

分类号: TP391

学校代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2220110177



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 彩色点云去噪与三维曲
面重构研究

论 文 作 者 方钊

指 导 教 师 刘有余(教授)

学 科 (专 业) 机械

研 究 方 向 智能机器人

论文提交日期: 2025 年 5 月 20 日

分类号：TP391

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2220110177

彩色点云去噪与三维曲面重构研究

RESEARCH ON COLOR POINT CLOUD DENOISING AND 3D SURFACE RECONSTRUCTION

学生姓名：_____方钊_____

指导教师：_____刘有余(教授)_____

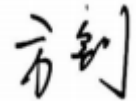
专 业：_____机械_____

研究方向：_____智能机器人_____

论文答辩日期：2025年5月12日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名： 

日期：2025年5月12日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 __ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名： 刘利

指导教师签名： 刘有禄

日期：2025 年 5 月 12 日

日期：2025 年 5 月 12 日

彩色点云去噪与三维曲面重构研究

摘要

点云作为现实世界数字化采样的产物，由几何体表面离散点构成，涵盖空间与颜色信息。其去噪、配准与重构是构建高精度三维模型的关键环节，这些步骤对提升点云数据质量起决定性作用，对后续应用奠定基础。然点云数据在采集过程中极易受到噪声干扰，同时存在拓扑变化、密度不均等问题。现有去噪算法虽能有效去除高斯噪声，但在保留点云细节特征上表现欠佳。配准算法中，迭代最近点算法对初始配准姿态精度要求高，且该算法计算效率低下。重构算法中，泊松重构算法计算复杂度高，并对边界条件敏感，易导致重构表面出现不连续，其拓扑处理能力有限，难以准确捕捉具有拓扑变化点云的几何特征。

本文针对这些问题，在去噪方面，搭建点法线约束的图学习模型，利用点云局部几何特征与法线信息，提升去噪效果；配准过程中，改进现有算法，均值-方差最小化目标函数，构建优化模型以降低配准误差；重构过程中，优化边界条件，引入等值约束策略，开发诺伊曼约束的等值约束重构算法。

本文主要研究内容及成果如下：

(1) 针对彩色点云去噪，提出一种基于点法线约束的三维点云图学习算法。该算法引入点法线约束，构建图学习去噪算法框架。利用狄利克雷能量惩罚相邻法线的差异，提升去噪的准确性。此外，为进一

步降低混合噪声的影响，引入点云密度函数，快速捕捉局部特征相关性。在 anchor 公共数据集上的实验表明，与 MRPCA 算法和 AWLOP 算法相比，平均信噪比(SNR)分别提升了 0.13DB 和 2.14DB。并且，较 RSLDM 算法，计算效率提升了 27%，成功实现了去除混合噪声、保留局部几何特征以及提高计算效率的多重目标。

(2) 针对点云配准，提出一种快速对称迭代最近点的均值-方差最小化配准算法。该算法引入安德森加速度，寻找残差函数根，对线性收敛的定点迭代进行优化，并均值-方差最小化目标函数，持续迭代优化变换参数，平衡配准精度与稳定性。所提算法在 Bunny 模型下，相较 ICP 算法 RMSE 下降了 0.050，较 GMM 算法下降了 0.038。配准后点云中的点与目标点云中对应点的位置偏差更小，配准误差更小，可以实现更精准的配准。

(3) 针对曲面重构，提出一种诺伊曼的等值约束泊松重构算法。该算法采用诺伊曼约束，高效地求解变量边界外法线方向导数，以迫使隐函数的法向导数在边界处趋零，进而提高指示函数的求解准确性。结果表明，改进算法在 Dc 模型下相较等值约束泊松重构算法 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 分别提升了 0.065、0.055mm 与 0.045mm，其在重构复杂模型细节时更具优势，为点云曲面重构领域引入了一种低失真、高精度的泊松重构算法。

关键词：点云去噪，点云配准，曲面重构，点法线约束，诺伊曼约束

RESEARCH ON DENOISING OF COLOR POINT CLOUDS AND THREE-DIMENSIONAL SURFACE RECONSTRUCTION

ABSTRACT

As a product of digital sampling of the real world, point cloud is composed of discrete points on the surface of geometric objects and contains spatial and color information. Its denoising, registration, and reconstruction are crucial steps in constructing high-precision 3D models. These steps play a decisive role in improving the quality of point cloud data and lay the foundation for subsequent applications. However, point cloud data is highly susceptible to noise interference during the acquisition process. At the same time, there are also problems such as topological changes and uneven density. Although existing denoising algorithms can effectively remove Gaussian noise, they perform poorly in preserving the detailed features of the point cloud. Among the registration algorithms, the Iterative Closest Point (ICP) algorithm has a high requirement for the accuracy of the initial registration pose, and the computational efficiency of this algorithm is low. In the reconstruction algorithms, the Poisson reconstruction algorithm has a high computational complexity, is sensitive to boundary conditions, and is likely to lead to discontinuities in the reconstructed surface. Its topological

processing ability is limited, making it difficult to accurately capture the geometric features of point clouds with topological changes.

Aiming at these problems, this paper, in terms of denoising, builds a graph learning model with point normal constraints. By utilizing the local geometric features and normal information of the point cloud, it improves the denoising effect. During the registration process, the existing algorithm is improved. The mean-variance minimization objective function is used to construct an optimization model to reduce the registration error. In the reconstruction process, the boundary conditions are optimized, and an isosurface constraint strategy is introduced. An isosurface constraint reconstruction algorithm with Neumann constraints is developed.

The main research contents and achievements of this paper are as follows:

(1) Aiming at the denoising of color point clouds, a 3D point cloud graph learning algorithm based on point normal constraints is proposed. This algorithm introduces point normal constraints and constructs a framework for the graph learning denoising algorithm. By using the Dirichlet energy to penalize the differences in adjacent normals, the accuracy of denoising is improved. In addition, to further reduce the impact of mixed noise, a point cloud density function is introduced to quickly capture the correlations of local features. Experiments on the anchor public dataset show that compared with the MRPCA algorithm and the AWLOP algorithm, the average signal-

to-noise ratio (SNR) is increased by 0.13 dB and 2.14 dB respectively. Moreover, compared with the RSLDM algorithm, the computational efficiency is increased by 27%. It has successfully achieved multiple objectives of removing mixed noise, preserving local geometric features, and improving computational efficiency.

(2) Aiming at point cloud registration, a mean-variance minimization registration algorithm of fast symmetric iterative closest point is proposed. This algorithm introduces Anderson acceleration to find the root of the residual function, optimizes the fixed-point iteration with linear convergence, and minimizes the objective function of mean-variance. It continuously iterates and optimizes the transformation parameters to balance the registration accuracy and stability. Under the Bunny model, the root mean square error (RMSE) of the proposed algorithm is 0.050 lower than that of the ICP algorithm and 0.038 lower than that of the GMM algorithm. The positional deviation between the points in the registered point cloud and the corresponding points in the target point cloud is smaller, and the registration error is smaller, enabling more accurate registration.

(3) Aiming at surface reconstruction, a Neumann isosurface constraint Poisson reconstruction algorithm is proposed. This algorithm adopts Neumann constraints to efficiently solve the directional derivative of the outer normal of the variable boundary, forcing the normal derivative of the implicit function to approach zero at the boundary, and thus improving the

accuracy of solving the indicator function. The results show that under the Dc model, compared with the isosurface constraint Poisson reconstruction algorithm, the D_{max} , D_{std} , and D_{mean} of the improved algorithm are increased by 0.065, 0.055 mm, and 0.045 mm respectively. It has more advantages in reconstructing the details of complex models, and introduces a low-distortion and high-precision Poisson reconstruction algorithm in the field of point cloud surface reconstruction.

KEY WORDS: Point cloud denoising, point cloud registration, surface reconstruction, point discovery constraint, Neumann constraint

目录

摘要	I
ABSTRACT	III
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 研究现状	2
1.2.1 点云去噪技术进展	2
1.2.2 点云配准方法演进	4
1.2.3 曲面重构实践与突破	7
1.3 论文来源及研究目标	10
1.3.1 论文来源	10
1.3.2 研究目标	10
1.4 研究内容及方案	10
第 2 章 基于点法线约束的三维点云图学习去噪算法研究	13
2.1 点云去噪模型	13
2.1.1 含噪声彩色点云模型	13
2.1.2 法向量局部一致性约束	14
2.1.3 密度函数	15
2.2 点云去噪模型求解	15
2.2.1 最大后验概率(Maximum A Posterior, MAP).....	15
2.2.2 MAP点云去噪求解	16
2.2.3 算法设计	16
2.2.4 性能分析指标	17
2.3 去噪实验与讨论	18
2.3.1 去噪仿真分析	18
2.3.2 去噪实验验证	23
2.4 本章小结	27
第 3 章 基于快速对称迭代最近点的均值-方差最小化配准算法研究	28
3.1 迭代最近点算法(ICP)	28

3.2 快速对称迭代最近点	29
3.2.1 安德森加速度	29
3.2.2 配准总目标函数	30
3.2.3 均值-方差最小化总目标函数	31
3.2.4 点云配准性能评价指标	31
3.3 配准实验与讨论	31
3.3.1 配准仿真分析	31
3.3.2 配准实验验证	34
3.4 本章小结	37
第 4 章 基于诺伊曼约束的等值约束泊松重构算法研究	38
4.1 泊松方程局部一致性	38
4.1.1 泊松方程离散化的定义	38
4.1.2 泊松方程约束与局部一致性约束	39
4.1.3 等值约束	40
4.2 诺伊曼约束与总目标函数	40
4.2.1 总目标函数求解	41
4.2.2 曲面重构性能评价指标	41
4.3 曲面重构实验与讨论	42
4.3.1 曲面重构仿真分析	42
4.3.2 曲面重构实验验证	44
4.4 本章小结	48
第 5 章 复杂机械零件点云去噪及重构实验验证	49
5.1 激光雷达试验台研制	49
5.1.1 测量原理	49
5.1.2 试验台搭建	50
5.1.3 点云数据采集	51
5.2 复杂机械零件实验分析	52
5.2.1 零件去噪	52
5.2.2 零件配准及重构	53
5.3 本章小结	54

第 6 章 总结与展望	55
6.1 全文总结	55
6.2 创新点	56
6.3 后期工作与展望	57
参考文献	58
攻读学位期间发表的学术论文目录	65
致谢	66

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

在工业 4.0 的浪潮下，智能制造^[1-3]成为现代制造业转型升级的核心驱动力，复杂机械零件的质量把控作为确保产品性能与安全性的关键环节，被赋予了更为重要的使命。随着数字化、智能化技术的深度融合，视觉扫描技术^[4-5]凭借其高效、精准的特性，在复杂机械零件表面缺陷检测领域^[6-7]实现了广泛应用，如图 1-1 所示。成为推动工业智能化发展的重要技术支撑。点云数据^[8]作为视觉扫描的关键输出形式，承载着零件表面丰富的几何信息，其处理过程中的去噪^[9-10]、配准^[11-12]及曲面重构^[13]技术，对于提升检测精度与可靠性、实现生产过程的智能化管控意义非凡，是工业 4.0 时代实现高精度制造与质量追溯的核心技术要素。



图 1-1 视觉检测零件缺陷

机械零件受原材料、加工工艺及环境影响，表面易现裂纹、孔洞、磨损等缺陷。这些缺陷若未被及时发现，投入使用后可能引发严重故障，危及设备安全。传统人工检测效率低、精度受人为因素影响大，无法满足大规模、高精度生产需求。视觉扫描技术凭借快速、全面、非接触的优势获取点云数据，为缺陷分析提供丰富信息。

然而，原始点云数据存在诸多问题，严重影响了其在表面缺陷检测中的应用效果。在数据采集过程中，由于传感器精度限制、环境噪声干扰等因素，点云数据往往掺杂大量噪声，这些噪声会干扰对零件表面真实特征的判断。同时，在对复杂形状机械零件进行多视角扫描时，不同视角下获取的点云数据需要进

行配准，以实现完整的表面重构。但由于零件形状复杂、扫描角度差异等原因，点云配准面临着初始位置估计困难、计算量大等挑战。若配准不准确，会使重构的零件表面出现错位、变形等问题，无法准确反映零件的真实状态。此外，为了更直观地分析零件表面缺陷，需要对去噪、配准后的点云数据进行重构，构建精确的三维模型。但传统重构算法在处理大规模点云数据时，存在计算复杂度高、对边界条件敏感等问题，导致重构模型的精度和质量难以满足实际检测需求。

点云去噪、配准及重构技术的研究与应用，对于解决上述问题具有关键意义。通过有效的去噪算法，能够去除点云数据中的噪声干扰，保留零件表面的真实细节特征，提高缺陷检测的准确性。精确的点云配准技术能够将多视角点云数据准确拼接，为后续的重构提供可靠的数据基础。而高效的重构算法则可以构建出高精度的机械零件三维模型，直观展示零件表面状况，帮助检测人员快速、准确地识别缺陷位置与类型。这一系列技术的协同应用，不仅能够提高复杂机械零件表面缺陷检测的精度与效率，降低生产成本，还能为制造业的智能化、自动化发展提供有力支撑，推动整个行业的技术进步与质量提升。

1.2 研究现状

1.2.1 点云去噪技术进展

目前，点云数据的去噪方法可以将其分为六类：基于稀疏性的方法、非局部方法、基于移动最小二乘(MLS)方法、基于局部最优投影(LOP)的方法、基于图的方法和基于深度学习的方法。稀疏性方法通过假设点云数据在某个变换域中具有稀疏表示，从而实现去噪，能够有效去除噪声并保留细节，但其计算复杂度较高，处理大型点云数据时效率较低。非局部方法通过识别和利用点云中相似的模式来进行去噪，在保持细节和边缘方面表现良好，但当点云中存在较多噪声时，识别相似模式的准确性会下降，影响去噪效果。MLS 方法利用移动最小二乘拟合技术平滑点云数据，适用于去除小尺度噪声，能够平滑表面并保留大部分几何特征，但对于复杂几何结构和大尺度噪声的处理能力有限。LOP 方法通过迭代优化，将点云投影到一个更加规则的表面上，在保留几何特征的同时，有效去除噪声，但计算成本较高，且在某些情况下可能过度平滑。基于图的方法利用图结构表示点云，通过图信号处理技术进行去噪，能够有效处理

混合噪声，增强去噪准确性和鲁棒性，但需要构建和处理图结构，对于非常大的点云数据，计算资源要求较高。深度学习方法通过训练神经网络模型学习点云去噪的特征，在大规模数据集上训练后，能够在精度和效率上取得平衡，但需要大量标注数据进行训练，且对计算资源要求较高。

基于稀疏性的方法。该方法采用点法线方向的稀疏表示，利用稀疏性正则化求解全局问题，并进行点法线方向的稀疏重构。然后通过求解另一个基于局部平面假设的全局最小化问题来改变点的位置^[14-15]。Mattei 等人^[16]提出了移动鲁棒主成分分析(MRPCA)方法，并采用加权最小化方法对三维点云进行降噪，以保持鲜明的特征。然而，当局部高信噪比产生冗余特征时，这些方法可能表现不佳，导致过度平滑或过度锐化。

非局部方法。其受非局部均值(NLM)^[17]和 BM3D^[18]图像去噪算法的启发，利用点云表面补丁之间的自相似性去噪。Deschaud 等人^[19]使用局部 MLS 曲面的多项式系数作为邻域描述符来计算点的相似性，然后提出了一种非局部去噪(NLD)算法。然而，这取决于点云中表面块之间的自相似性，并且计算复杂度很高。

基于移动最小二乘(MLS)方法。Alexa 等人^[20]通过移动最小二乘投影定义了点云表面，将噪声点投影到最小二乘表面上，然后对数据进行平滑处理。Guennebaud 等人^[21]提出了代数点集曲面(APSS)，这些方法也会导致去噪效果的过度平滑。

基于局部最优投影(LOP)的方法将点集投影到点云的自然表面以降低噪声。Huang 等人^[22]在局部最优投影算法的基础上提出了一种加权局部最优投影(WLOP)算法，该算法可以保留点云的特征，但计算效率低。此外，他们还通过修改 WLOP 提出了一种各向异性 WLOP(AWLOP)算法^[23]，并使用各向异性加权函数来保留点云模型的尖锐特征，其容易产生额外特征，并平滑结果。

基于图的方法。图的方法基于图过滤器进行去噪。Dinesh 等人^[24]通过特征图拉普拉斯正则化使用两个保真度项来求解不同类型的加性噪声；Schoenenberger 等人^[25]在输入点云上构造一个 k 近邻图，然后在图上构造一个由点云梯度正则化的凸优化问题。Duan 等人^[26]不是直接平滑三维坐标或表面法线，而是基于图估计每个点的局部切平面，然后通过多个切平面上的投影平均重

构三维点坐标。Zou 等人^[27]利用 k 邻域分块将二维图像的低维流形模型扩展到点云表面，改进了低维流形模型，提出统计低维流形模型。Hu 等人^[28]提出了图学习来优化边缘权重，但是未考虑法向量的约束，难以在复杂混合噪声达到良好的效果。

基于深度学习的方法。鉴于传统去噪算法^[29-30]的局限性以及近年来深度学习在各个领域的成功。标准深度神经网络对输入数据的规则结构存在依赖，这一固有特性导致其在面对无序点云时，难以直接开展有效的训练过程。Qi 等人^[31]提出了第一个直接处理原始点云数据的网络 PointNet。该难题得到了妥善解决，为深度学习方法应用于去噪领域清除了关键障碍，使得基于深度学习的去噪成为切实可行的技术路径。其中，PCN^[32]是第一个深度学习去噪网络。然而，深度学习方法局限于计算机的属性。

根据以上综述，当前的点云去噪研究存在诸多问题：

(1) 上述方法在局部高信噪比产生冗余特征时，会出现过度平滑或过度锐化问题，影响点云原始特征的保留。均易导致去噪效果过度平滑，丢失点云的细节信息。还会产生额外特征并使结果过度锐化，且在复杂混合噪声环境下难以取得良好效果。

(2) 部分去噪方法对计算资源和时间消耗较大。非局部方法受图像去噪算法启发，利用点云表面补丁自相似性去噪，但计算复杂度极高，严重影响处理效率。基于局部最优投影的方法，虽然能保留点云特征，但计算效率低下。

(3) 基于深度学习的方法，虽然 PointNet 等网络解决了无序点云输入的难题，但深度学习模型仍局限于计算机硬件属性，并且对训练数据的规模和质量要求较高，在实际应用中，若数据量不足或数据分布与训练数据差异较大，去噪效果难以保证。

1.2.2 点云配准方法演进

点云配准是计算机视觉^[33]和机器人^[34]领域中的一项基础技术，并且被视作各类以点云数据作为输入的应用中的重要前提条件。在实际应用场景中，由于单个传感器视角和精度的限制，很难一次性获取目标物体或场景完整且准确的点云数据。而点云配准能够将从不同视角、不同时间或不同设备采集到的多组点云数据，通过特定的算法和变换，统一到同一个坐标系下，实现点云的精确

对齐。这一精确对齐的过程对于后续曲面重构而言意义重大。一方面，经过配准的点云数据能够提供更全面、更准确的物体表面信息。在曲面重构时，这些丰富且准确的点云数据可以作为构建曲面的基础，使得重构出的曲面更贴合真实物体的形状，减少因数据缺失或不准确导致的误差和偏差。点云配准还能够为曲面重构提供更丰富的细节信息，对物体表面的细微特征和纹理的还原至关重要。通过点云配准整合多组具有不同侧重点的点云数据，可以捕捉到更多的细节信息，使得重构出的曲面不仅在形状上准确，还能在细节上更真实地反映物体的原貌，从而为后续的研究和应用提供更有价值的技术支持。

在过去的几十年里，点云配准可以分为以下几种方法：基于迭代最近点 (Iterative Closest Point algorithm, ICP) 算法、基于特征的方法、基于学习的方法、基于概率的方法。

基于 ICP 算法。在现有的点云配准算法中，ICP 算法因其简单性和高效性而备受关注。Besl 等人^[35]在 1992 年首次提出 ICP 算法，其通过迭代寻找最近点对，并基于这些对应点对计算旋转和平移变换，不断重复该过程直至点云间的误差收敛，从而实现点云的精确配准。Serafin 等人^[36]通过寻找具有相似位置和法向量方向的点作为对应点，提出 NICP(Normal-based ICP)算法，提高了配准的准确性和鲁棒性，尤其在处理具有噪声和部分重叠的点云数据时表现较好。其不仅考虑了点的位置信息，还引入了点的法向量信息。Zhang 等人^[37]基于关键点的随机采样一致性^[38](RANSAC)粗配准算法，通过三维尺度不变特征变换(3D-SIFT)描述符提取点云中的关键点，缩小了粗配准中点的选择范围，从而显著降低了计算成本。其次，他们提出了一种基于四元数算法的新型迭代最近点 S-ICP(Scale-invariant ICP)算法。ICP 算法的初始坐标变换以粗配准结果为导向，并通过 Kd 树算法识别两个点云之间的对应点。采用四元数算法求解旋转矩阵和平移向量，执行效率高，且描述旋转矩阵时没有奇异点。Makovetskii 等人^[39]使用点和法向量来对齐点云，提出一种 GICP(Generalized ICP)算法。Zhao 等人^[40]通过计算每个点云特征区域的质心，改进 ICP 算法完成点云的精细配准，改进的 ICP 算法将旋转角度约束和动态迭代系数集成到概率 ICP 算法中，提高了配准精度和鲁棒性。

基于特征的方法。基于特征的配准算法凭借其能够有效削减数据量，可以

提升配准效率以及增强鲁棒性。Rusu 等人^[41]创新性地提出了基于快速点特征直方图(FPFH)的配准算法。其通过对点云局部区域的几何特征进行精细计算,构建出快速点特征直方图描述子,以此来精准表征点云的特征信息,并基于对应点对,进一步计算旋转和平移变换,最终实现点云的精确配准。Salti 等人^[42]提出的基于自旋图像配准算法,为点云配准领域带来了新的思路。该算法通过精确提取点云的自旋图像特征,深入寻找特征之间的对应关系。对于那些具有复杂表面形状的点云,自旋图像能够敏锐地捕捉其表面特征,从而使得配准结果更为精准。Tombari 等人^[43]提出的基于有符号直方图的旋转投影统计(SHOT)特征的配准算法,在处理复杂环境下的点云配准问题方面表现出色。SHOT 特征描述子具有对旋转和光照变化较好的不变性,能够准确地描述点云的局部特征。然而,基于特征的方法在点云密度不均匀或存在噪声的情况下,特征提取的准确性会受到影响。配准精度高度依赖于特征提取和匹配的质量。如果特征提取不准确或存在误匹配,即使后续的变换计算方法再精确,也难以得到高精度的配准结果,局限性较大。

基于学习的方法。在当下点云配准的研究浪潮中,基于深度学习的配准方法凭借其强大的特征学习能力、对复杂场景的适应性以及在精度和效率上的巨大潜力,正逐渐成为该领域的研究热点并备受瞩目。Qi 等人^[44]提出了开创性的 PointNet 和 PointNet++架构用于点云配准。PointNet 能够直接处理无序的点云数据,以一种端到端的方式学习点云的全局特征,并引入分层特征学习机制,能够捕获点云的局部结构特征,提升了配准的鲁棒性和准确性。Wang 等人^[45]提出 Deep Closest Point (DCP)算法。该算法将深度学习与传统的最近点思想相结合,通过深度神经网络学习点云之间的对应关系。具体而言,DCP 首先使用编码器网络提取点云的特征表示,然后通过注意力机制找到点云之间的对应点,最后基于这些对应点估计配准变换。该算法在处理具有部分重叠和噪声的点云时表现出色,能够在保证配准精度的同时,有效提高配准的效率。然而,基于学习的方法,数据需求量较大,计算资源要求较高,难以适应复杂情况。

基于概率的点云配准算法。在点云配准技术的持续发展进程中,基于概率的配准算法以其独特的处理思路和对不确定性的有效应对,在诸多应用场景里崭露头角。Drost 等人^[46]提出了基于模板匹配的概率配准算法。该算法先对目标

物体构建概率模板模型，模板中的每个点都赋予相应的概率权重，以表示该点在物体表面出现的可能性。在配准阶段，对待配准点云与概率模板进行匹配，通过计算点云与模板之间的概率相似度来确定对应关系。利用快速的哈希表结构加速匹配过程，大大提高了配准效率。在已知目标物体模板的情况下，该算法能够快速准确地完成点云配准，尤其适用于物体识别与定位等对实时性要求较高的应用场景。Chen 等人^[47]提出了一种基于高斯混合模型(GMM)且全局加权局部的点云配准算法。该算法将点云转换为 GMM 进行配准。与离散点云数据不同，GMM 是一种紧凑且轻量级的表示形式。另一方面，通过从点云中提取独特的局部特征和全局信息来生成 GMM。全局信息用于权衡局部特征。因此，生成的 GMM 是一个具有全局加权局部特征信息表示能力的分布，充分挖掘了点云的局部和全局信息，实现点云的精确配准。然而，基于概率的点云配准算法也存在一些局限性。这类算法通常依赖于复杂的概率模型假设，实际点云数据的分布可能与假设不完全相符，从而影响配准效果。

根据以上综述，当前的点云配准研究存在诸多问题：

(1) 上述方法在常规数据下能有效配准，但在处理含大量噪声、点云密度不均匀或部分重叠严重的数据时，寻找最近点对易出错，导致配准误差增大。ICP 算法及其衍生算法虽引入法向量信息，但面对噪声和复杂重叠以及点云密度不均匀时，特征提取准确性受影响。

(2) 基于学习的方法，需要大量数据进行训练，且训练过程对计算设备性能要求极高，需配备高性能 GPU 等硬件，同时训练时间长，这在资源受限场景，如移动设备或实时性要求高的在线应用中，难以满足需求。

(3) 点云配准精度易受多种因素干扰，难以保证在各种场景下的高准确性。

1.2.3 曲面重构实践与突破

曲面重构作为计算机图形学^[48]、逆向工程^[49]、计算机辅助设计^[50](CAD)以及地理信息系统^[51](GIS)等众多领域的关键技术，其核心目标是依据离散点云数据构建出连续且精准的曲面模型。在实际应用中，点云数据来源广泛，如激光扫描、结构光测量等，但往往伴随着噪声、数据缺失、密度不均匀等问题，这使得曲面重构成为一项极具挑战性的任务。合理选择和运用曲面重构技术，对于实现物体的精确建模、分析以及可视化具有重要意义。曲面重构技术大致

可分为三角网格法、移动最小二乘法、泊松曲面重构、参数曲面拟合法及基于学习的方法。

三角网格法。Delaunay^[52]三角剖分法与 Voronoi 多边形法^[53]属于其中的典型方法。三角网格法最先借助样本点构建三角网格顶点，随后依靠网格的拓展来生成完整的整体曲面，此法对于点集密度的一致性较为敏感。Pekmezi 等人^[54]提出 α -shape 曲面重构方法，在点云采样密度均匀的情况下，重构出的效果表现优异，然而， α 的最优解依赖点云的密度一致性^[55]。 α 固定时，重构曲面中面积最小的面片与点的密度相关联。Bajaj 等人^[56]同样用 α -shape 法重构出曲面，并对 α -shape 法进行优化，衍生出 Cocone 曲面重构算法^[57]，该算法重构速度较快。

移动最小二乘法。移动最小二乘法作为曲面重构的重要手段，在该领域发挥着关键作用。其核心原理是通过对每个数据点及其邻域点进行加权最小二乘拟合，构建局部曲面片，进而拼接形成完整的曲面模型。该方法能够自适应地根据点云数据的分布特征调整拟合曲面的局部形状，对非均匀分布的点云数据具有良好的适应性。其中，基于核函数的移动最小二乘法通过定义合适的核函数，确定邻域点的权重，从而实现对局部曲面的精确拟合。Wen 等人^[58]把最小二乘法与径向基函数相融合，在中心点数量较少的情形下也能够实现曲面重构，而且能够避免数值病态问题的干扰。Gu 等人^[59]基于 K-Means 聚类算法改进移动最小二乘法，将异常节点归入一个集群中，并引入基于聚类信息的权重函数来处理这些节点，获得了较高的鲁棒性和准确性。

泊松曲面重构算法。泊松曲面重构作为一种基于全局优化的点云重构算法，在三维曲面重构领域占据重要地位。该算法借助点云数据构建有向无环图，其节点对应三角形网格的面，边则体现面与面之间的关系，通过最小割操作最小化面的不连续性，进而从繁杂的点云数据中生成平滑且连续的三角网格模型。Kazhdan 等人^[60]提出一种基于泊松方程的重构方式，该方法借助寻找拉普拉斯算子，构建一个用以描述点集与曲面的隐函数，进而生成插值曲面法线，并运用行进立体算法从隐函数生成曲面网格，保证生成的曲面具备良好质量。2013 年 Kazhdan 等人^[61]又基于泊松方程的重构方法加以优化，将点作为插值约束合并，以此提升点云几何保真度，同时延续高效的多重网格求解手段。Chuang 等人^[62]在定向点云外，施加一个包络约束，在隐式函数约束表面之外为零，获得

了高保真的曲面。Xiao 等人^[63]将等值约束与法线的局部一致性要求相结合，同时优化法线和隐式函数，并施加狄利克雷约束，求解全局一致的方向，重构出完整曲面。

参数曲面拟合法。参数拟合曲面重构作为一种经典的曲面重构方法，在三维曲面重构领域具有举足轻重的地位。该方法通过选取合适的参数化曲面模型，如 B 样条曲面^[64]、NURBS 曲面^[65]等，利用给定的点云对模型参数进行调整，使得曲面与目标曲面误差更小。Piegl 和 Tiller 等人^[66]率先对 NURBS 曲面拟合方法展开深入研究，提出基于最小二乘的 NURBS 曲面拟合算法。此法构建误差函数，将点云数据与 NURBS 曲面之间的距离误差最小化，进而求解 NURBS 曲面参数的最优解。Lin 等人^[67]将最小二乘法与 B 样条曲面相结合，获得了低能量的样条曲线，完成了曲面重构。Fu 等人^[68]基于自适应四叉树方法构建的 T 网格，将 3 种表面特征点定义为测量点。利用约束优化理论和分层 T 网格知识，实现基于原始 NUBRS 曲面控制点重构的 T 样条曲面的生成和局部优化。

基于学习的方法。基于深度学习的泊松曲面重构作为一种融合前沿技术的点云重构方法，在三维曲面重构领域正崭露头角并发挥着日益重要的作用。该方法借助深度学习强大的特征提取与模式识别能力，对传统泊松曲面重构流程进行优化与革新，旨在从复杂的点云数据中高效、精准地生成高质量的曲面模型。Wu 等人^[69]提出 3DShapeNets，这是一种基于卷积深度置信网络的模型，用于从原始体素数据中学习三维形状的表达。3DShapeNets 能够进行三维物体的识别、重构，以及分类任务。Wang 等人^[70]将一系列粗糙度参数的表面的高保真有限元模拟的数据集进行训练，利用一维卷积神经网络(1DCNN)重构曲面。Zhan 等人^[71]对高雷诺数下方流样本进行建模与训练，得到三维模型的低维表征模型，进而构建高精度的坐标-表征编码的映射关系，实现三维模型的高分辨率重构。Sulzer 等人^[72]使用 Delaunay-Graph 神经网络，利用局部几何属性和视线能见度信息，从少量合成训练数据中学习能见度模型，重构高保真曲面。

根据以上综述，当前曲面重构研究存在诸多问题：

(1) 上述重构方法对数据特性有较高要求。三角网格法对样本点集密度一致性敏感，移动最小二乘法虽能适应非均匀分布点云，但在处理含大量噪声或异常值数据时，因基于邻域点加权拟合，易受噪声干扰，影响局部曲面片构建与

整体曲面质量。泊松曲面重构对法向量精度要求极高，点云数据噪声易导致法向量误差，进而严重影响重构曲面质量。

(2) 参数曲面拟合法，在处理大规模点云数据时，需构建并求解复杂误差函数以调整模型参数，计算量巨大，易陷入局部最优解，导致计算效率低下。

(3) 基于学习的方法，虽借助深度学习强大能力优化传统流程，但深度学习模型对硬件计算资源要求极高，训练与部署成本大，且训练时间长，限制了其在资源受限场景中的应用。面对数据分布、特征差异较大的新场景或新类型点云数据时，模型泛化能力不足，难以准确重构曲面。

1.3 论文来源及研究目标

1.3.1 论文来源

安徽省高校协同创新项目(GXXT-2023-038)，本人在其中承担彩色点云去噪及其曲面重构研究任务，为后续应用奠定基础。

1.3.2 研究目标

本研究依托点法线约束，融合图学习理论，探索并构建一种高效的彩色点云去噪方法；基于均值-方差最小化配准准则，开发高效的快速对称迭代最近点点云配准算法；利用点云边界条件，探索基于诺伊曼约束的等值约束泊松重构方法。为机械零件视觉检测领域提供一套切实有效且高度可行的方法体系，助力该领域实现检测精度与效率的双重提升。

1.4 研究内容及方案

研究内容主要分为四个部分，基于点法线约束的三维点云图学习去噪方法，基于快速对称迭代点的均值-方差最小化点云配准方法研究，诺伊曼约束的等值约束泊松重构方法，复杂机械零件的曲面重构实验验证。研究方法及技术路线如图 1-1 所示。

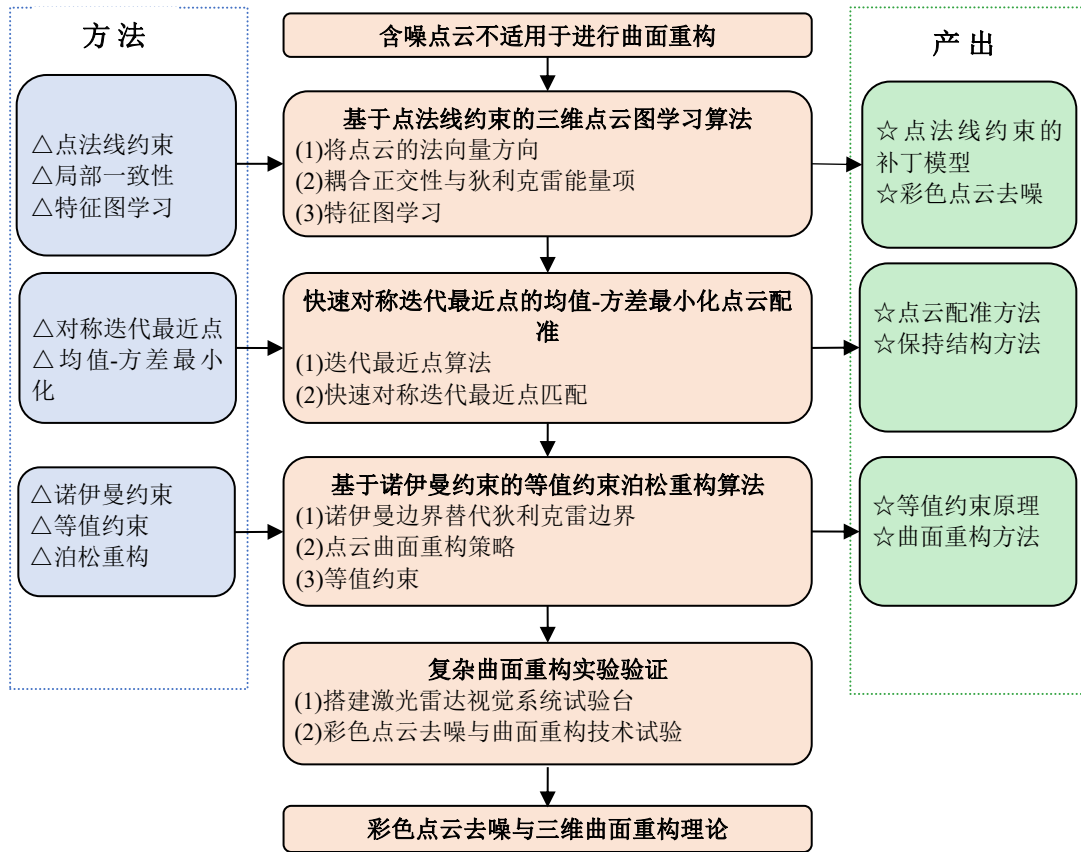


图 1-1 研究方法及技术路线

(1) 研究基于点法线约束的彩色点云图特征学习去噪方法

通过引入点法线约束、狄利克雷能量以及耦合正交性偏差项，提出了一种基于点法线约束的图学习算法。具体而言，利用狄利克雷能量惩罚相邻法线的差异，并结合耦合正交性偏差项，以加强法向量和下表面之间的正交性,并增强图学习去噪的准确性和鲁棒性。此外，为降低混合噪声影响，引入点云密度函数，以快速捕捉局部特征相关性。

(2) 研究基于快速迭代最近点的均值-方差最小化点云配准方法

该算法引入安德森加速度来寻找残差函数的根，以此对线性收敛的定点迭代进行优化。构建均值-方差最小化模型，以优化点云整体与局部的几何分布特性。均值能够反映点云整体的集中趋势，方差则体现了局部点集的离散程度。通过将点云距离与均值-方差进行有机结合，探索出一种全新的迭代最近点配准算法，从而提升配准的准确性与鲁棒性。

(3) 探究诺伊曼约束的等值约束泊松曲面重构方法

基于诺伊曼约束的改进等值约束泊松算法，以法向量和曲率作为参考，旨

在提高等值约束泊松曲面重构算法的局部特征细节。与传统的狄利克雷约束不同，本算法采用诺伊曼约束，高效地求解变量边界外法线方向导数，以迫使隐函数的法向导数在边界处趋零，进而提高指示函数的求解准确性。通过确定点云之间的复杂拓扑关系，有效消除重构过程中的误差，提高重构曲面精度。

(4) 复杂机械零件实验验证

选用 simscan30 激光雷达，搭配 STM32 嵌入式微处理器、步进电机以及计算机，搭建激光雷达视觉系统测试台。simscan30 可快速采集数据，STM32 嵌入式微处理器对激光雷达采集的数据进行初步处理与缓存，带动激光雷达实现多角度、全方位扫描，获取完整三维点云数据。该测试台通过各组件协同工作，实现精准的点云扫描功能，针对真实工件开展的点云去噪、点云配准及曲面重构实验。

第2章 基于点法线约束的三维点云图学习去噪算法研究

基于图的点云去噪算法将点云数据构建为图结构，节点代表点云数据点，边用于描述点与点之间的关系，以此为基础进行去噪处理。

该算法优点突出，在保留点云细节特征方面表现优异。它能够利用图结构充分挖掘点云的局部几何特征，在去除噪声的同时，精准保留模型的细微特征，适用于对细节要求严苛的场景，可保证关键结构的完整性。然其也存在一定不足，对复杂混合分布噪声的抗干扰能力不足，且计算复杂度较高，构建和处理图结构需要大量计算资源，尤其在处理大规模点云数据时，会显著增加计算时间与内存消耗，限制了在实时性要求高或硬件资源有限场景中的应用。同时，面对实际场景中那些远离物体的噪声点，如高斯与拉普拉斯组合的混合噪声，这些算法难以发挥有效作用。

因此，本研究提出一种针对高斯噪声和拉普拉斯噪声的去噪算法，以应对这一挑战，噪声模型如图 2-1 所示。

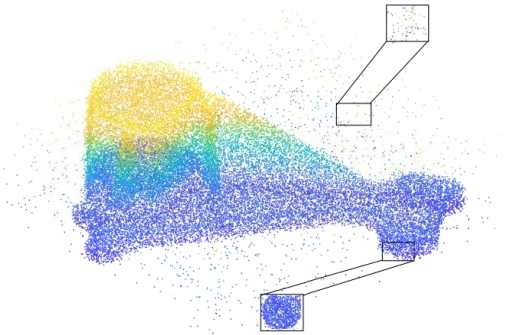


图 2-1 含有拉普拉斯与高斯噪声的彩色点云模型

2.1 点云去噪模型

2.1.1 含噪声彩色点云模型

点云 $\mathcal{N} = \{\mathbf{p}_i\}_{i=1}^N$ ，其中点云中点 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$ 。设 $\mathbf{N} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N]^T \in \mathbb{R}^{3 \times N}$ ，点云的观测模型^[27]如式(2-1)所示。

$$\mathbf{N} = \mathbf{U} + \mathbf{G} + \mathbf{L} \quad (2-1)$$

式中， $\mathbf{N}$ 表示具有 N 个点的目标点云的观测噪声破坏的三维坐标， $\mathbf{U}$ 表示真实点云的三维坐标， $\mathbf{G}$ 表示高斯噪声，如式(2-2)所示， $\mathbf{L}$ 表示拉普拉斯噪声，如式(2-

3)所示。

$$\mathbf{G} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (2-2)$$

式中, σ 表示标准偏差, $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵。且 $\mathbf{U}, \mathbf{G}, \mathbf{L} \in \mathbb{R}^{3 \times N}$

$$\mathbf{L} \sim \mathcal{N}(\phi, b) \quad (2-3)$$

式中, ϕ 表示位置参数, $b^2 = \frac{1}{2}\sigma$ 表示尺度参数。

点云去噪模型旨在高斯噪声 $\mathbf{G}$ 和拉普拉斯噪声 $\mathbf{L}$ 的混合干扰条件下, 将模型 $\mathbf{N}$ 通过算法恢复到理想模型 $\mathbf{U}$ 。

2.1.2 法向量局部一致性约束

为更好的去除噪声, 引入点云法向量的局部一致性, 如图2-2所示。采用狄利克雷能量^[73] $E_D(\alpha)$ 惩罚相邻法线之间的差异, 其可以保持点云法向量场的连续性, 如式(2-4)所示。

$$E_D(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \in N(i)} \|\alpha_i \mathbf{n}_i - \alpha_j \mathbf{n}_j\|^2 r_{ij} \quad (2-4)$$

式中, $\mathbf{n}_i = (\mathbf{n}_{i1}, \mathbf{n}_{i2}, \mathbf{n}_{i3})^T$ 表示点 $\mathbf{p}_i$ 上的法向量, $\mathbf{n}_j = (\mathbf{n}_{j1}, \mathbf{n}_{j2}, \mathbf{n}_{j3})^T$ 表示点 $\mathbf{p}_j$ 上的法向量, $\mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{p}_j$ 表示点云块上的两个邻近点, $r_{ij} = \exp(-\frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|}{\theta^2})$, $\theta = \frac{\max_{(\mathbf{q}_i, \mathbf{q}_j) \in \xi} \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|}{2}$ 。

结合耦合正交性偏差项^[63] $E_{COD}(\alpha)$ 加强法向量与获取点云数据的下表面之间的正交性条件, 如式(2-5)所示。

$$E_{COD}(\alpha) = \sum_i \sum_{j \in N(i)} r_{ij} [(\alpha_i \mathbf{n}_i + \alpha_j \mathbf{n}_j)^T (\frac{\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j}{\alpha_{ij}})]^2 \quad (2-5)$$

式中, $\mathbf{n}_i = \alpha_i \bar{\mathbf{n}}, \alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ 是决策向量。

对于有噪声输入的点云, 引用狄利克雷能量和耦合正交性偏差项的和 $E_{loc}(\alpha)$, 并且应用 L_1 正则化子^[74], 来确保稳定性, 如式(2-6)所示。

$$E_{loc}(\alpha) = E_D(\alpha) + E_{COD}(\alpha) + \|\mathbf{n}_i\|_1 \quad (2-6)$$

从式(2-4)和式(2-5)可以得到, $E_D(\alpha)$ 和 $E_{COD}(\alpha)$ 是 $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1^T, \mathbf{n}_2^T, \dots, \mathbf{n}_N^T)$ 的二次函数, 因此狄利克雷能量和耦合正交性偏差项的和可以写为式(2-7)所示。

$$E_{loc}(\alpha) = \mathbf{n}^T \mathbf{P} \mathbf{n} \quad (2-7)$$

式中, $\mathbf{P}$ 表示稀疏矩阵。对于有噪声输入的点云去噪, 法向量局部一致性约束保持其去噪后的局部特征。

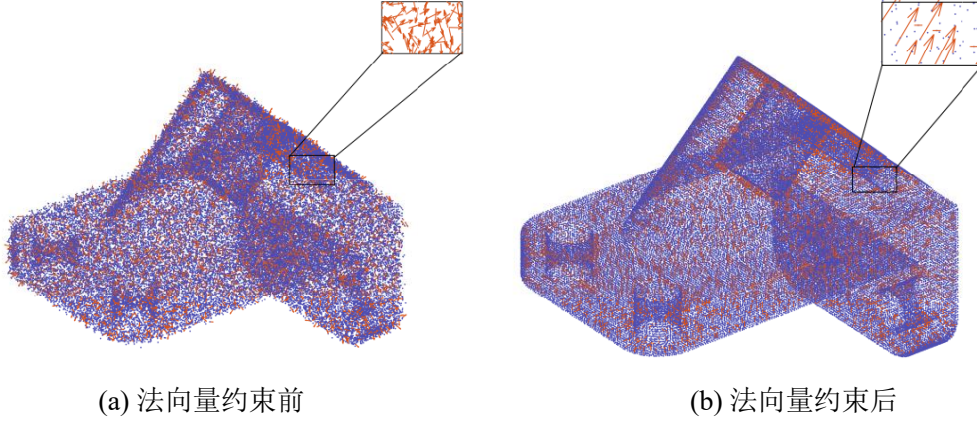


图 2-2 点云法向量局部一致性约束前后对比

2.1.3 密度函数

通过识别点云中心点 $\mathbf{c}_i$ 的 k 个最近邻来构建点云块，由于点云块^[75]的自相似性，需通过平移对齐，使其中心点位于原点，如式(2-8)所示。

$$\mathbf{V} = (\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C}) \quad (2-8)$$

式中， $\mathbf{T} \in (0,1)^{(k+1)M \times N}$ 为选择矩阵， $\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_i\}_{i=1}^M$ ，从点云 $\mathbf{N}$ 中选择点，形成 M 个点云块，每个点云块中有 $k+1$ 个点。

为适应更复杂物体点云去噪，引入密度函数 $\zeta = f(\mathbf{c}_i)$ ，得出式(2-9)

$$\mathbf{V} = \zeta(\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C}) \quad (2-9)$$

2.2 点云去噪模型求解

2.2.1 最大后验概率(Maximum A Posterior, MAP)

根据参考文献^[28]，得出点云块 $\mathbf{V}$ 的MAP估计问题，如式(2-10)所示。

$$\mathbf{v}_{map}(\mathbf{V}) = \underset{\mathbf{V}}{argmax} f(\mathbf{v}|\mathbf{V})g(\mathbf{V}) \quad (2-10)$$

式中， $f(\mathbf{v}|\mathbf{V})$ 为似然函数^[76]， $g(\mathbf{V})$ 表示 $\mathbf{V}$ 的先验概率分布。

由于点云块是从观测中的点云中获取的，所以 $f(\mathbf{v}|\mathbf{V})$ 与 $f(\mathbf{N}|\mathbf{U})$ 是等价的。因此，在式(2-7)，式(2-8)和式(2-9)中根据噪声模型定义似然函数 $f(\mathbf{v}|\mathbf{V})$ ，如式(2-11)所示。

$$f(\mathbf{v}|\mathbf{V}) = f(\mathbf{N}|\mathbf{U}) = \exp \{-\|\mathbf{N} - \mathbf{U}\|_F^2\} \quad (2-11)$$

根据参考文献^[28]，得出 $g(\mathbf{V})$ ，如式(2-12)

$$g(\mathbf{V}) = \exp \{-\beta \text{tr}(\mathbf{V}^T \mathbf{L}(\mathbf{M})\mathbf{V})\} \quad (2-12)$$

式中， $\beta = \frac{1}{2\sigma^2}$ 表示与噪声强度有关的参数， $\mathbf{M}$ 为两点之间的马氏距离矩阵^[77]。

结合式(2-9), (2-10), (2-11)和(2-12)得出点云去噪的总公式, 如式(2-13)所示。

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{U}, \mathbf{M}} \exp \{-\|\mathbf{U} - \mathbf{N}\|_F^2 - \|\mathbf{N}_i - \mathbf{n}_i\|_F^2 - \beta \operatorname{tr}((\zeta(\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C})^T \mathbf{L}(\mathbf{M}) \zeta(\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C}))\} \quad (2-13)$$

将式(2-13)取对数并乘以-1, 推出式(2-14)。

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{U}, \mathbf{M}} \|\mathbf{U} - \mathbf{N}\|_F^2 + \|\mathbf{N}_i - \mathbf{n}_i\|_F^2 + \beta \operatorname{tr}((\zeta(\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C})^T \mathbf{L}(\mathbf{M}) \zeta(\mathbf{T}\mathbf{N} - \mathbf{C})) \quad (2-14)$$

对于点云 $\mathcal{N}$ 中的任意一点 $\mathbf{p}_i$, 令 S_i 表示其到邻域中 k 个点的平均距离, 得出距离阈值^[78], 如式(2-15)所示。

$$d_{threshold} = \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N} \pm std \frac{\sum_{i=1}^n \left(S_i - \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N}\right)^2}{N} \quad (2-15)$$

式中, std 表示标准差倍数阈值。

点 $\mathbf{p}_i$ 与其邻域的距离位于 $(\frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N} - std \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N})^2 / N, \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N} + std \cdot \sum_{i=1}^n (S_i - \frac{\sum_{i=1}^n S_i}{N})^2 / N)$ 以外的点就属于拉普拉斯噪声点。因此, 拉普拉斯噪声点的位置矩阵 $\mathbf{L}$ 可由统计方法得出。

2.2.2 MAP点云去噪求解

通过交替优化点云 $\mathbf{U}$, 点云法向量 $\mathbf{N}_i$ 和两点之间的马氏距离矩阵 $\mathbf{M}$, 以对式(2-14)求解。

优化点云 $\mathbf{U}$ 和点云法向量 $\mathbf{N}_i$, 由单位矩阵 $\mathbf{I}$ 初始化马氏距离矩阵 $\mathbf{M}$, 在式(2-14)固定组合图拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}$, 对点云 $\mathbf{U}$ 和点云法向量 $\mathbf{N}_i$ 沿 X 、 Y 、 Z 方向求导, 得出式(2-16)、(2-17)和(2-18)。

$$(\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{U}_x + (\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{N}_{ix} = \mathbf{N}_x + \mathbf{n}_{ix} + \beta T^T \mathbf{L} \mathbf{C}_x \quad (2-16)$$

$$(\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{U}_y + (\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{N}_{iy} = \mathbf{N}_y + \mathbf{n}_{iy} + \beta T^T \mathbf{L} \mathbf{C}_y \quad (2-17)$$

$$(\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{U}_z + (\beta T^T \mathbf{L} T + \mathbf{I}) \mathbf{N}_{iz} = \mathbf{N}_z + \mathbf{n}_{iz} + \beta T^T \mathbf{L} \mathbf{C}_z \quad (2-18)$$

联立式(2-15), 式(2-16)和式(2-17)为线性方程组, 采用共轭梯度算法^[79](LSQR)迭代求解。然后使用获得的 $\mathbf{U}$ 解在后续迭代中更新 $\mathbf{M}$ 。

2.2.3 算法设计

基于点云去噪模型的求解过程, 提出点法线约束的图学习去噪算法, 具体流程如图2-3所示。该算法充分考虑点云局部几何特征, 相较于传统去噪算法,

能更好地保留点云细节特征，为复杂场景下点云数据处理提供新思路。

算法 1: Denoising for 3D point cloud based on PNCFGL

输入: $\mathbf{N}, M, k, C, \zeta$.

输出: Denoised cloud $\mathbf{U}$.

1: Initializing $\mathbf{U}$ with $\mathbf{N}$;

2: **for** $iter = 1, 2, \dots r$ **do**;

3: Sampling s points from $\mathbf{U}$ as a block center;

4: Find the k nearest neighbors of the center of each block to form a surface block;

5: Optimizing objective function: $\underset{\mathbf{O}, \mathbf{M}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{U} - \mathbf{N}\|_F^2 + \|\mathbf{N}_i - \mathbf{n}_i\|_F^2 +$

$\beta \operatorname{tr}((\zeta(T\mathbf{N} - C)^T \mathbf{L}(M) \zeta(T\mathbf{N} - C))),$ subject to: $\mathbf{N} = \mathbf{U} + \mathbf{G} + \mathbf{L}$;

6: $\mathbf{L} \leftarrow d_{\text{threshold}} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i}{N} \pm \text{std} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \left(s_i - \frac{\sum_{i=1}^n s_i}{N} \right)^2}{N}$;

7: $\zeta \leftarrow f(c_i)$

8: $\mathbf{U}$ converges.

9: **end for**

图 2-3 去噪算法流程图

2.2.4 性能分析指标

为定量评估各算法的去噪性能，借助信噪比^[25](SNR)以及均方误差^[26](MSE)两项指标对算法性能展开评估。

信噪比(SNR)如式(2-19)所示:

$$\text{SNR}(\varpi_1, \varpi_2) 10 \lg \frac{\frac{2}{N_2} \sum_{\mathbf{u}_i \in \varpi_2} \|\mathbf{u}_j\|_2^2}{\frac{1}{N_1} \sum_{\mathbf{u}_i \in \varpi_1} \min_{\mathbf{u}_j \in \varpi_2} \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|_2^2 + \frac{1}{N_2} \sum_{\mathbf{u}_i \in \varpi_2} \min_{\mathbf{u}_j \in \varpi_1} \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|_2^2} \quad (2-19)$$

均方误差(MSE)如式(2-20)所示:

$$\text{MSE}(\varpi_1, \varpi_2) \frac{1}{2} \left(\frac{1}{N_1} \sum_{\mathbf{u}_i \in \varpi_1} \min_{\mathbf{u}_j \in \varpi_2} \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|_2^2 + \frac{1}{N_2} \sum_{\mathbf{u}_i \in \varpi_2} \min_{\mathbf{u}_j \in \varpi_1} \|\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j\|_2^2 \right) \quad (2-20)$$

式中, $\varpi_1 = \{\mathbf{u}_i\}_{i=1}^{N_1}, \mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^3, \varpi_2 = \{\mathbf{u}_j\}_{j=1}^{N_2}, \mathbf{u}_j \in \mathbb{R}^3$ 。

在点云去噪过程中, SNR 与去噪效果呈现正相关, 其值越大, 去噪后的失真度越低, 去噪效果越理想; MSE 则与去噪效果呈负相关, 其值越小, 表明去噪点云与实况值之间的偏差越小, 意味着去噪效果越好。

2.3 去噪实验与讨论

2.3.1 去噪仿真分析

为验证所提去噪算法对平面与曲面几何模型的效果，用公共点云数据 anchor 和 gargoyle 作为输入。该公共点云数据表面细节特征丰富，且具有高密度特征。因此，所提算法中密度分块步骤可有效的进行。通过不同算法在不同噪声强度条件下进行性能比较，定性结果如图 2-6~图 2-13 所示，定量结果如表 2-1 和表 2-2 所示。

anchor 的实况点云模型由 55799 个数据点组成，gargoyle 的实况点云模型由 58611 个数据点组成，如图 2-4 所示。分别向 anchor 和 gargoyle 实况点云模型中加入拉普拉斯噪声与高斯噪声，这些噪声的平均值均为 0，标准偏差分别设定为 0.02、0.03、0.04、0.05。以标准差为 0.02 和 0.04 的噪声模型为例，其情形如图 2-5 所示。为清晰直观地展现添加噪声后的效果以及去噪成效，在生成的模型里融入颜色信息，其中颜色条用于表征深度信息。本文提出的点法线约束的图学习算法用于对不同噪声强度下的三维点云模型进行去噪效果如图 2-9 与图 2-13 所示。从去噪结果可以看出，本文提出的去噪算法可以有效去除公共点云中的高斯噪声和拉普拉斯噪声，并可以适当地保留它们的原始几何特征。因此，它是一种有效的点云去噪算法。

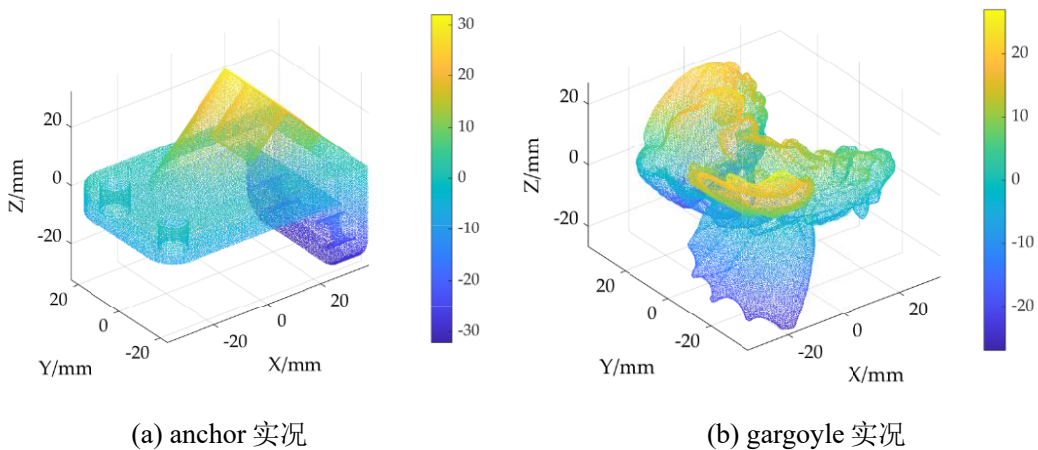


图 2-4 点云模型

不同强度下的噪声分别通过 APSS 算法、NLD 算法和 MRPCA 算法以及 PNCFLG 算法进行了去噪，结果如图 2-6~图 2-13 所示。由图 2-6、图 2-10 可见，APSS 算法在去噪后点云模型表面的颜色分布不均匀，平面特征模糊。此外，还

存在较多离群噪音。与 APSS 算法相比，NLD 算法和 MRPCA 算法去噪后表面的颜色分布相对均匀，但在远离主体的地方仍有部分噪音，如图 2-7、图 2-8、图 2-11 与图 2-12 所示。从图 2-6、图 2-7 与图 2-8 以及图 2-10、图 2-11 与图 2-12 的结果可以看出，拉普拉斯噪声不能很好的消除。用 PNCFLG 算法去除噪声后，离群噪声明显减少，局部特征更加准确，如图 2-9 和图 2-13 所示。

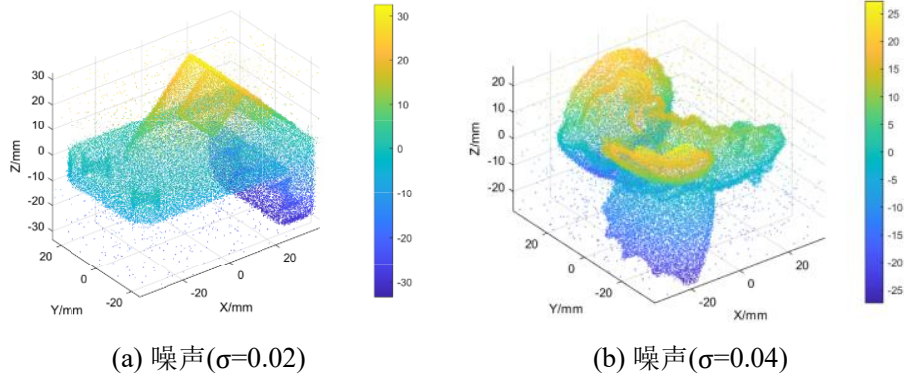


图 2-5 噪声强度不同的点云模型对比

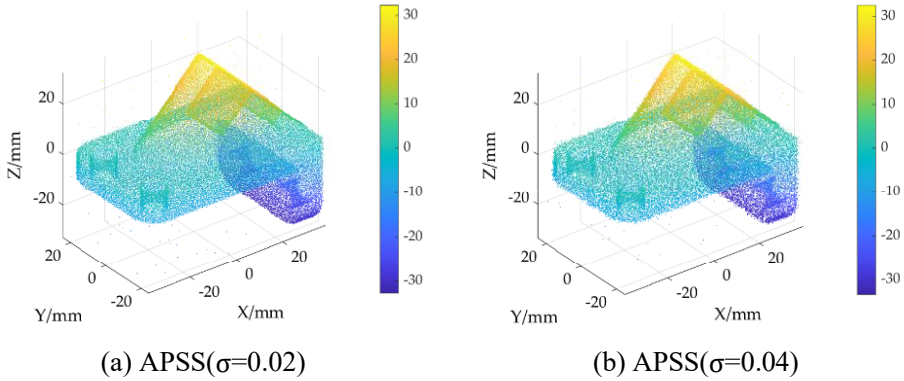


图 2-6 不同噪声强度下 APSS 算法去噪效果对比

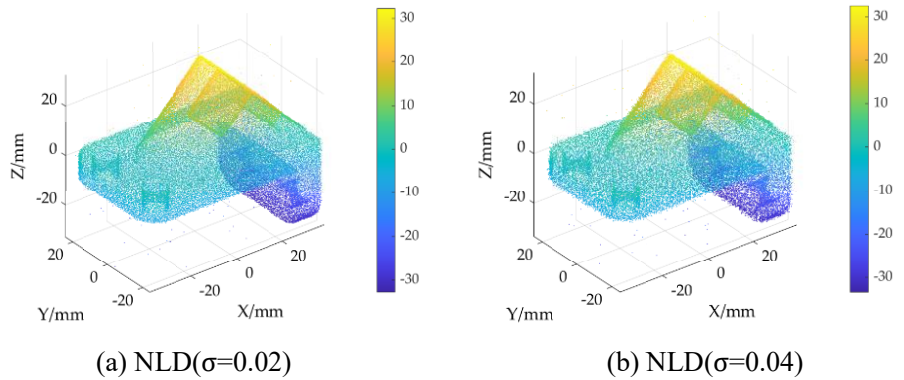


图 2-7 不同强度下 NLD 算法去噪效果对比

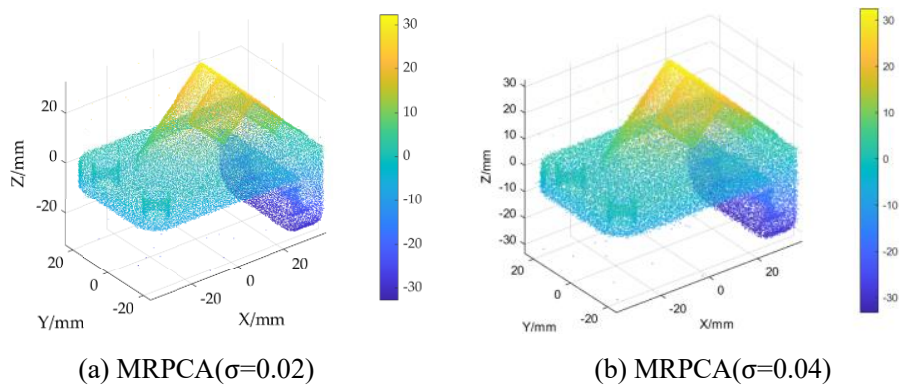


图 2-8 不同强度下 MRPCA 算法去噪效果对比

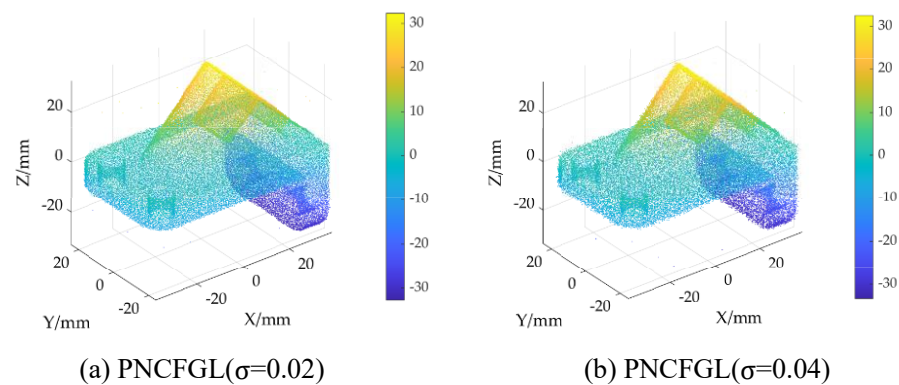


图 2-9 不同强度下 PNCFGL 算法去噪效果对比

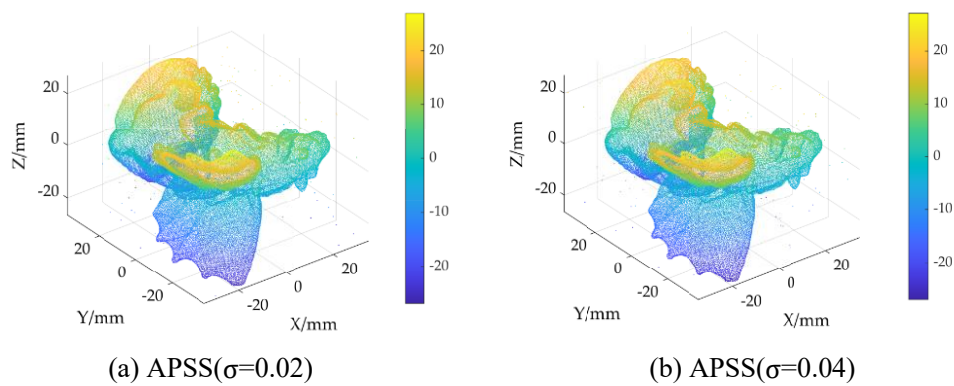


图 2-10 不同噪声强度 APSS 算法去噪效果对比

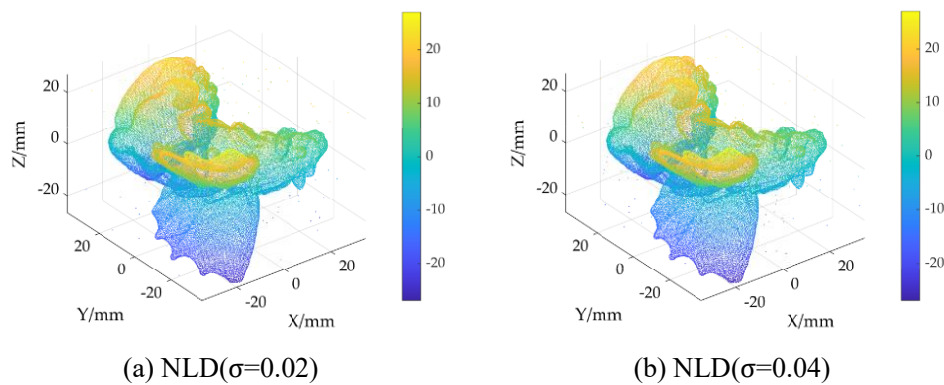


图 2-11 不同强度下 NLD 算法去噪效果对比

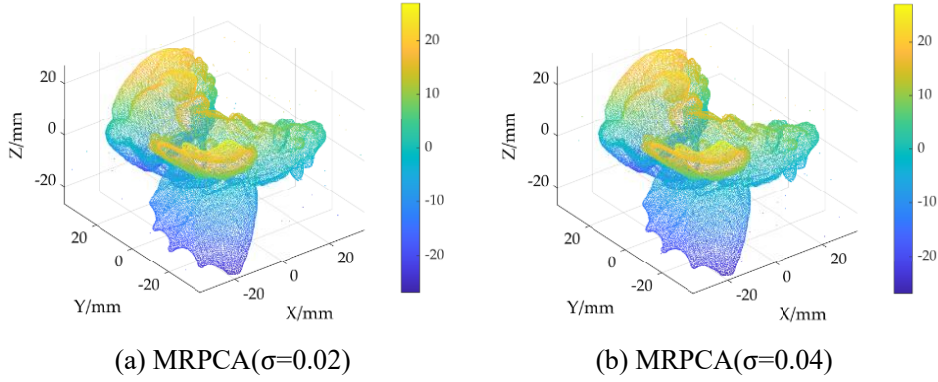


图 2-12 不同强度下 MRPCA 算法去噪效果对比

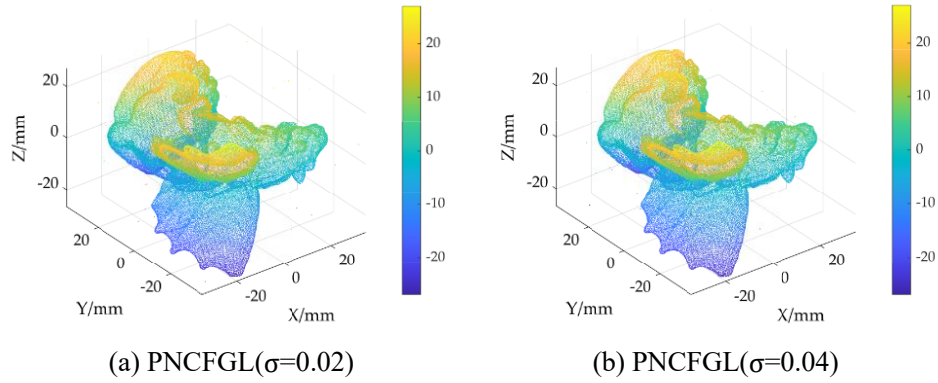


图 2-13 不同强度下 PNCFGL 算法去噪效果对比

由表 2-1 可知，就 MSE 指标而言，anchor 点云模型在 σ 值不同(0.02-0.05)的四种噪声水平下去噪后，在 $\sigma = 0.05$ 时，APSS 为 0.267、AWLOP 为 0.315、NLD 为 0.331、MRPCA 为 0.253、本文算法为 0.245，较 APSS 降低了 0.022，较 AWLOP 降低了 0.07，较 NLD 降低了 0.086，较 MRPCA 降低了 0.008。去噪后，APSS、AWLOP、NLD、MRPCA 的平均 MSE 分别为 0.242、0.280、0.281、0.232，本文算法平均 MSE 为 0.227，较 APSS 降低了 0.015，较 AWLOP 降低了 0.053，较 NLD 降低了 0.054，较 MRPCA 降低了 0.005。通过定量分析，本文算法地面实况值与去噪点云之间的偏差更低，去噪效果更好。

由表 2-2 可知，就 SNR 指标而言，anchor 点云模型在 σ 值不同(0.02-0.05)的四种噪声水平下去噪后，在 $\sigma = 0.05$ 时，APSS 为 47.09DB、AWLOP 为 45.44DB、NLD 为 44.94DB、MRPCA 为 47.64DB、本文算法为 47.81DB，较 APSS 提升了 0.72DB，较 AWLOP 提升了 2.37DB，较 NLD 提升了 2.87DB，较 MRPCA 提升了 0.17DB。去噪后，APSS、AWLOP、NLD、MRPCA 的平均 SNR 分别为 48.14DB、46.54DB、46.66DB、48.55DB，本文算法平均 SNR 为 48.68DB，较 APSS 提升了 0.54DB，较 AWLOP 提升了 2.14DB、较 NLD 提升了 2.02DB，较

MRPCA 提升了 0.13DB。通过定量分析，它比前三种算法要好，去噪过程失真度最低。

不同强度下的噪声点云与最新的图学习算法 RSLDM 对比。由表 2-1 和表 2-2 可知，RSLDM 平均 MSE 为 0.230，本文算法为 0.227，提升了 0.003。RSLDM 平均 SNR 为 48.62DB，本文算法为 48.68DB，提升了 0.06DB。然本算法在计算效率上对比 RSLDM 确提升了 27%。由于 RSLDM 以 k 邻域对点云进行分块，而本文算法则用密度对点云进行分块。密度分块利用点云中点的分布密度来确定分块边界，而不需要计算每个点的 k 邻域，减少了计算复杂度和时间消耗。并能够根据点云数据的实际密度分布情况来确定分块边界，在处理不均匀分布或具有大范围密度变化的点云时表现更好。且密度分块对噪声的影响相对较小，它通过整体密度分布来确定边界，而不仅仅依赖于每个点的局部邻域。

所提算法结合点云密度信息以及法向量方向的一致性，可以同时去除高斯噪声和拉普拉斯噪声两种不同类型的噪声。密度信息可以帮助识别稀疏区域的噪声点，而法向量信息则可以帮助识别法向量不一致的噪声点。将这两种信息有机结合起来使用，能够有效地对抗不同类型的噪声，提高点云数据的准确性和可靠性。

表 2-1 anchor 模型的五种不同去噪算法的 MSE

Noise Levels	$\sigma=0.02$	$\sigma=0.03$	$\sigma=0.04$	$\sigma=0.05$	Average	Time
Noisy	0.259	0.322	0.372	0.417	0.343	654s
APSS	0.208	0.239	0.254	0.267	0.242	898s
AWLOP	0.237	0.259	0.306	0.315	0.280	686s
NLD	0.231	0.265	0.297	0.331	0.281	723s
MRPCA	0.202	0.230	0.242	0.253	0.232	968s
RSLDM	0.201	0.228	0.240	0.249	0.230	1173s
Ours	0.199	0.226	0.237	0.245	0.227	676s

表 2-2 anchor 模型的五种不同去噪算法的 SNR(DB)

Noise Level	$\sigma=0.02$	$\sigma=0.03$	$\sigma=0.04$	$\sigma=0.05$	Average	Time
Noisy	47.41	45.25	43.18	42.65	44.62	654s
APSS	49.61	48.24	47.60	47.09	48.14	898s
NLD	48.53	47.16	46.02	44.94	46.66	686s
AWLOP	48.31	46.69	45.74	45.44	46.54	723s
MRPCA	49.88	48.60	48.09	47.64	48.55	968s

RSLDM	49.97	48.65	48.12	47.76	48.62	1173s
Ours	50.04	48.70	48.15	47.81	48.68	676s

2.3.2 去噪实验验证

为进一步验证所提 PNCFGL 模型的有效性与可靠性，使用激光雷达扫描仪，扫描 4 个结构复杂的机械零件，如**错误!未找到引用源。**所示，零件分别为管接头、管圈、后支架、前支架。与此同时，引入经典去噪算法作为对比，通过分析对比去噪后点云的精度、表面光滑度，以及对零件细节特征的保留程度，全面评估 PNCFGL 模型的去噪效果。



(a) 物体 a



(b) 物体 b



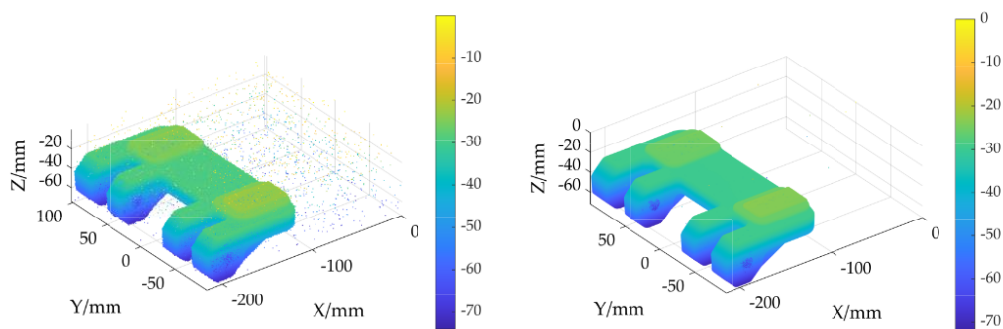
(c) 物体 c



(d) 物体 d

图 2-14 机械零件图

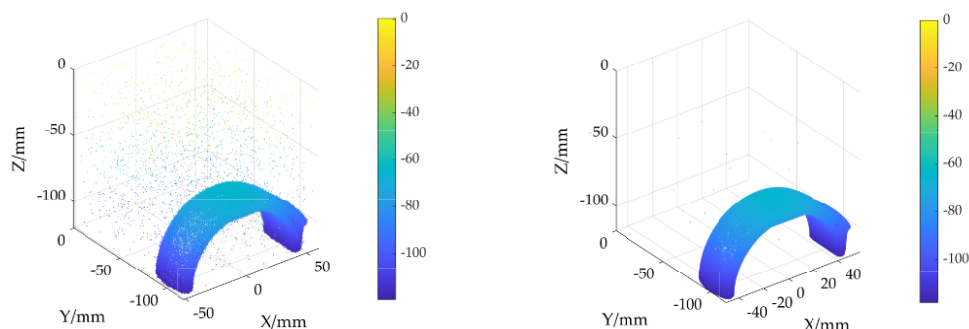
分别向物体 a、b、c 和 d 点云模型中加入拉普拉斯噪声与高斯噪声，这些噪声的平均值均为 0，标准偏差分别设定为 0.02、0.03、0.04、0.05。结合 MSE 和 SNR 性能评价指标，以验证 PNCFGL 的去噪性能，结果如**错误!未找到引用源。**、**错误!未找到引用源。**、**错误!未找到引用源。**与**错误!未找到引用源。**所示。通过一系列严谨的去噪实验，使用 PNCFGL 模型对管接头、管圈、后支架和前支架这 4 个物体的点云数据进行处理后，去噪效果明显。原本点云数据中大量干扰后续分析的离群噪声明显减少，与传统去噪算法相比，离群噪声点降低显著。不仅如此，模型在去噪的过程中展现出良好的特征保留能力，机械零件上诸如沟槽、凸台、倒角等局部特征结构保持得较为完整。



(a) 物体 a 去噪前

(b) 物体 a 去噪后

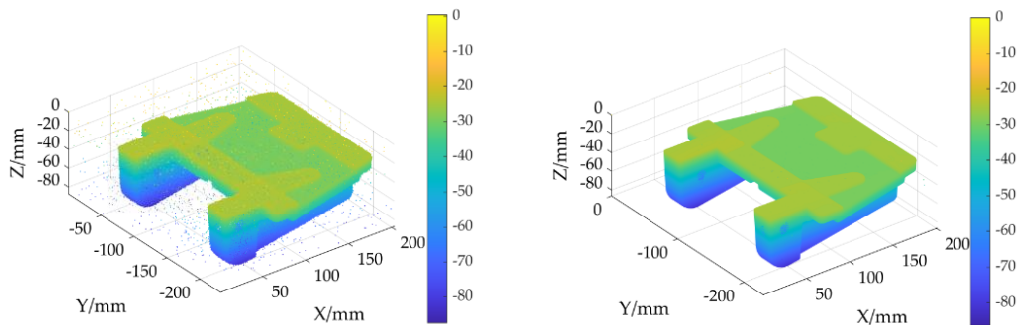
图 2-15 物体 a 通过 PNCFLG 去噪前后对比



(a) 物体 b 去噪前

(b) 物体 b 去噪后

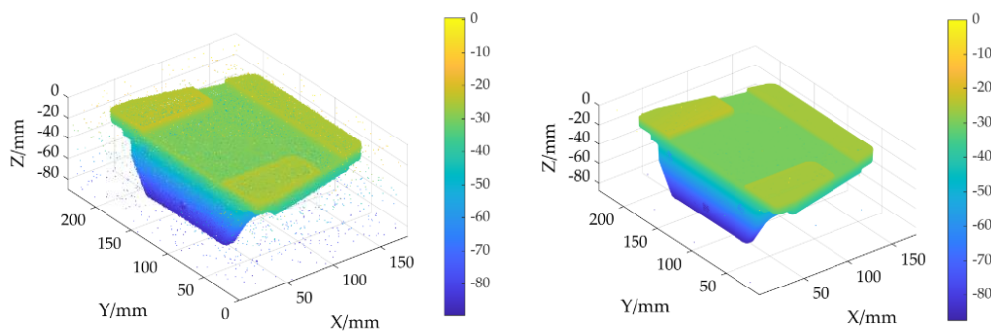
图 2-16 物体 b 通过 PNCFLG 去噪前后对比



(a) 物体 c 去噪前

(b) 物体 c 去噪后

图 2-17 物体 c 通过 PNCFLG 去噪前后对比



(a) 物体 d 去噪前

(b) 物体 d 去噪后

图 2-18 物体 d 通过 PNCFLG 去噪前后对比

由表 2-3 可知, 就 MSE 指标而言, 物体 a 在 $\sigma=0.02$ 时, APSS 为 0.052、NLD 为 0.075、AWLOP 为 0.081、MRPCA 为 0.047, 本文算法为 0.043, 较 APSS 降低了 0.009、较 NLD 降低了 0.032、较 AWLOP 降低了 0.038、较 MRPCA 降低了 0.004。物体 b 在 $\sigma=0.03$ 时, APSS 为 0.075、NLD 为 0.104、AWLOP 为 0.096、MRPCA 为 0.068, 本文算法为 0.063, 较 APSS 降低了 0.012、较 NLD 降低了 0.041、较 AWLOP 降低了 0.033、较 MRPCA 降低了 0.005。物体 c 在 $\sigma=0.04$ 时, APSS 为 0.090、NLD 为 0.130、AWLOP 为 0.142、MRPCA 为 0.078, 本文算法为 0.073, 较 APSS 降低了 0.012、较 NLD 降低了 0.057、较 AWLOP 降低了 0.069、较 MRPCA 降低了 0.005。物体 d 在 $\sigma=0.05$ 时, APSS 为 0.108、NLD 为 0.170、AWLOP 为 0.156、MRPCA 为 0.094, 本文算法为 0.084, 较 APSS 降低了 0.024, 较 NLD 降低了 0.086、较 AWLOP 降低了 0.072、较 MRPCA 降低了 0.010。通过定量分析, 本文算法在去除噪声后点云偏差更低, 效果更好。

由表 2-4 可知, 就 SNR 指标而言, 物体 a 在 $\sigma=0.02$ 时, APSS 为 83.75DB、NLD 为 82.65DB、AWLOP 为 82.45DB、MRPCA 为 84.02DB, 本文算法为 84.18DB, 较 APSS 提升了 0.43DB、较 NLD 提升了 1.53DB、较 AWLOP 提升了 1.73DB、较 MRPCA 提升了 0.16DB。物体 b 在 $\sigma=0.03$ 时, APSS 为 76.63DB、NLD 为 76.55DB、AWLOP 为 76.16DB、MRPCA 为 78.06DB, 本文算法为 78.19DB, 较 APSS 提升了 1.56DB、较 NLD 提升了 1.64DB、较 AWLOP 提升了 2.03DB、较 MRPCA 提升了 0.13DB。物体 c 在 $\sigma=0.04$ 时, APSS 为 78.66DB、NLD 为 77.09DB、AWLOP 为 76.86DB、MRPCA 为 79.18DB, 本文算法为 79.24DB, 较 APSS 提升了 0.58DB、较 NLD 提升了 2.15DB、较 AWLOP 提升了 2.38DB、较 MRPCA 提升了 0.06DB。物体 d 在 $\sigma=0.05$ 时, APSS 为 76.52DB、NLD 为 74.45DB、AWLOP 为 74.92DB、MRPCA 为 77.12DB, 本文算法为 77.28DB, 较 APSS 提升了 0.76DB、较 NLD 提升了 2.83DB、较 AWLOP 提升了 2.36DB、较 MRPCA 提升了 0.16DB。通过定量分析, 本文算法去噪过程失真度更低, 去噪效果更好。

表 2-3 物体 a、b、c、d 在不同算法下 MSE 对比

Method	Noisy	APSS	NLD	AWLOP	MRPCA	RSLDM	Ours
$\sigma=0.02$							
a	0.103	0.052	0.075	0.081	0.047	0.046	0.043

b	0.116	0.065	0.083	0.092	0.057	0.057	0.054
c	0.119	0.061	0.080	0.089	0.056	0.054	0.052
d	0.113	0.063	0.082	0.091	0.057	0.056	0.053
Average	0.112	0.060	0.080	0.088	0.054	0.053	0.505
$\sigma=0.03$							
a	0.160	0.077	0.102	0.092	0.065	0.064	0.062
b	0.159	0.075	0.104	0.096	0.068	0.063	0.063
c	0.161	0.079	0.103	0.098	0.069	0.066	0.064
d	0.160	0.076	0.102	0.091	0.065	0.063	0.062
Average	0.160	0.076	0.103	0.094	0.067	0.064	0.063
$\sigma=0.04$							
a	0.207	0.089	0.132	0.141	0.077	0.075	0.072
b	0.195	0.078	0.121	0.130	0.064	0.064	0.062
c	0.204	0.090	0.130	0.142	0.078	0.077	0.073
d	0.203	0.088	0.127	0.140	0.075	0.073	0.071
Average	0.202	0.086	0.128	0.138	0.074	0.072	0.070
$\sigma=0.05$							
a	0.253	0.103	0.167	0.151	0.089	0.087	0.081
b	0.242	0.096	0.158	0.141	0.082	0.076	0.073
c	0.254	0.102	0.168	0.153	0.091	0.086	0.082
d	0.257	0.108	0.170	0.156	0.094	0.088	0.084
Average	0.252	0.102	0.166	0.150	0.089	0.084	0.080

表 2-4 物体 a、b、c、d 在不同算法下 SNR(DB)对比

Method	Noisy	APSS	NLD	AWLOP	MRPCA	RSLDM	Ours
$\sigma=0.02$							
a	81.55	83.75	82.65	82.45	84.02	84.10	84.18
b	76.32	78.30	77.32	76.69	78.69	78.75	78.83
c	79.50	81.63	80.25	80.33	82.01	82.10	82.16
d	78.68	80.88	79.90	79.58	81.12	81.25	81.31
Average	79.01	81.14	80.03	79.76	81.46	81.55	81.58
$\sigma=0.03$							
a	77.08	80.07	78.99	78.50	80.43	80.44	80.53
b	74.64	77.63	76.55	76.16	78.06	78.12	78.19
c	77.34	80.23	79.09	78.68	80.56	80.61	80.69
d	76.56	79.39	78.30	77.89	79.78	79.87	79.91
Average	76.40	79.33	78.23	77.81	79.71	79.76	79.83
$\sigma=0.04$							

a	74.02	78.56	76.90	76.62	78.99	79.01	79.05
b	71.66	76.08	74.55	74.25	76.54	76.54	76.63
c	74.17	78.66	77.09	76.86	79.18	79.20	79.24
d	73.52	77.96	76.42	76.32	78.43	78.47	78.53
Average	73.34	77.82	76.24	76.01	78.29	78.28	78.36
$\sigma=0.05$							
a	72.52	76.96	74.81	75.31	77.51	77.56	77.68
b	70.06	74.50	72.45	72.79	75.06	75.10	75.20
c	72.65	77.19	75.12	75.54	77.86	77.87	77.91
d	72.15	76.52	74.45	74.92	77.12	77.18	77.28
Average	71.85	76.29	74.21	74.64	76.89	76.92	77.02

2.4 本章小结

(1) 本章提出了一种基于点法线约束的图学习算法，旨在有效去除点云数据中的混合噪声。通过引入狄利克雷能量和耦合正交性偏差项，该算法对相邻法线间的差异进行惩罚，强化法向量与下表面正交性的条件，从而显著增强图学习的准确性和鲁棒性，尤其适用于具有显著几何特征点云数据。

(2) 实验中使用不同算法对具有四种噪声水平的 anchor 模型去噪，以 SNR 和 MES 指标定量衡量性能。与 APSS、AWLOP、NLD、MRPCA 和 RSLDM 等算法相比，本算法在计算效率接近的情况下，平均 SNR 最高提升 2.14DB，平均 MSE 最高降低 0.054。在去噪性能提升的同时，仍兼顾了计算效率。

(3) 目前该算法在去噪过程中需要进行点云密度分块，仅适用于高密度点云特征。未来工作将致力于将算法推广到低密度应用场景，进一步优化算法，提升其实时性和稳定性。同时，探索更多的约束和正则化项，以进一步提高点云去噪的效果和精度，满足不同实际应用需求。

第3章 基于快速对称迭代最近点的均值-方差最小化配准算法研究

点云配准是点云处理的关键环节，旨在将不同视角、不同时间获取的点云数据精确对齐，以实现更完整、准确的模型构建与分析。目前，已涌现出许多经典的点云配准算法。迭代最近点算法(ICP)通过反复寻找最近点对并实施变换实现配准，但该算法对初始值敏感，在点云数据存在大量干扰点或初始位置偏差较大时，易陷入局部最优解，导致配准精度不足。高斯混合模型(GMM)借助概率模型对数据建模完成配准，然其计算复杂度高，在处理大规模点云数据时，计算耗时长，配准效率低。相干点漂移算法(CPD)基于点集对应关系和概率分布进行配准，面对形状差异明显的点云时，难以准确建立点云间的对应关系，配准精度欠佳。动态图匹配算法(DGR)通过构建并动态调整图模型实现配准，但点云数据中的噪声和干扰容易破坏图模型的结构，致使配准结果不稳定。

针对上述算法在实际应用中面临的难题，本研究提出一种快速对称迭代最近点的均值-方差最小化配准算法。所提算法在配准初始对应点对定位环节，采用快速搜索策略。为加速收敛过程，引入安德森加速度。其通过寻找残差函数根，对线性收敛的定点迭代进行优化，显著提升收敛速率，减少迭代次数，提升整体配准效率。最后均值-方差最小化目标函数，平衡配准精度与稳定性，降低配准误差。

3.1 迭代最近点算法(ICP)

给定两组点 $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_M)$ 和 $Q = (q_1, q_2, q_3, \dots, q_M)$ 在 $\mathbb{R}^d$ 中，用旋转矩阵 $R \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 和平移向量 $t \in \mathbb{R}^d$ 优化 P 上的刚性变换，将 P 与 Q 对齐，得出式(3-1)。

$$\min_{R, t} \sum_{i=1}^M (D_i(R, t))^2 + I_{SO(d)}(R) \quad (3-1)$$

式中， $(D_i(R, t) = \min_{q \in Q} \|R p_i + t - q\|$ 为变换点 $R p_i + t$ 到目标集 Q 的距离，

$I_{SO(d)}(R)$ 为特殊正交群 $SO(d)$ 的指示函数， R 为旋转矩阵。

$$I_{SO(d)}(R) = \begin{cases} 0, & \text{if } R^T R = I, \det(R) = 1 \\ +\infty & \end{cases} \quad (3-2)$$

迭代最近点算法(ICP)通过交替迭代式(3-3)与式(3-4)求解式(3-1)。

$$\hat{q}_l^{(k)} = \underset{q \in Q}{\operatorname{argmin}} \|R^{(k)}p_i + t^k - q\| \quad (3-3)$$

$$(R^{(k+1)}, t^{(k+1)}) = \underset{R, t}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^M \|Rp_i + t - \hat{q}_l^{(k)}\|^2 + I_{SO(d)}(R) \quad (3-4)$$

式(3-3)与式(3-4)通过 SVD^[80]求解，该方法为式(3-1)的优化最小化算法(MM)，为最小化目标函数 $f(x)$ ，MM 算法每次迭代从当前迭代 $x^{(k)}$ 构造代理函数 $g(x|x^{(k)})$ ，如式(3-5)。

$$f(x^{(k)}) = g(x^{(k)}|x^{(k)}), f(x) \leq g(x|x^{(k)}), \forall x \neq x^k \quad (3-5)$$

最小化代理函数，获得下一个迭代，如式(3-6)。

$$x^{(k+1)} = \underset{x}{\operatorname{argmin}} g(x|x^{(k)}) \quad (3-6)$$

根据式(3-5)与式(3-6)可推出式(3-7)。

$$f(x^{(k+1)}) \leq g(x^{(k+1)}|x^k) \leq g(x^{(k)}|x^{(k)}) = f(x^{(k)}) \quad (3-7)$$

MM 算法单调地减小目标函数，直至收敛为局部最小值。最近点 $\hat{q}_l^{(k)}$ 由 $R^{(k)}$ ， t^k 确定。

3.2 快速对称迭代最近点

ICP 由于其线性收敛速度，从而其收敛到局部最小值的速度较慢。为解决此问题，提出一种基于安德森加速^[81]的快速对称迭代点算法，提高其收敛速度，提高配准的速度与鲁棒性。

3.2.1 安德森加速度

给定一个不动迭代点 $x^{(k+1)} = G(x^k)$ ，并用 $F(x) = G(x) - x$ 定义其残差函数^[101]，且 $F^{(k)} = G(x^{(k)})$ 。根据上述定义，映射 $G(x^*)$ 的不动点 x^* 满足 $F(x^*) = 0$ 。安德森加速通过最新迭代 x^k 及其前 m 个迭代 $x^{(k-m)}$ ， $x^{(k-m+1)}$ ， $\dots$ ， $x^{(k-1)}$ 得到新的迭代 $x_{AA}^{(k+1)}$ ，如式(3-8)，可以更快地收敛到一个固定点。

$$x_{AA}^{(k+1)} = G(x^k) - \sum_{j=1}^m \theta_j^* (G(x^{(k-j+1)}) - G(x^{(k-j)})) \quad (3-8)$$

式中， $(\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*, \theta_4^*, \dots, \theta_m^*)$ 表示式(3-9)的线性最小二乘解。

$$(\theta_1^*, \theta_2^*, \theta_3^*, \theta_4^*, \dots, \theta_m^*) = \operatorname{argmin} \|F^{(k)} - \sum_{j=1}^m \theta_j^* (F^{(k-j+1)} - F^{(k-j)})\|^2 \quad (3-9)$$

安德森加速度是一种寻找残差函数根的拟牛顿方法^[82]，其能够加快以线性收敛方式进行的定点迭代的收敛速率。因此，可以将 ICP 变换变量 R 和 t 写为式(3-10)。

$$(R^{(k+1)}, t^{(k+1)}) = G_{ICP}(R^{(k)}, t^{(k)}) \quad (3-10)$$

式中， $G_{ICP}(R^{(k)}, t^{(k)}) = \underset{R, t}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^M \|Rp_i + t - \Pi_Q R^{(k)} p_i + t^{(k)}\|^2 + I_{SO(d)}(R)$ ， $\Pi_Q(\cdot)$ 为点集 Q 上与之最接近的投影。然而并不能将安德森加速度直接应用于映射 G_{ICP} ，因其将 R 的新值计算为旋转矩阵的仿射组合，但旋转矩阵本身通常并非旋转矩阵。因此，用另一组变量 X 参数化刚性变换， X 的任意值都可有效应对其刚性变换， ICP 迭代可写为式(3-11)。

$$X^{(k+1)} = \bar{G}_{ICP}(X^{(k)}) \quad (3-11)$$

接着，在每次迭代中执行以下步骤将安德森加速度应用于变量 X 。

1. 在变量 $X^{(k)}$ 里恢复旋转矩阵 $R^{(k)}$ 以及平移向量 $t^{(k)}$ ；
2. ICP 迭代 $(R', t') = G_{ICP}(R^{(k)}, t^{(k)})$ ；
3. (R', t') 参数化，推出 $G_{ICP}(X^{(k)})$ ；
4. 利用 $X^{(k-m)}, \dots, X^{(k)}$ 与 $G_{ICP}(X^{(k-m)}), \dots, G_{ICP}(X^{(k)})$ ，通过式(4-7)

计算加速值 X_{AA} 。

3.2.2 配准总目标函数

将安德森加速度应用于 ICP 算法，得出点云配准目标函数，如式(3-12)。

$$\min_{R, t} \sum_{i=1}^M \psi_v(D_i(R, t)) + I_{SO(d)}(R) \quad (3-12)$$

式中， ψ_v 是 $Welsch$ 函数^[83]，如式(3-13)所示。

$$\psi_v(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2v^2}\right) \quad (3-13)$$

式(3-13)可促进点集之间逐点距离得稀疏性， $Welsch$ 函数亦被应用于图像处理与几何处理的鲁棒滤波。

由于式(3-13)是非线性且又是非凸，可利用最近点在当前变换 (R^k, t^k) ，得出式(3-14)。

$$\sum_{i=1}^M \chi_v\left(\|Rp_i + t - \hat{q}_i^{(k)}\| \middle| D_i(R^{(k)}, t^{(k)})\right) + I_{SO(d)}(R) \quad (3-14)$$

式中, $\chi_v(x|y)$ 是 y 处 *Welsch* 函数得二次替代函数, 如式(3-15)。

$$\chi_v(x|y) = \psi_v(y) + \frac{x^2 - y^2}{2v^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2v^2}\right) \quad (3-15)$$

最小化式(3-14)更新转换, 得到点云配准总目标函数, 如式(3-16)。

$$\underset{R, t}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^M \omega_i \|Rp_i + t - \hat{q}_i^{(k)}\|^2 + I_{SO(d)}(R) \quad (3-16)$$

式中, $\omega_i = \exp\left(\frac{\|R^k p_i + t^k - \hat{q}_i^{(k)}\|^2}{2v^2}\right)$, 式(3-16)可通过 *SVD*^[15] 以封闭形式求解。

3.2.3 均值-方差最小化总目标函数

根据文献^[84], 考虑任意两点云对应点之间的距离和距离方差得到式(3-17)。

$$F_{MVGR} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=1}^m \|d_{ijk} - \mu \overline{d_{ij}}\|^2 \quad (3-17)$$

式中, d_{ijk} 为对应点之间得距离, $\mu = m - (m^2 - \lambda)$, λ 表示目标函数中的方差权重, $\lambda > 0$ 对应点的距离和方差同时最小化, $\overline{d_{ij}}$ 为对应点距离得平均值。

在方差约束下, 点云配准不受点云密度影响, 且减弱密集区域点的影响, 使配准更加平滑。均值-方差最小化目标函数可通过高斯-牛顿迭代法求解。

3.2.4 点云配准性能评价指标

点云配准精度指源点云与配准后目标点云之间的偏差。衡量此偏差通常用源点云中的点到配准后目标点云对应点的平均距离^[84]。为评价点云配准后的性能, 常使用式(3-18)进行评估。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|R^* p_i + t^* - Rp_i - t\|_2^2} \quad (3-18)$$

与均方误差相比, $RMSE$ 具有与原始数据相同的量纲, 更直观地表示了点云配准的精度。 $RMSE$ 越小, 说明源点云中的点与目标点云中对应点的位置偏差越小, 点云配准的精度就越高, 配准算法能更准确地将源点云与目标点云对齐, 使两者在空间位置上更加接近, 更好地还原物体的真实形态和位置关系。

3.3 配准实验与讨论

3.3.1 配准仿真分析

为验证所提算法有效性, 使用 *Bunny* 与 *Dragon* 公共点云模型进行点云配准研究, 并与现有算法进行配准性能比较。对定向精度和配准质量进行各种定性和定量实验, 以证明本算法的有效性。

Bunny 点云模型包含 40251 个数据点，Dragon 点云模型包含 58611 个数据点，如图 3-1 所示。分别使用 ICP 和所提算法对其进行配准，结果如图 3-2 和图 3-3 所示，定量分析结果如表 3-1 所示。

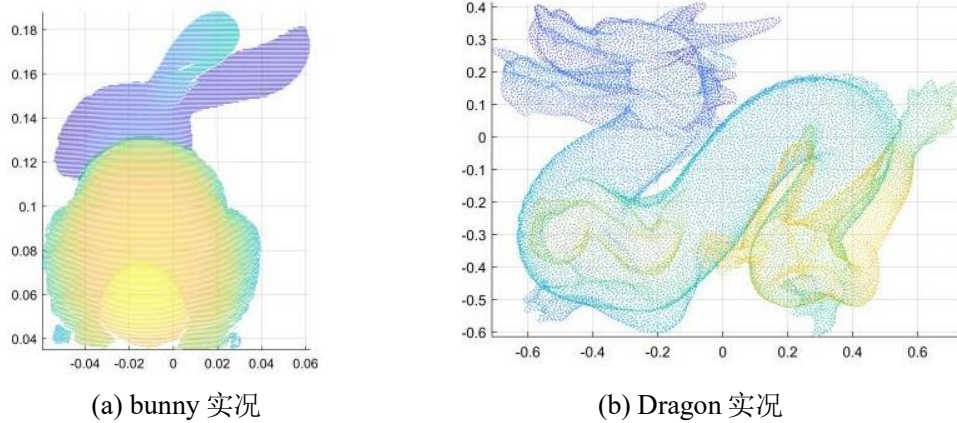


图 3-1 点云模型

由图 3-2 定性分析可知，传统 ICP 算法处理后的 bunny 模型，耳朵和脚掌部分出现明显错位，整体形状与原始模型偏差较大，且点云分布不均匀，如图 3-2(b)所示。相比之下，所提算法处理后的 bunny 模型，耳朵和脚掌等关键部位精准对齐，模型整体形状与原始模型高度吻合，点云分布均匀且紧密，如图 3-2(c)所示，有效提升了点云配准的精度与完整性。

由图 3-3 定性分析可知，传统 ICP 算法处理后的 Dragon 模型，头部犄角与尾部尖刺部分出现严重错位，原本流畅的身体曲线在配准后出现多处弯折，在模型的翅膀和腿部区域存在离散点，如图 3-3(b)所示。相比之下，所提算法处理后的 Dragon 模型，头部犄角与尾部尖刺等关键部位精准对齐，身体曲线自然流畅，与原始模型高度吻合，如图 3-3(c)所示。点云分布均匀且紧密，在翅膀和腿部等细节丰富的区域，其也能准确贴合模型轮廓，大幅提升点云配准的精度与完整性，重构后的 Dragon 模型能更真实地还原原始模型的复杂形态与细节特征。

由表 3-1 可知，就 RMSE 指标而言，Bunny 点云模型在 ICP 算法下 RMSE 为 0.929，展现出良好的性能，得益于其基于对应点对最小化欧氏距离的迭代优化策略，能有效收敛至较优解；GMM 算法下 RMSE 为 0.917，与之相近，GMM 通过对数据分布建模，在处理具有一定规律的点云数据时表现稳定。而 CPD 与 DGR 算法下 RMSE 相对较高，表明这两种算法在 Bunny 模型复杂几何

结构下，寻找准确对应关系时存在困难。所提算法相较 ICP 算法 RMSE 下降了 0.050，较 GMM 算法下降了 0.038。Dragon 点云模型在 ICP、GMM、CPD、DGR 算法下 RMSE 分别为 1.105、1.286、1.017、1.000，所提算法 RMSE 为 0.989，较之分别降低 0.116、0.297、0.028、0.011。ICP 算法在处理 Dragon 点云模型时，RMSE 达到 1.105。这一数值反映出 ICP 算法在寻找点云对应关系及优化配准过程中，存在一定程度的误差累积。而所提算法在此模型上的 RMSE 为 0.989，相较于 ICP 算法降低了 0.116，配准鲁棒性更好。GMM 算法应用于 Dragon 点云模型时，RMSE 高达 1.286，表明该算法在处理此模型点云数据时面临较大挑战。CPD 算法在 Dragon 点云模型上的 RMSE 为 1.017，虽相对 GMM 和 ICP 有一定优势，但仍逊于所提算法。DGR 算法下 Dragon 点云模型的 RMSE 为 1.000，而所提算法降低至 0.989，RMSE 降低了 0.011。当使用 Dragon 点云模型构建逼真场景时，所提算法能提供更精准模型配准结果。

结果表明，通过所提算法配准后，源点云中的点与目标点云中对应点的位置偏差更小，点云配准的精度更高，且更准确地将源点云与目标点云对齐，使两者在空间位置上更加接近，更好地还原物体的真实形态和位置关系，因此所提算法一种有效的配准算法。

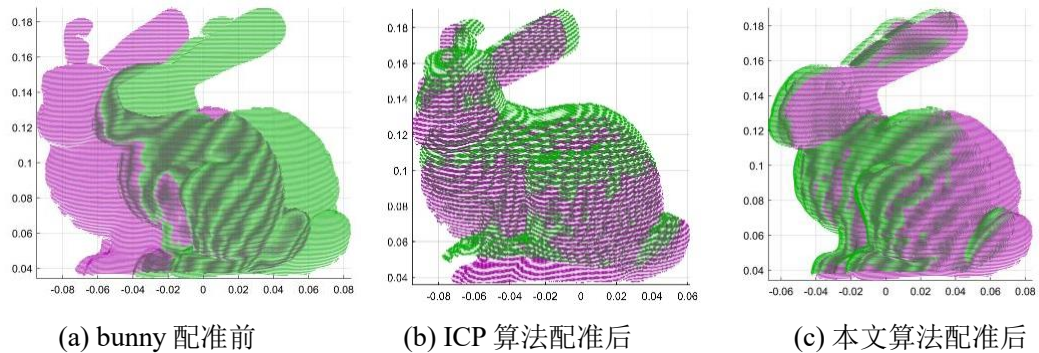


图 3-2 bunny 模型配准前后对比

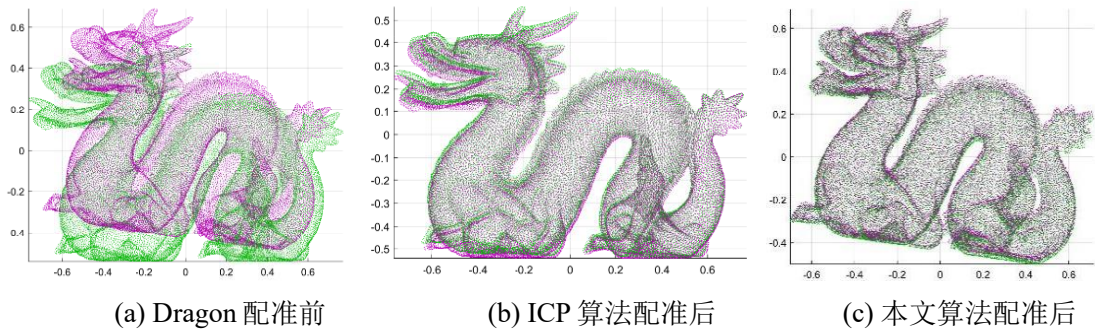


图 3-3 Dragon 模型配准前后

表 3-1 bunny、Dragon 模型在不同算法下 RMSE($\times 10^{-3}$)对比

方法	ICP	GMM	CPD	DGR	Ours
Bunny	0.929	0.917	1.062	1.236	0.879
Dragon	1.105	1.286	1.017	1.000	0.989

3.3.2 配准实验验证

为进一步验证所提算法有效性，使用激光雷达扫描仪采集的 4 个机械零件进行实验验证，**错误!未找到引用源。**可视化了其点云数据。实验结果如图 3-5、图 3-6、图 3-7 与图 3-8 所示，定量结果如表 3-2 所示。

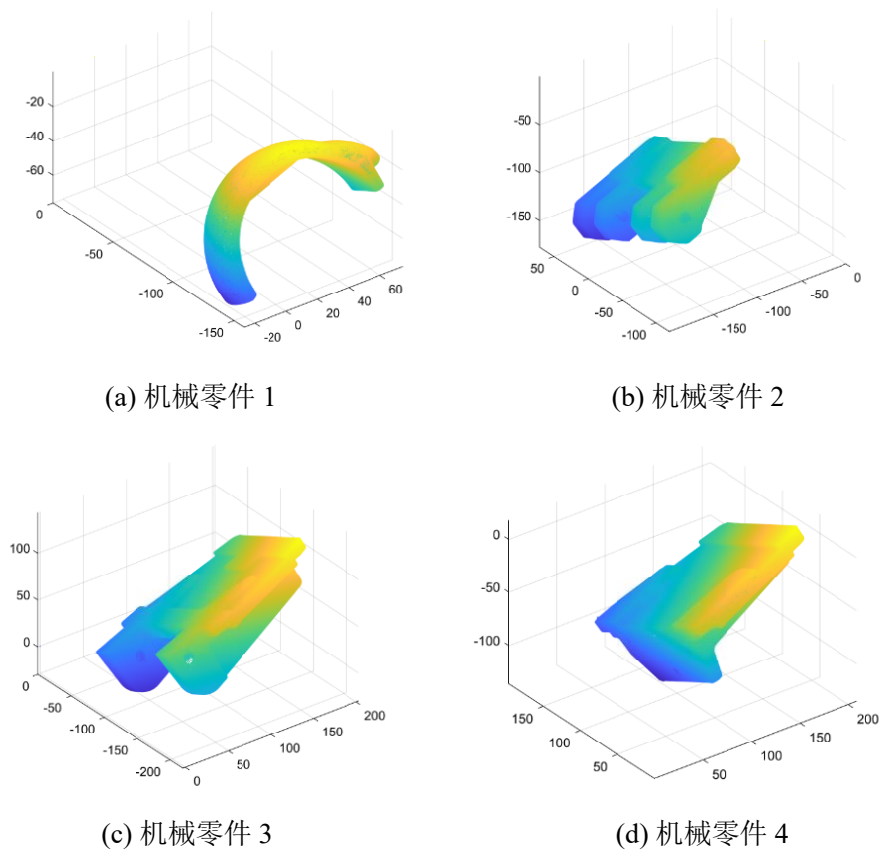
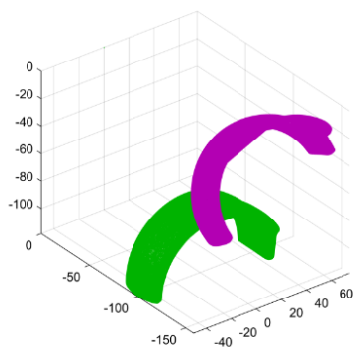


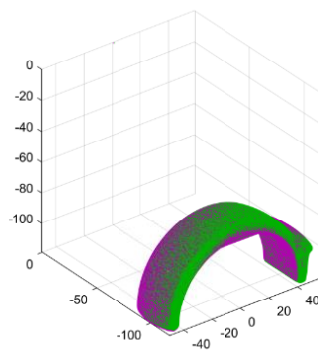
图 3-4 机械零件点云

由图 3-5 定性分析可知，机械零件 1 运用所提算法配准后，复杂曲面完美还原，弯曲弧度与原始模型高度契合，点云均匀覆盖整个曲面，清晰地展现出机械零件 1 的复杂几何特征；所提算法处理后的机械零件 2，孔洞位置和形状精准，表面光滑且连续，点云紧密相连，完整地保留了机械零件 2 的内部结构特征，如图 3-6 所示；机械零件 3 使用所提算法配准后，边缘棱角精准贴合，模型整体轮廓与原始模型几乎一致，点云分布均匀且紧凑，有效还原了机械零件 3

的真实形状，如图 3-7 所示。定性结果表明在不同位姿情况下，所提算法有效提高了点云配准在复杂形状物体上的精度与完整性。

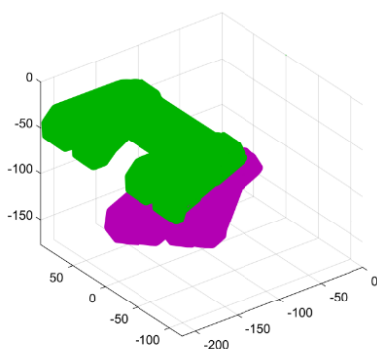


(a) 机械零件 1 配准前

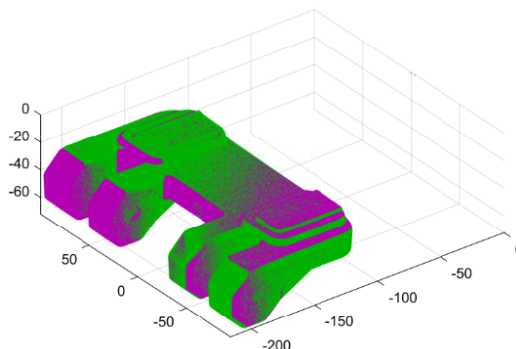


(b) 机械零件 1 配准后

图 3-5 机械零件 1 配准前后对比

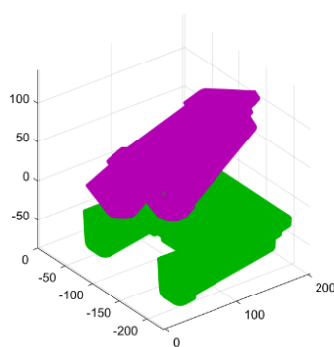


(a) 机械零件 2 配准前

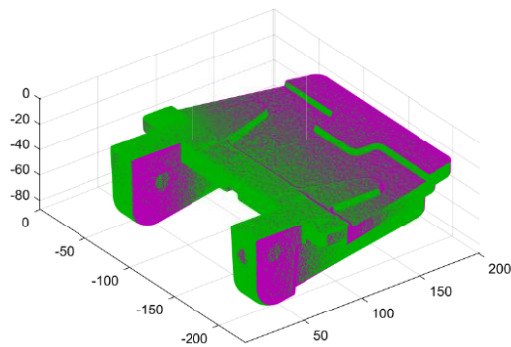


(b) 机械零件 2 配准后

图 3-6 机械零件 2 配准前后对比



(a) 机械零件 3 配准前



(b) 机械零件 3 配准后

图 3-7 机械零件 3 配准前后对比

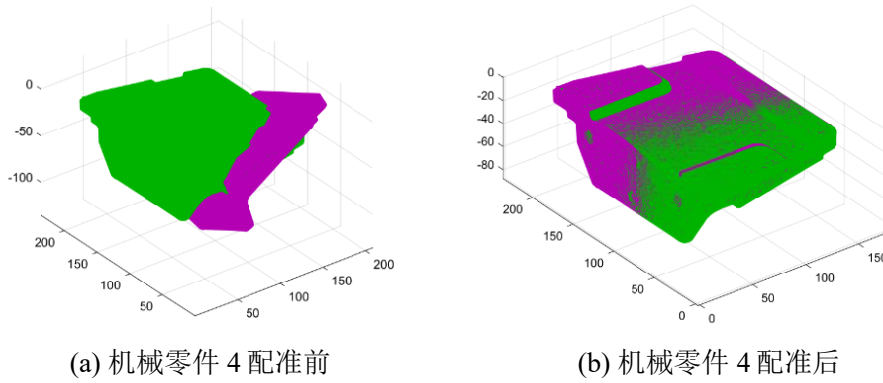


图 3-8 机械零件 4 配准前后对比

由表 3-2 定量分析可知，就 RMSE 指标而言，机械零件 1 在 ICP、GMM、CPD 及 DGR 算法下 RMSE 分别为 0.630、0.597、0.723、0.598，而机械零件 1 在所提算法下 RMSE 为 0.553，相较于 ICP、GMM、CPD 及 DGR 算法，RMSE 分别下降了 0.077、0.044、0.170 及 0.045。对于机械零件 2，在所提算法下，均方根误差 RMSE 为 0.507。而在 CPD 算法下，该物体的 RMSE 数值相对较高。在所提算法下的 RMSE 相较于 CPD 算法降低了 0.143。这一差值表明，所提算法在处理机械零件 2 的点云配准时，能够更精准地使点云数据完成匹配，减少了配准过程中产生的误差。较低的 RMSE 表明所提算法得到的配准结果与真实物体的实际形态更为接近。对于机械零件 3，所提算法同样展现出了卓越的性能。在所提算法下，机械零件 3 的 RMSE 较 ICP 算法降低了 0.104。这一数据体现出所提算法在处理机械零件 3 的点云配准时，能够更有效地优化点云之间的对应关系，从而降低了配准误差。机械零件 4 在 ICP、GMM、CPD、及 DGR 算法下 RMSE 分别为 1.643、1.568、1.702、1.695，而机械零件 4 在所提算法下 RMSE 为 1.551，相较于 ICP、GMM、CPD 及 DGR 算法，RMSE 分别降低了 0.092、0.017、0.151 与 0.144。这些数据表明，在处理机械零件 4 的点云数据时，传统算法各自存在一定程度的误差。而在所提算法下，机械零件 4 的 RMSE 仅为 1.551。相较于 ICP 算法，所提算法的 RMSE 降低了 0.092。这意味着所提算法能够更有效地优化点云之间的对应关系，减少了因匹配不准确而产生的误差。在与 CPD 算法的对比中，所提算法优势更为显著，RMSE 降低了 0.151，这突出了所提算法在处理复杂形状的机械零件 4 点云数据时，能够更精准地拟合物体轮廓。同样，相较于 DGR 算法，所提算法的 RMSE 降低了 0.144。这表明所提算法在面对机械零件 4 这类数据时，在点云匹配的稳定性和准确性上更胜一筹。

结果表明所提算法相较于其他算法，点云中的点与目标点云中对应点的位置偏差更小，点云配准的精度更高，两者在空间位置上更加接近，更好地还原物体的真实形态和位置关系，其更适用复杂三维曲面零件。

表 3-2 物体 a、b、c、d 在不同算法下 RMSE 对比

方法	ICP	GMM	CPD	DGR	Ours
零件 1	0.630	0.597	0.723	0.598	0.553
零件 2	0.561	0.551	0.650	0.523	0.507
零件 3	1.936	1.856	1.957	1.922	1.832
零件 4	1.643	1.568	1.702	1.695	1.551

3.4 本章小结

(1) 本章提出了一种改进 ICP 的配准算法，利用安德森加速度寻找残差函数根，提高线性收敛定点迭代的收敛速度，缩短点云配准时间，降低对初始位姿需求，实现点云的精确配准。

(2) 运用快速搜索策略定位初始对应点对，引入对称思想，双向考量点集间关系，精准匹配最近点，减少配准算法的计算度。构建均值-方差最小化模型，权衡配准精度与稳定性，迭代优化变换参数，降低配准误差。实验验证了本章算法在点云配准领域的有效性。

第4章 基于诺伊曼约束的等值约束泊松重构算法研究

泊松曲面重构用隐式函数来表示曲面，通过求解泊松方程将点云数据转化为连续曲面。其优点显著，在处理复杂形状点云时表现出色，能有效捕捉模型细节，生成的曲面平滑且质量较高，适用于对模型精度要求高的场景。然而，它对于有噪声的点云，仍未能构建出较为合理的曲面。计算复杂度同样也是一大难题，构建和求解大规模线性方程组需耗费大量计算资源，这导致处理时间长，对于实时性要求高的应用场景不太适用。并且，该方法对边界条件极为敏感，若边界条件设置不当，重构表面易出现不连续、扭曲等问题，影响模型准确性。

本研究利用先验知识，在泊松曲面重构基础上，引入等值约束策略，优化边界条件。其能有效改善传统方法对边界条件敏感的缺陷，使得重构曲面在边界处更加连续、自然，提升模型整体质量，尤其适用于具有复杂边界的物体重构。同时，在处理拓扑变化或非均匀密度点云时，其拓扑处理能力有所增强，能更准确捕捉几何特征。

4.1 泊松方程局部一致性

4.1.1 泊松方程离散化的定义

给定样本点 $\mathcal{H} = \{(\mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i)\}_{i=1}^N$ ，其中 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$ 为点位置， $\mathbf{n}_i \in \mathbb{R}^3$ 为法线，PSR 首先从点云构建一个混合八叉树 $\mathcal{O}$ ^[85]。根据文献^[63]，可从法线计算出向量场 $\mathbf{V}$ ，如式(4-1)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{V}(q) = \sum_{s_i=(\mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i) \in \mathcal{H}} \widetilde{F}_{s_i}(\mathbf{p}_i, q) \cdot \mathbf{n}_i \\ \widetilde{F}_{s_i}(\mathbf{p}_i, q) = \frac{1}{W(\mathbf{p}_i)} \sum_{o \in \mathcal{M}_D(s_i)} \alpha_{o, s_i} F_o(q) \end{cases} \quad (4-1)$$

式中， $\mathcal{M}_D(s_i)$ 为 s_i 在同深度 d 的混合八叉树中的邻居点集； α_{o, s_i} 为三线性差值系数； $F_o(q)$ 为高斯平滑滤波器^[86]； q 为参数，可控制平滑的宽度和强度。

将式(4-1)用矩阵形式表示，法线用向量形式表示为 $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1^T, \mathbf{n}_2^T, \mathbf{n}_3^T, \dots, \mathbf{n}_N^T)^T \in \mathbb{R}^3$ ，存在矩阵 $\mathcal{F}(q)$ 使得向量场 $\mathbf{V}$ 如式(4-2)所示。

$$\mathbf{V}(q) = \mathcal{F}(q) \mathbf{n} \quad (4-2)$$

由式(4-2)可知，向量场 $\mathbf{V}$ 可以表示为点法线的线性函数。指示函数 $\chi(q)$ 为

隐函数，将指示函数 $\chi(q)$ 与向量场 $\mathbf{V}$ 对齐，使得指示函数与向量场满足泊松方程，如式(4-3)所示。

$$\Delta\chi = \nabla\mathbf{V} \quad (4-3)$$

在泊松重构中，指示函数 $\chi(q)$ 表示为一组 $\mathbf{b}$ 样条函数的线性组合，如式(4-4)所示。

$$\chi(q) = \sum_{o \in \Theta} x_o \mathcal{B}_o(q) \quad (4-4)$$

式中， x_o 为待求解的插值系数； $\mathcal{B}_o(q)$ 为 $\mathbf{b}$ 样条基函数。

由泊松方程得出稀疏线性系统，如式(4-5)所示。

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (4-5)$$

式中， $\mathbf{x}$ 连接基函数系数 x_o 、矩阵 $\mathbf{A}$ 与向量 $\mathbf{b}$ 。

矩阵 $\mathbf{A}$ 与向量 $\mathbf{b}$ 如式(4-6)和式(4-7)所示。

$$A_{ij} = (\nabla\mathcal{B}_i, \nabla\mathcal{B}_j)_{[0,1]^3} \quad (4-6)$$

$$\mathbf{b} = (\nabla\mathcal{B}_i, \mathbf{V})_{[0,1]^3} \quad (4-7)$$

根据文献^[63]，将 $\mathbf{x}$ 和法线 $\mathbf{n}$ 都视为未知数，并用式(4-5)推导出 $\mathbf{b}_i$ ，如式(4-8)所示。

$$\mathbf{b}_i = (\nabla\mathcal{B}_i, \mathbf{V})_{[0,1]^3} = [\int_{[0,1]^3} \nabla\mathcal{B}_i^T(q) \mathcal{F}(q) dq] \mathbf{n} \quad (4-8)$$

将向量 $\mathbf{b}$ 写成 $\mathbf{n}$ 的线性函数，如式(4-9)所示。

$$\mathbf{b} = \mathbf{B}\mathbf{n} \quad (4-9)$$

由于 $\mathcal{B}_i$ 和 $\mathcal{F}$ 的局部性， $\mathbf{B}$ 是一个稀疏矩阵，从而推出式(4-10)。

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{n} \quad (4-10)$$

4.1.2 泊松方程约束与局部一致性约束

基于泊松方程推导指示函数与法线之间的关系，当系数 $\mathbf{x}$ 与法向量 $\mathbf{n}$ 为变量时，得出式(4-11)。

$$E_{poi}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) = \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{n}\|^2 \quad (4-11)$$

为优化重构后局部细节，引入法向量的局部一致性。采用狄利克雷能量 $E_D(\alpha)$ 惩罚相邻法线差异，以保持点云法向量场的连续性，如式(4-12)所示。

$$E_D(\mathbf{n}) = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \in N(i)} \|\alpha_i \mathbf{n}_i - \alpha_j \mathbf{n}_j\|^2 r_{ij} \quad (4-12)$$

式中， $\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_j = (\mathbf{n}_{i1}, \mathbf{n}_{i2}, \mathbf{n}_{i3})^T$ 表示点 $\mathbf{p}_i$ 法向量； $r_{ij} = \exp(-\frac{\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|}{\theta^2})$ ； $\theta =$

$\max_{(q_i, q_j) \in \xi} \frac{\|q_i - q_j\|}{2}$; q_i 和 q_j 表示点云的2个邻近点。

结合耦合正交性偏差项 $E_{COD}(\alpha)$ 加强法向量，以获取点云数据下表面正交性条件，如式(4-13)所示。

$$E_{COD}(\mathbf{n}) = \sum_i \sum_{j \in N(i)} r_{ij} [(\alpha_i \mathbf{n}_i + \alpha_j \mathbf{n}_j)^T (\frac{q_i - q_j}{\alpha_{ij}})]^2 \quad (4-13)$$

式中， $\mathbf{n}_i = \alpha_i \mathbf{n}_i$; $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ 为决策向量。

对有噪声输入的点云，引用狄利克雷能量 $E_D(\alpha)$ 和耦合正交性偏差项 $E_{COD}(\alpha)$ ，并应用 L_1 正则化子，以确保重构过程稳定性，如式(4-14)所示。

$$E_{loc}(\mathbf{n}) = E_D(\alpha) + E_{COD}(\alpha) + \|\mathbf{n}_i\|_1 \quad (4-14)$$

从式(5-12)和式(5-13)可以得到， $E_D(\alpha)$ 和 $E_{COD}(\alpha)$ 是 $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1^T, \mathbf{n}_2^T, \dots, \mathbf{n}_N^T)$ 的二次函数，将其表示为矩阵形式，如式(4-15)所示。

$$E_{loc}(\mathbf{n}) = \mathbf{n}^T \mathbf{M} \mathbf{n} \quad (4-15)$$

式中， $\mathbf{M}$ 表示稀疏矩阵。

4.1.3 等值约束

隐式重构中，重构曲面是通过指示函数的等值面来实现的。从表面采样得到的点云上，指示函数在这些点上的数值能准确地反映曲面的形状，即指示函数值在曲面附近的点应接近于表面的等值。通过等值约束^[87]，能更好地利用含噪声的原始点云数据来重构曲面，以确保重构的曲面与原始采样点的形状一致。将等值点设为 $\frac{1}{2}$ ，并将其作为样本点的指示函数值，根据文献^[63]，等值约束如式(4-16)所示。

$$\chi(\mathbf{p}_i) = \sum_{o \in \Theta} x_o \mathcal{B}_o(\mathbf{p}_i) = \frac{1}{2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4-16)$$

将式(5-16)写成矩阵形式，如式(4-17)所示。

$$\mathbf{U} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \mathbf{K} \quad (4-17)$$

式中， $\mathbf{K}$ 为单位向量； $\mathbf{U}$ 为一个稀疏矩阵， $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N \times \Theta}$ 。

由此强制执行等值约束推出式(4-18)。

$$E_{iso}(x) = \|\mathbf{U} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{K}\|^2 \quad (4-18)$$

4.2 诺伊曼约束与总目标函数

较之狄利克雷约束^[88]，诺伊曼约束^[89]指定了求解变量边界外法线的方向导

数，其在重构模型中可由 $E_{bound}(x)$ 表示。

因此，所提重构模型总目标函数可由式(4-19)表示。

$$E(x, n) = E_{iso}(x) + \lambda E_{poi}(x, n) + \theta E_{loc}(n) + \eta E_{bound}(x) \quad (4-19)$$

式中， λ 、 θ 、 η 为指定权重；目标模型不同则指定权重不同，主要保持重构的稳定，避免振动。

4.2.1 总目标函数求解

将式(4-11)、式(4-15)和式(4-17)带入式(4-19)可得，总目标函数可表示为式(4-20)。

$$E(x, n) = \|Ux - \frac{1}{2}K\|^2 + \lambda \|Ax - Bn\|^2 + \theta n^T M n + \eta E_{bound}(x) \quad (4-20)$$

求解总目标函数等价于解线性方程组，如式(4-21)。

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b} \quad (4-21)$$

线性方程组中 $\tilde{A}$ 、 $\tilde{x}$ 与 $\tilde{b}$ 如式(4-22)所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{A} = \begin{pmatrix} U^T U + \lambda A^T A & -\lambda A^T B & \eta C \\ -\lambda B^T A & \lambda B^T B + \theta M & \eta D \\ \eta E_{bound}(x)^T & \eta F & \eta G \end{pmatrix} \\ \tilde{x} = \begin{pmatrix} x \\ n \\ 0 \end{pmatrix} \\ \tilde{b} = \begin{pmatrix} U^T \frac{1}{2} K \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (4-22)$$

4.2.2 曲面重构性能评价指标

用原始模型与重构后曲面模型之间的偏差表示曲面拟合精度，该偏差通常用原始点云到模型表面的距离来衡量。为表示重构模型的性能，通常用最大距离、标准差和均值进行性能评估，如式(4-23)、式(4-24)与式(4-25)所示。

$$D_{max} = \max\{D_i\}_{i=1}^N \quad (4-23)$$

式中， D_i 表示点 $\mathbf{n}_i$ 到其模型表面的最小距离， D_{max} 为重构后点云距曲面模型的最大距离。

标准差^[90]为式(4-24)所示。

$$D_{std} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_i^N (D_i - D_{mean})^2} \quad (4-24)$$

均值^[91]为式(4-25)所示。

$$D_{mean} = \frac{1}{N} \sum_i^N D_i \quad (4-25)$$

标准差用来体现点云与曲面模型距离的离散程度，反映曲面模型精度的稳定性情况。均值代表点云到曲面模型距离的平均值，用来表示曲面模型整体精度的高低。

4.3 曲面重构实验与讨论

4.3.1 曲面重构仿真分析

为验证所提算法有效性，使用 Dc 与 Gargoyle 公共点云模型进行曲面重构研究，并与现有算法进行重构性能比较。对定向精度和重构质量进行各种定性和定量实验，以证明本算法的有效性。

Dc 点云模型包含 56645 个数据点，Gargoyle 点云模型包含 58611 个数据点，如图 4-1 所示。分别使用 ECPSR 和所提算法对其进行重构，结果如图 4-2 和图 4-3 所示，定量分析结果如表 4-1 和表 4-2 所示。

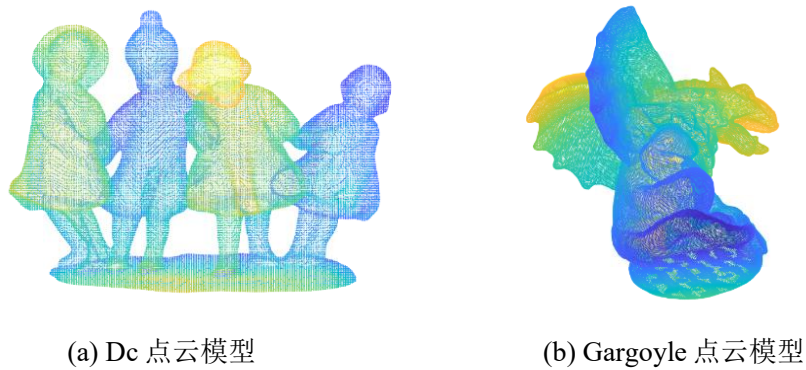


图 4-1 点云模型

由图 4-2 定性分析可知，ECPSR 处理后的 Dc 模型表面细节失真严重，如图 4-2(b)所示，眼睛和裙子的特征难以辨认，且轮廓表面存在明显噪声，导致重构表面不平滑。相比之下，所提算法重构后的 Dc 模型细节保留度更高，如图 4-2(c)所示，眼睛和裙子的特征清晰可见，轮廓表面的噪声显著减少，重构表面更加光滑。

由图 4-3 定性分析可知，ECPSR 在处理 Gargoyle 模型时，如图 4-3(b)所示眼睛、角和翅膀等关键特征细节有较大程度的丢失，整体轮廓特征不明显。而所提算法重构后，如图 4-3(c)所示 Gargoyle 模型的眼睛、角和翅膀等特征细节保留完好，细节辨识度高，失真度低。因此，相较于等值约束泊松重构算法，所提算法在细节特征的保留上具有显著优势，整体轮廓更加明确，失真度更低，更接近真实表面。

由表 4-1 可知, 较之实验组方法 PSR、ECPSR, 所提方法在 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 指标上均有所改善, 例如较之 PSR, 其 D_{mean} 降低 0.147, 较之 ECPSR, 降低了 0.045, 说明所提算法在大面积曲面重构后准确性较高, 失真度较低, 其在大面积曲面重构效果较好。就 D_{std} 指标而言, PSR 在重构后为 0.667, ECPSR 为 0.581, 而所提算法为 0.526, 较 PSR 降低了 0.141, 较 ECPSR 降低了 0.055, 结果表明所提算法的标准差更小, 重构后曲面模型精度的稳定性更高。



图 4-2 Dc 点云模型等值约束泊松重构与本算法重构精度比较

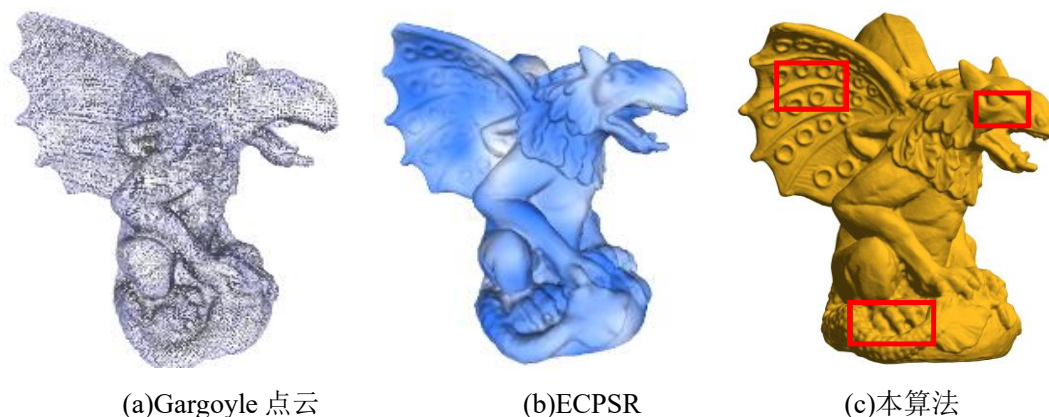


图 4-3 Gargoyle 点云模型等值约束泊松重构与本算法重构精度比较

表 4-1 Dc 点云模型重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
PSR	3.237	0.667	0.578
ECPSR	3.156	0.581	0.476
本文算法	3.091	0.526	0.431

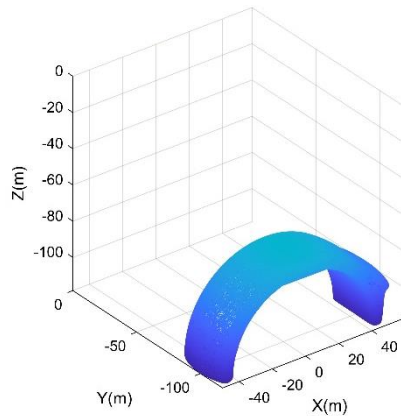
表 4-2 Gargoyle 点云模型重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
PSR	1.478	0.663	0.514
ECPSR	1.397	0.601	0.461
本文算法	1.322	0.576	0.407

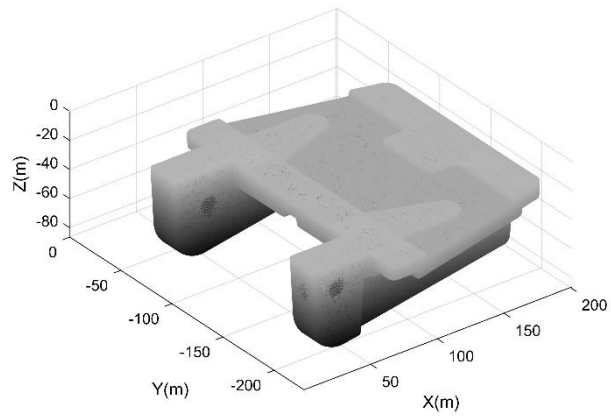
由表 4-2 可知, 就 D_{max} 指标而言, 所提算法在重构 Gargoyle 模型后, 较 PSR 减少了 0.156, 较 ECPSR 减少了 0.075, 说明其重构后点云距离曲面模型的最大距离更小, 重构后保真度更高。就 D_{mean} 指标而言, PSR 在重构后为 0.514, ECPSR 为 0.461, 而所提算法为 0.407, 较 PSR 减小了 0.107, 较 ECPSR 减小了 0.054。所提算法重构后点云离曲面模型的平均距离更小, 曲面模型的整体精度更高, 说明其在局部特征细节较多的模型同样具有良好效果, 普适性更高。

4.3.2 曲面重构实验验证

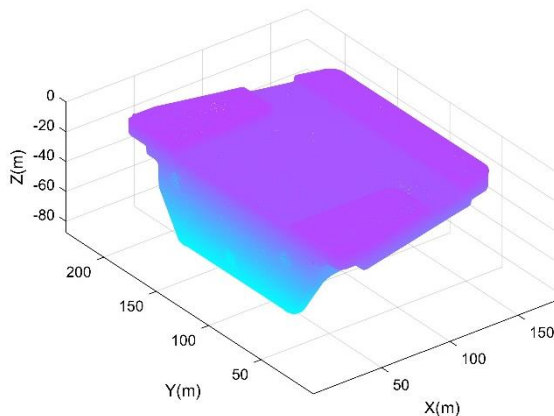
为进一步验证所提算法在真实场景中的曲面重构效果, 使用激光雷达扫描仪采集的机械零件(管圈、后支架、前支架与耳环)的点云进行重构实验。**错误!未找到引用源。**可视化了所扫描的点云数据, 其中, 管圈点云包含 88258 个点, 后支架点云包含 515001 个点, 前支架点云包含 390893 个点, 耳环点云包含 247983 个点。所提算法的重构结果如图 4-5、图 4-6、图 4-7 与图 4-8 所示, 表 4-3、表 4-4、表 4-5 和表 4-6 分别展示了管圈、后支架、前支架与耳环的定量分析结果。



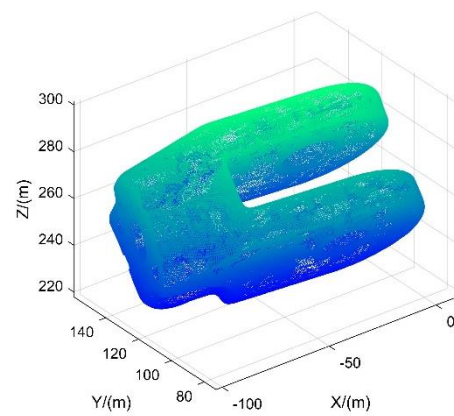
(a) 管圈点云



(b) 后支架点云



(c) 前支架点云



(d) 耳环

图 4-4 被扫描物体点云模型

由图 4-5 定性分析可知，管圈点云重构后，整体精度较高。例如，由图 4-5 重构结果 2 可看出中间三条纹理清晰可见，失真度较低。后支架点云重构后，由图 4-6 重构结果 1 可看出底部数字仍可辨别，图 4-6 重构结果 2 表面凹槽处细节部分失真，整体轮廓精度高，重构稳定性好。前支架点云重构后，由图 4-7 重构结果 1 可看出凹槽内数字清晰可见，由图 4-7 重构结果 2 可看出重构后表面较光滑，仅有小部分凹槽细节丢失，整体轮廓清晰可见。耳环点云重构后，由图 4-8 重构结果 1 看出外凹槽部分曲率较高处重构表面仍可清晰表达，由图 4-8 重构结果 2 看出中间通孔轮廓清晰可见。因此，所提算法在重构过程中，能够精准捕捉并保留如零件表面细微纹理、边缘过渡等关键细节特征。且所提算法稳定性高，重构结果失真度低，为后续应用筑牢坚实根基。

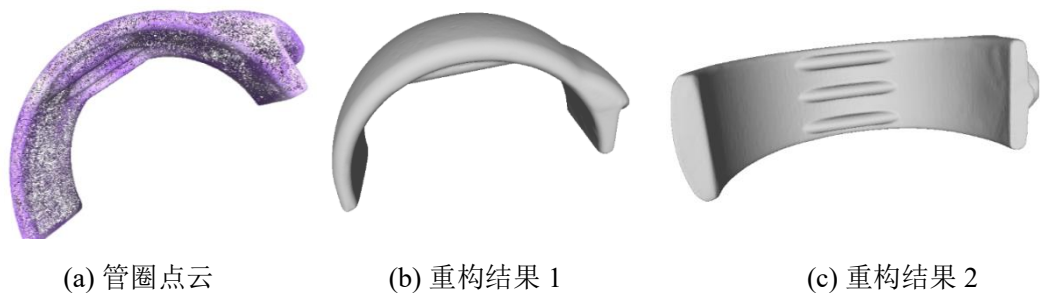


图 4-5 管圈点云重构结果

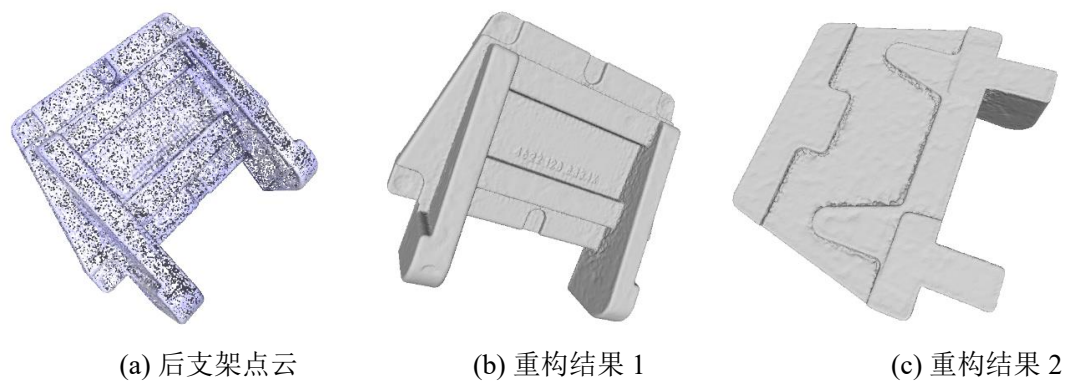


图 4-6 后支架点云重构结果

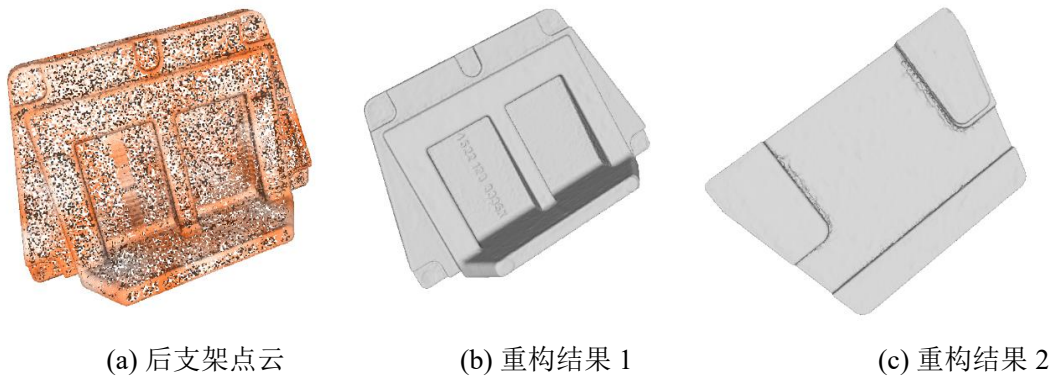


图 4-7 前支架点云重构结果



图 4-8 耳环点云重构结果

表 4-3 管圈重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
PSR	3.927	0.673	0.662
ECPSR	3.766	0.570	0.557
本文算法	3.712	0.501	0.512

表 4-4 后支架重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
PSR	5.127	0.967	0.872
ECPSR	5.096	0.781	0.776
本文算法	5.011	0.706	0.711

表 4-5 前支架重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
PSR	5.237	0.857	0.918
ECPSR	5.156	0.781	0.826
本文算法	5.106	0.716	0.781

表 4-6 耳环重构后定量分析结果

方法	$D_{max}(\text{mm})$	$D_{std}(\text{mm})$	$D_{mean}(\text{mm})$
----	----------------------	----------------------	-----------------------

PSR	4.437	0.746	0.768
ECPSR	4.356	0.691	0.796
本文算法	4.306	0.616	0.721

由表 4-3 可知, 较之实验组方法 PSR、ECPSR, 所提方法在 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 指标上均有所改善, 例如, 较之 PSR, 其 D_{mean} 降低 0.150, 较之 ECPSR, 降低了 0.045, 说明所提算法在半圆曲面零件重构后准确性较高, 就 D_{std} 指标而言, PSR 在重构后为 0.673, ECPSR 为 0.570, 而所提算法为 0.501, 较 PSR 降低了 0.172, 较 ECPSR 降低了 0.069, 结果表明所提算法的标准差更小, 重构后曲面模型精度更高。

由表 4-4 可知, 就 D_{max} 指标而言, PSR 在重构后支架模型后, D_{max} 为 5.127, ECPSR 为 5.096, 而所提算法为 5.011, 较 PSR 减少了 0.116, 较 ECPSR 减少了 0.085。因此, 点云距离曲面模型的最大距离更小, 重构后失真度更低。就 D_{std} 指标而言, PSR 在重构后为 0.967, ECPSR 为 0.781, 而所提算法为 0.706, 较 PSR 降低了 0.261, 较 ECPSR 降低了 0.075。结果表明, 所提算法的标准差更小, 在重构密集点云物体时保真度更高。

由表 4-5 可知, 就 D_{max} 指标而言, PSR 在重构前支架模型后, D_{max} 为 5.237, ECPSR 为 5.156, 而所提算法为 5.106, 较 PSR 减少了 0.131, 较 ECPSR 减少了 0.050。因此, 点云距离曲面模型的最大距离更小, 重构后失真度更低。就 D_{std} 指标而言, PSR 在重构后为 0.857, ECPSR 为 0.781, 而所提算法为 0.716, 较 PSR 降低了 0.141, 较 ECPSR 降低了 0.065。结果表明, 所提算法的标准差更小, 重构后曲面模型精度的稳定性更高。就 D_{mean} 指标而言, PSR 在重构后为 0.918, ECPSR 为 0.826, 而所提算法为 0.781, 较 PSR 减小了 0.137, 较 ECPSR 减小了 0.045。所以所提算法重构后点云离曲面模型的平均距离更小, 曲面模型的整体精度更高。

由表 4-6 可知, 较之实验组方法 PSR、ECPSR, 所提方法在 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 指标上均有所改善。例如, 较之 PSR, 其 D_{mean} 降低 0.147, 较之 ECPSR, 降低了 0.048, 说明所提算法在耳环类零件重构后准确性较高, 就 D_{std} 指标而言, PSR 在重构后为 0.446, ECPSR 为 0.391, 而所提算法为 0.316, 较 PSR 降低了 0.130, 较 ECPSR 降低了 0.075。结果表明, 所提算法的标准差更低, 重构后曲面模型误差更小。

4.4 本章小结

(1) 本章在等值约束泊松重构(ECPSR)算法中引入诺伊曼约束,以优化边界条件,从而更准确地捕捉边界几何特征,避免传统方法中的边界失真,改善了局部特征细节的保真度。在 **Dc** 模型下相较等值约束泊松重构算法 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 分别提升了 0.065mm、0.055mm 与 0.045mm。

(2) 将 L_1 正则化子纳入泊松方程,确保了优化的稳定性,构建出定向和重构的桥梁,并将定向问题表示为一个稀疏线性系统。

(3) 高效地求解出变量边界外法线方向导数,并迫使隐函数的法向导数在边界处趋零,提高了指示函数的求解准确性,在 Gargoyle 点云模型下 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 分别提升了 0.075mm、0.025mm 与 0.054mm,说明其重构稳定性得到有效提升。

第 5 章 复杂机械零件点云去噪及重构实验验证

本章详细阐释激光雷达试验台的搭建流程以及点云数据的获取方式。搭建激光雷达试验台，采集复杂机械零件点云，分别运用第 2 章提及的算法进行去噪处理，采用第 3 章所述的方法实施配准操作，借助第 4 章给出的方法开展重构工作。对于复杂机械零件进行去噪、配准及重构的性能评估，可参照第 2 章、第 3 章以及第 4 章的内容，本章对此不再赘述。

5.1 激光雷达试验台研制

5.1.1 测量原理

激光雷达（LiDAR, Light Detection and Ranging）是一种通过发射激光束并测量反射光的飞行时间来获取目标物体距离信息的主动式遥感技术。LiDAR 主要由激光发射模块、光学扫描模块、激光接收模块与信号处理模块构成。其工作原理基于光的传播速度已知且恒定，通过精确测量激光脉冲从发射到接收的时间差，计算出激光雷达与目标物体之间的距离，主要分为直接时间飞行与间接时间飞行。这一过程在获取点云数据方面发挥着核心作用，点云数据由大量离散点的坐标信息组成，能够精确描述目标物体的三维形状和空间位置。

LiDAR 工作时激光发射模块按照设定的频率和角度不断发射激光脉冲。光学扫描模块使激光束在空间中进行扫描，覆盖目标区域。当激光脉冲遇到目标物体表面时，部分光被反射回来，被激光接收模块接收。信号处理模块根据接收到的反射光信号，计算出每个激光脉冲对应的目标物体表面点的距离信息。结合激光束的发射角度信息，通过坐标转换公式，可以将距离信息转换为三维空间中的坐标信息。

假设激光雷达的坐标系为 $O-xyz$ ，激光束的发射方向向量为 $\vec{V} = (\theta, \psi)$ ，其中 θ 为水平角度， ψ 为垂直角度，测量得到的距离为 d 。则目标点在激光雷达坐标系下的坐标 (x, y, z) 可以通过式(5-1)、式(5-2)与式(5-3)得出。

$$x = d \sin \psi \cos \theta \quad (5-1)$$

$$y = d \sin \psi \sin \theta \quad (5-2)$$

$$z = d \cos \psi \quad (5-3)$$

随着激光雷达的不断扫描，大量目标点的坐标信息被获取，这些点的集合就构成了点云数据。点云数据能够精确地反映目标物体的三维形状和表面特征，为后续的目标识别、三维建模、路径规划等应用提供基础数据支持。

5.1.2 试验台搭建

为切实满足实时采集复杂工件轮廓信息的紧迫需求，开发一款具备高效性能的采集系统。选用 simscan30 激光雷达作为核心，激光雷达如图 5-1 所示，与计算机搭建激光雷达试验台，如图 5-2 所示。



图 5-1 simscan30 激光雷达



图 5-2 激光雷达试验台

5.1.3 点云数据采集

本次扫描选择机械零件 1、机械零件 2 及机械零件 3 作为被扫描物体，这三个机械零件的结构与形状如图 5-3 清晰呈现，它们具备复杂的轮廓和精细的细节。借助先进的激光雷达试验台开展扫描作业，经过一系列精确的数据采集流程，成功获取到对应的点云数据，这些数据以直观的形式展现于图 5-4 之中。点云数据全面且细致地记录了机械零件的表面特征，为后续的分析与研究提供了关键基础。



机械零件 1



机械零件 2



机械零件 3

图 5-3 真实机械零件

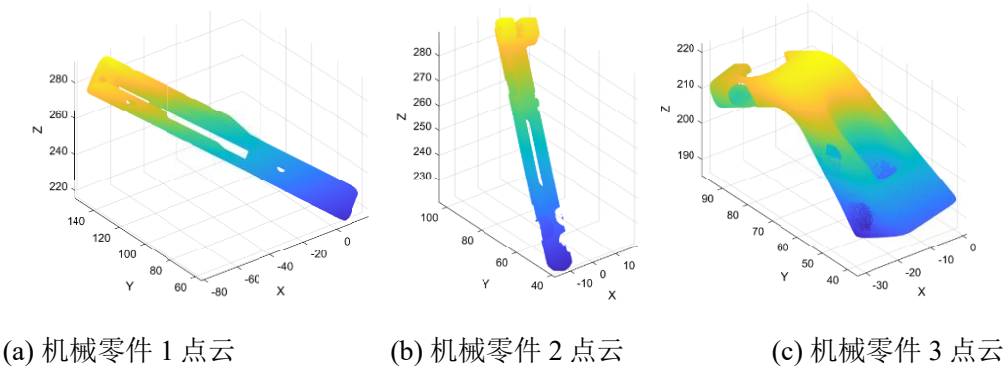


图 5-4 激光雷达获取的点云模型

5.2 复杂机械零件实验分析

5.2.1 零件去噪

按照本文所提算法对机械零件 1、机械零件 2 及机械零件 3 进行去噪处理，噪声如图 5-5 所示，去噪效果如图 5-6 所示。由图 5-6 定性分析可知，该算法在去除噪声的同时，能较好地保留零件点云的几何特征。对于机械零件 1，原本因噪声干扰而模糊不清的边缘轮廓在去噪后变得清晰、平滑，原本噪点密集区域的点云分布恢复至合理状态，有效提升了模型的完整性与可辨识度；机械零件 2 表面原本随机分布的噪声点经算法处理后被大幅清除，表面细节特征得以凸显，如细小的孔洞和凹陷部分更加明确，使得零件的微观结构展现得更为精准；机械零件 3 复杂的曲面结构在去噪后，曲面过渡自然流畅，噪声干扰导致的不规则起伏被消除，其整体形态得到了更准确的还原。总体而言，本文所提算法针对不同结构和复杂程度的零件点云，均展现出卓越的去噪能力，为后续的配准及重构奠定基础。

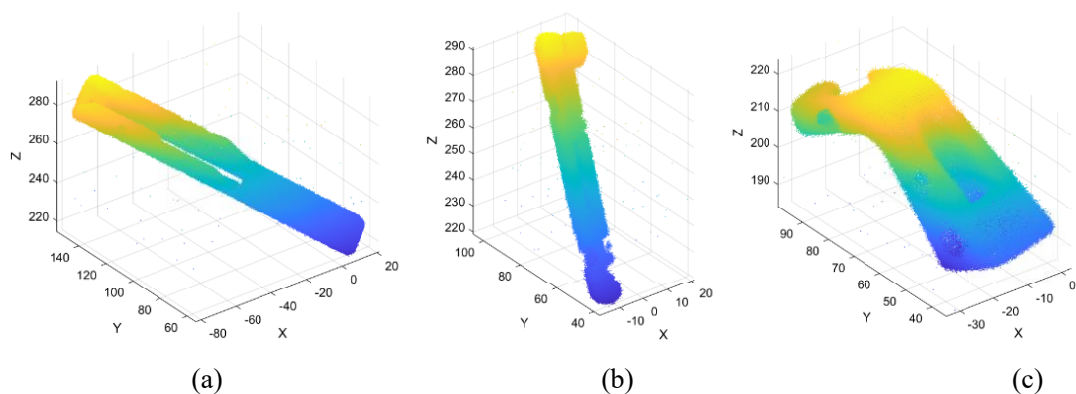


图 5-5 机械零件去噪前

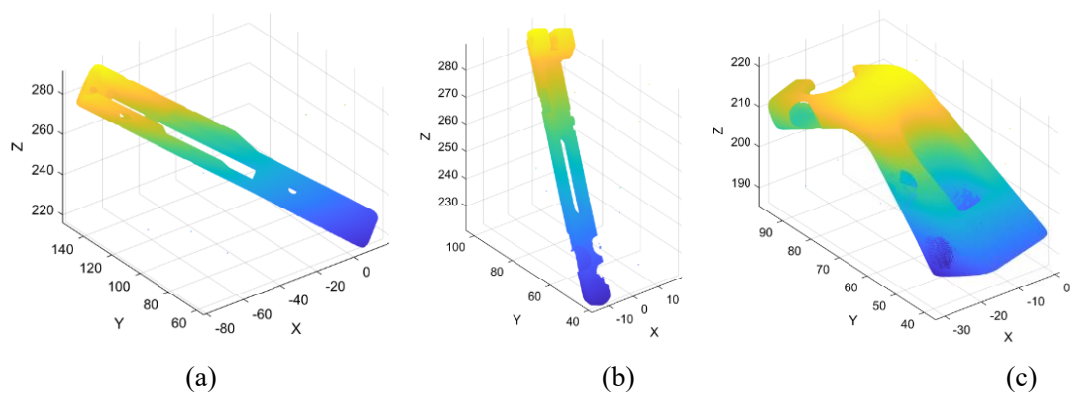


图 5-6 机械零件去噪后

5.2.2 零件配准及重构

按照本文所提算法对去噪后的机械零件 1、机械零件 2 及机械零件 3 配准和重构，配准效果如图 5-7、图 5-8 及图 5-9 所示。从图 5-7 关于机械零件 1 的效果展示中，在去噪阶段有效滤除了干扰点云数据的噪声，为配准提供了纯净的数据基础。在配准过程里，机械零件 1 不同视角采集的数据得以精准对齐，原本错位的部分无缝衔接。图 5-8 所呈现的机械零件 2 配准后，算法精准定位，并凸显出机械零件 2 表面特有的纹理与特征，配准环节成功将各个离散的点云数据整合为一个有机整体，机械零件 2 复杂的形状得以完整拼接。再看机械零件 3，图 5-9 清晰展示了其配准与重构的卓越成果。配准过程中，算法克服了机械零件 3 曲面多变、特征复杂的难题，实现了点云数据的高精度匹配。所提算法重构效果如图 5-10 所示，重构后的机械零件 1 模型高度还原真实物体，表面纹理和结构细节都清晰呈现。重构后的机械零件 2 模型不仅在宏观形态上完美还原，微观层面的细小沟槽、凸起等细节也能看到。重构后的机械零件 3 模型曲面光滑自然，过渡流畅，与实际零件的物理特性高度一致，经过与标准模型的对比分析，各项性能指标均满足设计要求，重构后的模型可直接应用于虚拟装配与模拟仿真，极大地提高了产品研发与生产的效率。

综合来看，本文所提算法在机械零件 1、2 和 3 的去噪、配准及重构任务中表现出色，为工业制造领域的数字化生产流程提供了坚实有力的技术支撑，具有极高的应用价值与推广前景。

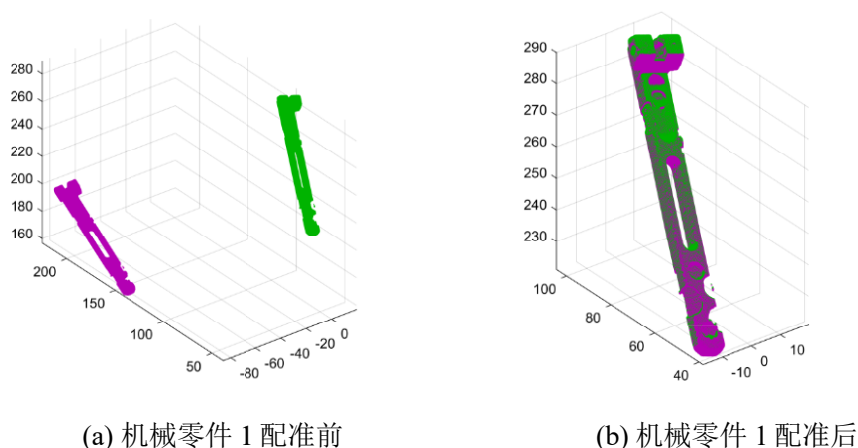


图 5-7 机械零件 1 配准前后对比

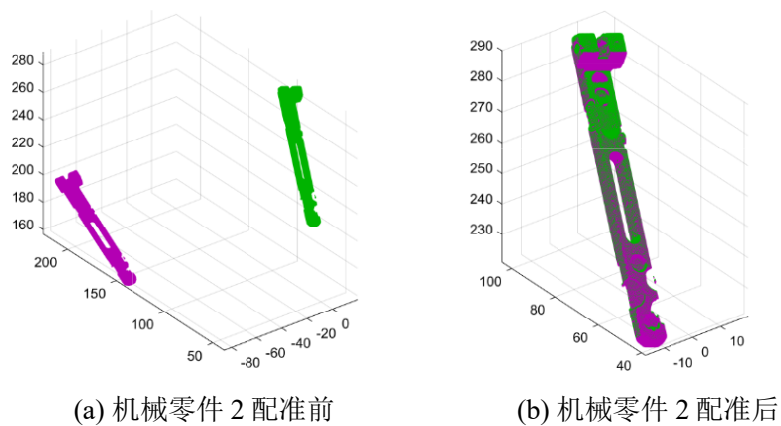


图 5-8 机械零件 2 配准前后对比

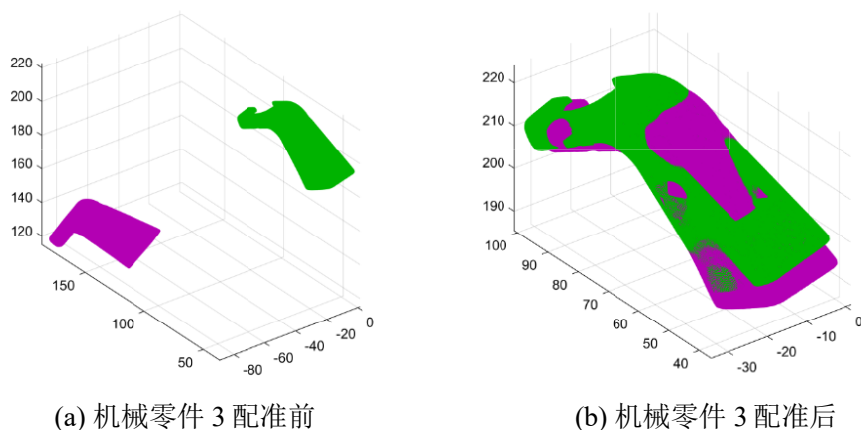


图 5-9 零件 3 配准前后对比



图 5-10 机械零件重构后

5.3 本章小结

本章对全文算法做了总结，并对复杂机械零件进行点云图学习去噪、配准及诺伊曼约束的等值约束泊松重构，将这三种算法连贯应用，从原始图像入手，依次去噪、配准、重构，形成闭环流程，对视觉检测领域提出了一种有效的算法流程。

第 6 章 总结与展望

在这一章节中，对全文内容进行了全面且系统的总结，将前文各个部分的要点加以梳理整合，形成一个完整清晰的脉络。同时，深入剖析了全文的创新点，从研究视角的独特性、方法运用的新颖性以及结论的突破性等方面展开阐述，明确其在相关领域的独特价值。此外，还详细规划了未来工作方向，基于现有研究的不足与潜在拓展空间，制定出具有前瞻性和可行性的后续研究计划，旨在进一步深化和拓展该领域的研究成果。

6.1 全文总结

本文的主要结论如下：

(1) 基于点法线约束的图学习算法，有效地去除点云数据中的混合噪声。具体而言，在实验中使用不同的算法对具有四种噪声水平的 anchor 模型进行去噪并以 SNR 和 MSE 指标定量衡量去噪性能。与 APSS 算法、AWLOP 算法、NLD 算法、MRPCA 算法与 RSLDM 算法相比，所提算法平均 SNR 在计算效率接近的同时最高提升 2.14DB，平均 MSE 最高降低 0.054。在去噪性能与 RSLDM 略微提升的同时，计算效率提升了 27%，本文算法在去噪性能与计算效率之间达到了均衡。因此，本算法不仅能够有效去除混合噪声，还能保留提高计算效率，为点云数据处理提供了一种可行的解决方案。

(2) 基于快速对称迭代点的均值-方差最小化配准算法，显著提升配准精度，降低了配准误差。具体而言，在 Bunny 模型下，所提算法相较 ICP 算法 RMSE 下降了 0.050，较 GMM 算法下降了 0.038；在 Dragon 模型下，所提算法相较于 ICP 算法 RMSE 降低了 0.116。物体 a 在 ICP、GMM、CPD 及 DGR 算法下 RMSE 分别为 0.630、0.597、0.723、0.598，而物体 a 在所提算法下 RMSE 为 0.553，相较于 ICP、GMM、CPD 及 DGR 算法，RMSE 分别下降了 0.077、0.044、0.170 及 0.045。因此，本文算法在处理复杂机械零件时，源点云中的点与目标点云中对应点的位置偏差更小，点云配准的精度更高，配准算法能更准确地将源点云与目标点云对齐，使两者在空间位置上更加接近，更好地还原物体的真实形态和位置关系。

(3) 基于诺依曼约束的等值约束泊松重构算法, 准确重构出复杂点云。具体而言, 在 D_c 模型下相较等值约束泊松重构算法 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 分别提升了 0.065mm、0.055mm 与 0.045mm。将 L_1 正则化子纳入泊松方程, 确保了优化的稳定性, 构建出定向和重构的桥梁, 并将定向问题表示为一个稀疏线性系统。高效地求解出变量边界外法线方向导数, 并迫使隐函数的法向导数在边界处趋零, 提高了指示函数的求解准确性, 在 Gargoyle 点云模型下 D_{max} 、 D_{std} 和 D_{mean} 分别提升了 0.075mm、0.025mm 与 0.054mm, 说明其重构稳定性得到有效提升。

6.2 创新点

本文的创新点如下:

(1) 用点法线约束的方式改良现有图学习点云去噪算法, 实现点云去噪。

通过引入狄利克雷能量和耦合正交性偏差项, 对相邻法线之间的差异进行惩罚, 并强化了法向量与下表面正交性的条件。这些约束显著增强了图学习的准确性和鲁棒性, 使本算法在去噪方面表现出色, 尤其适用于具有显著几何特征点云数据。有效去除混合噪声的同时, 还提高了计算效率, 为点云数据处理提供了一种可行的解决方案。

(2) 将安德森加速度应用于迭代对称最近点算法, 实现点云配准。

在配准初始对应点对定位环节, 采用快速搜索策略。引入安德森加速度, 其通过寻找残差函数根, 对线性收敛的定点迭代进行优化, 显著提升收敛速率, 减少迭代次数, 提升整体配准效率。最后均值-方差最小化目标函数, 平衡配准精度与稳定性, 降低配准误差。

(3) 用诺依曼约束改进现有等值约束泊松重构算法, 实现三维曲面重构。

在等值约束泊松重构算法中引入诺伊曼约束, 以优化边界条件, 从而更准确地捕捉边界几何特征, 避免传统方法中的边界失真, 改善了局部特征细节的保真度。并将 L_1 正则化子纳入泊松方程, 确保了优化的稳定性, 构建出定向和重构的桥梁, 并将定向问题表示为一个稀疏线性系统。高效地求解出变量边界外法线方向导数, 并迫使隐函数的法向导数在边界处趋零, 提高了指示函数的求解准确性, 提升了曲面重构的准确性。

6.3 后期工作与展望

本文完成了面向三维点云的图学习去噪算法研究、基于快速对称迭代最近点的均值-方差最小化配准算及基于诺依曼的等值约束泊松重构算法研究，取得了一定的成果。由于时间关系，还存在以下问题需进一步探究。

(1) 需要考虑所提去噪算法在去噪过程中需进行点云密度分块，目前只适用于高密度点云特征中，将致力于将该方法推广到低密度的应用场景中，进一步优化算法，以满足不同实际应用需求，提升算法的实时性和稳定性。并探索更多的约束和正则化项，以进一步提高点云去噪的效果和精度。

(2) 需要考虑所提算法在复杂曲面配准迭代过程中易陷入局部最优解，将探寻全局搜索与局部搜索相结合的策略引导算法跳出局部最优解，结合点云的语义信息、几何特征等先验知识，辅助初始配准过程，提升配准准确度及鲁棒性，全面提升算法性能。

(3) 需要考虑所提重构方法在面对大规模点云数据时的计算复杂度、等值约束局限性。寻找更高效的线性方程组求解器，减少矩阵运算复杂度。引入更灵活的等值约束方法，对具复杂拓扑结构的物体，先进行拓扑分析，然后根据分析结果调整等值约束，确保能够准确重构物体的拓扑结构和几何形状，进一步提高重构算法的鲁棒性与普适性。

参考文献

- [1] 刘明,邓志慧,王一凡.中国制造业数字化发展水平的测度、区域差异及动态演进[J/OL]. 兰州财经大学学报,1-20[2025-03-18].
- [2] 刘娟.产教融合模式下智能制造专业群数字技能人才培养的实践与创新[J].福建轻纺,2025,(03):79-81+85.
- [3] 程显云.智能制造时代机械设计制造及自动化深度应用研究[J].中国设备工程,2025,(05):33-35.
- [4] 王雨青,黄政林,刘新昊,等.基于视觉技术的 X、 γ 剂量率仪数字识别系统[J].现代电子技术,2025,48(06):118-126.
- [5] Kim G, Eom J, Park Y. Visual perception of wind hazards using cycloidal scanning LiDAR system[J]. Scientific Reports, 2025, 15(1): 5067.
- [6] 陈涛.机械加工零件表面纹理缺陷检测[J].中国金属通报,2024,(10):243-245.
- [7] Yu Z, Fan D, Sha L, et al. Process planning of repairing and grinding for cylindrical parts based on surface defect detection[J]. Measurement Science and Technology, 2024, 36(1): 015434.
- [8] Verhoeven V B, Raunonen P, Åkerblom M. Fitting Geometric Shapes to Fuzzy Point Cloud Data[J]. Journal of Imaging, 2025, 11(1): 7.
- [9] Zhao F. Point cloud denoising algorithm with geometric feature preserving[J]. Multimedia Systems, 2022, 28(5): 1679-1687.
- [10] Quan S, Zhao H, Zeng Z, et al. Pre-training meets iteration: Learning for robust 3D point cloud denoising[J]. Pattern Recognition Letters, 2025.
- [11] 李俊杰,雷臣,李伟诚,等.面向模型和室内外点云的高效配准算法[J].液晶与显示,2025,40(03):493-504.
- [12] Zhao F, Huang H, Hu W. An optimized hierarchical point cloud registration algorithm[J]. Multimedia Systems, 2025, 31(1): 1-13.
- [13] 汪炜,任浩,张子瑜,等.钢结构腐蚀损伤的点云局部曲面重构检测方法[J].现代交通与冶金材料,2025,5(01):34-41.

- [14] Sun Y, Schaefer S, Wang W. Denoising point sets via L0 minimization[J]. Computer Aided Geometric Design, 2015, 35: 2-15.
- [15] Avron H, Sharf A, Greif C, et al. ℓ_1 -sparse reconstruction of sharp point set surfaces[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2010, 29(5): 1-12.
- [16] Mattei E, Castrodad A. Point cloud denoising via moving RPCA[C]//Computer Graphics Forum. 2017, 36(8): 123-137.
- [17] Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising[C]//2005 IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition (CVPR'05). Ieee, 2005, 2: 60-65.
- [18] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Transactions on image processing, 2007, 16(8): 2080-2095.
- [19] Deschaud J E, Goulette F. Point cloud non local denoising using local surface descriptor similarity[C]//PCV (Photogrammetric Computer Vision). 2010.
- [20] Alexa M, Behr J, Cohen-Or D, et al. Computing and rendering point set surfaces[J]. IEEE Transactions on visualization and computer graphics, 2003, 9(1): 3-15.
- [21] Guennebaud G, Gross M. Algebraic point set surfaces[M]//ACM siggraph 2007 papers. 2007: 23-es.
- [22] Huang H, Li D, Zhang H, et al. Consolidation of unorganized point clouds for surface reconstruction[J]. ACM transactions on graphics (TOG), 2009, 28(5): 1-7.
- [23] Huang H, Wu S, Gong M, et al. Edge-aware point set resampling[J]. ACM transactions on graphics (TOG), 2013, 32(1): 1-12.
- [24] Dinesh C, Cheung G, Bajic I V. 3D point cloud denoising via bipartite graph approximation and reweighted graph laplacian[J]. arxiv preprint arxiv:1812.07711, 2018.
- [25] Schoenenberger Y, Paratte J, Vandergheynst P. Graph-based denoising for time-varying point clouds[C]//2015 3DTV-Conference: The True Vision-Capture, Transmission and Display of 3D Video (3DTV-CON). IEEE, 2015: 1-4.
- [26] Duan C, Chen S, Kovačević J. Weighted multi-projection: 3d point cloud denoising with estimated tangent planes[J]. arxiv preprint arxiv:1807.00253, 2018.
- [27] Liu Y, Zou B, Xu J, et al. Denoising for 3D point cloud based on regularization of a statistical low-dimensional manifold[J]. Sensors, 2022, 22(7): 2666.

- [28] Hu W, Gao X, Cheung G, et al. Feature graph learning for 3D point cloud denoising[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 2841-2856.
- [29] Shrestha A, Mahmood A. Review of deep learning algorithms and architectures[J]. IEEE access, 2019, 7: 53040-53065.
- [30] 杨洋, 李明. 基于混合滤波和 DBSCAN 的点云去噪算法[J]. 计量与测试技术, 2020, 47(04): 24-27.
- [31] Qi C R, Su H, Mo K, et al. Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2017: 652-660.
- [32] Rakotosaona M J, La Barbera V, Guerrero P, et al. Pointcleannet: Learning to denoise and remove outliers from dense point clouds[C]//Computer graphics forum. 2020, 39(1): 185-203.
- [33] 张鹏, 杜东峰, 李爽, 等. 基于视觉触觉双重迁移学习的番茄成熟度检测方法[J]. 农业机械学报, 2025, 56(01): 74-83.
- [34] 许佳璐, 刘笑楠, 李朋超, 等. 基于多策略融合蜣螂优化算法的工业机器人运动学参数辨识方法[J]. 中国机械工程, 2025, 36(02): 294-304.
- [35] Besl P J, McKay N D. Method for registration of 3-D shapes[C]//Sensor fusion IV: control paradigms and data structures. Spie, 1992, 1611: 586-606.
- [36] Serafin J, Grisetti G. NICP: Dense normal based point cloud registration[C]//2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2015: 742-749.
- [37] Zhang J, Zhang S, Chen X, et al. A Novel Medical 3D Reconstruction Based on 3D Scale-Invariant Feature Transform Descriptor and Quaternion-Iterative Closest Point Algorithm[J]. Journal of Medical Imaging and Health Informatics, 2019, 9(7): 1361-1372.
- [38] Xu M, Lu J. Distributed RANSAC for the robust estimation of three-dimensional reconstruction[J]. IET computer vision, 2012, 6(4): 324-333.
- [39] Makovetskii A, Voronin S, Kober V, et al. A regularized point cloud registration approach for orthogonal transformations[J]. Journal of Global Optimization, 2022: 1-23.
- [40] Zhao F, Zhou M, Geng G, et al. Rigid blocks matching method based on contour curves and feature regions[J]. IET Computer Vision, 2018, 12(1): 76-85.
- [41] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D

- p>registration[C]//2009 IEEE international conference on robotics and automation. IEEE, 2009: 3212-3217.
- [42] Johnson A E, Hebert M. Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes[J]. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 1999, 21(5): 433-449.
- [43] Tombari F, Salti S, Di Stefano L. Unique signatures of histograms for local surface description[C]//Computer Vision–ECCV 2010: 11th European Conference on Computer Vision, Heraklion, Crete, Greece, September 5-11, 2010, Proceedings, Part III 11. Springer Berlin Heidelberg, 2010: 356-369.
- [44] Qi C R, Su H, Mo K, et al. Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2017: 652-660.
- [45] Wang Y, Solomon J M. Deep closest point: Learning representations for point cloud registration[C]//Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision. 2019: 3523-3532.
- [46] Drost B, Ulrich M, Navab N, et al. Model globally, match locally: Efficient and robust 3D object recognition[C]//2010 IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition. IEEE, 2010: 998-1005.
- [47] Chen H, Chen B, Zhao Z, et al. Point cloud registration based on learning Gaussian mixture models with global-weighted local representations[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2023, 20: 1-5.
- [48] 伍龙华,黄惠.点云驱动的计算机图形学综述[J].计算机辅助设计与图形学学报,2015,27(08):1341-1353.
- [49] 李长升,汪诗烨,李延铭,等.人工智能的逆向工程——反向智能研究综述[J].软件学报,2023,34(02):712-732.
- [50] 左文康,陈满泰,程斌,等.计算机辅助空间结构节点智能优化设计与 3D 打印[J].建筑结构学报,2024,45(04):131-141.
- [51] 罗斌,刘文豪,吴进,等.从地理信息系统到地理智能体[J].地球信息科学学报,2025,27(01):83-99.
- [52] 于舒春,臧希喆,赵杰,等.曲面散乱点集的组合三角剖分法[J].哈尔滨工业大学学

- 报,2008,40(11):1722-1725.
- [53] Hou Z, Guo D, Cao J, et al. A method based on the centroid of segregation points: A Voronoi polygon application to solidification of alloys[J]. Journal of Alloys and Compounds, 2018, 762: 508-519.
- [54] Pekmezi G, Chareyre B, Littlefield D. Uniform boundary conditions on models of spherical particles through alpha shape surface tracking and Laguerre–Voronoi diagrams[J]. Computer Physics Communications, 2024, 301: 109214.
- [55] 廖泽航,贺敏琦,吴浩,等.基于密度比例增长一致性原理的车身构件点云分割算法[J].激光与光电子学进展,2024,61(14):219-228.
- [56] Bajaj C L, Bernardini F, Xu G. Automatic reconstruction of surfaces and scalar fields from 3D scans[C]//Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. 1995: 109-118.
- [57] Dey T K, Dyer R, Wang L. Localized cocone surface reconstruction[J]. Computers & Graphics, 2011, 35(3): 483-491.
- [58] Wen P Z, Wu X J, Zhu Y, et al. LS-RBF network based 3D surface reconstruction method[C]//2009 Chinese Control and Decision Conference. IEEE, 2009: 5785-5789.
- [59] Gu T, Lin H, Tang D, et al. Curve and surface reconstruction based on MTLS algorithm combined with k-means clustering[J]. Measurement, 2021, 182: 109737.
- [60] Kazhdan M, Bolitho M, Hoppe H. Poisson surface reconstruction[C]//Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing. 2006, 7(4).
- [61] Kazhdan M, Hoppe H. Screened poisson surface reconstruction[J]. ACM Transactions on Graphics (ToG), 2013, 32(3): 1-13.
- [62] Kazhdan M, Chuang M, Rusinkiewicz S, et al. Poisson surface reconstruction with envelope constraints[C]//Computer graphics forum. 2020, 39(5): 173-182.
- [63] Xiao D, Shi Z, Li S, et al. Point normal orientation and surface reconstruction by incorporating isovalue constraints to poisson equation[J]. Computer Aided Geometric Design, 2023, 103: 102195.
- [64] 谭昌柏,周来水,张丽艳,等.裁剪 B 样条曲面重构算法研究[J].中国机械工程,2007,(19):2366-2370.
- [65] 韩兴国,宋小辉,殷鸣,等.一种复杂曲面类增材制造零件分层截面生成算法[J].机械工程

- 学报,2019,55(15):88-98.
- [66] Piegł L, Tiller W. The NURBS book[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [67] Lin C T, Cheng W C, Liang S F. Neural-network-based adaptive hybrid-reflectance model for 3-D surface reconstruction[J]. IEEE transactions on neural networks, 2005, 16(6): 1601-1615.
- [68] Fu G, Sheng B, Luo R, et al. Research on on-machine measurement of machining error based on T-spline surface reconstruction[J]. Measurement Science and Technology, 2021, 32(11): 115028.
- [69] Wu Z, Song S, Khosla A, et al. 3d shapenets: A deep representation for volumetric shapes[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. 2015: 1912-1920.
- [70] Wang Z, Shi F, Zou F. Deep learning based ultrasonic reconstruction of rough surface morphology[J]. Ultrasonics, 2024, 138: 107265.
- [71] 战庆亮,刘鑫,白春锦,等.三维高分辨率流场重构的深度学习[J/OL].机械工程学报,1-9[2025-03-19].<http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2187.th.20250211.1646.022.html>.
- [72] Sulzer R, Landrieu L, Marlet R, et al. Scalable Surface Reconstruction with Delaunay - Graph Neural Networks[C]//Computer Graphics Forum. 2021, 40(5): 157-167.
- [73] 李东行,卓钰渊,曾眺英.Dirichlet 空间的乘子代数[J].华南师范大学学报(自然科学版),2023,55(05):88-92.
- [74] Xu Z, Zhang H, Wang Y, et al. L 1/2 regularization[J]. Science China Information Sciences, 2010, 53: 1159-1169..
- [75] Lin Z, Kang C, Wu S, et al. Adaptive Clustering for Point Cloud[J]. Sensors, 2024, 24(3): 848.
- [76] 李亮,程力,李瑞杰,等.基于最大后验概率估计的多星座 ARAIM 故障排除方法[J/OL].北京航空航天大学学报,1-13[2025-03-19].
- [77] Torra V, Narukawa Y. On a comparison between Mahalanobis distance and Choquet integral: The Choquet–Mahalanobis operator[J]. Information Sciences, 2012, 190: 56-63.
- [78] 夏晓华,朱英硕,邱法博,等.结合点云距离和角度双阈值的桥梁拉索表面缺陷精确检测[J/OL].西安交通大学学报,1-10[2025-03-19].
- [79] 蔡浩源,陈捷,张利军.基于共轭梯度搜索的广义特征对追踪算法[J].控制与决

- 策,2023,38(07):1927-1934.
- [80] 邓垫君,李燕.基于 SVD 正则化和 FISTA 的无相位辐射源重构算法[J/OL].物理学报,1-19[2025-03-19].
- [81] Potra F A, Engler H. A characterization of the behavior of the Anderson acceleration on linear problems[J]. linear Algebra and its Applications, 2013, 438(3): 1002-1011.
- [82] 王宪彬,施树明,刘丽,等.基于遗传算法和拟牛顿法的车辆动力学平衡点混合求解方法[J].机械工程学报,2014,50(04):120-127.
- [83] Xiao X, Sheng Y. Uncertain vector moving average model based on Welsch loss function[J]. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 2024: 1-15.
- [84] Cheng Y, Li W, Jiang C, et al. MVGR: Mean-Variance Minimization Global Registration Method for Multi-view Point Cloud in Robot Inspection[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2024.
- [85] 潘方超,刘瑾,杨海马,等.基于混合树的改进泊松曲面重构算法[J].激光技术,2023,47(06):816-823.
- [86] 黄庆东,李晓瑞,曹艺苑,等.基于高斯混合概率假设密度的运动参数估计组合平滑滤波算法[J].电子与信息学报,2022,44(07):2488-2495.
- [87] Chang S, Liu Q, Zhao Z, et al. A statistic-based tracking method of equivalent constraint position for monopile supported offshore wind turbine[J]. Marine Structures, 2024, 98: 103673.
- [88] 董坚峰,张玉峰,戴志强.改进的基于狄利克雷混合模型的推荐算法[J].吉林大学学报(工学版),2018,48(02):596-604.
- [89] 刘迎东.诺依曼边条件下正弦戈登方程组的动力学[J].数学物理学报,2010,30(02):364-374.
- [90] Trafimow D. Estimating true standard deviations[J]. Frontiers in psychology, 2014, 5: 235.
- [91] Luo J, Ma L, Cui R, et al. VWC-LSPF: Voxelized weighted centroid least squares plane fitting based on point cloud data[J]. Optics & Laser Technology, 2025, 186: 112665.

攻读学位期间发表的学术论文目录

一、论文发表情况

- [1] Liu Y, **Fang Z**, Ma L, et al. Design of Axially Symmetric Fluid–Spring Vibration Absorber with Five DOFs Based on Orthogonal Experiment[J]. Symmetry, 2023, 15(5): 980. (SCI)
- [2] **Fang Z**, Liu Y, Xu L, et al. Research on a 3D Point Cloud Map Learning Algorithm Based on Point Normal Constraints[J]. Sensors, 2024, 24(19): 6185. (SCI, 对应论文第 2 章)
- [3] 方钊, 刘有余. 诺伊曼约束的等值约束泊松重构算法[J]. 机械科学与技术(CSCD 核心版, 审稿中, 对应论文第 4 章)

二、专利申请情况

- [1] 刘有余, **方钊**, 胡国栋, 鹿松松, 李红伟. 一种爬楼小车原地转向装置及其作业方法[P]. 2023-9-1(发明专利, 实审)
- [2] 汪祁杰, 刘有余, 李红伟, **方钊**, 胡国栋. 一种爬楼机分层分类运载装置及其工作方法 [P]. 2023 (发明专利, 实审)
- [3] Youyu LIU, **Zhao FANG**, Guodong HU, Songsong LU, Hongwei LI. PIVOT STEERING APPARATUS OF STAIR CLIMBING TROLLEY AND ITS CORRESPONDING WORKING METHOD [P]. South Africa: 2023/08522, 2024-3-27.(发明专利, 已授权)
- [4] Wang Qijie, Liu Youyu, Li Renjun, Shu Da, **Fang Zhao**. SIX-DEGREE-OFFREEDOM PLATFORM FOR ADJUSTING POSE AND METHOD OF POSE ADJUSTMENT FOR ROOF BOLTER [P]. (发明专利, 已授权)

三、项目情况

- [1] “视觉引导机器人动态分拣异形件作业研究”项目, 2023 年度安徽省未来技术学院企业合作项目, 项目编号: 2023qyhz18, 本人负责点云去噪与三维曲面重构。

致谢

时光匆匆，三年的硕士求学生涯已近尾声。回首这段旅程，心中满是感慨与感恩。

2020年12月，我毅然辞去工作，踏上考研之路。备考的日子里，孤独与压力常伴左右，但心中对学术的热爱与追求从未熄灭。终于，在2022年，我有幸踏入这所梦寐以求的校园，开启硕士学习之旅。

在此，我要将最诚挚的感谢献给我的导师刘有余教授。从论文的选题开始，到后续修改，每个环节您都悉心指导我。您严谨的治学风范、深厚的专业积累，到凡事力求完美的精神，深深感染并激励着我。每当我在研究中遇到困难，您总是耐心倾听，为我指明方向。您不仅是我学术道路上的引路人，更是我人生的楷模。

我也要感谢我的家人，在我辞职考研的那段迷茫日子里，给予我无条件的支持与信任。是你们的鼓励，让我有勇气坚持自己的梦想。在硕士学习期间，你们默默承担起生活的琐碎，让我能心无旁骛地投身于学业。还有我的朋友们，在我压力大时，陪我谈天说地，为我排忧解难。你们的陪伴，让我的研究生生活充满温暖与欢笑。

我还要感谢安徽省高校协同创新项目(GXXT-2023-038)的支持，以及学院的各位授课老师所提出的宝贵意见与建议，这些宝贵的意见和建议，让我在这篇论文中更进一步。

学术之路漫漫，未来我将带着这份感恩，继续努力前行。希望自己能在专业领域有所建树，不辜负所有给予我帮助的人。

作者：方钊

2025年3月22日

尚德敏学 唯实惟新

