

分类号: TH113

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2220110102



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 机器人磨抛准零刚度隔振装置
设计及动力学特性分析

论 文 作 者 金文丽

校 内 导 师 鞠锦勇

校 外 导 师 徐晗

专业学位类别 机械

研究方向(领域) 机器人系统动力学设计与控制

论文提交日期: 2025 年 5 月 20 日

分类号：TH113

学校代码：10363

密 级：公开

学 号：2220110102

安徽工程大学

机器人磨抛准零刚度隔振装置设计及动力学特性分析

DESIGN AND DYNAMIC CHARACTERISTIC ANALYSIS OF QUASI-ZERO STIFFNESS VIBRATION ISOLATION DEVICE FOR ROBOT GRINDING AND POLISHING

学 生 姓 名：金文丽

指 导 教 师：鞠锦勇（副教授）

专业学位类别：机械

研 究 方 向：机器人系统动力学设计与控制

答辩时间：2025 年 5 月 9 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：金文丽

日期：2025 年 5 月 20 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：

金文丽

指导教师签名：

鞠鹏

日期：2025年5月20日

日期：2025年5月20日

机器人磨抛准零刚度隔振装置设计及动力学特性分析

摘 要

在航空航天、轨道交通、风电装备等领域，诸如弹性支承、弹性阻尼器等弹性构件得到广泛应用。磨抛加工是部分弹性构件制造过程中的关键工序，在提升构件表面质量、确保加工精度等关键方面发挥着不可替代的作用。部分具有低刚度特性的弹性构件，在磨抛作业时，因其自身低刚度特点极易诱发弹性振动。针对机器人磨抛弹性构件过程中末端振动抑制问题，本文设计了一种新型机器人磨抛准零刚度隔振装置，并开展了装置静力学分析、动力学分析、传递率特性分析及实验验证研究。

（1）机器人磨抛准零刚度隔振装置设计。通过构建机器人磨抛弹性构件实验系统，分析了磨抛过程中系统的振动特性；在此基础上，基于准零刚度原理及装置非承载方向上内力平衡要求，设计了一种新型机器人磨抛准零刚度隔振装置，根据静力平衡关系构建了磨抛准零刚度隔振装置的静力学模型，推导并确定了平衡位置处隔振装置呈现准零刚度特性的结构参数关系式；以隔振装置平衡位置附近准零刚度区间最大为优化目标，对磨抛准零刚度隔振装置参数进行了优化设计，确定了隔振装置的具体结构参数，并进行了隔振装置实际样机研制。

（2）机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模分析。考虑机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力一位移关系表达式具有隐函

数特性，不利于后续理论计算，采用泰勒展开和 MATLAB 拟合工具箱拟合出隔振装置无量纲回复力和无量纲位移关系的直接解析表达式；进一步构建了力激励与位移激励影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学模型，据此通过系统幅频响应特性揭示了不同结构参数、系统外部激励对隔振装置动力学特性的影响规律，同时利用数值仿真分析对理论分析结果进行了验证。

（3）机器人磨抛准零刚度隔振装置性能分析。为了进一步明确隔振装置结构参数及系统外部激励扰动变化下机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为，将构建的隔振装置动力学模型转化为状态空间方程形式；据此研究了激励幅值及频率变化导致的隔振装置动平台响应的分岔现象及其向混沌态的演化过程，分析了不同结构参数、激励参数影响下隔振装置的全局非线性动力学特性；进一步通过分析相关参数影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率及位移传递率的变化规律，并与对应等效线性系统进行对比，对所设计隔振装置的振动传递抑制性能进行了分析。

（4）机器人磨抛准零刚度隔振装置实验研究。搭建了机器人磨抛准零刚度隔振装置性能测试实验平台以及机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验平台。基于对磨抛准零刚度隔振装置进行的扫频实验，分析了额定负载和过载情况下隔振装置的位移传递率特性，对隔振装置本体的振动传递抑制性能进行了验证；进一步将磨抛准零刚度隔振装置样机安装在机器人末端法兰与打磨头之间，通过与机器人

直接打磨弹性构件对比,分析磨抛过程中弹性构件的振动加速度以及打磨头磨削力的变化,对所设计磨抛准零刚度隔振装置实际应用效果进行了验证,实验结果表明所设计磨抛准零刚度隔振装置可以有效抑制磨抛过程中弹性构件的振动。

关键词: 机器人磨抛, 弹性构件, 准零刚度, 动力学特性, 振动传递抑制

DESIGN AND DYNAMIC CHARACTERISTIC ANALYSIS OF QUASI-ZERO STIFFNESS VIBRATION ISOLATION DEVICE FOR ROBOT GRINDING AND POLISHING

ABSTRACT

Elastic components such as elastic supports and elastic dampers are widely used in fields such as aerospace, rail transit, and wind power equipment. Grinding and polishing processing is a key procedure in the manufacturing process of some elastic components, playing an irreplaceable role in crucial aspects such as improving the surface quality of the components and ensuring the machining accuracy. Some elastic components with low-stiffness characteristics are extremely prone to induce elastic vibrations during the grinding and polishing operations due to their own low-stiffness features. To address the issue of suppressing end vibration during robot-assisted grinding and polishing of the elastic components, this paper devises a novel quasi-zero stiffness vibration isolation device (QZSVID). It also conducts in-depth research on static analysis, dynamic analysis, transmissibility characteristic analysis, and experimental verification of the device.

(1) The QZSVID of robot grinding and polishing is designed. By constructing an experimental system for robot grinding and polishing elastic components, the vibration characteristics of the system during the grinding and polishing process are analyzed. Based on the principle of quasi-zero stiffness and the requirement of internal force balance in the non-load direction of the device, the QZSVID is designed. The static model of the QZSVID is constructed based on the static equilibrium relationship. The structural parameter relationship for the QZSVID to exhibit quasi-zero stiffness characteristics at the equilibrium position is derived and determined. Moreover, on the basis of the optimization objective that maximizing the quasi-zero stiffness range near

the equilibrium position of the QZSVID, the parameters of the QZSVID are optimized and the specific structural parameters are determined. An actual prototype of the QZSVID is developed.

(2) Dynamic modeling and analysis of the QZSVID for robot grinding and polishing are carried out. The expression of the dimensionless restored force-displacement relationship of the QZSVID has implicit function characteristics, which is not conducive to subsequent theoretical analysis. Then the Taylor expansion and MATLAB fitting toolbox are used to fit the direct relationship between the dimensionless restoring force and the dimensionless displacement of the QZSVID. Furthermore, the dynamic model of the QZSVID under different force and displacement excitations is constructed for analyzing the system dynamic characteristics under different excitations. By analyzing the amplitude frequency response characteristics of the system, we can elucidate how various structural parameters and external excitations impact the dynamic characteristics of the QZSVID. At the same time, the numerical simulation analysis is used to verify the theoretical analysis result.

(3) Performance analysis of the QZSVID for robot grinding and polishing are carried out. In order to further clarify the influences of the structural parameters and external excitation disturbances on the dynamic behavior of the QZSVID, the constructed dynamic model of the QZSVID is transformed into a state space equation model. Then, the bifurcation phenomenon of the dynamic platform response of the QZSVID caused by changes in excitation amplitude and excitation frequency and its evolution towards chaotic state are studied. The global nonlinear dynamic characteristics of the QZSVID under the influence of different structural parameters and excitation parameters are analyzed. Furthermore, by analyzing the changes in force transmission rate and displacement transmission rate of the QZSVID under the influence of relevant parameters, and comparing the performance of the QZSVID with that of the corresponding equivalent linear system, the vibration transmission

suppression performance of the designed QZSVID is analyzed and verified.

(4) Experimental research on grinding and polishing with the QZSVID is carried out. The performance testing experimental platform of the QZSVID, as well as an application testing experimental platform of the QZSVID are built. By conducting frequency sweep experiments on the designed QZSVID, the displacement transmission rate characteristics of the QZSVID under rated load and overload conditions are analyzed. And the vibration transmission suppression performance of the QZSVID is verified. Furthermore, the prototype of the QZSVID is installed between the end flange of the robot and the polishing head. the vibration acceleration of the elastic components and the changes in grinding force of the polishing head during the grinding and polishing process are analyzed. By comparing with the direct polishing of the elastic components by the robot, the actual application effect of the QZSVID is verified. The experimental results show that the QZSVID can effectively suppress the vibration of the elastic components during the robot grinding and polishing process.

KEY WORDS: Robot grinding and polishing, Elastic components, Quasi-zero stiffness, Dynamic characteristics, Vibration transmission suppression

目 录

摘 要	I
ABSTRACT.....	IV
第一章 绪论	1
1.1 课题来源.....	1
1.2 课题研究背景及意义.....	1
1.2.1 课题研究背景.....	1
1.1.2 研究意义.....	3
1.3 国内外研究现状.....	3
1.3.1 机器人主动柔顺磨抛研究现状.....	3
1.3.2 机器人主/被动柔顺磨抛研究现状	5
1.4 本文主要研究内容.....	7
1.5 本章小结.....	9
第二章 机器人磨抛准零刚度隔振装置设计	10
2.1 机器人磨抛工况分析.....	10
2.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置构型设计及分析.....	14
2.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置样机研制.....	21
2.4 本章小结.....	22
第三章 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模分析	23
3.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学模型构建.....	23
3.1.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置回复力拟合.....	23
3.1.2 力激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模.....	28
3.1.3 位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模.....	30
3.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学特性分析.....	31
3.2.1 力激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频特性分析.....	31
3.2.2 位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频特性分析.....	33
3.3 本章小结.....	35
第四章 机器人磨抛准零刚度隔振装置性能分析	36

4.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学运动方程构建.....	36
4.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学行为分析.....	38
4.2.1 激励频率影响分析.....	38
4.2.2 位移激励幅值影响分析.....	46
4.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置隔振性能分析.....	52
4.3.1 等效线性系统传递率分析.....	53
4.3.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率分析.....	54
4.3.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率分析.....	56
4.4 本章小结.....	59
第五章 机器人磨抛准零刚度隔振装置实验研究	61
5.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置性能测试实验.....	61
5.1.1 实验系统搭建.....	61
5.1.2 实验条件.....	62
5.1.3 实验测试分析.....	63
5.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验.....	69
5.2.1 实验系统搭建.....	69
5.2.2 实验条件.....	71
5.2.3 实验测试分析.....	73
5.3 本章小结.....	75
第六章 总结与展望	76
6.1 结论.....	76
6.2 展望.....	77
参考文献	78
攻读硕士学位期间的主要学术成果	83
致谢	84

第一章 绪论

1.1 课题来源

本课题来源于国家自然科学基金项目“弹性薄壁件机器人钻削系统多维振动耦合机理及主动柔顺控制研究”（项目号：51805001）的延伸内容，旨在对机器人磨抛准零刚度隔振装置设计及性能开展研究。

1.2 课题研究背景及意义

1.2.1 课题研究背景

随着“中国制造 2025”战略的稳步实施，工业机器人在制造业的各个领域得到了广泛地应用，尤其在打磨、抛光等表面处理工艺中表现突出。工业机器人以其高效率、高精度和可重复性，逐渐取代传统的手工打磨和半自动化设备^[1-3]。“中国制造 2025”的关键聚焦于智能制造，将着力点置于推动生产进程全方位迈向自动化、数字化与智能化^[4]。而磨抛机器人作为智能制造的关键构成，在诸多领域发挥着重要作用，应用范围覆盖汽车制造、航空航天、船舶制造等，如图 1-1 所示。例如，在汽车制造中，磨抛机器人用于车身焊接后的表面处理^[5,6]；在航空航天领域，磨抛机器人被应用于发动机叶片和机身的精密打磨工作^[7]。

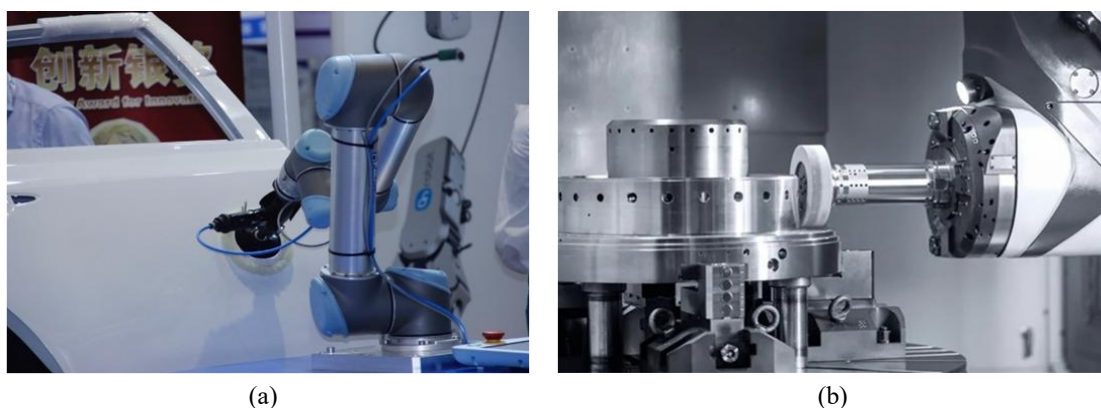


图 1-1 机器人工业应用：（a）车身表面处理（b）精密仪器打磨

传统工业制造中，如图 1-2 所示手工打磨存在多种弊端，即使是同一个人在

不同工作状态下也难保证每次打磨都能达到相同的精度,由于人工操作难以达到机器所具备的精准重复作业能力,对于批量生产的产品,手工打磨没有办法保证产品表面质量具有一致性。人的体力是有限的,手工打磨不仅速度相对较慢,工作效率低下对生产效率形成制约,与此同时,手工打磨期间还会引发大量粉尘、振动以及噪声问题,会严重危害工人身体健康。手工打磨需要工人经过长时间的培训与实践才能掌握打磨的技巧,从企业运营角度看,人工打磨大幅提升人力成本与时间成本。手工打磨很难快速适合产品形状、尺寸和材质的复杂变化,对于特殊材料或者形状的产品需要工人重新学习打磨方法和技巧等。因此,制造业的转型升级迫切需要一种能够替代人工、实现自动化打磨的先进技术与设备,磨抛机器人便在这样的背景下成为研究与开发的焦点。

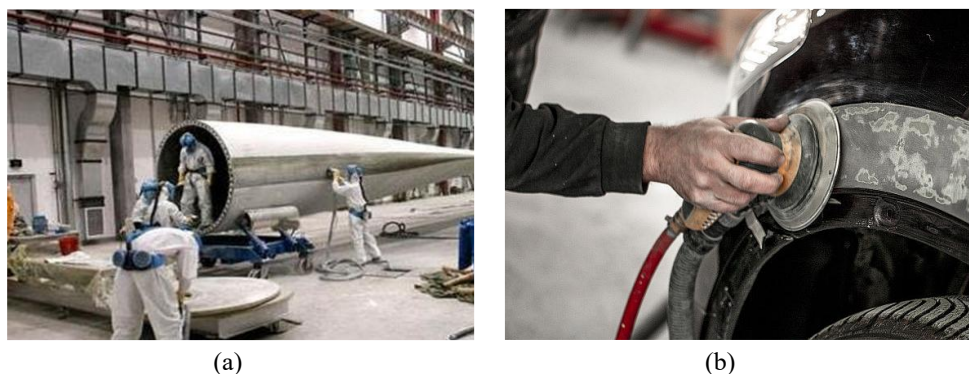


图 1-2 人工打磨作业: (a) 打磨大型构件 (b) 打磨汽车车身

在现代制造业蓬勃发展的浪潮中,打磨工序自动化需求愈发迫切。汽车钣金件、船舶桨叶、风电叶片等领域普遍存在弹性构件打磨场景^[8]。然而传统磨抛方式效率低、质量难统一,已难以满足行业发展需求。在此背景下,机器人磨抛技术因其能主动适应复杂工件表面形状,且具有工作行程大、打磨力度均匀等特点,非常适用于大型风机叶片等弹性构件磨抛场景。

然而,在磨抛机器人技术不断迭代进步的过程中,弹性构件磨抛过程中的振动问题成为阻碍其迈向高端制造领域的棘手难题。一方面,机器人自身机械结构的固有特性、电机驱动产生的动力波动,以及工具与工件相互作用时产生的冲击力,都会使机器人产生振动。这种振动会经由机械臂传递至末端执行器,导致打磨过程中出现力度不均、位置偏差等问题,严重影响产品表面的平整度与光洁度。另一方面,当机器人对弹性构件进行磨抛作业时,弹性构件本身的弹性特性会加

剧振动的产生。在磨抛力的作用下，弹性构件发生变形，这种变形不仅改变了磨抛工具与工件之间的接触状态，还会引发额外的振动。这些振动相互叠加，进一步降低了打磨的精度和质量。不同类型的末端执行器在工作时具有不同的振动特性，且与机器人手臂之间的联接方式对振动的传递和放大效应也各不相同。

这些振动问题严重制约了磨抛机器人在高端制造领域的应用，为应对这一挑战，末端柔顺联接装置的研发顺势展开^[9]。末端柔顺联接装置旨在通过特殊的结构设计和隔振材料，有效衰减振动向末端执行器的传递，提高磨抛机器人在作业过程中的稳定性，从而保障打磨质量，满足高端制造业对打磨工序的严格要求。

1.1.2 研究意义

在工业生产中，常常需要对大量相同的工件进行打磨操作，机器人末端柔顺联接装置能有效抑制因振动引发的打磨力波动，确保各工件表面质量维持高度一致^[10,11]。在机器人开展打磨作业期间，机器人末端所产生的振动，会径传至打磨工具之上。研究末端柔顺联接装置可以有效减少这些振动，使打磨工具能够更稳定地接触工件表面^[12]。

综上所述，制造业中振动对打磨质量和设备的严重危害，以及现有隔振技术在机器人领域应用的局限性，共同构成了磨抛机器人末端柔顺联接装置的研究背景。深入探究该领域，对推进制造业自动化程度迈向新高度、优化磨抛机器人工作效能与可靠性，以及拓宽机器人在高精度加工范畴的应用版图，均有着举足轻重的重要意义^[13]。

1.3 国内外研究现状

1.3.1 机器人主动柔顺磨抛研究现状

机器人主动柔顺磨抛主要基于力控制技术和传感器反馈机制。通过在机器人末端安装力传感器，实时感知打磨过程中施加在工件上的力，并将力的信息反馈给机器人控制系统。控制系统根据预设力值和实际测量值之间的差异，自动调整机器人的运动轨迹和速度，从而使打磨力保持在一个合适的范围内，实现柔顺打磨作业^[14]。机器人持工件进行打磨时如图 1-3（a）所示，机器人需要整体移动来

带动工件靠近打磨设备，其运动主要是围绕工件的位置和姿态调整，灵活性相对受限^[15]，尤其是针对大型或形状复杂的工件，机器人的运动空间和姿态调整难度较大，通过算法优化磨削路径能够确保加工精度。王丽等^[16]通过遗传算法和 Isomap 算法规划机器人辅助椎板切除的磨削轨迹规划，同时采用 A^* 算法，通过这些算法的协同运用，完成椎板换位的轨迹规划，有效规避了手术机器人在运动时发生碰撞的情况出现。唐翠微^[17]提出了一种基于模糊鲁棒控制的系统设计方法。通过运用这一方法来实施运动轨迹补偿，从而实现提高轨迹控制精度的目的。Jiang 等^[18]提出了一种基于磨粒与材料相互作用方向的轨迹规划方法，通过改变磨削轨迹方向，从而提高表面磨削精度。Huang 等^[19]提出一种基于改进八叉树分割的砂带磨刃整体叶盘碰撞检测算法，在维持尺寸精度、保障表面质量的基础上，提升磨削碰撞检测的精准度与效率。鉴于工件会随着机器人一同运动，在这一运动进程中，极有可能出现振动或者位置偏离的状况，而这些情况会对打磨精度造成影响^[20]。此外，因工件形状与尺寸各异，机器人在运动控制上颇具挑战，这极有可能致使打磨效果的一致性欠佳。

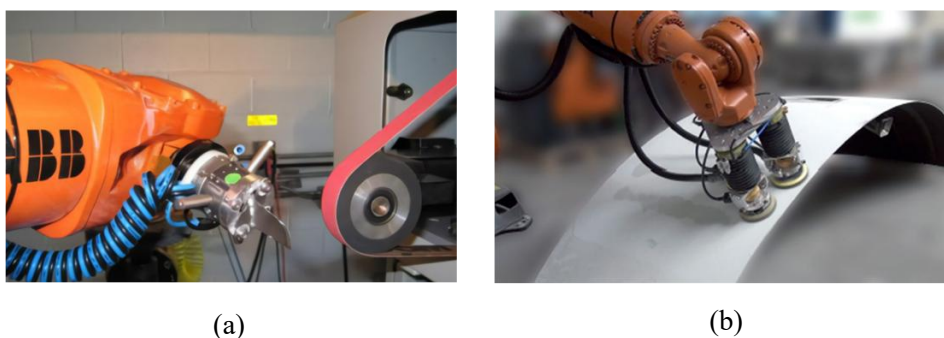


图 1-3 机器人磨抛形式：(a) 机器人持工件打磨；(b) 机器人持工具进行弹性构件打磨

如图 1-3 (b) 所示，为机器人手持工具对弹性构件进行打磨。工具的运动可以更精确地控制，能够按照预设轨迹和参数进行稳定磨抛，从而更有效地保证磨抛精度和一致性^[21-23]。特别是对于复杂曲面或高精度要求的工件，手持工具打磨方式更具优势。机器人持工具进行磨削作业时，需要对其磨削力控制，这样可以确保磨削末端与工件接触时，避免因挤压力过大等问题而难以保证加工精度。Shi 等^[24]提出了一种基于神经网络算法构建了弹性磨料接触环境模型，通过环境模型和阻抗模型之间的迭代和预测，提升接触力补偿的精度，进而实现更好的力控效果。Chen 等^[25]提出一种新型双自由度接触力控制算法，不仅保持恒定接触力，

还可以自动适应刀片的弯曲变化。饶巍林^[26]等基于磨削理论知识,选定多个工艺参数作为变量,建立了磨抛去除深度模型。该模型的建立有效提高了恒力控制的精准程度。张铁等^[27]针对减少法向磨削力波动提出了一种基于模糊自整定 PID 的力控制磨削方法,并验证了其具有良好的环境干扰适应性。Yang 等^[28]提出了一种改进的 NSGA-II 多目标优化算法,建立了砂带磨削的碳排放模型和基于改进 NSGA-II 算法的多目标优化模型。Meng 等^[29]引入了一种先进的机器人磨削力自动跟踪技术,同时采用了一种遗传算法来补偿由位置误差引起的力差异,从而实现了磨削轨迹的优化。Xu 等^[30]提出了一种用于弯曲轮廓磨削的新型可变刚度手腕机器人系统,通过力和视觉传感器监控合规性,提出了一种依赖于接触力的鲁棒的主动/被动混合插入控制技术。主动柔顺打磨虽然可以显著提升磨削精度和响应速度,但需要复杂的控制算法和高精度传感器。在面对快速变化的工件表面或高动态负载等复杂动态环境中,其稳定性可能会受到影响^[31]。

1.3.2 机器人主/被动柔顺磨抛研究现状

主动柔顺打磨在打磨精度、稳定性等方面存在的不足,严重制约其在高端制造领域的应用。主/被动柔顺打磨的诞生,为打破这一技术瓶颈提供了有效方案。主/被动柔顺打磨方法是在打磨过程中,通过不同方式使打磨工具或系统具备适应工件表面形貌和变化能力的两种技术手段,能够很好地解决复杂工件打磨中的力控制难题。现有研究中主/被动柔顺打磨方法主要通过力位解耦控制策略、末端柔顺装置等实现。其中,基于末端柔顺装置的主/被动柔顺打磨技术通过在机器人末端安装柔顺装置,对接触力进行有效调节从而实现高精度的打磨控制。并且这些柔顺装置能够吸收冲击力、减少刚性碰撞,还能显著提升打磨质量、增强系统的稳定性与鲁棒性,已慢慢成为工业自动化领域里的重点研究领域,使得众多学者和企业都广泛聚焦于此。

Mohammad 等^[32]提出了一种用于自动抛光工艺的力控制末端执行器的新颖设计,抛光头由线性空心音圈致动器控制其伸展和缩回,从而提供柔顺性,并通过集成的力传感器反馈来调节抛光力。高名颀等^[33]提出一种采用非线性 PD 控制方式进行主动力控与被动柔顺装置相结合的柔顺加工方法。余觉^[34]提出了一种

针对自动抛光工艺的力控末端执行器的创新设计。在这个设计里，抛光头通过线性空心音圈致动器实现伸缩，以此来提供柔顺性，并借助集成的力传感器反馈来调整抛光力。翟凌晨^[35]结合 MRD 控制算法，设计了一种磁流变阻尼半主动减振装置，基于模糊控制策略进一步隔绝振动传递。黄河等^[36]采用磁流变阻尼器与弹簧并联的方式构建了隔振平台，并研究了模糊控制器的控制策略，验证了该隔振平台的隔振性能。末端柔顺联接装置不仅能够实现恒定力磨抛作业，同时还具有能够隔绝隔振传递的功能。基于准零刚度原理的末端柔顺联接装置不仅能够实现在较小位移下接近零刚度，而且还可以在全频范围里具有良好的隔振效果，这样的设计使得末端柔顺联接装置具有更宽频带，能够有效地隔离振动，实现全频域隔振，同时在静态下能够提供足够的支撑力以承载负载。

Molyneu 等^[37]最早提出准零刚度隔振器这一概念，其提出运用斜置弹簧与竖直弹簧并联的思路，设计准零刚度隔振器时，在平衡位置将系统动刚度降低，甚至使其归零，这对实现低频隔振颇为有利。Zhao 等^[38]提出了采用多对斜弹簧与竖直弹簧并联的隔离器如图 1-4（a）所示，通过在上一对斜弹簧支撑点与平衡位置之间设置一个初始位置，使得静挠度显著减小，从而大大拓宽了隔振频带。Gatti 等^[39]提出一种简单且可调的装置，主要用于在工程应用中定制非线性刚度，该装置为两对几何排列可以进行修改的线性斜弹簧组成，根据其设计配置，能够改善不同刚度条件下的振动情况。Ran 等^[40]提出如图 1-4（b）所示的可控横向弹簧与竖直弹簧并联的半主动准零刚度隔振系统。该系统通过调节横向弹簧的长度，有效解决了隔振系统在低频范围内出现的大谐振响应问题。它不仅避免了低频共振的激发，还实现了振动传递率的整体降低。Yang 等^[41]研究了一款超低频隔振性能的准零刚度隔振器，它由水平压簧与竖直压簧并联构成，基于柔性机构理念，特别设计并制作了两类新型弹簧，借助这些创新设计，该隔振器得以在更为宽泛的频率区间内，表现出更为卓越的隔振效果。Shu 等^[42]设计了一种水平弹簧套筒质量非线性准零刚度隔振器，并利用基于 Kriging 代理模型的参数优化算法对隔振系统的参数进行了优化。这一设计对飞机振动舒适性的设计具有重要的参考价值。

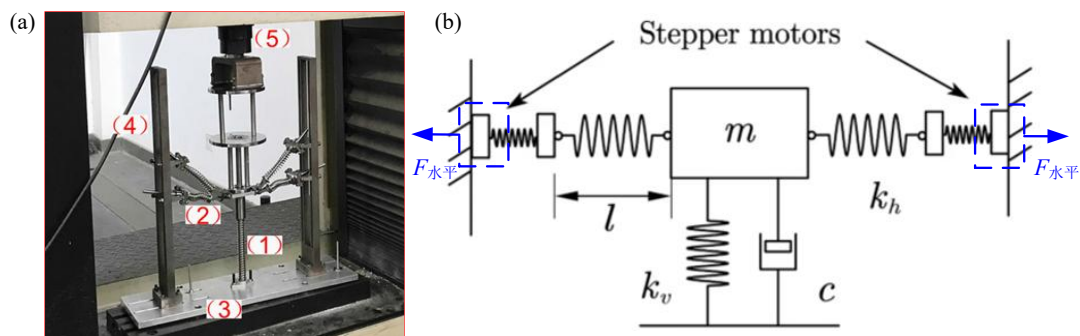


图 1-4 相关准零刚度隔振器结构：(a) 多对斜弹簧与竖直弹簧并联的隔振器^[38]；(b) 可控横向弹簧与竖直弹簧并联半主动准零刚度隔振系统^[40]

然而，机器人在磨抛作业移动过程中，由斜弹簧与竖直弹簧并联组成的准零刚度隔振系统虽然能在支撑方向平衡受力，但是非承载方向上的分力却无法得到平衡（如图 1-4 中水平方向分力），这种不平衡的分力会持续作用于机器人末端和打磨工件，随着时间的推移，会不断加剧设备的磨损程度，逐渐降低机器人磨抛精度，进而影响设备的使用寿命，提高设备的维护成本和更换频率。

1.4 本文主要研究内容

针对上述国内外在机器人主动柔顺打磨、被动柔顺打磨以及柔顺打磨装置研究中存在的问题，本文开展了机器人磨抛准零刚度隔振装置的设计及动力学特性分析。针对传统弹簧并联式末端准零刚度隔振装置在非支撑方向无法平衡分力，导致内力恶化并加剧装置磨损的问题，本文提出了一种新型的机器人磨抛准零刚度隔振装置，并对其进行了设计和实验研究。本文的主要研究内容包括以下几个方面：

(1) 结合中国制造 2025 的背景以及机器人磨抛弹性构件过程中存在的问题，从工业机器人的应用、手工打磨以及机器人磨抛等角度，阐述本文的研究背景和研究意义。通过对机器人柔顺打磨的研究现状进行总结，对现阶段研究的不足之处展开分析，在此基础上提出本文重点研究内容。

(2) 机器人磨抛准零刚度隔振装置设计。通过构建机器人磨抛弹性构件实验系统，分析了磨抛过程中系统的振动特性；在此基础上，基于准零刚度原理及装置非承载方向上内力平衡要求，设计了一种新型的机器人磨抛准零刚度隔振装

置,对隔振装置整体进行了受力分析,推导出其静力学方程,并进行了结构参数优化;根据优化后的结构参数,研制了机器人磨抛准零刚度隔振装置的样机。

(3) 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模分析。采用泰勒展开式对机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲回复力一位移关系进行拟合,由于其表达式仍为隐函数不利于后续理论推导,进一步利用 MATLAB 拟合工具箱得到了机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力和无量纲位移的直接关系表达式;结合隔振装置的受力分析图,构建了机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学模型;运用谐波平衡法分别求解了谐波力激励与谐波位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置的稳态响应,并分析了激励幅值和阻尼比对隔振装置幅频响应特性的影响规律。

(4) 机器人磨抛准零刚度隔振装置性能分析。为了更进一步研究机器人磨抛准零刚度隔振装置性能,本章建立了机器人磨抛准零刚度隔振装置的非线性动力学运动方程。基于非线性动力学运动方程和混沌理论,分析在不同激励频率扰动和位移激励扰动影响下隔振装置动平台响应的分岔现象及混沌行为的非线性动力学特性;为了深入研究机器人磨抛准零刚度隔振装置在全域范围内隔离振动传递的效果,分析了不同阻尼比和激励幅值影响下隔振装置的力传递率和位移传递率,并将结果与等效线性系统进行对比;基于四阶龙格-库塔法,对机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学运动方程进行数值仿真分析,并与其等效线性系统进行对比。通过理论分析和数值仿真计算,验证了机器人磨抛准零刚度隔振装置在全频域范围内的振动传递抑制性能。

(5) 机器人磨抛准零刚度隔振装置磨抛实验研究。搭建了机器人磨抛准零刚度隔振装置本体的性能测试实验平台,通过扫频实验分析了磨抛准零刚度隔振装置本体在不同激励频率影响下的振动响应和幅频响应特性,对理论分析结果进行验证;进一步搭建了机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验平台,与机器人直接磨抛进行对比,通过比较磨抛过程中弹性构件的振动响应及打磨头正压力变化情况,对所设计磨抛准零刚度隔振装置的隔振性能进行了验证。

(6) 总结与展望,对本文研究内容进行总结,同时,对课题后期研究方向、可能采用的技术手段等进行初步展望,为后续研究提供思路。

1.5 本章小结

结合中国制造 2025 的背景以及机器人磨抛过程中存在的问题，从工业机器人的应用、手工打磨以及机器人磨抛等角度，就本文研究背景和研究意义展开说明；通过对机器人柔顺打磨的研究现状进行总结，对现阶段研究的不足之处展开分析，在此基础上提出本文重点研究内容。

第二章 机器人磨抛准零刚度隔振装置设计

受风机叶片等弹性构件结构特性的影响,造成机器人磨抛此类弹性构件时系统易产生弹性振动,导致加工精度降低。本章在弹簧并联式准零刚度隔振装置基本构型的基础上,设计了一种新型机器人磨抛准零刚度隔振装置,对该装置进行结构参数优化并研制了实验样机,为抑制机器人磨抛弹性构件时的振动传递提供样机及技术支撑。

2.1 机器人磨抛工况分析

机器人磨抛弹性构件过程中,由于弹性构件本身低刚度的结构特性,导致在磨抛力作用下容易产生振动,影响磨抛质量。一方面,磨抛力波动是工件振动的主要原因^[43],磨抛过程中由于磨具的磨损程度不断变化,导致磨抛力出现周期性或随机性的波动,这种波动传递到工件上,激发工件振动^[44]。同时,工件自身的材料特性同样对振动特性起着决定性作用^[45],对于弹性模量较低、阻尼性能差的材料,如高分子弹性体、部分轻质合金等,在磨抛力冲击下,材料内部应力难以快速耗散,会以弹性变形的形式不断积累能量,当能量达到一定阈值,便会以振动的形式释放,导致振动幅度增大且持续时间延长,在磨抛时更容易产生振动现象^[46]。

另一方面,工业关节型机器人固有的低刚度结构特性是导致机器人末端振动的关键因素之一^[47]。在磨抛过程中,当机器人关节承受较大的磨抛力和动态载荷时,刚度不足的关节容易产生弹性变形,这种变形会随着传动链传递至末端,导致末端振动。若伺服系统不能及时准确地驱动电机运转,会导致机器人实际运动与预期运动之间产生偏差,这种偏差在机器人末端表现为振动。同时机械臂柔性也是不可忽视的因素,特别是在长距离、大负载的磨抛作业中,机械臂自身的弹性变形会在运动过程中不断累积,引发末端的振动。此外,外部激励对机器人本体末端振动影响显著^[48]。磨抛力作为主要的外部激励,其大小和方向的频繁变化直接作用于机器人末端,加剧工具振动影响加工质量^[49]。对机器人末端振动的频率、振幅和相位进行深入分析,有助于全面了解其振动特性。

为了进一步了解机器人磨抛弹性构件过程中的振动情况,搭建了机器人磨抛实验平台,如图 2-1 所示。开展了机器人磨抛作业实验测试,该实验系统主要由工业机器人(型号:ER10-C60)、气动打磨机(型号:WM-8523-4A)、打磨工件、上位机、数据采集模块(型号:USB-4704)、加速度传感器(型号:357B03)及压力传感器(型号:DYLF-102)等组成。具体实验方案及流程为:机器人负责精准定位与运动控制,带动气动打磨机对打磨工件进行作业。上位机用于发送指令、规划路径,并实时监控实验进程。数据采集模块连接加速度传感器与压力传感器,实时收集打磨过程中的加速度、压力等数据,从而精准反馈打磨时的接触力变化、弹性构件振动等信息。通过对这些数据的分析处理,能够深入了解机器人磨抛过程中振动特性,为优化磨抛工艺参数、提高磨抛效率与质量提供有力依据。

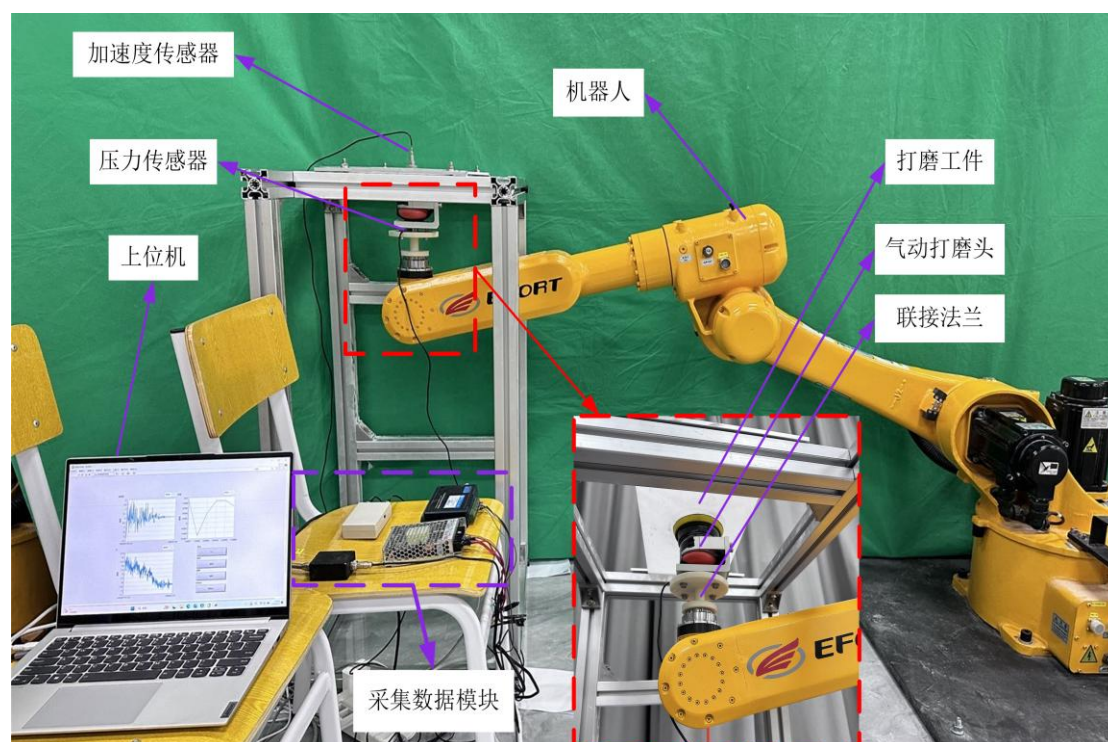


图 2-1 机器人直接磨抛弹性构件实验系统图

为了了解机器人直接磨抛弹性构件时末端的振动情况,在打磨头转速为 9000r/min,通过施加不同的磨抛正压力进行磨抛实验。以 PP 塑料板为被磨抛工件,在磨抛正压力分别为 7.5 N, 11.5N 以及 14.5 N 时,机器人直接磨抛时,工件的振动加速度响应情况分别如图 2-2 (a)、(b)、(c) 所示。

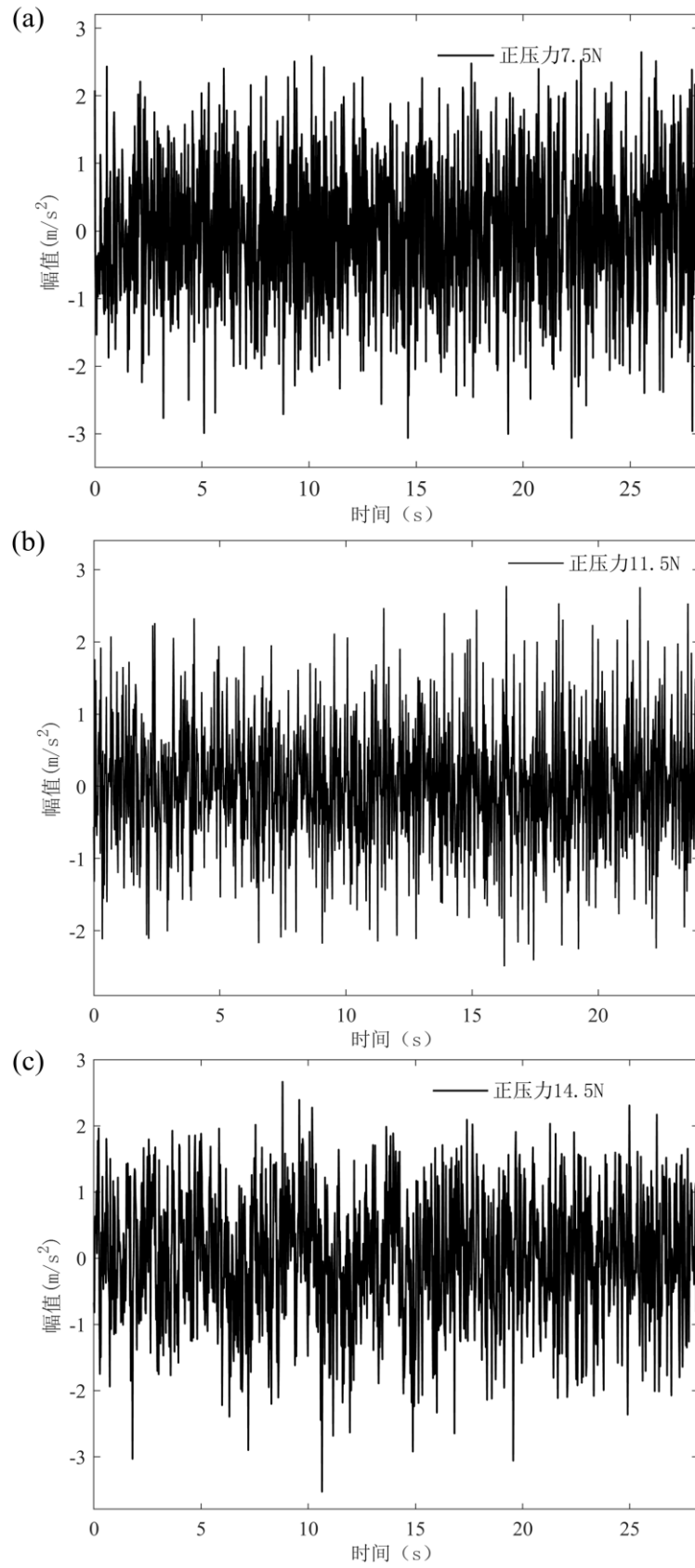


图 2-2 机器人直接磨抛作业弹性构件振动加速度响应：(a) 磨抛正压力 7.5N；(b) 磨抛正压力为 11.5N；(c) 磨抛正压力为 14.5N

从图 2-2 中可以看出在不同磨抛正压力下，弹性构件均存在明显的振动。正压力为 7.5N 时，幅值波动范围相对较大，幅值在 $[-3, 3]$ 区间内频繁波动；正压力增加到 11.5N 时，幅值的整体波动范围稍有减小；当正压力进一步增加到 14.5N 时，幅值波动范围继续减小，并且高幅值出现的次数也有所减少。这表明随着正压力的增大，打磨过程的振动幅值整体上呈现减小的趋势，打磨过程可能变得相对更加稳定。正压力的变化对打磨过程的振动特性有显著影响。一般来说，适当增加正压力可能会使打磨工具与工件之间的接触更加稳定，降低弹性构件的振动幅值。但如果正压力过大，可能会对打磨工具和工件造成额外的磨损或损伤。通过上述实验结果可看出机器人直接磨抛弹性构件时，工件存在明显的振动，会影响打磨质量。

为进一步了解机器人磨抛弹性构件过程中振动特性，对所测试机器人磨抛过程中弹性构件的振动加速度进行功率谱分析，如图 2-3 所示。

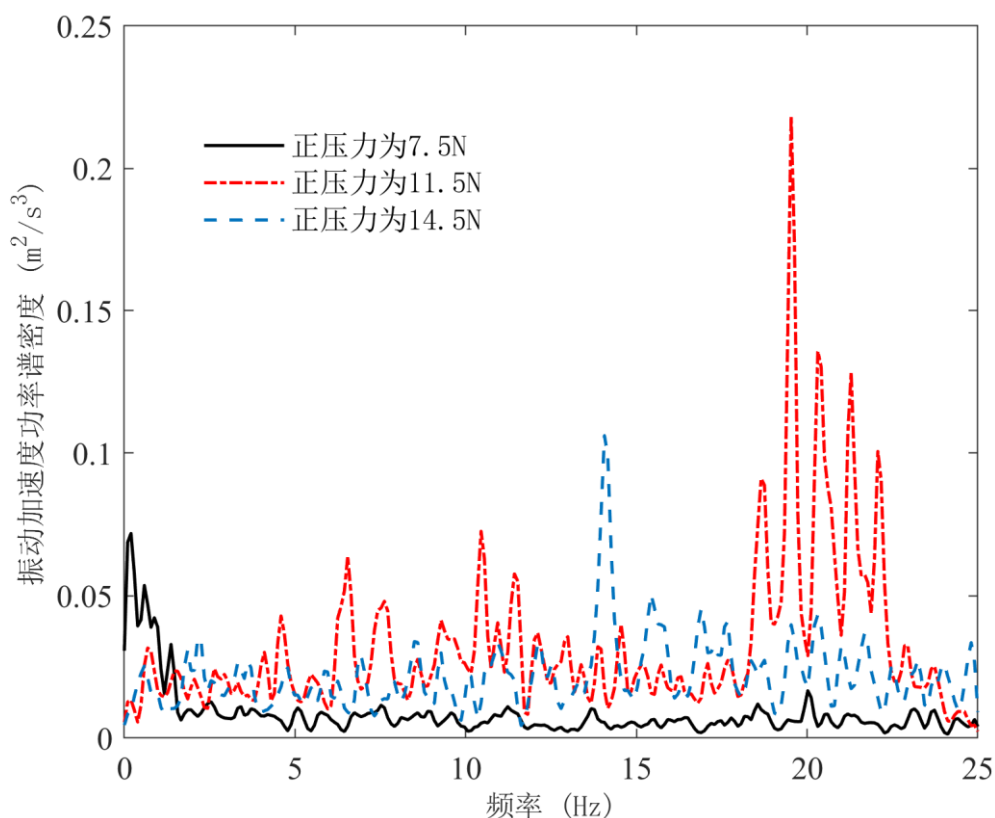


图 2-3 机器人直接磨抛作业弹性构件振动加速度功率谱

由图 2-3 可知，机器人直接磨抛过程中的振动特性受磨抛正压力的影响较为显著。不同正压力作用下，振动加速度功率谱特性会发生明显改变，具体表现为

功率谱的峰值分布与大小随着磨抛正压力增大而变化,且各频率范围内的振动强度也有所差异。当磨抛正压力为 7.5N (黑色实线) 时,振动主要集中在低频段;当磨抛正压力提升至 11.5N (红色点划线) 和 14.5N (蓝色虚线),中高频段的振动变得更加显著且波动更为复杂。

通过上述分析可知,机器人在对弹性构件直接磨抛作业时,工件存在明显的振动现象,该振动于各传递环节受多种因素耦合作用而不断演变^[50]。而弹性构件的显著振动会改变磨具与工件间的相对运动状态,致使磨抛加工难以依预定路径与参数进行,进而对加工精度造成严重影响^[51,52]。通过以上分析,针对机器人磨抛过程中弹性构件的振动问题,在机器人末端安装柔顺联接装置,能够有效控制机器人末端与弹性构件之间的接触力,吸收并减缓加工过程中的振动^[53,54]。通过柔顺装置实现缓冲作用,可避免接触力超出合理范围,进而降低加工过程中的振动与冲击,使加工表面质量得以提高^[55-57]。

2.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置构型设计及分析

基于准零刚度原理的隔振装置是指利用线性弹簧作为正刚度元件,与特殊几何结构构成的负刚度机构进行并联组合,使系统在特定工作区间的有效刚度趋近于零,从而达到在全频带范围内进行有效抑制振动传递,同时还可以保持高的静态承载能力,降低共振带来的影响^[58]。

考虑现有准零刚度隔振装置技术在机器人磨抛振动控制中存在的问题,本文基于准零刚度原理,同时考虑基于传统的弹簧并联准零刚度隔振装置存在的非承载方向内力无法平衡导致装置磨损恶化等问题,本文提出一种由水平弹簧、斜弹簧和竖直弹簧并联构成的准零刚度构型,分析研究该构型下力、刚度与位移间的内在联系后,设计出一款机器人磨抛准零刚度隔振装置。

本文设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置结构如图 2-4 (a) 所示。水平弹簧的刚度为 K_1 , 初始长度为 $2L_1$; 斜弹簧的刚度为 K_2 , 初始长度 L_2 ; 竖直弹簧的刚度为 K_3 , 初始长度为 h_0 , 其中斜弹簧与水平弹簧之间的初始夹角为 θ_0 , 如图 2-4 (b) 所示。当给机器人磨抛准零刚度隔振装置施加外力 F_s 时, 水平弹簧的伸长量为 $2\delta_1$, 斜弹簧压缩量为 δ_2 , 竖直弹簧压缩量为 x , 斜弹簧与水平弹簧之间

夹角由 θ_0 变化为 θ ，如图 2-4 (c) 所示。

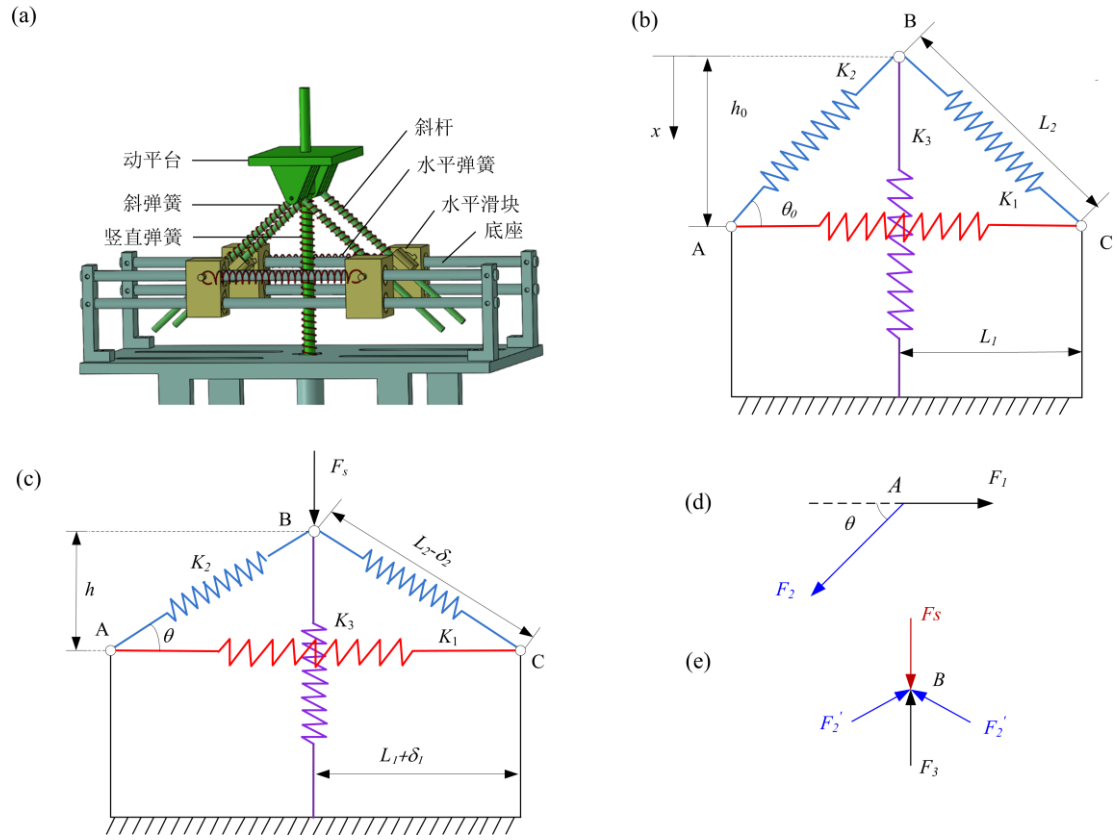


图 2-4 机器人磨抛准零刚度隔振装置结构图：(a) 隔振装置结构模型；(b) 隔振装置结构原理图；(c) 受载下隔振装置受力分析图；(d) A 点的受力分析图；(e) B 点的受力分析

图

在静态力 F_s 的作用下，机器人磨抛准零刚度隔振装置的水平弹簧与斜弹簧交点处的受力情况以及动平台受力情况如图 2-4 (c) - (e) 所示。其中， F_1 是水平弹簧作用在 A 点上的力， F_2 是斜弹簧作用于 A 点和 B 点的力， F_3 是竖直弹簧作用于 B 点的力。当倾斜弹簧压至水平位置时，即隔振装置达到了平衡状态。此时的隔振装置只受竖直弹簧压缩力作用，即平衡位置时的隔振装置回复力仅与竖直弹簧有关，与水平弹簧及倾斜弹簧均无关。

结合图 2-4 (b) - (e)，对隔振装置动平台进行受力分析，依据隔振装置动平台所受力的具体状况，建立准零刚度隔振装置的静力学模型，并分析其静力学特性。如图 2-4 (c) 所示，对隔振装置动平台施加质量为 m 的负载后，隔振装置动平台受压向下移动，在竖直方向上产生位移 x ，同时四根倾斜弹簧被压缩，两根水平弹簧被拉伸，在竖直方向上对隔振装置动平台产生回复力。

根据机器人磨抛准零刚度隔振装置的受力分析可知,当系统处于静力平衡状态时,对 A 点进行分析,机器人磨抛准零刚度隔振装置在水平方向上的力平衡方程能够表述为:

$$F_1 = F_2 \cos \theta \quad (6-1)$$

依此类推,针对 B 点,机器人磨抛准零刚度隔振装置在竖直方向上的力平衡方程可表达为:

$$F_s = F_3 + 4F_2 \sin \theta \quad (6-2)$$

由胡克定律可知,水平弹簧的拉力 F_1 、斜弹簧的压力 F_2 、竖直弹簧的压力 F_3 可以分别表示为:

$$F_1 = 2K_1 \delta_1 \quad (6-3)$$

$$F_2 = K_2 \delta_2 \quad (6-4)$$

$$F_3 = K_3 x \quad (6-5)$$

根据图 2-4 (c) 的几何关系,水平弹簧的伸长量 δ_1 可表示为:

$$\delta_1 = \frac{h_0 - x}{\tan \theta} - L_1 \quad (6-6)$$

斜弹簧的压缩量 δ_2 可表示为:

$$\delta_2 = L_2 - \frac{h_0 - x}{\sin \theta} \quad (6-7)$$

竖直弹簧的初始长度 h_0 可表示为:

$$h_0 = \sqrt{L_2^2 - L_1^2} \quad (6-8)$$

联立式 (2-1) 一式 (2-8), 可以得到机器人磨抛准零刚度隔振装置的位移关系式和回复力表达式分别为:

$$x = h_0 - \frac{2K_1 L_1 \tan \theta + K_2 L_2 \sin \theta}{2K_1 + K_2} \quad (6-9)$$

$$\begin{aligned} F_s = & 4K_2 \left(L_2 \sin \theta - \frac{2K_1 L_1 \tan \theta + K_2 L_2 \sin \theta}{2K_1 + K_2} \right) \\ & + K_3 \left(h_0 - \frac{2K_1 L_1 \tan \theta + K_2 L_2 \sin \theta}{2K_1 + K_2} \right) \end{aligned} \quad (6-10)$$

取无量纲参数为 $\bar{x} = \frac{x}{L_2}, \alpha_1 = \frac{K_1}{K_3}, \alpha_2 = \frac{K_2}{K_3}, \gamma = \frac{L_1}{L_2}$ ，可得机器人磨抛准零刚度

隔振装置的无量纲位移和无量纲回复力的表达式为：

$$\bar{x} = \sqrt{1-\gamma^2} - \frac{2\alpha_1\gamma \tan \theta + \alpha_2 \sin \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \quad (6-11)$$

$$\bar{F}_s = 4\alpha_2 \left(\sin \theta - \frac{\alpha_2 \sin \theta + 2\alpha_1\gamma \tan \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \right) + \left(\sqrt{1-\gamma^2} - \frac{\alpha_2 \sin \theta + 2\alpha_1\gamma \tan \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \right) \quad (6-12)$$

当机器人磨抛准零刚度隔振装置处于静平衡位置时，斜弹簧与水平弹簧夹角为 0，无量纲位移 $\bar{x}_1$ 为 $\sqrt{1-\gamma^2}$ ，无量纲力 $\bar{F}_{s1}$ 为 $\sqrt{1-\gamma^2}$ 。为了研究相对于静平衡位置处的系统无量纲回复力，将原点坐标 $(\bar{x}, \bar{F}_s)$ 变换为静平衡位置坐标系 $(\bar{x}_1, \bar{F}_{s1})$ ，得到一个新的坐标系 $(\bar{X}, \bar{F})$ ，其中 $\bar{X}$ 和 $\bar{F}$ 分别表示相对于静平衡位置处的无量纲位移和无量纲力。此时，系统的无量纲位移可表示为：

$$\bar{X} = -\frac{2\alpha_1\gamma \tan \theta + \alpha_2 \sin \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \quad (6-13)$$

系统的无量纲回复力可进一步表示为：

$$\bar{F} = 4\alpha_2 \left(\sin \theta - \frac{\alpha_2 \sin \theta + 2\alpha_1\gamma \tan \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \right) - \frac{\alpha_2 \sin \theta + 2\alpha_1\gamma \tan \theta}{2\alpha_1 + \alpha_2} \quad (6-14)$$

根据式 (2-13) 及式 (2-14)，机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲刚度表达式如下：

$$\bar{K} = \frac{d\bar{F}}{d\bar{X}} = \frac{d\bar{F}}{d\theta} \frac{d\theta}{d\bar{X}} = \frac{(\alpha_2 - 8\alpha_1\alpha_2)\cos^3 \theta + (4\alpha_2 + 1)2\alpha_1\gamma}{\alpha_2 \cos^3 \theta + 2\alpha_1\gamma} \quad (6-15)$$

在静平衡位置，为确保所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置具有准零刚度特性，要求隔振装置无量纲刚度等效为 0，将 $\bar{K} = 0$ 代入式 (2-15)，可得所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置结构参数关系为：

$$\gamma = \frac{8\alpha_1\alpha_2 - \alpha_2}{2\alpha_1(1 + 4\alpha_2)} \quad (6-16)$$

其中， γ 表示水平弹簧与竖直弹簧的长度比， α_1 表示水平弹簧与竖直弹簧的刚度比， α_2 表示斜弹簧与竖直弹簧的刚度比。

将式 (2-16) 代入式 (2-13) 和式 (2-14)，可得平衡位置处具有准零刚度特性的机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲位移表达式为：

$$\bar{X} = -\frac{\alpha_2(1+4\alpha_2)\sin\theta + \alpha_2(8\alpha_1-1)\tan\theta}{(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)} \quad (6-17)$$

机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力表达式为：

$$\bar{F} = -\frac{\alpha_2(8\alpha_1-1)(\tan\theta - \sin\theta)}{2\alpha_1+\alpha_2} \quad (6-18)$$

同理将式 (2-17) 及式 (2-18) 代入式 (2-15)，平衡位置处具有准零刚度特性的机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲刚度 $\bar{K}$ 表达式为：

$$\bar{K} = \frac{(1-8\alpha_1)(1+4\alpha_2)(\cos^3\theta - 1)}{(1+4\alpha_2)\cos^3\theta + 8\alpha_1 - 1} \quad (6-19)$$

根据式 (2-17) ~ (2-19)，可以看出，所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲位移、无量纲回复力和无量纲刚度均是关于斜弹簧与水平弹簧之间夹角(θ)的隐函数，并且受到斜弹簧与竖直弹簧刚度比以及水平弹簧与竖直弹簧刚度比的影响。因此，为了获得性能最优的机器人磨抛准零刚度隔振装置的结构参数，以准零刚度区间最大为目标，对隔振装置结构参数进行设计分析。

取斜弹簧与竖直弹簧的刚度比(α_2)的值为 0.50，不同水平弹簧与竖直弹簧刚度比(α_1)影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲刚度曲线如图 2-5(a)所示。可以看出，随着水平弹簧与竖直弹簧的刚度比增大，所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置在平衡位置附近的准零刚度区间逐渐缩小。同样地，当水平弹簧与竖直弹簧的刚度比(α_1)为 0.25，不同斜弹簧与竖直弹簧的刚度比(α_2)对机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲刚度曲线的影响如图 2-5(b)所示。可看出，所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置在平衡位置附近的准零刚度区间随着斜弹簧与竖直弹簧刚度比的增大而增大。因此，必然存在一组最优的 α_1 和 α_2 ，使得机器人磨抛准零刚度隔振装置在平衡位置附近的准零刚度区间达到最大。

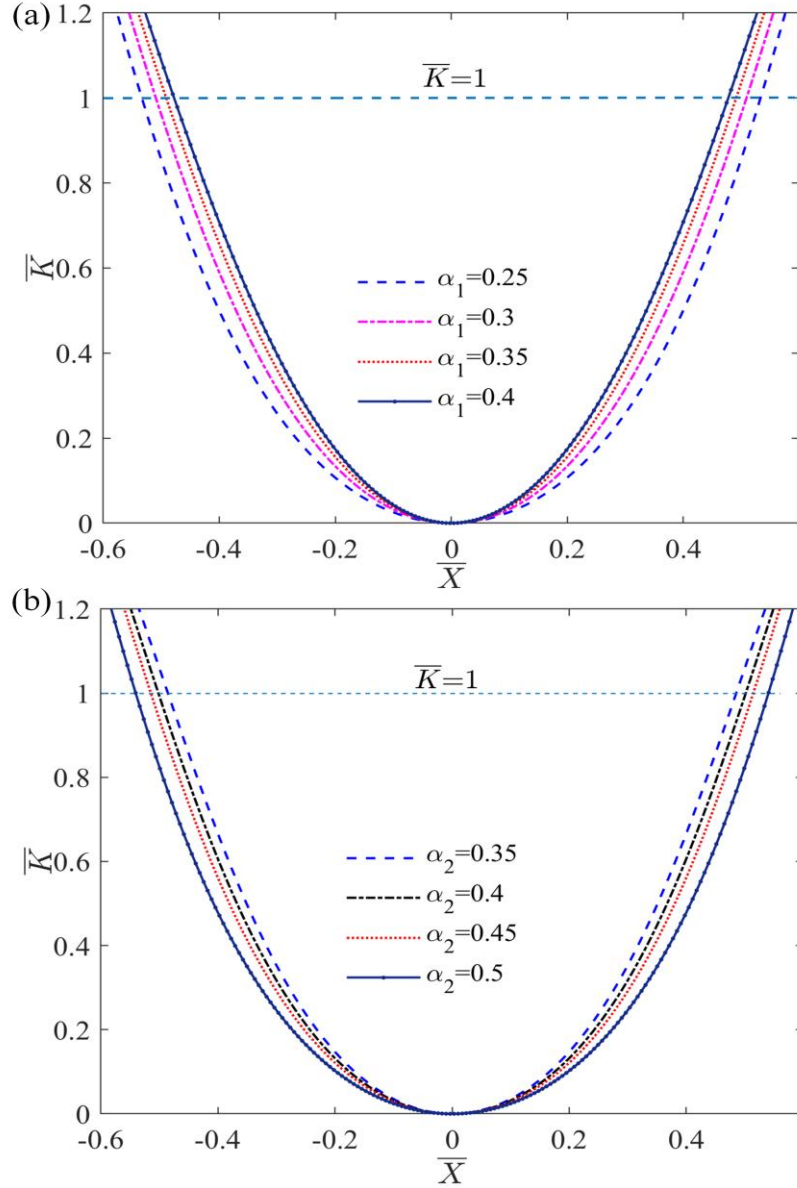


图 2-5 刚度比对隔振装置的影响曲线：(a) 当刚度比 $\alpha_2=0.5$ 时，不同刚度比 α_1 的值对应的无量纲刚度位移曲线；(b) 当刚度比 $\alpha_1=0.25$ 时，不同刚度比 α_2 的值对应的无量纲刚度位移曲线

取隔振装置无量纲刚度 $\bar{K}=1$ 参考进行分析，根据式 (2-19)，此时斜弹簧与水平弹簧之间夹角 (θ_e) 可表示为：

$$\theta_e = \arccos \sqrt[3]{\frac{\alpha_2(1-8\alpha_1)}{-2\alpha_1(1+4\alpha_2)}} \quad (6-20)$$

将 $\theta=\theta_e$ 代入式 (2-17) 中，可得：

$$D = 2|\bar{X}|_{\bar{K}=1} = 2 \left| \frac{\alpha_2(1+4\alpha_2)\sin\theta_e + \alpha_2(8\alpha_1-1)\tan\theta_e}{(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)} \right| \quad (6-21)$$

D 表示 $\bar{K}=1$ 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台位移区间，是判断隔振装置准零刚度区间大小的主要参考指标。根据式 (2-20) 和式 (2-21)，取水平弹簧与竖直弹簧刚度比 α_1 与斜弹簧与竖直弹簧刚度比 α_2 的变化区间为 $[0, 1]$ ，可得位移变化区间 D 与水平弹簧与竖直弹簧刚度比 α_1 、斜弹簧与竖直弹簧刚度比 α_2 的关系如图 2-6 所示。

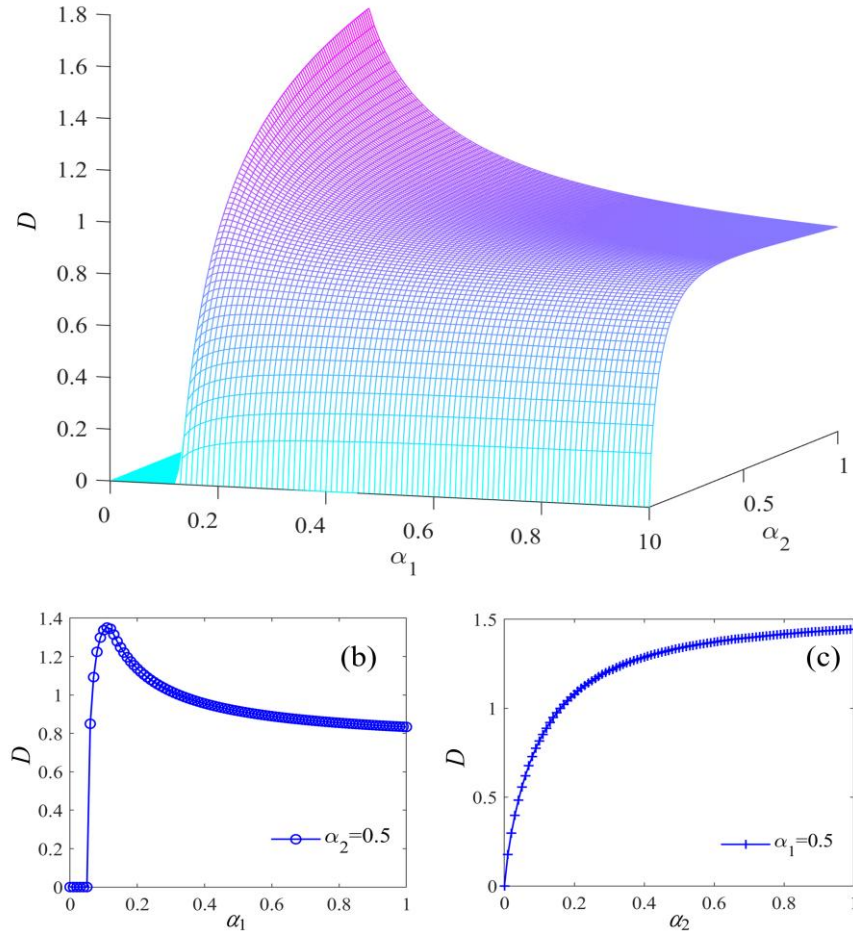


图 2-6 不同 α_1 和 α_2 组合下 D 的变化规律：(a) α_1 和 α_2 的综合影响；(b) α_1 影响下的变化趋势；(c) α_2 影响下的变化趋势

从图 2-6 (b) 中可以看出， α_1 需要大于一定值才能使 D 有值，此时隔振装置在平衡点附近表现出准零刚度特性，这与方程式 (2-16) 的结论一致。水平弹簧与垂直弹簧的长度比 (γ) 大于零，则可以得出 α_1 大于 0.125。随着 α_1 的不断增大， D 逐渐减小。当 α_1 大于 0.4 时， α_1 对 D 的影响很小，基本保持不变。

从图 2-6 (c) 可以看出, D 的值随着 α_2 的增加而急剧增加。当 α_2 大于 0.5 时, D 值基本保持不变。因此, 考虑到实验样机的加工和安装, 斜向弹簧和水平弹簧的刚度应尽可能小于垂直弹簧, 刚度比 $\alpha_1=0.25$ 和 $\alpha_2=0.50$ 用于进一步分析。

2.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置样机研制

本文提出的机器人磨抛准零刚度隔振装置, 主要是由动平台、斜弹簧、斜杆、竖直弹簧、水平滑块, 水平弹簧及底座组成。由于装置的对称性, 除了装置动平台与底座, 其余零件均为倍数关系。

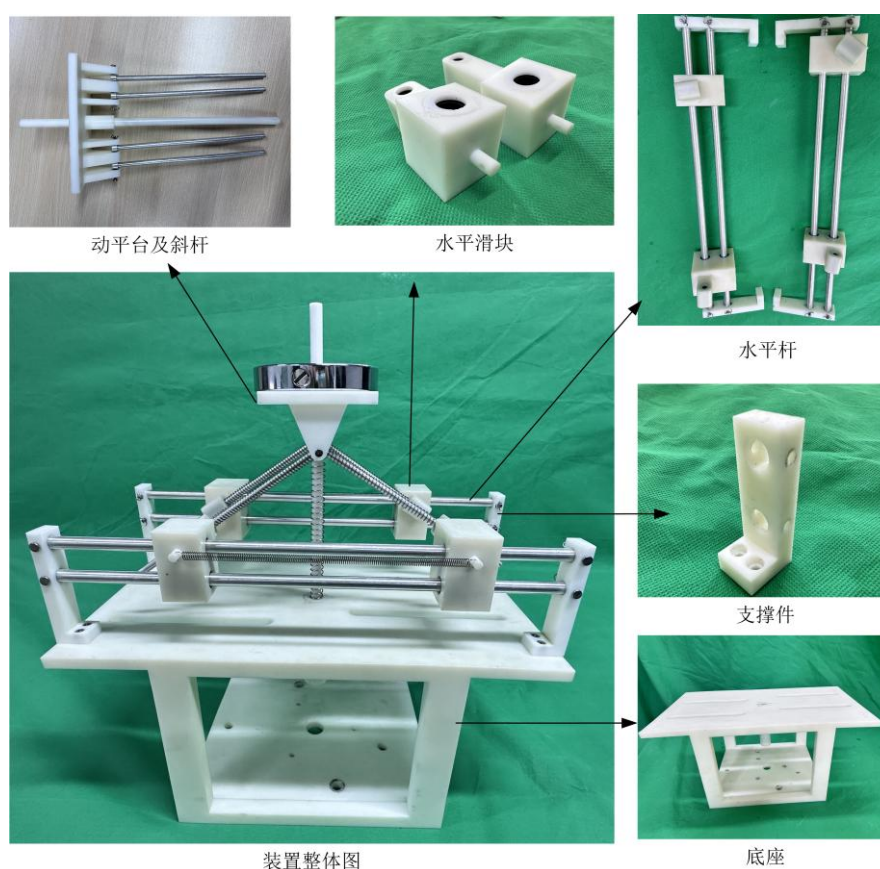


图 2-7 机器人磨抛准零刚度隔振装置样机

所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置样机如图 2-7 所示, 斜杆一端通过圆柱销与动平台联接, 另一端穿过斜弹簧并与水平滑块上导向块的中心孔配合联接。与动平台固定联接的竖直杆穿过竖直弹簧, 同时另一端穿过底座上的导向孔并通过滑动轴承相配合, 水平弹簧两端分别固定在与底座导轨配合联接的水平滑块上。为了保障所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置的稳定性, 隔振装置斜弹簧共有四

组，水平弹簧有两组。

在具体样机设计过程中，支撑件底部通过螺钉固定于底座上，侧面开有两个孔便于水平杆固定，水平杆两端打孔通过螺钉固定在支撑件上，这样可以限制水平滑块在水平杆上滑动时保持横向运动，将水平拉簧安置于水平滑块处。在水平滑块中嵌有直线轴承，从而尽量减少水平滑块与水平杆之间的摩擦力。斜杆穿过水平滑块上的小旋转件带动水平滑块进行移动，斜弹簧套在斜杆上。动平台穿过底座中间的直线轴承，竖直弹簧安装在动平台下方的竖直杆上，在受到外力作用时，动平台主要进行竖直方向上的移动，为了减小摩擦带来的影响，竖直杆中装有直线轴承。将各个零部件组装后可以得到完整的机器人磨抛准零刚度隔振装置样机。由 2.2 节中确定的机器人磨抛准零刚度隔振装置结构参数关系以及实际加工的相关零件参数，本文设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置结构参数如下：竖直弹簧的刚度为 227.27N/m ，初始长度为 0.113m ；水平弹簧刚度为 49N/m ，初始长度为 0.080m ；斜弹簧刚度为 125N/m ，初始长度为 0.12m 。

2.4 本章小结

本章基于机器人磨抛时工件和机器人末端的振动分析，设计了应用于机器人磨抛的准零刚度隔振装置，对机器人磨抛准零刚度隔振装置进行了受力分析，推导出整体结构的静力学方程，明确了静平衡位置处隔振装置具有准零刚度特性的结构参数关系式，以系统准零刚度区间最大化为目标对隔振装置结构参数进行了优化，并加工了机器人磨抛准零刚度隔振装置样机。本章的研究内容为机器人磨抛准零刚度隔振装置的设计提供了理论基础和方法支持，并且为后续进行动力学分析和开展实验研究提供了必要的基础支撑。

第三章 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模分析

为了进一步分析所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置的动态特性,需要构建隔振装置的动力学模型并进行分析。本章根据上一章静力学分析结果对磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力一位移关系进行拟合,据此构建了机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学模型,分析了隔振装置自身结构参数以及外部激励参数对系统幅频响应特性的影响规律。

3.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学模型构建

3.1.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置回复力拟合

本文所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲位移及无量纲回复力均是关于斜弹簧与水平弹簧夹角(θ)的非线性函数,由于无法得到机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲回复力与无量纲位移之间的直接关系,这使得对系统动力学方程进行解析求解变得异常复杂。因此,本节根据式(2-17)和式(2-18),在平衡位置处对装置的无量纲回复力与无量纲位移关系进行拟合分析。

在平衡位置处对机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲位移表达式及无量纲回复力表达式进行泰勒级数展开是比较常用的近似处理方法,具有计算简单、处理精度高的特点。对式(2-17)和式(2-18)进行 n 阶泰勒展开,由于式(2-17)和式(2-18)中均是 $\sin\theta$ 和 $\tan\theta$ 的线性组合,所以 n 的值应当为奇数($n=1, 3, 5, 7, 9$)。

当 $n=1$ 时,可得式(2-17)和式(2-18)的近似表达式为:

$$\bar{X} = -\frac{2\alpha_2}{1+2\alpha_2}\theta \quad (7-1)$$

$$\bar{F} = 0 \quad (7-2)$$

当 $n=3$ 时,可得式(2-17)和式(2-18)的近似表达式为:

$$\bar{X} = -\frac{2\alpha_2}{1+2\alpha_2}\theta + \frac{(3\alpha_2 - 16\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_2^2)}{6(4\alpha_1 + \alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^3 \quad (7-3)$$

$$\bar{F} = \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{2(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^3 \quad (7-4)$$

当 $n=5$ 时, 可得式 (2-17) 和式 (2-18) 的近似表达式为:

$$X = -\frac{2\alpha_2}{1+2\alpha_2}\theta + \frac{(3\alpha_2-16\alpha_1\alpha_2+2\alpha_2^2)}{6(4\alpha_1+\alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^3 + \frac{(15\alpha_2-128\alpha_1\alpha_2-2\alpha_2^2)}{120(4\alpha_1+\alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^5 \quad (7-5)$$

$$\bar{F} = \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{2(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^3 + \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{8(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^5 \quad (7-6)$$

当 $n=7$ 时, 可得式 (2-17) 和式 (2-18) 的近似表达式为:

$$\begin{aligned} \bar{X} = & -\frac{2\alpha_2}{1+2\alpha_2}\theta + \frac{(3\alpha_2-16\alpha_1\alpha_2+2\alpha_2^2)}{6(4\alpha_1+\alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^3 + \frac{(15\alpha_2-128\alpha_1\alpha_2-2\alpha_2^2)}{120(4\alpha_1+\alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^5 \\ & + \frac{(-272(-1+8\alpha_1)\alpha_2+\alpha_2(1+2\alpha_2))}{5040(4\alpha_1+\alpha_2)(1+2\alpha_2)}\theta^7 \end{aligned} \quad (7-7)$$

$$\bar{F} = \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{2(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^3 + \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{8(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^5 - \frac{13((-1+8\alpha_1)\alpha_2)}{240(4\alpha_1+\alpha_2)}\theta^7 \quad (7-8)$$

当 $n=9$ 时, 可得式 (2-17) 和式 (2-18) 的近似表达式为:

$$\begin{aligned} \bar{X} = & -\frac{2\alpha_2}{1+2\alpha_2}\theta + \frac{(3\alpha_2-16\alpha_1\alpha_2+4\alpha_2^2)}{6(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)}\theta^3 \\ & + \frac{(15\alpha_2-128\alpha_1\alpha_2-4\alpha_2^2)}{120(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)}\theta^5 \\ & + \frac{(-272(-1+8\alpha_1)\alpha_2+\alpha_2(1+4\alpha_2))}{5040(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)}\theta^7 \\ & + \frac{(-7936(-1+8\alpha_1)\alpha_2-\alpha_2(1+4\alpha_2))}{362880(2\alpha_1+\alpha_2)(1+4\alpha_2)}\theta^9 \end{aligned} \quad (7-9)$$

$$\begin{aligned} \bar{F} = & \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{2(2\alpha_1+\alpha_2)}\theta^3 + \frac{(1-8\alpha_1)\alpha_2}{8(2\alpha_1+\alpha_2)}\theta^5 \\ & - \frac{13((-1+8\alpha_1)\alpha_2)}{240(2\alpha_1+\alpha_2)}\theta^7 - \frac{529((-1+8\alpha_1)\alpha_2)}{24192(2\alpha_1+\alpha_2)}\theta^9 \end{aligned} \quad (7-10)$$

根据式 (2-17) 和式 (2-18) 绘出所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲力和无量纲位移的关系曲线, 同时根据式 (3-9) 和式 (3-10), 绘出所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲力和无量纲位移的近似关系曲线及误差曲线, 如图 3-1 所示, 图中 δ 表示误差值。

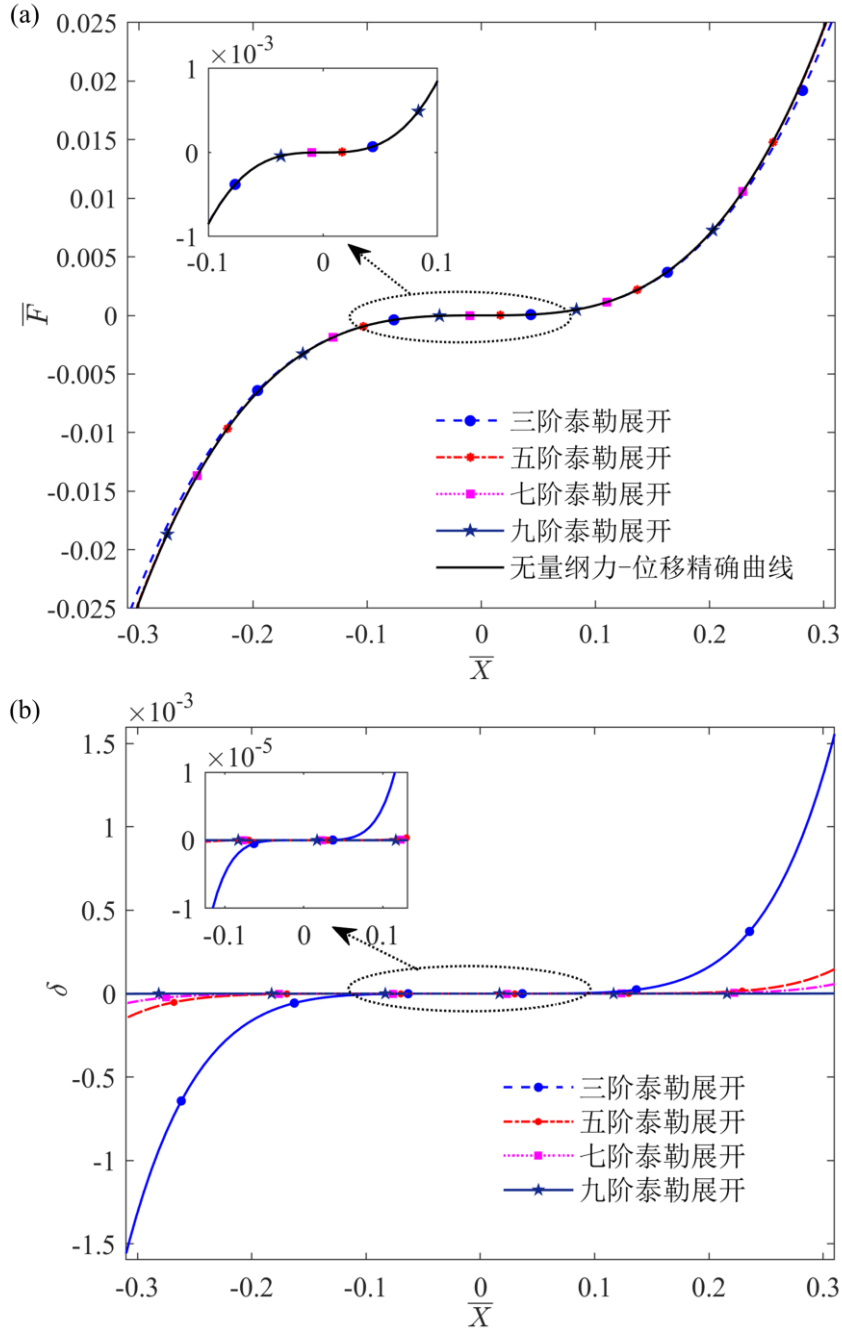


图 3-1 机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲力-位移关系的精确曲线和泰勒展开近似曲线对比：(a) n 取不同值时曲线跟踪结果；(b) n 取不同值时误差结果。

由图 3-1 (a) 可看出，在平衡位置处，机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲力为零，这表明此时装置的等效刚度为零，这也验证了所确定隔振装置结构参数（式 (2-16)）的正确性。另一方面，可看出在平衡位置附近，通过泰勒展开式得到的隔振装置无量纲力-位移近似关系曲线，能够对精确表达式曲线实现较为理想的追踪效果，并且跟踪效果随着 n 的增大而变好。图 3-1 (b) 进一步展示了

泰勒展开式得到的隔振装置无量纲力-位移近似关系曲线的误差结果。可看出 n 取不同值时总体上平衡位置附近泰勒展开式近似曲线的跟踪误差均较小,并且随着 n 的增大,跟踪误差展现出逐渐减小的趋势。

但由式 (3-9) 及式 (3-10) 可知,所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲位移与力的表达式仍是由 θ 作为中间变量的隐函数,不利于后续的计算与研究。因此在式 (2-17) 和式 (2-18) 的基础上,对所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力-位移关系进行多项式拟合,同样由于原式 (2-17) 和式 (2-18) 是含有 $\sin\theta$ 和 $\tan\theta$ 的线性组合,所以多项式拟合中也为奇数项,假设所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲回复力-位移关系的多项式近似表达式为:

$$F_{\text{similar}} = A_1 \bar{X} + A_3 \bar{X}^3 + A_5 \bar{X}^5 + A_7 \bar{X}^7 + A_9 \bar{X}^9 \quad (7-11)$$

其中,为 A_1, A_3, A_5, A_7, A_9 为各阶系数。

利用 MATLAB 曲线拟合工具箱进行处理,可以得到不同阶次下式 (3-11) 的表达式。当多项式最高项为一次项时,式 (3-11) 可表示为:

$$\bar{F} = 0.04805 \bar{X} \quad (7-12)$$

当多项式最高项为三次项时,式 (3-11) 可表示为:

$$\bar{F} = 0.7731 \bar{X}^3 - 0.001416 \bar{X} \quad (7-13)$$

当多项式最高项为五次项时,式 (3-11) 可表示为:

$$\bar{F} = 0.7391 \bar{X}^5 + 0.8429 \bar{X}^3 - 0.000005273 \bar{X} \quad (7-14)$$

当多项式最高项为七次项时,式 (3-11) 可表示为:

$$\bar{F} = 0.1009 \bar{X}^7 + 0.7246 \bar{X}^5 + 0.8435 \bar{X}^3 - 0.000000501 \bar{X} \quad (7-15)$$

当多项式最高项为九次项时,式 (3-11) 可表示为:

$$\bar{F} = 0.01074 \bar{X}^9 + 0.1009 \bar{X}^7 + 0.7244 \bar{X}^5 + 0.8435 \bar{X}^3 - 0.0000005986 \bar{X} \quad (7-16)$$

由于一次项是线性,而无量纲力-位移为奇函数曲线,一次项拟合误差较大,所以多项式拟合取 3 次项拟合表达式、5 次项拟合表达式、7 次项拟合表达式、9 次项拟合表达式与所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲力-位移关系曲线进行对比,结果及曲线误差如图 3-2 所示。

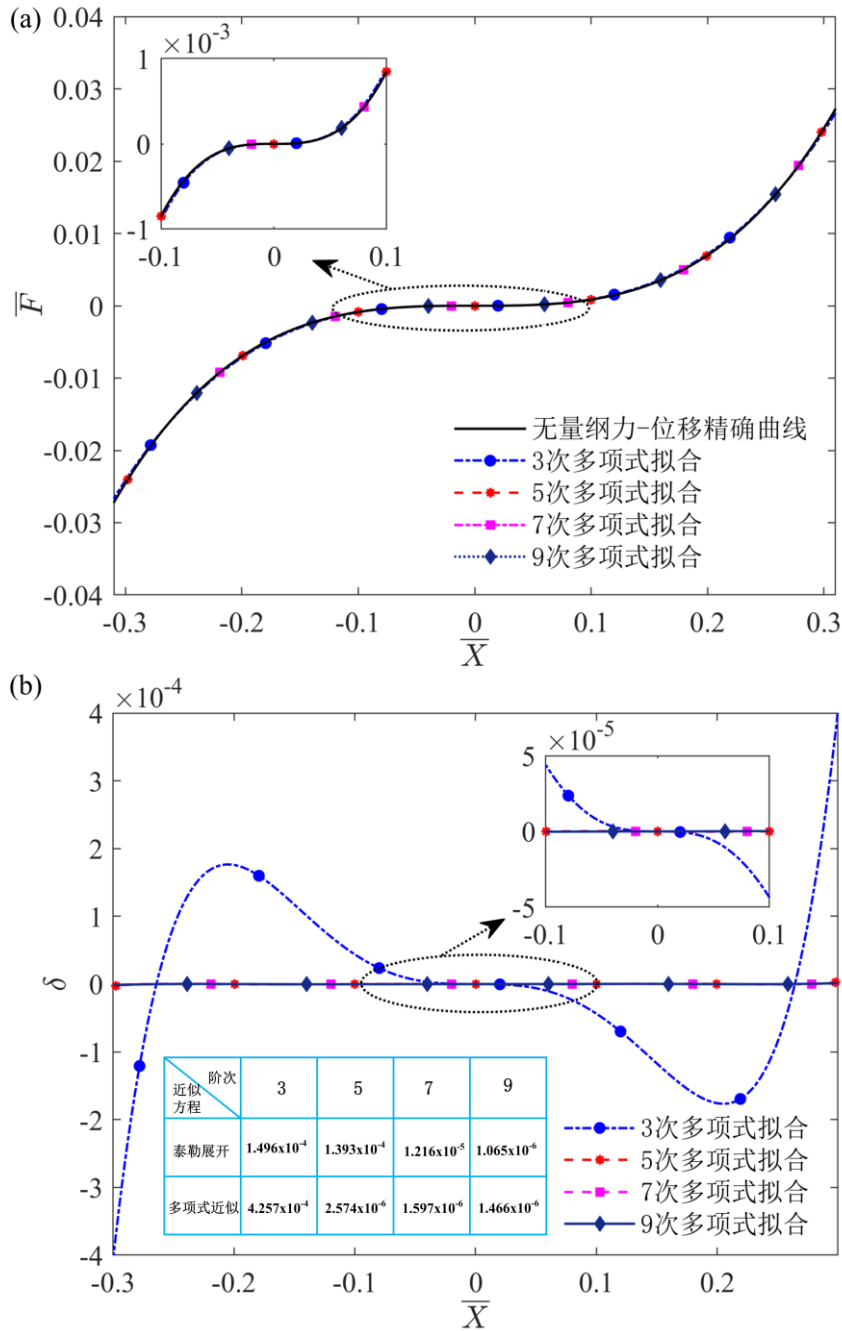


图 3-2 机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲力-位移关系的精确曲线和多项式拟合近似曲线

对比 (a) n 取不同值时曲线跟踪结果; (b) n 取不同值时误差结果。

由图 3-2 (a) 可看出, 与泰勒展开表达式近似曲线相比, 多项式拟合回复力方程所得到的近似曲线, 与机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲力-位移关系精确曲线更为贴近; 由图 3-2 (b) 中的误差表格进一步可看出, 在无量纲位移 $[-0.3, 0.3]$ 区间中, 在相同阶次下, 机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲力-位移关

系的多项式拟合近似曲线的误差值小于泰勒展开表达式的误差值,这表明多项式拟合方式具有更高的精度。

另一方面,在无量纲位移处于 $[-0.3, 0.3]$ 区间内,可由图 3-2 (b) 看出多项式拟合近似曲线误差值随着拟合阶次的增大而变小,并且采用三阶多项式拟合时误差最大值为 4.257×10^{-4} 。由于多项式拟合回复力方程近似曲线误差值较小,为了后续便于计算,取三阶多项式拟合表达式描述机器人磨抛准零刚度隔振装置的无量纲回复力—位移关系进行分析计算,即:

$$F_{similar} = A_3 \bar{X}^3 \quad (7-17)$$

其中, $A_3=0.7731$ 。

3.1.2 力激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模

机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递示意如图 3-3 所示,其中 m 表示动平台承受负载的质量, c_1 表示阻尼, $F_f \cos(\omega t)$ 表示动平台所受外部激励力。

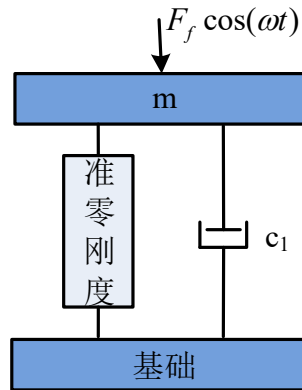


图 3-3 机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递示意图

在负载 m 的作用下机器人磨抛准零刚度隔振装置达到静力平衡位置后,对准零刚度隔振机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台施加谐波力激励,令激励力为 $F_f \cos(\omega t)$,根据牛顿第二定律,并建立受载情况下机器人磨抛准零刚度隔振装置系统的非线性运动微分方程:

$$m\ddot{x}_f + c_1\dot{x}_f + F_1 = F_f \cos(\omega t) \quad (7-18)$$

其中, x_f 是动平台在谐波力激励下产生的位移, F_1 是机器人磨抛准零刚度隔振装置受谐波力激励所产生的系统回复力, F_1 的表达式为:

$$F_1 = K_3 L_2 (A_3 \bar{x}_f^3) \quad (7-19)$$

将式(3-18)与式(3-19)联立,并引入无量纲参数: $\tau = \omega_n t$, $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, $\omega_n = \sqrt{\frac{K_3}{m}}$,

$\xi = \frac{c_1}{2m\omega_n}$, $\bar{F}_f = \frac{F_f}{K_3 L_2}$, 无量纲参数代入式联立方程式,得到准零刚度机器人磨

抛的准零刚度隔振装置受到谐波力激励时的无量纲运动微分方程为:

$$\ddot{\bar{x}}_f + 2\xi\dot{\bar{x}}_f + A_3 \bar{x}_f^3 = \bar{F}_f \cos(\Omega\tau) \quad (7-20)$$

利用谐波平衡法对式(3-20)进行求解^[59],得式(3-20)的稳态响应解可表示为:

$$\bar{q} = B_f \cos(\Omega\tau + \varphi_f) \quad (7-21)$$

其中, B 表示稳态解的幅值。

对式(3-21)求两次导,得到:

$$\dot{\bar{q}} = -B_f \Omega \sin(\Omega\tau + \varphi_f) \quad (7-22)$$

$$\ddot{\bar{q}} = -B_f \Omega^2 \cos(\Omega\tau + \varphi_f) \quad (7-23)$$

接着将式(3-21)、式(3-22)、式(3-23)代入式(3-20)中可以得到:

$$\begin{aligned} & -B_f \Omega^2 \cos(\Omega\tau + \varphi_f) - 2\xi B_f \Omega \sin(\Omega\tau + \varphi_f) + \\ & A_3 B_f^3 \cos^3(\Omega\tau + \varphi_f) = \bar{F}_f \cos(\Omega\tau) \end{aligned} \quad (7-24)$$

式(3-24)等号右边可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \bar{F}_f \cos(\Omega\tau) &= \bar{F}_f \cos(\Omega\tau + \varphi_f - \varphi_f) \\ &= \bar{F}_f \cos(\Omega\tau + \varphi_f) \cos(\varphi_f) + \bar{F}_f \sin(\Omega\tau + \varphi_f) \sin(\varphi_f) \end{aligned} \quad (7-25)$$

最终,联立式(3-24)与式(3-25),舍去式中的高阶谐波项,使对应常数项与谐波项系数分别为零。再依据三角函数转换公式,推导出如下公式:

$$-B_f \Omega^2 + \frac{3}{4} A_3 B_f^3 = \bar{F}_f \cos(\varphi_f) \quad (7-26)$$

$$-2\xi B_f \Omega = \bar{F}_f \sin(\varphi_f) \quad (7-27)$$

将式(3-26)与式(3-27)等式两边同时平方并相加,可以得到谐波力激励下隔振装置响应的幅频特性方程为:

$$\left(-B_f\Omega^2 + \frac{3}{4}A_3B_f^3\right)^2 + (-2\xi B_f\Omega)^2 = \bar{F}_f^2 \quad (7-28)$$

3.1.3 位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学建模

图 3-4 展示了机器人磨抛准零刚度系统中隔振装置的位移传递示意图。在该系统中， M 代表动平台的承载质量， c_2 为阻尼， u 为动平台的绝对位移， z 表示位移激励。

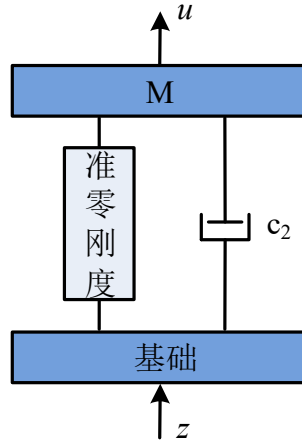


图 3-4 机器人磨抛准零刚度隔振装置的位移传递示意图

对机器人磨抛准零刚度隔振装置基座施加竖直方向的谐波位移激励 $z=Z\cos(\omega t)$ ，如图 3-4 所示，同 3.1.2 节可建立相应的非线性微分运动方程：

$$M\ddot{y} + c_2\dot{y} + F_2 = M\omega^2 Z \cos(\omega t) \quad (7-29)$$

式中， $y=u-z$ 表示谐波位移激励下被隔振物体与基座之间的相对位移； y 表示在谐波位移激励条件下，动平台与底座之间所呈现的相对位移， u 和 z 分别表示动平台和底座的绝对位移， F_2 为位移激励下隔振装置回复力，其表达式如下：

$$F_2 = K_3 L_2 (A_3 \bar{y}^3) \quad (7-30)$$

联立式 (3-29) 和式 (3-30)，系统的无量纲运动微分方程为：

$$\ddot{\bar{y}} + 2\xi\dot{\bar{y}} + A_3\bar{y}^3 = \Omega^2 \bar{Z} \cos(\Omega\tau) \quad (7-31)$$

引入无量纲参数 $\tau = \omega_n t$, $\Omega = \frac{\omega}{\omega_n}$, $\omega_n = \sqrt{\frac{K_3}{M}}$, $\xi = \frac{c_2}{2M\omega_n}$, $\bar{Z} = \frac{Z}{L_2}$ ，代入式(3-31)，

类比 3.1.2 节，可得：

$$-B\Omega + \frac{3}{4}A_3B^3 = \Omega^2\bar{Z}\cos(\varphi) \quad (7-32)$$

$$-2\xi B\Omega = \Omega^2\bar{Z}\sin(\varphi) \quad (7-33)$$

将式（3-32）与式（3-33）两边平方后相加，可得谐波位移激励下隔振装置的幅频响应特性方程为：

$$\left(-B\Omega^2 + \frac{3}{4}A_3B^3\right)^2 + (-2\xi B\Omega)^2 = \Omega^4\bar{Z}^2 \quad (7-34)$$

3.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学特性分析

3.2.1 力激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频特性分析

由式（3-28）可知在力激励作用下频率比 Ω 的两个解为：

$$\Omega_{1,2}^f = \sqrt{\frac{3}{4}B_f^2A_3 - 2\xi^2 \pm \sqrt{4\xi^4 - 3B_f^2A_3\xi^2 + \frac{\bar{F}_f^2}{B_f^2}}} \quad (7-35)$$

且由式（3-28）可知机器人磨抛准零刚度隔振装置在谐波力激励下的动平台响应幅值 B_f 在受到频率比 Ω 的影响时，幅频响应曲线会随力激励幅值和阻尼比的变化而变化。图 3-5 展示了不同力激励幅值影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线。

从图 3-5 中可看出，其余参数不变的情况下，随着力激励幅值增大时，机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线的峰值也会逐步增大，同时所对应的共振频率也会增大。动平台响应的幅频特性曲线向右弯曲程度也越来越大，此时动平台响应会呈现典型的多值性和跳跃性，激励幅值增大会增强机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的非线性特性，且随着激励幅值的增大，非线性效应更加显著，幅值跳跃频段也会变大，说明动平台响应的不稳定区间也在增大。

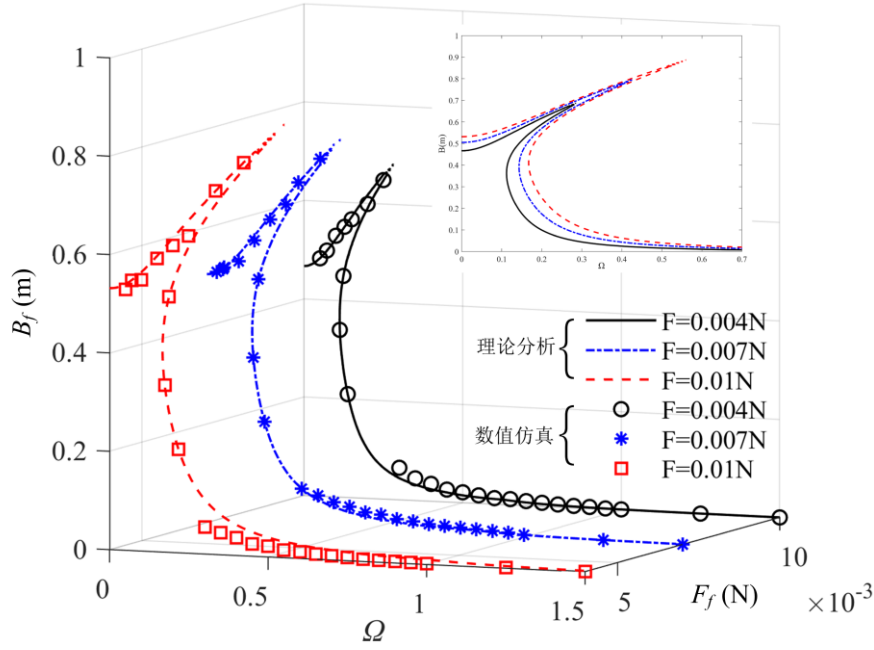


图 3-5 不同力激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线

为了验证理论分析结果的正确性,采用龙格-库塔法对式(3-11)进行数值计算^[60-61],结果如图 3-5 所示,图中线条表示解析解,标记点表示数值解。可看出解析解与数值解整体趋势具有较高的一致性。由于机器人磨抛准零刚度隔振装置的非线性特质,解析解于低频区域和数值解之间存在一定程度的差异。在跳跃现象减弱后,解析解与数值解保持较好的一致性。

且由式(3-28)可看出机器人磨抛准零刚度隔振装置在谐波力激励下的响应幅值 B_f 随阻尼比 ζ 的变化而变化。不同阻尼比影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置的幅频响应特性曲线如图 3-6 所示。

在图 3-6 中,与力激励幅值对机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频响应的影响不同,在其余参数不变的前提下,随着阻尼比 ζ 的增大,同一激励频率下隔振装置的响应幅值在逐渐减小,响应幅值的最大值及其对应的频率逐渐减小。随着阻尼比增大,幅频响应曲线向右弯曲程度也逐渐减小,不稳定区间逐渐变小,跳跃现象逐渐减弱,隔振装置的非线性在减弱并逐渐趋于线性,系统表现出更优的稳定性。

图 3-6 还展示了不同阻尼比 ζ 下动平台响应幅值的数值解,其中线条表示解析解,相应的标记点表示数值解。机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的解析解与数值解存在一定偏差,但总体吻合度较高,验证了理论分析结果的正确性。

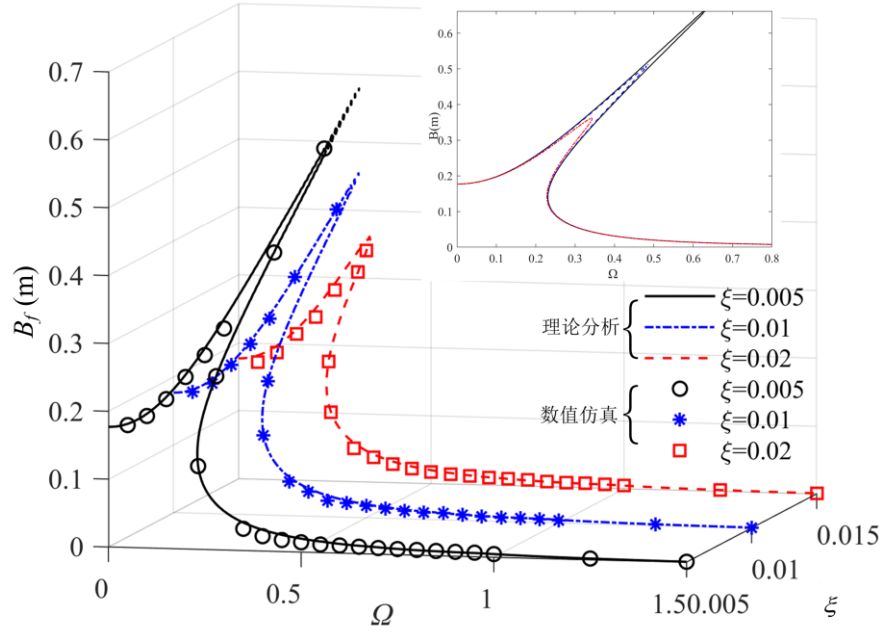


图 3-6 不同阻尼比下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线

3.2.2 位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频特性分析

由式 (3-34) 可看出机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台的稳态位移响应解的幅值不仅受频率比的影响, 还与位移激励幅值、阻尼比及非线性项相关。图 3-7 展示了不同位移激励幅值下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线。

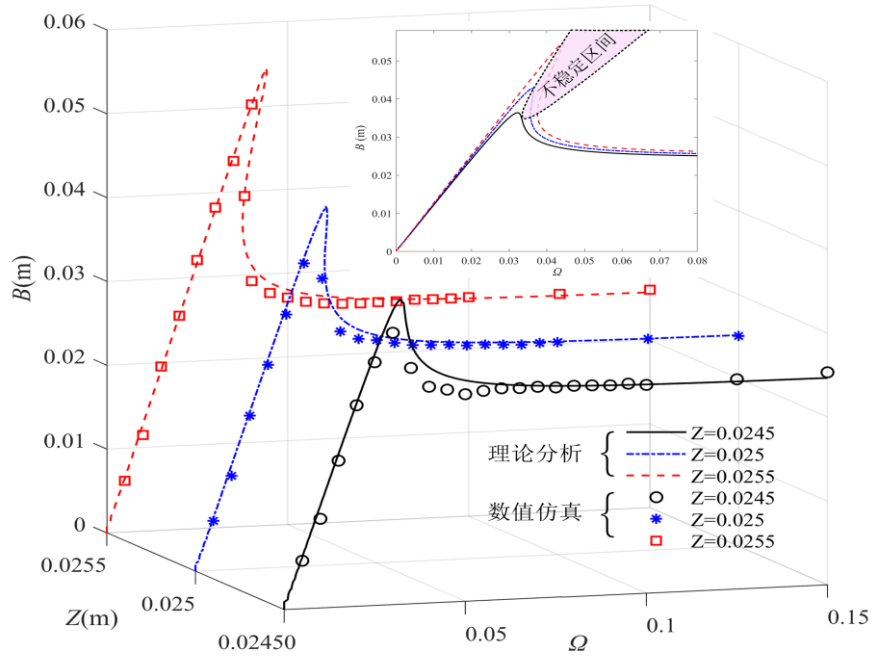


图 3-7 不同位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线

从图 3-7 中可看出,随着激励幅值的增大,机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线的峰值也会逐步增大,同时所对应的共振频率也会增大。动平台响应的幅频特性曲线向右弯曲程度也越来越大,此时动平台响应会呈现典型的多值性和跳跃性,说明激励幅值增大会导致机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的非线性增强。随着激励幅值增大,幅值跳跃频段扩大,表明动平台响应的不稳定区间也随之增大。

为校验理论分析结果的准确性,采用龙格-库塔法对式(3-34)进行数值计算,结果如图 3-7 所示,其中线条表示解析解,相应的标记点表示数值解。从图中能够明显看出,解析解和数值解表现出高度的一致性。由于系统呈现非线性的特点,在低频区间内,解析解与数值解存在一定程度的偏差。不过,当跳跃现象有所减弱之后,解析解与数值解保持较好的一致性。

图 3-8 进一步描述了不同阻尼比对机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应幅频特性曲线的影响。

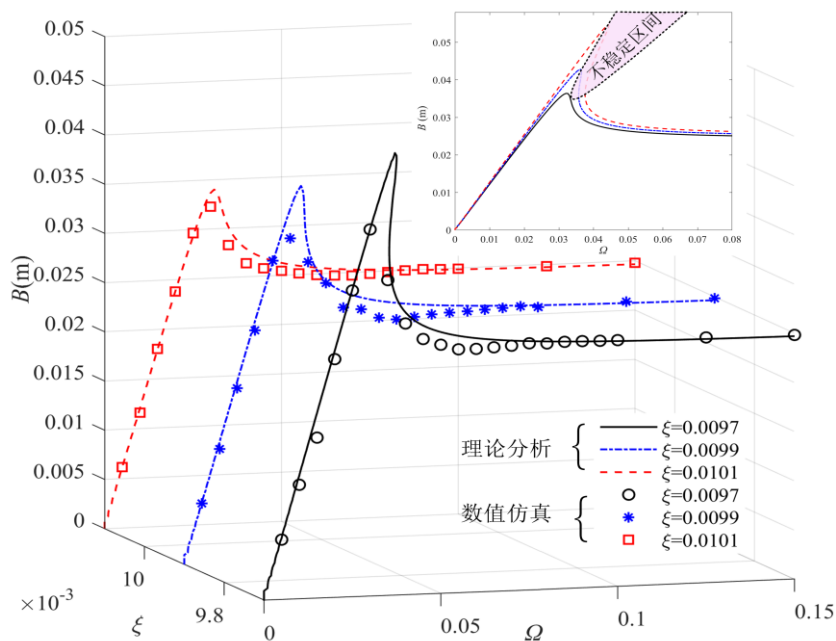


图 3-8 不同阻尼比下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线

从图 3-8 可看出,随着阻尼比增大,机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的幅频特性曲线峰值逐渐减小,共振频率也相应降低。同时,不稳定区间缩小,幅值跳跃现象逐渐消失,表明系统非线性特性减弱,稳定性增强。

图 3-8 中还进一步展示了不同阻尼比下动平台响应幅值的数值解,其中线条

表示解析解，相应的标记点表示数值解。可看出，同样在共振点附近由于隔振装置动平台响应非线性的增强，机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的解析解与数值解存在一定偏差，但总体吻合度较高，验证了理论分析结果的正确性。

3.3 本章小结

本章基于泰勒展开与多项式拟合，确定了机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力一位移关系的近似拟合关系式，并建立了隔振装置的动力学模型，通过施加谐波力激励和谐波位移激励，分别构建了两种激励条件下隔振装置的动力学运动微分方程。采用谐波平衡法，求解隔振装置于两种激励时的稳态响应，揭示了激励幅值和阻尼比对装置幅频响应特性的影响规律。

第四章 机器人磨抛准零刚度隔振装置性能分析

根据第三章构建的机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学运动方程可知,该方程具有典型的非线性特性,在外部激励扰动(如无量纲参数 A_3)和激励幅值、频率等其他内部参数变化的影响下会出现分岔、混沌、极限环等非线性动力学行为。本章采用数值仿真的方法进一步研究磨抛准零刚度隔振装置在不同激励频率及激励幅值影响下隔振装置的全局动力学响应特性,同时对机器人磨抛准零刚度隔振装置进行振动传递抑制性能分析,通过与等效线性系统进行对比,对所设计隔振装置性能进行验证。

4.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学运动方程构建

在机器人磨抛作业过程中,弹性构件及机器人本体的振动干扰会对磨抛精度和质量产生不利影响,需要进一步明确相关参数影响下所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置的综合性能。为此,准确构建其非线性动力学运动方程,是深入研究隔振装置全局隔振性能的基础。

由第三章式(3-29)可知,该方程描述了机器人磨抛准零刚度隔振装置在谐波位移激励下的动力学特性。其中, m_1 表示被隔振物体的质量,体现了物体抵抗运动状态变化的惯性特性; c_3 是阻尼系数,阻尼力 $c_3\dot{y}$ 反映了系统在运动过程中因内部摩擦、阻尼等因素造成的能量损耗,起到阻碍隔振装置运动的作用; F_2 是系统回复力,由第三章分析结果可知,其与相对位移的三次方成正比,这是系统非线性的关键来源,意味着系统在不同位移下回复力的变化并非线性关系。 $m_1\omega^2 Z \cos(\omega t)$ 为外界施加的谐波激励, ω 是激励频率, Z 是激励幅值,激励会持续向系统输入能量,影响系统的振动状态。

为了深入地分析机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为,引入状态变量,构建机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学模型。定义 $x_1=y$ 表示位移,它描述了被隔振物体相对于基座的位置变化。 $x_2 = \frac{dy}{dt}$ 用于描述物体运动的快慢和方向。基于这些状态变量,可将隔振装置动力学模型转化为状态空间方程。根据

导数的定义和物理意义,位移 x_1 对时间的导数 $\frac{dx_1}{dt}$ 即为速度 x_2 , 所以有 $\frac{dx_1}{dt} = x_2$ 。

根据方程 (3-29), 状态变量 x_2 的导数可表示为:

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{m_1}(-c_3 x_2 - K_3 L_2 A_3 x_1^3 + m_1 \omega^2 Z \cos(\omega t)) \quad (8-1)$$

由此, 我们得到了机器人磨抛准零刚度隔振装置的状态空间方程模型为:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{m_1}(-c_3 x_2 - K_3 L_2 A_3 x_1^3 + m_1 \omega^2 Z \cos(\omega t)) \end{cases} \quad (8-2)$$

该状态空间方程模型描述了隔振装置的动力学特性, 为后续借助现代控制理论与数值计算方法展开分析及探究提供便利。

平衡点是机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学分析中的重要概念, 它反映了机器人磨抛准零刚度隔振装置在特定条件下的稳定状态。对于机器人磨抛准零刚度隔振装置, 分析其平衡点有助于了解机器人磨抛准零刚度隔振装置的稳定性和潜在的动态行为。在状态空间方程模型中, 机器人磨抛准零刚度隔振装置的平衡点是指满足 $\frac{dx_1}{dt} = 0$ 且 $\frac{dx_2}{dt} = 0$ 的点, 由 $\frac{dx_1}{dt} = x_2 = 0$ 可知, 在平衡点处速度为零。将 $x_2 = 0$ 代入式 (4-1) 中, 可得:

$$0 = -K_3 L_2 A_3 x_1^3 + m_1 \omega^2 Z \cos(\omega t) \quad (8-3)$$

在不考虑外部激励的影响下, 式 (4-3) 可简化为:

$$K_3 L_2 A_3 x_1^3 = 0 \quad (8-4)$$

此时 $x_1=0$ 是一个平衡点。然而, 当存在外界激励时, 平衡点的位置会受到激励参数 (如 Ω 、 Z) 以及机器人磨抛准零刚度隔振装置自身参数 (如 K_3 、 L_2 、 A_3) 的共同影响。

从构建的机器人磨抛准零刚度隔振装置状态空间方程可以看出, 方程中包含相对位移的三次项 $A_3 y^3$, 这是机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性的主要来源。这种非线性导致机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为与线性系统显著不同。在自由振动情况下, 由于三次非线性项的作用, 机器人磨抛准零刚度隔振装

置的振动频率并非一成不变,而是与振幅紧密相连,呈现出硬弹簧或软弹簧特性。在振幅处于较小状态时,机器人磨抛准零刚度隔振装置表现出近似线性的特征。然而,伴随振幅不断增大,非线性效应开始逐步凸显,此时振动频率会随之改变,进而有可能引发分岔以及混沌等一系列复杂的动力学现象。

另一方面,激励频率与机器人磨抛准零刚度隔振装置固有频率的比值,对机器人磨抛准零刚度隔振装置响应有着极为明显的影响。只要激励频率接近机器人磨抛准零刚度隔振装置固有频率,就很可能引发共振现象。但由于非线性的存在,共振峰值和共振带宽与线性系统不同。此外,机器人磨抛准零刚度隔振装置还可能出现多频响应、组合频率响应等复杂响应情况,增加了隔振装置动力学行为的复杂性和不确定性。

4.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性动力学行为分析

由上对机器人磨抛准零刚度隔振装置构建的状态空间方程,发现由于非线性存在,隔振装置响应可能出现分岔或者混沌等复杂动力学现象。本节通过数值仿真的方法研究了机器人磨抛在不同频率和振幅的情况下非线性动力学行为,机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应可能处在混沌运动、单周期运动与多周期运动状态之间的任一状态,而状态间的变换则是一个复杂的过程。为深入剖析机器人磨抛准零刚度隔振装置运动状态,本节借助相图、庞加莱截面图等各类局部分析图,针对相关参数变化引发机器人磨抛准零刚度隔振装置状态转变的过程展开逐一探究。

4.2.1 激励频率影响分析

机器人磨抛准零刚度隔振装置的适用范围与其固有频率息息相关,若激励频率与其固有频率较为靠近,极有可能诱发共振现象^[63],且因机器人磨抛准零刚度隔振装置非线性,共振频率不固定,可能出现多个共振峰。同时,不同激励频率会改变振动响应的频率成分,产生谐波和组合频率成分。此外,激励频率还左右机器人磨抛准零刚度隔振装置稳定性,特定范围会使机器人磨抛准零刚度隔振装置响应由稳定转为不稳定。当外部激励幅值一定时,通过四阶龙格-库塔法对式

(4-2)进行数值求解计算,得到不同激励频率对机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的混沌图如图 4-1 所示。

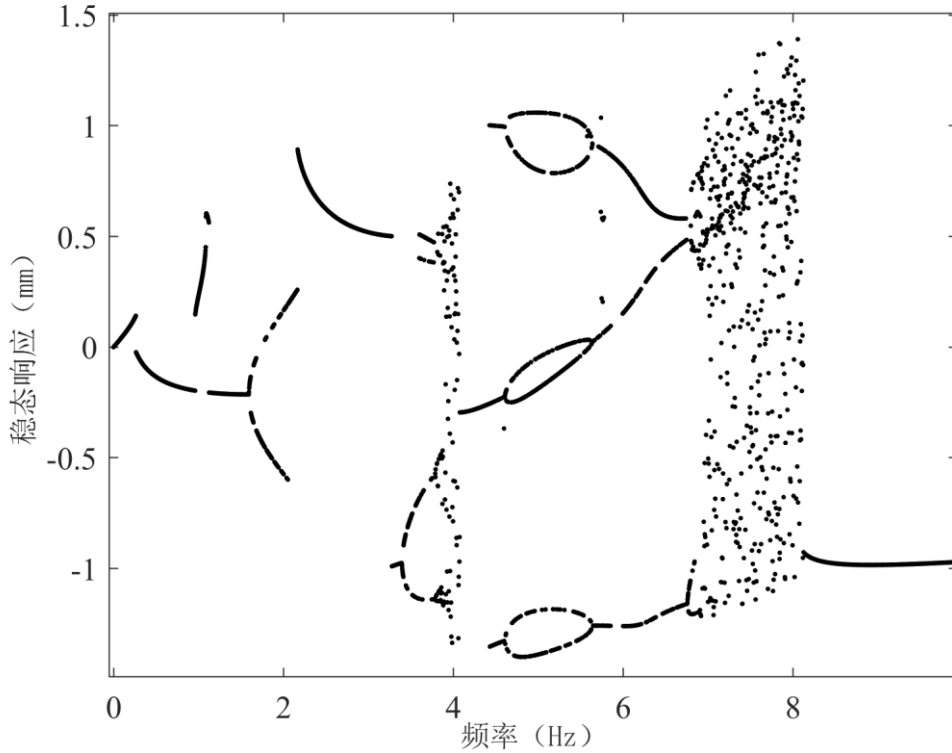


图 4-1 激励频率影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的混沌分岔图

由图 4-1 可知,机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为随激励频率 ω 变化呈现出丰富的非线性特征。当机器人磨抛准零刚度隔振装置激励频率在 $\omega \in [0, 1.58]$ 范围内时,机器人磨抛准零刚度隔振装置表现出稳定的单周期运动特性。这表明在这一频率区间内,隔振装置动平台响应具有良好的规律性和周期性。取激励频率为 1.4,通过数值仿真计算可得磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的时间历程曲线、相图、庞加莱截面图以频谱图如图 4-2 所示,可看出此时磨抛准零刚度隔振装置动平台响应具有典型的单周期特性,这也验证了图 4-1 分析结果的正确性。当机器人磨抛准零刚度隔振装置激励频率在 $\omega \in [1.58, 2.2]$ 区间时,机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应经历了周期倍增分岔过程,进而转变为双周期运动状态。这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为逐渐复杂化,其响应的周期性发生了显著的倍增变化,如图 4-3 所示。当激励频率达到 $\omega \in [2.2, 3.4]$ 区间时,机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从双周期运动状态重新转变为单周期运动。这表明随着频率的进一步升高,机器人磨抛准零刚度隔振装置

动力学行为呈现出一种“回归”现象，由复杂性向更简单的周期性运动转变，如图 4-4 所示。

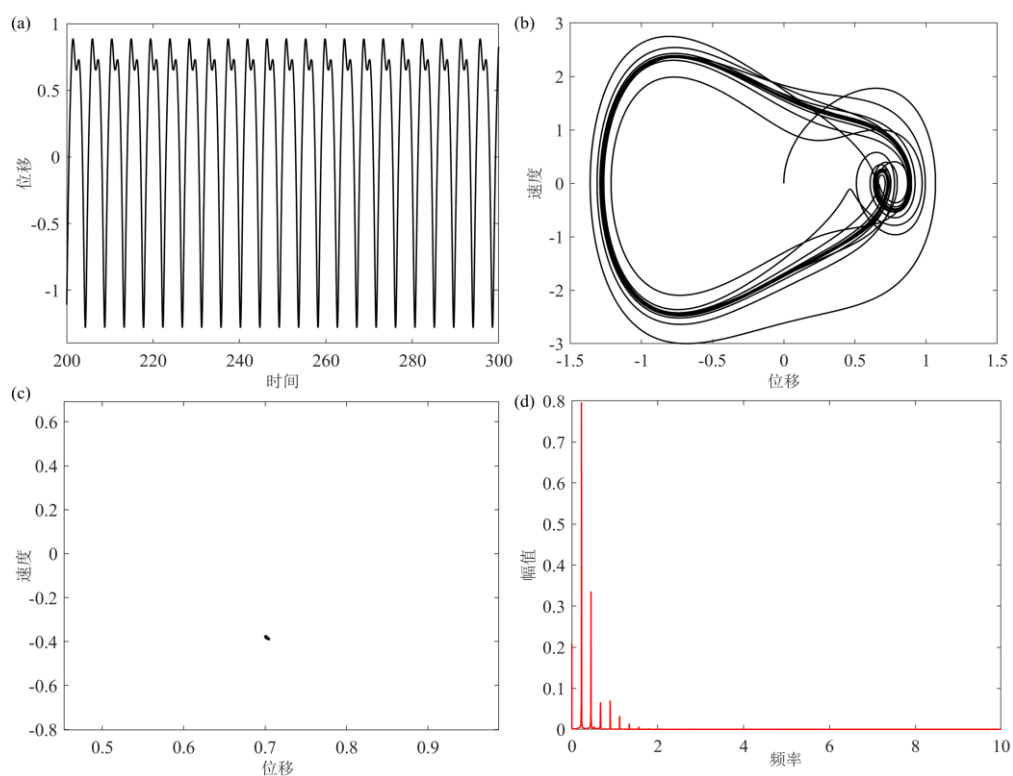


图 4-2 激励频率 $\omega=1.4$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

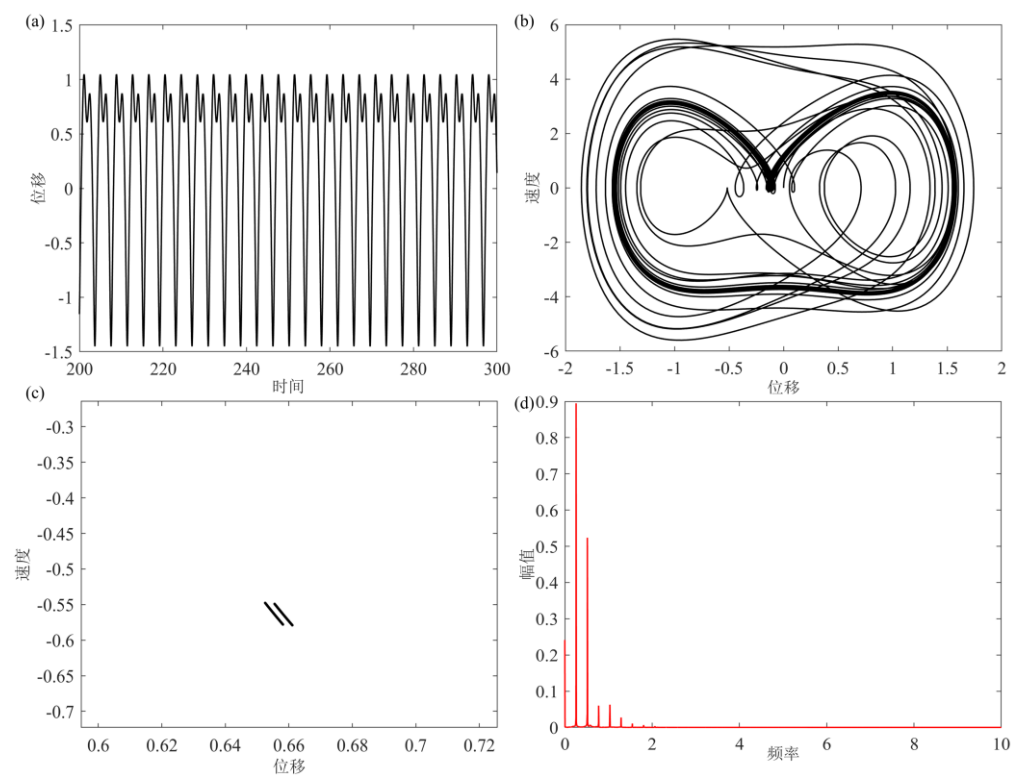


图 4-3 激励频率 $\omega=1.62$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

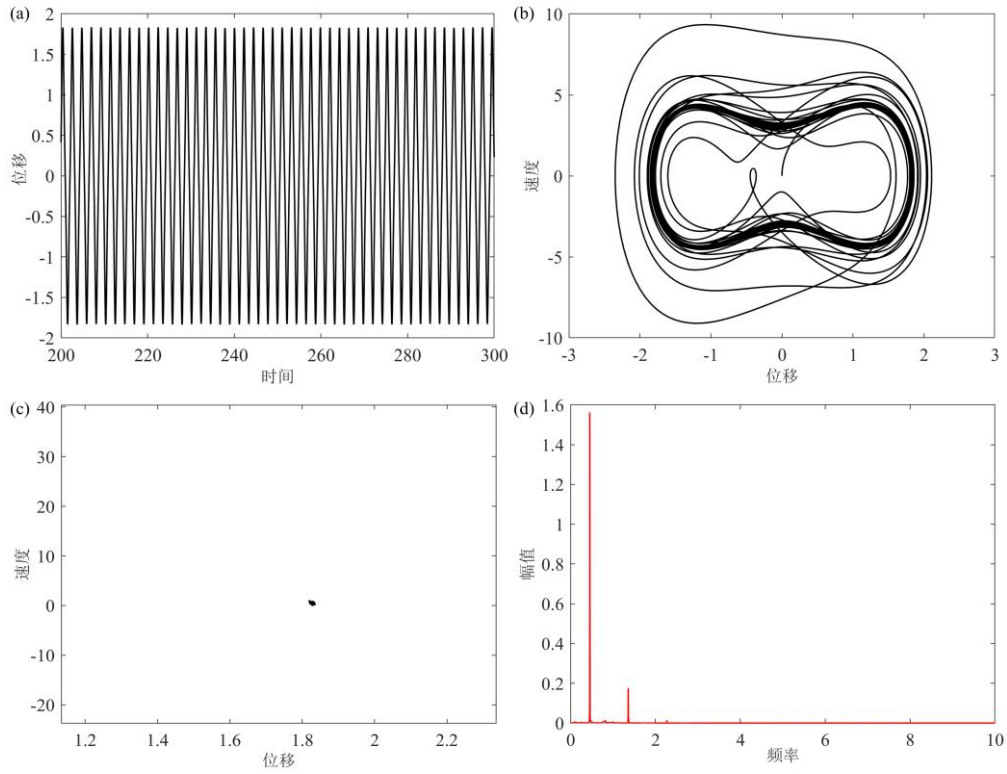


图 4-4 激励频率 $\omega=2.85$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

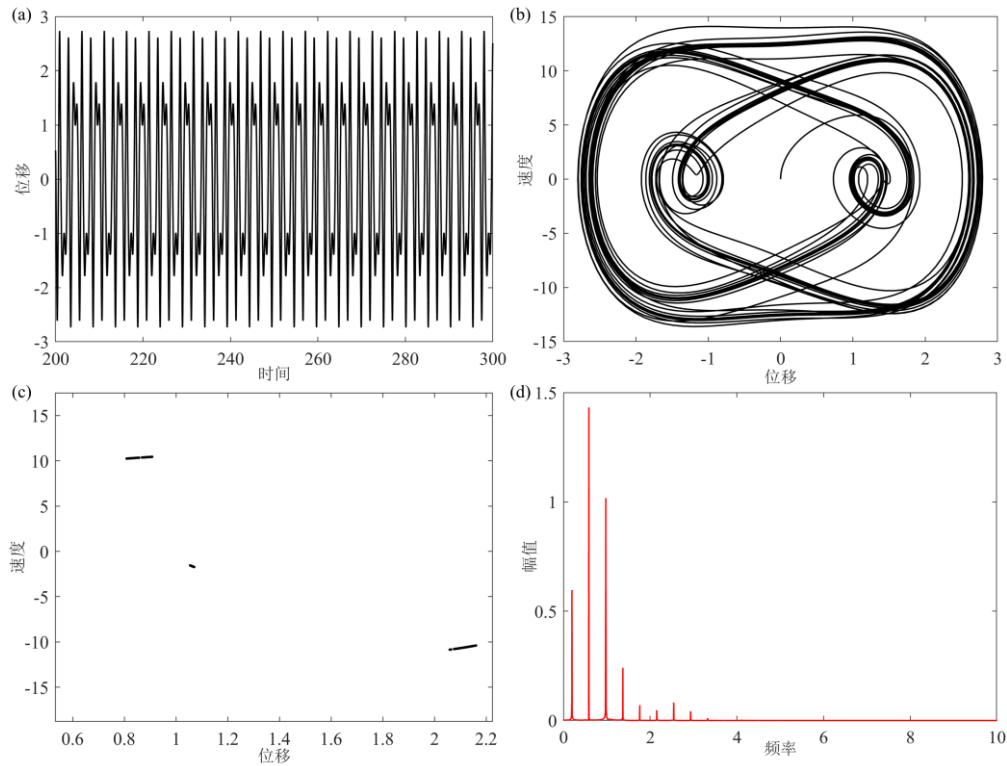


图 4-5 激励频率 $\omega=3.69$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

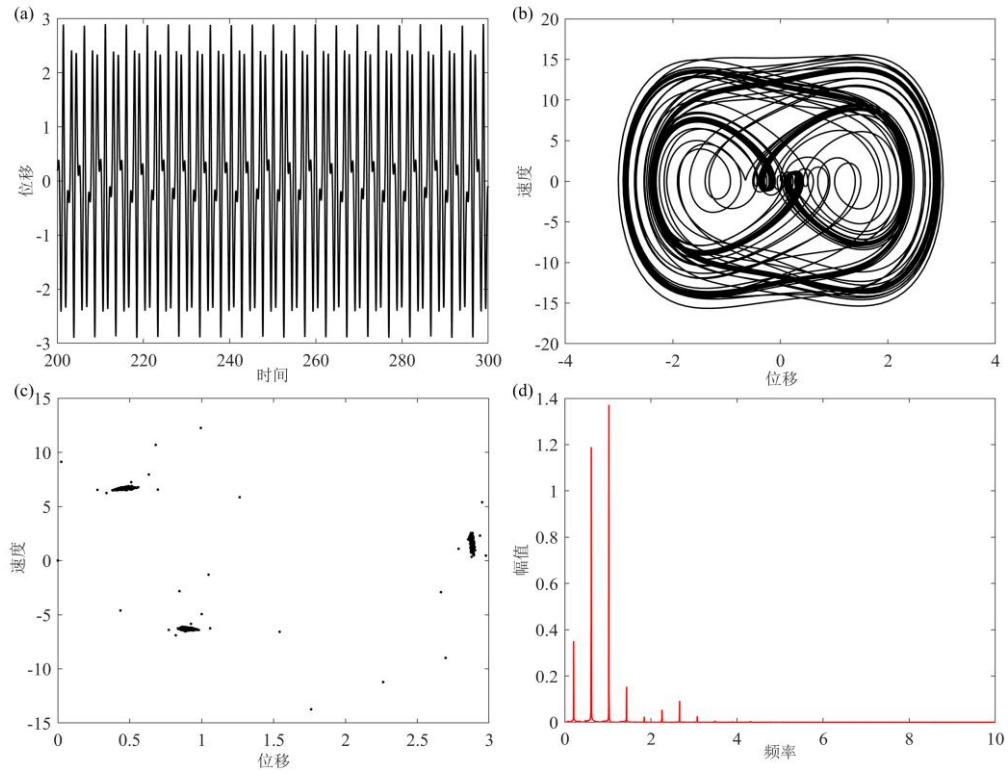


图 4-6 激励频率 $\omega=3.87$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

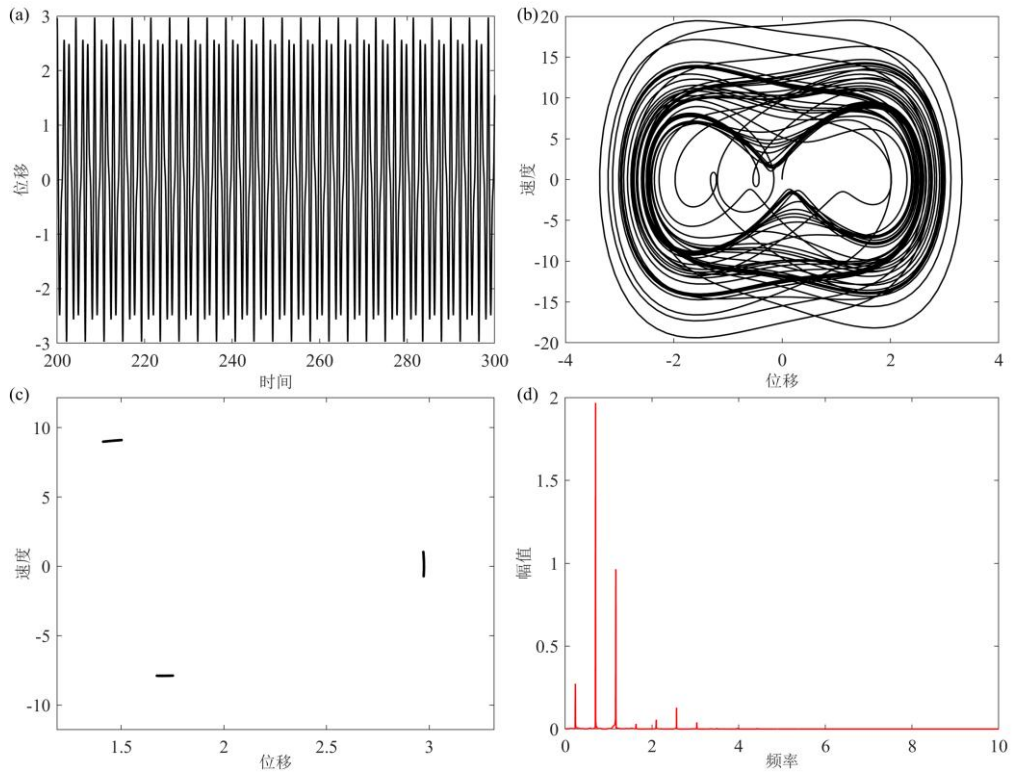


图 4-7 激励频率 $\omega=4.34$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

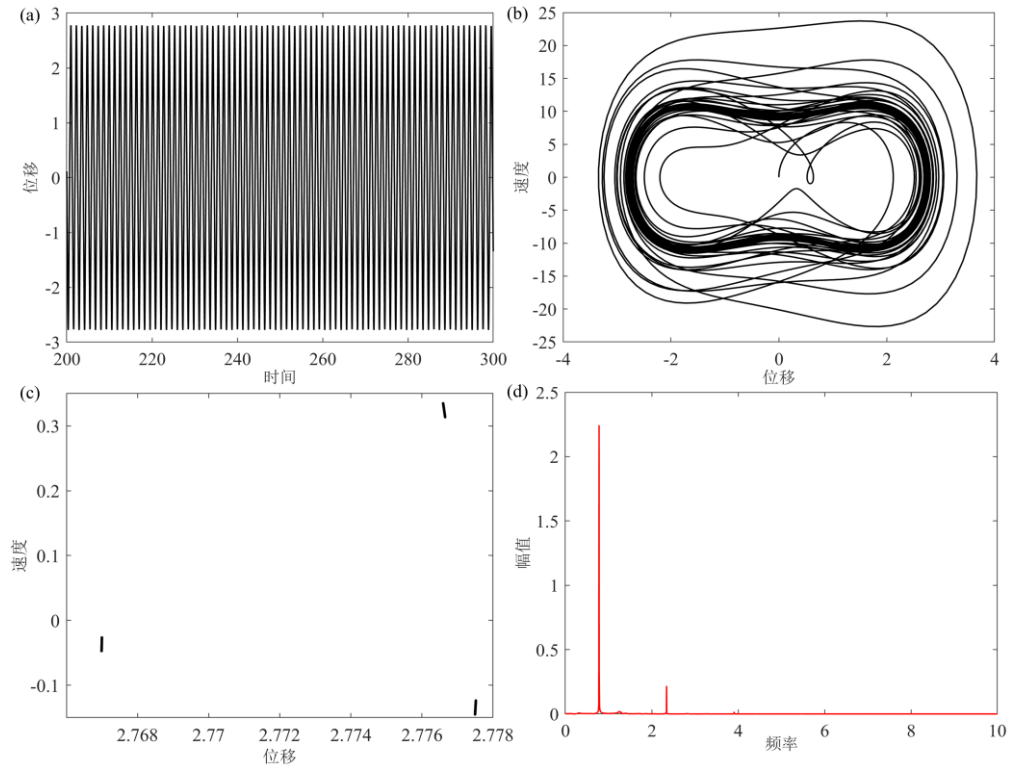


图 4-8 激励频率 $\omega=4.91$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

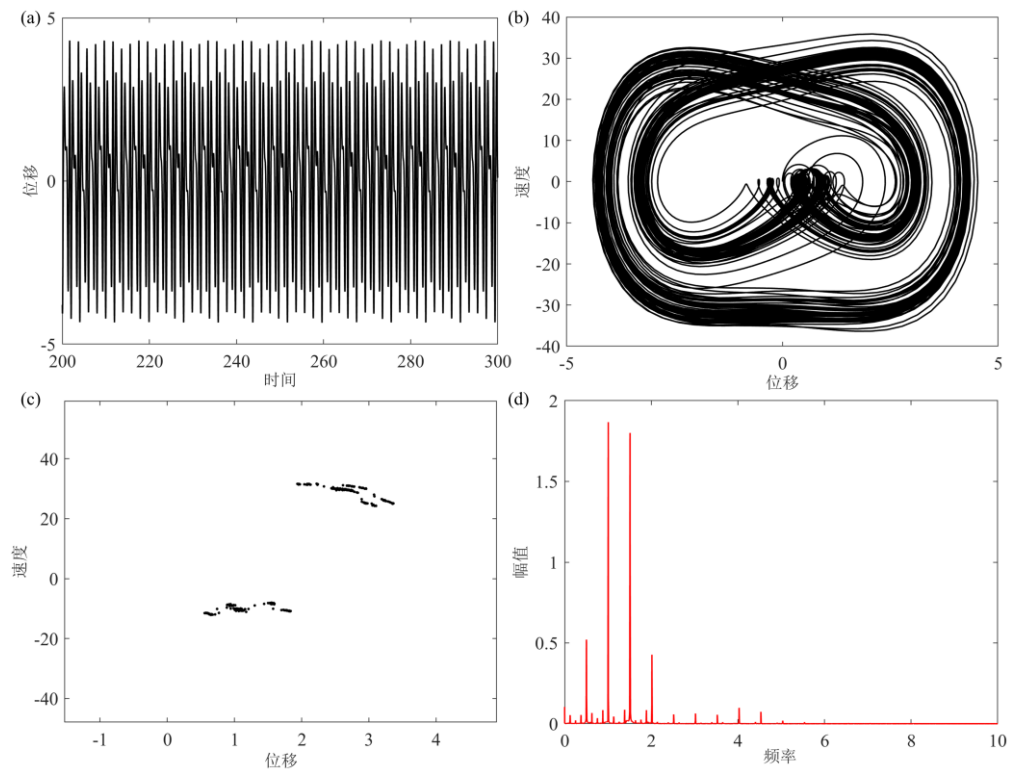


图 4-9 激励频率 $\omega=6.33$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

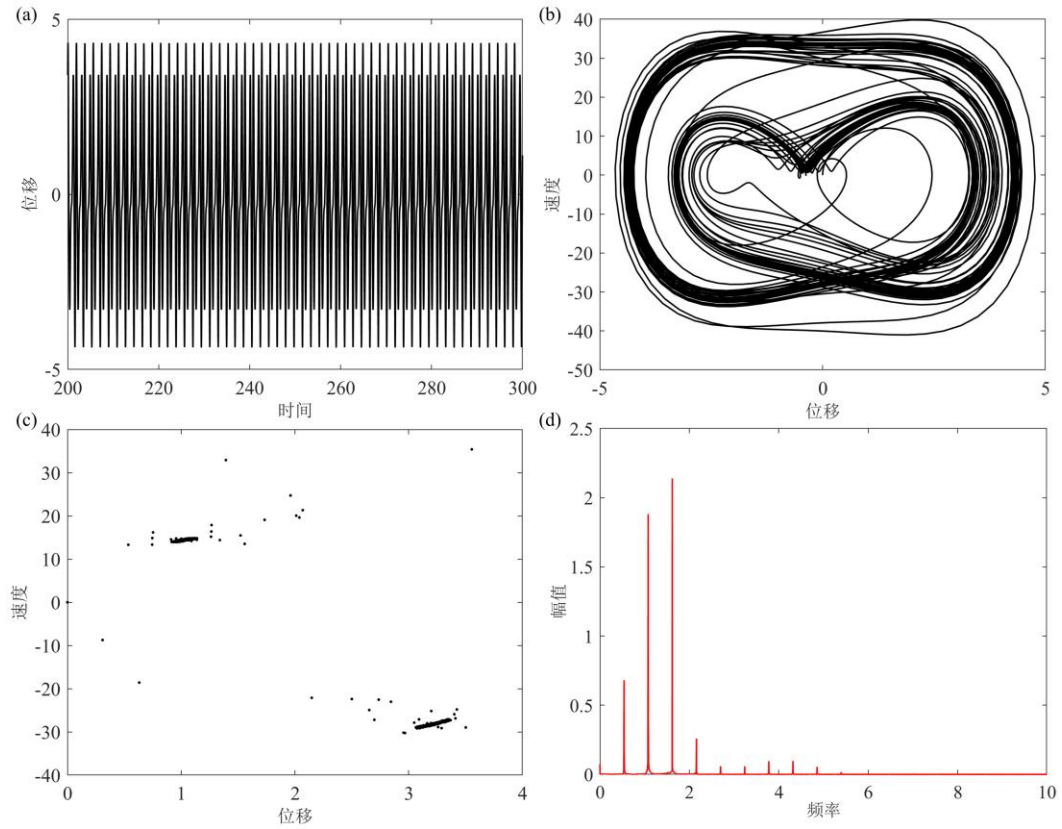


图 4-10 激励频率 $\omega=6.78$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

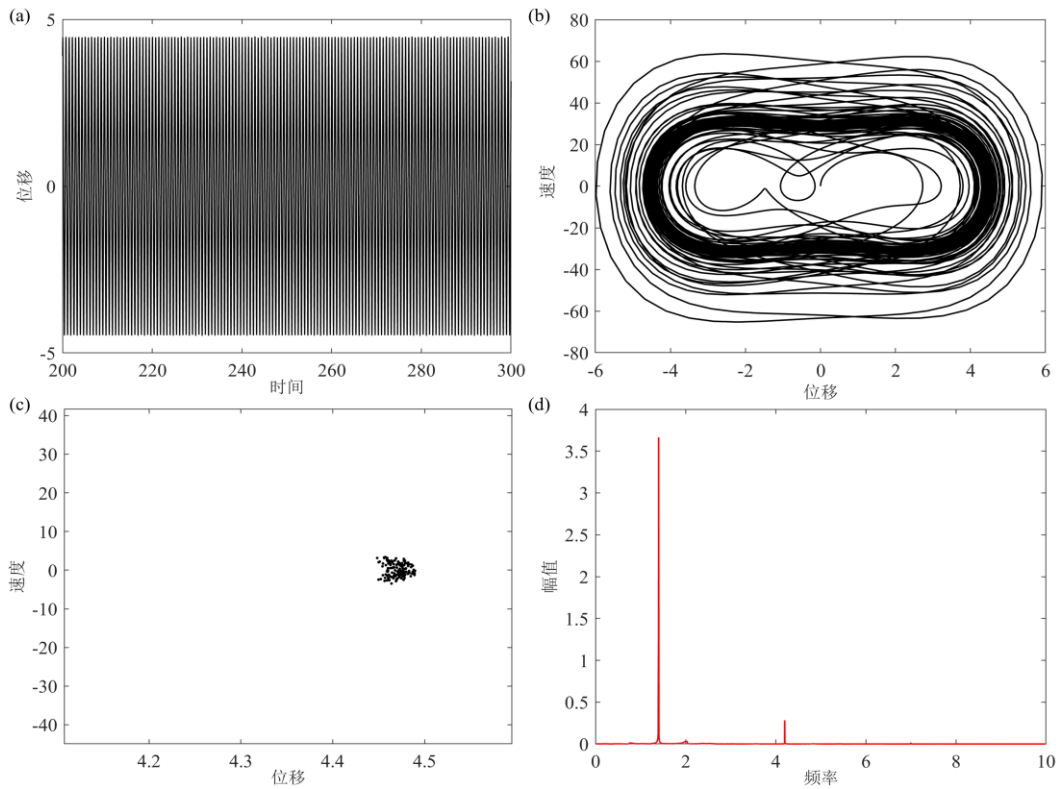


图 4-11 激励频率 $\omega=8.79$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

当激励频率在 $\omega \in [3.4, 3.8]$ 区间时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置从单周期运动转变为四周期运动。这一变化反映了机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学复杂性的进一步增强, 揭示了机器人磨抛准零刚度隔振装置在频率变化下的复杂分岔特性, 如图 4-5 所示。当激励频率在 $\omega \in [3.8, 4.07]$ 区间时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从单周期运动转变为混沌运动。这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置进入了混沌状态, 其响应不再呈现出简单的周期性规律, 而是变得复杂且难以预测。同时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置对初始条件表现出高度敏感性, 微小的初始差异可能会导致后续响应的巨大差异, 如图 4-6 所示。当激励频率在 $\omega \in [4.07, 4.61]$ 区间时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从混沌运动转变为三周期运动。这表明在经历混沌状态后, 机器人磨抛准零刚度隔振装置再次出现了新的周期性窗口, 其动力学行为呈现出阶段性的规律性特征, 如图 4-7 所示。当激励频率在 $\omega \in [4.61, 5.64]$ 区间时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从三周期运动演变为六周期运动, 说明随着频率的上升, 机器人磨抛准零刚度隔振装置的周期性响应变得更加复杂, 其周期长度再次加倍, 如图 4-8 所示。当激励频率在 $\omega \in [5.64, 6.73]$ 范围时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从六周期运动重新回到三周期运动, 反映出在该频率区间内, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学特性再次发生变化, 其复杂性有所减弱, 如图 4-9 所示。当激励频率在 $\omega \in [6.73, 8.14]$ 范围时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应从三周期运动又转变为混沌运动, 表明随着频率的进一步增加, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应再次进入混沌状态, 如图 4-10 所示。当隔振装置激励频率在 $\omega \in [8.14, 10]$ 区间时, 隔振装置从混沌运动重新回到单周期运动, 表明在较高频率下, 隔振装置的动力学行为又变得简单和规律起来, 如图 4-11 所示。该混沌分岔图揭示了机器人磨抛准零刚度隔振装置在不同频率下的多样化动力学行为。它从简单的稳态响应逐步过渡到分岔和混沌状态, 同时在某些频率区间还出现了周期运动的窗口, 这充分体现了机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的复杂性和丰富性。

通过对不同频率下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应分岔图的深入剖析可知, 在特定参数条件下, 受频率 ω 作用, 此混沌分岔图呈现出机器人磨抛

准零刚度隔振装置于各异频率时的多元动力学表现。它由单纯的稳态响应逐渐转变为分岔与混沌情形，且在特定频率区间内，还出现了周期运动的阶段，这体现了机器人磨抛准零刚度隔振装置具备复杂性。这些动力学行为会降低机器人末端与工件间运动的稳定性，进而导致机器人磨抛精度下降。通过对庞加莱截面图的分析可以发现，隔振装置动平台响应在经历周期运动后，经过一定演变会趋向于混沌状态，其主要通过倍化、逆倍化以及突变等路径实现。此外，不同的参数区域对机器人磨抛准零刚度隔振装置的影响存在显著差异。在实际生产中，应尽可能防止机器人磨抛准零刚度隔振装置陷入混沌状态，确保隔振装置稳定运行。同时，根据不同频率下机器人磨抛准零刚度隔振装置运动状态，合理规划磨抛路径和速度，如在多倍周期运动区间适当降低磨抛速度，以降低振动对加工质量的干扰，从而提升磨抛的效率与质量。

4.2.2 位移激励幅值影响分析

对于所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置而言，位移激励也是影响隔振装置动力学行为的关键因素之一。位移激励幅值不仅直接决定了机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动幅值，而且在非线性条件下，二者呈现出复杂的非线性关系。随着激励幅值的增大，机器人磨抛准零刚度隔振装置回复力显著增强，导致振动幅值的增长趋势逐渐减缓甚至达到饱和状态。当激励幅值超过一定阈值时，可能导致隔振效果显著降低，这一现象在工程应用中需要特别关注。为深入研究位移激励的影响规律，本研究在固定激励频率的条件下，通过改变外部激励幅值，得到了机器人磨抛准零刚度隔振装置的混沌图（如图 4-12 所示）。该混沌图清晰地展示了机器人磨抛准零刚度隔振装置在不同激励幅值下的动力学行为演变过程，为理解机器人磨抛准零刚度隔振装置的非线性特性提供了重要依据。通过分析该混沌图，可以更好地把握激励幅值对机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学行为的影响机制，为优化隔振装置性能提供理论指导。

由图 4-12 可知，机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为随激励幅值 Z 变化呈现出丰富的非线性特征。

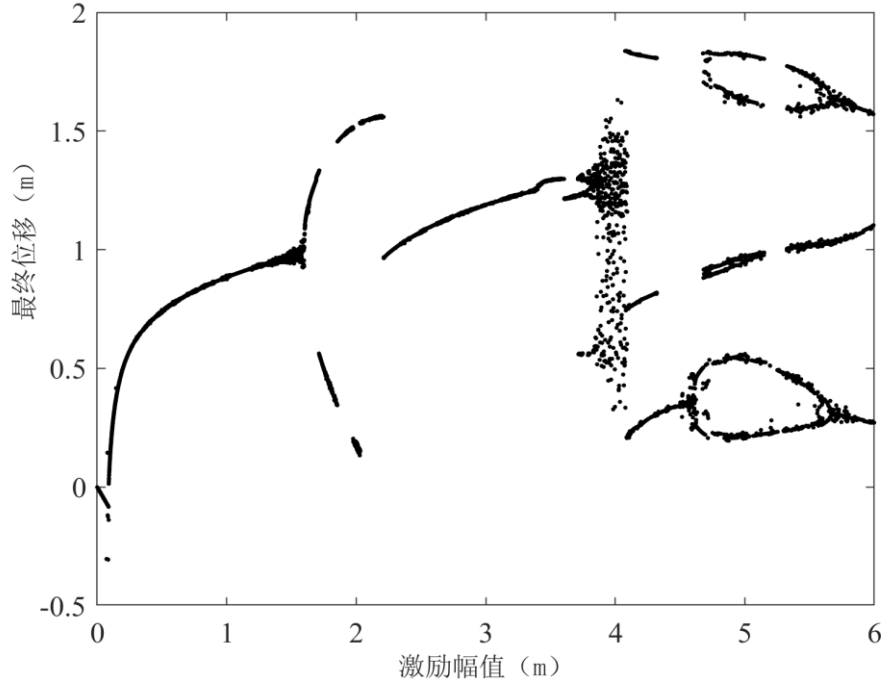


图 4-12 激励幅值影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的混沌分岔

当激励幅值 Z 处于 $[0, 1.55]$ 区间内，机器人磨抛准零刚度隔振装置展现出稳定的单周期运动特性。这意味着在此幅值范围内，机器人磨抛准零刚度隔振装置对于外界激励的响应具有良好的规律性与周期性，隔振装置能较为稳定地发挥作用，可有效保障机器人磨抛作业的精度和稳定性，如图 4-13 所示；当激励幅值 Z 处于 $[1.55, 2.22]$ 区间内，机器人磨抛准零刚度隔振装置出现周期倍增分岔，转变为双周期运动状态，如图 4-14 所示。此时，机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为开始变得复杂，其振动响应的周期性出现显著变化，隔振装置需要应对更为复杂的振动情况，这可能会对机器人末端执行器与工件之间的相对运动精度产生一定影响；当激励幅值 Z 处于 $[2.22, 3.7]$ 区间内，机器人磨抛准零刚度隔振装置从双周期运动重新变为单周期运动，如图 4-15 所示。这说明随着激励幅值的进一步增大，机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学特性出现了反向变化，重新回归到相对简单的周期性运动状态，使得机器人磨抛准零刚度隔振装置的运动可预测性有所提升；当激励幅值 Z 处于 $[3.7, 4.1]$ 区间内，机器人磨抛准零刚度隔振装置转变为混沌运动状态，如图 4-16 所示。混沌状态下，机器人磨抛准零刚度隔振装置对激励幅值的微小变化极为敏感，其振动响应变得高度不可预测，隔振装置的性能也会受到较大挑战，进而会对机器人磨抛作业的稳定性和精度造

成不利影响。。

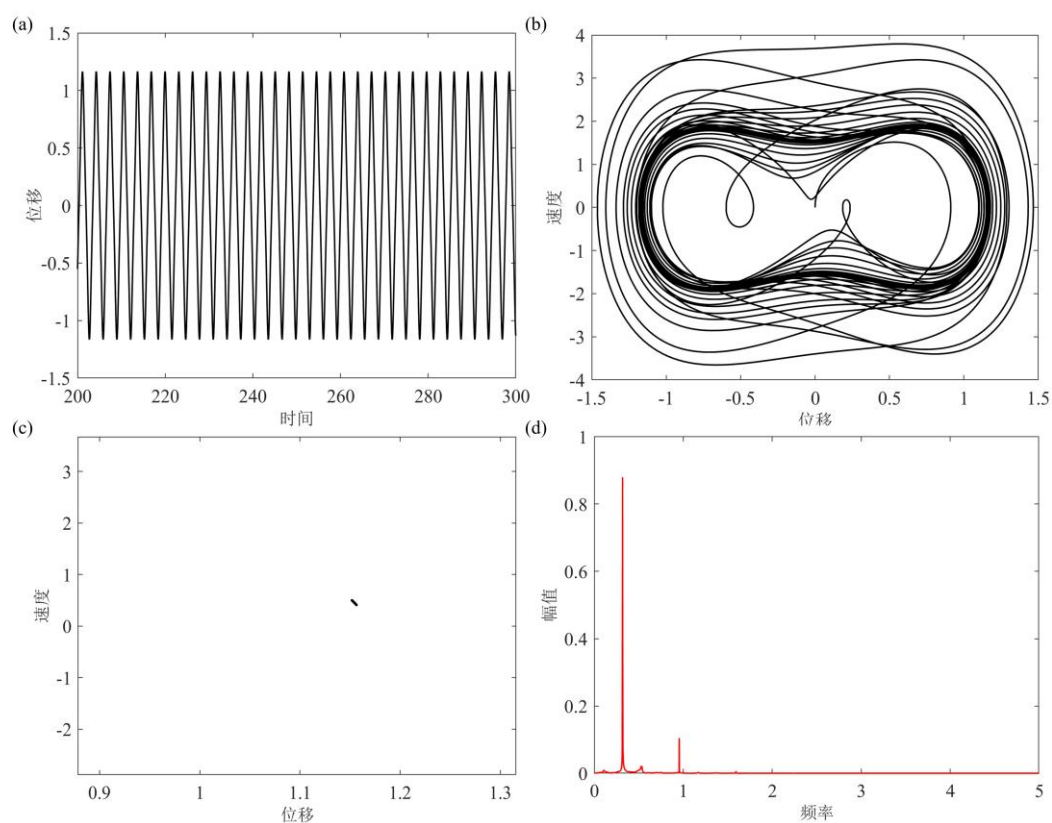


图 4-13 激励幅值 $Z=0.95$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

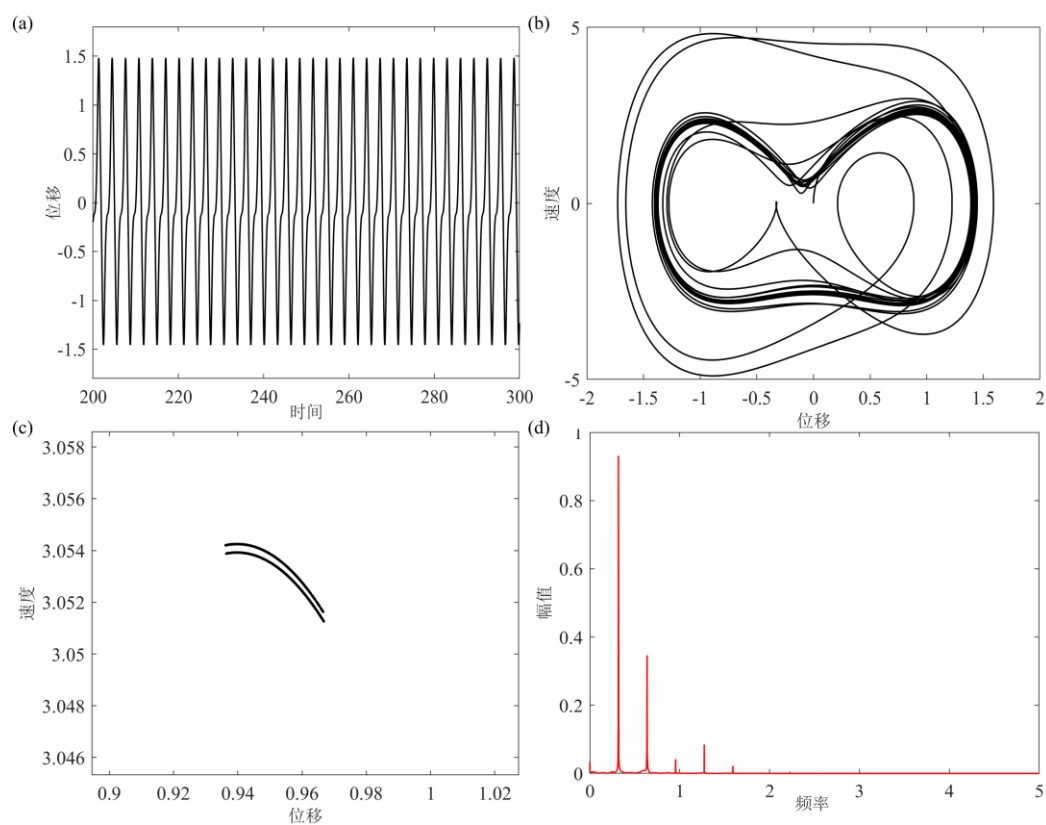


图 4-14 激励幅值 $Z=1.86$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

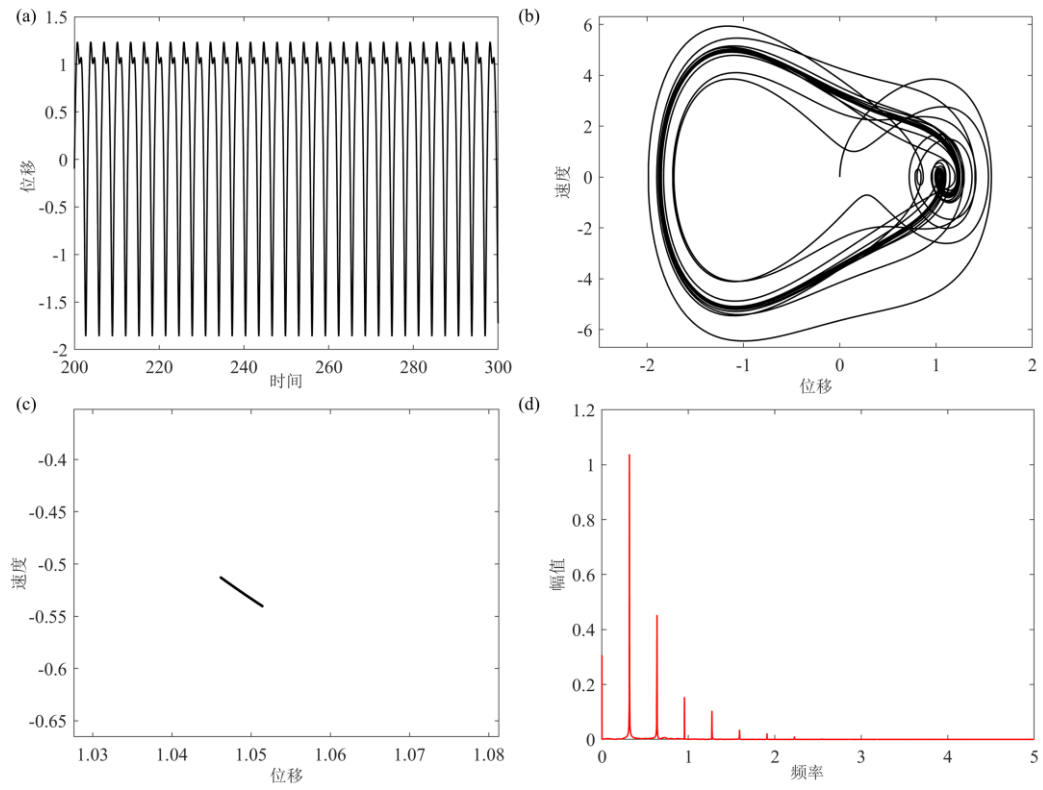


图 4-15 激励幅值 $Z=3.03$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

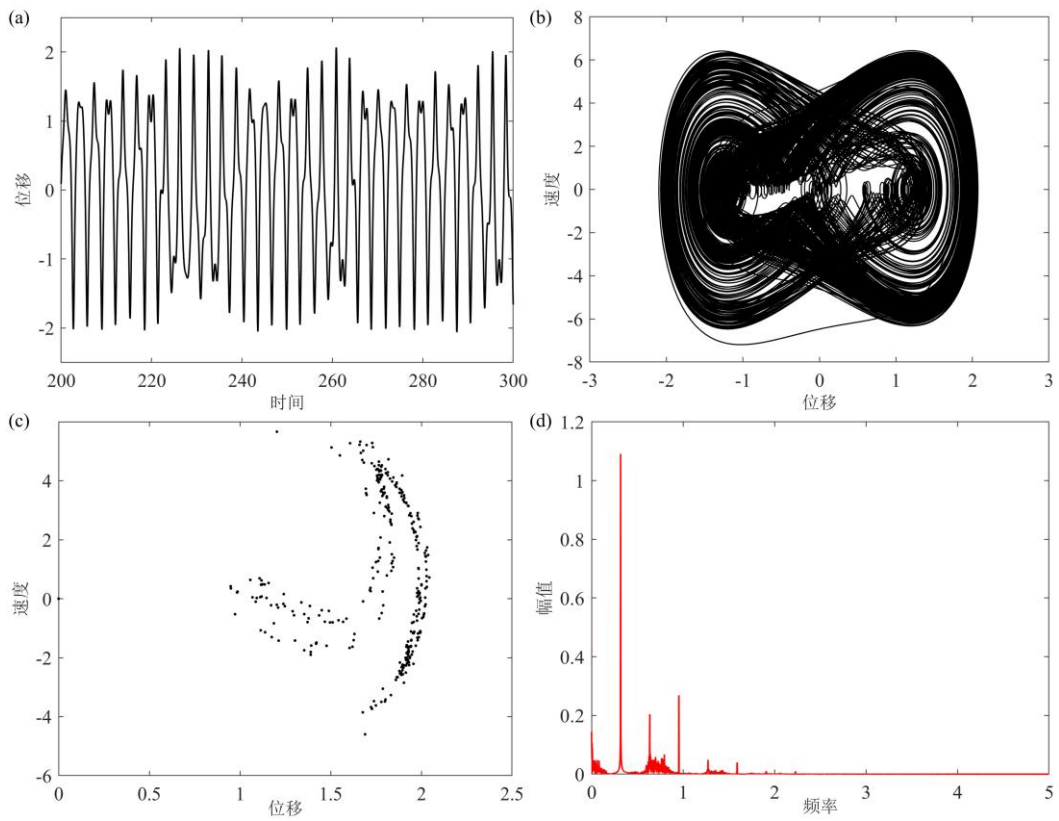


图 4-16 激励幅值 $Z=4$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

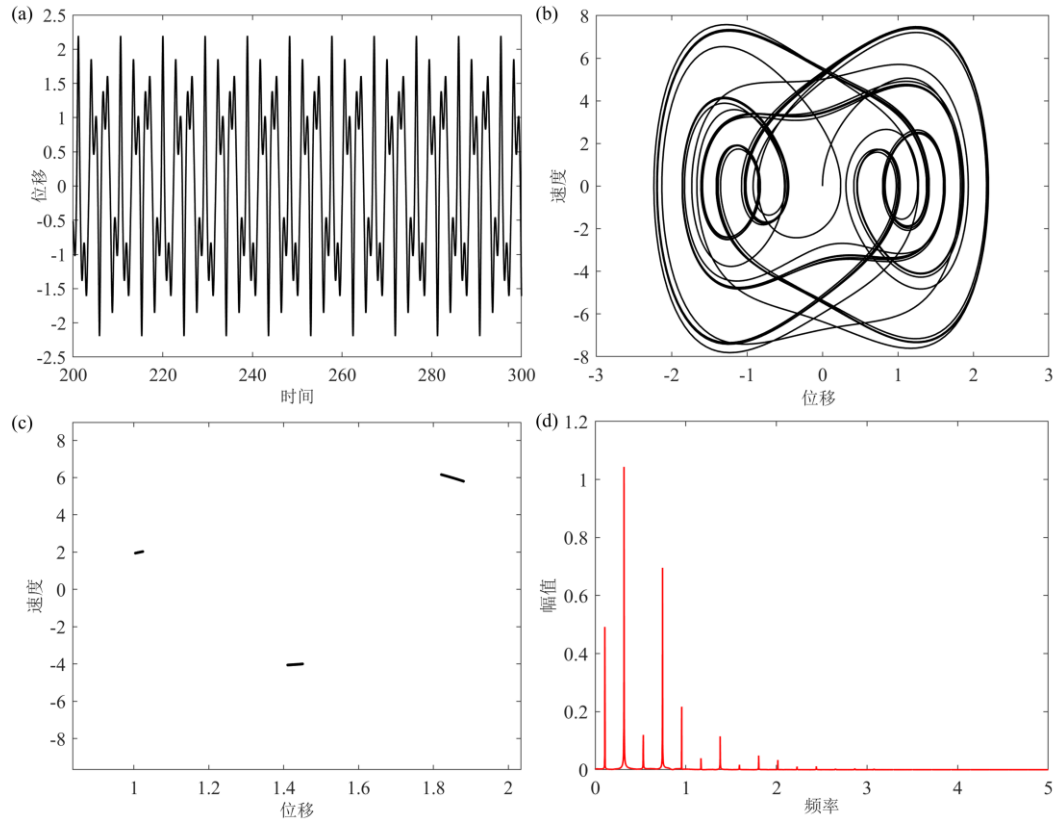


图 4-17 激励幅值 $Z=4.34$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

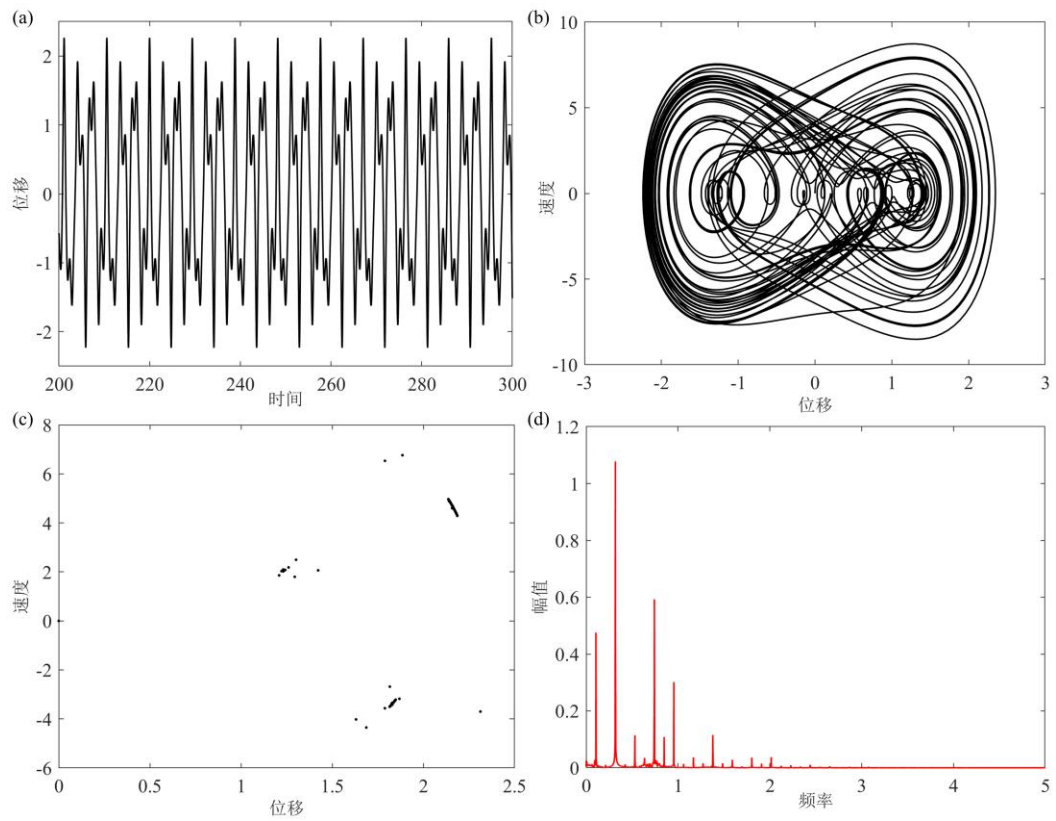


图 4-18 激励幅值 $Z=4.81$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

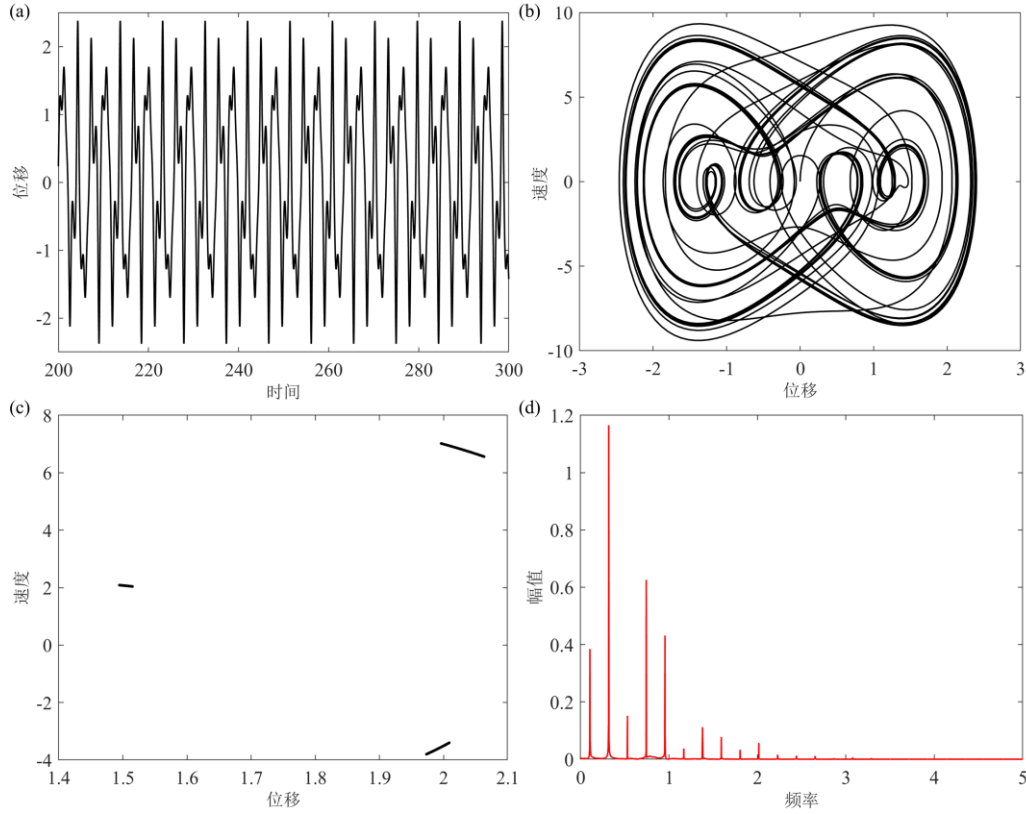


图 4-19 激励幅值 $Z=5.94$: (a) 时间历程图; (b) 相图 (c) 庞加莱截面图 (d) 频谱图

当激励幅值 Z 处于 $[4.1, 4.55]$ 区间时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置进入三周期运动状态, 如图 4-17 所示, 这表明在经历混沌状态后, 机器人磨抛准零刚度隔振装置出现了新的周期性窗口。在该幅值范围内, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学行为展现出一定规律性, 不过相比单周期运动, 其复杂程度有所提升; 当激励幅值 Z 处于 $[4.55, 5.68]$ 区间内, 如图 4-18 所示。这说明机器人磨抛准零刚度隔振装置在经历混沌状态之后, 重新出现了周期性运动的区间, 机器人磨抛准零刚度隔振装置的周期性响应变得更为复杂, 隔振装置需适配更多样的振动模式, 这无疑对维持机器人磨抛的一致性与精度提出了更严苛要求。当基座上施加谐波位移激励信号的幅值 Z 处于 $[5.68, 6]$ 区间内, 如图 4-19 所示。机器人磨抛准零刚度隔振装置又从六倍周期运动回归到三倍周期运动, 这体现了机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学特性在该幅值范围内的又一次转变, 其运动的复杂程度有所降低, 但仍然需要关注其对机器人磨抛作业性能的潜在影响。

通过深入分析不同位移激励幅值下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应的分岔图, 可以揭示机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学行为的演变规律。激

励幅值 Z 较小时, 机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台响应具有明显的规律性, 最终位移随激励幅值 Z 值的增加呈单调递增趋势, 且变化曲线平滑连续, 这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置处于稳定的周期运动状态, 其响应与激励参数关联紧密。随着激励幅值 Z 值的增大, 机器人磨抛准零刚度隔振装置经历分岔过程, 单一稳态解分裂为多个解支, 标志着机器人磨抛准零刚度隔振装置从简单运动模式向复杂非线性行为的转变。值得注意的是, 在分岔点附近区域, 机器人磨抛准零刚度隔振装置表现出对参数变化的极端敏感性, 微小的激励幅值 Z 值扰动可能导致机器人磨抛准零刚度隔振装置状态发生显著改变, 这种特性表明机器人磨抛准零刚度隔振装置动力学行为的复杂性。

当激励幅值 Z 值继续增大至临界值 (如激励幅值 $Z \approx 4$) 后, 机器人磨抛准零刚度隔振装置进入典型的混沌运动区域。此时分岔图中出现大量无规则分布的散点, 机器人磨抛准零刚度隔振装置状态对初始条件和参数变化表现出高度敏感性, 长期预测变得极为困难。即便处于混沌区域, 机器人磨抛准零刚度隔振装置依然表现出复杂多样的动力学特征: 在激励幅值 $Z \approx 5$ 附近可观察到明显的周期窗口, 表现为规则的封闭曲线结构, 这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置在该参数区间内重新进入稳定的周期运动状态。这种混沌与周期运动交替的现象, 充分体现了非线性机器人磨抛准零刚度隔振装置中有序与无序并存的本质。

总体而言, 该机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为随着激励幅值 Z 的变化, 展现出典型的非线性特性。从初始的稳定周期运动, 经过分岔过程进入复杂运动状态, 最终演化为混沌运动, 其间穿插着周期窗口。这种复杂的动力学行为充分体现了机器人磨抛准零刚度隔振装置对参数变化的敏感性以及运动模式的多样性, 为深入研究机器人磨抛准零刚度隔振装置特性提供了重要的理论依据。

4.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置隔振性能分析

根据 4.2 中不同激励频率及不同位移激励幅值对机器人磨抛隔振装置动力学行为的分析结果可知, 机器人磨抛准零刚度隔振装置的动力学行为随激励频率 ω 和激励幅值 Z 变化呈现出丰富的非线性特征, 本节进一步通过研究不同力激励与位移激励影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置的传递率变化规律, 分析隔振装

置的隔振性能。

4.3.1 等效线性系统传递率分析

为了衡量机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动抑制效果，通常以传递率作为核心评价指标，具体包括力传递率和位移传递率。力传递率是指通过隔振装置传递到底座的力幅值与外部激励力幅值之比；位移传递率则进一步细分为绝对位移传递率和相对位移传递率^[64]。通过分析这些指标，可以全面衡量隔振装置的性能。

为了验证所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动传递抑制性能，对其等效线性系统的传递率进行了对比分析。线性系统主要是由其线性弹簧产生回复力减少振动从振源传递到基座，从而实现振动隔离的目的。如图 4-20 展示等效线性系统的位移传递过程，其中 m_2 表示动平台受负载的质量， k 为线性弹簧的刚度， c_4 表示线性系统的阻尼， e 为线性系统的位移激励， d 为传递到动平台受负载处的位移响应。

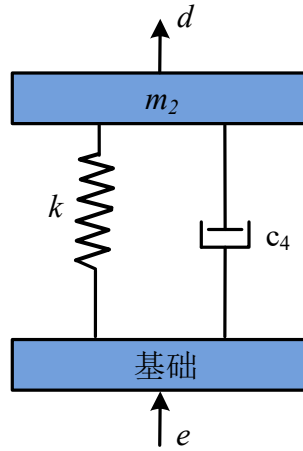


图 4-20 等效线性系统位移传递示意图

依据机械振动等理论^[65]，位移激励下等效线性系统的位移传递率表达式为：

$$T_d = \sqrt{\frac{1 + (2\xi_d \Omega_d)^2}{(1 - \Omega_d)^2 + (2\xi_d \Omega_d)^2}} \quad (8-5)$$

其中， Ω_d 为等效线性系统位移激励频率与等效线性系统固有频率的比值， ξ_d 为等效线性系统的阻尼比。

4.3.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率分析

在前文对系统幅频特性的研究基础上,推导并分析了力激励条件下机器人磨抛准零刚度隔振装置的力传递率公式。经机器人磨抛准零刚度隔振装置传递至底座的无量纲力记为 $\bar{f}_m$, 其中主要包括无量纲弹性力 $\bar{f}_{me}$ 和无量纲阻尼力 $\bar{f}_{md}$ 。因此,通过机器人磨抛准零刚度隔振装置传递到基础上的无量纲力的表达式为:

$$\bar{f}_m = \bar{f}_{me} + \bar{f}_{md} \quad (8-6)$$

将机器人磨抛准零刚度隔振装置在力激励下的响应代入式 (3-19) 得到:

$$\bar{f}_m = -\bar{f}_{me} \sin(\Omega\tau + \varphi_f) + \bar{f}_{md} \cos(\Omega\tau + \varphi_f) \quad (8-7)$$

其中,无量纲弹性力 $\bar{f}_{me}$ 的幅值为 $\bar{f}_{me} = \frac{3}{4} A_3 B_f$, 无量纲阻尼力为 $\bar{f}_{md} = 2\xi\Omega B_f$ 。结合式 (3-20), 得到通过机器人磨抛准零刚度隔振装置传递到底座的无量纲力 $\bar{f}_m$ 的幅值 $\bar{F}_m$ 的表达式为:

$$\bar{F}_m = \sqrt{\bar{f}_{me}^2 + \bar{f}_{md}^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4} A_3 B_f^3\right)^2 + (2\xi B_f \Omega)^2} \quad (8-8)$$

所以机器人磨抛准零刚度隔振装置的力传递率公式可以表示为:

$$T_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{3}{4} A_3 B_f^3\right)^2 + (2\xi B_f \Omega)^2}}{\bar{F}_f} \quad (8-9)$$

由式 (4-9) 可知, 机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率 (T_f) 取决于阻尼比 (ξ)、非线性项 (A_3)、响应幅值 (B_f) 以及力激励频率。所以通过式 (4-9) 可知机器人磨抛准零刚度隔振装置在力激励下的传递率曲线, 通过分别调整力激励幅值和阻尼比, 研究这些参数变化对机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率的影响, 其中力传递率用分贝 (dB) 表示。

通过改变力激励幅值和阻尼比, 分析这些参数变化对机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率的影响如图 4-21 所示。

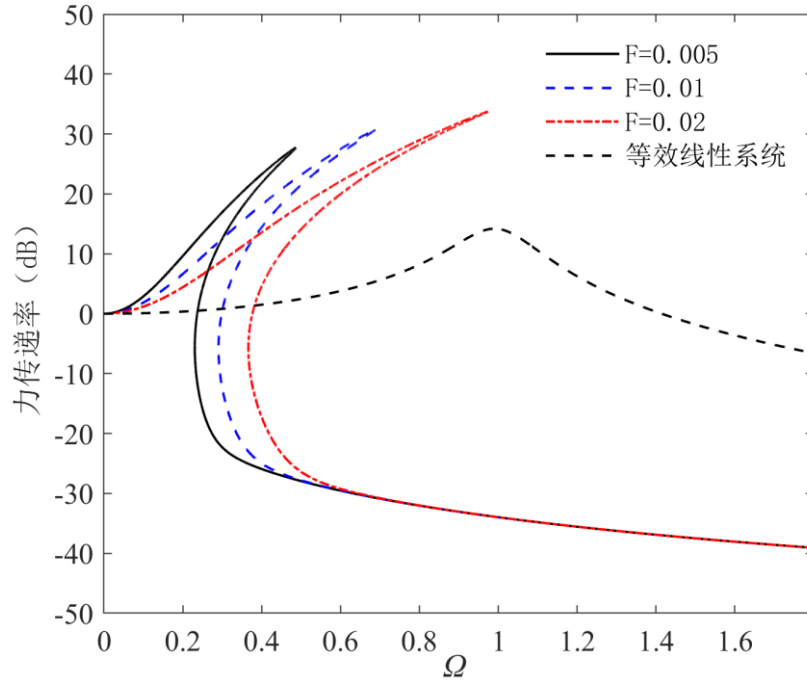


图 4-21 不同力激励幅值下机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率曲线

由图 4-21 可看出当阻尼比一定时，改变力激励幅值时，与等效线性系统相比，所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置具有更低的起始隔振频率比，起始隔振频率远小于隔振装置固有频率，其振动传递抑制效果也更为出色。并且，随着力激励幅值的减小，机器人磨抛准零刚度隔振装置的力传递率曲线向右弯曲的程度逐渐减小，力传递率的峰值以及对应的激励频率都在降低，隔振性能也随之逐步提升。当激励频率从 0Hz 开始逐渐增大时，机器人磨抛准零刚度隔振装置的力传递率会随着激励幅值的增加而上升，并最终达到一个峰值。在此之后，若继续提高激励频率，力传递率曲线会出现突变或跳跃现象。然而，当激励频率进一步增大到某个特定值时，不同激励幅值下的力传递率又会逐渐趋于一致。

根据前文对力传递率的分析表明，在低频隔振区间内，力激励幅值和阻尼比的变化会对机器人磨抛准零刚度隔振装置的隔振性能产生影响。激励幅值增大，外界干扰增强，装置隔离振动效果变差；阻尼比增大虽能抑制振动快速响应，但会加剧能量损耗，不利于高效隔振。所以，实际应用中需避免过大的外部激励力和阻尼比，从而提升机器人磨抛准零刚度隔振装置隔振性能，满足复杂工况下的振动隔离需求。

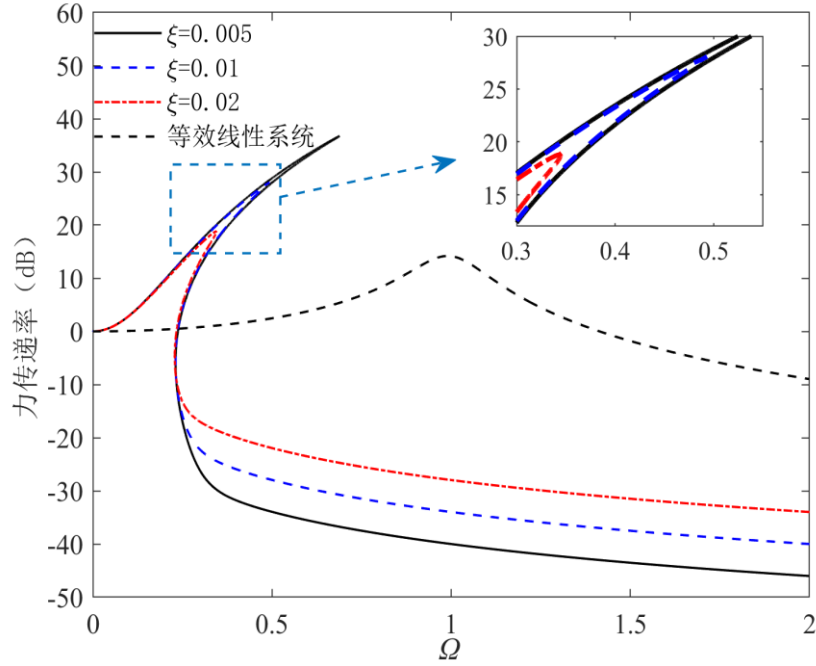


图 4-22 不同阻尼比下机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率曲线

4.3.3 机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率分析

为了验证所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置的隔振效果,对其位移传递率进行了分析。根据式 (3-34), 在不同谐波位移激励下, 可得到两个正值解, 具体如下:

$$\Omega_{1,2}^z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3A_3B^4 - 8\xi^2B^2 \pm \sqrt{64\xi^4B^4 - 48A_3B^6\xi^2 + 9A_3^2B^6\bar{Z}^2}}{(B^2 - \bar{Z}^2)}} \quad (8-10)$$

当机器人磨抛准零刚度隔振装置受到谐波位移激励时, 处于隔振状态的物体表现出的无量纲绝对位移为 $\bar{u} = \bar{y} + \bar{z}$, 因此其位移传递率可表示为:

$$T_z = \frac{|\bar{u}|}{|\bar{z}|} = \frac{\sqrt{B^2 + \bar{Z}^2 + 2B\bar{Z}\cos(\varphi)}}{\bar{Z}} \quad (8-11)$$

其中, $\cos(\varphi) = \frac{-B\Omega^2 + \frac{3}{4}A_3B^3}{\Omega^2\bar{Z}}$ 。

由式 (4-11) 可得在不同位移激励影响下的位移传递率曲线如图 4-23 所示。

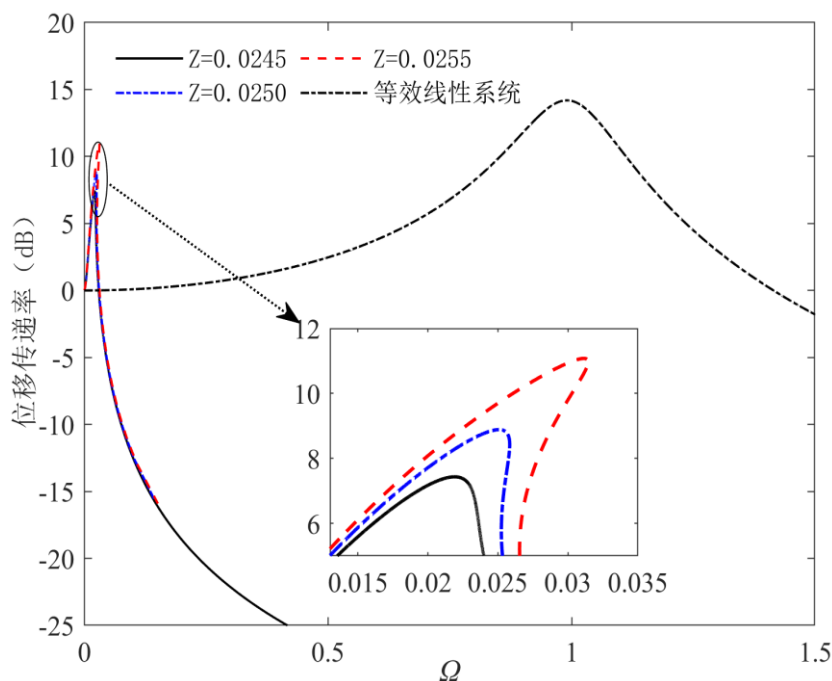


图 4-23 不同位移激励下机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率曲线

由图 4-23 可看出，随着谐波位移激励幅值的增大，所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置的位移传递率峰值逐渐增大。传递率曲线的峰值越高，表明动平台的振动响应幅值越大，隔振效果越不理想。另一方面，可看出，针对等效线性系统而言，唯有当激励频率高于系统共振频率时，位移传递率才会小于 0。此条件对于等效线性系统的隔振性能起着关键作用，它决定了系统在何种情况下能够有效降低位移的传递。而所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置起始隔振频率（传递率小于 0 的点）明显小于等效线性系统。上述结果表明，所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置在低频隔振方面表现出良好的性能。

由式(4-11)可以得到不同阻尼比情况下对应的位移传递率曲线如图 4-24 所示。可以看出，随着阻尼比 ζ 的增大，磨抛准零刚度隔振装置的位移传递率峰值逐渐降低，且位移传递率曲线的弯曲程度向右逐渐减小，这表明装置的非线性特性在减弱。同样地，从图 4-24 中可以直观地看到，磨抛准零刚度隔振装置的起始隔振频率更低，这使得该隔振装置在低频区域的隔振性能更加优异。

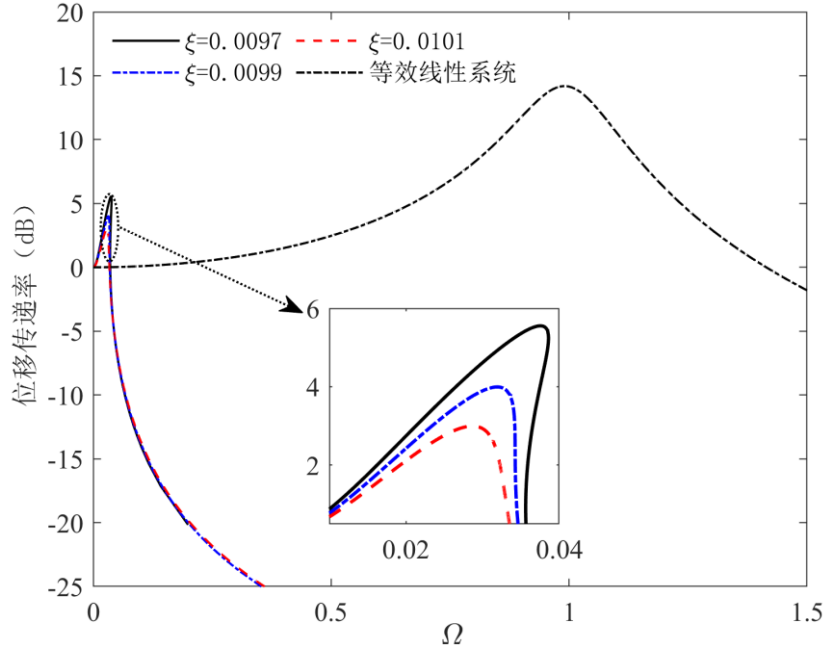


图 4-24 不同阻尼比下机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率曲线

为了深入探究系统的隔振性能，图 4-25 呈现了所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率的理论分析结果与数值仿真结果的对比，其中黑色实线表示谐波位移激励幅值为 24.5mm，阻尼比为 0.01 时的理论分析结果，蓝色圆圈标记代表数值计算结果。从图 4-25 (a) 中可看出，所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置位移传递率数值仿真结果与理论分析结果基本吻合，两者具有较高的吻合度。另一方面图 4-25 (b) - (f) 中还给出了谐波激励频率分别为 0.5Hz、1.5Hz、3Hz、6Hz 和 9Hz 时，机器人磨抛准零刚度隔振装置位移响应数值解和谐波位移激励的时间历程曲线，其中黑色点画线表示激励曲线，红色实线为机器人磨抛准零刚度隔振装置的响应曲线，蓝色虚线为等效线性系统的响应曲线，对比可以看出，当激励频率降低时，隔振装置能有效降低响应幅值，尤其是随着激励频率的增大，在图 4-25 (c) - (f) 中可以看出，隔振装置的响应在初始波动后趋于平稳，且幅值明显小于激励和线性系统，所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置具有更低的起始隔振频率，有效隔振频段更宽，外部激励经过机器人磨抛准零刚度隔振装置传递到被隔振物体将产生较大衰减，具有更优的振动传递抑制性能。

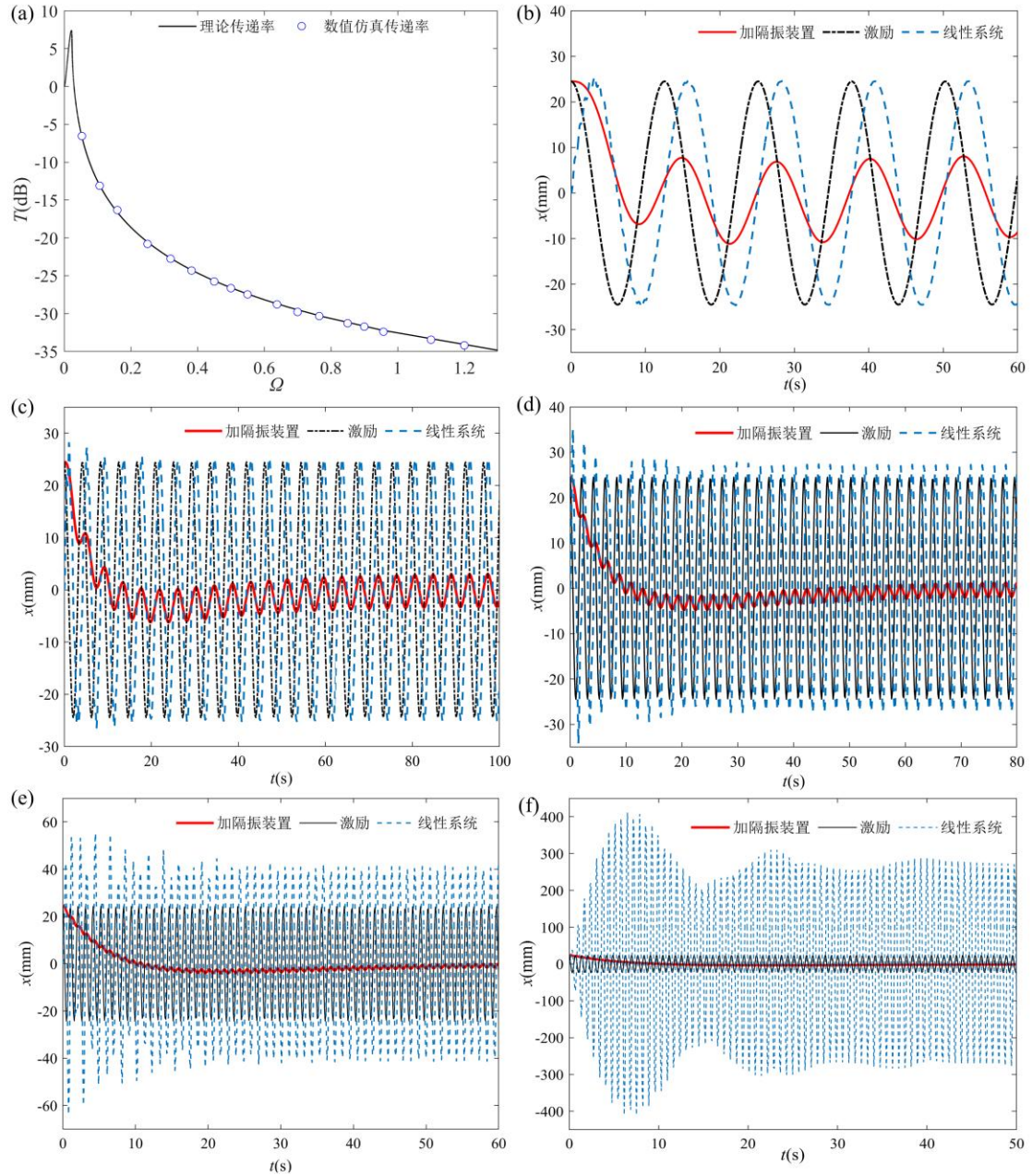


图 4-25 磨抛准零刚度隔振装置位移传递率数值仿真结果；(b) 谐波激励频率为 0.5Hz 时隔振装置及等效线性系统响应位移；(c) 谐波激励频率为 1.5Hz；(d) 谐波激励频率为 3Hz；(e) 谐波激励频率为 6Hz；(f) 谐波激励频率为 9Hz

4.4 本章小结

本章构建了机器人磨抛准零刚度隔振装置的非线性动力学运动方程，采用数值仿真的方法研究隔振装置在不同频率及振幅情况下的动力学行为，进一步明确隔振装置的非线性动力学行为，为机器人磨抛准零刚度隔振装置提供更丰富的特

征信息。同时通过分析机器人磨抛准零刚度隔振装置在不同力激励和位移激励下的传递率变化，并与等效线性系统进行对比，进一步验证了所设计隔振装置的隔振性能。

第五章 机器人磨抛准零刚度隔振装置实验研究

在理论分析与数值仿真验证的基础上,分别搭建机器人磨抛准零刚度隔振装置本体性能测试平台和机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验平台,进行机器人磨抛准零刚度隔振装置隔振性能实验测试,进一步验证机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动传递抑制效果。

5.1 机器人磨抛准零刚度隔振装置性能测试实验

5.1.1 实验系统搭建

该实验平台主要由激振台、机器人磨抛准零刚度隔振装置、质量块、电源、激光位移传感器、传感器放大器、振动控制器和上位机等模块构成,其整体系统结构如图 5-1 所示。该隔振装置底座固定于激振台顶部,动平台承载模拟外部负载的质量块。实验时,振动控制器驱动激振台生成特定幅值和频率的振动激励信号,振动信号经准零刚度隔振装置传递至质量块。质量块的振动响应通过加速度传感器实时测量,经传感器放大器放大处理后,通过数据采集卡传输给 Labview 上位机,完成实验数据的分析和存储。

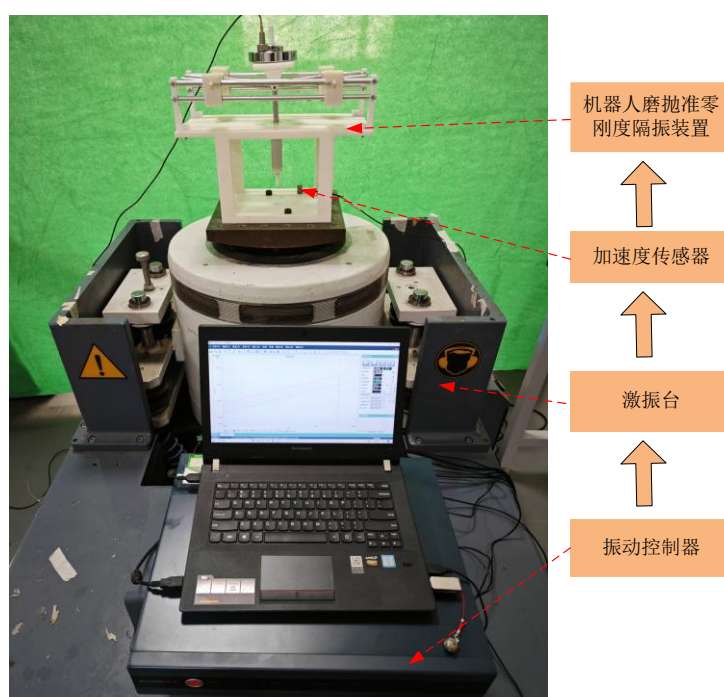


图 5-1 机器人准零刚度隔振装置实验台总体结构图

5.1.2 实验条件

(1) 激振台

本节实验所用的激振台的型号为 ES-10-240，激振台的尺寸为 930mm×688mm×787mm，其工作台面直径为 240mm，重量约为 900kg，冲击激振力为 20kN，额定随机/正弦激振力 10kN，最大加速度为 1000m/s^2 ，激励频率范围为 1-3200Hz，最大位移为 51mm，最大负载能力为 300kg。

激振台的实物图如图 5-2 所示。



图 5-2 激振台实物图

(2) 激振台振动控制器

如图 5-3 所示，实验采用的亿恒科技 VT-9008 型振动控制器搭载了主频达 300MHz 的 32 位浮点 DSP 处理器，配备 24 位高精度 ADC/DAC 模块。该控制器具备超过 90dB 的随机控制动态范围，且系统信噪比优于 100dB。



图 5-3 激振台振动控制器

(3) 加速度传感器

如图 5-4 所示，实验采用的 357B03 加速度传感器为 PCB Piezotronics 公司生产制造，工作原理是基于压电效应工作。电气接地绝缘为无，壳体材料为钛，采用激光焊接密封方式，重量为 11g，尺寸为 12.7mm×20.6mm，采样精度高，可以通过数据采集卡采集数据，不同的采集方法可以得到不同需要的数据。



图 5-4 加速度传感器

(4) 数据采集卡

实验所使用的采集卡如图 5-5 所示，是由研华公司生产，型号为 USB-4704 的数据采集卡。该采集卡尺寸大小为 132*80*32mm，支持多通道数据交互如 8 路数字 I/O 及 1 路计数器/定时器，同时还支持即插即用 USB2.0 接口。适用于实验室测试，并且能够提供灵活的数据采集与控制解决方案。



图 5-5 研华 USB-4704 数据采集卡

5.1.3 实验测试分析

首先，测试了机器人磨抛准零刚度隔振装置在恒定频率激励下的振动传递抑制性能。测试条件为：振动平台产生的激励振幅为 5.0mm，激励频率分别为 3.0Hz、6.0Hz、15.0Hz。为了验证机器人磨抛准零刚度隔振装置振动传递抑制效果，对动平台负载分为额定负载与过载两种情况进行对比分析。

额定负载下不同频率振动信号激励时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台的加速度响应情况如图 5-6、图 5-7、图 5-8 所示。

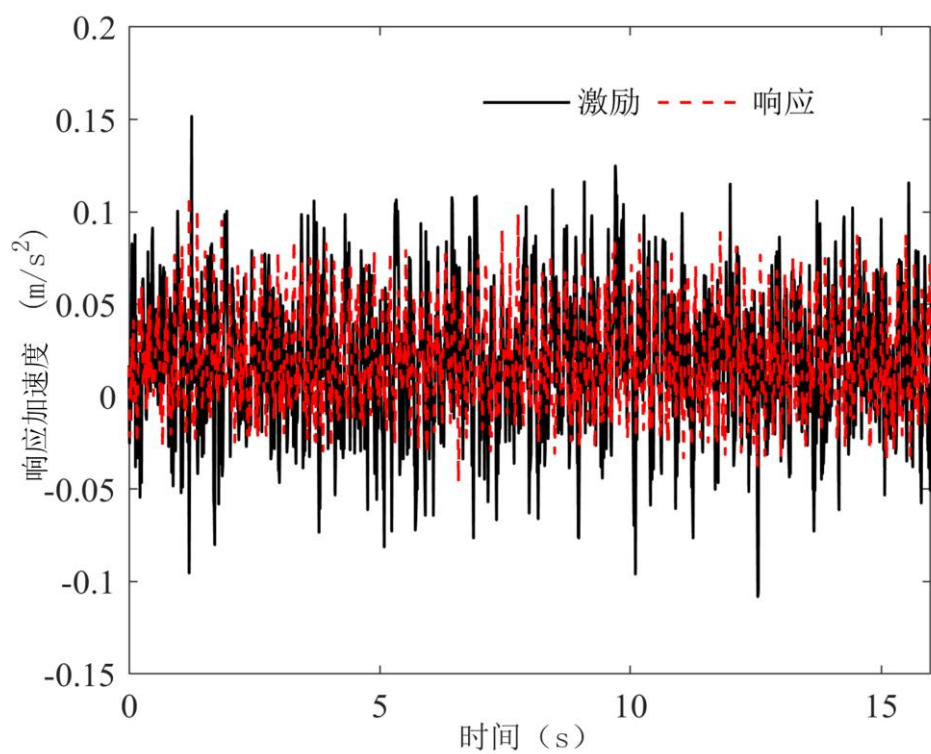


图 5-6 额定负载下激励频率为 3.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

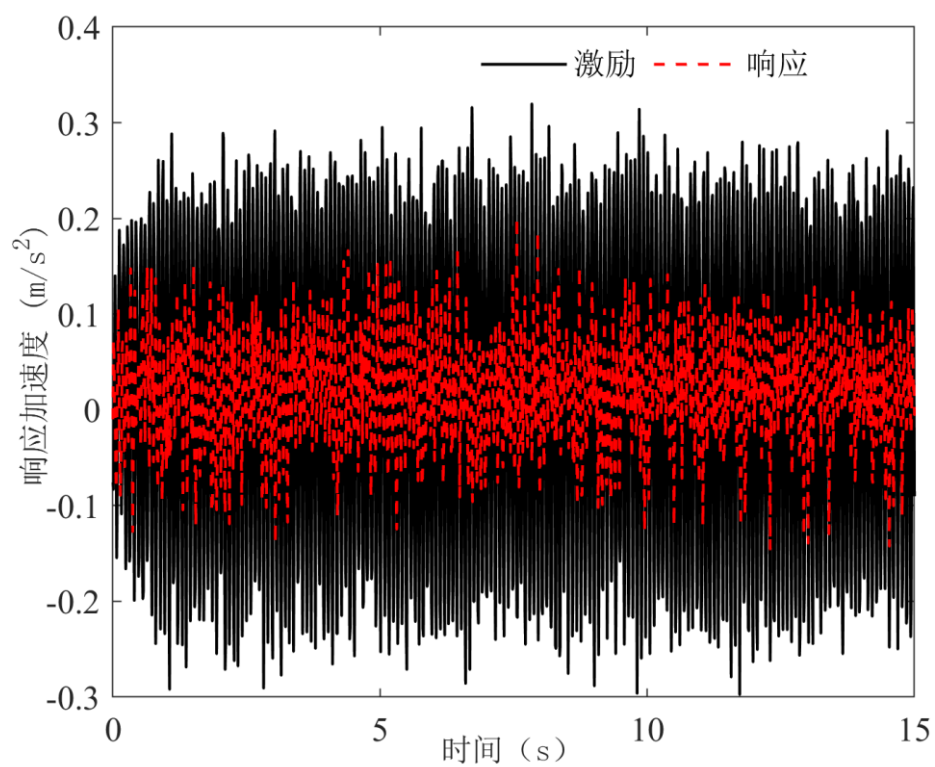


图 5-7 额定负载下激励频率为 6.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

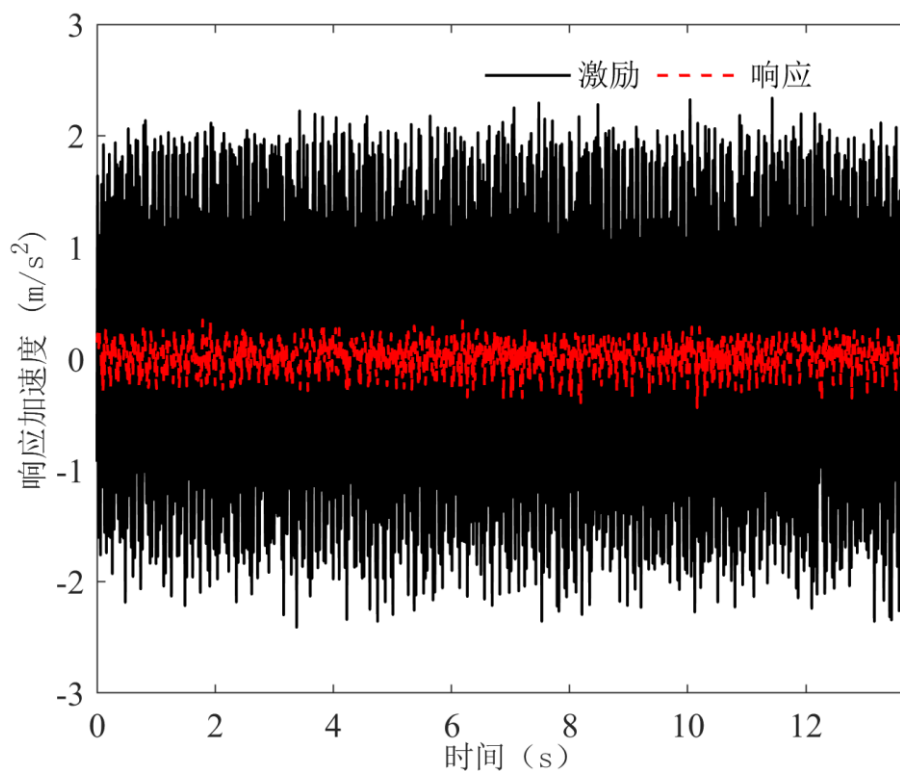


图 5-8 额定负载下激励频率为 15.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

机器人磨抛准零刚度隔振装置在过载情况不同频率下动平台振动响应的实验测试结果如图 5-9、图 5-10、图 5-11 所示。

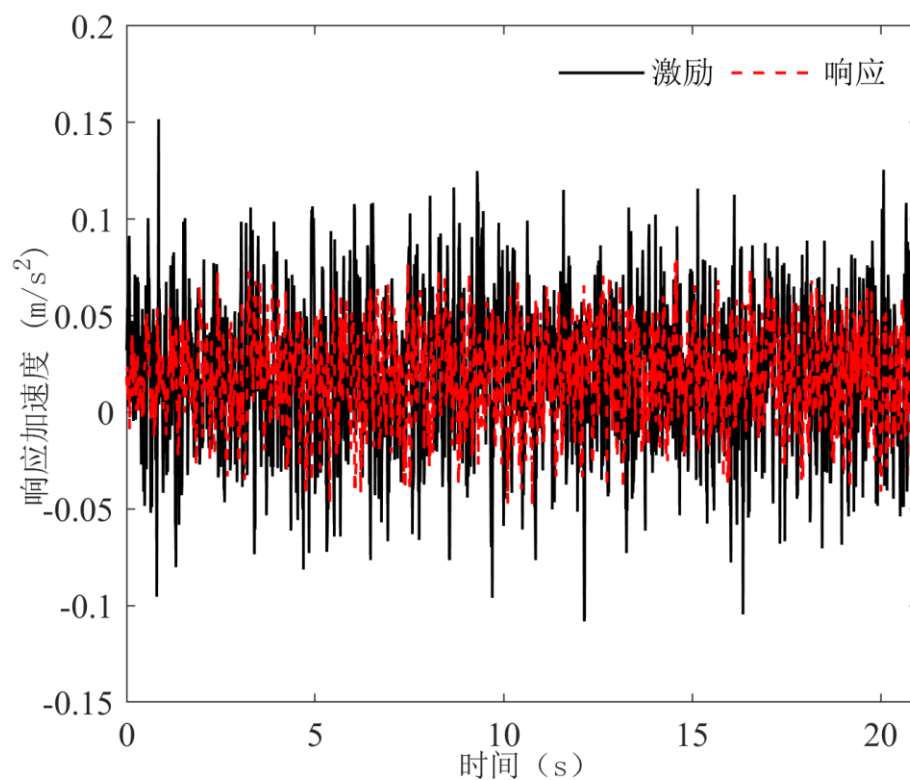


图 5-9 过载下激励频率为 3.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

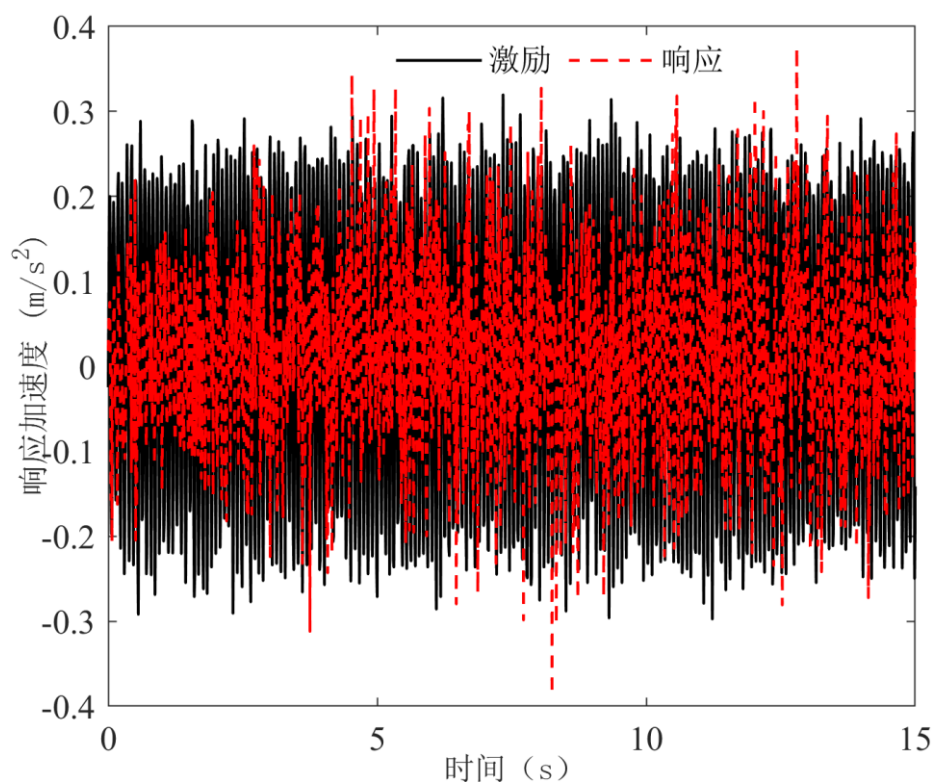


图 5-10 过载下激励频率为 6.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

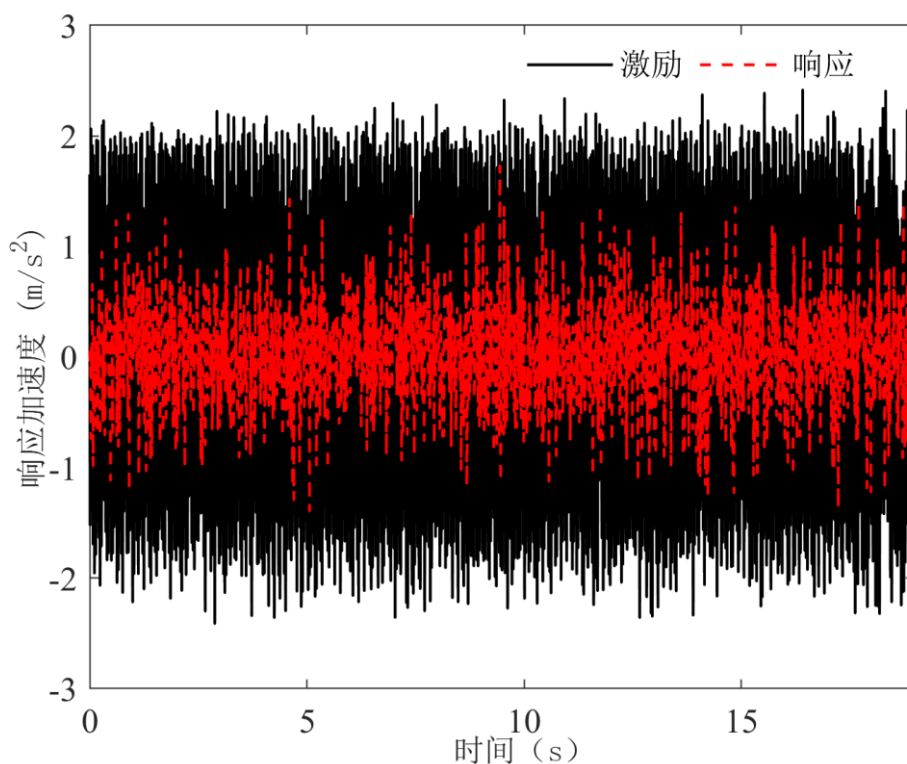


图 5-11 过载下激励频率为 15.0Hz 时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台振动响应

由图 5-6 至图 5-11 可知，在恒定频率的谐波位移激励下，机器人磨抛准零刚度隔振装置具有一定的振动传递抑制作用。由图 5-6 至图 5-8 可看出，在装置

承载额定负载时，当激励频率为 3.0Hz，机器人磨抛准零刚度隔振装置的动平台振动响应加速度幅值略低于基座，传导抑制效果一般。这主要是因为机器人磨抛准零刚度隔振装置采用 3D 打印技术制造，相关连接部件的尺寸存在一定误差，导致机器人磨抛准零刚度隔振装置组件在运动过程中摩擦力较大。当激励频率较低时，在激励振幅恒定的条件下，机器人磨抛准零刚度隔振装置的响应振幅较小。而且在内摩擦力的作用下，运动模板与底座基本没有相对运动。当激励频率增加时，输入到机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动能量变大，动平台振动和底座振动的响应加速度振幅也变大。此时，机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动传递抑制性能逐渐显现。

由图 5-9 至图 5-11 可知在隔振装置处于过载的情况下，在激励频率为较低频率时，装置的振动抑制传递性能不明显，一方面是由于频率过低，装置动平台振动的加速度响应幅值略小于基座；另一方面是由于负载过重，导致装置在处于低频情况下如 6.0Hz 时振动能量较小，装置动平台与基座振动的响应加速度振幅较小，所以振动传递性能不明显。但是随着激励频率的增加，隔振装置动平台与基座振动的响应加速度振幅明显时，装置虽处于过载情况下，然而，机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动传递抑制性能依然显著。

为了进一步说明机器人磨抛准零刚度隔振装置的振动传递抑制效果，对机器人磨抛准零刚度隔振装置开展了扫频实验。试验条件为：激励频率范围为 2.0-20.0Hz，激励振幅为 5.0mm。机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台在不同激励频率下的响应加速度曲线和位移传递率曲线分别如图 5-12 和图 5-13 所示。

从图 5-12 中看出，在扫频实验中，观察额定负载与过载时机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台加速度响应曲线可知，随着激励频率的增加，额定负载时（红色圆圈实线），在低频段，隔振装置动平台加速度响应值较低且增幅缓慢。随着频率进一步升高，响应虽有增加，但整体增长幅度相对激励（红色带点虚线）较为缓和。这表明在额定负载下，机器人磨抛准零刚度隔振装置能有效抑制动平台加速度响应，隔振性能良好，可在一定程度上降低外部激励对动平台的影响。过载时（蓝色方块实线），动平台加速度响应虽高于额定负载情况，但整体波动幅度相对激励（蓝色带叉虚线）的变化而言并不大。尽管在中高频段响应有所上升，

但未出现失控式增长,表明装置在过载时仍能对振动起到一定抑制作用。总体而言,无论是额定负载还是过载情况,隔振装置动平台加速度响应的增长幅度均小于激励的增长幅度,随着激励频率的增加,机器人磨抛准零刚度隔振装置的加速度频响曲线的幅值逐渐减小,验证了该机器人磨抛准零刚度隔振装置具备良好的隔振性能。

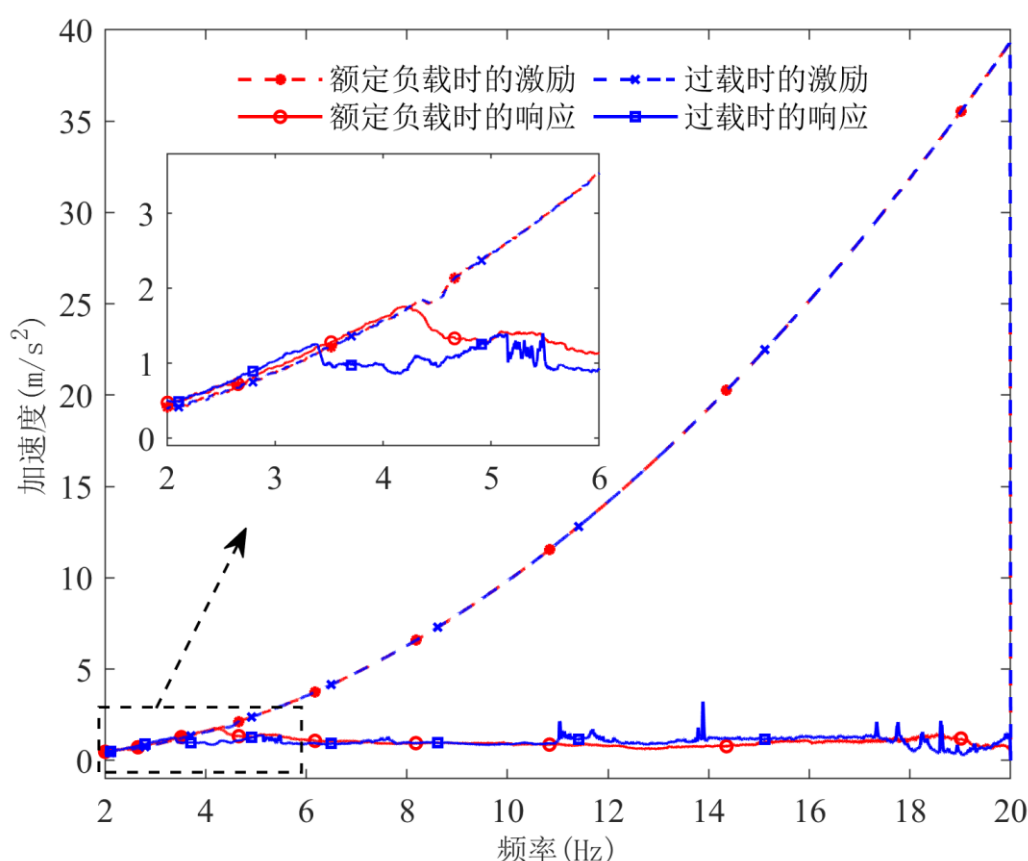


图 5-12 扫频实验条件下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台加速度响应曲线

从图 5-13 中可看出,当激励频率约大于 2.6Hz 时,机器人磨抛准零刚度隔振装置在额定负载下的传递率开始小于零,这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置已经起到了振动隔离作用。此外,图 5-13 还显示了传递率随着频率增加不断降低,说明机器人磨抛准零刚度隔振装置能够有效降低振动传递。即使在过载情况下,传递率略高于额定负载时,但仍能较好地抑制振动传递,验证了该隔振装置具有良好的隔振性能,这表明机器人磨抛准零刚度隔振装置起始隔振具有很高的鲁棒性。通过上述结果进一步证明,机器人磨抛准零刚度隔振装置可有效隔离振动。

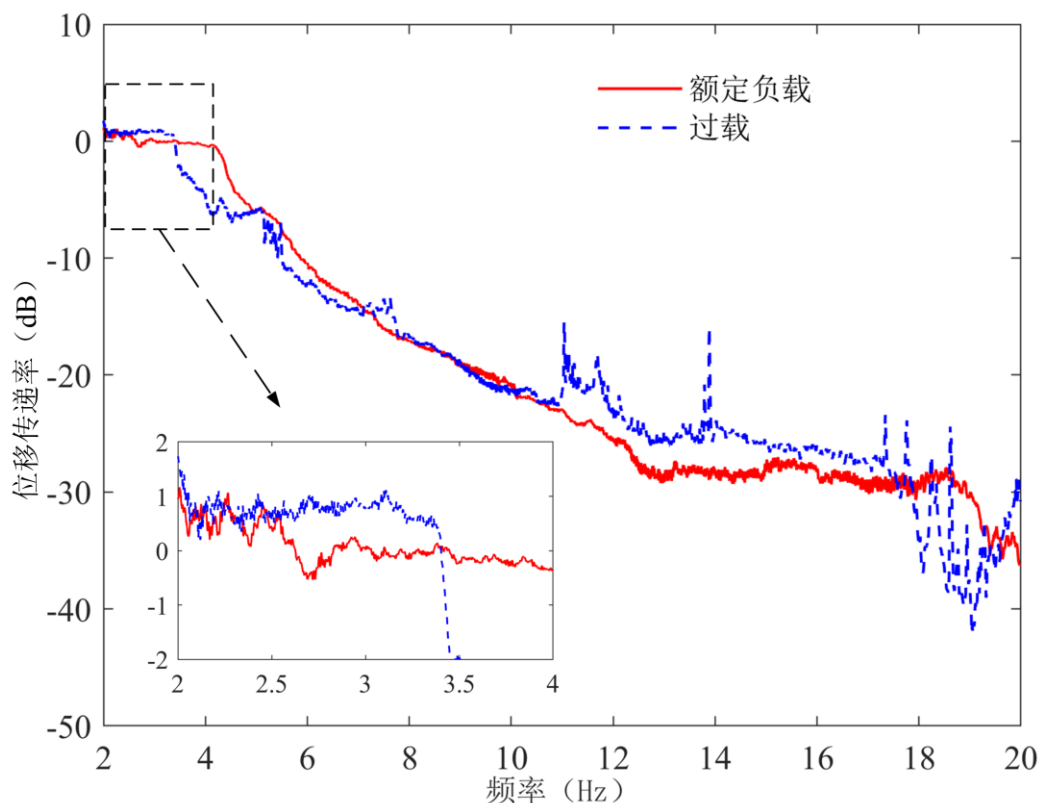


图 5-13 扫频实验条件下机器人磨抛准零刚度隔振装置动平台位移传递率曲线

5.2 机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验

5.2.1 实验系统搭建

为了进一步测试机器人磨抛准零刚度隔振装置的实际应用效果,搭建了机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试平台并开展了磨抛弹性构件实验,如图 5-14 所示。该系统主要由工业机器人、气动打磨机、磨抛隔振装置和气泵等组成,实验过程中,弹性构件两端固定在安装架上,加速度传感器固定在弹性构件上,用于检测磨抛过程中弹性构件的振动。压力传感器固定在打磨机与磨抛隔振装置之间,用于检测弹性构件与机器人系统之间的作用力。

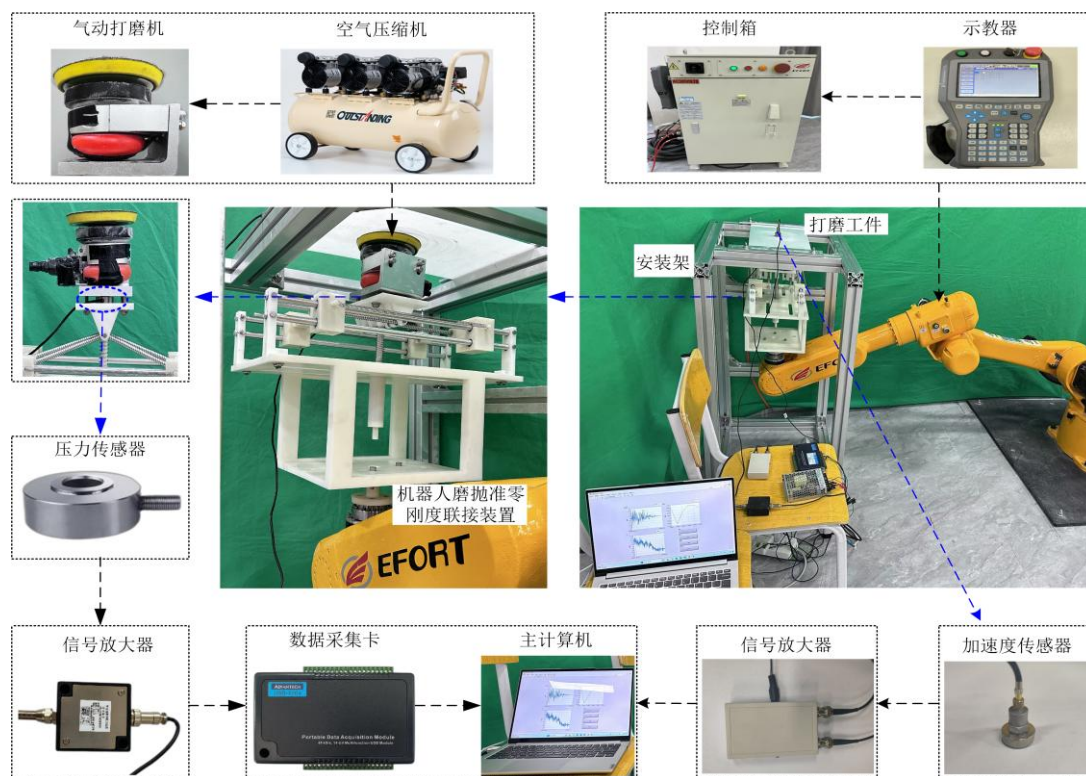


图 5-14 机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验系统

机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验系统具体方案如下：

(1) 将磨抛准零刚度隔振装置的底座通过联接法兰固定于机器人末端，将打磨头通过联接支架固定在隔振装置动平台。压力传感器安装在打磨头与隔振装置之间，用于测试机器人磨抛弹性构件过程中的磨抛力，压力传感器信号经信号采集卡传输至 Labview 中的上位机，进行处理和存储。弹性构件两端固定在安装架上，加速度传感器安装在磨抛对应的中心点，用于测试磨抛过程中弹性构件的振动加速度。加速度传感器信号经数据采集卡传输至 Labview 中的上位机，进行处理和存储。

(2) 调整机器人磨抛准零刚度隔振装置位置。通过示教器调整机器人位姿，使磨抛准零刚度隔振装置动平台轴线与弹性构件待磨削表面垂直。控制机器人带动磨抛准零刚度隔振装置与弹性构件接触，当隔振装置动平台处于平衡位置时，记录静态磨抛正压力为 11.5N，并且通过示教器记录机器人此时的位姿。

(3) 进行机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验。在距离弹性构件一定位置处启动气动打磨机，使其转速达到预定的 9000r/min，再利用示教器控制机器人，使磨抛准零刚度隔振装置动平台运动到平衡位置，开始磨抛并记录相关

数据。

5.2.2 实验条件

(1) 工业机器人

本应用测试实验系统中使用的工业机器人是型号为ER10-C60的埃夫特机器人，如图 5-15 所示，该机器人负载为 10kg，臂展可达 1600mm 左右，工作范围为 1640mm，是一种六自由度串联的机械臂，可以适应多种复杂的工作环境，具备碰撞检测，工具快速修正等功能，可以保障设备长期稳定运行。

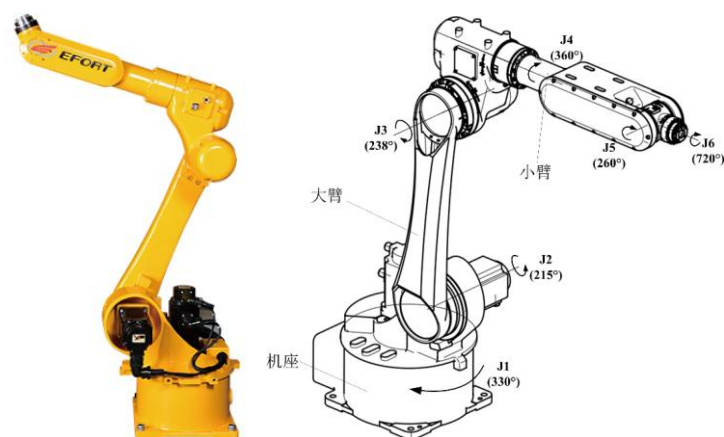


图 5-15 ER10-C60 埃夫特机器人

(2) 气动打磨机

磨抛工具选择国产威马气动打磨机（WM-8523-4A），如图 5-16 所示。该气动打磨机是一款 4 寸不吸尘的小型手持工业高速气动打磨机，尺寸为 144mm*83mm，以压缩空气为动力源，当压缩空气进入气动马达内，推动转子高速旋转，转子再通过传动装置将旋转动能传递给打磨头，让打磨头高速旋转，进而对工件表面进行打磨和抛光处理。



图 5-16 WM-8523-4A 威马气动打磨机

(3) 空气压缩机

空气压缩机选择型号为 OTS-980X3 无油空气压缩机，该空气压缩机由台州市奥突斯工贸有限公司制造，如图 5-17 所示，该压缩机的额定排气压力大小为 0.7Mpa，额定的容积为 270L/min，重量为 77kg，该设备归类于活塞式压缩机，其电机采用单轴驱动方式，带动呈对称分布的曲柄摇杆机械结构。此压缩机配备了压力开关等控制装置，一旦储气罐内的气压攀升至设定的最大值，压力开关自动关闭，电机停止工作。当气压降至设定的最低值时，压力开关会自动打开，压缩机随即重新启动。



图 5-17 OTS-980X3 空气压缩机

(4) 压力传感器

本实验中压力传感器主要用来测试磨抛过程中磨抛力的波动，该压力传感器型号为 DYLF-102，由大洋传感公司生产制造，如图 5-18 所示。综合精度可达到 0.03%-0.1%F.S，能准确测量压力，灵敏度为 2.0mV/V，微小的压力变化也能被准确检测并转换为电信号输出，工作温度范围为-20℃-65℃，测量的范围为 0-300N。

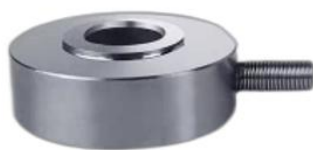


图 5-18 DYLF-102 压力传感器

(5) 信号放大器

实验系统中的信号放大器如图 5-19 所示，选用的是蚌传 BSQ-3 单通道模拟量变送器，是由蚌埠传感器系统工程有限公司制造生产，输出电压为 0-10V，其工作适应温度为 15℃~50℃。该信号放大器可以对传感器输出的微弱信号进行高精度放大，确保信号的准确性和稳定性，可有效提取和增强有用信号，减少信号失真和噪声干扰。



图 5-19 信号放大器

(6) 数据采集卡

本实验系统中数据采集卡如图 5-20 所示，采用的是研华公司生产制造的多功能数据采集卡，型号为 USB-4704，大小尺寸为 132*80*32mm，工作温度范围为 0°C~60°C，支持 8 路单端或 4 路差分模拟量输入，采用 14 位 A/D 转换器，采样速率可达 48KHz，配备 2 路 12 位模拟量输出通道，可将数字信号转换为模拟信号输出，实现数字信号的采集和控制。



图 5-20 数据采集卡

5.2.3 实验测试分析

根据搭建的机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试平台，对机器人磨抛准零刚度隔振装置进行了应用实验测试，验证机器人磨抛准零刚度隔振装置的实际应用效果，图 5-21 和图 5-22 分别展示了机器人磨抛准零刚度隔振装置应用实验测试中磨抛力曲线和弹性构件振动加速度曲线。

从图 5-21 可看出当系统中尚未安装机器人磨抛准零刚度隔振装置时，在弹性构件磨抛过程中打磨机的磨抛正压力波动较明显，而在安装磨抛准零刚度隔振装置后，磨抛正压力的波动幅度明显变小，说明所设计磨抛准零刚度隔振装置能够有效地抑制磨抛正压力的波动，提高磨抛过程的稳定性。观察图 5-22 可看出，当安装机器人磨抛准零刚度隔振装置后，弹性构件的振动加速度也明显减小。

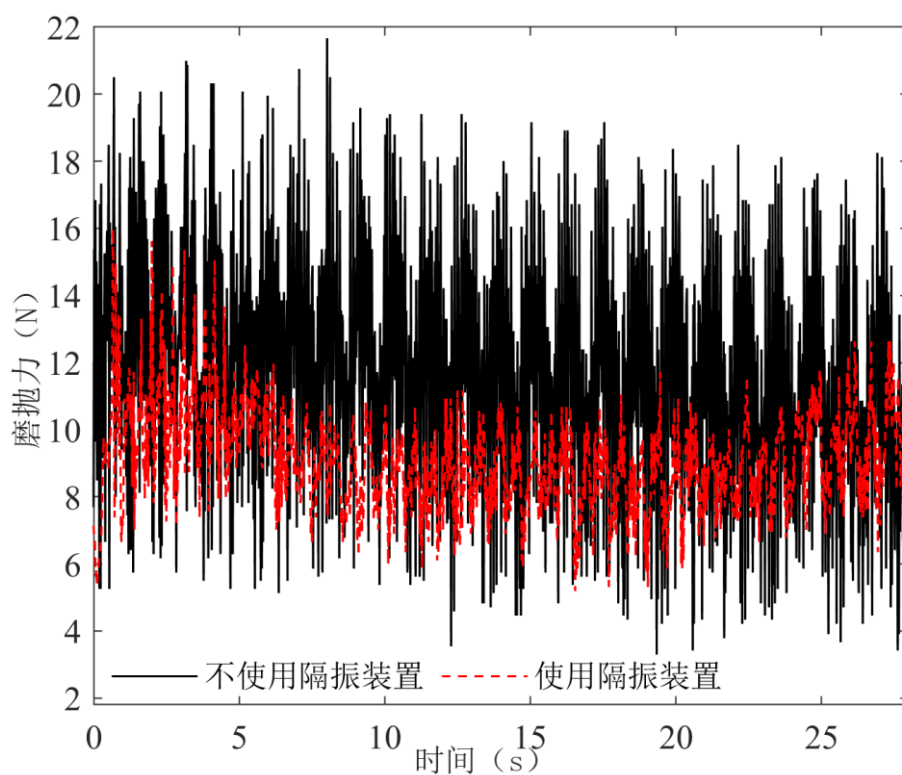


图 5-21 弹性构件磨抛过程中磨抛力曲线

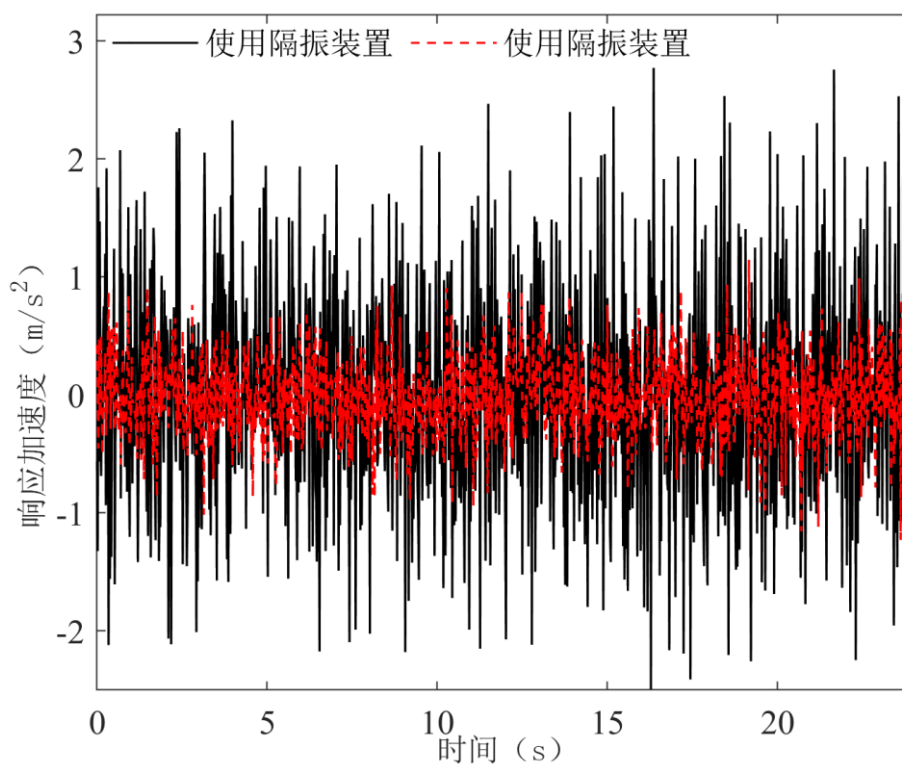


图 5-22 弹性构件磨抛过程中加速度曲线

进一步，对磨抛过程中弹性构件的振动加速度进行频谱分析，结果如图 5-23 所示。可看出，当安装机器人磨抛准零刚度隔振装置后，在各频率点，弹性构件

振动加速度均明显小于机器人直接磨抛时,说明所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置可有效抑制弹性构件磨抛过程中的振动,提高磨抛稳定性。

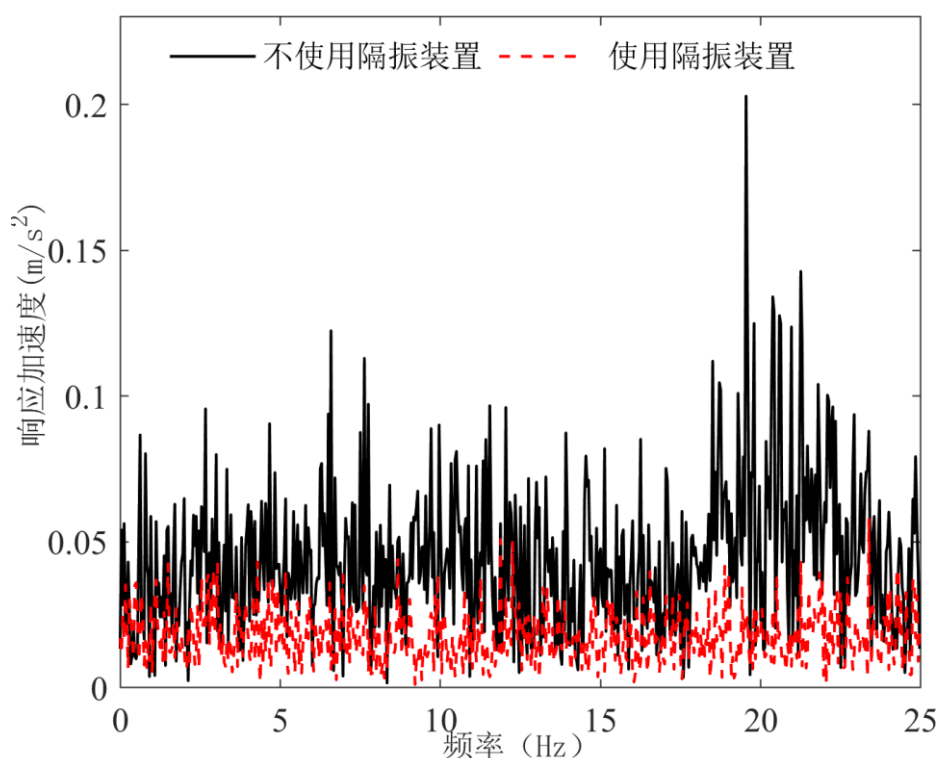


图 5-23 弹性构件磨抛过程中频谱图曲线

5.3 本章小结

本章对机器人磨抛准零刚度隔振装置进行了实验研究,通过机器人磨抛准零刚度隔振装置性能测试实验和机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验,对隔振装置的隔振效果进行了验证。实验结果从多维度验证了所设计隔振装置的振动抑制效果,为解决机器人磨抛弹性构件振动问题提供新思路。

第六章 总结与展望

6.1 结论

本文针对磨抛作业中振动传递问题展开了研究，设计了一种基于准零刚度的机器人磨抛准零刚度隔振装置并对其动力学特性进行分析。主要内容及结论如下：

（1）基于准零刚度原理，设计了一种用于抑制弹性构件机器人磨抛系统中工件振动的磨抛准零刚度隔振装置。通过有效组合水平弹簧和斜弹簧构成负刚度机构，并与竖直弹簧并联，实现了隔振装置在非承载方向内力的平衡。进一步在建立磨抛准零刚度隔振装置静力学模型的基础，确定了平衡位置处隔振装置等效刚度为零的结构参数式。以平衡位置附近装置准零刚度区间最大为目标进行了机器人磨抛准零刚度隔振装置结构参数优化设计，据此设计制造了隔振装置实验样机。

（2）采用泰勒展开及多项式拟合方法得到了机器人磨抛准零刚度隔振装置无量纲回复力和无量纲位移的直接关系表达式，据此构建了不同力激励与位移激励下隔振装置的动力学模型。采用谐波平衡法确定了谐波力激励和谐波位移激励下隔振装置的幅频特性响应方程，分析了不同参数对隔振装置动平台响应的影响规律。理论分析及数值仿真结果表明，激励幅值的增大会导致机器人磨抛准零刚度隔振装置幅频响应曲线向右弯曲程度变大，说明隔振装置动平台响应的非线性特性增强、不稳定区间变大。而随着阻尼比的增大，隔振装置动平台响应幅频特性曲线的峰值逐渐减小，共振频率也相应降低。

（3）将第三章构建的隔振装置动力学模型转化为状态空间方程形式，根据隔振装置动平台的响应解，明确了不同结构参数和激励幅值影响下机器人磨抛准零刚度隔振装置的全局非线性动力学行为。进一步分析了机器人磨抛准零刚度隔振装置力传递率及位移传递率的变化规律，并与对应等效线性系统进行了对比。理论分析与数值仿真结果表明，所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置具有更低的起始隔振频率比，其起始隔振频率远小于自身固有频率，并且对激励信号幅值的衰减效果更明显。

(4) 搭建了机器人磨抛准零刚度隔振装置本体性能测试实验平台和机器人磨抛准零刚度隔振装置应用测试实验平台,对所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置本体隔振性能及实际应用效果进行了测试。实验结果表明,所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置起始隔振频率约为 2.6Hz,并且当负载发生变化后,隔振装置仍具有较好的振动传递抑制效果,表明其具有较好的抗干扰性。实际应用测试结果表明所设计机器人磨抛准零刚度隔振装置可以有效抑制磨抛过程中弹性构件的振动,并且可降低磨抛正压力的波动。上述结果表明所设计磨抛准零刚度隔振装置可适用于弹性构件机器人磨抛场景。

6.2 展望

本文依据理论分析、数值仿真和实验验证等方法,针对机器人磨抛作业时振动传递问题,设计了一种新型机器人磨抛准零刚度隔振装置,并验证了其抑制振动传递的隔振性能,为解决机器人磨抛弹性构件的振动问题提供了新的解决思路。在本文的基础上,后续可以开展以下工作:

(1) 本文所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置基座较大,总体质量较大,后续可以考虑将装置进行轻量化处理。

(2) 本文所设计的机器人磨抛准零刚度隔振装置通过弹簧并联实现被动隔振,后续可以在此基础上,加入主动控制系统,主要通过控制磨抛正压力,从而更好地隔绝振动传递。

参考文献

- [1] 金磊, 胡泽启, 刘华明, 等. 机器人在零件清理打磨中的应用及发展趋势 [J]. 机床与液压, 2017, 45(15): 4-9.
- [2] 刘志恒, 赵立军, 李瑞峰, 等. 面向轮毂磨抛的手腕偏置机器人运动学快速求解方法 [J]. 机械工程学报, 2022, 58(14): 126-136.
- [3] 李晓炜, 饶巍林. 机器人恒力磨抛材料去除研究 [J]. 机床与液压, 2021, 49(04): 31-36.
- [4] 熊检. “中国制造 2025”和德国“工业 4.0”对比研究 [J]. 中国集体经济, 2019, (10): 86-87.
- [5] 刘文洋. 复杂曲面的打磨机器人轨迹优化研究 [D]. 湖北工业大学, 2020.
- [6] 朱大虎, 徐小虎, 蒋诚, 等. 复杂叶片机器人磨抛加工工艺技术研究进展 [J]. 航空学报, 2021, 42(10): 8-30.
- [7] 丰飞, 严思杰, 丁汉. 大型风电叶片多机器人协同磨抛系统的设计与研究 [J]. 机器人技术与应用, 2018, (05): 16-24.
- [8] 臧冀原, 刘宇飞, 王柏村, 等. 面向 2035 的智能制造技术预见和路线图研究 [J]. 机械工程学报, 2022, 58(04): 285-308.
- [9] BOSCHETTI G, MINTO R. A sensorless approach for cable failure detection and identification in cable-driven parallel robots [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2025, 183: 104855.
- [10] 郭希. 基于六维力觉感知的焊缝打磨机器人拖拽控制方法研究 [D]. 天津理工大学, 2024.
- [11] 郭万金, 于苏扬, 田玉祥, 等. 机器人打磨自适应变阻抗主动柔顺恒力控制 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2023, 55(12): 54-65.
- [12] 何瀚文. 墙面打磨机器人打磨执行器研制及减振特性研究 [D]. 广州大学, 2023.
- [13] 张阳阳. 基于光栅反馈的混联加工机器人误差在线自适应补偿 [D]. 天津大学, 2021.
- [14] 许家忠, 郑学海, 周洵. 复合材料打磨机器人的主动柔顺控制 [J]. 电机与控制学报, 2019, 23(12): 151-158.
- [15] 魏志伟. 三自由度并联机构打磨机器人的位置误差建模与仿真分析 [D]. 中北大学, 2023.
- [16] 王丽, 孙宇, 王瑞强, 等. 椎板减压手术机器人运动学分析与轨迹规划 [J]. 机械设计与制造, 2020, (05): 281-284.

- [17] 唐翠微. 基于模糊鲁棒控制六轴机器人控制系统设计 [J]. 信息技术, 2023, (08): 35-40+46.
- [18] JIANG G, YANG H, XIAO G, et al. Titanium alloys surface integrity of belt grinding considering different machining trajectory direction [J]. *Frontiers in Materials*, 2022, 9: 1052523.
- [19] HUANG Z, YANG X, MIN J, et al. Collision detection algorithm on abrasive belt grinding blisk based on improved octree segmentation [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2021: 1-17.
- [20] 杨佳炜. 带有柔性关节的空间机械臂系统的振动控制 [D]. 南京航空航天大学, 2019.
- [21] 陈盛鹏. 基于协作机器人的恒力磨抛技术研究 [D]. 深圳大学, 2022.
- [22] 陶波, 赵兴炜, 李汝鹏, 等. 机器人测量-操作-加工一体化技术研究及其应用 [J]. *中国机械工程*, 2020, 31(01): 49-56.
- [23] 蒋林翰. 基于鲁棒自适应控制的机器人恒力磨抛技术研究 [D]. 湖南科技大学, 2023.
- [24] SHI Y, WANG J, HE X, et al. The constant force control based on an optimized environmental model for the robotic lapping of curved surface [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2023, 127(11-12): 5051-5062.
- [25] CHEN F, ZHAO H, LI D, et al. Robotic grinding of a blisk with two degrees of freedom contact force control [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, 101: 461-474.
- [26] 饶巍林. 机器人磨抛恒力控制研究 [D]. 福建工程学院, 2020.
- [27] 张铁, 胡广, 陈首彦. 基于模糊自整定PID的力控制磨削实验研究 [J]. *现代制造工程*, 2016, (09): 121-125.
- [28] YANG Z, HUANG Z, WANG H, et al. Process parameter optimization model for robotic abrasive belt grinding of aero-engine blades [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2024, 131(5): 2039-2054.
- [29] MENG M, ZHOU C, LV Z, et al. Research on a Method of Robot Grinding Force Tracking and Compensation Based on Deep Genetic Algorithm [J]. *Machines*, 2023, 11(12): 1075.
- [30] XU D, MO H, YI J, et al. Hybrid compliant control with variable-stiffness wrist for assembly and grinding application [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2024, 180: 104756.
- [31] 何成刚, 朱岚滢, 汪晓鑫, 等. 机器人磨抛力主动柔顺控制研究进展 [J]. 机器人

- 技术与应用, 2024, (03): 14-19.
- [32] MOHAMMAD A E K, HONG J, WANG D. Design of a force-controlled end-effector with low-inertia effect for robotic polishing using macro-mini robot approach [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2018, 49.
- [33] 高名飏, 田凤杰. 基于主被动柔顺的机器人磨抛叶片平稳性分析 [J]. *一重技术*, 2022, (06): 64-68.
- [34] 余觉. 电磁变刚度的机器人-环境交互柔顺控制方法研究 [D]. 上海交通大学, 2019.
- [35] 翟凌晨. 基于磁流变阻尼器的变压器半主动减振控制研究 [D]. 南京师范大学, 2022.
- [36] 黄河, 刘高甫, 徐靖, 等. 八极轴向绕组式磁流变阻尼器的隔振平台模糊控制研究 [J]. *噪声与振动控制*, 2024, 44(05): 267-272.
- [37] MOLYNEUX W. The support of an aircraft for ground resonance tests: a survey of available methods [J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 1958, 30(6): 160-166.
- [38] ZHAO F, JI J, LUO Q, et al. An improved quasi-zero stiffness isolator with two pairs of oblique springs to increase isolation frequency band [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 104: 349-365.
- [39] GATTI G. An adjustable device to adaptively realise diverse nonlinear force-displacement characteristics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 180: 109379.
- [40] RAN L, WANG J, HALIM D, et al. A semi-active quasi-zero stiffness vibration isolation system through controllable lateral spring stiffness [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 112(16): 13751-13770.
- [41] YANG H, ZHAO H. Design and test of a quasi-zero stiffness isolator with machinable springs [J]. *Precision Engineering*, 2024, 88: 729-741.
- [42] SHU J, HE E, LI Y, et al. The Quasi-Zero Stiffness Seat Vibration Isolator Design to Improve Cockpit Vibration Comfort [J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2024, 12(4): 5999-6014.
- [43] WANG Q, WANG W, ZHENG L, et al. Force control-based vibration suppression in robotic grinding of large thin-wall shells [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 67: 102031.
- [44] YANG Z, XU X, KUANG M, et al. Dynamic compliant force control strategy for suppressing vibrations and over-grinding of robotic belt grinding system [J]. *IEEE*

- Transactions on Automation Science and Engineering, 2023: 1075.
- [45] 冯克明, 赵金坠, 杜晓旭. 磨削接触刚度及其工艺关联分析研究 [J]. 制造技术与机床, 2024, (09): 147-154.
- [46] 李弘毅, 阮玉镇, 汤绍钊, 等. 机器人磨削工艺参数对系统固有频率影响的试验研究 [J]. 机床与液压, 2022, 50(03): 49-53.
- [47] 邱志成. 柔性机械臂的振动测量和控制研究进展综述 [J]. 信息与控制, 2021, 50(02): 141-161.
- [48] ZHU G, ZENG X, GAO Z, et al. Study on vibration stability of aircraft engine blades polished by robot controlled pneumatic grinding wheel [J]. Journal of Manufacturing Processes, 2023, 99: 636-651.
- [49] 陈永刚, 樊开夫, 谭晶晶, 等. 工业六轴机器人末端抖动的研究 [J]. 实验室研究与探索, 2019, 38(12): 44-47.
- [50] 吴明亮, 赵晨名, 张来喜. 准零刚度振动控制系统的研究进展 [J]. 南京理工大学学报, 2021, 45(01): 18-26.
- [51] 刘琪, 李占龙, 王建梅, 等. 准零刚度低频隔振技术的研究进展 [J]. 机械强度, 2021, 43(01): 17-26.
- [52] 王梦同, 柴凯, 刘树勇, 等. 准零刚度隔振器设计及振动控制技术 [J]. 船舶工程, 2022, 44(S1): 352-359.
- [53] WANG Y, CHEN Q, ZHAO Z, et al. Multi-location seismic isolation approach and design for underground structures employing the negative-stiffness amplification system [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, 122: 104395.
- [54] 张建润, 余康凡, 卢熹. 准零刚度非线性低频隔振器理论研究及应用 [J]. 机械制造与自动化, 2024, 53(06): 1-11.
- [55] KAKINUMA Y, OGAWA S, KOTO K. Robot polishing control with an active end effector based on macro-micro mechanism and the extended Preston's law [J]. Cirp Annals, 2022, 71(1): 341-344.
- [56] ZHANG J, ZHAO L, LI L, et al. Design of passive constant-force end-effector for robotic polishing of optical reflective mirrors [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2022, 35(1): 141.
- [57] WU Z, WANG X, LYU Z, et al. Design of a Novel Passive Polishing End-Effector with Adjustable Constant Force and Wide Operating Angle [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2024.
- [58] 郑嘉毓. 正负刚度并联隔振系统的设计与研究 [D]. 中国矿业大学, 2019.
- [59] 孟庆国. 机器人支撑关节准零刚度隔振系统设计与研究 [D]. 中国矿业大学,

- 2018.
- [60] 马建军, 王满, 韩书娟. 有限深度土体运动对弹性地基梁超谐共振响应影响分析 [J]. 地震工程与工程振动, 2020, 40(06): 94-102.
- [61] 陶善泽, 胡宇达. 常磁场下铁磁矩形薄板的非线性固有振动 [J]. 振动与冲击, 2023, 42(03): 74-82.
- [62] 赵兴水. 具有温度相关弹性模量的印刷 PET 薄膜振动特性研究 [D]. 西安理工大学, 2024.
- [63] 赵艳, 杨哲, 李晓露. 风力机结构振动监测及模态分析 [J]. 洛阳理工学院学报 (自然科学版), 2023, 33(04): 14-19.
- [64] 陈聪. 一种可调载荷准零刚度隔振器的设计及特性分析 [D]. 华中科技大学, 2020.
- [65] 赵国旭. X 型准零刚度隔振与吸振动力学分析 [D]. 石家庄铁道大学, 2023.

攻读硕士学位期间的主要学术成果

1.发表的学术论文

- [1] Research on a seven-springs parallel vibration isolator with quasi-zero stiffness and internal force optimization[J]. Journal of Mechanical Science and Technology. (录用, 第二作者, 导师第一)
- [2] Design and experimental analysis of quasi-zero-stiffness vibration isolation connection device for robotic grinding[C]. The Mechanical Design Institution of Chinese Mechanical Engineering Society. (录用, 第二作者, 导师第一)
- [3] Design and performance analysis of an adjustable quasi-zero-stiffness connection device for robotic handling system of elastic component[J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 2025,13(1): ArticleID 25. (SCI: 001390681500010)(第四作者, 导师第一)

2.申请的知识产权

- [1] 基于周向弹簧的主动柔顺传动关节及其工作方法 [P]. 中国专利: CN118990608A, 2024, 实审, 第 6 发明人 (导师第一)。
- [2] 基于磁场调控的主动柔顺传动关节及工作方法 [P]. 中国专利: CN119238603A, 2024, 实审, 第 7 发明人 (导师第一)。

3.参与科研项目

- [1] 安徽省高校自然科学研究重点项目: 基于刚度解耦的索牵引灌浆软管人机协作拖动系统稳定协同控制, 2023AH050931, 2023.09-2025.08。
- [2] 芜湖市科技计划项目: 电动客车轮边直驱传动系统压电主动飞轮设计优化及应用研究, 2022jc25, 2022.05-2024.04。
- [3] 铜陵市科技计划项目: 高精密内螺纹铜管生产制造高效智能转运系统关键技术研发与应用, 20230201019, 2024.01-2026.06。

致谢

“我从来不曾优秀，但从来不曾放弃。”

首先，感谢我的导师鞠锦勇老师，在漫漫求学历程中，能有幸成为鞠老师的学生，这份幸运如同一束光，照亮了我前行的学术之路，带我领略学术的魅力。感谢老师在三年前相信并选择了我。老师深厚的学术功底、诲人不倦的态度、严谨的治学精神和精益求精的工作作风，深深感染和激励着我，使我受益匪浅，站在人生岔路口给予我专业的建议，为迷茫的我指点迷津，从论文的选题到实验的开展再到论文的撰写修改，每一步都离不开老师的指导，在实验开展过程中给予无条件支持，帮助我顺利完成学生时代最后一份答卷。您的身上我学到了乐观从容的生活态度，能坦然面对人生中的风雨。祝愿老师今后的日子里一切顺遂、万事胜意。同时也很感谢课题组刘玉飞老师，一直鼓励我，同时也给予我学业上的帮助。

其次，衷心感谢已经毕业的纪旭阳师兄、吴朗师兄、陈洋洋师兄、严志川师兄对我科研上的指点和帮助；感谢同门包琪、邵传好、朱祖浩三年在我学习及生活上的帮助，有你们的陪伴与帮助，使我的研究生生活充满干劲；感谢师弟丁成龙、王东、刘小佳等人，与你们并肩作战，共同进步，使我的研究生生活更加充实。你们的热心协助和真诚建议是我前行路上的重要助力，正因为有你们的陪伴，这段充满挑战的研究生生涯多了一份温暖与力量。

父母之爱子，则为之计深远。我可能不是最棒的孩子，但爸爸妈妈却是最好的父母。漫漫求学路离不开父母的无条件支持，感谢我亲爱的爸爸妈妈，无论何时你们都给我无尽的关爱，永远是我前行路上最幸福的港湾和坚实的后盾。

莫泊桑在《一生》中写道：“有时，我可能脆弱得一句话就泪流满面，有时也发现自己咬着牙走了很长很长的路。”最后想要感谢下自己，感谢那个始终不曾放弃的自己，谢谢你！

尚德敏学 唯实惟新

