

分类号: F272

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2210720121



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 竞争情境下固定和产出 DEA

效率评价模型及其应用

论 文 作 者 任标标

指 导 教 师 龚本刚 教授

学 科 (专 业) 管理科学与工程

研 究 方 向 管理决策分析

论文提交日期: 2024 年 6 月 3 日

分类号: F272

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2210720121

竞争情景下固定和产出 DEA 效率评价模型及其应用

Fixed-sum outputs DEA efficiency evaluation models and its applications in competitive scenarios

学生姓名: 任标标

指导教师: 龚本刚 教授

专 业: 管理科学与工程

研究方向: 管理决策分析

论文答辩日期: 2024 年 5 月 29 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：任标标

日期：2024 年 6 月 3 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：任标标

日期：2024 年 6 月 3 日

指导教师签名：其才刚

日期：2024 年 6 月 3 日

竞争情景下固定和产出 DEA 效率评价模型及其应用

摘 要

在实际应用中,对决策单元(Decision Making Units, DMUs)进行效率评估时,往往会发现 DMUs 的某些产出指标的总量是固定的,这种类型的产出被称为固定和产出,即调整某个 DMU 的产出会影响其他 DMUs。而传统的数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DEA)方法假定产出指标相互独立,可自由增加或减少,因此并不满足固定和产出的约束。

一般均衡有效前沿面 DEA (Generalized Equilibrium Efficient Frontier, GEEFDEA)方法是解决固定和产出问题的有效方法,然而,在 GEEFDEA 模型的应用中,一些学者发现该模型很难保证 EEF 的唯一性,多个 EEFs 的存在往往会导致 DMUs 之间的竞争。在这种竞争情景下,每个 DMU 都有自己的偏好,往往倾向于对自己有利的 EEF,这使得他们之间很难协调。此外,在固定和产出约束下,DMUs 经常对有限的资源进行竞争,为了得到公平公正的评价结果,考虑竞争对手的意见就显得尤为重要。群体由个体组成,必然也具备个体的部分特征,在效率评价中需要考虑群体之间的竞争以及群体内部 DMUs 对群体的影响。基于此,本文将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型,允许每个 DMU 选择

所有对它最有利的 EEFs 评价自己和竞争对手的效率，旨在建立一套更符合竞争情景下个体与群体效率评价的方法体系。本研究开展的研究工作主要如下：

一是基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用。针对效率得分的非唯一性问题，考虑了每个 DMU 所有最有利的 EEFs，决策者不再需要基于特定偏好来计算其他 DMUs 的效率值。此外，本文结合随机多准则可接受性分析（SMAA-2）方法对效率矩阵进行集结，并提供具体的算法使所有的 DMUs 得到充分并排序。接着，以生产经营活动中的市场份额和利润作为固定和产出，将提出的方法应用到 2022 年汽车行业 32 家公司以得到效率与排名结果，并与以往研究学者的方法进行比较，研究表明：在集结权重方面并不是使用传统的等权方案，而是考虑所有可行的权重集合，得到的排名结果更加可靠；本文模型得到的效率范围更广，在判别每个公司效率高低方面有更好的效果；证明了多个 EEFs 的存在，为每家公司选择所有对自己最有利的 EEFs 来评价自己和其他公司的效率提供了有力证据。

二是面向群体竞争的固定和产出效率评价模型及其应用。对现有的固定和产出 DEA 模型进行改进，分析群体需求，建立一套更符合竞争情景下群体效率评价的方法体系。此外，本文从竞争的角度出发，考虑竞争对手的意见，得到的碳排放效率结果能够获得所有 DMUs 的接受，并介绍了一种有效的算法来解决模型中的非线性问题。最后，将提出的方法用于评价 2021 年我国 30 省份工业部门的

二氧化碳排放效率，并提出了针对性的政策建议。结果表明：各省份工业部门的碳排放效率存在显著差异，其中北京表现最好，宁夏表现最差；尽管全国工业部门二氧化碳排放效率整体上是相对有效的，然而区域间的差距仍不容忽视，尤其是华北地区形成了明显的领先态势。

关键词：竞争情景；数据包络分析（DEA）；固定和产出；交叉效率；群体决策单元

Fixed-sum outputs DEA efficiency evaluation models and its applications in competitive scenarios

ABSTRACT

In practical applications, when evaluating the efficiency of decision-making units (DMUs), it is often found that the total amount of certain output indicators for DMUs is fixed. This type of output is referred to as fixed-sum outputs, which means that adjusting the output of one DMU will affect other DMUs. However, the traditional Data Envelopment Analysis (DEA) method assumes that output indicators are independent and can be freely increased or decreased, thus not satisfying the constraints of fixed-sum outputs.

The Generalized Equilibrium Efficient Frontier DEA (GEEFDEA) method is an effective approach to addressing the issue of fixed-sum outputs. However, in the application of the GEEFDEA model, some scholars have found that it is difficult to ensure the uniqueness of the EEF. The existence of multiple EEFs often leads to competition among DMUs. In such competitive scenarios, each DMU has its own preferences and tends to favor the EEF that benefits them the most, making coordination among them difficult. Furthermore, under the constraints of fixed-sum

outputs, DMUs frequently compete for limited resources. To obtain fair and equitable evaluation results, it is crucial to consider the opinions of competitors. Groups are composed of individuals and inherently possess some of their characteristics. In efficiency evaluations, it is necessary to consider competition among groups as well as the impact of DMUs within groups on the overall group. Based on this, this paper introduces the mutual evaluation concept from the cross-efficiency method into the fixed-sum outputs DEA model. It allows each DMU to select the most favorable EEFs to evaluate its own efficiency and the efficiency of its competitors, aiming to establish a method system that is more aligned with individual and group efficiency evaluations in competitive scenarios. The primary research work conducted in this study is as follows:

Firstly, this study proposes a fixed-sum outputs evaluation model based on interval cross-efficiency and its application. To address the non-uniqueness of efficiency scores, all the most favorable EEFs for each DMU are considered, eliminating the need for decision-makers to calculate the efficiency values of other DMUs based on specific preferences. Furthermore, this paper integrates the Stochastic Multi-criteria Acceptability Analysis (SMAA-2) method to aggregate the efficiency matrix and provides a specific algorithm to fully evaluate and rank all DMUs. Subsequently, using market share and profit from production and operation activities as fixed-sum outputs, the proposed

method is applied to 32 companies in the automotive industry in 2022 to obtain efficiency and ranking results. These results are then compared with those obtained using methods proposed by previous researchers. The study finds that, rather than using the traditional equal-weight scheme, considering all possible weight sets in aggregation leads to more reliable ranking results. Additionally, the model proposed in this paper produces a wider range of efficiency scores, enabling a more effective discrimination of the efficiency levels of each company. This provides strong evidence for the existence of multiple EEFs and the validity of allowing each company to select all the most favorable EEFs for evaluating its own and other companies' efficiency.

Secondly, this study presents a fixed-sum outputs efficiency evaluation model for group competition and its application. This model improves upon the existing fixed-sum outputs DEA model by analyzing group needs and establishing a methodology that better aligns with group efficiency evaluation in competitive scenarios. Additionally, from a competitive perspective, this paper considers the opinions of competitors to ensure that the obtained carbon emission efficiency results are acceptable to all DMUs. An effective algorithm is also introduced to address the nonlinear issues inherent in the model. Finally, the proposed method is applied to evaluate the carbon dioxide emission efficiency of the industrial sectors in 30 provinces in China in 2021, and targeted

policy recommendations are put forward. The results indicate significant differences in carbon emission efficiency among the industrial sectors of various provinces, with Beijing performing the best and Ningxia performing the worst. Although the overall carbon dioxide emission efficiency of the national industrial sector is relatively effective, the regional disparities cannot be ignored, especially as the North China region has formed a clear leading position.

Author: Biaobiao Ren (Management science and engineering)

Supervised by: Professor Bengang Gong

KEY WORDS: competitive scenario, Data Envelopment Analysis (DEA), fixed-sum outputs, cross-efficiency, group DMUs

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	I
目 录.....	V
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.1.1 研究背景	1
1.1.2 研究意义	2
1.2 研究方法和创新点.....	2
1.2.1 研究方法	2
1.2.2 创新点	3
1.3 研究内容和技术路线.....	4
1.3.1 研究内容	4
1.3.2 技术路线	4
第 2 章 相关理论与文献综述.....	6
2.1 数据包络分析相关理论.....	6
2.1.1 DEA 基本概念	7
2.1.2 DEA 主要模型	8
2.2 相关文献综述.....	10
2.2.1 固定和产出 DEA 方法的研究	10
2.2.2 考虑非期望固定和产出 DEA 方法的研究	12
2.2.3 文献述评	13
2.3 本章小结	14
第 3 章 基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用.....	15
3.1 研究问题描述.....	15
3.2 模型回顾.....	16
3.3 模型构建.....	17
3.3.1 研究动机	17
3.3.2 基于区间交叉效率的固定和产出评价方法	19

3.3.3 区间交叉效率的集结	23
3.4 汽车行业 32 家公司的效率分析	24
3.4.1 指标选取和数据说明	24
3.4.2 效率与排名结果	27
3.4.3 不同方法的比较分析	29
3.5 本章小结	31
第 4 章 面向群体竞争的固定和产出效率评价模型及其应用	32
4.1 研究问题描述	32
4.2 模型构建	33
4.2.1 基于非期望固定和产出的均衡有效前沿面	33
4.2.2 面向群体竞争的固定和产出效率评价模型	34
4.3 我国各省工业部门二氧化碳排放效率分析	36
4.3.1 指标选取和数据说明	37
4.3.2 效率评价结果分析	40
4.3.3 竞争策略分析	42
4.4 政策建议	44
4.5 本章小结	45
第 5 章 总结与展望	47
5.1 全文总结	47
5.2 研究展望	48
参考文献	49
附录	59
攻读硕士学位期间发表或录用的学术论文	67
致谢	68

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 研究背景

在效率评价工作中，经常会遇到决策单元（Decision Making Units, DMUs）某些产出指标的总和是固定的。在这种产出和约束下，DMUs 只有从竞争对手那里争夺更多的资源，才能提升自身的效率。例如，在个体效率评价中，对于汽车公司和家电公司这些企业而言，它们所处的行业已经步入成熟阶段，整个行业的市场规模是固定的，即 100%，企业成长的唯一途径就是从竞争对手那里获得更多的市场份额^[1]。同样地，在体育竞技领域，参赛国家或参赛城市的效率评价也面临着类似的问题，此时需要考虑到奖牌（金牌、银牌或铜牌）的总数是固定的，即增加某个国家奖牌数量会减少其他国家获得的奖牌总数^[2]。与个体相比，由若干同类 DMUs 构成的群体所提供的信息更多、带来的影响更大。在现实生活中，很多大型集团企业都是以群体形式存在的，管理着多个附属子公司。例如，在群体效率评价中，评估连锁酒店及其附属酒店的效率时，所有群体的市场份额总和是固定的，群体之间会围绕着市场份额相互竞争^[3]。类似的情况还有，在对我国各省的二氧化碳排放进行效率评估时，应该考虑群体内部省份之间的竞争对群体所产生的影响。

上述所提及的产出指标如市场份额，奖牌总数等，通常被称为固定和产出。由于产出的总和是固定的，当某一个 DMU 调整其产出以达到有效前沿面时，会影响到其他的 DMUs 的产出。也就是说，DMUs 会对有限的资源进行竞争以达到最佳的效率^[4]。而经典的数据包络分析（Data Envelopment Analysis, DEA）方法假定这些产出指标可自由地增加或减少，并不满足固定和产出的约束。因此，如何对固定和产出条件下的个体与群体进行效率评估是 DEA 方法中既热门又重要的研究问题。

固定和产出 DEA 模型在以往个体效率评价研究中产生了积极影响，也是企业在激烈市场竞争中稳定运行的主要手段。群体由个体组成，必然也具备个体的部分特征，适用于个体的固定和产出 DEA 方法在一定程度上也满足群体的需求。基于此，本文在分析群体与个体的关系，对现有的固定和产出 DEA 模型进行改进，建立一套更符合竞争情景下个体与群体绩效评估的方法体系。

1.1.2 研究意义

本文研究意义主要体现在以下两个方面：

（1）实践意义

实践意义主要有两点。第一，本文考虑固定和产出约束下企业之间的竞争问题，研究相关决策方法，从而为企业效率评估提供一种有效的决策辅助工具。研究成果对于指导企业在实际运营中更加精准地评估自身效率，制定更具针对性的竞争策略具有一定的实践意义。第二，本文研究不仅关注企业个体的效率评估，还将辅助工具运用于群体效率评估，探讨群体内个体对整体效率的影响。研究成果有助于企业从宏观角度审视自身在行业或市场中的定位，更加精准地把握市场趋势和竞争态势。同时，也为企业在提升整体效率方面提供了借鉴与参考。

（2）理论意义

理论意义在于丰富了 DEA 方法体系、拓展了 DEA 的应用领域。固定和产出 DEA 效率评估方法一直是 DEA 理论研究领域中的热点问题。首先，本文对现有的固定和产出 DEA 模型进行拓展与改进，考虑了固定和产出应用中均衡有效前沿面的非唯一问题，提出的新模型进一步丰富了 DEA 的理论与方法，为其他学者研究决策单元的效率评估与改善方面提供新的参考依据。此外，本文深入探讨了固定和产出约束下的群体竞争问题，进一步拓展了 DEA 的应用范围。

1.2 研究方法和创新点

1.2.1 研究方法

根据研究对象和研究内容，本文考虑 DMUs 之间的竞争问题，围绕固定和

产出约束条件这一生活中常见的产出特征，并针对效率评价工作中的一些特殊问题，对先前学者提出的模型进行拓展。从方法上来看，本文综合运用了文献综述法、实证分析法等等，这些方法的具体应用如下：

（1）文献综述法

对国内外文献关于固定和产出 DEA 方法和非期望固定和产出 DEA 评价的相关研究进行系统的整理与归纳，通过梳理现有文献的研究重点，在此基础上确定本文的研究思路。此外，本文发现文献中存在的不足并将其作为进一步深入研究的方向，确定研究的定位和解决问题的办法，力求在既有研究基础上进一步拓展与深化。

（2）实证分析法

实证分析法是一种重要的研究方法，描述和解释生活中的事例，为决策提供科学依据。一方面，本文在个体效率评价研究中，对汽车行业 32 家公司进行实证分析，得出每个公司效率得分方面存在的差异，从而为公司提供了有参考和借鉴；另一方面，在面向群体竞争的效率评价研究中，对我国 30 省份工业部门的碳排放效率进行实证研究，为碳排放效率的提升提供政策建议。通过上述实证分析，本文旨在为个体和群体效率评价提供科学依据和实践指导。

1.2.2 创新点

本文主要围绕个体效率评价研究和群体效率评价研究两个部分开展论述，主要创新点如下：

（1）在个体效率评价研究中，考虑 DMUs 本身及其竞争对手的偏好，将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型中，首次考虑了每个 DMU 所有最有利的 EEFs，避免了多个效率得分导致的非唯一性问题。

（2）在群体效率评价研究中，考虑群体内 DMUs 对其所在群体的影响，给出了基于固定和产出的群体效率定义；针对模型中目标函数的非线性问题，提出一种有效的算法进行解决。

1.3 研究内容和技术路线

1.3.1 研究内容

本研究同时考虑了理论研究和实证应用，在进行理论研究的基础上重视其在经营活动中的应用价值，通过实证应用展现提出模型的可行性和优势。主要框架分为以下六章：

第一章：绪论。先介绍本文的研究背景和意义，说明研究的主要内容。此外，还阐述了本文的研究方法和创新点，并介绍了整个文章的技术路线。

第二章：相关理论与文献综述。在整理众多文献与资料的基础上，首先，对相关理论进行阐述，包括 DEA 的基本概念和主要模型。然后，对固定和产出的相关研究进行回顾。

第三章：基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用。先对本章的研究问题进行描述并通过一个数值算例来说明本章构建模型的动机。然后，对区间交叉效率矩阵进行集结并提供了四步决策步骤和算法来获得所有 DMUs 的排名结果。最后，将本章提出的方法应用到 2022 年汽车行业 32 家公司的效率评价中，包括指标选取、效率与排名结果和不同方法的比较分析。

第四章：面向群体竞争的固定和产出效率评价模型及其应用。首先，分析我国工业部门的碳排放现状从而确定研究的定位。然后，提出了面向群体竞争的固定和产出效率评价模型并介绍一种有效的算法来解决模型中的非线性问题。接下来，将提出的方法用于评估 2021 年我国 30 省份工业部门的排放效率。最后，为各省碳排放效率的提升给出了政策建议。

第五章：总结与展望。本章首先对全文的主要工作和核心结论进行了阐述。接着，分析研究的不足之处，并对未来研究进行展望，以期后续研究提供有价值的参考与启示。

1.3.2 技术路线

本文共有五章。第一章从研究背景、研究意义、研究方法及研究内容等详细说明了全文的脉络和思路。第二章介绍了相关理论，奠定了理论基础。第三

章提出了基于区间交叉效率的固定和产出评价模型，分析了汽车行业 32 家公司的效率。第四章分析了我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率。第五章对全文进行了总结。

本文的技术路线如下：

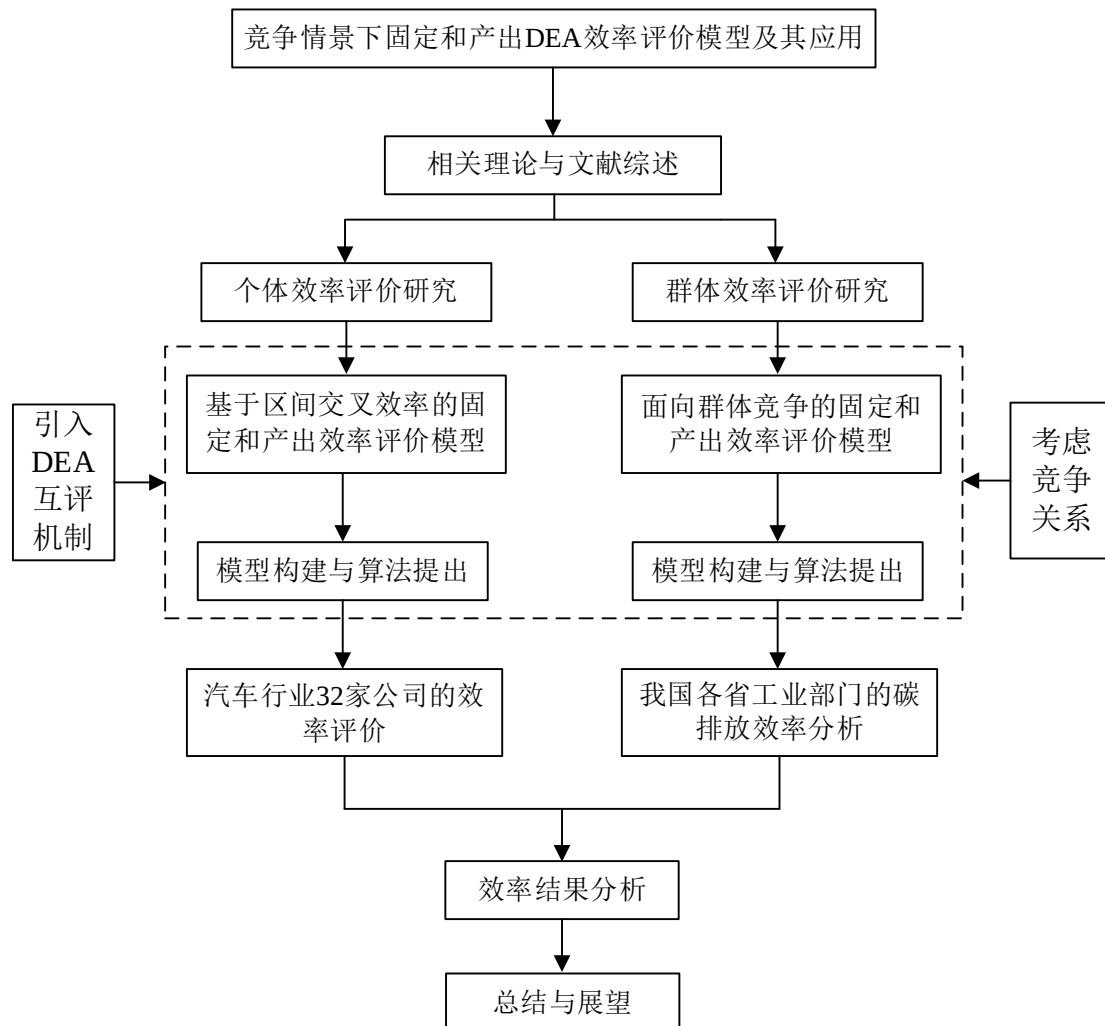


图 1-1 本文技术路线图

第 2 章 相关理论与文献综述

本章主要包括两个部分内容，一是对 DEA 相关理论进行介绍，包括 DEA 基本概念和 DEA 主要模型；二是对相关文献进行回顾，包括期望固定和产出相关文献回顾和非期望固定和产出相关文献回顾。

2.1 数据包络分析相关理论

DEA 方法是一种非参数线性规划方法，用于评估同质决策单元的相对效率。第一个 DEA-CCR 模型是 Charnes, Cooper 和 Rhodes^[5]提出的。相较于其他效率评估方法，DEA 评价方法的优势尤为显著，主要凸显于以下两方面：（1）该方法不需要对任何生产函数进行假设，不用事先确定投入和产出之间的函数关系；（2）DMUs 投入和产出指标的权重加权可以通过 DEA 模型直接求解，无需进行事先估计或假设。鉴于上述优势，DEA 方法能够显著减少主观因素对评价结果产生的影响。

自第一个 DEA-CCR 模型问世以来，国内外研究学者就开始对 DEA 方法进行研究和拓展，并将拓展的模型应用到各个领域。其中，理论上的研究包括：Banker 等^[6]提出的规模报酬可变的 BCC 模型，Tong^[7]开发的基于松弛变量（Slack-based measure，简称 SBM）模型，Andersen 和 Petersen^[8]的超效率模型（Super efficiency model）及 Sexton 等^[9]提出的交叉效率模型（Cross-efficiency model）等等。除了这些理论上的拓展以外，DEA 方法还应用于现实生活中，例如：银行效率评价^[10-15]，环境绩效评价^[16-21]，奥运会效率评价^[22-26]，医院效率评价^[27-31]，金融效率评价^[32-37]以及关于碳排放效率评价^[38-43]等等。

DEA 评价方法的研究受到了许多学者的关注，经过不断的发展与创新，已经管理科学领域中不可缺少的效率评价手段和关键的数学分析方法。

2.1.1 DEA 基本概念

(1) 决策单元 (Decision Making Units)

决策单元作为 DEA 绩效评估的研究对象,是指把一种“投入”转化为另一种“产出”的实体。在现实的生产活动中,经常通过具体的问题把城市、国家、医院、银行、公司、港口等看作是决策单元。其中,活动中消耗的物力,人力和财力叫做投入指标;能够表明活动成效的叫做产出指标。

在选择决策单元进行效率评估时,要求它们是同质的或者是具有可比性的,即具有三个共同特点:①相同的目标;②相同的投入和产出变量;③相同的外部环境^[44-45]。若决策单元不符合同质性,需要处理之后才能进行效率评估,具体的参考 Cook 等^[46]和 Imanirad 等^[47]的研究。

(2) 投入 (Inputs) 和产出 (Outputs)

选择准确的投入和产出指标是 DEA 对 DMUs 效率评估时关键的步骤。以汽车行业的效率评价为例,将员工人数和资产视为投入,产出为利润和市场份额。对于同一 DMU,因为研究目的不同,投入和产出也会变化。此外,按照产出类型,产出分为期望产出和非期望产出;按照产出的总和是否固定,分为可变和产出和固定和产出两类。不同的是,在生产活动中,投入、产出的界定可以互相颠倒,例如:在港口效率的研究中,货物吞吐量可以是第一阶段的产出,也可以作为第二阶段的投入^[48]。

(3) 生产可能集 (Production Possibility Set, PPS)

假设有 n 个 DMU, 对于每个 $DMU_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 都有 m 个投入和 s 个产出, 分别用 $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ 和 $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ 来表示。那么, 可能的投入、产出的生产可能集为^[49]:

$$T = \{(X, Y) | \text{投入 } X \text{ 可以得到产出 } Y\} \quad (1-1)$$

(4) 生产前沿面及投影

假设 $\omega \geq 0, \mu \geq 0, L = \{(X, Y) | \omega^T X - \mu^T Y = 0\}$, 存在

$$T \in \{(X, Y) | \omega^T X - \mu^T Y \geq 0\}, L \cap T \neq \emptyset \quad (1-2)$$

对于 $DMU_k (k = 1, 2, \dots, n)$, 其投入为 $X_k = (x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{mk})$, 产出为 $Y_k =$

$(y_{1k}, y_{2k}, \dots, y_{sk})$ 。假设其效率是 θ_k ，弱有效投影点为 $(\theta_k X_k, Y_k)$ 或 $(X_k, Y_k/\theta_k)$ ，强有效投影点为 $(\sum_{j=1}^n \lambda_j^* X_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j^* Y_j)$ 。

2.1.2 DEA 主要模型

这一部分主要阐述 DEA 方法中几个主要的模型。首先，假设共有 n 个 DMU，每个 DMU 消耗 m 种投入 $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n)$ 得到 s 种产出 $y_{ij} (r = 1, 2, \dots, s)$ 。

(1) CCR 模型

Charnes 和 Cooper 等^[5]提出了 DEA 方法中第一个模型：CCR 模型。此模型假设规模报酬不变，其原始模型如下：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \\ \text{s. t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j \\ & u_r, v_i \geq 0, \forall i, r. \end{aligned} \quad (1-3)$$

由于该模型是一个非线性模型，不便于求解。因此，可以使用 Charnes-Cooper 变换转化为线性模型（1-4）：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \forall j \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1, \\ & u_r, v_i \geq 0, \forall i, r. \end{aligned} \quad (1-4)$$

模型（1-4）的对偶模型如下：

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta_k \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_k x_{ik}, \forall i \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \forall r \\ & \lambda_j \geq 0, \forall j. \end{aligned} \quad (1-5)$$

关于 DMU 的效率有以下定义：

(a) 若模型（1-5）的最优解 $\theta_k^* = 1$ ，那么 DMU_k 称为（弱）有效 DMU。

(b) 若模型（1-5）的最优解 $\theta_k^* < 1$ ，那么 DMU_k 称为无效 DMU。

模型（1-3）到（1-5）均为投入导向模型，相对应的产出导向模型为：

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \varphi_k \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ik}, \forall i \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \varphi_k y_{rk}, \forall r \\ & \lambda_j \geq 0, \forall j. \end{aligned} \quad (1-6)$$

(2) BCC 模型

BCC 模型是由 Banker 和 Charnes 等^[6]在 CCR 模型进行改进提出的，此模型假设规模收益可变（Variable Return to Scale，简称 VRS），该模型的具体形式如模型（1-7）所示。

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \\
 & \text{s. t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \mu_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \forall j \\
 & \quad u_r, v_i \geq 0, \forall i, r, \\
 & \quad \mu_0 \text{ is free.}
 \end{aligned} \tag{1-7}$$

模型（1-7）的线性对偶模型如下所示：

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \theta_k \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_k x_{ik}, \forall i \\
 & \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rk}, \forall r \\
 & \quad \lambda_j \geq 0, \forall j.
 \end{aligned} \tag{1-8}$$

上述模型是投入导向的 BCC 模型，相应的产出导向模型为：

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \phi_k \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ik}, \forall i \\
 & \text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \phi_k y_{rk}, \forall r \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \\
 & \quad \lambda_j \geq 0, \forall j.
 \end{aligned} \tag{1-9}$$

比较模型（1-8）和模型（1-9），可以发现 BCC 模型多了约束条件 $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ ，因此，BCC 模型的有效前沿面随之发生改变。

(3) 交叉效率模型

在交叉效率模型中， θ_d 被视为自我评估效率值，而他评效率值可以通过求解模型（1-10）的最优权重 $(\omega_{1d}^*, \dots, \omega_{ld}^*)$ and $(v_{1d}^*, \dots, v_{rd}^*)$ 得到。那么， DMU_j 被 DMU_d 评价的交叉效率可以表示为：

$$E_{dj} = \frac{\sum_{r=1}^R v_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^I \omega_{id}^* x_{ij}}, d, j = 1, \dots, n \tag{1-10}$$

对于每个 $DMU_j (j = 1, \dots, n; j \neq d)$ ，其交叉效率值可以表示为所有 E_{dj} 的平均值，即

$$\bar{E}_j = \frac{1}{n} \sum_{d=1}^n E_{dj}, j = 1, \dots, n \tag{1-11}$$

模型（1-11）中，往往会存在多个最优解，这样会影响交叉效率方法的实

用性。为了解决该问题，Doyle 和 Green^[101]引入次级目标模型并提出著名的进取型和仁慈型两种模型，具体形式如下：

$$\begin{aligned}
 & \text{Max/Min} \quad \sum_{r=1}^R v_{rd} (\sum_{j=1, j \neq d}^n y_{rj}) \\
 & \quad \sum_{i=1}^I \omega_{id} (\sum_{j=1, j \neq d}^n x_{ij}) = 1, \\
 & \text{s. t.} \quad \sum_{r=1}^R v_{rd} y_{rd} - \theta_d^* \sum_{i=1}^I \omega_{id} x_{id} = 0, \\
 & \quad \sum_{r=1}^R v_{rd} y_{rj} - \sum_{i=1}^I \omega_{id} x_{ij} \leq 0, \\
 & \quad \omega_{id} \geq 0, i = 1, \dots, I, \\
 & \quad v_{rd} \geq 0, r = 1, \dots, R.
 \end{aligned} \tag{1-12}$$

2.2 相关文献综述

在评估 DMUs 的效率时，经常会遇到某些产出指标的总和保持恒定的情况，这被称为固定和产出。实际上，这种情况在应用中非常普遍，因为资源并非无限，DMUs 之间经常需要争夺这些资源。举例来说，汽车公司、家电公司等行业，由于市场成熟度较高，其市场规模往往是固定的，即总和为 100%。同样地，在体育竞技领域，参赛国家或参赛城市的效率评价也面临着类似的问题，此时需要考虑到奖牌的总数是固定的。在个体和群体的效率评价中，市场份额和奖牌总数被视为期望固定和产出，即产出指标的总和是固定的。而与之相对的是非期望固定和产出，这些是指不希望得到或对环境造成负面影响的产出。例如，在效率评估中，工业废气的排放量往往是限制的，总的能源消耗量或污染排放物（如二氧化碳、二氧化硫等）均被视为非期望固定和产出。同样，工业部门在生产过程中产生的废水也属于此类。

如何准确、客观的评估具有固定和产出的 DMUs 的效率对生产活动有着深远的意义，众多学者已纷纷向着这个方向进行探索并提出解决固定和产出的方法，为实际生产活动中的效率评估提供了重要参考。因此，本章系统的梳理了期望固定和产出相关文献和非期望固定和产出相关文献。

2.2.1 固定和产出 DEA 方法的研究

解决固定和产出问题的第一类方法——零和博弈 DEA（Zero-sum Gains，简称 ZSGDEA）方法，是由 Lins 等^[50]人在 2003 年提出的，他们将该方法应用于悉尼奥运会，并对各个参赛国家的表现进行了评价。其中，零和为向有效前沿面投影时，全部参赛国的产出的调整量是零，即增加某个国家奖牌数量会减

少其他国家获得的奖牌总数，此时能保证调整后所有国家的奖牌总数是固定的。为了对所有参赛国的奖牌数进行调整，作者在文章中提出两种方法：等量减少产出和等比例减少策略。

事实上，关于 ZSGDEA 模型的两个调整策略，研究学者发现等量减少产出策略会导致有些 DMUs 调整后的产出为负值，而等比例减少策略导致 DMUs 的产出调整量与其实际产出存在依赖关系。

对于 ZSGDEA 模型存在的问题，Yang 等^[51]提出了固定和产出 DEA (FSODEA) 模型，使用最小产出调整策略来构建 EEF 以评价固定和产出 DMUs。该调整策略表示，当某个 DMU 的产出增加时，需要其它 DMUs 产出的减少量进行弥补。Wu 等^[52]通过同时考虑可变和产出及期望固定和产出进一步拓展了 FSODEA 模型，对我国工业环境效率进行了评估。但是，ZSGDEA 模型和 FSODEA 模型均在不同的均衡有效前沿面上评价 DMUs，且使用的调整策略各不相同，从而使评价结果有失客观性。在此基础上，Yang 等^[53]提出了解决固定和产出问题的第二类方法——均衡有效前沿面 DEA (Equilibrium Efficient Frontier, EEFDEA) 方法，该方法能够在一个公共的 EEF 上，对固定和产出 DMUs 进行科学、合理的评价。但是，该方法求解效率的过程中需要大量的计算步骤，Yang 等^[54]进一步将 EEFDEA 方法改进为 GEEFDEA 方法。该方法不用事先确定 DMUs 的数量，只需一步即可得到 EEF。

然而，有学者发现该方法的 EEF 并不是唯一的，需要构建次级目标模型来保证均衡有效前沿面的唯一性。Fang^[55]引入次级目标模型，仅需一步便成功获得了唯一的均衡有效前沿面，并使用算例证明了该方法的可行性。在此基础上，Zhu 等^[56]提出了一种基于次级目标的算法来确保均衡有效前沿面的唯一性。此外，Zhu 等^[57]提出了两种高效的算法来求解非线性 Max-min 模型，进一步确保了 EEF 的唯一性。最近，Yu 等^[58]提出了一种新的讨价还价的选择方法来处理多个可行的 EEF，最终成功实现了唯一最优的 EEF。

基于 GEEFDEA 模型的研究框架，学者们对该模型进行了丰富与拓展。例如，Zhu 等^[59]考虑了每个 DMU 的固定和投入/产出的调整策略，进一步提出了公共均衡有效前沿 DEA 方法来评估工业领域的能源效率。Chen 等^[60]考虑了所有可行的均衡有效前沿面，计算决策单元的效率、排名区间和占优关系。Li 等

^[61]提出了基于 GEEFDEA 模型的 Malmquist-DEA 方法。与这些单阶段 DEA 方法不同, Li 等^[62]和 Zhang 等^[63]将 GEEFDEA 方法拓展到两阶段 DEA 方法中, 拓宽了应用范围。

2.2.2 考虑非期望固定和产出 DEA 方法的研究

在全球控制碳排放总量的背景下, 二氧化碳排放正逐渐受到配额的限制^[64], 也就是说, 每个 DMU 的二氧化碳排放量可增加或减少以实现有效的边界而会影响其他 DMUs。例如,《京都议定书》规定每个国家的年二氧化碳排放量都被限制在一定水平, 2021 年 1 月, 中国生态环境部门在电力、钢铁、水泥和电解铝行业实施了固定配额排放^[65]。因此, 在环境效率评估模型中必须考虑碳排放量的“固定和”特征, 以确保效率测量的准确性和客观性。

自从 ZSGDEA 模型被提出以来, 就获得了许多国内外学者的青睐, 将其进行拓展并用于不同行业的环境效率评估。举例来说, Gomes 和 Lins^[66]将非期望固定和产出的情况引入到 ZSGDEA 模型中, 并将其用于测量二氧化碳的排放效率。冯晨鹏等^[67]提出了改进的非径向 ZSGDEA 模型, 并将其用于测量 30 个行政区域的环境效率。接着, Yang 等^[68]将公平的思想纳入到 ZSGDEA 模型, 并用改进后的方法评估 2020 年中国各省二氧化碳的减排方案。随后, Cui 等^[64]使用 ZSGDEA 模型对电力行业的碳排放配额分配效率进行评价。Zhou 等^[69]将 ZSGDEA 模型与熵值模型相结合, 从省域视角对中国可再生能源配额进行分配, 最后引入环境基尼系数来评价资源配置结果的合理性。

在常用的 DEA 评价方法中, 学者们经常使用固定和产出 DEA 方法来评估不同的区域和行业的二氧化碳排放效率。例如, ①涉及国家或地区的碳排放效率研究。Li 等^[61]首先扩展了 Yang 等的 GEEFEDEA 方法, 将非期望固定和产出二氧化碳排放量考虑在内, 将提出的方法与 Malmquist 生产率指数 (MPI) 方法相结合, 并对我国各省份的碳排放效率进行评估。Zhang 等^[70]利用 2013-2019 年的能源消耗和碳排放数据, 将 CO₂ 视为是非期望固定和产出, 重点分析了中国省级二氧化碳排放效率, 最后为各省提出了一些政策和改进措施, 如降低高碳排放行业的能源利用率。②行业的碳排放效率研究。Li 等^[71]提出了一种基于广义均衡有效前沿面的两阶段 DEA 方法, 用于测量和分析具有固定和碳排放约

束的两阶段能源生产利用效率，最终应用该方法对 2015-2019 年中国火电行业省级能源生产利用效率进行了实证分析。Li 等^[72]考虑了二氧化碳排放量的固定和特征，将处理碳排放约束的 GEEFDEA 方法与共同前沿 Malmquist-Luenberger 生产率指数（MMLPI）相结合，并测量了火电行业的二氧化碳排放性能及其变化的驱动因素。

2.2.3 文献述评

通过上述文献的回顾可以看出，相关研究取得了一定的成果，例如，提出了解决固定和产出问题的模型以及将固定和产出 DEA 模型从单阶段拓展到两阶段 DEA 方法中等等。虽然取得了丰硕的成果，仍存在值得深入和拓展的空间，具体如下：

（1）在上述关于固定和产出 DEA 模型的文献中，多数研究都是选择单个的 EEF 评估 DMUs 的效率，然而该模型很难保证 EEF 的唯一性且在评价过程中未能充分考虑竞争对手的意见，导致所得到的评价结果无法获得所有 DMUs 的接受。事实上，多个 EEFs 的存在往往会导致 DMUs 之间的竞争。在这种竞争情景下，每个 DMU 都有自己的偏好，往往倾向于对自己有利的 EEF，这使得他们之间很难协调。

（2）在固定和产出的应用中，目前多数研究聚焦于从个体角度评价 DMUs 的效率，而针对群体效率评价方法的研究相对匮乏。事实上，很多大型集团都是以群体形式存在的，管理着多个附属子公司。群体由个体组成，必然也具备个体的部分特征，所以群体之间也会因为固定和产出的约束而彼此相互竞争。鉴于此，建立一套适用于群体决策需求的方法体系显得尤为重要。

基于上述，本文研究竞争情景下固定和产出 DEA 效率评价模型及其应用。将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型，旨在构建一个公平公正的评估氛围，使每个 DMU 都能充分表达自己的观点。具体而言，本文提出的方法允许每个 DMU 选择所有对它最有利的 EEFs 评价自己和竞争对手的效率，在这种互评机制下，每个 DMU 不仅有自评效率值，还有竞争对手对它评价的效率值。

2.3 本章小结

数据包络分析方法自提出以来,就被国内外著名学者进行研究和发 展,并应用于很多现实生活中的领域,进已经管理科学领域中不可缺少的效率评价手段和关键的数学分析方法。首先,本章对 DEA 方法的概念和主要模型进行了系统的阐述。其次,本章归纳与总结了和本文相关的理论,指出了本研究需要解决的问题。如何在个体和群体的效率评价研究中,考虑固定和产出约束下的竞争问题,拓展与改进个体绩效评价模型,建立一套更符合群体绩效评价的固定和产出 DEA 模型,值得进一步深入和拓展。

第 3 章 基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用

3.1 研究问题描述

DEA 方法在个体效率评价中受到了许多学者的关注,从而不断的发展与创新。传统的 DEA 方法假设产出指标彼此独立,可自由增加或减少^[6],即当某一个 DMU 调整其产出以达到有效前沿面时,不会影响到其他的 DMUs。然而在实际应用中,DMUs 的投入或产出不符合该假设,彼此之间相互影响,比如会遇到 DMUs 的某些产出指标的总和是固定的,这种类型的产出被称为固定和产出。在这种情况下,传统的 DEA 方法并不满足固定和产出的约束。

如何准确、客观的评价固定和产出 DMUs 的效率,已成为热门且具有挑战性的问题,有些学者提出了 GEEFDEA 模型对 DMUs 进行绩效评估。然而,在 GEEFDEA 模型的框架下,一些学者发现该模型很难保证 EEF 的唯一性且不同 EEFs 产生的效率分数和排名存在显著差异^[60]。此外,用于计算效率得分的 EEF 只对某些 DMUs 有利,而其他 DMUs 不愿意接受所选择的 EEF,因为每个 DMU 更倾向于自己的偏好^[57]。为了能够使所有 DMUs 愿意接受其选择的 EEF, Zhang 等^[70]提出了一种 Cross-EEF 效率评价方法,该方法允许每个 DMU 选择对自己最有利的 EEF 来评价自己和其它 DMUs 的效率。

然而,对于任何一个 DMU 来说,上述方法仅选择一个对其最有利的 EEF 来评估所有 DMUs,忽视了其它最有利的 EEFs 及其在绩效评估中的影响。事实上,在某个 DMU 的自评阶段,会存在多个最有利的 EEFs (具体证明见 3.3.1 节),这使得决策者困惑于选择哪个 EEF 来评价其他 DMUs。此外,多个最有利的 EEFs 的存在会导致效率得分的非唯一性问题,虽然 DEA 交叉效率方法中的次级目标模型可以用来解决这个问题^[73-74],但是没有明确的准则说明决策者可以选择这些模型。

为了解决上述固定和产出应用中效率得分的非唯一问题,本章提出了一种基于区间交叉效率的固定和产出方法来评价 DMUs。首先,在自评阶段,该方

法允许每个 DMU 通过选择其最有利的 EEF 进行评估，以获得其最佳效率得分，在他评阶段，通过考虑每个 DMU 的所有最有利的 EEFs 来计算其他 DMUs 的效率值，从而得到每个 DMU 的区间效率值。其次，与传统的区间交叉效率一样，本章介绍了随机多准则可接受性分析（SMAA-2）方法，并运用该方法对区交叉效率矩阵进行集结，使所有 DMUs 得到充分排序。最后，将模型应用到 2022 年汽车行业 32 家公司的绩效评价。

3.2 模型回顾

Yang 等^[54]提出的 GEEFDEA 模型，是个体绩效评价研究中重要的模型。此外，GEEFDEA 模型是对 EEFDEA 模型两个方面的改进。一是解决了 EEFDEA 模型在求解效率时计算量大的问题；二是解决了 EEFDEA 模型中所有固定和产出发生同步增加或同步减少的情况。该模型包含两个部分，一是通过最小化所有 DMUs 的调整量，从而完成对 EEF 的构建；二是利用所建立的前沿面评估所有 DMUs 的效率。

假定有 n 个 DMUs，每个 DMU 消耗 m 种投入 $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, \dots, n)$ ，得到 s 种非固定和产出 $y_{rj} (r = 1, 2, \dots, s)$ 和 l 种固定和产出 $f_{tj} (t = 1, 2, \dots, l)$ 。其中， $\sum_{j=1}^n f_{tj} = F_t (\forall t)$ ， F_t 是个常数。基于 Yang 等^[54]的最小调整策略，GEEFDEA 方法中的第一部分构建的均衡有效前沿面模型如下：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l \gamma_t \sigma_{tj} \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t (f_{tj} + \delta_{tj})}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} = 1 \quad \forall j \\
 & \sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0 \quad \forall t \\
 & \alpha_{tj} = \max\{\delta_{tj}, 0\}, \forall t, j \\
 & f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \forall t, j \\
 & \mu_r, v_i, \gamma_t \geq 0, \delta_{tj} \text{ is free.}
 \end{aligned} \tag{3-1}$$

其中， μ_r, v_i 以及 γ_t 分别为非固定和产出 y_{rj} ，投入 x_{ij} ，固定和产出 f_{tj} 的权重。 δ_{tj} 可以是负数，正数或 0，表示第 t 个固定和产出的调整量。当 δ_{tj} 为负数表示 DMU _{j} 的产量需要减少 δ_{tj} 才能达到 EEF； δ_{tj} 为正数意味着 DMU _{j} 必须从其它 DMUs 那里得到 δ_{tj} 才能达到 EEF； δ_{tj} 为 0 意味着 DMU _{j} 的产量不需要变化就能

达到 EEF。由此，模型（3-1）可以进行如下变换：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l \gamma_t |\delta_{tj}| \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t (f_{tj} + \delta_{tj})}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} = 1 \quad \forall j \\
 & \sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0 \quad \forall t \\
 & f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \\
 & \mu_r, v_i, \gamma_t \geq 0, \delta_{tj} \text{ is free.}
 \end{aligned} \tag{3-2}$$

假设模型（3-2）中 δ_{tj} 的最优解为 $\delta_{tj}^* (t = 1, 2, \dots, l, j = 1, \dots, n)$ ，那么最初的每个 DMU_j 的固定和产出 f_{tj} 调整为 $(f_{tj} + \delta_{tj}^*)$ ，并使投入和非固定和产出保持不变。调整后的 DMUs 在模型（3-2）的约束条件下是有效的，所以它们共同构成了公共 EEF。

基于上述公共的 EEF，GEEFDEA 方法的第二部分通过模型（3-3）计算每个 DMU 的效率：

$$\begin{aligned}
 e_k^{GEEFDEA} \quad & \min \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}{\sum_{r=1}^s \mu_r \gamma_{rk} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{tk}} \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{r=1}^s \mu_r \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t (f_{tj} + \delta_{tj}^*)} \geq 1, \forall j \\
 & \mu_r, v_i, \gamma_t \geq 0, \forall r, i, t
 \end{aligned} \tag{3-3}$$

通过模型（3-3）计算出的效率结果具有客观性和可比性，因为该模型保证所有 DMUs 是在一个公共均衡有效前沿面上进行评估的。

3.3 模型构建

3.3.1 研究动机

在固定和产出 DMU 的个体绩效评价研究中，为了方便介绍本章的研究动机，使用表 3-1 的数值算例从几何上证明 DMUs 在固定和产出应用中具有不同的交叉效率得分。该数值算例共有 9 个 DMUs，各 DMU 由 1 个投入和 2 个固定和产出构成。

图 3-1 绘制了三个均衡有效前沿面。线段 GAE （黑色）是从传统的 DEA 模型中得到的，代表原始有效前沿面；线段 $A_1C_1E_1$ （红色）和线段 $A_2C_2E_2$ （蓝色）是从 GEEFDEA 模型中获得的均衡有效前沿面，也是 DMU_A 所有最有利的 EEFs 中的两个。GEEFDEA 模型是使用调整后的 EEF 来评估原始的 DMU，调整后的 $A_1, B_1, D_1, F_1, G_1, H_1$ 和 I_1 在图中同一位置， $A_2, B_2, D_2, F_2, G_2, H_2$ 和 I_2

也在同一位置。为了方便起见，图 3-1 中只绘制了 A_1 和 A_2 位置。此外，连接点 O 和点 A 与线段 $A_1C_1E_1$ 和线段 $A_2C_2E_2$ 的交点分别为 A' 和 A'' ；点 O 和点 B 的延长线与其的交点分别为 B' 和 B'' 。

表 3-1 一个数值算例

DMUs	Input (X)	固定和产出(Y_1)	固定和产出(Y_2)
A	1	5.29146	8.75984
B	1	5.23861	3.57825
C	1	0.48899	0.3622
D	1	3.53328	7.27163
E	1	9.27681	0.20684
F	1	4.94398	8.30095
G	1	2.20908	9.49323
H	1	0.81993	7.69988
I	1	0.33434	7.52795

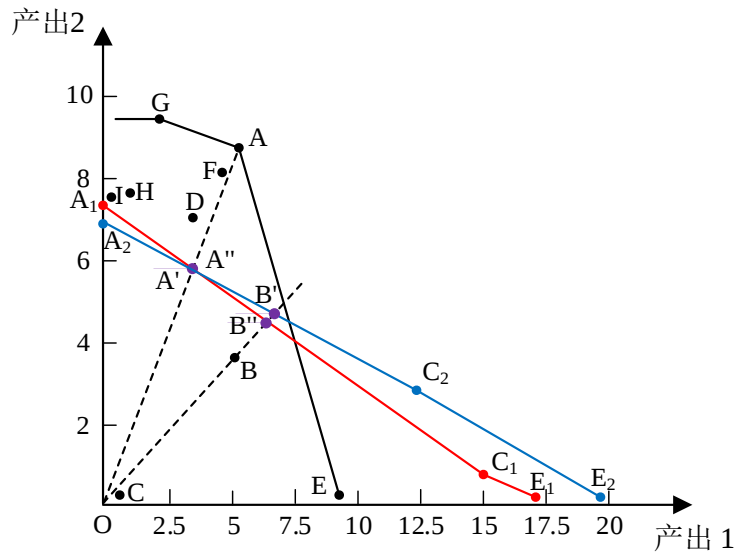


图 3-1 数值算例的生产可能集 (PPS)

以 DMU_A 和 DMU_B 为例来证明 DMUs 存在多个交叉效率得分。由图 3-1 可知， DMU_A 在这两个 EEFS 上的最优效率值可以表示为 $\frac{OA}{OA'}$ 或 $\frac{OA}{OA''}$ 。当使用 DMU_A 最有利的两个均衡有效前沿面 $A_1C_1E_1$ 和 $A_2C_2E_2$ 评估 DMU_B 的效率，对应的效率分别为 $\frac{OB}{OB'}$ 和 $\frac{OB}{OB''}$ 。不难发现， $OB' \neq OB''$ ，故 $\frac{OB}{OB'} \neq \frac{OB}{OB''}$ 。因此，该算例证明了在固定和产出情况下 DMU 存在多个效率得分。

事实上，多个 EEFS 的存在往往会导致 DMUs 之间的竞争。在这种竞争情景下，每个 DMU 都有自己的偏好，往往倾向于对自己有利的 EEFS，这使得他

们之间很难协调。正如图 3-1 所示, DMU_A 存在多个对它最有利的 EEFs, 当 DMU_A 选择的 EEF 对所有 DMUs 进行效率评价且对 DMU_B 不利时, 得到的评价结果无法获得 DMU_B 的接受。此外, 没有明确的准则说明 DMU_A 可以选择该 EEF 去评价所有 DMUs 的效率。因此, 本文考虑固定和产出的约束, 建立了一个新的模型来解决 DMUs 之间的竞争问题。

3.3.2 基于区间交叉效率的固定和产出评价方法

本章将提出一种新的方法用于固定和产出 DMUs 的绩效评价, 即基于区间交叉效率的固定和产出评价方法。该方法是对 Zhang 等^[80]所提出模型的进一步改进, 旨在解决效率值的非唯一问题。由于 DMUs 存在多个最有利的均衡有效前沿面, 因此在构建模型时应该考虑 DMUs 所有最有利的均衡有效前沿面。

在固定和产出应用场景中, 首先计算使所有 DMUs 达到有效状态时所需要的最小调整量来确定均衡有效前沿面。该均衡有效前沿面被用作评估原始投入和产出数据的基准^[53-54]。假设有 n 个 DMUs, 每个 DMU 消耗 m 种投入 $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, \dots, n)$, 得到 s 种非固定和产出 $y_{rj} (r = 1, 2, \dots, s)$ 和 l 种固定和产出 $f_{tj} (t = 1, 2, \dots, l)$ 。其中, 非固定和产出是可扩展的, 而固定和产出需符合 $\sum_{j=1}^n f_{tj} = F_t (\forall t)$, F_t 是常数。所得到的公共 EEF 模型如下:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l \gamma_t |\delta_{tj}| \\ & \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t (f_{tj} + \delta_{tj})}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} = 1 \quad \forall j \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0 \quad \forall t \\ & f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \\ & \mu_r, v_i, \gamma_t \geq 0, \delta_{tj} \text{ is free.} \end{aligned} \quad (3-4)$$

其中, μ_r, v_i 以及 γ_t 分别代表非固定和产出 y_{rj} , 投入 x_{ij} , 固定和产出 f_{tj} 的权重。 δ_{tj} 表示第 t 个固定和产出的调整量, 且满足约束条件 $\sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0, \forall t$ 。模型 (3-4) 是非线性的, 为方便求解, 需要将其转化为线性模型。令 $\delta'_{tj} = \gamma_t |\delta_{tj}|, \alpha_{tj} = \frac{1}{2} (|\delta'_{tj}| + \delta'_{tj}), \beta_{tj} = \frac{1}{2} (|\delta'_{tj}| - \delta'_{tj})$, 可以得到:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj} + \beta_{tj}) \\
 \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{t=1}^l \gamma_t (f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj}) &= 0 \quad \forall j \\
 \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj} - \beta_{tj}) &= 0, \forall t \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \geq C, \\
 & \gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj} \geq 0, \\
 & \mu_r, v_i, \gamma_t, \alpha_{tj}, \beta_{tj} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

其中, C 是正常数以保证模型 (3-5) 的目标函数为正。在求解模型 (3-5) 之后, 可以得到一组最优解 $\mu_r^*, v_i^*, \gamma_t^*, \alpha_{tj}^*, \beta_{tj}^*$ 和 δ_{tj}^* 。由此, 每个 DMU 的投入为 x_{ij} , 非固定和产出为 y_{ij} , 调整后的固定和产出为 $f_{tj} + \delta_{tj}^*$ 。此外, 所有调整后的 DMUs 的效率均为 1, 这些 DMUs 形成了一个公共的 EEF。

一些文献发现模型 (3-5) 的最优解不是唯一的, 会产生了多个 EEF。每个 DMU 更偏向于选择一个对它有利的 EEF 来评价自己和其它 DMUs。Zhang 等^[80]引入了一种互评机制, 并提出了 Cross-EEF 评价方法。然而, 如上节所示, 该方法会产生多个效率得分, 从而影响 DMUs 排名的准确性。

为了方便起见, 定义向量形式 $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_t)^T$, $v = (v_1, \dots, v_m)^T$, $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_s)^T$ 和 $\delta = (\delta_{tj}), \forall i, r, t, j$ 。根据 Zhu 等^[56-57]和 Chen 等^[60]的研究, 在最小调整策略下模型 (3-5) 存在无限多个最优解。因此, 定义集合 S 包含所有可行的 EEFs, 形式如下:

$$S = \{(\omega, v, \mu, \delta) | \gamma, v, \mu, \delta \text{ satisfy Model(3-5)}\} \tag{3-6}$$

由于固定和产出的存在, DMUs 之间存在直接或间接的关系。每个 DMU 都试图通过从集合 S 中选择最有利的 EEF 来评估自己和其它 DMUs, 因此, 多个 EEFs 对评估标准的统一提出了挑战。在这种情况下, 本节将会提出一种考虑每个 DMU 所有最有利的 EEFs 的方法。

DEA 交叉效率模型同时考虑了自评和他评, 建立了公平的评估框架^[75-76]。所以, 本节提出了区间交叉模型评价固定和产出 DMUs。该模型共分为两个阶段。

第一阶段: DMUs 自评

在自评阶段, 每个 DMU 可以选择一个最有利的 EEF 去评估自己和其它 DMUs 的效率。假设模型 (3-5) 目标函数的最优值为 $opti^*$, 对于任意一个给定的 DMU_d , 其最大效率值可以通过下面的模型 (3-7) 得到。

$$\begin{aligned}
 E_{dd} = & \quad \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{td}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{id}} \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj} + \beta_{tj}) = \text{opti}^*, \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall i, r, t, j, \\
 & \quad \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall t, \\
 & \quad \gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj} \geq 0, \forall t, j, \\
 & \quad \mu_r, v_i, \gamma_t, \alpha_{tj}, \beta_{tj} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3-7}$$

为了便于求解，对模型（3-7）进行 Charnes-Cooper 变换，可得到线性模型：

$$\begin{aligned}
 E_{dd} = & \quad \text{Max} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{td} \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj} + \beta_{tj}) = \text{opti}^* \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall i, r, t, j \\
 & \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall t \\
 & \quad \gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj} \geq 0, \forall t, j \\
 & \quad \mu_r, v_i, \gamma_t, \alpha_{tj}, \beta_{tj} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3-8}$$

第二阶段：DMUs 他评

在他评阶段，保持 DMU_d 的效率值 E_{dd}^* 不变的约束下， DMU_j 的最大和最小效率值可以使用模型（3-9）进行计算：

$$\begin{aligned}
 E_{dj} = & \quad \text{Max/Min} \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{tj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj} + \beta_{tj}) = \text{opti}^* \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall i, r, t, j \\
 & \quad \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 0 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall t \\
 & \quad \gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj} \geq 0, \forall t, j \\
 & \quad \mu_r, v_i, \gamma_t, \alpha_{tj}, \beta_{tj} \geq 0
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

由于模型（3-9）是一个非线性模型，令 $h = \frac{1}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$, $v_i = h * v_i$, $\gamma_t = h * \gamma_t$,

$\mu_r = h * \mu_r$, $\alpha_{tj} = h * \alpha_{tj}$ 和 $\beta_{tj} = h * \beta_{tj}$, 然后得到了线性模型（3-10），具体如下所示：

$$\begin{aligned}
 E_{dj} = & \quad \text{Max/Min} \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{tj} \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj} + \beta_{tj}) = h * \text{opti}^* \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall i, r, t, j \\
 & \quad \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i x_{id} = 0 \\
 & \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj} - \beta_{tj}) = 0, \forall t \\
 & \quad \gamma_t f_{tj} + \alpha_{tj} - \beta_{tj} \geq 0, \forall t, j \\
 & \quad \mu_r, v_i, \gamma_t, \alpha_{tj}, \beta_{tj}, h \geq 0
 \end{aligned} \tag{3-10}$$

在考虑 DMU_d 所有最有利的均衡有效前沿面前提下，模型（3-10）的目标函

数旨在最大化和最小化 DMU_j 的效率值，那么该模型最优目标函数值分别记为 E_{dj}^{L*} 和 E_{dj}^{U*} 。由于模型（3-10）中的线性约束空间和凸目标函数，因此 DMU_j 的效率得分能被定义为区间数，即 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ 。根据区间的性质，提出了下面的定理。

定理 3.1 DMU_j 的效率值在区间 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ 内都是连续的。

定理 3.1 证明见附录 1。

表 3-2 区间交叉效率矩阵

DMU_d	DMU_j			
	1	2	...	n
1	$[E_{11}^{L*}, E_{11}^{U*}]$	$[E_{12}^{L*}, E_{12}^{U*}]$	...	$[E_{1n}^{L*}, E_{1n}^{U*}]$
2	$[E_{21}^{L*}, E_{21}^{U*}]$	$[E_{22}^{L*}, E_{22}^{U*}]$	...	$[E_{2n}^{L*}, E_{2n}^{U*}]$
...	...	...	...	...
n	$[E_{n1}^{L*}, E_{n1}^{U*}]$	$[E_{n2}^{L*}, E_{n2}^{U*}]$	...	$[E_{nn}^{L*}, E_{nn}^{U*}]$

注：当 $E_{dj}^{L*} = E_{dj}^{U*}$ 时，矩阵中的区间数可以成为实数。

通过求解模型（3-10），可以得到所有固定和产出 DMUs 的区间交叉效率值。表 3-2 为区间交叉效率矩阵，该矩阵中对角线上的数值表示每个 DMU 的自评效率值，且满足 $E_{dj}^{L*} = E_{dj}^{U*} = E_{dd}^*, j = 1, \dots, n$ 。

根据定理 3.1 可知， DMU_j 的效率值并不是唯一值，则 DMU_j 相对于其它 DMUs 的效率排名会有较大的波动。若其中两个 DMU 的区间效率值没有重叠，就能确定它们之间的具体排名。例如，若 DMU_A 和 DMU_B 的区间效率分别为 $[0.2, 0.4]$ 和 $[0.6, 0.7]$ ，则 DMU_B 的排名高于 DMU_A 。但是，当 DMU_C 和 DMU_D 的区间效率值分别为 $[0.3, 0.7]$ 和 $[0.4, 0.8]$ 时，可以发现这两个 DMUs 的效率值发生重叠，此时应该如何确定每个 DMU 的具体排名位置？这将成为本章后续所深入讨论的一个重要问题。

区间交叉效率的集结问题可以看作是一个随机多准则决策问题。在区间交叉效率矩阵中，矩阵每一列上的 n 个 DMU 被视为 n 个“候选方案”，矩阵每一行上的 n 个 DMU 被视为 n 个“评价准则”。在下一小节中，将应用 SMAA-2 方法对区间交叉效率矩阵进行集结，计算出每个 DMU 的排名，从而使它们得到充分排序。

3.3.3 区间交叉效率的集结

本小节运用 SMAA-2 方法对区间交叉效率矩阵进行集结, 并提供四步决策步骤和相应的伪代码来获得所有 DMUs 的排名结果。SMAA-2 方法是一种在多准则设定中用于评估和比较候选方案的决策方法^[77-78], 它将随机因素引入传统的多准则决策分析中, 以解决决策过程中的不确定性和可变性, 并且能够提供更稳健和可靠的结果。

SMAA-2 方法用于探索每个排名位置的可能性, 属性值的不确定性信息用随机变量 ξ_{ij} 描述, 在空间 $X \in \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^n$ 中的概率密度函数为 $f_X(\xi)$ 。同样地, 属性权重在可行权重空间 $W = \{w \in \mathcal{R}^n: w_j \geq 0; \sum_{j=1}^n w_j = 1\}$ 中可以用密度函数 $f(w)$ 的随机变量表示。SMAA-2 方法提供了一些实用的决策指标, 排序可接受度指数用 $b_{DMU_j}^k$ 来表示, 描述 DMU_j 在可能排名位置上的概率, 定义为:

$$b_{DMU_j}^k = \int_{\xi \in X} f_X(\xi) \int_{w_{DMU_j}^k} f_w(w) dw d\xi \quad (3-11)$$

总体可接受度指数用 a_{DMU_j} 表示, 通过排序权重 a_k 对排序可接受度指数 $b_{DMU_j}^k$ 进行集结, 具体地公式如下:

$$a_j = \sum_{k=1}^n a_k b_{DMU_j}^k \quad (3-12)$$

根据公式 $a_k = (\sum_{q=k}^n \frac{1}{q}) / (\sum_{q=1}^n \frac{1}{q})$, 可以计算出排序权重 a_k 。

利用上述介绍的 SMAA-2 方法, 可以根据这些指标集结区间交叉效率, 且使所有 DMUs 得到充分排序。下面是本节提出的具体决策步骤和相应的伪代码:

Step 1 (1-6 行): 确定每个 DMU 最有利的 EEF

决策者根据研究目的, 从权威网站收集, 整理和预处理投入、固定和产出与非固定和产出数据。在此基础上, 决策者计算所有 DMUs 的最小调整量, 确保每个 DMU 能够在公共的均衡有效前沿面上进行自评和他评, 并进一步定义集合 S 供决策者选择最有利的均衡有效前沿面。在每个 DMU 选择所有对自己最有利的均衡有效前沿面后, 结合模型的准确性, 决策者构建区间交叉效率矩阵来表示 DMUs 在不同均衡有效前沿面下的效率结果。

Step 2 (7-8 行): 随机生成权重

决策者根据权重约束条件形成可行的权重空间, 运用蒙特卡洛技术在欧几

里得空间中生成权重的随机样本。这些权重样本用于每次迭代中不同属性的敏感性分析结果，将迭代次数设置为 10000。

Step 3 (9-11 行): SMAA-2 方法的迭代过程

在每次迭代中，基于属性信息和随机权重 w 计算秩值。通过这个过程，决策者可以获得在每次迭代中属性的秩值和权重。由此，可得到 DMUs 的排名顺序。重复这个迭代过程，直到达到最终的迭代次数。

Step 4 (12-14 行): SMAA-2 方法的结果

在这个阶段，统计了 DMUs 在不同排名位置的频率，并计算相应的概率形成排名可接受指数 $b_{DMU_j}^k$ 。此外，利用 a_k 和 $b_{DMU_j}^k$ 计算整体可接受指数 a_j 。最后，根据 a_j 的大小得到每个 DMU 的排名结果。

算法 1: 集结区间交叉效率值的算法

-
- 1: 确定投入与产出的变量，包括 x_{ij} , y_{rj} 和 f_{tj} ;
 - 2: 收集与整理投入和产出的数据;
 - 3: 计算最小调整量 $opti^*$;
 - 4: 在自我评价阶段，每个 DMU 从集合 S 选择最有利的 EEf;
 - 5: 计算其它 DMUs 的区间交叉效率得分 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$;
 - 6: 构建区间交叉效率矩阵;
 - 7: 对于 $t=1$ 到 T , T 表示迭代次数;
 - 8: 从权重空间 W 中随机生成权重 w ;
 - 9: 从空间 X 中随机生成属性值 ξ_{ij} ;
 - 10: 排序所有 DMUs 并记录排名位置;
 - 11: end
 - 12:更新排名可接受指数 $b_{DMU_j}^k$;
 - 13:利用 a_k 和 $b_{DMU_j}^k$ 计算整体可接受指数 a_j ;
 - 14:基于 a_j 得到每个 DMU 的排名顺序。
-

3.4 汽车行业 32 家公司的效率分析

3.4.1 指标选取和数据说明

本小节将应用汽车行业的数据集来证明上节所提出方法的可行性，该数据集来源于《财富》世界 500 强的名单 (<https://www.fortunechina.com>)，是对

2022 年汽车行业 32 家公司的效率评价。这些公司分布在 9 个国家，分别是中国（CHN）、日本（JPN）、德国（GER）、美国（USA）、韩国（KOR）、法国（FRA）、荷兰（NET）、瑞典（SWE）、加拿大（CAN）。参考之前学者的投入产出文献，选择员工人数和总资产两个投入指标^[60]，是生产经营活动最重要的两种投入资源，选取的产出指标为利润和市场份额^[58]。为了方便起见，将汽车行业 32 家公司用 $I_1 - I_{32}$ 表示，具体数据见表 3-3。

表 3-3 2022 年汽车行业 32 家公司投入与产出数据

国家	DMU	投入		产出		CCR 效率
		总资产 (百万美元)	员工人数 (人)	利润 (百万美元)	市场份额 (%)	
CHN	I_1	144349.5	146145	3803.4	4.2581	0.7582
CHN	I_2	94470.8	118648	3600.4	3.8532	1
CHN	I_3	86797.7	141681	1440.9	3.0332	0.8510
CHN	I_4	78755.7	100000	318	2.6305	0.8187
CHN	I_5	57354.7	112113	607.3	2.3582	0.9954
CHN	I_6	81583.9	128928	1471	1.9674	0.5878
CHN	I_7	91489	400000	1881	1.2631	0.3335
CHN	I_8	46564.2	288186	472.1	1.1537	0.5646
SWE	I_9	56991.8	89195	3821.9	1.5281	0.8043
JPN	I_{10}	557522.2	372817	25371.4	9.8383	0.6664
JPN	I_{11}	197456.2	204035	6294.2	4.5626	0.5914
JPN	I_{12}	134844.6	141983	1918.7	2.6413	0.4994
JPN	I_{13}	61216.3	167950	2349.2	1.7293	0.6875
JPN	I_{14}	34641.3	117177	1263.5	1.2282	0.8369
JPN	I_{15}	34224.1	69193	1427.4	1.1188	0.8041
JPN	I_{16}	31359.8	281075	857.3	1.0559	0.7673
JPN	I_{17}	557522.2	135636	3589.5	1.0415	0.2038
USA	I_{18}	257035	183000	17937	4.8019	0.7921
USA	I_{19}	244718	157000	10019	4.4731	0.6993
USA	I_{20}	62131	99290	5519	1.8956	1
CAN	I_{21}	29086	158000	1514	1.2764	1

NET	I_{22}	195297.9	281595	16789.1	6.2221	1
KOR	I_{23}	196855	121403	4318.9	3.6197	0.7207
KOR	I_{24}	56251.2	51975	4160	2.1502	1
KOR	I_{25}	43320.2	33702	2055.6	1.2835	0.9206
FRA	I_{26}	129322.4	156466	1049.9	1.9244	0.3680
GER	I_{27}	601028.4	672789	18186.6	10.4188	0.4468
GER	I_{28}	295427.8	172425	27200.8	5.5755	1
GER	I_{29}	260972.2	118909	14639.6	4.6322	1
GER	I_{30}	111111.1	402614	2382.4	3.2792	0.6937
GER	I_{31}	43614.2	157549	780.3	1.5954	0.8600
GER	I_{32}	40751	190875	1720.3	1.5906	0.9008

汽车行业是一个缓慢发展的成熟行业 Yu 等^[58]，整个行业的利润和市场份额是恒定的，也就是说，汽车行业中的公司只有从竞争对手那里获得利润和市场份额才能成长。因此，利润和市场份额都是固定和产出。投入和固定和产出数据的描述性统计如表 3-4 所示，包含了每个指标的单位、最大值、最小值、标准差和平均数。

表 3-4 描述性统计

	变量	单位	最大值	最小值	平均值	标准差
投入	X_1 :总资产	百万美元	601028.40	29086.00	153564.54	156616.03
	X_2 :员工人数	人	672789	33702	186.64	128.41
固定和产出	Y_1 :利润	百万美元	27200.80	318.00	5898.74	7446.73
	Y_2 :市场份额	%	10.42	1.04	3.13	2.35

从图 3-2 可以看出，在所有企业中， I_{27} 的两个投入规模最大，其次是 I_{10} ，并且这两家公司的产出显著高于其他公司。相反，有几家公司的投入较少，如 I_{15} 、 I_{24} 、 I_{25} 。在固定和产出中， I_4 的利润最低， I_{27} 的市场份额最大。表 3-3 给出了 2022 年汽车行业 32 家公司的投入和产出数据，最后一列为每家公司的 CCR 效率值。根据表 3-3 可以看出， I_2 ， I_{20} ， I_{21} ， I_{22} ， I_{24} ， I_{28} 和 I_{29} 的效率值是相同的，无法进一步进行比较和排序。

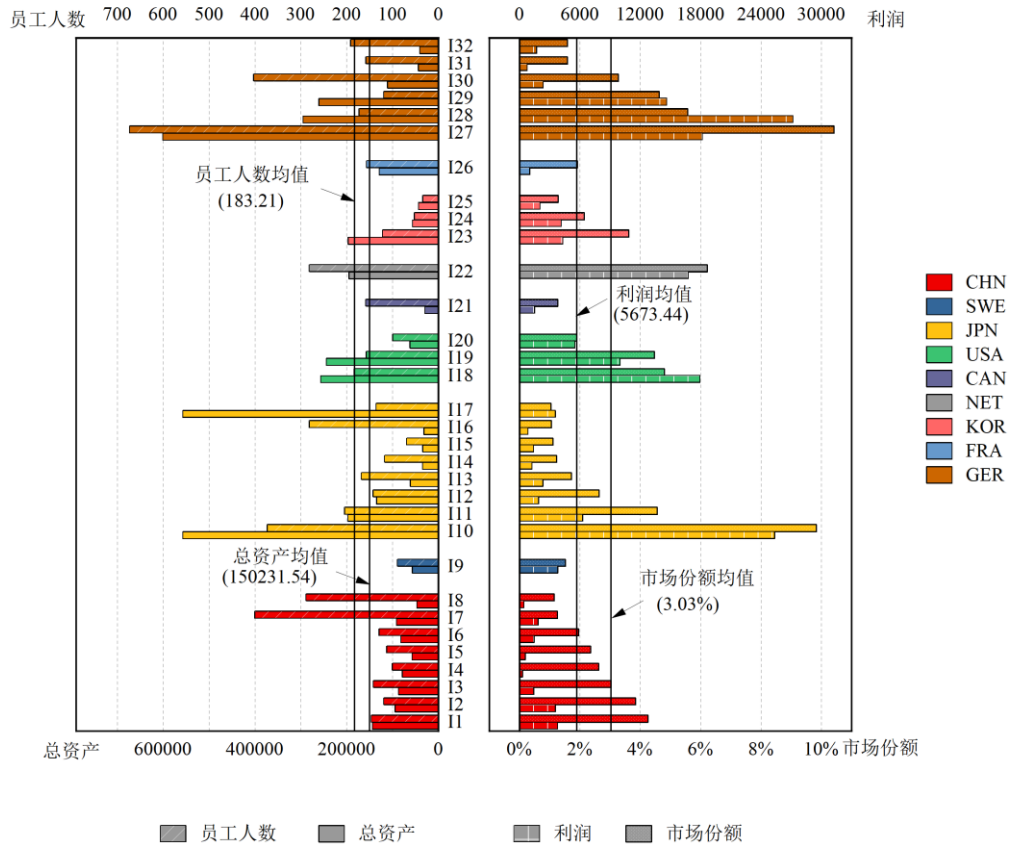


图 3-2 汽车行业 32 家公司投入与产出规模

3.4.2 效率与排名结果

对前面提出的模型（3-5）进行求解，计算了 32 家公司最小调整量 $opti^*$ ，然后，应用基于区间交叉效率的固定和产出评价模型得到所有公司的区间交叉效率矩阵。由于页面大小的限制，将效率矩阵结果的最大值和最小值放在附录 2 和附录 3 中，平均值和相应的排名在最后两行中表示。观察矩阵结果发现，在考虑了所有最有利的 EEFs 后，虽然各公司的效率得分都有了一定程度的提高，但公司之间的效率得分仍然存在较大差异。例如，在 32 家公司的最大交叉值中，效率最高的是 I_{24} ，效率值为 2.1554，其次是 I_{28} ，效率值为 1.9964，而效率最低的是 I_{17} ，只有 0.3422。

除了上述的效率分析，运用 SMAA-2 方法对效率矩阵进行集结，得到了所有公司的排名结果。首先，根据算法 1 进行迭代，直到所有步骤完成后结束。然后，通过模型（3-11）和模型（3-12）计算出了 $b_{DMU_j}^k$ 和 a_{DMU_j} ，具体结果显

示在附录 4 和图 3-3 中。

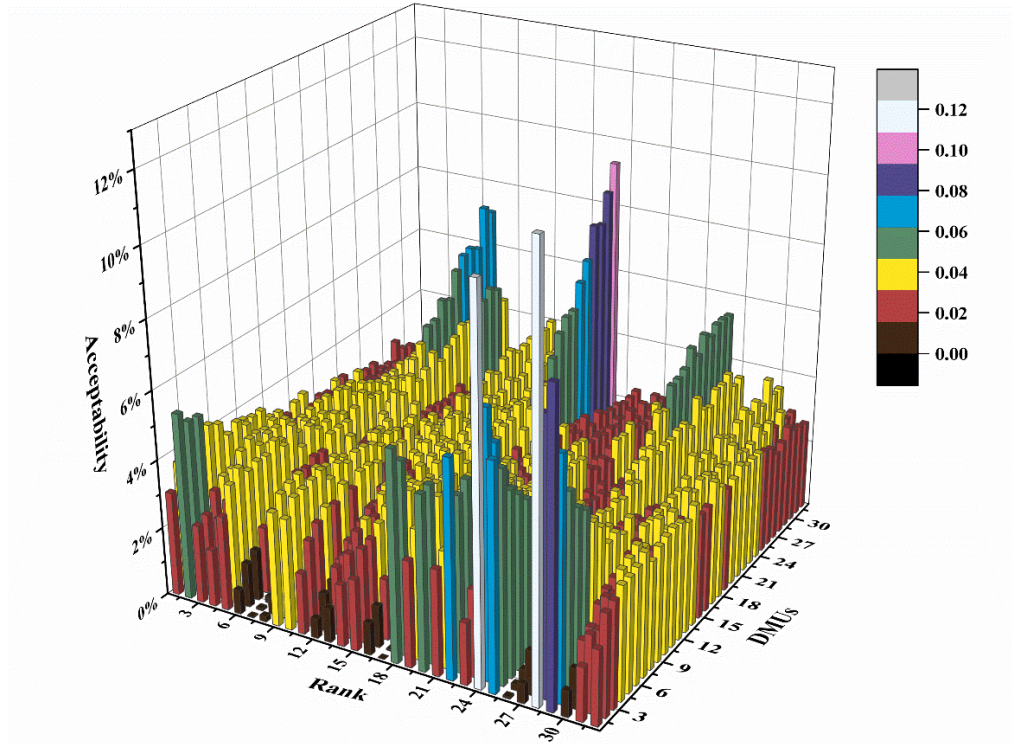


图 3-3 32 家公司排序可接受度指数 $b^1 - b^{32}$

从附录 4 和图 3-3 可以看出，大部分数字是大于 0 的，这表明 DMU（公司）至少存在一个最有利的 EEF 获得该排名位置。此外，可以知道每个 DMU 具体排名位置的概率，这可以用于稳健的选择一个或几个最佳 DMUs，并去除一些最差的 DMUs。例如， I_{17} ， I_7 和 I_{26} 的排名可接受度指数对于最佳排名位置的概率来说非常小，而对于最差排名来说非常大。其中， I_{17} 在最佳排名位置上的概率非常小（排名第 1 为 0，第 2 为 0.05%，第 3 为 0.04%，它们的总和为 0.09%）。因此 I_{17} ， I_7 和 I_{26} 可以被认为是低效的 DMUs，因为这些 DMUs 在探索权重空间后不可能获得最佳排名位置。不同的是， I_{28} 和 I_{24} 更有可能获得较好的排名位置（ I_{28} 和 I_{24} 的排名可接受指数分别为 12.4%和 11.03%）。根据总体可接受度 a_{DMU_j} ，这 32 家公司的排名为： $I_{28} > I_{24} > I_{29} > I_{25} > I_{22} > I_{18} > I_2 > I_{20} > I_{10} > I_9 > I_1 > I_{19} > I_{21} > I_5 > I_{32} > I_{15} > I_3 > I_{23} > I_{14} > I_{11} > I_4 > I_{31} > I_{13} > I_{16} > I_{30} > I_6 > I_{27} > I_{12} > I_8 > I_{26} > I_7 > I_{17}$ （>表示“优于”）。

3.4.3 不同方法的比较分析

为了说明所提出模型的可行性和特点, 将其与 Yang 等^[54]、Chen 等^[60]以及 Zhang 等^[70]提出的模型进行比较, 32 家公司对应的效率和排名结果如表 3-5 所示。其中, 第 2-3 列代表 Yang 等^[54]计算的效率和排名, 第 4-5 列是 Chen 等^[60]计算的效率区间和排名区间, 第 6-7 列显示 Zhang 等^[70]获得的效率和排名。对于表 3-5 中 8-9 列, 是本章提出模型所计算的总体可接受度指数和排名。

表 3-5 不同方法的效率与排名结果

DMU	Yang 等人(2015)		Chen 等人(2021)		Zhang 等人(2023)		本章的方法	
	效率	排名	效率区间	排名区间	效率	排名	a^h	排名
I_1	1.5094	7	[0.6859,1.7401]	[4,16]	1.3046	13	0.2692	11
I_2	1.9885	2	[0.9601,2.0043]	[1,13]	1.6973	6	0.3149	7
I_3	1.5878	6	[0.3218,1.7173]	[4,22]	1.2535	15	0.2442	17
I_4	1.6240	4	[0.1006,1.6413]	[4,31]	1.1907	17	0.2307	21
I_5	1.7653	3	[0.1714,2.0205]	[2,27]	1.3180	12	0.2652	14
I_6	1.1061	17	[0.3610,1.1850]	[15,23]	0.8945	26	0.1891	26
I_7	0.4196	31	[0.1488,0.6784]	[29,32]	0.4448	31	0.1037	31
I_8	0.6174	30	[0.0518,1.2175]	[19,32]	0.6793	29	0.1494	29
I_9	1.2332	11	[1.0232,1.7458]	[10,18]	1.3017	14	0.2713	10
I_{10}	0.9709	26	[0.8672,2.1532]	[5,28]	1.3869	9	0.2720	9
I_{11}	1.1773	15	[0.8299,1.3355]	[11,21]	1.1157	20	0.2335	20
I_{12}	0.9941	24	[0.3704,1.1110]	[17,25]	0.8225	28	0.1794	28
I_{13}	1.0689	18	[0.4426,1.3882]	[16,26]	0.9845	23	0.2084	23
I_{14}	1.2239	13	[0.3412,1.7423]	[7,27]	1.1253	19	0.2353	19
I_{15}	1.3877	10	[0.6527,1.6064]	[8,20]	1.2088	16	0.2442	16
I_{16}	0.7275	29	[0.0965,1.6546]	[9,31]	0.9253	24	0.1962	24
I_{17}	0.2073	32	[0.0918,0.8373]	[15,32]	0.3553	32	0.0833	32
I_{18}	1.0182	22	[0.9180,3.1012]	[3,24]	1.7873	4	0.3228	6
I_{19}	1.0117	23	[0.8982,2.0191]	[6,27]	1.3546	10	0.2691	12
I_{20}	1.3949	9	[1.1402,2.3125]	[9,16]	1.5537	8	0.3073	8
I_{21}	1.1822	14	[0.3032,2.1565]	[1,26]	1.3189	11	0.2681	13
I_{22}	1.4992	8	[1.3196,2.2380]	[6,13]	1.6450	7	0.3235	5
I_{23}	1.0233	21	[0.5712,1.7807]	[6,26]	1.1129	21	0.2375	18
I_{24}	1.9918	1	[1.8784,2.5324]	[1,5]	2.1554	2	0.3935	2
I_{25}	1.5920	5	[1.2353,2.2745]	[2,14]	1.7180	5	0.3341	4
I_{26}	0.7320	28	[0.2114,0.7345]	[22,30]	0.5697	30	0.1272	30
I_{27}	0.8681	27	[0.7877,0.9249]	[14,29]	0.8626	27	0.1866	27
I_{28}	1.0580	19	[0.9274,4.9913]	[1,22]	2.4608	1	0.4049	1
I_{29}	1.0243	20	[0.8722,3.8954]	[1,27]	2.0080	3	0.3634	3
I_{30}	0.9861	25	[0.1872,1.4503]	[15,30]	0.9167	25	0.1893	25
I_{31}	1.2241	12	[0.1567,1.7976]	[6,30]	1.0786	22	0.2226	22
I_{32}	1.1431	16	[0.2852,1.9181]	[4,27]	1.1895	18	0.2449	15

根据表 3-5 中不同方法的结果, 可以总结出以下四个结论:

(1) Zhang 等^[70]提出的方法和本章的方法均显示 I_{28} 可以排在第一位, 但这并不意味着两种方法是相同的。事实上, 这两种方法在以下两个方面存在着不

同。一是在均衡有效前沿面的数量上，Zhang 等^[70]的方法使用与决策单元数量相等的均衡有效前沿面的数量来对自身进行评价，而本文方法所涉及的均衡有效前沿面的数量远远大于决策单元的数量。其次，在集结权重方面，Zhang 等^[70]的方法使用传统的等权方案，而本章的方法考虑所有可行的权重集合。通过探索可行的集结权重空间，得到可靠的排名结果。

(2) 虽然所有的方法都测量了 DMUs 的效率和排名，但这些方法是从不同的角度计算的结果。以 I_{28} 为例说明这些方法之间的差异，根据 Yang 等^[54]和 Chen 等^[60]的方法， I_{28} 的排名分别为[1-22]和[29]。在计算效率的过程中，Yang 等^[54]仅以单个均衡有效前沿面为平台来计算公司的效率和排名，这很容易忽略其它 EEF 在绩效评估中反映的信息；Chen 等^[60]的方法考虑了所有的 EEFs，并计算出效率和排名区间，但是，当排名区间过宽时，会增加决策者对 DMUs 排名的难度。

(3) 基于四种不同方法所计算的 32 家公司效率各不相同，这意味着存在多个实现固定和产出最小加权调整的均衡有效前沿面。在此基础上，每家公司都选择了所有对自己最有利的均衡有效前沿面来评价自己和其他公司的效率，进一步证明了本章提出方法的真实性和客观性。

(4) 效率结果表明，所提出方法计算的效率范围为 0.0518-4.9913，而 Yang 等^[54]的模型仅为 0.2073-1.9918。由此可见，本章提出的方法在判别每个公司效率高低方面有更好的效果，进一步证明提出模型的可行性。

在以上分析的基础上，选择了四个重要方面来比较本文提出的方法与其他三种方法的差异。表 3-6 考虑了四种不同的情况：(1) 该方法能否一步到达 EEF？(2) 该方法是否考虑了同行评价？(3) 该方法是否考虑了 DMUs 所有最有利的 EEFs？(4) 该方法是否考虑了所有可能的集结权重？从结果来看，发现只有本章的方法才能满足所有条件，突出了该方法的优势。

表 3-6 不同方法在四种条件下的比较

条件	方法			
	Yang 等人 (2015)	Chen 等人 (2021)	Zhang 等人 (2023)	本章的方 法
(1) 该方法能否一步到达 EEF?	是	是	是	是
(2) 该方法是否考虑了同行评价?	否	否	是	是
(3) 该方法是否考虑了 DMUs 所有最有利的 EEFs?	否	是	否	是
(4) 该方法是否考虑了所有可能的集结权重?	否	否	否	是

3.5 本章小结

在实际应用中，对 DMU 进行效率评估时，往往会发现 DMUs 的某些产出指标的总量是固定的，这种类型的产出被称为固定和产出。为了使评价结果更加客观和准确，本章将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型，通过考虑每个 DMU 的所有最有利的均衡有效前沿面，提出了一种基于区间交叉效率的固定和产出评价方法。然后，本章引入 SMAA-2 方法对效率矩阵进行集结，使所有 DMUs 得到充分排序。

此外，本章将提出的方法应用到 2022 年汽车行业 32 家公司的效率评价，并将效率结果与排名结果与之前的学者的方法进行比较，本章提出的方法更加客观公正。结果表明，虽然所有的方法都测量了 DMUs 的效率和排名，但这些方法是从不同的角度计算的结果。此外，基于四种不同方法所计算的 32 家公司效率各不相同，这意味着存在多个实现固定和产出最小加权调整的均衡有效前沿面。在此基础上，每家公司都选择了所有对自己最有利的均衡有效前沿面来评价自己和其他公司的效率，进一步证明了本章提出方法的真实性和客观性，为现实中的固定和产出问题提供了新思路。

第 4 章 面向群体竞争的固定和产出效率评价模型及其应用

4.1 研究问题描述

效率评价是进行管理决策的重要依据，也是企业在激烈市场竞争中稳定运行的主要手段。与个体相比，由若干同类 DMUs 构成的群体所提供的信息更多、带来的影响更大。在实际生产生活中，很多组织都是以群体形式存在的。例如，连锁酒店管理着多家附属酒店，对连锁酒店及其附属酒店进行效率评价时，所有群体的市场份额总和是固定的，群体之间会围绕着市场份额相互竞争^[3]。类似的情况还有，在对我国各省的二氧化碳排放进行效率评估时，应该考虑群体内部省份之间的竞争对群体所产生的影响。因此，如何对竞争情景下的群体进行效率评估成为 DEA 方法中重要的问题。

固定和产出 DEA 模型在以往个体效率评价研究中产生了积极影响，本章则将固定和产出 DEA 模型拓展到群体层面。事实上，群体由个体组成，必然也具备个体的部分特征，适用于个体的固定和产出 DEA 方法在一定程度上也满足群体的需求。为此，本章分析群体及其内部个体的竞争关系，对适用于个体的固定和产出 DEA 模型进行拓展与改进，建立一套更符合竞争情景下群体效率评价的方法体系。

本章旨在为群体效率评估提供一种有效的决策辅助工具，用以评价群体内部 DMUs 的效率。具体而言，本章将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型中，旨在构建一个公平公正的评估氛围，使每个 DMU 都能充分表达自己的观点。每个 DMU 除了自评效率值，还有其他 DMUs 对它评价的效率值，使每个 DMU 的评价结果具有可比性。在现有研究基础上，提出了面向群体竞争的固定和产出效率评价模型，针对模型中目标函数的非线性问题，提出一种有效的算法进行解决。本章还将所提出的模型用于评估 2021 年我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率，得到的评价结果能够被所有 DMUs 认可和接受，为二氧化碳排放效率评估提供了更加客观、科学的依据。

4.2 模型构建

4.2.1 基于非期望固定和产出的均衡有效前沿面

第三章的方法考虑的是期望固定和产出，而二氧化碳排放量是一种非期望固定和产出，构建均衡有效前沿面时需要考虑这一特性。此外，以往学者所考虑的均衡有效前沿面都是为了研究个体绩效而构建的，而现实生活中经常涉及到群体效率评估。当群体内决策单元较多时，需要考虑群内个体对群体所产生的影响。基于此，本节首先对群体内的 DMUs 构建一个公共的 EEF，依次对每个群体中的 DMUs 进行效率评价。

假设有 K 个同类群体，每个群体 $k(1, \dots, K)$ 由 D_k 个 DMUs 组成，则共有 n 个 DMUs 即 $\sum_{k=1}^K D_k = n$ 。每个 $DMU_{d_k}(d_k = 1, \dots, D_k)$ 消耗 I 种不同投入 $x_{id_k}(i = 1, \dots, I)$ 得到 R 种不同的非固定和产出 $y_{rd_k}(r = 1, \dots, R)$ 和 T 种不同的非期望固定和产出 $f_{td_k}(t = 1, \dots, T)$ 。

构建的均衡有效前沿面如模型 (4-1) 所示：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T \mu_t |\delta_{tj}| \\
 & \frac{\sum_{r=1}^S v_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} + \sum_{t=1}^T \mu_t (f_{tj} + \delta_{tj})} = 1 \quad \forall j \\
 \text{s. t.} \quad & \sum_{j=1}^n \delta_{tj} = 0 \quad \forall t \\
 & f_{tj} + \delta_{tj} \geq 0, \\
 & v_r, \omega_i, \mu_t \geq 0, \delta_{tj} \text{ is free.}
 \end{aligned} \tag{4-1}$$

模型 (4-1) 中， ω_i ， v_r 和 μ_t 分别表示投入 x_{ij} ，非固定和产出 y_{rj} 及非期望固定和产出 f_{tj} 的权重。其中，非期望固定和产出满足 $\sum_{j=1}^n f_{tj} = F_t$ ， F_t 是一个常数。为方便求解，需要将模型 (4-1) 转化为线性模型。令 $\delta'_{tj} = \mu_{tj} |\delta_{tj}|$ ， $a_{tj} = \frac{1}{2}(|\delta'_{tj}| + \delta'_{tj})$ ， $b_{tj} = \frac{1}{2}(|\delta'_{tj}| - \delta'_{tj})$ ，可以得到：

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T (a_{tj} + b_{tj}) \\
 & \sum_{r=1}^S v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} - \sum_{t=1}^T \mu_t (f_{tj} + a_{tj} - b_{tj}) = 0 \quad \forall j \\
 & \sum_{j=1}^n (a_{tj} - b_{tj}) = 0, \quad \forall t \\
 \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} \geq C, \\
 & \gamma_t f_{tj} + a_{tj} - b_{tj} \geq 0, \\
 & v_r, \omega_i, \mu_t, a_{tj}, b_{tj} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{4-2}$$

其中， C 是正常数以保证模型 (4-2) 的目标函数为正。在求解模型 (4-2)

之后，可以得到一组最优解 v_r^* , ω_i^* , μ_t^* , a_{tj}^* , b_{tj}^* 和 δ_{tj}^* 。此外，该模型能使群体内所有 DMUs 只需一步调整达到均衡有效前沿面，即群体内所有 DMUs 在一个公共的均衡有效前沿面上进行评价效率。

以上是对每个群体内 DMUs 所构建的均衡有效前沿面，接下来将介绍如何计算群体效率和群内 DMUs 效率。

4.2.2 面向群体竞争的固定和产出效率评价模型

在第三章模型的基础上，建立一套适用于群体决策需求的方法体系，即面向群体竞争的固定和产出效率评价模型，该模型的思想是依次对每个群体及其内部 DMUs 进行效率评价。首先，对于任一群体，选择一个最有利的均衡有效前沿面，使该群体内 DMUs 效率总和达到最大化，接着，利用该群体所选择的均衡有效前沿面去评价其它群体内的 DMUs。

构建的具体模型如下：

$$\begin{aligned}
 E_k^A = & \quad \text{Max } \frac{1}{D_k} \sum_{d_k=1}^{D_k} \frac{v_r y_{rd_k}}{\omega_i x_{id_k} + \mu_t f_{td_k}} \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} + b_{td_k}) = \text{opti}^*, \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k} - \sum_{t=1}^T (\mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k}) - \sum_{i=1}^I \omega_i x_{id_k} = 0, \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} - b_{td_k}) = 0, \\
 & \quad \mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k} \geq 0, \\
 & \quad v_r, \omega_i, \mu_t, a_{td_k}, b_{td_k} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4-3}$$

不难发现，模型（4-3）的目标函数是一个非线性规划模型，这导致无法直接求解得到 DMUs 的效率值，需要采取其它方法来处理这一非线性问题。因此，本节详细介绍了一种有效的算法来解决非线性问题，旨在计算出各群体及其内部 DMUs 的效率值。

具体的算法步骤如下：

Step 1 计算出每个群体内各个 DMUs 的最大效率 $\theta_{k_{max}}$ 和最小效率 $\theta_{k_{min}}$

在步骤 1 中，允许每个 DMU 选择对自己最有利的 EEF 去评价自己和其它 DMUs 的效率，在考虑所有最有利的 EEF 前提下，利用模型（4-4），可以计算出每个 DMU 的最大效率和最小效率。对于任一 DMU_j 的效率，可以定义为一个区间值，即 $[\theta_{k_{min}}, \theta_{k_{max}}]$ 。

$$\begin{aligned}
 \theta_k = & \quad \text{Max/Min} \frac{\sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k}}{\sum_{i=1}^m \omega_i x_{id_k} + \sum_{t=1}^T \mu_t f_{td_k}} \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} + b_{td_k}) = \text{opti}^*, \\
 & \quad \sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k} - \sum_{t=1}^T (\mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k}) - \sum_{i=1}^l \omega_i x_{id_k} = 0, \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} - b_{td_k}) = 0, \\
 & \quad \mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k} \geq 0, \\
 & \quad v_r, \omega_i, \mu_t, a_{td_k}, b_{td_k} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4-4}$$

Step 2 确定每个群体所有最有利 EEF 的权重集合

从模型 (4-4) 可知, 对于任意给定的效率值 $\theta_k \in [\theta_{k_{\min}}, \theta_{k_{\max}}]$ 都有一个对应的 EEF。因此, 通过建立模型, 旨在得出构成每个 EEF 的最优权重集合。首先, 令 $\theta_k = \theta_{k_{\min}} + \eta * \varepsilon$, 其中 ε 表示步长, $\eta \in [0, \frac{\theta_{k_{\max}} - \theta_{k_{\min}}}{\varepsilon}]$ 。接着, 将 θ_k 以步长大小从 $\theta_{k_{\min}}$ 增加到 $\theta_{k_{\max}}$ 。由于各群体内 DMUs 倾向于最大化自身效率, 该步骤构建的模型如下所示。

$$\begin{aligned}
 \theta_k = & \quad \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k}}{\sum_{i=1}^m \omega_i x_{id_k} + \sum_{t=1}^T \mu_t f_{td_k}} \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} + b_{td_k}) = \text{opti}^*, \\
 & \quad \sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k} - \sum_{t=1}^T (\mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k}) - \sum_{i=1}^l \omega_i x_{id_k} = 0, \\
 & \quad \sum_{t=1}^T (a_{td_k} - b_{td_k}) = 0, \\
 \text{s. t.} \quad & \quad \mu_t f_{td_k} + a_{td_k} - b_{td_k} \geq 0, \\
 & \quad \sum_{r=1}^R v_r y_{rd_k} - (\sum_{i=1}^m \omega_i x_{id_k} + \sum_{t=1}^T \mu_t f_{td_k}) * \theta'_k = 0, \\
 & \quad \theta'_k \in [\theta_{k_{\min}}, \theta_{k_{\max}}] \\
 & \quad v_r, \omega_i, \mu_t, a_{td_k}, b_{td_k} \geq 0
 \end{aligned} \tag{4-5}$$

Step 3 求解各群体及其内部 DMUs 的效率

求解模型 (4-5), 可以导出无数组权重最优解 $(\omega_i^*, v_r^*, \mu_t^*, a_{td_k}^*, b_{td_k}^*)$, 将得到的最优解定义为集合 ϕ 。然后, 再将集合 ϕ 中的每组最优解代入模型 (4-3) 的目标函数中, 当目标函数值达到最大时, 此时对应的一组最优权重假设为 $(\omega_i^{*'}, v_r^{*'}, \mu_t^{*'}, a_{td_k}^{*'}, b_{td_k}^{*'})$, 使用该权重所构成的 EEF 去评价其它群体内 DMUs 的效率。

根据最优权重 $(\omega_i^{*'}, v_r^{*'}, \mu_t^{*'}, a_{td_k}^{*'}, b_{td_k}^{*'})$, 对于每个群体 $k(1, \dots, K)$, 它的效率为 E_k^A , 则

$$E_k^A = \frac{1}{D_k} \sum_{d_k=1}^{D_k} \frac{v_r^{*'} y_{rd_k}}{\omega_i^{*'} x_{id_k} + \mu_t^{*'} f_{td_k}} \tag{4-6}$$

每个群体 $k(1, \dots, K)$ 内的 DMUs 在自评和他评之后, 都会得到一个自评效率

值和 $K - 1$ 个他评效率值。假设每个 DMU 的他评效率值为 e_k^A ，那么，各群体内 DMUs 的效率值可以表示为：

$$\bar{E}_k^A = \frac{1}{K} \left(\frac{v_r' y_{rd_k}}{\omega_i' x_{ij} + \mu_t' f_{td_k}} + e_k^A \right) \quad (4-7)$$

4.3 我国各省工业部门二氧化碳排放效率分析

近年来，快速的经济增长也给能源问题和环境污染带来了严峻挑战。特别是自 2007 年以来，中国的能源消耗总量和碳排放量一直位居世界前列，日益严峻的环境污染问题引起了人们的更多关注^[79-80]。如果不约束和控制二氧化碳排放，碳循环的动态平衡将被打破，导致气候变化问题，如全球变暖^[81-82]。实现碳达峰和碳中和双碳目标的核心任务是通过引入固定和约束来控制碳排放。要最终实现这些目标，就需要在区域或行业使用适当的评估方法准确分析当前的碳排放效率。为此，众多研究学者们对碳排放环境效率展开了研究。

在效率评估方法中，DEA 方法经常用于评估具有多个投入和产出 DMU 的效率，该方法不需要对任何生产函数进行假设，并且无需事先确定投入和产出的权重^[17]。由于这些优势，DEA 已被广泛应用于各个领域的绩效评估，也成为碳排放环境效率评价的有效工具^[83-84]。例如，森林面积可以减少或吸收二氧化碳，Lu 等^[85]将森林面积作为动态 SBM 模型的期望产出，来衡量 2013 年至 2017 年欧盟国家的环境效率，研究发现林面积和劳动力是降低欧盟国家环境效率的主要因素。Ren 等^[86]以中国四个主要地区为研究对象，使用两阶段动态 DEA 模型测量碳排放效率。Xue 等^[65]采用非期望产出的 EBM 模型对 2007-2006 年 BTH 地区的城市级碳排放效率进行了测度，研究发现提高碳排放效率将促进中地区绿色低碳经济的发展。Wei 等^[87]将随机多准则可接受性分析（SMAA-2）与数据包络分析（DEA）相结合，在存在不确定二氧化碳排放数据的情况下评估中国交通部门的能源和环境效率。

最近几年，环境污染在中国得到了越来越多的关注。中国政府要求各行各业注重环境保护和资源利用的可持续性，尤其是在工业领域碳减排方面面临着巨大的挑战。一方面，从行业来看，工业部门是主要的碳排放来源，化石燃料的消耗带来的二氧化碳排放量占我国碳排放总量的近八成比例。另一方面，不同区域的工业部门发展水平具有一定的差异性，应当分析不同区域、省份之间的

工业部门碳排放环境效率。因此，对中国工业领域的碳排放环境效率进行评价是有必要的。在本节中，将使用提出的方法评估 2021 年我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率。

4.3.1 指标选取和数据说明

为了分析我国 30 个省份工业部门的碳排放效率，参考之前学者的相关研究来选择投入产出指标。以往相关文献如表 4-1 所示。

参考表 4-1 相关文献的指标选择，本章选取的投入指标有工业能源消耗 (IEC)、工业劳动力 (ILF)、工业资本 (IC) 和工业污染治理投资 (IIPT)，产出指标包括工业总产值 (GIOV) 和工业二氧化碳排放量 (ICE)。从《中国统计年鉴》收集了各省份的工业劳动力、工业污染治理投资和工业总产值的数据，从各个省份统计局的官网收集并整理了工业能源消耗和工业资本的数据。以上指标均为 2021 年中国 30 个省份工业部门的原始数据，由于缺乏西藏地区的数据，故将西藏排除在外。

表 4-1 相关文献的投入和产出指标

相关研究	投入指标	产出指标
Wu 等 ^[88]	a 工业能源消耗	a 工业二氧化碳排放量
	b 工业资本存量	b 工业总产值
	c 工业劳动力	
Li 等 ^[61]	a 能源消耗	a 二氧化碳排放量
	b 资本存量	b 国内生产总值
	c 劳动力	
Wu 等 ^[89]	a 工业能源消耗	a 工业总产值
	b 工业资本	b 工业废气排放
	c 工业污染治理投资	
Xie 等 ^[90]	a 能源消耗	a 二氧化碳排放量
	b 资产	b 发电能力
	c 劳动力	
Wu 等 ^[91]	a 能源消耗	a 工业二氧化碳排放量
		b 工业总产值
Zhu 等 ^[92]	a 能源消耗	a 二氧化碳排放量
	b 固定资产投资	b 国内生产总值
	c 劳动力	c 能源生产量
Zeng 等 ^[93]	a 能源消耗	a 二氧化碳排放量

b 固定资产投资

b 发电量

c 劳动力

然而，目前还没有关于各省工业部门二氧化碳排放量的官方统计数据。因此，本研究使用基于燃料的碳足迹模型来估算 2021 年中国 30 省份工业部门的二氧化碳排放量，该模型已经在许多的研究中得到了广泛的应用^[71]。根据《IPCC 国家温室气体清单指南》^[94]，本研究可以使用以下公式估算化石燃料的二氧化碳排放量：

$$CO_{2i} = \sum_{i=1}^n (E_i * CCF_i * NCV_i * COF_i * \frac{44}{12}) \quad (4-8)$$

其中， E_i 是各省份工业部门实际消耗的能源种类，原油、焦炭、汽油、煤油、柴油、燃料油、液化石油气和天然气的能源数据来自《中国能源统计年鉴》，各省份工业部门所有能源消耗数据具体数据见附录 5。 CCF_i 是碳排放系数， NCV_i 是能量热值换算系数， COF_i 是碳氧化因子， $\frac{44}{12}$ 是一个碳原子与两个氧原子的质量比。根据国家发改委的数据，计算二氧化碳排放量的相关参数如表 4-2 所示。

表 4-2 二氧化碳排放量的相关参数

燃料种类	碳排放系数 (CCF_i)	能量热值换算系数 (NCV_i)	碳氧化因子(COF_i)
原煤	25.8kgC/GJ	20908kJ/kg	1
焦炭	29.2kgC/GJ	28435kJ/kg	1
汽油	19.1kgC/GJ	43070kJ/kg	1
煤油	19.6kgC/GJ	43070kJ/kg	1
柴油	20.2kgC/GJ	42552kJ/kg	1
燃料油	21.1kgC/GJ	41816kJ/kg	1
液化石油气	17.2kgC/GJ	50179kJ/kg	1
天然气	15.3kgC/GJ	38931kJ/kg	1

利用各省份工业部门所有能源消耗数据，计算得出二氧化碳排放量，进一步得到 2021 年中国 30 个省份工业部门投入与产出数据，如表 4-3 所示，其描述性统计如表 4-4 所示。

表 4-3 2021 年中国 30 个省份工业部门投入与产出数据

群体	DMU	投入				产出	
		ILF	IC	IEC	IIPT	GIOV	ICE
华北	北京	81	35953.5	1313.59	63.5	5692.5	440.39

	天津	96.8	11591.7	5121	100.76	5224.6	4033.66
	河北	274.7	29069.2	23059	955.48	14097.7	35693.18
	山西	198.6	30064.9	14652.43	760.71	10159.3	16536.92
	内蒙古	91.6	24362.9	21383.5	3308.54	7911.9	21120.30
东北	辽宁	190.7	21629.3	18061.78	1207.59	9339.8	17603.81
	吉林	75.6	10530.3	4025.7	394.32	3839.5	4098.92
	黑龙江	86.1	9941.1	6754.8	1310.55	3658.8	5480.64
华东	上海	187.6	21958.6	5476.2	1109.42	10738.8	3607.81
	江苏	906.5	60745.4	23498.5	982.29	44634.1	21972.39
	浙江	475.6	48853.7	15242.9	1755.38	27015.3	8973.00
	安徽	279.7	23328.5	9835.44	1652.79	13081.7	12138.34
	福建	434.1	23050.5	10085.8	1204.01	17787.6	7790.53
	江西	232.5	15641.9	6359.7	872.84	10773.4	7416.15
	山东	562.6	51884.4	34029.4	3769.18	27243.6	25746.22
华中	河南	441.7	30208.7	13111.5	750.12	18785.3	13589.89
	湖北	288.6	25765.7	10220	1384.9	15693.9	11264.53
	湖南	317	18123.6	10825.1	1055.96	14162.3	9345.51
华南	广东	1354.2	70715.1	20305	3806.07	45142.9	11070.93
	广西	132.1	12081.2	9080.1	1196	6074.5	10250.81
	海南	11.5	2612	1106.3	110.91	683.6	1101.51
西南	重庆	157.7	12133.9	4492.9	206.57	7888.7	5806.09
	四川	310.2	33250.4	13740.4	810.09	15428.2	12643.71
	贵州	81	10126.9	5423.3	978	5337.5	4947.88
	云南	80.6	15560.5	8893.8	714.85	6555.8	9709.08
西北	陕西	160.8	24317.7	9064.9	644.14	11256	10893.93
	甘肃	48.6	8797.9	5710.8	537.87	2849.8	4021.17
	青海	15.6	4423.9	3482.2	118.26	953.1	2518.99
	宁夏	32.4	7997.9	14949.2	653.6	1677.8	8200.68
	新疆	72.9	18435	14612.4	1108.92	4691.6	9942.16

表 4-4 描述性统计

	变量	单位	最大值	最小值	平均值	标准差
投入	ILF	万人	1354.20	11.50	255.95	284.24
	IC	亿元	70715.10	2612.00	23771.88	16413.81
	IEC	万吨标准煤	34029.40	1106.30	11463.92	7564.36
	IIPT	百万元	3806.07	63.50	1117.45	961.60
产出	GIOV	亿元	45142.90	683.60	12279.32	11151.95
	ICE	万吨	35693.18	440.39	10598.64	7760.21

4.3.2 效率评价结果分析

为了更全面的分析我国各省份工业部门的碳排放效率，本文进一步深入研究群体与个体的关系以及群体对个体的影响。为此，将中国 30 个省份分为 7 个群体：华北，东北，华东，华中，华南，西南，西北，每个群体所包含的个体（省份）如表 4-4 所示。

表 4-4 六个群体及其对应省份

群体	个体（省份）
华北	北京，天津，河北，山西，内蒙古
东北	辽宁，吉林，黑龙江
华东	上海，江苏，浙江，安徽，福建，江西，山东
华中	河南，湖北，湖南
华南	广东，广西，海南
西南	重庆，四川，贵州，云南
西北	陕西，甘肃，青海，宁夏，新疆

首先，通过求解模型（4-6）和（4-7），计算得出了 2021 年我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率值，具体如表 4-5 所示。其中，表 4-5 中的第 3-9 列是 30 省份最优二氧化碳排放效率值以及其它群体对其的效率评价值。表 4-5 中的第 10 列展示了各省平均二氧化碳排放效率，最后一列给出了 7 个群体的二氧化碳排放效率，是根据群体内省份最优效率值求平均得到。

表 4-5 我国 30 省份工业部门的二氧化碳排放效率

省份	华北	东北	华东	华中	华南	西南	西北	各省效率	群体效率
北京	10.7564	1.9317	10.7564	9.9630	10.7564	1.9317	1.9317	6.8610	
天津	1.1176	1.1207	1.1176	1.3391	1.1176	1.1207	1.1207	1.1506	
华北 河北	0.3412	0.6499	0.3412	0.4072	0.3412	0.6499	0.6499	0.4829	2.6138
山西	0.5304	0.8144	0.5304	0.6043	0.5304	0.8144	0.8144	0.6627	
内蒙	0.3235	0.7508	0.3235	0.2927	0.3235	0.7508	0.7508	0.5022	
辽宁	0.4582	0.7429	0.4582	0.4958	0.4582	0.7429	0.7429	0.5856	
东北 吉林	0.8084	0.9655	0.8084	0.8241	0.8084	0.9655	0.9655	0.8780	0.8223
黑龙	0.5763	0.7599	0.5763	0.4520	0.5763	0.7599	0.7599	0.6372	
上海	2.5639	1.4212	2.5639	1.8120	2.5639	1.4212	1.4212	1.9667	
华东 江苏	1.7530	1.1765	1.7530	2.0031	1.7530	1.1765	1.1765	1.5416	
浙江	2.5940	1.4162	2.5940	2.1885	2.5940	1.4162	1.4162	2.0313	1.7112
安徽	0.9304	0.9620	0.9304	0.8751	0.9304	0.9620	0.9620	0.9361	

	福建	1.9698	1.0344	1.9698	1.7891	1.9698	1.0344	1.0344	1.5431	
	江西	1.2541	1.0405	1.2541	1.2232	1.2541	1.0405	1.0405	1.1581	
	山东	0.9133	0.9774	0.9133	0.8423	0.9133	0.9774	0.9774	0.9306	
	河南	1.1932	0.9635	1.1932	1.3307	1.1932	0.9635	0.9635	1.1144	
华中	湖北	1.2026	1.1543	1.2026	1.1608	1.2026	1.1543	1.1543	1.1759	1.2599
	湖南	1.3081	1.0228	1.3081	1.2881	1.3081	1.0228	1.0228	1.1830	
	广东	3.5111	0.9213	3.5111	2.3577	3.5111	0.9213	0.9213	2.2364	
华南	广西	0.5118	0.7580	0.5118	0.5002	0.5118	0.7580	0.7580	0.6157	1.5195
	海南	0.5357	0.8809	0.5357	0.5409	0.5357	0.8809	0.8809	0.6844	
	重庆	1.1730	1.0811	1.1730	1.3699	1.1730	1.0811	1.0811	1.1617	
	四川	1.0530	1.0408	1.0530	1.1509	1.0530	1.0408	1.0408	1.0618	
西南	贵州	0.9311	1.1978	0.9311	0.7827	0.9311	1.1978	1.1978	1.0242	1.0974
	云南	0.5830	1.0700	0.5830	0.6239	0.5830	1.0700	1.0700	0.7976	
	陕西	0.8919	1.2204	0.8919	0.9859	0.8919	1.2204	1.2204	1.0461	
	甘肃	0.6116	0.9327	0.6116	0.5779	0.6116	0.9327	0.9327	0.7444	
西北	青海	0.3266	0.6721	0.3266	0.3713	0.3266	0.6721	0.6721	0.4811	0.8058
	宁夏	0.1766	0.4194	0.1766	0.1865	0.1766	0.4194	0.4194	0.2821	
	新疆	0.4073	0.7846	0.4073	0.4023	0.4073	0.7846	0.7846	0.5683	

根据表 4-5，主要得到以下结论：

研究结果 1：我国工业部门碳排放效率总体上是相对有效的，平均效率得达到了 1.2015。

从表 4-5 可以发现，2021 年我国工业部门二氧化碳平均效率得分为 1.2015。这一数值不仅反映了我国工业部门在二氧化碳排放效率方面的总体表现，而且提供了一个重要的参考标准。当效率得分大于 1 时，意味着工业部门的碳排放效率是相对有效的，也就是说，其生产过程中能够更有效地控制二氧化碳的排放。进一步观察表 4-5，有六个省份——北京，上海，江苏，浙江，福建和广东的二氧化碳排放效率得分高于全国的平均水平。同时，有多达 24 个省份的二氧化碳排放效率得分低于全国平均水平。

研究结果 2：2021 年，北京和广东是碳排放效率最高的两个省份，碳排放效率最低的两个省份分别为宁夏，青海和河北。

在表 4-5 中，工业部门碳排放效率排名前两位的省份为北京和广东。根据实际情况可知，这两个地区的产业结构相对高级化，现代服务业占比较大，而高能耗、高排放的传统工业比重较低。这种产业结构使得北京和广东在经济发展过程中能够保持较低的碳排放强度。排在最后的省份是宁夏，青海和河北，

可能的原因是工业结构以重工业为主，如煤炭、钢铁、化工等，这些产业在生产过程中会产生大量的二氧化碳排放。同时，工业部门发展相对滞后，缺乏高新技术产业的支撑。

为了更全面的分析我国各省份工业部门的碳排放效率，前面已将 30 省份进一步划分为华北，东北，华东，华中，华南，西南，西北地区。因此可以发现以下结论：

研究结果 3：七大地区中，二氧化碳排放效率最高的是华北地区，碳排放效率最低的是西北地区。

从表 4-5 可知华北地区的碳排放效率最高。华北地区表现最好是因为北京、天津等地的工业应用新技术和新设备达到了一定的节能减排，在一定程度上改善了华北地区的环境；此外，政府在该地区实施了一系列严格的碳排放控制政策，如碳排放权交易、节能减排标准等。尽管西北地区拥有大量的自然资源，但技术水平相对较低，在清洁能源和低碳技术方面的研发和应用能力较弱，使得该地区的工业部门在降低碳排放效率方面面临较大的技术难题。

研究结果 4：整体来看，我国有一半省份工业部门的碳排放效率较低，主要集中在我国北部地区。

我国有一半省份的二氧化碳排放效率小于 1，尤其是东北地区和西北地区普遍表现较差。在 2021 年，有 15 个省份工业部门的二氧化碳排放效率小于 1，其中有 11 个省份（河北，山西，内蒙古，辽宁，吉林，黑龙江，山东，甘肃，青海，宁夏，新疆）位于北部地区，4 个省份（安徽，广西，海南，云南）位于南部地区。

4.3.3 竞争策略分析

如前文所述，多个 EEFs 的存在往往会导致 DMUs 之间的竞争，在这种竞争情景下，每个 DMU 根据自己的偏好，往往倾向于对自己有利的 EEFs。在碳排放效率评价中，群体之间也会产生竞争行为。也就是说，不同群体采取了不同的策略来提高自身的效率，每个群体选择的 EEF 代表了该群体所采取的竞争策略。因此，将进一步展示每个群体调整后的二氧化碳排放量，结果如表 4-6 所示。由于页面限制，本节只列举了华北，东北和华中三个群体的竞争策略。

表 4-6 华北，东北及华中地区 CO₂ 调整量

省份	华北			东北		华中	
	CO ₂ 初始值	调整量	CO ₂ 调整后	调整量	CO ₂ 调整后	调整量	CO ₂ 调整后
北京	440.39	4463.63	4904.01	7880.32	8320.71	5656.35	6096.73
天津	4033.66	475.24	4508.90	1615.28	5648.94	1461.16	5494.82
河北	35693.18	-23530.22	12162.95	-21799.54	13893.64	-22670.38	13022.80
山西	16536.92	-7775.17	8761.74	-6646.77	9890.14	-7346.70	9190.21
内蒙古	21120.30	-14303.03	6817.27	-7536.60	13583.71	-21120.30	0.00
辽宁	17603.81	-9548.42	8055.39	-9275.85	8327.96	-10492.00	7111.81
吉林	4098.92	-786.57	3312.34	-393.87	3705.05	-905.41	3193.51
黑龙江	5480.64	-2325.92	3154.72	-3318.48	2162.16	-4900.09	580.55
上海	3607.81	5662.66	9270.47	9134.79	12742.60	5315.38	8923.19
江苏	21972.39	16574.11	38546.50	19218.63	41191.02	24687.32	46659.71
浙江	8973.00	14351.20	23324.20	22785.56	31758.57	16204.09	25177.09
安徽	12138.34	-845.36	11292.97	-1481.72	10656.62	-2061.46	10076.88
福建	7790.53	7570.82	15361.35	1695.54	9486.07	8665.52	16456.05
江西	7416.15	1886.81	9302.96	1204.33	8620.49	2171.49	9587.65
山东	25746.22	-2235.62	23510.60	-1806.47	23939.75	-5632.18	20114.05
河南	13589.89	2629.52	16219.41	-2045.20	11544.69	5156.59	18746.48
湖北	11264.53	2285.51	13550.04	6021.69	17286.22	2401.01	13665.54
湖南	9345.51	2883.83	12229.34	906.60	10252.11	3498.75	12844.26
广东	11070.93	27910.79	38981.73	-11070.93	0.00	28712.73	39783.66
广西	10250.81	-5009.74	5241.06	-5565.95	4684.86	-6703.35	3547.46
海南	1101.51	-512.30	589.21	-265.34	836.17	-640.79	460.72
重庆	5806.09	1005.87	6811.96	1698.36	7504.45	2352.76	8158.85
四川	12643.71	671.86	13315.56	1737.82	14381.52	2234.63	14878.34
贵州	4947.88	-341.25	4606.63	2529.88	7477.76	-1637.01	3310.87
云南	9709.08	-4053.19	5655.89	1230.36	10939.44	-4365.45	5343.63
陕西	10893.93	-1178.83	9715.10	5835.06	16729.00	-178.37	10715.57
甘肃	4021.17	-1564.45	2456.73	-590.21	3430.96	-2298.66	1722.51
青海	2518.99	-1698.72	820.27	-1334.65	1184.34	-1782.60	736.39
宁夏	8200.68	-6761.05	1439.63	-6665.52	1535.16	-8082.65	118.03
新疆	9942.16	-5901.97	4040.19	-3697.15	6245.01	-7700.39	2241.78
总和	317959.13	0	317959.13	0	317959.13	0	317959.13

根据表 4-6，主要有以下发现：

(1) 华北，东北和华中三个群体所选择的 EEF，即采取的竞争策略。就华北地区而言，选择一个最有利的 EEF 使其内部省份的效率总和达到最大化，并使用该 EEF 去评价竞争对手内部省份的效率。

(2) 每个群体所采取的竞争策略中，所有省份的二氧化碳排放量进行调整后，能够在公共的 EEF 去评价所有省份的碳排放效率，并且所有省份碳排放调整量的总和为 0，进一步验证了提出模型的可行性。

4.4 政策建议

从 4.4.2 中的表 4-5 中可以发现，每个区域都存在低效率的省份。为此，结合我国各区域的碳排放特点，为各省碳排放效率的提升给出了政策建议。。

首先，根据二氧化碳排放效率和工业总产值，将 30 个省份分为四类。如图 4-1 所示，该图以工业总产值为 x 轴，以二氧化碳排放效率为 y 轴，两条参考线分别是工业总产值的平均值 12279.32 和碳排放效率平均值 1.2015，从而将该图划分为四个部分。

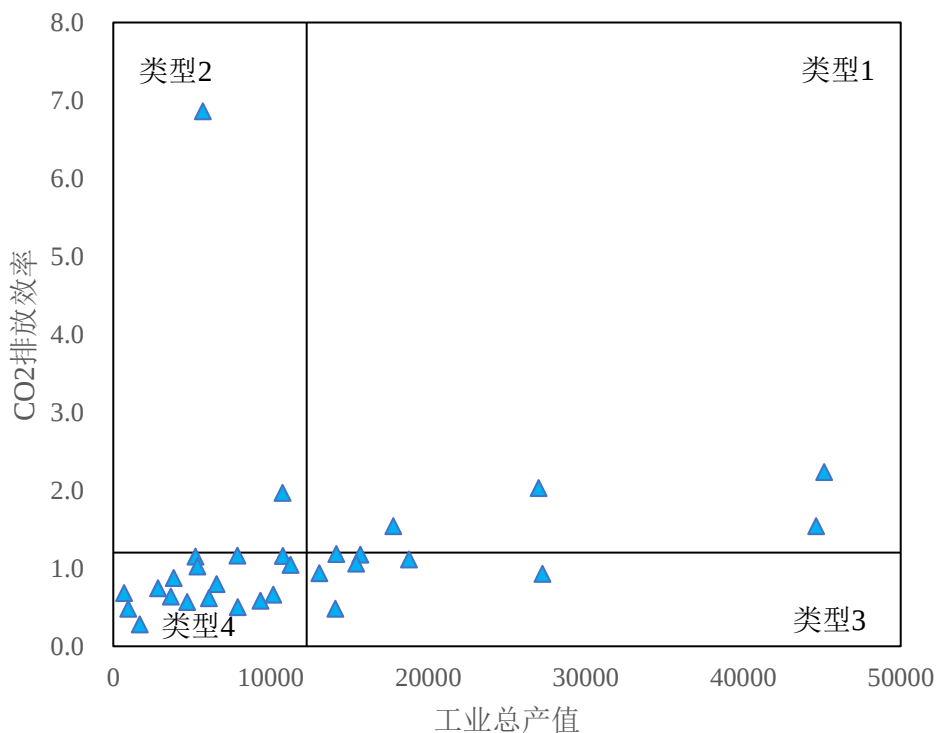


图 4-1 基于工业总产值和二氧化碳排放效率的分类

根据图 4-1，本章提出了以下四点政策建议：

(1) 类型 1 的特点是“高-高”组合（包括 4 个省份：广东，江苏，浙江和福建），工业总产值和二氧化碳排放效率都高于参考线。对比分析可知，该类省份当前在工业总产值和能源消耗方面表现良好，应继续巩固和保持这一态势。

同时，这些省份有望在节能活动中，进一步加强与其他省份的联合减碳行动，共同推进绿色低碳发展。

（2）类型 2 的特点是“低-高”组合（包括北京和上海 2 个省份）。虽然工业总产值尚未达到参考值，但二氧化碳排放效率却呈现出相对较高的水平，这表明资源利用在本质上是合理的。在这种情况下，这些省份应将重心放在发展经济上，努力提升工业部门的总产值水平，以实现更加稳健和可持续的经济增长，同时保持其当前的二氧化碳排放效率。

（3）在类型 3 的“高-低”组合（包括 7 个省份：山东，河南，湖北，四川，湖南，河北和安徽）中，尽管工业部门在总产值方面做出了显著贡献，但也必须正视其可能带来的环境和社会影响，尤其是考虑到这些省份普遍存在的二氧化碳排放效率较低的问题。过去，这些省份在快速发展的同时，可能并未给予碳排放和环境污染问题足够的重视。因此，在未来的发展中，这些省份应把焦点放在提高煤炭、石油等资源的利用效率上，并大力推动低排放能源的使用，以实现更为绿色、可持续的发展。

（4）类型 4 的特点是“低-低”组合（包括 17 个省：贵州，云南，陕西，甘肃，青海，宁夏，新疆，天津，山西，内蒙古，辽宁，吉林，黑龙江，江西，广西，海南，重庆）。这些省份的特点是工业总产值和二氧化碳排放效率都低于参考水平。类型 4 的省份数量最多，占有省份的近 50%。妥善协调环境保护与这些省份高质量经济发展之间的关系显得尤为关键。这些省份在推动经济发展的同时，政府应强化监管与执法、制定和完善环保政策与法规和加大环保资金投入；工业部门应积极研发和应用先进的环保技术，提高资源利用效率，减少碳排放。

4.5 本章小结

效率评价是进行管理决策的重要依据，也是企业在激烈市场竞争中稳健前行的有力保障。本章将固定和产出 DEA 模型拓展到群体层面，对适用于个体的固定和产出 DEA 模型进行拓展与改进，建立一套更符合竞争情景下群体效率评价的方法体系。具体而言，本章将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型中，旨在构建一个公平公正的评估氛围，使每个 DMU 都能充分表

达自己的观点。在现有研究基础上，提出了面向群体竞争的固定和产出效率评价模型，针对模型中目标函数的非线性问题，提出一种有效的算法进行解决。

此外，本章将提出的方法用于评估 2021 年我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率，得到了各省份及其所属区域的碳排放效率得分。主要结果表明，各省份工业部门的碳排放效率存在显著差异，其中北京表现最好，宁夏表现最差；尽管全国工业部门二氧化碳排放效率整体上是相对有效的，然而区域间的差距仍不容忽视，尤其是华北地区形成了明显的领先态势。在未来的发展中，这些低效率的省份应把焦点放在提高煤炭、石油等资源的利用效率上，并大力推动低排放能源的使用，以实现更为绿色、可持续发展。最后，结合我国各区域的碳排放特点，提出了提高二氧化碳排放效率的政策建议。

第 5 章 总结与展望

5.1 全文总结

数据包络分析方法是一种非参数线性规划方法，自提出以来经过不断的发展和创新，已经被应用在各个领域中。近年来，固定和产出的问题是 DEA 方法中的一个重要研究方向，学者们相继对具有固定和产出的 DMUs 进行评价，并取得了一些研究成果。然而，在 GEEFDEA 模型的应用中，一些学者发现该模型很难保证 EEF 的唯一性，多个 EEFs 的存在往往会导致 DMUs 之间的竞争。在这种竞争情景下，每个 DMU 都有自己的偏好，往往倾向于对自己有利的 EEF，这使得他们之间很难协调。此外，在固定和产出约束下，DMUs 经常对有限的资源进行竞争，为了得到公平公正的评价结果，考虑竞争对手的意见就显得尤为重要。群体由个体组成，必然也具备个体的部分特征，在效率评价中需要考虑群体之间的竞争以及群体内部 DMUs 对群体的影响。基于此，本文将交叉效率方法中的互评思想引入到固定和产出 DEA 模型，允许每个 DMU 选择所有对它最有利的 EEFs 评价自己和竞争对手的效率，旨在建立一套更符合竞争情景下个体与群体效率评价的方法体系。

本文主要的工作和研究结论如下：

(1) 在基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用，本文将交叉效率中的互评思想引入到固定和产出 DMUs 效率评估中，允许 DMUs 选择其所有最有利的 EEFs 评价自己和其它 DMUs 的效率。此外，将提出的方法应用到 2022 年汽车行业 32 家公司的效率评价，并与之前的学者的方法进行比较，研究结果表明：在集结权重方面并不是使用传统的等权方案，而是考虑所有可行的权重集合，得到的排名结果更加可靠；本文模型得到的效率范围更广，在判别每个公司效率高低方面有更好的效果；证明了多个 EEFs 的存在，为每家公司选择所有对自己最有利的 EEFs 来评价自己和其他公司的效率提供了有力证据。

(2) 在面向群体竞争的固定和产出效率评价模型及其应用, 本文建立一套适用于群体决策需求的方法体系, 将固定和产出 DEA 方法扩展到群体层面, 提供了丰富的决策信息。此外, 本文根据各区域在二氧化碳排放方面的差异, 依次对每个群体及其内部 DMUs 进行效率评价, 以得到公正客观的二氧化碳排放效率。最后, 本章将提出的方法用于评估 2021 年我国 30 个省份工业部门的二氧化碳排放效率, 结果表明: 各省份工业部门的碳排放效率存在显著差异, 其中北京表现最好, 宁夏表现最差; 尽管全国工业部门平均二氧化碳排放效率是相对有效的, 然而区域间的差距仍不容忽视, 尤其是华北地区形成了明显的领先态势。

5.2 研究展望

虽然本文对固定和产出条件下的个体和群体效率评价进行了研究, 但是仍存在着一些问题, 需要进一步完善已建立的模型, 本文尚存在一些不足之处, 未来需要在以下方面加以改进:

(1) 本文改进的固定和产出 DEA 模型, 是在规模收益不变的假设下提出的, 没有考虑规模收益可变的情况。未来研究可以考虑如何在规模收益可变的假设下进行效率评价。

(2) 在基于区间交叉效率的固定和产出评价模型及其应用, 本文仅考虑了单阶段结构, 在未来的研究中可将提出的模型拓展到其他网络结构如多阶段串联、混联结构等不同结构下的固定和产出 DMUs 效率评价问题。

(3) 本文提出的群体效率评价模型是静态模型, 不能反映出群体的变化和发展趋势, 未来可以尝试构建一套更适应群体需求的动态模型。此外, 未来研究可以考虑中国各省份其他行业的二氧化碳排放效率, 或者考虑更多种类的污染物, 更加全面的分析环境效率。

参考文献

- [1] Feng Q, Li D, Zhou G, et al. Fairness based unique common equilibrium efficient frontier for evaluating decision-making units with fixed-sum outputs[J]. *Annals of Operations Research*, 2023: 1-23.
- [2] Du J, Chen Y, Huang Y. A modified Malmquist-Luenberger productivity index: assessing environmental productivity performance in China[J]. *European journal of operational research*, 2018, 269(1): 171-187.
- [3] Ang S, Chen M, Yang F. Group cross-efficiency evaluation in data envelopment analysis: An application to Taiwan hotels[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2018, 125: 190-199.
- [4] Hou W, Zheng Y, Liang L, et al. Measuring environmental performance of provincial thermal power plants in China: a Malmquist DEA approach with fixed-sum undesirable outputs[J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2022, 35(4): 1201-1224.
- [5] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European journal of operational research*, 1978, 2(6): 429-444.
- [6] Banker R D, Charnes A, Cooper W W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis[J]. *Management science*, 1984, 30(9): 1078-1092.
- [7] Tone K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis[J]. *European journal of operational research*, 2001, 130(3): 498-509.
- [8] Andersen P, Petersen N C. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis[J]. *Management science*, 1993, 39(10): 1261-1264.
- [9] Sexton T R, Silkman R H, Hogan A J. Data envelopment analysis: Critique and extensions[J]. *New directions for program evaluation*, 1986, 1986(32): 73-105.
- [10] 薛凯丽,范建平,匡海波等.基于两阶段交叉效率模型的中国商业银行效率评价

- [J].中国管理科学,2021,29(10):23-34.
- [11] Antunes J, Hadi-Vencheh A, Jamshidi A, et al. Bank efficiency estimation in China: DEA-RENNA approach[J]. *Annals of Operations Research*, 2022, 315(2): 1373-1398.
- [12] Henriques I C, Sobreiro V A, Kimura H, et al. Two-stage DEA in banks: Terminological controversies and future directions[J]. *Expert Systems with Applications*, 2020, 161: 113632.
- [13] Li F, Zhu Q, Liang L. A new data envelopment analysis based approach for fixed cost allocation[J]. *Annals of Operations Research*, 2019, 274: 347-372.
- [14] Fukuyama H, Matousek R. Modelling bank performance: A network DEA approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2017, 259(2): 721-732.
- [15] 楚雪芹,李勇军,崔峰等.基于两阶段非期望 DEA 模型的商业银行效率评估[J]. *系统工程理论与实践*,2021,41(03):636-648.
- [16] 卢锦呈,李美娟.基于逆 DEA 的两阶段生产结构环境资源优化配置方法[J].*系统工程理论与实践*,2023,43(10):3007-3025.
- [17] Zhu Y, Yang F, Wei F, et al. Measuring environmental efficiency of the EU based on a DEA approach with fixed cost allocation under different decision goals[J]. *Expert Systems with Applications*, 2022, 208: 118183.
- [18] Nakaishi T, Takayabu H, Eguchi S. Environmental efficiency analysis of China's coal-fired power plants considering heterogeneity in power generation company groups[J]. *Energy Economics*, 2021, 102: 105511.
- [19] Zhang J, Patwary A K, Sun H, et al. Measuring energy and environmental efficiency interactions towards CO₂ emissions reduction without slowing economic growth in central and western Europe[J]. *Journal of environmental management*, 2021, 279: 111704.
- [20] Jiang H, Wu J, Chu J, et al. Better resource utilization: A new DEA bi-objective resource reallocation approach considering environmental efficiency improvement[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2020, 144: 106504.
- [21] 王谦,于楠楠.基于超效率 SBM-DEA 模型的山东省财政环境保护支出效率评

- 价[J].经济与管理评论,2020,36(02):113-122.
- [22] 崔泽欣,王婵,张欣等.两阶段 DEA 绩效评价及其分摊模型——以全运会为例[J].系统科学与数学,2021,41(03):667-687.
- [23] Lozano S, Villa G. Multiobjective centralized DEA approach to Tokyo 2020 olympic games[J]. *Annals of Operations Research*, 2023, 322(2): 879-919.
- [24] Sekitani K, Zhao Y. Performance benchmarking of achievements in the Olympics: An application of Data Envelopment Analysis with restricted multipliers[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 294(3): 1202-1212.
- [25] Jablonsky J. Ranking of countries in sporting events using two-stage data envelopment analysis models: a case of Summer Olympic Games 2016[J]. *Central European Journal of Operations Research*, 2018, 26: 951-966.
- [26] Long X, Chen B, Park B. Effect of 2008's Beijing Olympic Games on environmental efficiency of 268 China's cities[J]. *Journal of cleaner production*, 2018, 172: 1423-1432.
- [27] 杜涛,冉伦,李金林等.基于效率的组织多属性决策及实证研究:DEA-TOPSIS 组合方法[J].中国管理科学,2017,25(07):153-162.
- [28] See K F, Hamzah N M, Yu M M. Metafrontier efficiency analysis for hospital pharmacy services using dynamic network DEA framework[J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2021, 78: 101044.
- [29] Yeşilyurt M E, Şahin E, Elbi M D, et al. A novel method for computing single output for DEA with application in hospital efficiency[J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2021, 76: 100995.
- [30] Gerami J, Kiani Mavi R, Farzipoor Saen R, et al. A novel network DEA-R model for evaluating hospital services supply chain performance[J]. *Annals of Operations Research*, 2020: 1-26.
- [31] Kohl S, Schoenfelder J, Fügner A, et al. The use of Data Envelopment Analysis (DEA) in healthcare with a focus on hospitals[J]. *Health care management science*, 2019, 22: 245-286.
- [32] 詹昆鹏,李细满,张仁杰.中国普惠金融体系的效率评价——基于三阶段 DEA-

- Malmquist 指数模型[J].数学的实践与认识,2023,53(04):79-91.
- [33] Wang Z, Wang X. Research on the impact of green finance on energy efficiency in different regions of China based on the DEA-Tobit model[J]. Resources Policy, 2022, 77: 102695.
- [34] Xu G, Zhou Z. Assessing the efficiency of financial supply chain for Chinese commercial banks: a two-stage AR-DEA model[J]. Industrial Management & Data Systems, 2021, 121(4): 894-920.
- [35] Mohtashami A, Ghiasvand B M. Z-ERM DEA integrated approach for evaluation of banks & financial institutes in stock exchange[J]. Expert Systems with Applications, 2020, 147: 113218.
- [36] Wanke P, Tsionas M G, Chen Z, et al. Dynamic network DEA and SFA models for accounting and financial indicators with an analysis of super-efficiency in stochastic frontiers: An efficiency comparison in OECD banking[J]. International Review of Economics & Finance, 2020, 69: 456-468.
- [37] 金发奇,黄晶,吴庆田.数字普惠金融调节城乡居民福利差异效率及影响因素研究——基于 DEA-Malmquist-Tobit 模型[J].金融理论与实践,2021(03):14-22.
- [38] 李根忠,朱洪亮.基于三阶段 SM-DEA-Malmquist 指数的长江经济带碳排放效率研究[J].运筹与管理,2022,31(06):161-167.
- [39] Fu Y, He C, Luo L. Does the low-carbon city policy make a difference? Empirical evidence of the pilot scheme in China with DEA and PSM-DID[J]. Ecological Indicators, 2021, 122: 107238.
- [40] Kuang B, Lu X, Zhou M, et al. Provincial cultivated land use efficiency in China: Empirical analysis based on the SBM-DEA model with carbon emissions considered[J]. Technological Forecasting and Social Change, 2020, 151: 119874.
- [41] Deng F, Xu L, Fang Y, et al. PCA-DEA-tobit regression assessment with carbon emission constraints of China's logistics industry[J]. Journal of Cleaner Production, 2020, 271: 122548.
- [42] Zhang W, Li J, Li G, et al. Emission reduction effect and carbon market efficiency of carbon emissions trading policy in China[J]. Energy, 2020, 196:

117117.

- [43] 刘海英,王钰.基于历史法和零和 DEA 方法的用能权与碳排放权初始分配研究[J].中国管理科学,2020,28(09):209-220.
- [44] 魏权龄.数据包络分析(DEA)[J].科学通报,2000(17):1793-1808.
- [45] 马占新,郑雪琳,安建业,罗蕴玲.一种含有中性指标的数据包络分析方法[J].系统工程理论与实践,2017,37(02):418-430.
- [46] Cook W D, Harrison J, Imanirad R, et al. Data envelopment analysis with non-homogeneous DMUs[J]. Data Envelopment Analysis: A Handbook of Models and Methods, 2015: 309-340.
- [47] Imanirad R, Cook W D, Aviles-Sacoto S V, et al. Partial input to output impacts in DEA: The case of DMU-specific impacts[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 244(3): 837-844.
- [48] 刘勇,汪传旭.基于非期望输出网络 DEA 的集装箱港口群效率评价[J].系统工程,2018,36(04):121-126.
- [49] 魏权龄,马赞甫,阎洪.DEA 的交形式生产可能集及其应用[J].数学的实践与认识,2007(04):62-69.
- [50] Lins M P E, Gomes E G, de Mello J C C B S, et al. Olympic ranking based on a zero sum gains DEA model[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 148(2): 312-322.
- [51] Yang F, Wu D D, Liang L, et al. Competition strategy and efficiency evaluation for decision making units with fixed-sum outputs[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(3): 560-569.
- [52] Wu J, An Q, Yao X, et al. Environmental efficiency evaluation of industry in China based on a new fixed sum undesirable output data envelopment analysis[J]. Journal of cleaner production, 2014, 74: 96-104.
- [53] Yang M, Li Y, Chen Y, et al. An equilibrium efficiency frontier data envelopment analysis approach for evaluating decision-making units with fixed-sum outputs[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 239(2): 479-489.
- [54] Yang M, Li Y J, Liang L. A generalized equilibrium efficient frontier data

- envelopment analysis approach for evaluating DMUs with fixed-sum outputs[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 246(1): 209-217.
- [55] Fang L. A new approach for achievement of the equilibrium efficient frontier with fixed-sum outputs[J]. Journal of the Operational Research Society, 2016, 67: 412-420.
- [56] Zhu Q, Wu J, Song M, et al. A unique equilibrium efficient frontier with fixed-sum outputs in data envelopment analysis[J]. Journal of the Operational Research Society, 2017, 68: 1483-1490.
- [57] Zhu Q, Song M, Wu J. Extended secondary goal approach for common equilibrium efficient frontier selection in DEA with fixed-sum outputs[J]. Computers & Industrial Engineering, 2020, 144: 106483.
- [58] Yu S, Lei M, Deng H. Evaluation to fixed-sum-outputs DMUs by non-oriented equilibrium efficient frontier DEA approach with Nash bargaining-based selection[J]. Omega, 2023, 115: 102781.
- [59] Zhu Q, Li X, Li F, et al. Analyzing the sustainability of China's industrial sectors: A data-driven approach with total energy consumption constraint[J]. Ecological Indicators, 2021, 122: 107235.
- [60] Chen L, Guo M, Li Y, et al. Efficiency intervals, rank intervals and dominance relations of decision-making units with fixed-sum outputs[J]. European Journal of Operational Research, 2021, 292(1): 238-249.
- [61] Li Y, Hou W, Zhu W, et al. Provincial carbon emission performance analysis in China based on a Malmquist data envelopment analysis approach with fixed-sum undesirable outputs[J]. Annals of Operations Research, 2021, 304: 233-261.
- [62] Li Y, Liu J, Ang S, et al. Performance evaluation of two-stage network structures with fixed-sum outputs: An application to the 2018winter Olympic Games[J]. Omega, 2021, 102: 102342.
- [63] Zhang X, Xia Q, Wei F. Efficiency evaluation of two-stage parallel-series structures with fixed-sum outputs: An approach based on SMAA and DEA[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 227: 120264.

- [64] Cui X, Zhao T, Wang J. Allocation of carbon emission quotas in China's provincial power sector based on entropy method and ZSG-DEA[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2021, 284: 124683.
- [65] Xue L M, Zheng Z X, Meng S, et al. Carbon emission efficiency and spatio-temporal dynamic evolution of the cities in Bei**g-Tian**-Hebei Region, China[J]. *Environment, Development and Sustainability*, 2022, 24(6): 7640-7664.
- [66] Gomes E G, Lins M P E. Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2008, 59(5): 616-623.
- [67] 冯晨鹏,王慧玲,毕功兵.存在多种非期望产出的非径向零和收益 DEA 模型我国区域环境效率实证研究[J].*中国管理科学*,2017,25(10):42-51.
- [68] Yang M, Hou Y, Ji Q, et al. Assessment and optimization of provincial CO₂ emission reduction scheme in China: an improved ZSG-DEA approach[J]. *Energy Economics*, 2020, 91: 104931.
- [69] Zhou D, Hu F, Zhu Q, et al. Regional allocation of renewable energy quota in China under the policy of renewable portfolio standards[J]. *Resources, Conservation and Recycling*, 2022, 176: 105904.
- [70] Zhang X, Yang F, Wei F, et al. Provincial CO₂ emission efficiency analysis in China based on a game cross-efficiency approach with a fixed-sum undesirable output[J]. *Environment, Development and Sustainability*, 2023: 1-26.
- [71] Li F, Zhang D, Zhang J, et al. Measuring the energy production and utilization efficiency of Chinese thermal power industry with the fixed-sum carbon emission constraint[J]. *International Journal of Production Economics*, 2022, 252: 108571.
- [72] Li J, Wei F, Chu J. Analysis of CO₂ emission performance of China's thermal power industry: a meta-frontier Malmquist-Luenberger approach with fixed-sum CO₂ emissions[J]. *Journal of Environmental Planning and Management*, 2023: 1-29.
- [73] Shi H L, Chen S Q, Chen L, et al. A neutral cross-efficiency evaluation method based on interval reference points in consideration of bounded rational

- p behavior[J].
- European journal of operational research*
- , 2021, 290(3): 1098-1110.
- [74] Contreras I, Lozano S, Hinojosa M A. A DEA cross-efficiency approach based on bargaining theory[J]. *Journal of the operational research society*, 2021, 72(5): 1156-1167.
- [75] Sexton T R, Silkman R H, Hogan A J. Data envelopment analysis: Critique and extensions[J]. *New directions for program evaluation*, 1986, 1986(32): 73-105.
- [76] Chen L, Wang Y M. Data envelopment analysis cross-efficiency method of non-homogeneous decision-making units[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2023, 74(4): 1118-1132.
- [77] Lahdelma R, Salminen P. SMAA-2: Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making[J]. *Operations research*, 2001, 49(3): 444-454.
- [78] Song S, Yang F, Yu P, et al. Stochastic multi-attribute acceptability analysis with numerous alternatives[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 295(2): 621-633.
- [79] Dong C, Dong X, Jiang Q, et al. What is the probability of achieving the carbon dioxide emission targets of the Paris Agreement? Evidence from the top ten emitters[J]. *Science of the Total Environment*, 2018, 622: 1294-1303.
- [80] Zhang N. Carbon total factor productivity, low carbon technology innovation and energy efficiency catch-up: Evidence from Chinese thermal power enterprises[J]. *Econ. Res. J*, 2022, 57: 158-174.
- [81] Wang F, Harindintwali J D, Yuan Z, et al. Technologies and perspectives for achieving carbon neutrality[J]. *The Innovation*, 2021, 2(4).
- [82] Hanssen S V, Daioglou V, Steinmann Z J N, et al. The climate change mitigation potential of bioenergy with carbon capture and storage[J]. *Nature Climate Change*, 2020, 10(11): 1023-1029.
- [83] Yang M, An Q, Hu D, et al. Performance evaluation of China's industry: a generalized equilibrium data envelopment analysis approach with fixed-sum undesirable output[J]. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 2021, 59(2): 290-308.

- [84] Oukil A, El-Bouri A, Emrouznejad A. Energy-aware job scheduling in a multi-objective production environment—An integrated DEA-OWA model[J]. Computers & Industrial Engineering, 2022, 168: 108065.
- [85] Lu C C, Chiu Y, Lin I F, et al. Dynamic total factors' environmental efficiency in European union countries[J]. Environment, Development and Sustainability, 2023, 25(9): 10055-10072.
- [86] Ren F, Tian Z, Chen H, et al. Energy consumption, CO2 emissions, and agricultural disaster efficiency evaluation of China based on the two-stage dynamic DEA method[J]. Environmental Science and Pollution Research, 2021, 28: 1901-1918.
- [87] Wei F, Zhang X, Chu J, et al. Energy and environmental efficiency of China's transportation sectors considering CO2 emission uncertainty[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2021, 97: 102955.
- [88] Wu F, Fan L W, Zhou P, et al. Industrial energy efficiency with CO2 emissions in China: A nonparametric analysis[J]. Energy Policy, 2012, 49: 164-172.
- [89] Wu J, Xiong B, An Q, et al. Total-factor energy efficiency evaluation of Chinese industry by using two-stage DEA model with shared inputs[J]. Annals of Operations Research, 2017, 255(1-2):257-276.
- [90] Xie J, Liang Z, Zhang X, et al. Efficiency evaluation of thermal power plants in China based on the weighted Russell directional distance method[J]. Journal of cleaner production, 2019, 222: 573-583.
- [91] Wu J, Li M, Zhu Q, et al. Energy and environmental efficiency measurement of China's industrial sectors: A DEA model with non-homogeneous inputs and outputs[J]. Energy Economics, 2019, 78: 468-480.
- [92] Zhu Q, Chen J, Li F. A comprehensive analysis of China's regional energy and environment efficiency from supply chain perspective[J]. International Journal of Logistics Research and Applications, 2022, 25(4-5): 709-724.
- [93] Zeng X, Zhou Z, Liu Q, et al. Environmental efficiency and abatement potential analysis with a two-stage DEA model incorporating the material balance

principle[J]. Computers & Industrial Engineering, 2020, 148: 106647.

- [94] Gitarskiy, M. L. The refinement to the 2006 IPCC guidelines for national greenhouse gas inventories. Fundamental and Applied Climatology, 2019, 2, 5-13.

附录

附录 1 定理 3.1 的证明

定理 3.1 DMU_j 的效率值在区间 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ 内都是连续的。

证明： 对于 DMU_j 在所有最有利的 EEFs 下的任何效率值 $e = e_0, \forall e_0 \in [E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ ，模型(3-9)的最优解可以表示为 $(v_i^*, \mu_r^*, \gamma_t^*, \alpha_{tj}^*, \beta_{tj}^*, \forall r, i, t, j)$ 。因此， $e_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}$ 。通过以下三个步骤来证明该定理：

$$(1) e_0 = E_{dj}^{L*}$$

令 $e' = e_0 + \Delta e, \Delta e > 0, e' \in [E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ ， $\mu_r' = \mu_r^*(e_0 + \Delta e)/e_0$ ， $\gamma_t' = \gamma_t^*(e_0 + \Delta e)/e_0$ ， $\alpha_{tj}' = \alpha_{tj}^* e_0 / (e_0 + \Delta e)$ ， $\beta_{tj}' = \beta_{tj}^* e_0 / (e_0 + \Delta e)$ ，那么对于 $e = e'$ 当 $\Delta e \rightarrow 0$ 时， $(v_i^*, \mu_r', \gamma_t', \alpha_{tj}', \beta_{tj}', \forall r, i, t, j)$ 是模型(3-9)的可行解，具体证明过程如下：

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}' + \beta_{tj}') \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} + \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e}) \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* + \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} h * opti^* \\ & \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} = 1 \\ & \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\ &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} - \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e}) \\ &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\ & \gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}' \\ &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} - \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e}) \\ &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} \gamma_t^* f_{tj} + \alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^* \geq 0 \\ & \sum_r \mu_r' y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\ &= \sum_r \mu_r^* y_{rj} (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + \alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} - \beta_{tj}^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 &\sum_{r=1}^s \mu_r' y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t' f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} + (\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= (\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0
 \end{aligned}$$

因此，每个 DMU_j 在所有最有利的 EEFs 下的效率在点 E_{dj}^{L*} 上是右连续的。

$$(2)e_0 = E_{dj}^{U*}$$

令 $e' = e_0 - \Delta e, \Delta e > 0, e' \in [E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$, $\mu_r' = \mu_r^*(e_0 - \Delta e)/e_0$, $\gamma_t' = \gamma_t^*(e_0 - \Delta e)/e_0$, $\alpha_{tj}' = \alpha_{tj}^* e_0 / (e_0 - \Delta e)$, $\beta_{tj}' = \beta_{tj}^* e_0 / (e_0 - \Delta e)$, 那么对于 $e = e'$, 当 $\Delta e \rightarrow 0$ 时, $(v_i^*, \mu_r', \gamma_t', \alpha_{tj}', \beta_{tj}', \forall r, i, t, j)$ 是模型(3-9)的可行解, 具体证明过程如下:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}' + \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} + \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e}) \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* + \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} h * opti^* \\
 &\sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} = 1 \\
 &\sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} - \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e}) \\
 &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 &\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}' \\
 &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} - \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e}) \\
 &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} \gamma_t^* f_{tj} + \alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^* \geq 0 \\
 &\sum_r^s \mu_r' y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + \alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} - \beta_{tj}^*) \\
 &= -(\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 &\sum_{r=1}^s \mu_r' y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t' f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} - (\sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= -(\sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0
 \end{aligned}$$

因此，每个 DMU_j 在所有最有利的 EEFs 下的效率在点 E_{dj}^{U*} 上是左连续的。

$$(3) E_{dj}^{L*} < e_0 < E_{dj}^{U*}$$

首先，令 $e' = e_0 + \Delta e, \Delta e > 0, e' \in [E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$, $\mu_r' = \mu_r^*(e_0 + \Delta e)/e_0$, $\gamma_t' = \gamma_t^*(e_0 + \Delta e)/e_0$, $\alpha_{tj}' = \alpha_{tj}^* e_0 / (e_0 + \Delta e)$, $\beta_{tj}' = \beta_{tj}^* e_0 / (e_0 + \Delta e)$, 对于 $e = e'$ 当 $\Delta e \rightarrow 0$ 时, $(v_i^*, \mu_r', \gamma_t', \alpha_{tj}', \beta_{tj}', \forall r, i, t, j)$ 是模型(3-9)的可行解，如下：

$$\begin{aligned}
 &\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}' + \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} + \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e}) \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* + \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} h * opti^* \\
 &\sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} = 1 \\
 &\sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 &\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}' \\
 &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} \gamma_t^* f_{tj} + \alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^* \geq 0 \\
 &\sum_r^s \mu_r' \gamma_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + \alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 + \Delta e} - \beta_{tj}^*) \\
 &= (\sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 &\sum_{r=1}^s \mu_r' \gamma_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t' f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} * (1 + \frac{\Delta e}{e_0}) - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} + (\sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= (\sum_r^s \mu_r^* \gamma_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0
 \end{aligned}$$

然后，令 $e' = e_0 - \Delta e, \Delta e > 0, e' \in [E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$, $\mu_r' = \mu_r^*(e_0 - \Delta e)/e_0$, $\gamma_t' = \gamma_t^*(e_0 - \Delta e)/e_0$, $\alpha_{tj}' = \alpha_{tj}^* e_0 / (e_0 - \Delta e)$, $\beta_{tj}' = \beta_{tj}^* e_0 / (e_0 - \Delta e)$, 对于 $e = e'$ 当

$\Delta e \rightarrow 0$ 时, $(v_i^*, \mu_r', \gamma_t', \alpha_{tj}', \beta_{tj}', \forall r, i, t, j)$ 是模型(3-9)的可行解, 如下:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}' + \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^l (\alpha_{tj}^* + \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} h * opti^* \\
 & \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} = 1 \\
 & \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_{j=1}^n (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 & \gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}' \\
 &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} - \beta_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e}) \\
 &= \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + (\alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^*) * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} \gamma_t^* f_{tj} + \alpha_{tj}^* - \beta_{tj}^* \geq 0 \\
 & \sum_r^s \mu_r' y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t' f_{tj} + \alpha_{tj}' - \beta_{tj}') \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} + \sum_{t=1}^l (\gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + \alpha_{tj}^* * \frac{e_0}{e_0 - \Delta e} - \beta_{tj}^*) \\
 &= -(\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0 \\
 & \sum_{r=1}^s \mu_r' y_{rd} + \sum_{t=1}^l \gamma_t' f_{td} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} * (1 - \frac{\Delta e}{e_0}) - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= \sum_r^s \mu_r^* y_{rj} \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj} - (\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} - E_{dd}^* \sum_{i=1}^m v_i^* x_{id} \\
 &= -(\sum_r^s \mu_r^* y_{rj} + \sum_{t=1}^l \gamma_t^* f_{tj}) * \frac{\Delta e}{e_0} \xrightarrow{\Delta e \rightarrow 0} 0
 \end{aligned}$$

因此, 每个 DMU_j 在所有最有利的 EEFs 下的效率在区间 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ 内的每一点都是连续的。

综上所述, DMU_j 的效率值在区间 $[E_{dj}^{L*}, E_{dj}^{U*}]$ 内都是连续的, 定理 3.1 得证。

附录 2 32 家公司的区间交叉效率矩阵——区间的上界

DMU	DMU																															
	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}	I_{13}	I_{14}	I_{15}	I_{16}	I_{17}	I_{18}	I_{19}	I_{20}	I_{21}	I_{22}	I_{23}	I_{24}	I_{25}	I_{26}	I_{27}	I_{28}	I_{29}	I_{30}	I_{31}	I_{32}
I_1	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_2	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_3	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_4	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_5	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_6	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_7	1.4496	0.9949	0.4446	0.1055	2.0204	0.4811	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	0.6653	1.7976	1.9181
I_8	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_9	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{10}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.1872	0.1567	0.2852
I_{11}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{12}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{13}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_{14}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_{15}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_{16}	1.4496	0.9951	0.4458	0.1055	2.0204	0.4823	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	0.6784	1.7976	1.9181
I_{17}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	1.7368	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	1.7035	1.8933	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	2.2009	3.8954	0.1872	0.1567	0.2852
I_{18}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.1872	0.1567	0.2852
I_{19}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	1.8406	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.1872	0.1567	0.2852
I_{20}	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{21}	1.4496	0.9957	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_{22}	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{23}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.8982	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{24}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	1.6823	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	1.6577	1.8279	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	2.1074	2.6706	0.1872	0.1567	0.2852
I_{25}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.8791	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{26}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{27}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.47								

附录 3 32 家公司的区间交叉效率矩阵——区间的下界

DMU	DMU																															
	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}	I_{13}	I_{14}	I_{15}	I_{16}	I_{17}	I_{18}	I_{19}	I_{20}	I_{21}	I_{22}	I_{23}	I_{24}	I_{25}	I_{26}	I_{27}	I_{28}	I_{29}	I_{30}	I_{31}	I_{32}
I_1	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_2	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_3	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_4	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_5	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_6	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.8672	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.0918	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_7	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	1.1429	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1574	1.7576	1.0265	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	2.2998	1.3898	1.4503	1.7976	1.9181
I_8	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	1.0531	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1368	1.5537	0.9642	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	1.9712	1.2334	1.4503	1.7976	1.9181
I_9	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{10}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1517	0.0518	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.3563	0.1567	0.2852
I_{11}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{12}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{13}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	1.0187	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1290	1.4559	0.9461	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	1.8137	1.1713	1.4503	1.7976	1.9181
I_{14}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.9924	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1230	1.3808	0.9322	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	1.6928	1.1236	1.4503	1.7976	1.9181
I_{15}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	0.9053	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1032	0.9180	0.8982	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	0.9274	0.8722	1.4503	1.7976	1.9181
I_{16}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	1.1389	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1564	1.7519	1.0227	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	2.2905	1.3831	1.4503	1.7976	1.9181
I_{17}	0.8234	0.9601	1.2427	0.1006	0.1714	0.3610	0.1743	0.2192	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.5785	0.3412	0.6527	0.2044	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.4435	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.4524	0.5625	0.4592
I_{18}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1488	0.0518	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.0965	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.1872	0.1567	0.2852
I_{19}	0.8234	0.9601	0.3218	0.1006	0.1714	0.3610	0.1673	0.2095	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.4426	0.3412	0.6527	0.1948	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.3032	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.4355	0.1567	0.4404
I_{20}	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{21}	1.4496	2.0043	1.7173	1.6413	2.0204	1.1850	0.6784	1.2176	1.3176	1.1303	1.1355	0.9626	1.3881	1.7423	1.6064	1.6546	0.1544	1.7396	1.0145	1.4993	2.1565	1.5656	0.9036	1.8784	1.4559	0.7312	0.8518	2.2706	1.3687	1.4503	1.7976	1.9181
I_{22}	0.6859	0.9922	0.4322	0.1051	0.2757	0.4694	0.5352	0.2639	1.7458	1.1847	0.8299	0.3704	0.9990	0.9495	1.0858	0.7117	0.1676	1.8167	1.0658	2.3125	1.3551	2.2380	0.5712	1.9253	1.2353	0.2114	0.7877	2.3970	1.4604	0.5582	0.4658	1.0990
I_{23}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{24}	0.8234	1.9348	1.2539	1.5658	1.2205	0.8954	0.1786	0.2251	1.3557	2.1532	0.9761	0.4276	0.5896	0.5965	0.6527	0.2103	0.8373	3.1012	2.0191	1.7587	0.4552	1.8864	1.1256	2.5324	1.9298	0.2123	0.8553	4.9913	3.8954	0.4627	0.5753	0.4708
I_{25}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{26}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.2745	0.7345	0.9249	1.9312	2.3266	0.4864	0.6048	0.4977
I_{27}	1.7401	1.9396	1.2786	1.5710	1.2562	0.9114	0.1886	0.2391	1.0232	1.5760	1.3355	1.1110	0.6149	0.6260	0.9657	0.2244	0.4586	1.5671	1.7016	1.1402	0.4825	1.3196	1.7807	2.4707	2.274.							

附录 4 32 家公司排序可接受度指数和总体可接受度指数

	b^1	b^2	b^3	b^4	b^5	b^6	b^7	b^8	b^9	b^{10}	b^{11}	b^{12}	b^{13}	b^{14}	b^{15}	b^{16}	b^{17}	b^{18}	b^{19}	b^{20}	b^{21}	b^{22}	b^{23}	b^{24}	b^{25}	b^{26}	b^{27}	b^{28}	b^{29}	b^{30}	b^{31}	b^{32}	a_j
I_1	3.04	3.75	3.62	3.82	3.76	3.64	3.67	3.54	3.77	3.68	3.69	3.33	3.3	3.04	3.26	3.36	2.8	2.96	2.88	3.1	3.06	2.57	2.75	2.76	2.8	2.51	2.48	3.04	2.68	2.61	2.36	2.37	26.92
I_2	5.44	5.05	5.01	4.59	4.44	3.95	4.15	3.89	3.46	3.39	3.5	2.91	3.11	2.98	2.83	2.98	2.72	2.55	2.87	2.66	2.65	2.53	2.78	2.59	2.3	2.34	2.23	2.45	1.8	2.05	1.96	1.84	31.49
I_3	2.28	2.41	2.94	3.19	3.22	3.57	3.75	3.38	3.55	3.55	3.64	3.09	3.34	3.41	3.46	3.47	3.24	3.4	3.39	3.57	3.09	2.99	2.99	2.97	3.02	2.76	2.73	2.47	3.02	2.92	2.58	2.61	24.42
I_4	1.67	2.4	2.74	2.94	3.23	2.88	3.04	3.54	3.45	3.24	3.34	3.5	3.36	3.38	3.18	3.75	3.62	3.28	3.47	3.32	3.17	3.19	3.17	3.26	2.92	3.24	3.13	3.34	2.88	2.77	2.49	3.11	23.07
I_5	2.77	3.51	3.82	3.55	3.65	3.62	3.9	3.56	3.99	3.17	3.62	3.36	3.39	3.48	3.29	2.94	2.96	3.38	3.07	2.82	2.87	2.71	2.65	2.89	2.85	2.84	2.88	2.37	2.44	2.64	2.48	2.53	26.52
I_6	0.7	1.29	1.48	1.96	2.25	2.31	2.68	2.87	2.81	2.98	2.94	3.31	3.32	3.31	3.56	3.87	3.53	3.49	3.61	3.62	3.49	3.9	3.61	3.96	3.58	3.56	3.92	3.89	3.7	3.33	3.36	3.81	18.91
I_7	0.03	0.07	0.19	0.26	0.36	0.55	0.54	0.91	1.04	1.34	1.43	1.86	1.69	2.34	2.72	2.78	3.13	3.33	3.39	3.66	4.15	4.47	4.85	4.89	5.36	5.22	5.98	6.32	6.4	6.24	7.38	7.12	10.37
I_8	0.16	0.46	0.89	0.97	1.16	1.49	1.78	1.92	2.17	2.46	2.73	2.87	3.04	3.18	3.12	3.18	3.89	3.65	4.06	3.73	3.93	4.29	3.86	4.13	4.29	4.53	4.44	4.5	4.82	5.05	4.87	4.38	14.94
I_9	3.33	3.68	3.8	3.87	3.47	3.69	3.55	3.64	3.45	3.89	3.36	3.24	3.46	3.15	3.17	2.99	3.1	3.46	2.98	2.99	2.93	2.86	2.87	2.99	2.57	2.94	2.62	2.33	2.38	2.41	2.49	2.34	27.13
I_{10}	3.25	3.69	3.73	3.81	3.91	3.46	3.74	3.56	3.7	3.68	3.56	3.34	3.53	3.45	3.07	3.49	2.81	2.94	2.92	2.93	2.72	3.04	2.56	2.72	2.59	2.92	2.38	2.53	2.53	2.5	2.64	2.3	27.2
I_{11}	1.78	2.54	2.86	3.13	3.03	3.42	3.09	3.42	3.41	3.3	3.02	3.44	3.37	3.65	3.13	3.48	3.49	3.1	3.34	2.87	2.98	3.21	3.11	3.06	3.22	3.18	3.19	3.22	3.07	3.02	2.58	3.29	23.35
I_{12}	0.57	1.1	1.27	1.69	2.05	2.11	2.32	2.55	2.85	3.29	3.14	3.04	3.16	3.27	3.62	3.37	3.28	3.41	3.83	3.59	3.65	3.7	3.87	3.66	3.97	4.07	3.84	3.9	3.96	3.92	3.92	4.03	17.94
I_{13}	0.99	1.99	2.13	2.27	2.72	2.92	2.88	3.21	2.63	3.19	3.02	3.35	3.57	3.63	3.3	3.76	3.72	3.32	3.35	3.38	3.52	3.34	3.35	3.57	3.36	3.37	3.63	3.33	3.21	3.38	3.34	3.27	20.84
I_{14}	1.8	2.5	2.95	3.1	2.99	3.44	3.32	3.53	3.33	3.08	3.2	3.44	3.57	3.51	3.2	3.38	3.4	3.46	3.29	3.51	3.26	3.14	3.15	2.72	3.15	2.82	3.06	2.82	3.07	2.79	3.11	2.91	23.53
I_{15}	2.07	2.76	2.82	3.1	3.38	3.51	3.47	3.51	3.81	3.29	3.52	3.7	3.73	3.26	3.36	3.18	3.34	3.26	3.3	3.44	3.32	2.89	3.06	2.87	2.8	2.88	2.87	2.48	2.8	2.61	2.86	2.75	24.42
I_{16}	0.93	1.21	1.78	2.11	2.35	3	2.37	2.84	2.85	3.26	3.2	3.72	3.25	3.5	3.48	3.41	3.24	3.46	3.47	3.77	3.73	3.28	3.74	3.29	3.7	3.85	3.51	3.44	3.57	3.26	3.7	3.73	19.62
I_{17}	0	0.05	0.04	0.12	0.16	0.19	0.18	0.41	0.59	0.65	0.91	1.09	1.46	1.57	1.96	2.07	2.34	2.85	3.27	3.73	3.76	4.11	4.77	5.36	5.7	5.74	6.44	6.95	7.86	7.76	8.58	9.33	8.33
I_{18}	6.07	5.56	4.55	4.51	4.41	4.19	4.14	4.01	3.43	3.63	3.27	3.23	3.15	2.81	3.2	2.9	2.77	2.72	2.27	2.35	2.38	2.8	2.48	2.58	2.53	2.17	1.96	2.21	1.85	2.09	1.96	1.82	32.28
I_{19}	3.08	3.77	3.72	3.99	3.26	3.59	3.5	3.7	3.67	3.52	3.37	3.38	3.58	3.38	3	3.16	3.45	2.85	3.2	3.07	3.22	2.85	2.66	2.98	2.54	2.78	2.57	2.49	2.5	2.37	2.38	2.42	26.91
I_{20}	5.04	5.1	4.6	4.5	4.25	3.77	4.05	3.53	3.77	3.41	3.37	3.44	3.15	3.08	3.2	2.82	2.58	2.64	2.69	2.67	2.75	2.53	2.41	2.54	2.49	2.13	2.49	2.33	2.16	2.2	2.29	2.02	30.73
I_{21}	3.07	3.37	4.01	3.65	3.76	3.82	3.76	3.38	3.44	3.77	3.35	3.22	3.16	3.48	3.24	3.18	3.06	3.11	3.22	3.16	2.93	2.91	2.8	2.83	2.69	2.26	2.85	2.45	2.73	2.33	2.64	2.37	26.81
I_{22}	6.25	5.03	5.28	4.81	4.13	4.2	3.76	3.81	3.4	3.53	3.44	3.49	3.13	2.88	2.77	2.86	2.58	2.88	2.59	2.69	2.52	2.66	2.34	2.26	2.3	2.18	2.1	1.91	2.12	2.1	2.06	1.94	32.35
I_{23}	1.8	2.53	3.11	3.03	3.36	3.13	3.67	3.4	3.43	3.29	3.64	3.49	3.04	3.61	3.6	3.53	3.09	2.87	3.01	2.74	3.21	3.16	3.33	3.05	2.98	2.96	3.24	2.92	2.68	3.13	2.88	3.09	23.75
I_{24}	11.03	7.59	6.48	5.48	4.86	4.21	3.89	3.63	3.62	3.18	2.99	2.74	2.73	2.66	2.85	2.22	2.7	2.18	2.17	2.23	1.95	1.73	1.75	1.87	1.6	1.65	1.7	1.59	1.61	1.72	1.74	1.65	39.35
I_{25}	6.48	6.08	5.3	5	4.67	4.33	3.74	3.77	3.26	3.62	2.81	3.19	3.03	2.93	2.92	2.64	2.71	2.63	2.54	2.36	2.49	2.57	2.34	2.25	2.28	2.04	2.08	2.2	2.13	1.99	1.71	1.91	33.41
I_{26}	0.06	0.18	0.37	0.57	0.96	1.13	1.15	1.56	1.55	1.96	2.19	2.46	2.47	2.61	3.1	2.99	3.25	3.36	3.58	3.88	4.32	4.2	4.78	4.81	4.93	5.4	5.01	5.49	5.28	5.48	5.48	5.44	12.72
I_{27}	0.56	1.27	1.52	1.93	2.21	2.26	2.89	2.76	2.9	2.86	3	3.2	3.27	3.16	3.4	3.25	3.74	3.88	3.55	3.63	3.61	3.71	3.73	3.43	4.15	3.65	3.54	3.91	3.89	4.04	3.51	3.59	18.66
I_{28}	12.4	7.82	6.34	4.95	4.86	4.23	3.55	3.87	3.84	3.26	2.95	2.9	2.77	2.72	2.27	2.57	2.43	2.21	2.04	1.9	2	2.03	1.93	1.83	1.57	1.68	1.54	1.6	1.42	1.42	1.68	1.42	40.49
I_{29}	8.88	6.89	5.7	5.07	4.81	4.29	3.95	3.3	3.39	3.15	3.42	2.86	2.92	2.76	2.72	2.6	2.33	2.56	2.63	2.42	2.32	1.99	2.25	2.15	1.84	1.97	2.25	1.68	1.89	1.68	1.8	1.53	36.34
I_{30}	0.75	1.15	1.73	1.88	2.31	2.53	2.64	2.4	2.88	3.04	3.3	3.27	3.3	3.28	3.33	3.33	3.5	3.99	3.64	3.69	3.38	3.79	3.61	3.44	3.71	3.92	3.63	3.82	3.53	4.14	3.55	3.54	18.93
I_{31}	1.55	2.24	2.14	2.85	2.71	3.19	3.3	3.47	3.22	2.92	3.61	3.13	3.42	3.01	3.63	3.41	3.58	3.53	3.34	3.38	3.28	3.67	3.26	3.12	3.16	3.51	3.11	3.26	2.96	3.25	2.89	2.9	22.26
I_{32}	2.17	2.96	3.08	3.3	3.31	3.38	3.58	3.13	3.34	3.42	3.47	3.41	3.23	3.52	3.06	3.08	3.62	3.29	3.04	3.14	3.36	3.18	3.19	3.17	3.05	2.93	2.6	2.76	3.06	2.8	2.73	2.64	24.49

附录 5 各省份工业部门消耗的能源数据

省份	原煤 万吨	焦炭 万吨	汽油 万吨	煤油 万吨	柴油 万吨	燃料油 万吨	液化石油气 万吨	天然气 亿立方米
北京	29.96	0	7.29	0.05	10.21	0	23.42	11.57
天津	393.00	740.09	4.55	0	32.52	7.74	56.35	31.30
河北	4164.24	8443.25	5.16	0.23	32.24	5.35	65.62	64.51
山西	3585.66	2809.89	7.53	0.34	71.98	1.44	0.11	29.06
内蒙古	6287.08	2434.81	0.83	0.15	80.37	1.88	4.49	45.60
辽宁	2664.80	3405.54	10.97	8.96	73.02	33.74	99.92	57.18
吉林	819.46	674.12	4.79	0	16.24	23.86	0.25	12.92
黑龙江	1532.21	380.71	4.66	0.02	38.17	36.29	146.12	26.41
上海	431.17	611.35	14.45	1.00	29.25	9.86	58.97	24.56
江苏	2611.96	4403.65	11.01	0.52	48.10	21.57	45.79	137.29
浙江	2216.70	285.53	26.08	0.90	76.01	28.41	471.64	83.05
安徽	3589.45	1362.69	2.61	0.20	50.61	5.90	0.49	32.12
福建	1972.71	858.85	36.85	0.50	26.50	37.30	76.97	32.67
江西	1988.15	942.79	3.54	0.02	29.98	8.09	0.52	22.00
山东	4809.29	3880.99	7.29	0.14	59.61	22.69	381.44	134.05
河南	3761.11	1574.56	8.44	0.34	37.51	1.08	54.68	47.43
湖北	3538.39	1077.32	5.81	0.61	73.00	2.78	44.56	26.86
湖南	2747.12	1007.87	37.24	1.44	50.79	17.49	20.00	20.46
广东	2526.79	932.44	29.42	2.58	176.75	56.64	102.42	94.93
广西	2523.39	1580.09	1.12	0.03	34.66	6.96	1.25	14.20
海南	234.83	0.03	0.38	0	4.84	0.96	6.70	27.30
重庆	1505.92	341.33	5.49	0.15	22.63	0.61	0.20	77.72
四川	2531.74	1187.17	14.31	0.21	87.22	4.28	26.19	165.13
贵州	1965.44	263.43	1.80	0.10	18.00	0.81	0.16	8.83
云南	2860.32	1178.80	3.70	0.01	40.98	0.03	0.16	14.74
陕西	3621.92	765.96	10.59	0.20	43.84	0.88	2.23	55.75
甘肃	989.35	595.19	1.85	0.10	14.85	1.66	0.10	8.88
青海	513.04	277.75	6.01	0.60	20.09	0.16	0.00	26.32
宁夏	2699.82	820.95	0.39	0.05	7.66	0.12	4.02	14.78
新疆	2256.20	1054.12	4.27	0.01	57.34	0.45	19.28	92.23

攻读硕士学位期间发表或录用的学术论文

发表或录用论文

- [1] 任标标, 龚本刚, 张孝琪. 基于 DEA-Tobit 模型的芜湖港口物流综合效率评估[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)
- [2] Gong B, Ren B, Zhang X, et al. Interval cross-EEF evaluation approach for ranking DMUs with fixed- sum outputs[J]. Soft Computing. (审稿中)

致谢

三年一瞬，聚散有时。行文至此，意味着我在安工程的学习生涯即将画上句点。叹时光已逝！惜韶华难追！回首十六载求学之路，希望与迷茫一同写进青春的诗篇。回首过去，每一步都有迹可循，走的每一步都算数。而研究生三年是我最珍贵的回忆，不仅仅是希望与成长，更多的是幸福与感激。

一朝沐杏雨，一生念师恩。首先感谢我的导师龚本刚教授，本科期间有幸听过老师讲课，被老师的才华和魅力深深吸引。事实如此，研究生三年拜于老师门下，是一段充满挑战与成长的旅程。在这段时间里，我不仅在学术上得到了老师的悉心指导，更在人生观、价值观等方面受到了深刻的影响。此外，我还要感谢张孝琪老师，我更愿意称呼一声大师兄。师兄严谨的治学态度和深厚的学术造诣为我树立了榜样，在我遇到瓶颈时总能答疑解惑，从论文选题、开题到定稿，师兄无数次的悉心指导，让我的论文得以完成。感谢经济与管理学院所有给我授课的老师、开题中期答辩的老师、辅导员以及研究生秘书，传授我知识，关心我生活。在未来的日子里，祝愿老师百事胜心、万事如意！

人海茫茫，庆幸相遇。很幸运在读研生涯结交了许多志同道合的好友与知音，感谢同门的师兄，师姐，师弟，师妹，一起参加会议，一起旅游，让我感受到了家庭般的温暖。我还要感谢我的室友以及管理研 21 的所有同学，伴随我成长，见证彼此的青葱岁月。感谢你们这一路的陪伴，让我变得自信且阳光，快乐且向上。再此祝愿你们前程似锦、鹏程万里，归来仍是少年！

感谢我的父母，在我三年的读研生涯中对我无微不至的关心与照顾，他们是我人生的导师，为我指引了方向，感谢他们对我的支持、做我最坚实的后盾，让我顺利的完成了学业。最后特别感谢我的女朋友徐畅，感谢她在背后给予的爱和鼓励，落日归山海，烟火向星辰，愿我们携手共进，朝朝暮暮。

凡是过往，皆为序章。终是关关难过关关过，轻舟已过万重山！前路漫漫亦灿灿，愿依旧保持热枕之心，始终努力向上。

山高路远，我们江湖再见！