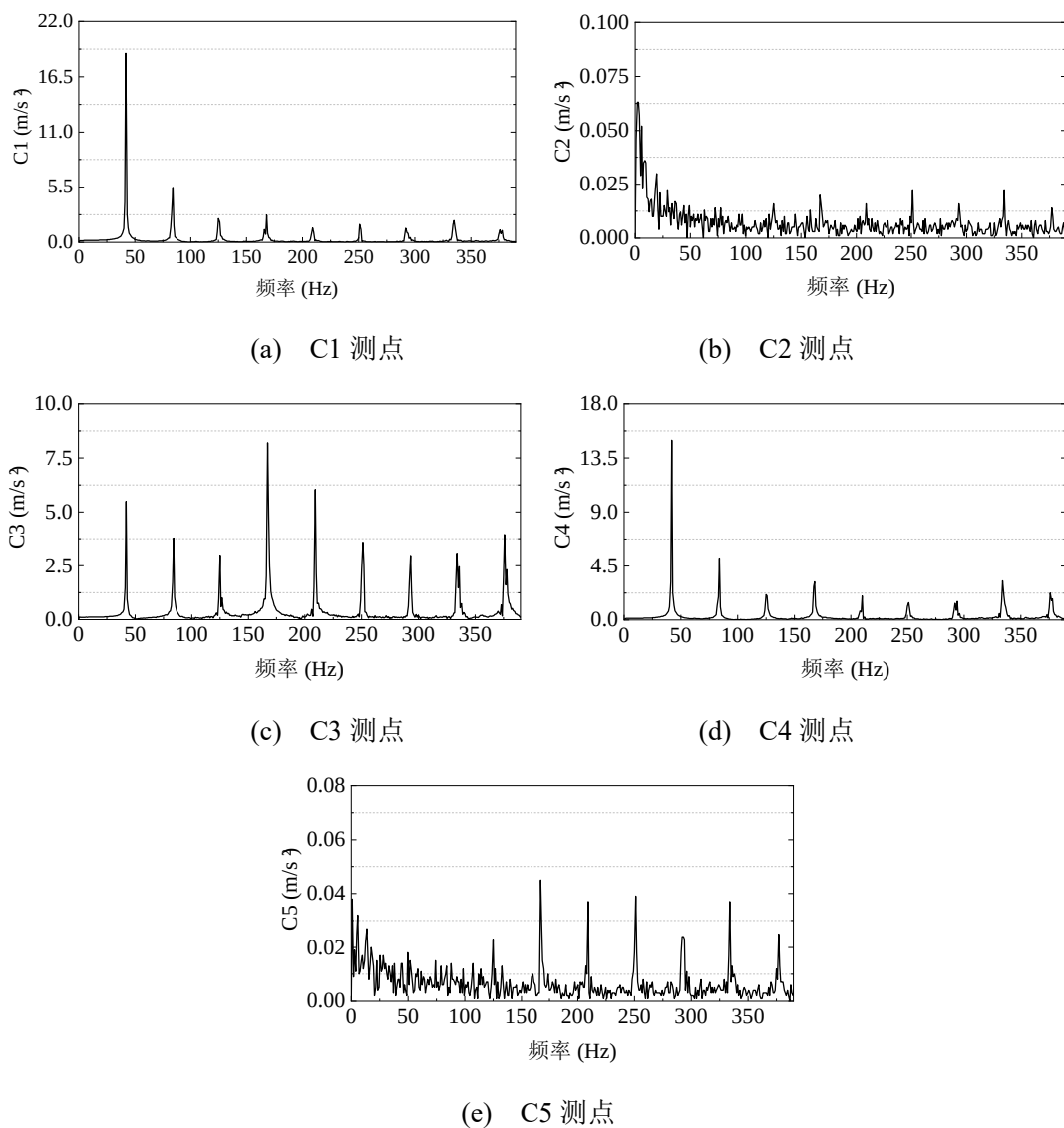
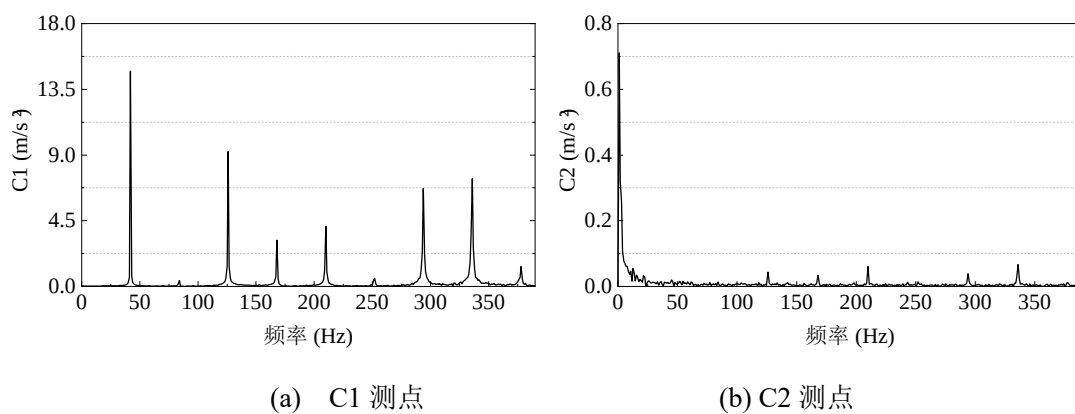


图 4-12 B1 等截面桩各测点加速度频谱分析



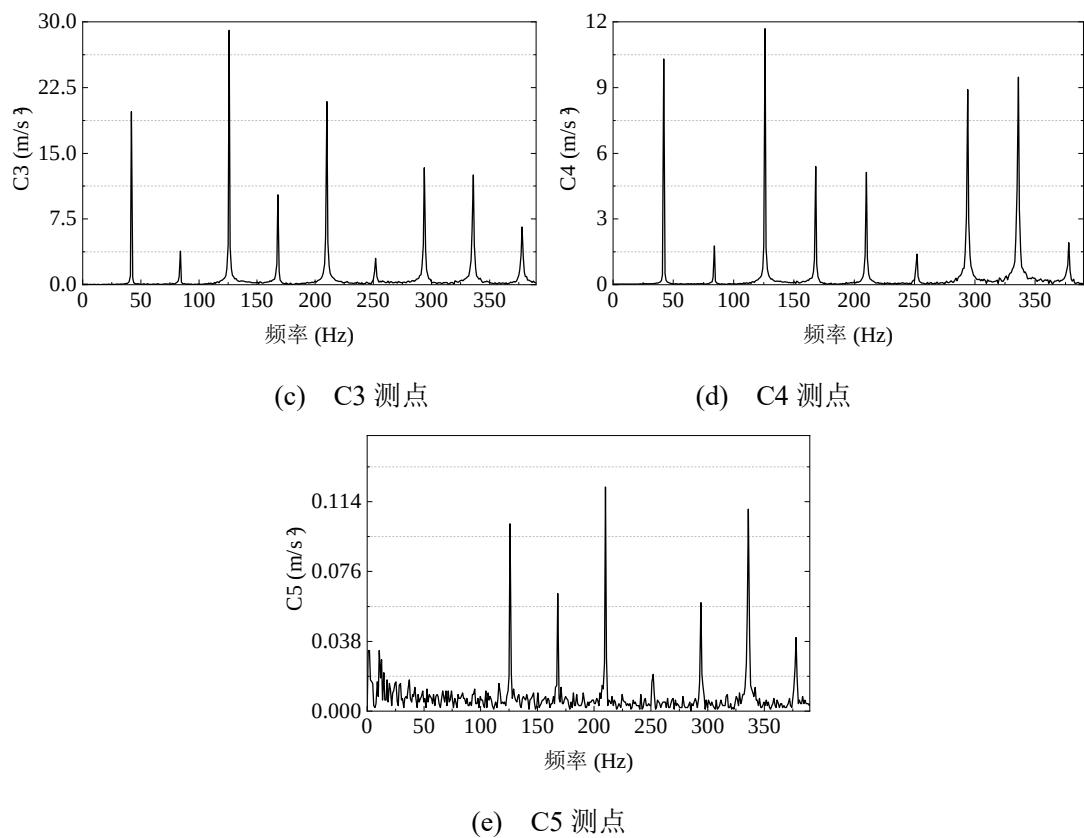
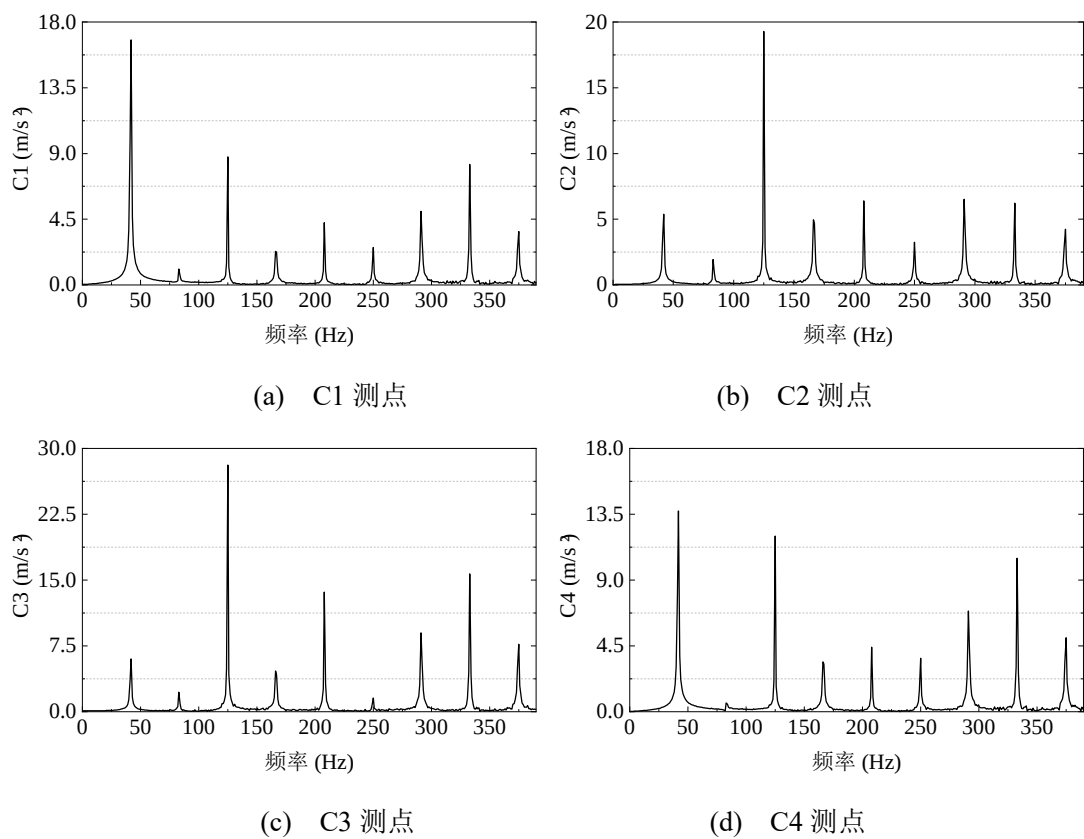
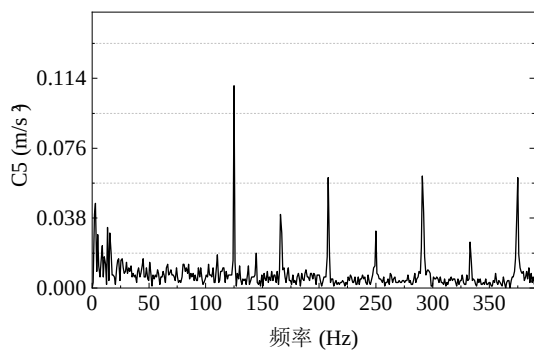


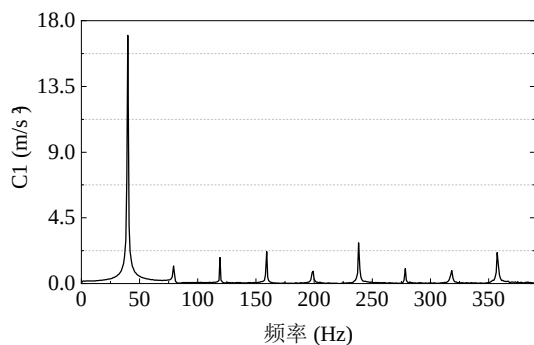
图 4-13 B2 锥形桩各测点加速度频谱分析



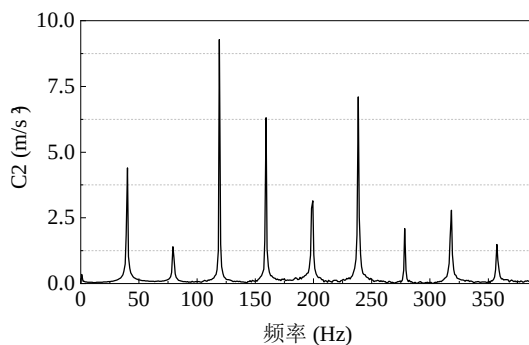


(e) C5 测点

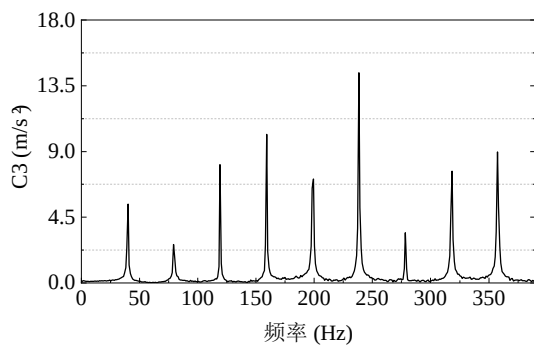
图 4-14 B3 锥形桩桩各测点加速度频谱分析



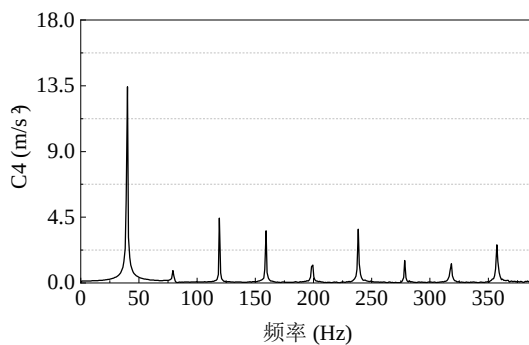
(a) C1 测点



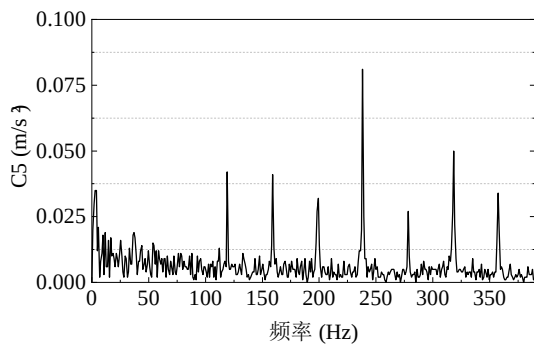
(b) C2 测点



(c) C3 测点



(d) C4 测点



(e) C5 测点

图 4-15 B4 锥形桩桩各测点加速度频谱分析

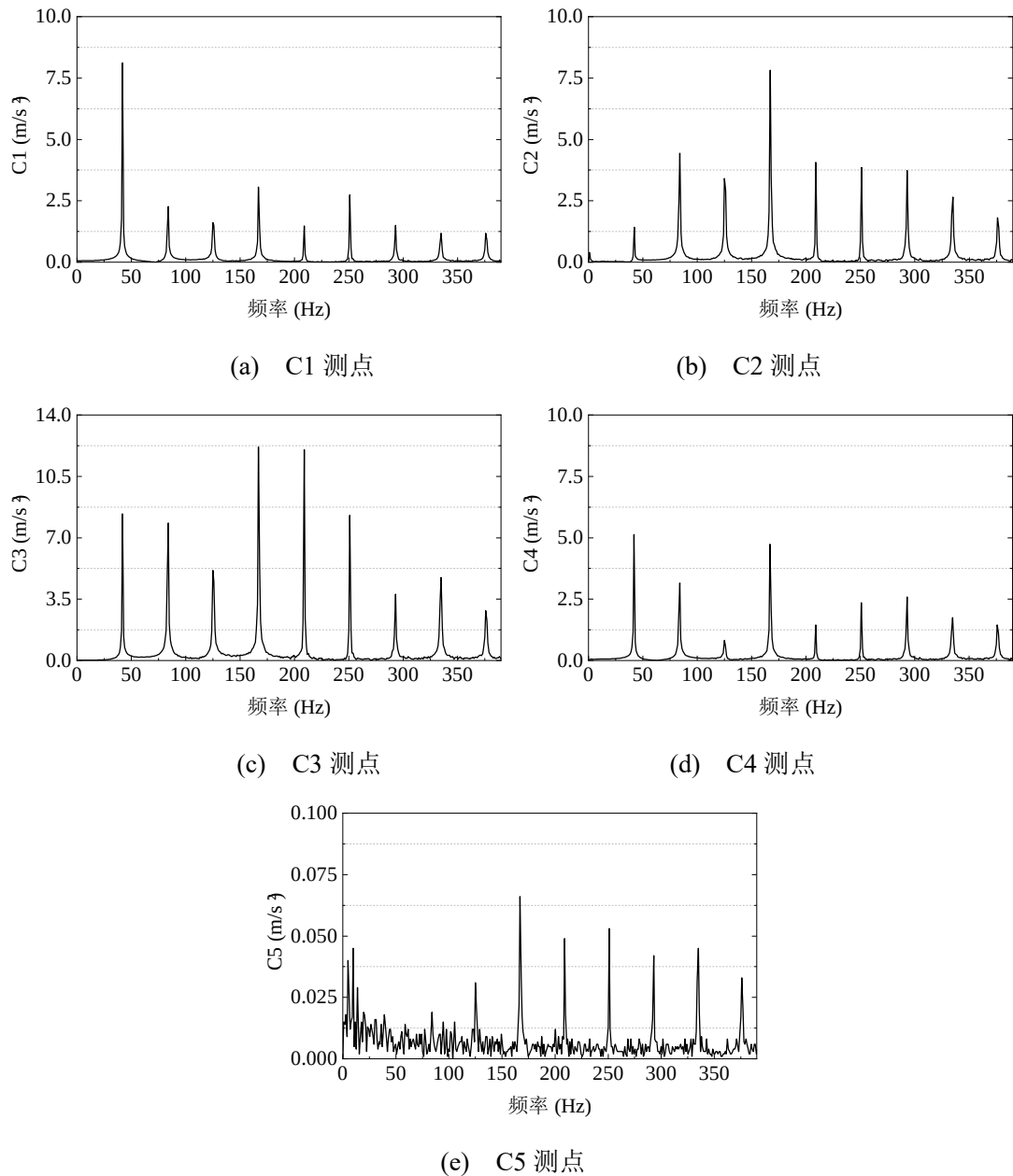


图 4-16 B5 锥形桩各测点加速度频谱分析

以上的分析图揭示了不同锥角模型桩的振动表现,为模态参数识别提供了基础数据,利用 Op.polylscf 算法对测点的频谱进行分析,选择合适的分析点数以及不同测点的品相函数,建立模态参数稳定图,得出不同锥角模型桩不同阶次的频率与阻尼比(ζ)。

表 4-1 描述了均质砂土地基中桩体不考虑轴向荷载的影响,在模型桩桩顶施加水平简谐激励荷载的条件下不同锥角模型桩不同阶次的频率与阻尼比。对比基于等体积变换的模型桩发现:桩体的各阶频率在一定范围内变化,并且受到桩身锥角的影响;模型桩不同阶次的频率相差较大,阻尼比相差较小;对比同一阶次

下，通过改变桩身锥角桩体频率呈现出波动变化，且不同锥角的锥形桩频率小于等截面桩。

表 4-1 不同锥角模型桩的频率及阻尼比

模态		B1	B2	B3	B4	B5
1	$f/(\text{Hz})$	41.093	40.876	41.000	40.642	41.070
	$\zeta(\%)$	0.6	0.7	0.5	0.7	0.7
2	$f/(\text{Hz})$	82.367	81.221	81.706	81.432	82.132
	$\zeta(\%)$	0.5	0.1	0.3	0.8	0.7
3	$f/(\text{Hz})$	123.956	124.102	122.921	122.271	122.637
	$\zeta(\%)$	1.7	0.3	0.6	0.7	0.6
4	$f/(\text{Hz})$	164.319	163.944	164.256	162.533	164.239
	$\zeta(\%)$	0.6	0.7	0.6	0.7	0.8
5	$f/(\text{Hz})$	206.226	204.328	204.421	203.951	205.385
	$\zeta(\%)$	0.5	0.8	0.7	0.6	0.07
6	$f/(\text{Hz})$	248.094	254.295	244.449	244.094	244.963
	$\zeta(\%)$	0.5	1.3	0.4	0.5	1.5

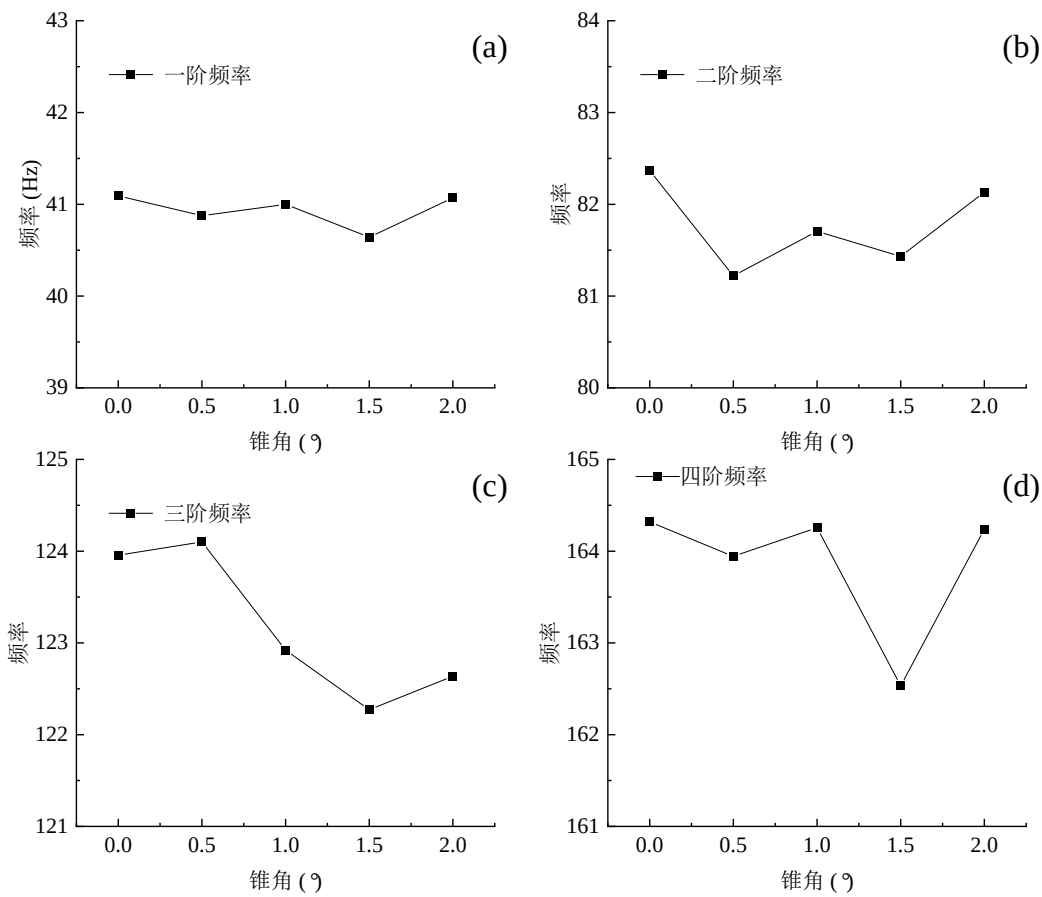


图 4-17 (a)一阶频率、(b)二阶频率、(c)三阶频率和(d)四阶频率随锥角变化曲线

图 4-17 所示为模型桩不同阶次频率随锥角的变化曲线。对比发现，不同阶次下的等截面桩频率高于锥形桩的频率，锥角的增加使得桩身沿纵向逐渐变柔，进而使模型桩的频率减小。同时将模型桩频率的变化曲线与图 2-11 中原型桩的

变化曲线对比发现,实验中模型桩的变化曲线与数值模拟中原型桩的变化曲线存在一定的相似之处。

4.4 本章小结

本章主要对锥形桩模型的模态测试实验进行介绍,通过模型实验探究了均质砂土地基中,不考虑桩体轴向荷载影响下,不同锥角模型桩在水平简谐激励荷载下的响应特性以及频率与锥角的变化关系,得到以下结论:

(1) 锥形桩在水平简谐激励荷载的作用下,锥形桩的桩顶水平位移响应幅值小于等截面桩;同一模型桩桩身由于受到桩周土体的影响,各测点的加速度响应幅值呈现出显著差异;不同模型桩同一位置测点的加速度响应幅值不同,其中测点 C1 的加速度响应幅值随锥角增加而减小。

(2) 在水平简谐激励荷载作用下,桩周土体受到不均匀的挤压现象,位于桩身加载侧的土体挤压明显,土压力响应幅值大于桩身另一侧的土体压力,并且随测点与桩身距离的增加土压力值减小。

(3) 等体积变换模型桩桩体的各阶频率在一定范围内变化,模型桩不同阶次的频率相差较大,阻尼比相差较小;锥形桩的固有频率整体小于等截面桩。

第 5 章 结论与展望

5.1 主要研究结论

本文基于相似理论,以不同桩径和长径比的等截面桩和等体积变换不同锥角的 C30 混凝土锥形桩为原型,设计了几何相似比 1:10 的光固化白色树脂模型桩;通过建立原型桩和模型桩的有限元模型,探究了均质砂土地基中锥形桩水平承载性能和桩-土系统的模态特性的相似性;选取了部分尺寸的模型桩,完成水平静力加载和模态测试实验。得出以下结论:

(1) 基于相似原理分析模型桩和原型桩各参数的相似关系,确定了模型的几何相似比以及材料。采用有限元软件对模型桩和原型桩的水平静力特性和模型桩-土系统和原型桩-土系统的模态特性进行了相似性分析。不同长径比、锥角的模型桩和对应原型桩的桩顶水平位移比值在 1.0 左右,满足理论的相似比值。不同水平荷载等级下,桩身水平位移沿着桩体埋置深度的增加逐渐较小,模型桩和原型桩桩身上半部分位移变化曲线呈现出平行状态,桩体变形规律相似。

(2) 在相同水平荷载等级下,不同尺寸的模型桩和原型桩桩身弯矩随埋置深度的增加先增大后减小,并在桩底趋近于零。不同长径比、锥角的模型桩在水平荷载 $P=400\text{N}$ 时的最大弯矩,与相同荷载等级下的原型桩最大弯矩比值误差在 12% 以内,并且模型桩出现最大弯矩的位置与原型桩最大弯矩位置相对应,满足相似关系。在允许的水平位移范围内,模型桩和原型桩的桩顶侧向刚度变化规律相似。不同尺寸的桩-土系统频率比值集中在 9~15 之间,具有良好的相似性。

(3) 在水平静力荷载相同的条件下,同一桩长的锥形桩桩顶产生的水平位移小于等体积的等截面桩,锥形桩整体抵抗水平位移的能力优于等截面桩。锥形桩和等截面桩的桩身弯矩随着桩体的埋置深度的增加表现出先增大后减小,在距离桩顶 200mm 附近桩身弯矩值达到最大。对比模型实验和数值模拟结果,模型桩的桩顶水平位移和桩身弯矩的整体变化规律较为接近,在合理的范围内。进一步说明,所设计的锥形桩模型能够反映原型桩的力学行为。

(4) 在施加水平简谐激励荷载条件下,等体积变换的模型桩桩顶位移和桩身加速度时程曲线呈现周期性变化,且锥形桩的桩顶位移幅值和 C1 测点的加速

度幅值小于等截面桩；位于模型桩加载侧的土体受到明显挤压；根据实验得出的同一模型桩不同阶次频率相差较大，且锥形桩的固有频率整体小于等截面桩。

5.2 主要创新点

（1）以 C30 混凝土锥形桩为原型，基于相似理论设计了几何相似比为 1:10 的模型桩，采用数值模拟对模型桩和原型桩弹性阶段的水平承载性能和桩土模态特性进行研究，得出锥形模型桩和原型桩具有良好的相似性。

（2）鉴于桩-土系统的复杂性，针对锥形桩模态特性，开发模型实验测试系统。通过锥形单桩-土系统水平简谐激励荷载实验，对其模态参数进行合理性验证，得出锥形桩固有频率、阻尼比随桩身锥角变化规律。

5.3 展望

本文通过数值模拟对均质砂土地基中，模型桩和原型桩的水平静力性能以及桩-土系统的模态特性进行了相似性分析，分析了不同桩径、长径比和锥角对模型和原型相似性的影响，结合设计的模型桩开展相应的室内模型实验。针对锥形桩的研究尚有许多不足之处，还有以下部分可以进一步研究：

（1）本文研究了均质砂土地基中，水平静力荷载作用下的锥形桩模型和原型的相似性，分析过程中未考虑土体的相似性，可以对桩土体系进行相似性分析，以及分析不同地基中不同材料制作的锥形桩的力学性能。

（2）本文仅研究了水平静力和桩-土系统频率的相似性，缺乏锥形桩的动力特性的相似性，今后可针对锥形桩的水平动力进行相似性分析。

（3）本文的模型实验中仅考虑了锥角的影响，可针对不同桩径和长径比的模型开展实验研究，探讨不同桩径和长径比对模型桩频率和动力响应的影响。

（4）本文仅针对锥形单桩的承载性能展开了探讨与分析。鉴于群桩基础在实际工程应用中的广泛使用，后续可对锥形群桩的承载性能进行深入研究。

参考文献

- [1] 何杰, 刘孟鑫, 邹长春, 等. 楔形劲性水泥土复合桩工作性状试验研究[J]. 土工基础, 2022,36(02): 283-288.
- [2] 原华, 从文成, 谢俊南. 粉土地区楔形群桩的水平承载特性分析[J]. 石河子大学学报(自然科学版), 2023,41(04): 455-460.
- [3] Yang X Y, Jiang G S, Liu H, etc. Horizontal vibration characteristics of a tapered pile in arbitrarily layered soil[J]. *Energies*, 2022, 15(9).
- [4] 蒋建平, 高广运, 顾宝和. 扩底桩、楔形桩、等直径桩对比实验研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(6):764-766.
- [5] 何杰, 刘杰, 张可能, 等. 夯实水泥土楔形桩复合地基承载特性实验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(7): 1506-1512.
- [6] Omid T, Mahmoud G. Effect of tapered and semi-tapered geometry on the offshore piles driving performance[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 201107147-107147.
- [7] 闵长青, 刘杰, 何杰, 等. 楔形桩的研究和应用现状[J]. 土工基础, 2009, 23(4): 73-76.
- [8] Fall M, Gao Z G, Ndiaye B C. Driven pile effects on nearby cylindrical and semi-tapered pile in sandy clay[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(7).
- [9] Mantu M, Debarghya C. Bearing capacity of tapered piles in clay under undrained condition[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 15(6).
- [10] Singh S, Patra N R. Axial behavior of tapered piles using cavity expansion theory[J]. *Acta Geotechnica*, 2019, 15(publish).
- [11] 黄旭丰. 水平地震荷载下高桩承台群桩的动力响应分析[D]. 汕头大学, 2021.
- [12] 贾鹏. 桩基础水平受力承载性状研究[D]. 中国地震局兰州地震研究所, 2018.
- [13] Shafaghat A, Khabbaz H. Recent advances and past discoveries on tapered pile foundations: a review[J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2020,17(2): 1-30.
- [14] 李镜培, 陈浩华, 李林, 等. 楔形单桩与群桩非线性荷载-沉降曲线计算方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(12): 102-109.
- [15] 王奎华, 吴文兵, 叶良, 等. 基于极限平衡理论的楔形桩承载力计算方法[J].

- 建筑科学与工程学报, 2009, 26(04): 108-113.
- [16]周航, 孔纲强, 曹兆虎. 水平荷载下楔形桩桩-土相互作用理论分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(03): 897-904.
- [17]陈浩华, 李镜培, 李林, 等. 楔形桩极限承载力提高机理研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(12): 110-116.
- [18]刘杰, 何杰, 闵长青. 夯实水泥土楔形桩复合地基中桩的合理楔角范围研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(06): 122-127.
- [19]杨紫健, 吴文兵, 陆洪智, 等. 黏弹性地基中楔形桩水平振动特性研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(11): 74-83.
- [20]Polischuk I A, Chernyavskii A D. Calculation of Bearing Capacity of Augercast Tapered Piles in Clayey Soils[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2020, 57(4): 1-8.
- [21]刘梦阳. 饱和土中楔形桩纵向振动特性研究[D]. 信阳师范学院, 2022.
- [22]Bryden C, Arjomandi K, Valsangkar A. Dynamic Axial Response of Tapered Piles Including Material Damping[J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2020, 25(2): 04020001-04020001.
- [23]李振亚, 潘云超, 张存, 等. 考虑桩身横向惯性效应和桩周土竖向支承作用的楔形管桩纵向振动特性[J]. 振动与冲击, 2024, 43(06): 179-188.
- [24]王奎华, 童魏烽, 王磊. 基于非等截面桩体模型的缺陷楔形桩动力响应研究[J]. 天津大学学报(自然科学版), 2018, 51(12): 1238-1245.
- [25]王奎华, 童魏烽. 基于非等截面桩体模型的楔形桩动力响应[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(8):104-110.
- [26]Wang J, Zhou D, Zhang Y Q, etc. Vertical impedance of a tapered pile in inhomogeneous saturated soil described by fractional viscoelastic model[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 75.
- [27]Gao L ,Wang K H, Xiao S , etc. Vertical impedance of tapered piles considering the vertical reaction of surrounding soil and construction disturbance[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2017, 35(8): 1068-1076.
- [28]Singh S, Patra N R. Free and forced vibration analyses of tapered piles under axial

- p>harmonic loads[J]. International Journal of Geomechanics, 2021, 21(4).
- [29]Wu W B, Jiang G S, Lü S H, etc. Torsional dynamic impedance of a tapered pile considering its construction disturbance effect[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2016, 34(4).
- [30]张金轮, 张阿祥, 葛仁余, 等. 三参数 Pasternak 黏弹性地基中锥形桩的横向自由振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2022, 41(06): 183-196.
- [31]Bryden C, Arjomandi K, Valsangkar A. Dynamic Axial Stiffness and Damping Parameters of Tapered Piles[J]. International Journal of Geomechanics, 2018, 18(7).
- [32]Guan W, Wu W, Jiang G, etc. Torsional dynamic response of tapered pile considering compaction effect and stress diffusion effect[J]. Journal of Central South University, 2020, (prepublish): 1-13.
- [33]Shua Q, Liu K, Li J, etc. Time Domain Nonlinear Dynamic Analysis of Vertically Loaded Tapered Pile in Layered Soils[J]. Buildings, 2024, 14(2).
- [34]Carlos A C V, Aaron P A G, Sebastian J C .Simplified analytical method for static and stability analysis of circular tapered friction piles[J]. Engineering Structures, 2022, 251(PA)。
- [35]董琼英, 肖尊群, 汤东桑. 不同变截面桩竖向承载特性的数值分析[J]. 武汉大学学报, 2021, 43(04): 436-441.
- [36]袁兰, 陈丹, 陆亚. 海上风电楔形单桩基础竖向承载力特性分析[J]. 海洋技术学报, 2024, 43(01): 84-91.
- [37]Nader H, Amin S. Numerical comparison of bearing capacity of tapered pile groups using 3D FEM[J]. Geomechanics and Engineering, 2015,9(5).
- [38]冯忠居, 陈露, 蔡杰, 等. 大直径变截面桩与等截面桩的横向承载特性对比研究[J]. 公路, 2022,67(09): 189-195.
- [39]Xiong L, Chen H. A Numerical Study and Simulation of Vertical Bearing Performance of Step-Tapered Pile Under Vertical and Horizontal Loads[J]. Indian Geotechnical Journal, 2019, 50(prepublish): 1-27.
- [40]Ramin V, Elham K M, Mohammad S, etc. A three-dimensional numerical comparison of bearing capacity and settlement of tapered and under-reamed

- piles[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 13(3): 236-248.
- [41] Mantu M, Debarghya C. Bearing capacity of tapered piles in clay under undrained condition[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 15(6): 1-7.
- [42] Singh S, Patra R N. Behaviour of tapered piles subjected to lateral harmonic loading[J]. *Innovative Infrastructure Solutions*, 2019, 4(1): 26.
- [43] Hataf N, Shafaghat A. Optimizing the Bearing Capacity of Tapered Piles in Realistic Scale Using 3D Finite Element Method[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2015, 33(6): 1465-1473.
- [44] 原华, 谢俊南, 张红忠, 等. 楔形单桩水平承载特性研究[J]. *河南科技*, 2017, (23): 100-101.
- [45] Ehsan N, Nader H. Experimental and numerical study on the bearing capacity of single and groups of tapered and cylindrical piles in sand[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, 16(4): 1-12.
- [46] Ghazavi M. Analysis of kinematic seismic response of tapered piles[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2007, 25(1): 37-44.
- [47] 黄行健, 钱玉林, 李晨楠, 等. 基于有限元模拟的楔形桩水平承载特性研究[J]. *福建建筑*, 2023, (11): 76-79.
- [48] 李子豪, 周玉涛, 马云东, 等. 楔形劲性复合桩水平承载特性的影响因素研究[J]. *重庆科技学院学报(自然科学版)*, 2024, 26(03): 111-118.
- [49] El Naggar M H, Wei J Q. Response of tapered piles subjected to lateral loading[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, 36(1).
- [50] El Naggar M H, Wei J Q. Axial capacity of tapered piles established from model tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999, 36(6): 1185-1194.
- [51] El Naggar M H, Wei J Q. Uplift behaviour of tapered piles established from model tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2000, 37(1): 56-74.
- [52] Fahmy A, El Naggar M H. Cyclic lateral performance of helical tapered piles in silty sand[J]. *DFI Journal - The Journal of the Deep Foundations Institute*, 2016, 10(3).
- [53] Omid T, Mahmoud G. Wave propagation and ground vibrations due to non-uniform

- cross-sections piles driving[J]. *Computers and Geotechnics*, 2018, 104.
- [54] Wei J Q, El Naggar M H. Experimental study of axial behaviour of tapered piles[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1998, 35(4): 641-654.
- [55] Khan K K M, Naggar E N E H M, Elkasabgy E M. Compression testing and analysis of drilled concrete tapered piles in cohesive-frictional soil[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, 45(3): 377-392.
- [56] 刘铁雄, 曹华先, 彭振斌. 相似原理在桩基模拟试验中的应用[J]. *广东土木与建筑*, 2005, (02): 3-5.
- [57] Sedran G, Stolle F D, Horvath R G. An investigation of scaling and dimensional analysis of axially loaded piles[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2001, 38(3): 530-541.
- [58] 杨超炜, 彭文哲, 陈玖颖. 基于模型试验的陡坡段基桩水平循环响应特性分析[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2022, 49(07): 130-137.
- [59] 雷鸣, 唐依民, 聂重军. 基于相似理论的管桩模型实验研究[J]. *湖南科技大学学报(自然科学版)*, 2016, 31(01): 60-65.
- [60] 张国刚. 混凝土斜拉桥的模态参数识别与模型修正[D]. 湖南大学, 2013.
- [61] 林海, 雷国辉, 徐林, 等. 水平受荷桩 1g 模型试验变形特性的相似分析[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2012, 43(09): 3639-3645.
- [62] Paik K, Lee J, Kim D. Calculation of the axial bearing capacity of tapered bored piles[J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering*, 2013, 166(5).
- [63] 顾红伟, 孔纲强, 车平, 等. 楔形桩与等直径桩承载特性对比模型试验研究[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2017, 48(06): 1600-1606.
- [64] 李晨楠. 楔形桩的水平承载特性模型试验及数值模拟研究[D]. 扬州大学, 2022.
- [65] 邓定哲, 雷金波. 锥形-有孔柱形组合管桩承载性状模型试验研究[J]. *南昌航空大学学报(自然科学版)*, 2022, 36(04): 73-81.
- [66] 周先齐, 叶金铎, 金晓勤, 等. 锥型组合桩竖向承载力模型试验研究[J]. *防灾减灾工程学报*, 2022, 42(05): 1097-1103.

- [67]刘杰, 王忠海. 楔形桩承载力试验研究[J]. 天津大学学报, 2002, (02): 257-260.
- [68]刘杰, 何杰, 闵长青. 楔形刚性桩复合地基中桩的最佳楔角范围研究[C]//第18 届全国结构工程学术会议论文集第II册. 湖南工业大学土木建筑学院, 2009, 301-307.
- [69]刘杰, 何杰, 闵长青. 楔形桩与圆柱形桩复合地基承载性状对比研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(07): 2202-2206.
- [70]Hironobu M, Yoshiro I, Shinji T. A study on the bearing capacity of steel pipe piles with tapered tips[J]. Japanese Geotechnical Society Special Publication, 2015, 1(6): 47-52.
- [71]Fahmy A, El Naggar M H. Axial Performance of Helical Tapered Piles in Sand[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2017, 35(4): 1549-1576.
- [72]Ibsen B L, Barari A. Tapered piles responses during large-scale axial static and high-strain dynamic load testing[J]. Acta Geotechnica, 2025, (prepublish): 1-20.
- [73]Alireza S, Mahmoud G, El Naggar M H. Behavior of axially loaded tapered pile groups using centrifuge test[J]. Innovative Infrastructure Solutions, 2023, 8(6).
- [74]吴君涛, 王奎华, 孙梵, 等. 水平振动桩周围半无限空间土体受迫振动响应理论解[J]. 振动工程学报, 2020, 33(06): 1272-1281.
- [75]Jing Z, Cao Y P. Study on Pile-soil Model under Horizontal Load[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Robotics and Artificial Intelligence. 2021.

硕士研究生期间取得的工作成果

- 1.何雨, 张金轮, 高乐, 等.均质地基中锥形桩水平静力性能相似性研究[J].安徽工程大学学报.(已录用)

致谢

时光飞逝，往昔入学时的那份憧憬与期待还历历在目，转眼间，我的研究生学习生活已接近尾声。在这段旅程中，虽然遇到了很多挫折与困难，但是学习到了很多知识，获得了成长与进步。同时需要感谢老师、同学在这期间的支持与帮助。

首先要感谢我的导师张金轮教授，在论文的研究方向和结构组成方面给我提供了宝贵的建议。每当我在研究中陷入迷茫时，总是耐心地为我指引方向，让我重拾信心，继续前行。三年的学习生活，在老师的悉心指导下，我不仅在学术上取得了长足进步，也学会了严谨治学的态度和坚韧不拔的精神。在此我想对张金轮老师致以衷心的感谢，祝愿老师身体健康万事顺遂，事业蒸蒸日上。

感谢我的家人，感谢他们对我在生活上的照顾与关爱，感谢他们始终在背后默默支持着我，让我感觉到无限的温暖与安心。感谢一直理解和支持我的老公，是我研究生生涯中最温暖、最坚实的依靠。

还要感谢实验室的同窗、师兄以及师弟师妹，感谢他们在学术中的分享与鼓励以及生活中的关怀与陪伴，特别感谢我的师妹高乐在实验中帮助与支持。感谢他们的陪伴与支持，使我拥有无数欢乐与难忘的时光。

最后对所用在百忙之中审阅此论文的专家表示由衷的感谢与敬意！

何雨于芜湖

2025 年 3 月