

分类号: TP391

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2210330154



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 面向自主水下航行器的
定位方法研究

论 文 作 者 江玲

校 内 导 师 高文根（教授）

校 外 导 师 刘建（工程师）

专业学位类别 电子信息

研究方向（领域） 人工智能与系统集成

论文提交日期: 2024 年 5 月 31 日

分类号: TP391

单位代码: 10363

密级: 公开

学号: 2210330154

题 目 面向自主水下航行器的定位方法研究

题 目 Research on Localization Methods for Autonomous
Underwater Vehicles

论文作者: 江玲

校内导师: 高文根教授

校外导师: 刘建

专 业: 电子信息

研究方向: 人工智能与系统集成

论文答辩日期: 2024 年 5 月 19 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：江玲

日期：2024 年 5 月 30 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 __ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：江玲

指导教师签名：邵斌

日期：2024年5月30日

日期：2024年5月30日

面向自主水下航行器的定位方法研究

摘要

自主水下航行器(Autonomous Underwater Vehicle, AUV)在海洋科学研究、资源勘探等领域发挥着重要作用。精确定位对 AUV 的任务执行至关重要。在水下环境中,由于信号传播受到限制和水下干扰因素较多,传统的单一定位方法往往难以达到足够的精度和稳定性。协同定位技术因其定位效果好、环境适应性强以及工作覆盖范围广等特点在水下定位中具有优势和应用前景。多 AUV 协同定位技术是指搭载高精度导航设备的主 AUV 与搭载低精度导航设备的跟从 AUV 协同工作,利用水声设备与跟从 AUV 共享信息,并测量主从间的相对距离,进而运用数据融合技术,提升跟从 AUV 的定位精度。本文主要围绕 AUV 的高精度定位需求,重点开展了基于距离测量的 AUV 协同定位方法研究,主要研究内容如下:

(1) 对 AUV 导航定位系统的相关理论包括常用坐标系及其变换、相关传感器等内容进行研究。针对 AUV 的水下应用场景,分析了 AUV 协同定位的相关原理,在此基础上建立出 AUV 的运动学模型和协同定位系统模型。

(2) 针对非线性滤波算法的非线性误差以及 AUV 在复杂的运动状态下定位性能不稳定的问题,提出一种自适应容积卡尔曼滤波(Adaptive Cubature Kalman Filter, ACKF)算法。在深入研究扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)和容积卡尔曼滤波(Cubature

Kalman Filter, CKF)算法的基础上, 根据新息构造自适应因子来实时修正协方差矩阵, 提高了复杂运动路径场景下主从式 AUV 协同定位系统的鲁棒性。仿真结果表明, 在复杂运动路径场景下 ACKF 算法较 EKF 和 CKF 算法具有更高的定位精度, 从而验证了所提 ACKF 算法的可行性和有效性。

(3) 针对距离相关噪声对定位系统的干扰和传统滤波算法计算复杂的问题, 引入距离相关噪声因子重新建立出协同定位模型, 基于该模型提出一种联合最大似然估计和高斯置信度传播算法 (Maximum Likelihood and Gaussian Belief Propagation, ML-GBP)。通过采用最大似然估计和引入中间距离向量来减少距离相关噪声带来的干扰, 基于距离观测和位置参考信息的高斯置信度传播算法来实现 AUV 位置的精确估计, 同时实现位置校正。仿真结果表明, 所提 ML-GBP 算法具有较低的通信开销和计算复杂度等优点, 并可以有效地降低跟从 AUV 的定位误差。

关键词: AUV, 协同定位, 卡尔曼滤波, 距离相关噪声, 高斯置信度传播

RESEARCH ON LOCALIZATION METHODS FOR AUTONOMOUS UNDERWATER VEHICLES

ABSTRACT

Autonomous Underwater Vehicles (AUV) play an important role in marine scientific research, resource exploration and other fields. Precise positioning is crucial for AUV mission execution. In the underwater environment, the traditional single positioning method is often difficult to achieve sufficient accuracy and stability due to the restricted signal propagation and the high number of underwater interference factors. Cooperative positioning technology has advantages and application prospects in underwater positioning due to its good positioning effect, strong environmental adaptability and wide working coverage. Multi-AUV cooperative positioning technology means that the master AUV equipped with high-precision navigation equipment and the follower AUV equipped with low-precision navigation equipment work together, using hydroacoustic equipment to share information with the follower AUV and measure the relative distance between the master and the follower, and then applying data fusion technology to improve the positioning accuracy of the follower AUV. This paper focuses on the high-precision positioning requirements of AUVs, and focuses on the research of cooperative positioning method of AUVs based on distance measurement, and the main

research contents are as follows:

(1) Research on the relevant theories of AUV navigation and positioning systems includes commonly used coordinate systems and their transformations, as well as relevant sensors. In the context of underwater applications for AUVs, the principles of AUV cooperative positioning are analyzed. Based on this foundation, a kinematic model of AUV and a cooperative positioning system model are established.

(2) In response to the nonlinear errors inherent in nonlinear filtering algorithms and the instability of AUV positioning performance under complex motion states, we propose an Adaptive Cubature Kalman Filter (ACKF) algorithm. Building upon an in-depth exploration of the Extended Kalman Filter (EKF) and Cubature Kalman Filter (CKF) algorithms, we introduce an adaptive factor based on the innovation to dynamically adjust the covariance matrix in real-time. This enhancement aims to bolster the robustness of master-slave AUV cooperative positioning systems in complex motion scenarios. Simulation results demonstrate that the ACKF algorithm outperforms the EKF and CKF algorithms in terms of positioning accuracy under complex motion scenarios, thus validating the feasibility and effectiveness of the proposed ACKF algorithm.

(3) To address the interference of distance-dependent noise on the localization system and the computational complexity of traditional filtering algorithms, a cooperative localization model is re-established by

introducing the distance-dependent noise factor, based on which a joint Maximum Likelihood and Gaussian Belief Propagation (ML-GBP) algorithm is proposed. By applying the maximum likelihood estimation and introducing intermediate distance vectors to reduce the interference caused by the distance-dependent noise, the Gaussian belief propagation algorithm based on the distance observation and the position reference information is used to realize the accurate estimation of the AUV position, and at the same time, the position correction is realized. Simulation results show that the proposed ML-GBP algorithm has the advantages of low communication overhead and computational complexity, and can effectively reduce the positioning error of the following AUV.

KEY WORDS: AUV, cooperative localization, Kalman filter, distance-dependent noise, Gaussian belief propagation

目录

摘要.....	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 传统水下定位发展状况.....	2
1.2.2 多 AUV 协同定位技术	6
1.2.3 研究现状分析.....	9
1.3 本文主要研究内容与创新点.....	10
第 2 章 AUV 协同定位系统及相关理论	13
2.1 引言.....	13
2.2 AUV 导航系统相关理论	13
2.2.1 常用坐标系及其变换.....	13
2.2.2 定位系统的相关传感器.....	15
2.3 AUV 空间运动学模型	17
2.3.1 单 AUV 空间运动学模型	17
2.3.2 多 AUV 空间运动学模型	19
2.4 AUV 协同定位系统	20
2.4.1 协同定位原理.....	20
2.4.2 协同定位方式分类.....	21
2.4.3 AUV 协同定位系统建模	22
2.5 本章小结.....	23
第 3 章 基于非线性卡尔曼滤波的 AUV 协同定位方法	25
3.1 引言.....	25
3.2 卡尔曼滤波算法.....	25
3.3 基于 EKF 的 AUV 协同定位算法.....	27

3.4 基于 ACKF 的 AUV 协同定位算法.....	30
3.4.1 容积卡尔曼滤波的相关规则.....	30
3.4.2 容积卡尔曼滤波的实现.....	32
3.4.3 改进的 ACKF 算法	34
3.5 滤波算法比较.....	34
3.6 仿真验证.....	35
3.7 本章小结.....	40
第 4 章 距离相关噪声影响下的 AUV 协同定位方法	41
4.1 引言.....	41
4.2 基于距离相关噪声和因子图的 AUV 协同定位系统	41
4.2.1 具有距离相关噪声的定位系统问题建模.....	41
4.2.2 因子图与置信度传播算法.....	43
4.3 基于最大似然估计和高斯置信度传播算法的 AUV 协同定位方法	47
4.3.1 最大似然估计准则.....	47
4.3.2 基于高斯置信度传播算法的 AUV 协同定位	50
4.4 算法分析与仿真实验.....	53
4.4.1 算法分析.....	53
4.4.2 定位精度评价方法.....	53
4.4.3 仿真结果.....	54
4.5 本章小结.....	58
第 5 章 总结与展望.....	59
5.1 全文总结.....	59
5.2 工作展望.....	60
参考文献.....	61
攻读硕士期间取得的学术成果.....	68
致谢.....	69

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

自主水下航行器(Autonomous Underwater Vehicle, AUV)是一种无需人类直接操作,能在水下独立完成预定任务的机器。AUV 发展始于 20 世纪 60 年代,最早用于军事领域,如潜艇的侦察和水雷的清除。随着技术的发展,AUV 的应用领域逐渐拓宽,涵盖了海洋资源勘探、环境监测、科学研究、海底地图制作等多个方面^[1-3]。

在 AUV 的实际应用中,精确的定位是至关重要的。无论是进行科学研究、商业勘探还是执行特定任务,AUV 都需要准确地知道在水下的位置。不同于地面或空中的移动平台,水下环境对通信和定位提出了独特的挑战。由于水下环境的特殊性,使得常规的地面定位技术,如全球定位系统(Global Positioning System, GPS)在水下无法使用。这主要是因为水质能够吸收和散射电磁波,导致 GPS 信号在水中迅速衰减。因此,水下定位技术必须依赖于其他形式的信号和方法。此外,水下环境中的障碍物和地形也会干扰信号传播,增加定位的难度。当前的研究焦点包括提高定位系统的精度和鲁棒性、降低成本、简化操作流程等^[4-6]。水下定位的精度和稳定性直接影响 AUV 的导航能力,进而影响到科研、勘探和监测任务的完成质量。解决 AUV 定位问题,不仅有助于提高水下科学研究的效率和准确性,还有望推动深海资源的可持续开发,促进海洋环境的合理管理。

目前,最常用的水下定位技术是声学定位系统,包括长基线(Long Base-Line, LBL)、短基线(Short Base-Line, SBL)和超短基线(Ultra Short Base-Line, USBL)等方法^[7-9]。这种系统主要利用水声设备确定水下载体或设备的方位、距离。根据从构成基阵的多个声应答器接收到的声脉冲信号到达时间或相位进行定位,从而实现对水下目标的精确定位。

除了声学定位技术外,惯性导航系统(Inertial Navigation System, INS)也是水下定位的重要技术之一。INS 通过测量设备的加速度和角速度来估算其从已知起点开始的移动路径。这种方法的优点是不依赖于外部信号,可以在任何水下

环境中使用。然而，由于惯性导航系统会随时间积累误差，因此它通常与声学定位系统或其他定位方法结合使用，以提高整体的定位精度。

除了这些传统方法，AUV 协同定位正逐渐成为研究的热点。这种方法是基于多个 AUV 之间相互协作，通过共享信息来改善定位精度^[10-12]。在协同定位系统中，每个 AUV 不仅使用自身的传感器数据，还可以接收和利用其他 AUV 的数据。这种方法的优势在于，通过多个点的信息交换，可以减少单一 AUV 定位的不确定性，特别是在声学信号受限或被干扰的环境中。协同定位技术的挑战在于需要高效的通信协议和算法来处理和融合来自多个传感器的数据。此外，协同定位还需要考虑 AUV 群体的动态配置和协调控制，确保群体中的每个成员都能在最佳位置进行数据采集和信息共享。当前的水下定位技术正在从单一的声学或惯性方法向多传感器融合和 AUV 协同定位方向发展^[13-14]。这种发展不仅提高了定位精度，也为 AUV 在更复杂环境下的应用提供了更多的可能性。随着技术的进步，协同定位有望成为水下机器人网络中高效、可靠的定位解决方案。

在协同定位领域，由于从成本代价上考虑，通常跟从 AUV 配置低精度、低成本的航位推算设备^[15]。在获得初始位置的前提下，根据简单的姿态传感器获得航向信息、速度信息等参考信息对位置进行递推计算来得到水下航行器的导航定位。然而由于传感器的测量误差等因素航位推算误差会随时间累计明显。选择合适的定位算法对定位系统进行校准和优化，对于减小跟从 AUV 定位误差和提高整个系统的定位精度和鲁棒性至关重要。

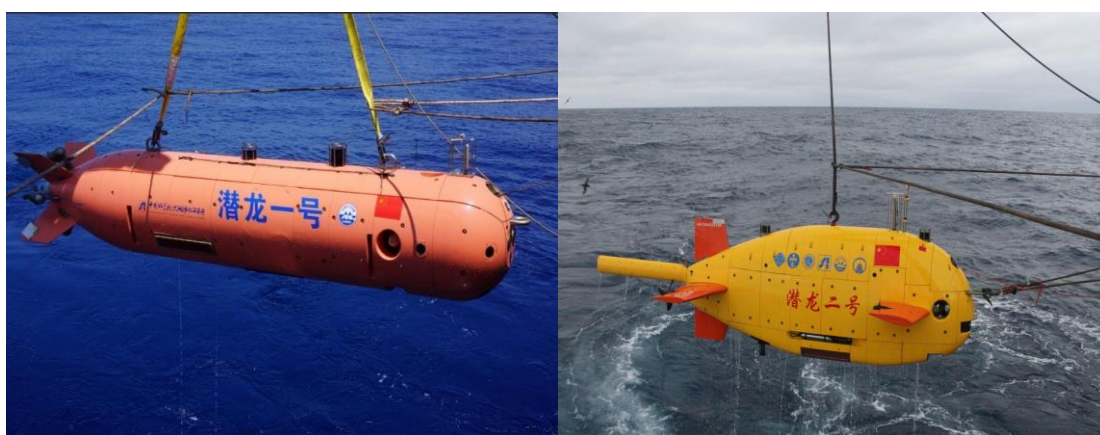
因此，本论文将围绕自主水下航行器的协同定位问题展开深入研究，从水下复杂的噪声特性等多方面考虑协同定位的精度问题。针对传统的滤波算法在 AUV 定位应用上的计算量大和复杂度高问题，提出创新性、高效性的定位算法满足多 AUV 水下作业时对高精度位置的要求。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 传统水下定位发展状况

目前，多个国家的科研院所和团体致力于水下航行器导航定位技术的研究，并取得了可喜的研究成果^[16-19]。美国伍兹霍尔海洋研究所利用基于多传感器集

成导航的六自由度视觉系统进行 AUV 检测研究^[20]。位于悉尼大学的澳大利亚野外机器人中心使用基于多传感器组合导航的同步水下航行器对大堡礁进行同步定位和测绘^[21]。我国于 20 世纪 70 年代开始 AUV 相关方面的研究，也取得了一些令人瞩目的成绩，其中在 AUV 的体系结构、路径规划、通信方式等多项关键技术中取得了不小的进展和突破。国内研究 AUV 的机构主要以沈阳自动化所、哈尔滨工程大学、上海交通大学、西北工业大学等研究机构为代表。主要研发产品有 CR-01、CR-02、“潜龙”一号、“潜龙”二号、“悟空”号等^[22-23]。尽管水下航行器技术已取得巨大成就，但 AUV 仍处于实验阶段，仍存在关键问题。远程化、智能化是 AUV 未来的发展方向。



(a) 潜龙一号 AUV

(b) 潜龙二号 AUV

图 1-1 潜龙系列 AUV

传统水下定位技术可以根据误差传播方式的不同大致分为两类：定位误差会随时间累计的和定位误差不随时间累计的误差定位。

在定位误差随时间累计的水下定位系统如 INS 和航位推算(Dead Reckoning, DR)，定位误差随着时间的推移而逐渐累积。这意味着每个时刻的测量误差会叠加到先前时刻的误差中，导致定位精度逐渐降低。惯性导航在水下任务中的应用是一项关键技术^[24-25]，对于执行长时间的水下勘察、监测或搜索救援任务非常有益。惯性导航系统通常由加速度计和陀螺仪组成。加速度计测量航行器的加速度，而陀螺仪则测量航行器的角速度。通过将这两个信息积分，可以获得关于航行器位置和方向的估计。这使得 AUV 能够在水下环境中进行导航和定位，而无需依赖于地面基准或外部信号，比如 GPS 信号，而这些信号在水下会受到限制。惯性导航系统则不受水下环境的影响，能够提供相对准确的位置和

姿态信息。然而，由于加速度和角速度的测量误差、积分过程中的漂移等因素，随着时间的推移，导航系统的位置和方向信息会逐渐偏离真实值，导致累积误差。此外，高精度的惯性导航系统通常需要更大、更重的传感器和计算单元，这可能在一些轻量化和小型化的应用中限制其使用。DR 是一种相对简单的自主导航方法，它在短时间内能够提供相对较好的导航精度尤其是在需要进行相对短距离移动或对导航精度要求不高的场景中。DR 是一种基于已知的起始点、初始速度和航向的估算方法，通过累积每一时刻的速度和方向变化来推算出当前时刻的位置^[26]。通常使用速度传感器、罗盘等传感器来获取这些参考信息。然而，由于测量误差和初始信息的不确定性，定位误差会也随时间的推移而累积。为了克服这些累积误差，现代水下 AUV 定位系统通常采用多传感器融合的方法，这包括将 INS 和 DR 的输出与水下声纳、地磁传感器、视觉传感器等相结合，通过融合算法实现误差补偿和定位精度的提高。

有界误差定位的意思是定位误差不会随时间的推移而逐渐叠加。这种类型的水下定位系通常采用了一些技术手段或者融合了多种传感器的信息，以有效地抑制误差的累积，从而实现水下定位的高精度和稳定性。有界误差定位适用于需要长时间操作的水下系统，且需要在整个任务期间维持较高的定位精度。

有界误差定位的高精度声学定位导航是目前应用广泛的水下定位技术^[27]。水下声学定位是一种利用声波在水下传播的特性来确定水下目标位置的技术^[28]。在水下环境中，由于光在水中传播的距离相对有限，而声波在水中的传播速度较快，因此声学定位成为一种有效的水下定位手段^[29-30]。水下声学定位系统通常包括发射声源和接收声纳的组件。发射声源产生声波信号，这些声波在水中传播，当它们与水下目标相互作用或被目标反射时，接收声纳会接收到这些声波。通过分析接收到的声波信号，可以确定水下目标的位置、深度以及其他相关信息。声学基线定位系统为 AUV 导航定位提供新途径。基线是指两个声源之间的距离，而基线定位系统的原理是利用声波在水中传播的速度，通过测量声波到达不同传感器的时间差或相位差，计算目标相对于声源的方向和距离。

水声定位技术根据接收阵列基线的长度可分为三类：LBL、SBL 和 USBL 水声定位。SBL 和 USBL 系统则是通过安装在船只或平台上的声学阵列来测量声波的到达时间和方向，以此计算 AUV 的位置。USBL 和 SBL 定位系统在短距离

内提供定位精度和易于操作，但误差随着距离的增加而累积^[31-32]。该误差还取决于外部传感器的辅助，例如用于辅助深度测量的深度传感器或超声波高度计。这些方法部署更为灵活，但其定位精度通常低于 LBL 系统。LBL 系统通过固定在海底的多个声学信标进行定位，通过测量声波在不同信标间的传播时间差来确定 AUV 的位置。LBL 定位系统考虑到系统的使用频率、安装位置的水声定位以及角度要求，对定位精度的要求比较严格。否则，LBL 定位系统的误差会极大，声波在水中的传播会受到环境的影响，也会随着温度的变化而变化^[33]。文献[34]提出了一种基于长基线和超短基线相结合的 AUV 定位导航系统。使用紧耦合结构，考虑非线性系统动力学，在仿真环境下该滤波器在传感器噪声存在的场景下取得了非常好的性能。三种水声定位系统性能比较如表 1-1 所示。

表 1-1 三种水声定位系统比较

系统	基线长度/m	基线位置	定位精度
长基线(LBL)	100-6000	水中	较高 适用于大范围水下定位任务
短基线(SBL)	1-50	阵元布放于载体	中等 适用于中小范围水下定位任务
超短基线(USBL)	<1	阵元布放于载体	较低 适用于近距离水下目标定位

为了弥补 AUV 定位误差随时间累计的缺点，通常需要与 INS、GPS 等结合使用，采用多传感器融合的方法来提高整体导航系统的性能和准确性^[35-36]。多传感器信息融合技术利用多个相同类型的传感器或单个传感器的多次测量来获得多个独立的观测值。这些观测结果进行综合处理可以提高跟踪目标的位置和速度估计的准确性，提高定位精度。AUV 通常搭载两种主要类型的传感器：内部传感器和外部传感器。这两种传感器在水下提供了对 AUV 周围环境的全面感知和数据采集。内部传感器的主要作用是测量 AUV 运动过程中参数的变化，这些参数主要来自 AUV 自身运动的感知，例如速度、角度、加速度和距离。此类传感器包括惯性导航设备、多普勒里程表、陀螺仪、速度计和里程表。外部传

传感器主要作用是获取周围环境的特征信息，包括距离、特征物体的形状以及自身的位置关系。此类传感器包括红外、声纳、超声波和机器视觉传感器。多传感器信息融合技术是提高导航定位性能的有效途径^[37]。文献[38]提出了基于改进的无迹卡尔曼滤波算法的多传感器融合定位方法，主要针对超宽带、惯性测量单元和里程计编码器信息进行集中式数据融合。实验结果表明在超宽带视距和非视距场景下所提出的融合定位算法保持较高的定位精度。魏奥博等人提出了一种变训练集的 SVR 回归方法，对 DVL 的数据进行预测，根据水下机器人的速度变化率和加速度变化率调节训练集大小。仿真证明算法有效地提高了 SINS/DVL 组合导航的精度，并在 DVL 数据无效时，有效地抑制误差^[39]。张柏强等人设计了基于 SINS/DVL 和长基线交互辅助的 AUV 水下导航定位系统，SINS/DVL 估计的位置信息有助于估计到达延迟差和校正声速，以提高 LBL 定位估计的精度。结果表明，定位误差小于 2m，适用于水下导航定位系统^[40]。

1.2.2 多 AUV 协同定位技术

协同理论为处理复杂问题提供了新的思路。在协同理论中，系统中的各个组成部分通过相互作用和合作。这种协同效应使得整个系统的性能和功能远远超过了各个部分单独工作时的表现，即 $1+1>2$ 的效果。协同定位技术在实际应用中有着广泛的应用^[41-42]。

协同定位是一种利用多个位置感知设备协同合作，以提高位置估计准确性的定位技术。协同定位的概念使得定位系统能够在多样化的环境中实现更为精确的定位服务。协同定位通过将多个位置感知设备的观测结果进行集成和协同处理，从而提高位置估计的准确性。这些设备包括全球卫星导航系统、Wi-Fi 模块、蓝牙设备、惯性测量单元等。在协同定位的过程中，多个设备之间通过无线通信建立联系，共享彼此的位置信息、传感器测量数据和环境地图等。这种协同合作的方式使得系统能够充分利用多样化的信息源，提高对于位置信息的感知和推断能力。协同定位作为一种前沿的定位技术，为提高 AUV 位置感知的准确性和可用性提供了新的思路和解决方案^[43-44]。

协同定位理论为多 AUV 协同定位的发展提供了关键的理论基础，通过将分布式传感器融合、分布式定位算法和通信协议等概念结合，使得多个 AUV 能够

相互协同合作，估计各自位置，从而提高整个系统的导航精度和效率。多 AUV 协同系统因具有成本低、效率高、容错能力较强等多种优点开始应用^[45]。多 AUV 协同定位系统通常包括并行式和主从式两种配置^[46]。与并行式配置相比，主从式配置更注重性能和成本之间的权衡。在主从式协同定位系统中，主 AUV 配备高精度导航设备，从 AUV 只需配备低精度、低成本导航设备。在系统运行过程中，主 AUV 不断地将其本体传感器的高精度位置信息和外感受传感器的相对测量值发送给从 AUV。从 AUV 根据主 AUV 接收到的导航信息不断纠正自身的导航定位误差^[47]。

多 AUV 协同导航定位的研究涉及多个科学领域，各国学者从不同角度开展了各类分析。协同定位问题的本质可以归结为状态估计，即通过利用各个参与者（例如 AUV）的观测和信息，估计整个系统中每个参与者的状态，包括位置、速度、姿态等。协同定位的目标是通过合理的融合多个观测源的信息，提高对系统状态的准确性和可靠性。基于优化理论的协同定位算法通过数学优化方法，结合多个观测和约束条件，寻找系统状态的最佳估计，从而提高整个系统的导航定位精度。基于优化理论的协同定位算法将协同系统中的导航状态估计问题转化为求解最优解。在文献[48]中，协同定位状态估计问题被表述为非线性最小二乘问题，并且使用 Levenberg-Marquardt 最小化算法迭代求解状态估计。文献[49]提出的算法采用分布式数据融合结构，并利用李代数平均来估计导航状态。基于优化理论的协同定位算法的局限性是无法获得与状态估计相关的不确定性。因此，基于优化理论的定位算法在实际工程中应用较少。

基于贝叶斯估计的协同定位算法在 AUV 实际工程中得到了广泛的应用。贝叶斯估计是一种概率推断方法，通过贝叶斯定理，根据先验知识和新的观测数据，更新对系统状态的概率分布，从而获得更准确的状态估计。常见的贝叶斯估计方法包括卡尔曼滤波器(Kalman Filter, KF)及其各种改进算法。尽管 KF 是线性系统的最优贝叶斯滤波器，但其性能在水下定位的非线性系统中受到限制。扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)在卡尔曼滤波的基础上，通过对非线性系统模型进行线性化来估计状态和协方差，以适应水下定位系统^[50]。EKF 操作简单且实施速度快。然而，EKF 的主要问题在线性化处理中产生的累积误差。通过多次迭代，迭代扩展卡尔滤波(Iterated Extended Kalman Filter, IEKF)以

状态的估计结果作为基准点,对测量方程进行多次线性化。这一方法通过多次利用观测信息,有效提高了针对非线性问题的估计精度^[51]。文献[52]采用了将无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)和线性卡尔曼滤波器相结合的融合算法来提高协作定位的定位精度。与 EKF 不同的是,UKF 不需要线性化,直接使用无迹变换(Unscented Transform, UT)方法用一组确定的采样点来近似后验概率。对于非线性系统,UKF 的估计精度优于 EKF^[53]。容积卡尔曼滤波是使用三阶球面-径向容积规则得出容积点,然后用其近似非线性函数的后验分布^[54]。CKF 比 UKF 和 EKF 更适合高维非线性系统,因为点估计得到的误差更稳定。针对观测噪声并非固定不变,观测噪声的不确定性会导致误差的累积问题,文献[55]提出了一种基于阿基米德优化算法的卡尔曼滤波自适应导航算法。利用 AUV 的实际实验数据进行处理,有效地评估了该算法的性能。文献[56]针对 AUV 协同定位系统在恶劣水下环境的测量异常值,提出了一种基于最大相关性准则的容积卡尔曼滤波算法,通过构建自适应因子来实时估计校正卡尔曼增益并且能够快速获得卡尔曼增益的最优值,进而优化定位性能。

虽然基于贝叶斯估计的定位算法比基于优化理论的定位算法表现出更好的性能,但现有的基于贝叶斯估计的协同定位算法不可避免地面临算法结构固定的问题。定位问题可以建模成概率图模型,例如贝叶斯网络或马尔科夫随机场。基于图论的协同定位算法,能够提高算法的可扩展性和灵活性^[57]。这些模型描述了位置变量之间的依赖关系和条件概率。因子是一种二分图,它将大规模全局函数分解为简单的局部函数,从而间接提高大型网络估计方法的计算效率^[58]。定位系统通常搭载多种传感器,因子图可以用于建模这些传感器提供的观测数据,并通过概率推断的方式将它们融合,以提高水下定位的准确性。传感器融合的因子图能够有效处理不同传感器的噪声、误差和不确定性。因子图的节点表示系统的状态变量,例如 AUV 的位置、速度、姿态等。通过因子图的推断过程,可以对这些状态进行估计。状态估计的过程会考虑各种观测数据和约束条件,从而提供更准确和一致的定位结果。近年来,置信度传播(Belief Propagation, BP)作为一种基于概率图模型的分布式消息传递算法,通常用于处理因子图或信念网络中的概率分布^[59]。消息传递算法在无线传感器网络的协作定位领域中被重视研究^[60-61]。在定位问题方面,BP 可以应用于协同导航和位置

估计等场景，特别是在多个智能体，例如水下航行器、无人机等共同工作的情况下。文献[62]提出了基于和积算法的协同定位方法，为了提高算法性能，引入了一个转换矩阵到估计位置信息的鲁棒数据处理并且在不同场景下进行了仿真模拟和实物测试。非参数置信度传播算法(Nonparametric Belief Propagation, NBP)作为 BP 算法的变体，使用粒子和加权来近似消息来解决非线性和非高斯问题^[63-64]。在水下协同定位系统中，NBP 需要大量的粒子样本来描述消息，从而导致通信开销和计算复杂性增加。文献[65]提出了基于间歇性置信度传播的航位推算(Intermittent Belief Propagation based Dead Reckoning, IBPDR)作为协同定位框架，并且在 IBPDR 框架中设计了一种基于粒子的水下自适应置信度传播算法，实验证明算法对累积的惯性测量误差具有鲁棒性，并降低了 AUV 之间的通信成本。

上述工作通常关注理想噪声模型下的水下协同定位方法，而忽略了其他复杂噪声对定位精度造成的干扰。在文献[66]和文献[67]的研究中，距离和噪声之间相关联的理论关系已得到实验验证。距离相关噪声是一种特殊类型的噪声，其强度和特性随传感器位置节点之间的距离而变化。当通过测量传播时间或信号强度来确定目标位置时，距离相关的噪声会引入测量误差，从而降低定位的准确性。最近，在无线传感器网络定位领域进行了专门研究，以解决与距离相关的噪声相关的问题，并做出了相应的解决方案^[68]。然而，目前 AUV 水下定位领域针对距离相关噪声的研究还很少。在文献[69]中，提出了对多个 AUV 团队编队的优化作为减轻距离相关噪声造成的干扰的一种手段。然而，在复杂的水下环境中，协调和维持 AUV 之间的编队可能会变得困难。这项研究还表明，即使在接近最佳编队的情况下，距离相关的噪声仍然对定位精度产生不可忽视的影响。

1.2.3 研究现状分析

传统 AUV 水下定位技术面临着多种挑战，常见定位方法包括基于多传感器信息融合的水下定位导航技术、声学定位和导航技术以及基于浮标的定位等方法。基于多传感器信息融合的水下定位导航技术虽然在理论上具备优势，但实际应用中常常受到水下环境复杂性的限制，包括多径效应、信号衰减和水质影

响等因素，导致其定位精度难以满足高要求任务的需求。声学定位和导航技术在水下定位中得到广泛应用，但也存在一些不足之处。声波在水中传播速度相对较慢，且容易受到水下环境噪声的干扰，因此容易导致定位误差的累积。此外，基于浮标的定位方法受限于浮标的布设和数量，并且对于移动目标，实时性和精度都面临挑战。浮标在水下环境中的可用性受到天气、海况等因素的限制。针对这些传统方法的不足，AUV 协同定位技术成为了一种备受关注的解决方案。AUV 协同定位能够充分发挥多个 AUV 之间的协同作用，提高整个系统的定位精度。通过相互通信和合作，AUV 能够互相纠正定位误差，实现更为准确的水下定位。

协同导航定位算法中，基于优化理论的方法存在差异，一些采用整体求解优化的策略，而另一些将整个问题拆分为多个子问题，然后分别运用优化技术对其进行求解。基于贝叶斯理论的定位方法在自主水下航行器领域得到了广泛的应用，为解决复杂水下环境中的定位问题提供了一种有效的概率性建模和推断框架。卡尔曼滤波对系统建模做了线性的假设，因此在面对非线性系统时，可能会失效或者效果较差。非线性的卡尔曼滤波处理高维度的状态空间时，这些滤波算法的计算复杂性可能变得非常高，实时性精度可能受到影响。基于概率图模型的协同导航定位算法则是运用概率图模型知识对导航定位系统进行数学建模的方法。

在水下定位系统，距离测量的不确定性和误差往往不仅仅取决于传感器本身的性能，还受到洋流环境、水下信号传播特性以及多个 AUV 之间的相互影响等因素的综合影响。距离相关噪声的存在可能导致定位系统的鲁棒性降低，这可能需要考虑建立包含距离相关噪声的系统模型和引入更复杂的滤波算法。

1.3 本文主要研究内容与创新点

传统水下定位技术受限于水下环境的复杂性，以及各种噪声和传感器误差的影响，难以满足高精度水下定位的需求。随着海洋资源的日益开发和水下勘测需求的增加，AUV 协同定位技术成为水下定位领域的重要研究方向。以改善多 AUV 协同定位系统的定位精度为研究出发点，本文探讨了在主从式协同定位

模型下的相关定位技术。

本文的具体内容安排如下：

第一章：绪论部分对研究的背景和意义进行了概述，国内外水下定位的研究现状，特别关注了传统水下定位的发展状况以及多 AUV 协同定位技术的引入。为本文后续章节深入探讨的研究工作打下基础，最后对本文的主要工作的结构安排和研究的创新点进行了说明。

第二章：通过对 AUV 协同定位系统及相关理论的研究，本章详细介绍了 AUV 导航系统的相关理论，包括常用坐标系及其变换、定位系统的相关传感器以及单 AUV 和多 AUV 的空间运动学模型。在关于 AUV 协同定位系统的建模问题上，系统地阐述了协同定位的原理、分类方式以及系统建模的关键步骤。本章的内容为后续章节的具体方法提供了理论基础。

第三章：本章以非线性卡尔曼滤波理论为基础，研究了 EKF 和 CKF 算法的基本原理并设计了在 AUV 协同定位应用上的实现步骤。为了有效地改善定位误差和解决定位系统在 AUV 复杂的运动状态下应变能力不足的问题，提出了一种 ACKF 算法。实验结果表明所提出的 ACKF 协同定位算法能够更好地应对复杂任务场景下的 AUV 运动轨迹突变问题，对比 EKF 和 CKF 算法有着更高的定位精度和定位性能的可靠性。

第四章：针对存在距离相关噪声对定位精度的干扰，提出了基于最大似然估计准则和高斯置信度传播算法的 AUV 协同定位方法。通过最大似然估计准则和高斯置信度传播算法实现了 AUV 的位置估计和位置实时校正。通过仿真结果和算法分析，对比相关传统算法，验证了所提出的方法能够有效提高精度，并且具有较低的计算复杂度和通信开销。

第五章：为总结与展望。概述整篇论文的主要研究内容和成果，明确后续工作的提出可能扩展的方向或研究。

本文的主要创新点如下：

(1) 针对定位系统在 AUV 做复杂运动轨迹时导致定位效果变得不再稳定的问题，提出了一种 ACKF 算法。ACKF 算法引入了新息作为参考信息，并在原始的预测误差协方差矩阵引入自适应因子。相比传统的 EKF 和 CKF 算法，ACKF 算法在系统运动状态突变时具体更精确和稳定的定位效果。

(2) 针对水下定位系统存在距离相关噪声干扰的问题, 搭建包含距离相关噪声的 AUV 协同定位新模型。在新建立的模型中, 测量噪声不再是固定值, 而是一个与距离相关的动态值。针对距离相关噪声造成定位效果变差的问题, 设计了一种结合最大似然准则和高斯置信度传播算法结合的两步算法。通过采用最大似然估计来将距离相关噪声转换为距离无关噪声, 并且提出高斯置信度传播算法来实现 AUV 位置的精确估计并实现位置校正。在高斯置信度传播算法中包含的因子图思想, 将原来复杂的问题分解成几个易于处理的子问题。高斯置信度传播算法将所有的消息约束为高斯函数的形式, 计算复杂度和通信开销更低。

第 2 章 AUV 协同定位系统及相关理论

2.1 引言

由于水下环境的复杂性和水下通信条件的限制，单个 AUV 往往难以实现高精度的定位和导航。相比于单独运行的 AUV，AUV 协同定位系统通过多个 AUV 之间的信息交互与合作，实现对目标区域更准确、更高效的定位与探测。本章将从 AUV 导航系统的基础理论入手，介绍常用的坐标系及其变换，以及定位系统所涉及的相关传感器技术。还将深入探讨 AUV 的空间运动学模型，包括单个 AUV 的运动学特性和多个 AUV 之间的协同运动模式。最后，再将详细阐述 AUV 协同定位系统的原理以及建立合理的数学模型，为后续章节的开展奠定了基础。

2.2 AUV 导航系统相关理论

2.2.1 常用坐标系及其变换

坐标系在 AUV 导航和定位中提供了一个一致的参考框架，用于准确描述和处理 AUV 的位置、姿态和运动状态，从而确保 AUV 能够在水下环境中有效地导航、定位和执行任务。下面是常见的三种坐标系的相关介绍。

(1) 地球坐标系

以地球质心 O_e 为原点的直角坐标系 (X_e, Y_e, Z_e) ，通常用于表示 AUV 的全局位置。地球坐标系的变换通常通过 GPS 等全球导航系统获得。

(2) 地理坐标系

地理坐标系是用经度和纬度来表示地球上点的坐标系统。这种坐标系统提供了一种在地球表面上唯一标识地点的方式。是一种球面坐标系，因为地球的形状近似为一个椭球体，而非平面。对于 AUV 的地理坐标表示，可以选择将地理坐标系映射到东北天坐标系中。地理坐标系的原点 O 选在 AUV 重心处， x 轴的正方向指向东， y 轴的正方向指向北，天方向（东北天）是 z 轴的正方向。地理坐标系如图 2-1 所示。

(3) 载体坐标系

载体坐标系是一种用来描述移动物体（载体）位置和姿态的坐标系，它通常与载体本身固连。AUV 船体质心作为原点 O_s 。 X_s 轴正方向通常沿着 AUV 的前进方向，即 AUV 的航向方向。 Y_s 轴通常沿着 AUV 的横向方向。 Z_s 轴与 X 和 Y 轴垂直构成右手坐标系，通常指向载体的上方。图 2-2 表示的是载体坐标系的例子。

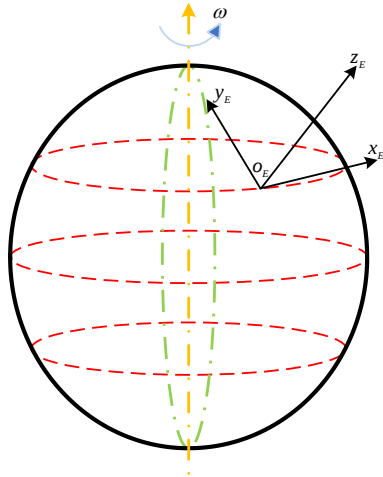


图 2-1 地理坐标系的图解

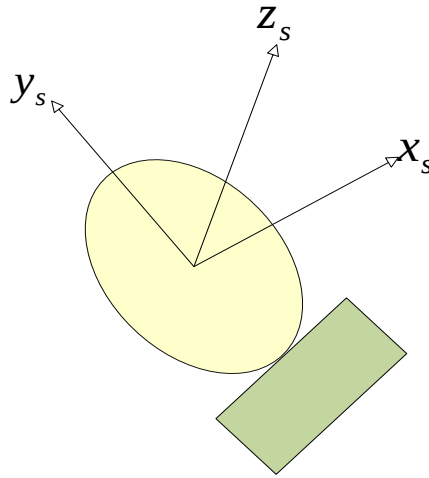


图 2-2 载体坐标系的图解

AUV 依靠惯性导航设备所获得的数据信息都是基于载体坐标系的，要在固定坐标系下描述 AUV 的位置，需要进行坐标系转换。在前面提到的任意两个坐标系都可以用坐标系之间的相对旋转和平移来相互转换。通常，将载体坐标系按照相应的顺序旋转就可以与参考坐标系重合，这里需要使用坐标转换矩阵。在这里，用 R_s^t 来表示旋转矩阵。AUV 的运动方程可以表示为

$$\dot{\mathbf{P}}_t = \mathbf{v}_t = \mathbf{R}_s^t \mathbf{v}_s \quad (2-1)$$

式中， $\dot{\mathbf{P}}_t$ 和 $\mathbf{v}_t$ 分别表示 AUV 在参考坐标系的位置导数和速度， $\mathbf{v}_s$ 表示 AUV 在载体坐标系的速度。

在这里使用欧拉角法去描述坐标系的变换。载体坐标系经过以下三次旋转后与地理坐标系重合。绕坐标轴的旋转通常使用三个欧拉角来描述，绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴分别旋转的角度记作 θ 、 ϕ 和 φ 。

沿着 X 轴、 Y 轴和 Z 轴旋转的旋转矩阵分别为

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

这三个矩阵连乘起来就可以表示三个轴的旋转，并且三个矩阵相乘的顺序是依次的，不可以改变顺序，那么三轴的旋转矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} R_s^t &= R_x R_y R_z \\ &= \begin{bmatrix} c(\varphi)c(\phi) & -s(\varphi)c(\theta)+c(\varphi)s(\phi)s(\theta) & s(\varphi)s(\theta)+c(\varphi)s(\phi)c(\theta) \\ s(\varphi)c(\phi) & c(\varphi)c(\theta)+s(\varphi)s(\theta)s(\phi) & -c(\varphi)\sin(\phi)\cos(\theta) \\ -s(\phi) & c(\phi)s(\theta) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-5)$$

式中， $c(\cdot)$ 和 $s(\cdot)$ 表示的是 $\cos(\cdot)$ 和 $\sin(\cdot)$ 。

旋转矩阵 R_s^t 还被称为姿态矩阵，因为其中的元素都是关于姿态角 θ 、 ϕ 和 φ 的函数。地理坐标系到载体坐标系的坐标转换矩阵表示为

$$R_t^s = R_s^{t-1} = R_s^{tT} \quad (2-6)$$

2.2.2 定位系统的相关传感器

定位系统的模型搭建依赖于 AUV 上装备的传感器所测出的相关数据。本小节对 AUV 上常用的感知传感器进行简单介绍和总结。此外，在后面所提到的协同定位方法其实也是融合各种传感器测得或解算出的数据和接收其他 AUV 的相关信息从而实现良好的位置估计。

根据传感器信息所描述的对象分类，感知传感器可分为：内部传感器和外部传感器。内部传感器是嵌入在 AUV 内部的传感器，用于感知 AUV 的本体状态和运动信息。以下是一些常见的内部传感器及其介绍：

(1) 惯性测量传感器：是一类用于测量物体在空间中的线性加速度和角速

度的传感器，主要用于惯性导航系统中。这类传感器包括加速度计和惯性元件陀螺仪，它们通过测量物体的运动和旋转来提供系统所需的动态信息。

(2) 速度测量传感器：速度测量传感器是用于测量 AUV 速度的关键组件。由于水下环境的特殊性，AUV 需要可靠的速度测量来实现自主导航和任务执行。水声多普勒速度计(Acoustic Doppler Velocity Log, DVL)通常用来测量航行器在水下的速度。

(3) 航向测量传感器：航向测量传感器是用于测量物体方向或航向的一类传感器。对于航向的测量对于导航、定位和航行控制都是至关重要的。通常利用罗盘提供方向信息以及陀螺仪提供相对于初始方向的旋转信息。

(4) 深度测量传感器：它是用于测量物体相对于水平面的深度或垂直距离的传感器。通常通过气压传感器测量水下环境中的液体的压力，来估计深度。

(5) 绝对位置传感器：用于测量绝对位置信息的传感器主要包括卫星导航系统，如 GPS 系统和北斗定位系统。这些系统通过估计卫星信号的传输时间来实现定位，在水面上广泛应用。由于水下环境中信号衰减严重，无法有效利用卫星信号，因此在水下应用受到限制。

外部传感器对于 AUV 的感知和环境交互至关重要。以下是一些常见的用于 AUV 的外部感知和交互的传感器：

(1) 水声探测传感器：水声探测传感器是专门设计用于在水下环境中探测和感知目标的设备。这些传感器利用声波的传播特性，可以用于水下目标探测、目标识别等应用。根据工作方式分类，通常分为主动声纳和被动声纳。主动声纳系统是由一个或多个发射器组成的系统，主动地发送声波脉冲，并通过接收回波来进行目标探测和定位。而被动声纳系统依赖于接收水中的自然声源或其他水下活动的声音，通过分析这些声音来进行目标探测和定位。

(2) 水声通信传感器：是专门设计用于在水下环境中进行声波通信的设备。水声通信传感器通常由多个组件组成，这些组件协同工作以实现在水下环境中进行声波通信。它包括水声发射器和水声接收器，用来发射声波脉冲和接收水声信号。此外，还需要调制解调器实现声波信号的调制和解调，将数字信息转换为声波信号或相反。

(3) 时钟同步装置：脉冲同步时钟提供可靠的时钟同步机制，用于确保

AUV 系统中各个传感器和执行单元的时间基准一致。

2.3 AUV 空间运动学模型

运动学模型是描述物体运动的数学工具，通过数学方程和几何关系来揭示物体的位置、速度和加速度随时间的变化。AUV 的空间运动学模型描述了 AUV 在水下的运动特性，通常包括位置、速度和姿态等关键参数。在建立 AUV 的运动学模型之前，需要做出相关假设：（1）AUV 是刚体；（2）不考虑形体影响仅作为空间节点看待。在本节讨论的运动学模型，由于主要研究的是导航定位系统，故只需要建立与位置相关的方程即可。

2.3.1 单 AUV 空间运动学模型

AUV 在导航坐标下的三个位置状态 (x, y, z) ，分别表示 AUV 的水平位置以及在垂直方向上的深度。姿态角信息以 (φ, θ) 的形式表示，其中 φ 为偏航角， θ 为俯仰角。在 t_k 时刻 AUV 的运动状态定义为 $\mathbf{X}(k)=[x(k) \ y(k) \ z(k) \ \varphi(k)]^T$ ，采样周期为 T ，AUV 的空间运动模型可以建立为

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + v(k) \cdot T \cdot \cos(\varphi(k)) \cdot \cos(\theta(k)) \\ y(k+1) = y(k) + v(k) \cdot T \cdot \sin(\varphi(k)) \cdot \cos(\theta(k)) \\ z(k+1) = z(k) + v(k) \cdot T \sin(\theta(k)) \\ \varphi(k+1) = \varphi(k) + T \cdot \omega(k) \end{cases} \quad (2-7)$$

式中，传感器输入 $\mathbf{u}(k)=[v(k) \ z(k) \ \omega(k) \ \theta(k)]^T$ 。 $v(k)$ ， $z(k)$ ， $\omega(k)$ 和 $\theta(k)$ 分别是前向速度、航行深度、偏航角速度和俯仰角。

空间运动学方程可简写为

$$\mathbf{X}(k+1) = f(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (2-8)$$

在真实情况，输入测量值就受到噪声干扰。如果干扰为高斯白噪声序列 $\bar{\mathbf{w}}(k)$ ，则可以得到真实输入 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_m(k) + \bar{\mathbf{w}}(k)$ ，其中 $\mathbf{u}_m(k)$ 和 $\bar{\mathbf{w}}(k)$ 分别为带误差的传感器测量值和高斯白噪声干扰。 $\mathbf{u}(k)$ ， $\mathbf{u}_m(k)$ 和 $\bar{\mathbf{w}}(k)$ 可以表示为

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ z(k) \\ \omega(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_m(k) = \begin{bmatrix} v_m(k) \\ z_m(k) \\ \omega_m(k) \\ \theta_m(k) \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{w}}(k) = \begin{bmatrix} \bar{w}_v(k) \\ \bar{w}_z(k) \\ \bar{w}_\omega(k) \\ \bar{w}_\theta(k) \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

噪声协方差矩阵表示为

$$\mathbf{Q}(k) = E[\bar{\mathbf{w}}(k)\bar{\mathbf{w}}(k)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_v^2(k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z^2(k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\theta^2(k) \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

至此，可得到实际情况的 AUV 三维运动方程

$$\mathbf{X}(k+1) = f(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}_m(k), \bar{\mathbf{w}}(k)) \quad (2-11)$$

关于深度信息 z 的能够用压力传感器直接获得，就不需要再进行关于运动学模型的解算，也就可以不考虑深度信息。同时，由于 AUV 在稳态运动时的俯仰角 θ 较小，可近似为 $\cos \theta \approx 1$ 。故三维模型可以简化为二维模型。定义 AUV 的运动状态为 $\mathbf{X}(k) = [x(k) \ y(k) \ \varphi(k)]^T$ ，分别表示坐标系下的位置坐标和航向角，所以在理想情况，采样周期为 T 的 AUV 二维离散运动学模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + v(k) \cdot T \cdot \cos(\varphi(k)) \\ y(k+1) = y(k) + v(k) \cdot T \cdot \sin(\varphi(k)) \\ \varphi(k+1) = \varphi(k) + T \cdot \omega(k) \end{cases} \quad (2-12)$$

式中， $v(k)$ 表示 AUV 的前向速度， $\omega(k)$ 表示偏航角速度。

类似地，假设输入测量值受到高斯白噪声干扰，则真实输入、量测输入以及传感器噪声可以分别表示为

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ \omega(k) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_m(k) = \begin{bmatrix} v_m(k) \\ \omega_m(k) \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{w}}(k) = \begin{bmatrix} \bar{w}_v(k) \\ \bar{w}_\omega(k) \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

此外，噪声协方差为

$$\mathbf{Q}(k) = E[\bar{\mathbf{w}}(k)\bar{\mathbf{w}}(k)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_v^2(k) & 0 \\ 0 & \sigma_\omega^2(k) \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

因此，AUV 在二维运动学方程可以简写为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= f(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}_m(k), \bar{\mathbf{w}}(k)) \\ &= \mathbf{X}(k+1) + \psi(k) \cdot [\mathbf{u}_m(k) + \bar{\mathbf{w}}(k)] \end{aligned} \quad (2-15)$$

$$\text{式中, } \psi(k) = \begin{bmatrix} T \cdot \cos(\phi(k)) & 0 \\ T \cdot \sin(\phi(k)) & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}。$$

2.3.2 多 AUV 空间运动学模型

AUV 通常在定深稳态控制下航行, 故所研究的导航与定位问题主要考虑的是 AUV 的二维运动学模型。假设有 N 个 AUV 组成的系统编队航行, 定义在 t_k 时刻的第 i 个 AUV 的运动状态为 $\mathbf{X}_i(k) = [x_i(k) \ y_i(k) \ \phi_i(k)]^T$, 根据上一小节得到的单个 AUV 运动学模型, 可以得到集群航行的多 AUV 运动方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= f^c(\mathbf{X}(k), \mathbf{u}_m(k), \bar{\mathbf{w}}(k)) \\ &= \psi(k) \cdot [\mathbf{u}_m(k) + \bar{\mathbf{w}}(k)] + \mathbf{X}'(k) \end{aligned} \quad (2-16)$$

式中,

$$\mathbf{X}(k+1) = [\mathbf{X}_1(k+1)^T, \dots, \mathbf{X}_N(k+1)^T]^T, \mathbf{u}_m(k) = [u_{1m}(k)^T, \dots, u_{Nm}(k)^T]^T \quad (2-17)$$

$$\bar{\mathbf{w}}(k) = [\bar{w}_1(k), \dots, \bar{w}_m(k)]^T, \mathbf{X}'(k) = [\mathbf{X}'_1(k)^T, \dots, \mathbf{X}'_N(k)^T]^T, \quad (2-18)$$

$$\psi(k) = \begin{bmatrix} \psi_1(k) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2(k) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_N(k) \end{bmatrix} = \text{blkdiag}(\psi_1(k), \dots, \psi_N(k)) \quad (2-19)$$

此时噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{Q}(k) = E[\bar{\mathbf{w}}(k)\bar{\mathbf{w}}(k)^T] = \text{blkdiag}(\mathbf{Q}_1(k), \dots, \mathbf{Q}_N(k)) \quad (2-20)$$

对于在 t_k 时刻的多 AUV 系统集中式状态的误差方程可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}(k+1) = \mathbf{X}(k+1) - \hat{\mathbf{X}}(k+1) \quad (2-21)$$

在式(2-21)中, 误差状态可以表示为 $\tilde{\mathbf{X}}(k+1) = [\tilde{\mathbf{X}}_1(k+1)^T, \dots, \tilde{\mathbf{X}}_N(k+1)^T]^T$, 估计位置可表示为 $\hat{\mathbf{X}}(k+1) = [\hat{\mathbf{X}}_1(k+1)^T, \dots, \hat{\mathbf{X}}_N(k+1)^T]^T$, 真实状态可以表示为 $\mathbf{X}(k+1) = [\mathbf{X}_1(k+1)^T, \dots, \mathbf{X}_N(k+1)^T]^T$ 。

因此, 多 AUV 系统的误差状态方程可以表示为

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \psi(k+1, k) \cdot \tilde{\mathbf{X}}(k) + \Gamma(k) \cdot \bar{\mathbf{w}}(k) \quad (2-22)$$

式中, $\psi(k+1, k)$ 和 $\Gamma(k)$ 表示的是状态预测函数 f^c 关于状态和输入噪声的雅可

比矩阵。

2.4 AUV 协同定位系统

2.4.1 协同定位原理

协同定位是一种利用多个 AUV 共同工作来提高定位精度和可靠性的技术。多个 AUV 协同系统通常配备一个或者几个具备高精度导航设备的 AUV，在系统运行过程，通过 AUV 之间的相互协作，利用高精度的导航和定位信息辅助其他仅配有低精度导航设备的 AUV 进行自身定位误差的协同校正，进而提高系统的定位效果。

AUV 协同定位主要是基于相互间的距离观测实现的。水声距离观测是目前水下航行器的有效观测手段。水下环境复杂，可靠的通信网络是实现 AUV 协同定位的保障，可以保证 AUV 相互之间的信息传递。AUV 之间通过声学通信进行数据传输，包括位置信息、传感器测量数据等。声学通信可用于建立 AUV 之间的通信链路，以支持协同定位。图 2-3 是一个基于距离观测的主从式 AUV 协同定位原理图。

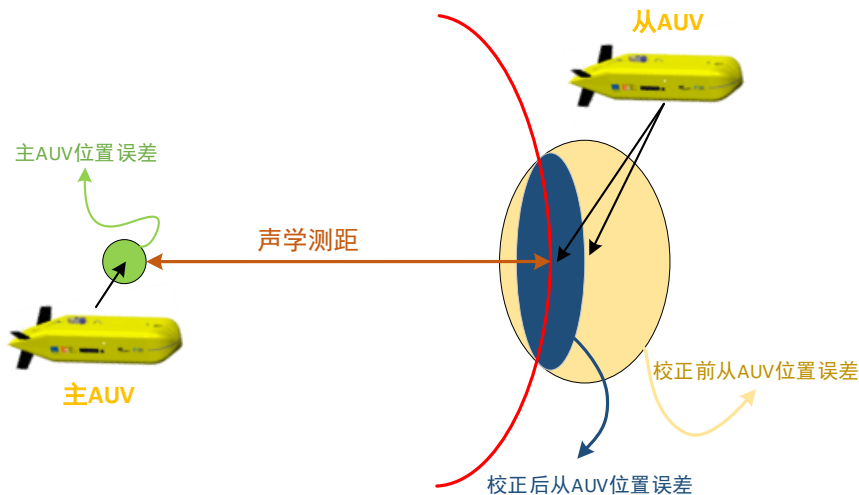


图 2-3 基于距离观测的主从式协同定位示意图

图 2-3 中椭圆为 AUV 的位置误差协方差椭圆，它的面积与误差的不确定度呈正相关。由于配备的导航设备的精度差异，跟从 AUV 的误差不确定度明显大于领航 AUV 的。圆环部分表示的是根据领航 AUV 和跟从 AUV 之间的距离观测

信息推断出的关于跟从 AUV 的位置状态分布，其中圆环的宽窄对应着距离量测噪声的大小，越窄也即量测距离精度越高。当跟从 AUV 利用信息融合技术实现对自身位置的校正后，误差不确定度明显大幅减少。

2.4.2 协同定位方式分类

根据协同配置方案的不同，协同定位可以分为主从式和并行式两种配置，这两种配置涉及 AUV 之间的协同工作方式和信息传递模式。选择主从式或并行式的配置方式通常取决于特定的任务需求和系统设计考虑。下面对两种定位方式进行相关介绍。

主从式协同定位：在主从式方案中，航行器有主次之分。通常有一个或者少数几个 AUV 作为主参考节点并且在上面配备有高精度的导航设备，它们通常被称为主 AUV 或者领航 AUV。而其他的 AUV 通常配置的是低精度的航位推算设备，通常被称为从 AUV 或者跟从 AUV。主节点负责集中控制和计算整个 AUV 系统的定位。主 AUV 以一定的时间间隔通过声音信号脉冲发出其位置，跟从 AUV 和主 AUV 进行互相通信，通过水声通信的方式跟从 AUV 接收主 AUV 的高精度全局位置信息，再结合跟从 AUV 自身的位置信息以及和主 AUV 之间的相对距离或者方位信息从而调整自身的位置估计，从而实现协同定位。根据主 AUV 的数目，又可以细分为单领航和多领航方案。在单领航模式下，一个 AUV 被指定为主 AUV，其他 AUV 被视为跟从 AUV。单领航模式对主 AUV 的可靠性要求较高适用于任务简单、水下环境相对稳定、或者需要保持编队形状的情况。而多领航模型就是系统具有多个主 AUV，多领航模式适用于复杂、动态的环境。这种模式能够提高系统的鲁棒性和适应性，同时系统的导航成本也会增加。主从式协同定位方式的分类示意图如图 2-4 所示。

并行式协同定位：在并行式方案中，每个进行水下任务的航行器都配备由相同的导航设备。AUV 结构和功能完全相同，它们之间以对等的方式进行协同定位。每个 AUV 都能够与其周围的邻近 AUV 进行通信，交换本地的测量数据和位置信息，实时地调整自身的位置估计。系统中没有相对固定的位置参考，每个 AUV 都能够独立地决策和调整自身的状态。并行式方案具有较好的容错性，即使某个 AUV 出现故障，其他 AUV 也不会受到干扰，整个系统仍然能够保持

一定程度的协同工作。然而，并行式虽然结构简单，每个 AUV 均配备高精度的设备无疑会大幅度增加实现成本。

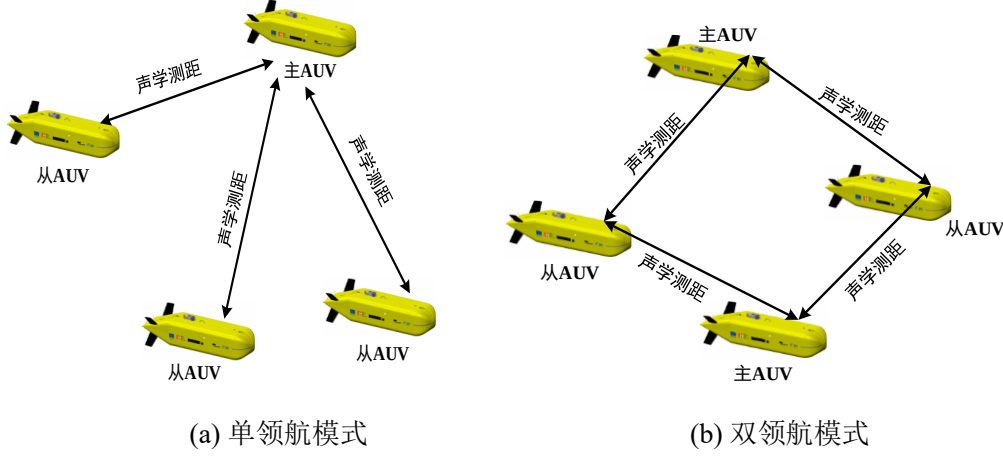


图 2-4 主从式 AUV 协同定位方式分类

2.4.3 AUV 协同定位系统建模

主从式协同导航具有结构简单、成本低、容易实现等优点，对 AUV 间的通信要求也相对宽松，故文中选取主从式 AUV 协同导航系统作为研究对象。本文关于协同定位的研究均在地理坐标系的水平平面内，考虑到应用场景的一般性以及简化问题分析，低精度的跟从 AUV 以航位推算的方式进行自主导航。此外，由于深度信息可以由压力传感器测得，在本章将问题简化成二维空间下的协同定位问题，运动学模型也不需要考虑两个水平姿态角。因此，可以得到 AUV 的非线性运动方程，可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta + w \sin \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta - w \cos \theta \end{cases} \quad (2-23)$$

式中， (x, y) 表示的是 AUV 在参考系的横纵坐标， v 和 w 分别表示的是在载体坐标系的纵向速度和横向速度， θ 为航行角。

定义在 k 时刻的 AUV 的坐标为 $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k]^T$ ，AUV 的速度 $\hat{v}_k$ 和航向角 $\hat{\theta}_k$ 可以通过计程仪和罗经测量。没有特殊说明的情况，本文的研究忽略横向速度。在采样时间为 Δt ，根据式(2-23)可以得到离散运动模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} + \hat{v}_k \Delta t \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta}_k \\ \sin \hat{\theta}_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_{k-1} + \hat{v}_k \Delta t \sin \hat{\theta}_k \end{cases} \quad (2-24)$$

由式(2-24)，AUV 的二维运动模型写成下面的一般形式

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \quad (2-25)$$

式中， $\mathbf{u}_k$ 表示的是控制输入，其中包含速度和航向； $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 $f(\cdot)$ 分别表示系统噪声和状态函数。

为了抑制航位推算的误差积累，AUV 通过相对距离观测来进行定位误差的协同校正。在水下任务时，利用水声通信设备测得的相对距离信息都是在三维空间下的，需要将三维空间下的距离观测转换为二维空间下的相对距离。在 k 时刻，三维空间下的协同定位系统的观测方程可以表示为

$$z_k^s = \sqrt{(x_k - x_k^m)^2 + (y_k - y_k^m)^2 + (h_k - h_k^m)^2} \quad (2-26)$$

式中， (x_k^m, y_k^m) 表示的是 k 时刻领航 AUV 的坐标， h_k^m 和 h_k 表示的分别是领航 AUV 和跟从 AUV 的深度信息。

将得到的观测信息转为二维平面内的量测距离 z_k ，可以得到

$$z_k = \sqrt{(z_k^s)^2 - (h_k - h_k^m)^2} \quad (2-27)$$

在实际测量时，由于水下声速的变化及器件本身的误差等因素影响，使得距离测量会存在误差。在 k 时刻，领航 AUV 的参考位置信息 $\mathbf{x}_k^m = (x_k^m, y_k^m)$ 和跟从 AUV 的位置为 $\mathbf{x}_k = (x_k, y_k)$ ，此时相应的距离观测方程为

$$z_k = \sqrt{(x_k - x_k^m)^2 + (y_k - y_k^m)^2} + \varepsilon_k \quad (2-28)$$

式中， ε_k 为水声距离量测噪声，通常假设为高斯分布，其正态概率分布的均值为 0、方差为 σ_k^2 。

2.5 本章小结

本章对 AUV 导航系统相关理论、AUV 空间运动学模型以及 AUV 协同定位系统的理论进行了系统性的整理和总结。这为后面 AUV 协同定位系统的设计和实现奠定了坚实的理论基础。在深入理解 AUV 的运动学特性和多 AUV 协同定位的原理的基础上，将在下一章深入研究实际应用中的问题和解决方案，进一

步拓展该研究领域。

第3章 基于非线性卡尔曼滤波的 AUV 协同定位方法

3.1 引言

前文对 AUV 协同定位的基本理论和数学建模进行了系统的介绍。本章将在此基础上对 AUV 协同算法进行研究。协同定位问题可以归结成状态估计问题。卡尔曼滤波作为一种常见的状态估计的方法被广泛应用在定位问题上，它能够结合传感器测量数据和系统模型来进行状态估计。然而水下定位系统的距离测量方程通常是非线性的，这使得卡尔曼滤波的线性模型不再适用。所以，选择合适的非线性滤波算法对距离观测信息处理从而实现水下位置状态的准确估计至关重要。扩展卡尔曼滤波和容积卡尔曼滤波作为卡尔曼滤波的变体算法都能非线性系统中有着良好的定位效果，尤其是容积卡尔曼滤波能够适应任何形式的非线性模型。针对扩展卡尔曼滤波和容积卡尔曼滤波算法在 AUV 复杂运动轨迹下的定位误差变大的问题，提出了自适应容积卡尔曼滤波算法，通过容积准则和引入自适应性机制，提高了滤波算法的定位精度和稳定性。

3.2 卡尔曼滤波算法

卡尔曼滤波是一种用于估计动态系统状态的递归滤波算法，最初由美国的数学家 R.E.Kalman 提出。卡尔曼滤波通过递归地估计系统的状态，结合系统的动态模型和传感器提供的测量值，以最小化估计误差，提供对系统状态的最优估计。其基本思想是在时间上连续地预测系统的状态，然后与实际测量值进行比较，通过预测和更新的迭代过程，不断改进对系统状态的估计。卡尔曼滤波的优势在于能够有效地处理系统动态的不确定性和传感器测量的噪声，从而实现了对系统状态的准确跟踪。

卡尔曼被广泛应用于需要精确实时状态估计的领域，如航天、导航、自动驾驶、机器人技术等，为众多领域的发展和应用提供了重要支持。卡尔曼滤波的理论图如图 3-1 所示。

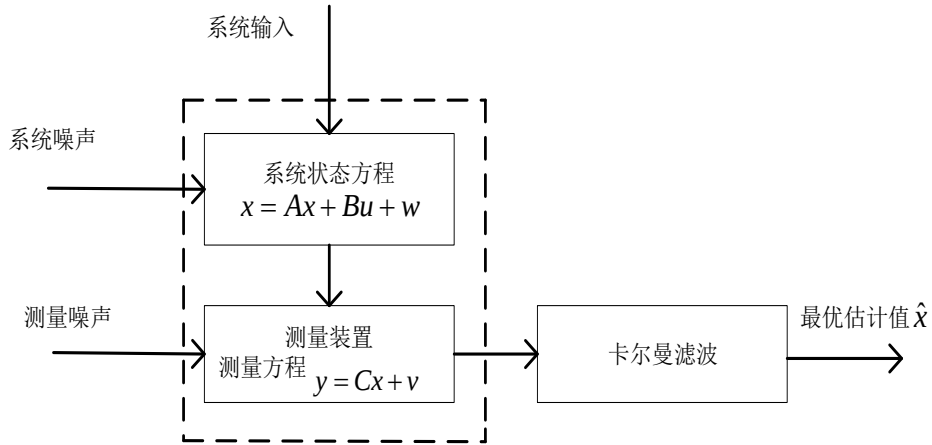


图 3-1 卡尔曼滤波的理论图

卡尔曼滤波通过状态空间模型来描述系统的动态演变。状态空间模型通常由状态方程和观测方程组成，其表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (3-1)$$

式中， $\mathbf{x}_k$ 是系统在 k 时刻的状态向量； $\mathbf{z}_k$ 是 k 时刻观测到的数据； $\mathbf{F}_{k-1}$ 是状态转移矩阵，表示系统状态从 $k-2$ 时刻到 $k-1$ 时刻的演变； $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$ 是输入矩阵，表示控制输入对系统状态的影响； $\boldsymbol{\omega}_{k-1}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 是过程噪声和观测噪声，通常假设为零均值的高斯噪声。

卡尔曼滤波的目的是估计系统在每个时刻的状态 $\mathbf{x}_k$ ，并提供最优估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。在 k 时刻，通过以下预测步骤，估计下一时刻的状态。

(1) 状态预测

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{k-1} \quad (3-2)$$

(2) 协方差矩阵的预测

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3-3)$$

式中， $\mathbf{Q}_{k-1}$ 为过程噪声的协方差矩阵。

在观测到新的数据 $\mathbf{z}_k$ 后，对观测方程进行修正：

(1) 计算卡尔曼增益

$$\mathbf{K}_k = \frac{\mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T}{\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k} \quad (3-4)$$

式中， R_k 是观测噪声的协方差矩阵。

(2) 状态估计

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (3-5)$$

(3) 误差协方差矩阵估计值

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3-6)$$

卡尔曼滤波算法通过不断地进行预测和更新，递归地提供系统状态的最优估计。卡尔曼滤波的性能在一定条件下是最优的，但需要确保系统模型是线性的、噪声是高斯分布的。卡尔曼滤波算法的流程如图 3-2 所示。

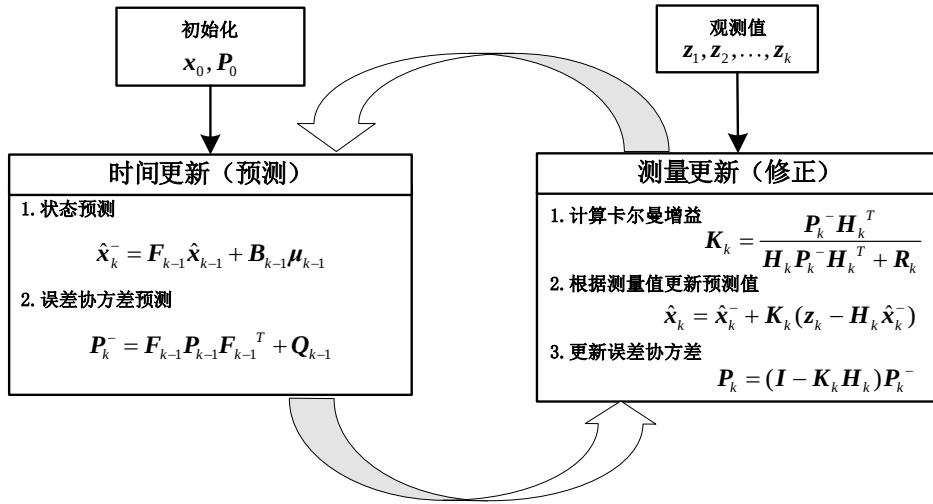


图 3-2 卡尔曼滤波算法的流程图

3.3 基于 EKF 的 AUV 协同定位算法

传统卡尔曼滤波虽然有不少优点，但是它在线性系统模型的基础上进行状态估计，这涉及到对非线性系统的线性化，当系统变化较大时，线性化误差可能较大。AUV 水下定位问题所处理的是非线性模型，故普通的卡尔曼滤波无法适用。为了克服传统卡尔曼滤波的缺点，EKF 算法通过对非线性系统进行线性化处理，不断地迭代预测和更新步骤，逐渐逼近系统的真实状态。这使得 EKF 能够在非线性系统中提供相对较好的状态估计。具体来说，EKF 在每个时刻，通过在当前状态估计附近对非线性方程进行泰勒级数展开，得到局部的线性系统模型，这样可以利用卡尔曼滤波的线性性质进行状态估计。下面将介绍 EKF

算法的基本原理和滤波过程。

设非线性系统为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (3-7)$$

式中, $\mathbf{x}_k$ 和 $\mathbf{z}_k$ 是系统在 k 时刻的状态向量和量测量; $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 为非线性状态转移函数和量测函数; $\boldsymbol{\mu}_{k-1}$ 是输入矩阵, 表示控制输入对系统状态的影响; $\mathbf{w}_{k-1}$ 和 $\mathbf{v}_k$ 是 $k-1$ 时刻过程噪声和 k 时刻观测噪声, 通常为零均值的高斯白噪声。

预测过程为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \hat{\mathbf{u}}_{k-1}) \quad (3-8)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \nabla \mathbf{F}_{\mathbf{x}_{k-1}} \mathbf{P}_{k-1} \nabla \mathbf{F}_{\mathbf{u}_{k-1}} \mathbf{U}_{k-1} \nabla \mathbf{F}_{\mathbf{u}_{k-1}}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (3-9)$$

式(3-9)中, $\nabla \mathbf{F}_{\mathbf{x}}$ 是 f 在 $\mathbf{x}_k$ 处的雅可比矩阵, $\nabla \mathbf{F}_{\mathbf{x}_k} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_k} |_{(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{y}}_k)}$ 表示 f 关于 $\mathbf{x}_k$ 在

$(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{u}}_k)$ 处的偏导数。 $\nabla \mathbf{F}_{\mathbf{u}_k}$ 是 f 在 $\mathbf{u}_k$ 处的雅可比矩阵, $\nabla \mathbf{F}_{\mathbf{u}_k} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}_k} |_{(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{y}}_k)}$ 表示 f 关

于 $\mathbf{u}_k$ 在点 $(\hat{\mathbf{x}}_k, \hat{\mathbf{u}}_k)$ 处的偏导数。

对量测方程进行线性化处理得到

$$\mathbf{z}_k = h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (3-10)$$

卡尔曼增益方程为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T (\nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} \mathbf{P}_{k|k-1} \nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}^T + \mathbf{R}_{k-1})^{-1} \quad (3-11)$$

式中, $\nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}$ 为雅可比矩阵, 即 $\nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} |_{\mathbf{x}_{k|k-1}}$ 。

状态估计方程为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})) \quad (3-12)$$

估计均方误差方程为

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \nabla \mathbf{H}_{\mathbf{x}_k}) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (3-13)$$

在本章, 对于 AUV 定位研究是在主从式模式下的, 领航模式为多领航模式。首先建立 n 个领航 AUV 的协同导航系统的观测模型。在 k 时刻, AUV 接收到来自 n 个领航的位置参考 (x_{k+1}^j, y_{k+1}^j) , 此时观测方程为

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \bar{\mathbf{v}}_{k+1} = \begin{bmatrix} P_{1,k} \\ \vdots \\ P_{N,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_{1,k} \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{v}}_{N,k} \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

式中， $P_{1,k} + \sqrt{(x_k - x_k^j)^2 + (y_k - y_k^j)^2}, i=1,2,\dots,n$ ， $\bar{\mathbf{v}}_{i,k+1} \sim N(0, \sigma_{i,k+1}^2)$ 都是零均值的高斯白噪声。

假设 AUV 和相邻的 AUV 之间的距离噪声不相关，协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_k = E\{\bar{\mathbf{v}}_{i,k} \bar{\mathbf{v}}_{i,k}^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_{1,k}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{N,k}^2 \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

在这里，考虑定位系统有两个领航 AUV，把两个领航 AUV 与跟从 AUV 之间的距离作为 EKF 的量测信息，具体的量测方程就表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k = h(x_k, y_k) + \bar{\mathbf{v}}_k &= \begin{bmatrix} P_1^2 \\ P_2^2 \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{v}}_k \\ &= \begin{bmatrix} (x_k - x_{1,k})^2 + (y_k - y_{1,k})^2 \\ (x_k - x_{2,k})^2 + (y_k - y_{2,k})^2 \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{v}}_k \end{aligned} \quad (3-16)$$

协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_k = E\{\bar{\mathbf{v}}_{i,k} \bar{\mathbf{v}}_{i,k}^T\} = \begin{bmatrix} \sigma_{1,k}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{N,k}^2 \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

量测矩阵的雅可比矩阵为

$$\mathbf{H}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_{k-1}} = \begin{bmatrix} 2(x_k - x_{1,k}) & 2(y_k - y_{1,k}) & 0 \\ 2(x_k - x_{2,k}) & 2(y_k - y_{2,k}) & 0 \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

根据 EKF 算法得到的位置预测为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}, 0) = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \Gamma(\mathbf{u}_{k-1}) \quad (3-19)$$

预测协方差表示为

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_x \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{F}_x^T + \mathbf{F}_u \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{F}_u^T \quad (3-20)$$

式中， $\mathbf{F}_x$ 和 $\mathbf{F}_u$ 是关于 $\mathbf{x}_k$ 和 $\mathbf{u}_k$ 的雅可比矩阵。

根据卡尔曼滤波的基本公式可得到

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (3-21)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (3-22)$$

卡尔曼增益为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \quad (3-23)$$

估计状态更新为

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})] \quad (3-24)$$

以上为基于 EKF 的 AUV 协同定位算法的具体实现步骤。EKF 的这种非线性处理能力能够更准确地估计 AUV 系统状态。

3.4 基于 ACKF 的 AUV 协同定位算法

为进一步提高非线性滤波性能，Arasaratnam 等人提出了容积卡尔曼滤波。容积卡尔曼滤波是通过球面-容积规则来逼近非线性模型中的状态估计后验分布概率，从而实现准确的状态估计。

3.4.1 容积卡尔曼滤波的相关规则

CKF 算法的理论基础是高斯滤波。对于离散非线性系统，可以使用卡尔曼结构的高斯滤波器去完成状态估计。其一般表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{w}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k) \\ \mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{P}_{zz} \mathbf{W}_k^T \\ \mathbf{W}_k = \mathbf{P}_{xz} \mathbf{P}_{zz}^{-1} \end{cases} \quad (3-25)$$

式(3-25)可以将其改写成高斯表达式的形式，并且会涉及多维积分。在高斯领域的非线性滤波问题归结为“非线性函数 x 高斯密度”的数值积分结算，其具体表述为

$$\mathbf{I}(f) = \int_{\mathbf{R}^n} f(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3-26)$$

式中， $f(\mathbf{x})$ 是非线性函数， $\mathbf{R}^n$ 为 N 维积分空间。

式(3-26)中的积分无法直接求得精确的解，需要把上述积分问题先进行积分变化得出球面-径向积分形式，之后再通过三自由度的球面-径向容积规则进行计算。

假设 $\mathbf{x} = r\mathbf{y}$ ， $\mathbf{y}^T \mathbf{y} = 1$ ， $r \in [0, \infty)$ ，则 $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = r^2$ 。故式(3-26)可以转化为球面-

径向坐标积分

$$I(f) = \int_0^{\infty} \int_{U^n} f(\mathbf{r}\mathbf{y}) r^{n-1} \exp(-r^2) d\sigma(\mathbf{y}) dr \quad (3-27)$$

式中， U^n 表示 N 维球面， $\sigma(\cdot)$ 为积分域 U^n 中的元素。

$I(f)$ 可以分离成球面积分和径向积分的表达式

$$S(\mathbf{r}) = \int_{U_n} f(\mathbf{r}\mathbf{y}) d\sigma(\mathbf{y}) \quad (3-28)$$

$$R = \int_0^{\infty} S(r) r^{n-1} \exp(-r^2) dr \quad (3-29)$$

根据球面容积规则，球面积分可以表示为

$$S(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{2n} b_i f(rs_i) \quad (3-30)$$

n 维单位球面在坐标轴有 $2n$ 个交点 s_i ，并且因为它们是在单位球面上的点，所以都是对称的，此时 $s_i = [1]$ 。 s_i 具有相等的权值， b_i 可以表示为

$$b_i = \frac{1}{2n} \frac{2\sqrt{\pi^n}}{\Gamma(2/n)} \quad (3-31)$$

式中， $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$ 。

对于二维球面($n=2$)来说， $[1]_i$ 表示球面与两个坐标轴的交点，即

$$[1]_i = \{(1,0)^T, (-1,0)^T, (0,-1)^T, (0,1)^T\} \quad (3-32)$$

径向积分可以转换为

$$R = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S(\sqrt{r}) r^{2/n-1} e^{-r} dr \quad (3-33)$$

式(3-33)是广义拉格朗日公式，根据一维拉格朗日规则，在 $S(\sqrt{r})=1$ 或 $S(\sqrt{r})=r$ 时，式(3-33)的积分值为

$$R = \frac{1}{2} \Gamma(n/2) S(\sqrt{n/2}) \quad (3-34)$$

根据广义高斯-拉格朗日积分规则，式(3-34)近似为

$$R \approx \sum_{j=1}^{m_r} a_j S(r_j) \quad (3-35)$$

由式(3-30)和(3-35)可以推导出球面-径向容积准则，表示为

$$I(f) \approx \sum_{i=1}^{2n} \sum_{j=1}^{m_r} a_i b_j f(rs_i) \quad (3-36)$$

利用三维球面-径向容积准则， $m_r=1$ 和 $r_j = \sqrt{n/2}$ ，式(3-36)可写为

$$I(f) \approx \frac{\sqrt{\pi^n}}{2n} \sum_{i=1}^{2n} f(\sqrt{n/2}[1]_i) \quad (3-37)$$

对于标准的高斯分布，即

$$I(f) = \int_R f(x) N(x; 0, I_n) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi^n}} \int_R f(\sqrt{2}x) \exp(-x^T x) dx \quad (3-38)$$

根据式(3-27)、(3-37)和(3-38)，可以得到

$$I_N(f) = \frac{1}{\sqrt{\pi^n}} \left[\frac{\sqrt{\pi^n}}{2n} \sum_{i=1}^{2n} f(\sqrt{2}\sqrt{n/2}[1]_i) \right] = \sum_{i=1}^m \omega_i f(\xi_i) \quad (3-39)$$

式中， $\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}}[1]_i$ 且 $\omega_i = \frac{1}{m}, i=1, 2, \dots, m; m=2n$ 。

故，对于一般形式的高斯分布有

$$\int_R f(x) N(x; u, \Sigma) dx = \int_R f(\sqrt{\Sigma}x + u) N(x; 0, I) dx = \sum_{i=1}^m \omega_i f(\sqrt{\Sigma}\xi_i + u) \quad (3-40)$$

3.4.2 容积卡尔曼滤波的实现

多 AUV 协同导航定位系统的数学模型为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \delta_k \end{cases} \quad (3-41)$$

式中， $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 表示非线性状态传递函数和测量函数。系统噪声 $\mathbf{w}_k$ 和观测噪声 δ_k 都遵循高斯分布 $\mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k)$ 和 $\mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k^d)$ 。

假设在 $k-1$ 时刻的后验概率密度函数为已知的 $p(\mathbf{x}_{k-1}) = \mathcal{N}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1})$ ，对估计均方误差的平方根分解可得

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \mathbf{S}_{k-1|k-1}^T \quad i=1, 2, \dots, m; m=2n \quad (3-42)$$

式中， $\mathbf{S}$ 表示协方差矩阵的平方根系数。

计算容积点

$$\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad i=1, 2, \dots, m; m=2n \quad (3-43)$$

式中, $\xi_i = \sqrt{n}[1]_i \quad i = 1, 2, \dots, 2n$ 。

在 k 时刻, 容积点通过状态方程传递后即可得到新的采样点

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1}^* = f(\mathbf{X}_{i,k-1|k-1}) \quad i = 1, 2, \dots, m; m = 2n \quad (3-44)$$

状态预测值和预测协方差矩阵可以表示为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1}^* \quad (3-45)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1}^* \mathbf{X}_{i,k|k-1}^{*\top} - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}^\top + \mathbf{Q}_k \quad (3-46)$$

对预测误差协方差矩阵进行 Cholesky 矩阵分解, 可得

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} (\mathbf{S}_{k|k-1})^\top \quad i = 1, 2, \dots, m; m = 2n \quad (3-47)$$

更新容积点

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad i = 1, 2, \dots, m; m = 2n \quad (3-48)$$

将容积点通过量测方程进行传递, 得到预测量测容积点

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = h(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \quad i = 1, 2, \dots, m; m = 2n \quad (3-49)$$

计算新息和新息协方差矩阵

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \quad (3-50)$$

$$\mathbf{P}_{zz,k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^\top - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^\top + \mathbf{R}_k^d \quad (3-51)$$

估计互协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{xz,k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^\top - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}^\top \quad (3-52)$$

计算卡尔曼增益

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{P}_{xz,k|k-1} \mathbf{P}_{zz,k|k-1}^{-1} \quad (3-53)$$

在 k 时刻, 估计状态更新和估计误差协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (3-54)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{W}_k \mathbf{P}_{zz,k|k-1} \mathbf{W}_k^\top \quad (3-55)$$

3.4.3 改进的 ACKF 算法

为了进一步提高 CKF 算法在系统波动大，AUV 运动状态突变等情况下的滤波性能，提高算法的自适应性与鲁棒性，对 CKF 算法做出改进，改进的自适应 CKF 算法称为 ACKF 算法。利用新息的参考信息，在原始的预测误差协方差矩阵引入自适应因子 ρ_k

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & (\rho_0 \geq 1) \\ \rho_0 & (\rho_0 < 1) \end{cases} \quad (3-56)$$

式中， $\rho_0 = \frac{\text{tr}(\mathbf{P}_{zz,k|k-1})}{\text{tr}(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T)} \alpha$ ； α 是用来避免过度修正的放缩因子，其数值不大于 1。

在添加用于校正的自适应调整因子后，预测误差协方差矩阵为

$$\mathbf{P}'_{zz,k|k-1} = \rho_0 (\mathbf{P}_{zz,k|k-1}) \quad (3-57)$$

更新互方差矩阵

$$\mathbf{P}'_{xz,k|k-1} = \rho_k \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1} \mathbf{Z}_{i,k|k-1}^T - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}^T \right) \quad (3-58)$$

系统滤波增益矩阵为

$$\mathbf{W}_k = \mathbf{P}'_{xz,k|k-1} \mathbf{P}'_{zz,k|k-1}^{-1} \quad (3-59)$$

在 k 时刻，新的状态估计和估计误差协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k}^* = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (3-60)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^* = \mathbf{P}_{k|k-1} + \mathbf{W}_k \mathbf{P}_{zz,k|k-1} \mathbf{W}_k^T \quad (3-61)$$

3.5 滤波算法比较

在仿真验证之前，本小节对前面提到的滤波算法进行总结比较。

EKF: EKF 能够对非线性系统进行线性化处理，使得其能够适用于这类复杂的非线性系统，从而实现对 AUV 的准确协同定位。EKF 通过泰勒级数展开对非线性系统进行线性化近似，这会引入一定的误差。特别是在高度非线性的情况下，这种误差可能更加显著，影响定位精度。此外，EKF 算法中包含了对雅可比矩阵的求解，计算繁琐且容易出错。

CKF: CKF 算法通过球面-容积规则来逼近非线性模型中的状态估计后验分

布概率，实现更准确的状态估计。CKF 避免了非线性模型的线性化处理，算法相对独立。CKF 在处理非线性问题时表现出更高的精确度和稳定性，并且计算过程中不需要计算解雅可比矩阵，降低了计算复杂度。

ACKF：为了提高标准 CKF 算法在系统波动大和运动轨迹突变等情况下的滤波性能，ACKF 算法引入了新息作为参考信息，并在原始的预测误差协方差矩阵引入自适应因子。ACKF 算法的具有更好自适应性与鲁棒性。

总体而言，EKF 在一般非线性系统中表现良好，但在非线性化程度高的系统中会受到限制。CKF 提供了更高的定位效果和适用性，特别是在处理复杂非线性系统时。ACKF 算法进一步提升了在复杂场景下的应用性能，展现出更强的鲁棒性和自适应能力。

3.6 仿真验证

本节将结合前面所提到的相关非线性卡尔曼滤波方法对主从式 AUV 定位系统进行仿真分析。双领航模式对比单领航，具有更好的机动性和对复杂环境的适应能力。为了全面验证定位算法的有效性，模拟两种不同的 AUV 水下任务场景。通过仿真实验来验证 EKF，CKF 和 ACKF 三种算法在双领航模式下的 AUV 协同系统的定位效果。

仿真一：

仿真场景：考虑二维场景下，主从 AUV 都以匀速直线运动来进行水下任务，速度为 4m/s。两个领航 AUV 的初始位置分别为(200,0)和(0,300)，跟从 AUV 的位置为(0,0)。两个领航 AUV 的初始航向角为 0° 和 30° ，跟从 AUV 的航向角为 45° 。位置误差和主从 AUV 距离误差均为 1m。角度误差为 0.1° ，速度误差为 0.1m/s。航行时间为 1000s，滤波周期为 $T=1s$ 。

图 3-3 是在仿真一实验场景下的领航 AUV 和跟从 AUV 的具体实验路径。图 3-4 表明，当 AUV 只进行航位推算时，跟从 AUV 定位误差会随着时间的推移而逐渐累积。图中标记了每条线所对应的非线性滤波算法，显然三种算法都能有效的估计 AUV 位置和降低跟从 AUV 的定位误差。EKF 相比较于其他两种算法，定位效果较差，滤波后的定位误差在 7.6m 以下。CKF 和 ACKF 算法所得到的定位误差值都上下波动较小，总体上大致都在 2m 以下。并且 ACKF 算法的

定位效果最好，它的均方根误差在 0.9m 以内；CKF 次之，定位误差基本上在 1.8m 以内。

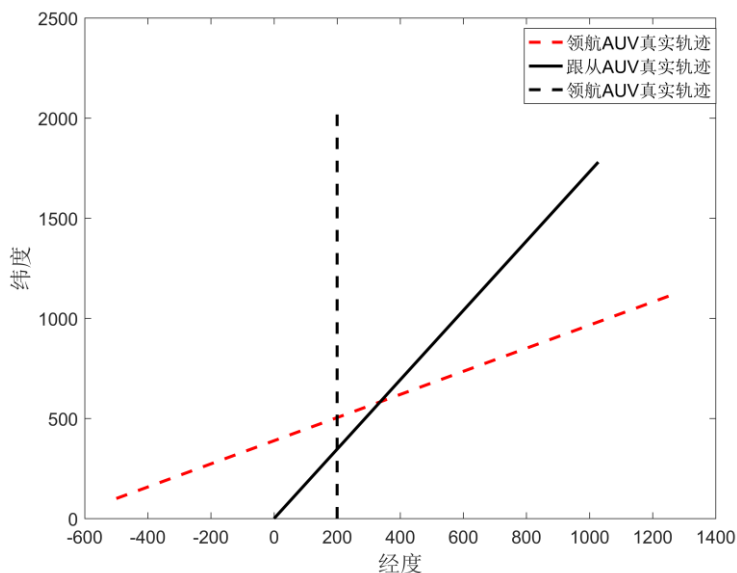


图 3-3 AUV 运动轨迹

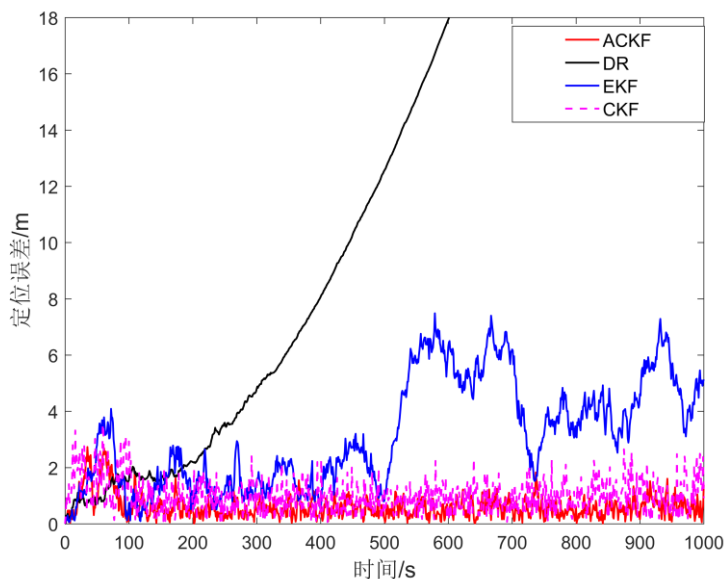


图 3-4 定位误差对比图

图 3-5 和图 3-6 描述的是 AUV 在执行任务时，ACKF 算法和 CKF 算法应用在二维 AUV 定位系统上的定位效果，分别表示了 AUV 在东向和北向上的位置误差（即在 X 轴、Y 轴方向上的误差）。显然，ACKF 算法在定位精度上有着较好的表现，其中东向误差最大值不超过 2m，北向误差最大值不超过 2.6m，东向和北向误差基本上都在 1m 范围内波动。ACKF 算法在东向和北向两个方向上

的位置误差均小于 CKF 算法，定位精度更高。

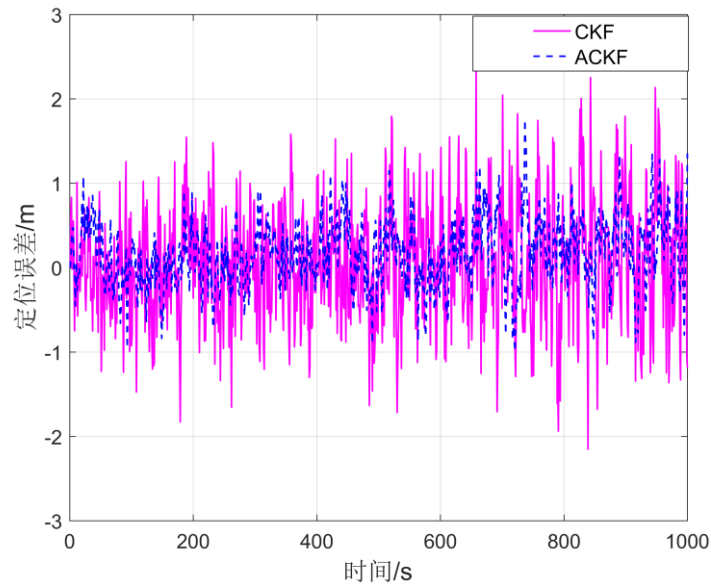


图 3-5 跟从 AUV 的东向误差

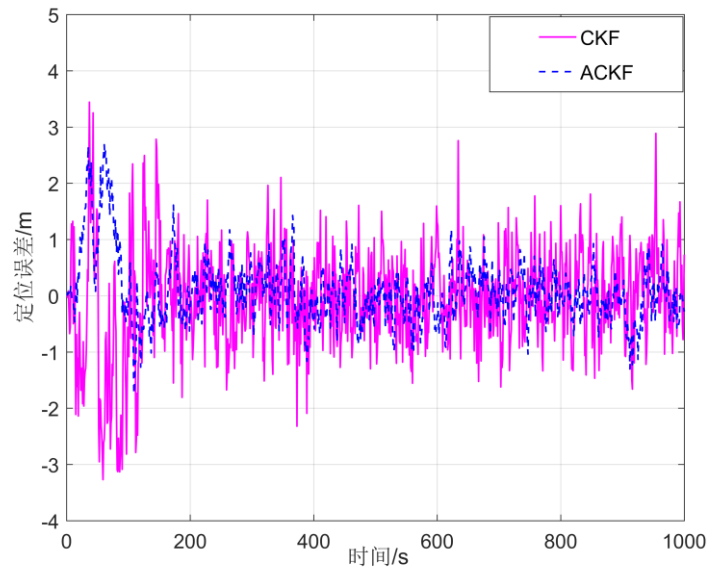


图 3-6 跟从 AUV 的北向误差

仿真二：

仿真场景：考虑二维场景下，两个领航 AUV 均做速度为 4m/s 的匀速直线运动来进行水下任务。跟从 AUV 以 3m/s 的速度做复杂的转弯运动。两个领航 AUV 的初始位置分别为 $(600,50)$ 和 $(-200,0)$ ，跟从 AUV 的位置为 $(0,0)$ 。领航 AUV 的航向角为 45° 和 30° 。跟从 AUV 的初始航向角为 45° 。定位误差和主从 AUV 距离误差均为 1m 。角度误差为 0.1° ，速度误差为 0.1m/s 。图 3-7 为仿真

二的 AUV 实验轨迹。

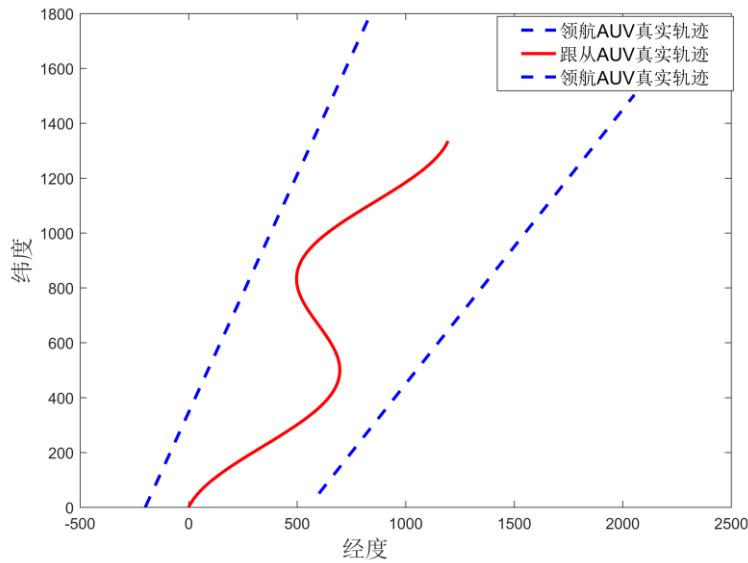


图 3-7 AUV 运动轨迹

根据图 3-8 仿真结果可以得出，三种算法在 AUV 做复杂的“S”弯轨迹运动时，定位效果受到影响。EKF 算法的误差变化最为明显，最大误差值接近 26m，其定位效果最差并且定位误差出现发散的趋势。CKF 最大误差值接近 7m，ACKF 误差总体保持在 5m 以下。ACKF 算法对比其他非线性卡尔曼滤波算法，定位效果保持在相对稳定的水平，误差波动相对较小。ACKF 算法在 AUV 进行复杂运动轨迹场景下的定位性能更好。

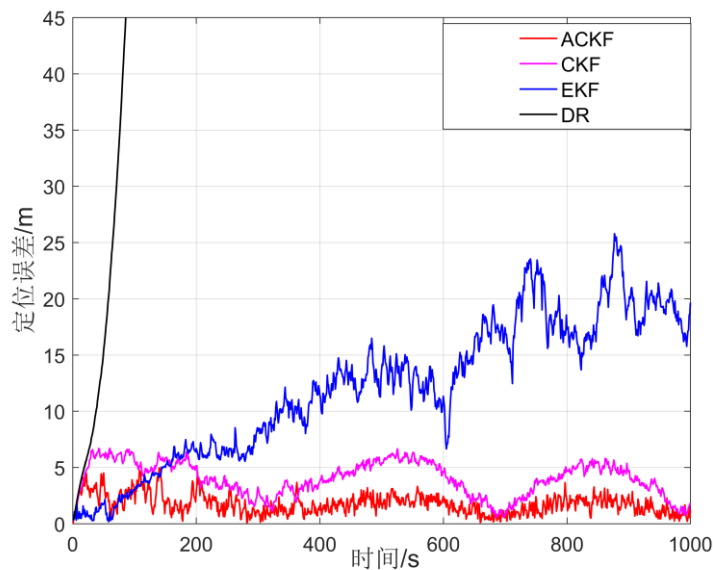


图 3-8 定位误差对比图

图 3-9 和图 3-10 为跟从 AUV 在做复杂拐弯轨迹运动下的北向和东向定位误差。ACKF 算法在复杂轨迹下的定位效果总体情况较好。在复杂轨迹下，东向误差和北向误差基本上都在 4m 以下，其中东向定位误差在 3m 以下。CKF 算法在北向误差最大值超过 6m，东向误差最大值接近 5m，其定位误差变化范围相对 ACKF 较大。在 ACKF 和 CKF 算法的应用上，北向误差均值总体上小于东向误差并且东向误差变化剧烈，可以大致推出总体定位误差大幅增加可能是由于复杂 AUV 运动轨迹下的东向误差变化剧烈导致的。

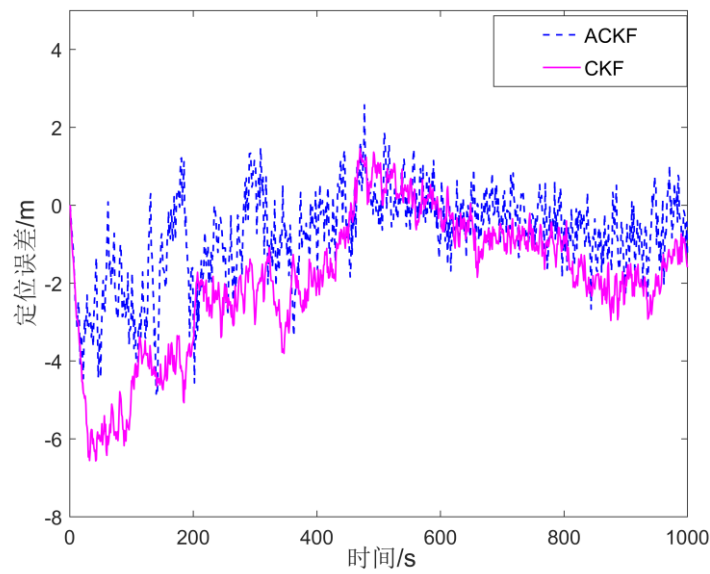


图 3-9 跟从 AUV 的北向定位误差

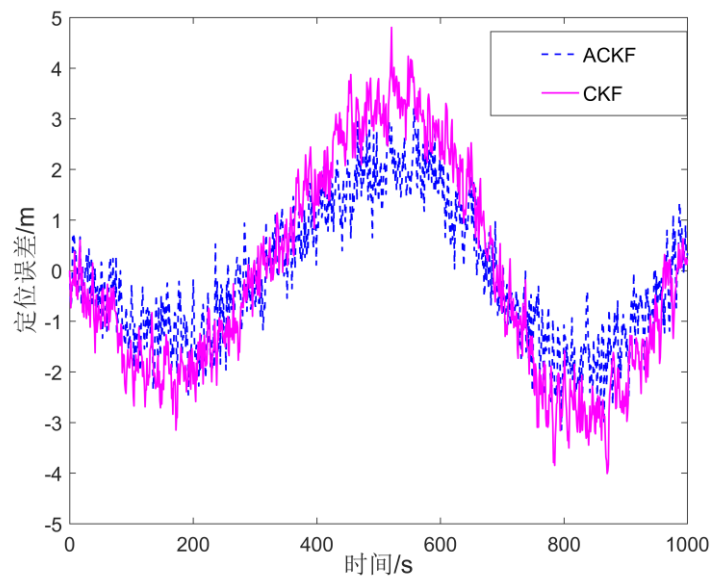


图 3-10 跟从 AUV 的东向定位误差

通过上述两种不同场景下的仿真案例可以证明：

(1) 本章给出的 EKF, CKF 和 ACKF 算法及其实现过程步都是可行和有效的。

(2) 仿真案例验证的三种算法的结果：在两种不同的场景下，ACKF 效果都是最好，即精度最高；波动较小，也即稳定性最好。CKF 则相对次之，EKF 则是偏差相对较大，即精度较低；波动较大，即稳定性较差。此外，ACKF 在复杂运动轨迹下展现了更卓越的定位性能。这与仿真案例前给出的理论分析是一致的。

3.7 本章小结

本章深入研究了基于非线性卡尔曼滤波的 AUV 协同定位方法。本章详细研究了基于 EKF 和 CKF 的 AUV 协同定位算法基本原理，分析了它们在非线性和系统应用上的适用性和局限性。在此基础上，提出了自适应容积卡尔曼滤波算法，具体是在算法设计和实现方面进行了研究。通过模拟三种算法在不同场景下在 AUV 协同定位应用上的表现，最终得出了一些定性和定量的结论，为算法的实际应用提供了支持。通过相关仿真实验，很好的验证了所提出 ACKF 算法的有效性和定位性能表现最佳。

第 4 章 距离相关噪声影响下的 AUV 协同定位方法

4.1 引言

目前，在大多数的 AUV 协同定位方法研究中，通常对噪声模型简化成理想化的高斯模型而忽略了距离相关噪声对定位精度造成的干扰。近些年的相关研究已经证明测量噪声其实与传感器位置之间的相对距离有关，并且距离相关噪声对定位产生的影响不容忽视。在本章针对在 AUV 协同定位系统中涉及距离相关噪声的干扰以及传统的协同定位滤波算法定位精度差且计算量大的问题，提出了一种结合最大似然估计和高斯置信传播算法的两步算法来提升定位系统的定位能力。利用最大似然估计准则解决了距离相关噪声的影响，高斯置信度传播算法实现了位置的准确估计和误差纠正。

4.2 基于距离相关噪声和因子图的 AUV 协同定位系统

4.2.1 具有距离相关噪声的定位系统问题建模

距离相关噪声是一种特殊类型的噪声，其强度和特性随传感器位置节点之间的距离而变化。距离相关噪声是水声通信和水下定位领域的一个不可忽视的难题。当通过测量传播时间或信号强度来确定目标位置时，距离相关的噪声会引入测量误差，从而降低定位的准确性。但目前在关于 AUV 定位的研究领域上，通常关注的是理想噪声模型下的水下定位方法，而忽视了距离相关噪声对定位精度造成的干扰。近些年研究证明测量噪声与传感器节点和目标节点之间的距离相关。传感器位置和目标位置都以非线性形式涉及噪声统计，距离相关噪声的存在不可避免地使定位问题变得更加复杂和困难。所以在水下定位导航系统中，需要考虑距离相关噪声的存在。

在考虑多个 AUV 定位系统的能源和成本限制的情况下，通常为多 AUV 协作定位系统配备一台或多台具有高精度导航设备的 AUV，指定为领航 AUV。而剩下的跟从 AUV 上面配置有低精度导航设备，并且使用航位推算进行自主导航。本章考虑一个由 N 个领航 AUV 和一个跟从 AUV 组成的协同定位系统。考

考虑到距离相关噪声的存在，建立了一个更实用的系统模型。在新搭建的研究模型中，测量噪声不再是固定值，而是一个与距离相关的动态值。新模型融合了距离相关噪声，更充分地考虑了水下环境的复杂性。传统的噪声模型可能会低估噪声的影响，而含有距离相关噪声的模型可以提供更真实的性能预测。

假设 AUV 的初始位置已知，并且能够通过 AUV 上配置的传感器获取的相关信息来更新 AUV 的位置。AUV 在 k 时刻的位置记作 $\mathbf{x}^{(k)}$

$$\mathbf{x}^{(k)} = \begin{cases} x^{(k-1)} + \Delta t \cdot \hat{V}^{(k)} \cdot \cos \hat{\theta}_k \\ y^{(k-1)} + \Delta t \cdot \hat{V}^{(k)} \cdot \sin \hat{\theta}_k \end{cases} \quad (4-1)$$

式中， $x^{(k-1)}$ 和 $y^{(k-1)}$ 是 AUV 在 $k-1$ 时刻的位置坐标， Δt 为采样时间间隔， θ_k 是航向角， $V^{(k)}$ 是速度测量值。

在协同定位系统，跟从 AUV 和领航 AUV 的位置分别表示为 $\mathbf{x}_j = [x_j, y_j]^T$ 和 $\mathbf{x}_i = [x_i, y_i]^T$ ($i=1, 2, 3, \dots, N$)。为了获得位置信息，每个领航 AUV 在 k 时刻上测量领航 AUV 和跟从 AUV 之间的距离，计算公式为

$$z_{i,j}^{(k)} = \|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}\| + \varepsilon_{i,j} \quad (4-2)$$

式中， $d_{i,j} = \|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_j^{(k)}\|$ 并且 $\varepsilon_{i,j}$ 是零均值高斯噪声，其方差 $\sigma_{i,j}^2 = \delta_0^2 (d_i)^\alpha$ 与 AUV 之间的相对距离相关联。在这种情况下， δ_0 是参考距离处第 i 个传感器对应的噪声功率， α 是随着变化的环境条件所确定的衰减参数。

通过收集来自固定在 AUV 上的特定传感器的测量值，距离测量值的似然函数表示为

$$p(z_{i,j} | \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i,j}^2}} \exp\left\{-\frac{(z_{i,j} - \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i\|)^2}{2\sigma_{i,j}^2}\right\} \quad (4-3)$$

根据参考文献[70]中的 Hammersley-Clifford 定理，利用 AUV 与先验位置分布以及之间的距离测量的似然函数 $p(z_{i,j} | \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)$ 来表示所有 AUV 的联合后验 PDF 为

$$p(\mathbf{X}^{(k)} | \mathbf{z}^{(k)}) = p(\mathbf{z}_{i,j}^{(k)} | \mathbf{x}_i^{(k)}, \mathbf{x}_j^{(k)}) \prod_{i=1}^N p_{pri}(\mathbf{x}_i^{(k)}) p_{pri}(\mathbf{x}_j^{(k)}) \quad (4-4)$$

式中， $\mathbf{X}$ 表示所有 AUV 位置的集合，而 $p_{pri}(\mathbf{x}_i)$ 和 $p_{pri}(\mathbf{x}_j)$ 分别表示有关领航

AUV 和跟从 AUV 位置的先验信息。这里可以假设它们服从高斯分布 $p_{pri}(\mathbf{x}_i) = N(\mathbf{x}_i | \bar{\mathbf{x}}_i, \Sigma_{ii})$ 和 $p_{pri}(\mathbf{x}_j) = N(\mathbf{x}_j | \bar{\mathbf{x}}_j, \Sigma_{jj})$ 。

在 AUV 定位过程中，AUV 的位置变量 $\mathbf{x}$ 的估计记为 $\hat{\mathbf{x}}$ 。关于位置变量的联合后验 PDF 已经求出。关于领航 AUV 和跟从 AUV 位置的边际后验分布可以分别表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_i^{(k)} = \int \prod_{i=1}^N \mathbf{x}_i^{(k)} p(\mathbf{z}_{i,j}^{(k)} | \mathbf{x}_i^{(k)}, \mathbf{x}_j^{(k)}) p(\mathbf{x}_j^{(k)}) p(\mathbf{x}_i^{(k)}) d\mathbf{x}_j^{(k)} d\mathbf{x}_i^{(k)} \quad (4-5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_j^{(k)} = \int \prod_{i=1}^N \mathbf{x}_j^{(k)} p(\mathbf{z}_{i,j}^{(k)} | \mathbf{x}_i^{(k)}, \mathbf{x}_j^{(k)}) p(\mathbf{x}_i^{(k)}) p(\mathbf{x}_j^{(k)}) d\mathbf{x}_i^{(k)} d\mathbf{x}_j^{(k)} \quad (4-6)$$

由于距离方程的非线性部分以及与距离相关的噪声的存在，直接获得封闭形式的解是非常困难的。在后面的内容中，针对这些问题做出了相应的解决。

4.2.2 因子图与置信度传播算法

随着图模型的兴起，概率图模型被引入用于建模和推断复杂系统中的概率关系。贝叶斯网络和马尔可夫随机场等概率图模型开始得到广泛关注。因子图则是这一领域中的一种图形化表示方法。因子图最初是在信息论和信号处理领域中被引入的。在通信系统中，人们对复杂的信号网络进行建模，以进行信息传递和处理。因子图的概念起初是为了描述多变量之间的概率关系，特别是在无线通信系统中。在这个背景下，因子图被用于建模多变量之间的依赖关系，以便更有效地传递和处理信息。因子图的优势在于它提供了一种图形化的建模方式，能够灵活地处理多个变量之间的复杂关系。通过因子分解，可以将一个复杂的概率分布分解为一组简单的因子的乘积，这使得模型更易于理解和处理。

因子图不仅在通信系统和概率图模型中有应用，现在还被广泛用于计算机视觉、定位和导航系统等领域。由于观测数据和位置数据之间的相互依赖性，因子图的建模方法能够更好地捕捉和利用这些信息，提高位置估计的准确性和鲁棒性。它可以用于估计设备之间的相对位置，尤其是在没有全局定位信息的情况下。通过建模相对测量信息，水下设备可以协同估计彼此之间的相对位置。此外，因子图的结构允许进行实时的位置估计。当新的观测信息可用时，可以

更新因子图并重新进行推断，从而实时更新估计的位置。因子图的结构由两种节点组成：变量节点和因子节点。变量节点对应概率模型中的随机变量，而因子节点对应定义在一组变量上的函数，表示它们的联合概率分布。图4-1是因子图的一个简单示例。将全局函数 $p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ 分解为多个局部函数的形式，并将所有变量集合 $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 的子集作为局部函数的参数变量。那么，全局函数 $p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ 可以被表达为 $p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) = \prod_i f_i(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ 。在协同定位方面的应用上，将位置信息被表示为变量节点，需要进行估计的位置变量可以分布在图的某些节点上。与位置变量相关联的因子节点用来描述位置与观测信息之间的关系。

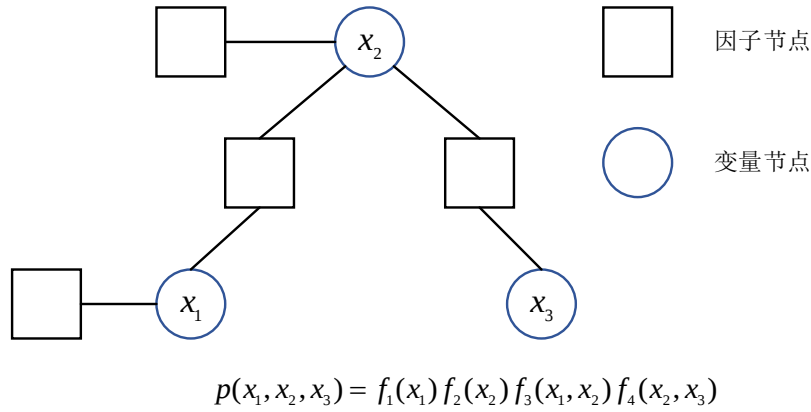


图 4-1 关于因子图的简单例子

因子图的引入可以用于解决概率模型的推断问题。和积算法是一种通用的能够直接应用于因子图上的概率图模型推断算法，它可以实现高效的概率推断。和积算法核心思想是通过在图上的信息传递，每个节点向其相邻节点发送消息，然后根据接收到的消息计算本节点的估计。这个过程反复进行，直到收敛为止。而置信度传播算法(Belief propagation, BP)是和积算法在树形图上的一种特殊实现。置信度传播算法基于信息传递的思想。节点根据其邻居节点传递的信息来更新自身的信度(Belief)。这一过程通过消息传递实现，每个节点向其邻居发送消息，然后根据收到的消息更新自己的信度信息。其中涉及的信度指的是用于描述相关变量的期望和方差等信息。消息的内容通常是关于变量节点边缘概率分布的期望值。

BP 算法每次迭代由三个阶段组成：变量到因子的消息传递、因子到变量的消息传递和信度信息更新。整个迭代过程如图 4-2 所示。在多 AUV 协同定位的

应用上, 可以将多个 AUV 同时定位的全局问题转化为每个 AUV 独立的局部定位问题。提取领航 AUV 和跟从 AUV 之间的距离信息, 将均值向量和方差矩阵表示为信度信息, 并将信度信息在多 AUV 协同定位系统的因子图中传输, 采用 BP 算法获得准确的定位信息。

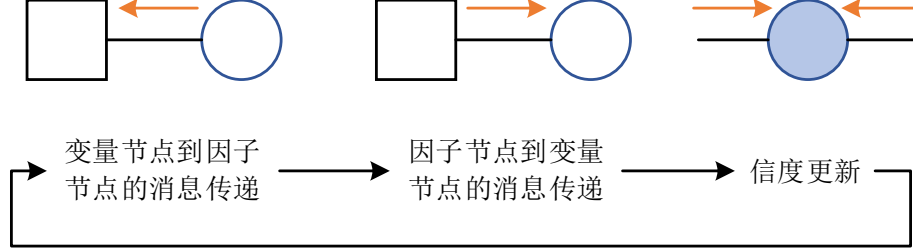


图 4-2 迭代过程

对有关 BP 算法迭代过程的细节做出详细地说明: 首先, 在迭代阶段的消息传递步骤包含了两种类型的消息: 从变量节点到因子节点以及从因子节点到变量节点传递的消息。这两种类型的消息传递过程分别如图 4-3 和图 4-4 所示。

$f_{j,i} = p(\mathbf{z}_{i,j} | \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)$ 是节点之间距离测量的似然函数。根据消息传递规则, 从因子节点 $f_{j,i}$ 到位置变量节点 $\mathbf{x}_j$ 的消息 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}$ 以及从位置变量节点 $\mathbf{x}_i$ 到因子节点 $f_{j,i}$ 的消息 $m_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}$, 可以分别表示为

$$m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j} = \sum_{\mathbf{x}_k \in N(f_{j,i}) \setminus \mathbf{x}_j} f(\mathbf{x}^{f_{j,i}}) \prod_{\mathbf{x}_k \in N(f_{j,i}) \setminus \mathbf{x}_j} m_{\mathbf{x}_k \rightarrow f_{j,i}}(\mathbf{x}_k) \quad (4-7)$$

$$m_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}} = \prod_{f_s \in N(\mathbf{x}_j) \setminus f_{j,i}} m_{f_s \rightarrow \mathbf{x}_j}(\mathbf{x}_j) \quad (4-8)$$

式中, $N(f_{j,i})$ 表示连接到 $f_{j,i}$ 的变量节点的集合。向量 $\mathbf{x}^{f_{j,i}}$ 包含 $N(f_{j,i})$ 中的所有变量节点。 $N(\mathbf{x}_j)$ 是与变量节点 $\mathbf{x}_j$ 连接的函数节点集合, $N(\mathbf{x}_j) \setminus f_{j,i}$ 指 $N(\mathbf{x}_j)$ 中除因子节点 $f_{j,i}$ 之外的所有节点。

类似地, 从因子节点 $f_{j,i}$ 到位置变量节点 $\mathbf{x}_i$ 的消息 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}$ 可以表示为

$$m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i} = \sum_{\mathbf{x}_l \in N(f_{j,i}) \setminus \mathbf{x}_i} f(\mathbf{x}^{f_{j,i}}) \prod_{\mathbf{x}_l \in N(f_{j,i}) \setminus \mathbf{x}_i} m_{\mathbf{x}_l \rightarrow f_{j,i}}(\mathbf{x}_l) \quad (4-9)$$

从位置变量节点 $\mathbf{x}_i$ 到因子节点 $f_{j,i}$ 的消息 $m_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}$ 可以写为

$$m_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}} = \prod_{f_s \in N(\mathbf{x}_i) \setminus f_{j,i}} m_{f_s \rightarrow \mathbf{x}_i}(\mathbf{x}_i) \quad (4-10)$$

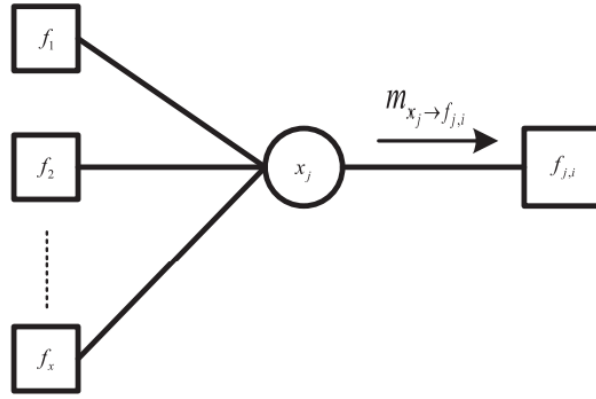


图 4-3 从变量节点传递到因子节点的消息

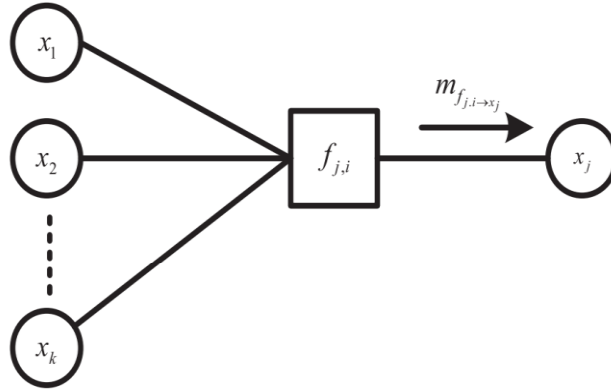


图 4-4 从因子节点到变量节点的消息

变量节点的信度是通过所有相邻因子传入消息的乘积来更新，每个相邻因子代表该因子对接收节点变量的信度。根据上述描述，关于节点 $\mathbf{x}_i$ 信度信息可以一般表示为

$$b(\mathbf{x}_i) \propto \phi_i(\mathbf{x}_i) \cdot \prod_{f_s \in N(\mathbf{x}_i)} m_{f_s \rightarrow \mathbf{x}_i}(\mathbf{x}_i) \cdot \prod_{\mathbf{x}_k \in Ch(\mathbf{x}_i)} m_{\mathbf{x}_k \rightarrow f_{j,i}}(\mathbf{x}_i) \quad (4-11)$$

式中， $\phi_i(\mathbf{x}_i)$ 表示节点变量 $\mathbf{x}_i$ 的先验概率分布或势函数， $N(\mathbf{x}_i)$ 表示与节点变量 $\mathbf{x}_i$ 相连接的所有因子节点的集合， $Ch(\mathbf{x}_i)$ 表示与节点变量 $\mathbf{x}_i$ 相连接的所有子节点的集合。

非参数化的置信传播算法(Nonparametric Belief Propagation, NBP)作为 BP 算法的一个变体应用在定位问题上，它是在 BP 算法的基础上使用粒子和加权来近似消息来解决非线性和非高斯问题。NBP 可以通过引入一组粒子来表示概率分布，每个粒子都包含了定位系统的位置和姿态等状态信息以及相应的权重。这

些粒子在算法的执行过程中被更新和传递，从而在节点之间传播信度信息。在每一轮迭代中，通过将粒子集合按照概率分布进行抽样，然后计算节点的信度，通过信度传播更新相邻节点上的概率分布。这一过程迭代进行，直至收敛到稳定的概率分布。

在 AUV 协同定位中，各个 AUV 的位置和姿态是需要协同估计的关键信息。NBP 算法可以通过融合各个 AUV 的传感器信息，实现对整个系统状态的共同推断。具体应用步骤如下：

- (1) 每个 AUV 使用粒子表示自身的状态信息，其中包括位置和姿态。
- (2) 利用 AUV 的运动学模型进行状态预测，更新粒子的状态。
- (3) 利用传感器测量信息更新粒子的权重。
- (4) 进行消息传递，将各个 AUV 的估计结果进行协同优化。

NBP 算法在处理大规模系统时可能面临较大的计算复杂性，尤其是在节点之间存在复杂依赖关系的情况下，迭代次数较多时计算开销较大。此外，由于蒙特卡洛采样的随机性，算法可能对初始粒子的选择较为敏感。粒子数目的选择对算法的性能有很大影响。过少的粒子也可能导致估计不准确，而过多的粒子则增加了计算开销。针对通信开销和计算复杂度问题，在后续的研究内容提出了参数化的置信度传播算法。

4.3 基于最大似然估计和高斯置信度传播算法的 AUV 协同定位方法

4.3.1 最大似然估计准则

最大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)一种用于估计模型参数的统计方法。该方法的核心思想是选择能够最大化观测数据出现的可能性的参数值。在给定观测数据的条件下，试图找到使观测数据的概率最大的模型参数。最大似然估计具有良好的统计性质，当样本数量足够大时，它通常能够产生渐近一致和渐近正态的估计。

假设有一组观测数据集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，这些数据是由一个参数为 θ 的概率分布生成的。目标是找到能够最大化给定数据出现的可能性的参数值 $\hat{\theta}$ 。似然函数表示在给定参数 θ 的情况下，观测数据集 x 出现的概率。通常用

$L(\theta; X)$ 表示, 即 $L(\theta; X) = P(X | \theta) = P(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ 。最大似然估计的问题即可以表述为 $\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \log L(\theta; X)$ 。也就是在所有可能的参数值中, 选择使对数似然函数最大的参数值 $\hat{\theta}_{ML}$ 。

对于一个简单的正态分布, 如果观测到一组数据 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 可以假设这些数据是从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取得到的。似然函数和对数似然函数分别表示为

$$L(\mu, \sigma^2 | X) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4-12)$$

$$\log L(\mu, \sigma^2 | X) = -\frac{n}{2} \log(L(\mu, \sigma^2)) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (4-13)$$

通过最大化这个对数似然函数, 就可以得到对 μ 和 σ^2 的最大似然估计值。

定位问题通常涉及到从传感器或其他数据源中收集到的信息, 以确定目标在空间中的准确位置。在基于距离测量的定位中, 最大似然估计通过建立测量模型, 将观测数据与目标位置联系起来。最大似然估计准则对于处理噪声、不确定性和非线性关系具有优势, 因为它能够有效地考虑这些因素, 并提供对位置估计的可靠度量。

距离相关噪声的存在会对多 AUV 定位系统的定位效果造成负面影响。所以, 引入中间向量和利用最大似然准则来将距离相关噪声转换为距离无关噪声。在这里, 选择 d_i 作为要估计的参数, 考虑到式(4-2)中包含有距离相关噪声。通过最大化似然函数 $p(r_i | d_i)$, 可以推导得到关于距离的估计值, 其表示为

$$\hat{d}_{i,j} = \arg \min_{d_{i,j}} \left(\frac{(z_{i,j} - d_{i,j})^2}{\delta_0^2 d_{i,j}^\alpha} + \frac{\alpha}{2} \ln d_{i,j} \right) \quad (4-14)$$

直接最小化方程(4-14)是困难的, 特别是在衰减指数 α 较大或者并不是整数的情况。因此, 采用一种主次函数极小化的迭代方法来逼近似然函数并迭代地找到方程的解。

当 α 大于 2 时, 式(4-14)存在上界, 在这里可以使用一阶泰勒展开, 凹项 $\ln d_i$ 的上界可以表示为

$$\ln d_{i,j} \leq \ln d_{i,j}^{(\eta)} + \frac{1}{d_{i,j}^{(\eta)}} (d_{i,j} - d_{i,j}^{(\eta)}) \quad (4-15)$$

式中, $d_{i,j}^{(\eta)}$ 是 $d_{i,j}$ 的第 η 次估计。

使用该上界, 来构造式(4-14)的一阶代理函数, 可以表示为

$$g(d_{i,j} | d_{i,j}^{(\eta)}) = \frac{(z_{i,j} - d_{i,j})^2}{\delta_0^2 d_{i,j}^\alpha} + \frac{\alpha}{2 d_{i,j}^{(\eta)}} (d_{i,j} - d_{i,j}^{(\eta)}) + \frac{\alpha}{2} \ln d_{i,j}^{(\eta)} \quad (4-16)$$

式(4-16)也是目标函数的上界。值得注意的是, 式(4-16)的代理函数是可分离的, 可以将其表示为

$$g(d_{i,j}^{(\eta)} | d_{i,j}^{(\eta)}) = h(d_{i,j}^{(\eta)}) \quad (4-17)$$

$$\text{式中, } h(d_{i,j}) = \frac{(z_{i,j} - d_{i,j})^2}{\delta_0^2 d_{i,j}^\alpha} + \frac{\alpha}{2} \ln d_{i,j}。$$

通过将式(4-14)中的目标函数近似为代理函数, 能得到对 d_i 的第 $(\eta+1)$ 次估计, 其表示为

$$d_{i,j}^{(\eta+1)} = \arg \min_{d_{i,j}} g(d_{i,j} | d_{i,j}^{(\eta)}) \quad (4-18)$$

取 $g(d_{i,j} | d_{i,j}^{(\eta)})$ 对 $d_{i,j}$ 的导数并将它取值为零, 能够得到

$$d_{i,j}^2 + \lambda_i^\eta d_{i,j} + \frac{\alpha}{\alpha-2} z_{i,j}^2 = 0 \quad (4-19)$$

$$\text{式中, } \lambda_i^\eta = \frac{2(1-\alpha)z_{i,j}}{\alpha-2} + \frac{2}{\alpha(\alpha-2)d_{i,j}^{(\eta)}} \approx \frac{2(1-\alpha)z_{i,j}}{\alpha-2}。$$

根据上面的求解, 可以得到 $d_{i,j}^{(\eta+1)} = z_{i,j}$ 或者 $d_{i,j}^{(\eta+1)} = \frac{\alpha}{\alpha-2} z_{i,j}, \alpha \neq 2$ 的解。显而易见, 后一种解是不合理的。因为当 $\alpha > 2$ 时, $d_{i,j}^{(\eta+1)} > z_{i,j}$ 总是成立, 而当 $\alpha < 2$ 时, $d_{i,j}^{(\eta+1)} < 0$ 也恒成立。因此, 最佳解为 $d_{i,j}^{(\eta+1)} = z_{i,j}$ 。这个结果表明距离测量是距离的近似最大似然解。

最大似然估计误差渐近遵循零均值高斯分布, 其方差为逆 Fisher 信息。那么最大似然估计 $\hat{d}_{i,j}$ 可以被表示为

$$\hat{d}_{i,j} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| + \chi_{i,j} \quad (4-20)$$

式中,

$$\chi_{i,j} \sim N(0, f_i^{-1}) \quad (4-21)$$

$$f_i = -E_{p(z_{i,j}|d_{i,j})} \left[\frac{\partial^2 \ln p(z_{i,j} | d_{i,j})}{\partial d_{i,j}^2} \right] \approx \frac{\alpha^2}{2\hat{d}_{i,j}^2} + \frac{1}{\delta_0^2 \hat{d}_{i,j}^\alpha} \quad (4-22)$$

距离估计的似然函数可以表示为

$$p(\hat{d}_{i,j} | \mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i) = N(\hat{d}_{i,j} | f_i^{-1}) \quad (4-23)$$

显然，在此已经成功地将与距离相关的噪声转换为与距离无关的噪声，进而减少了对后续定位问题的负面影响。

4.3.2 基于高斯置信度传播算法的 AUV 协同定位

由于前面所提到的定位系统的距离量测方程存在多重积分和非线性距离项，很难找到式(4-5)和(4-6)的封闭解。为了解决这些问题，提出了一种高斯置信度传播算法(Gaussian Belief Propagation, GBP)来估计 AUV 的位置。将 AUV 的位置信息构建成因子图，其中节点表示 AUV 的位置变量，边表示 AUV 之间的关联。GBP 算法的主要思想是通过泰勒展开来线性化距离测量方程，并在协同定位的因子图上导出高斯消息，来更新用于消息传递的均值向量和协方差矩阵以得到对 AUV 状态的更准确的估计。这里的均值表示的是 AUV 的位置估计，协方差矩阵表示 AUV 位置估计的不确定性。

根据消息传递更新规则，对于第 l 次迭代，通过邻居位置节点的消息计算跟从 AUV 位置节点的信度，其信度表示为

$$b^{(l)}(\mathbf{x}_j) \propto p_{pri}(\mathbf{x}_j) \prod_{f_{j,i} \in N_{\mathbf{x}_j}} m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}(\mathbf{x}_j) \quad (4-24)$$

关于领航 AUV 位置节点的信度为

$$b^{(l)}(\mathbf{x}_i) \propto p_{pri}(\mathbf{x}_i) \prod_{f_{j,i} \in N_{\mathbf{x}_i}} m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}(\mathbf{x}_i) \quad (4-25)$$

在协同定位的应用中，基于最小均方准则(Minimum Mean Square Error, MMSE)，得到跟从 AUV 和领航 AUV 的第 l 次位置估计

$$\hat{\mathbf{x}}_j = \int \mathbf{x}_j b^{(l)}(\mathbf{x}_j) d\mathbf{x}_j \quad (4-26)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \int \mathbf{x}_i b^{(l)}(\mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i \quad (4-27)$$

由于距离函数表达式包含非线性部分，直接在因子图上应用 BP 算法是无法

获得关于消息的闭合形式的解。对于处理非线性函数，可以应用基于粒子的方法或重要性采样方法来找到式(4-26)和(4-27)的渐近解，然而这些方法都存在着较大的计算量。针对上述问题，对距离测量函数进行泰勒展开，并且在每个AUV位置估计点进行展开。距离测量方程的线性化可以表示为

$$d_{i,j} \approx \hat{d}_{i,j}^{(l-1)} + B_{i,j}^{(l-1)}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_j^{(l-1)}) - B_{i,j}^{(l-1)}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_i^{(l-1)}) \quad (4-28)$$

式中， $\hat{d}_{i,j}^{(l-1)} = \|\mathbf{x}_j^{(l-1)} - \mathbf{x}_i^{(l-1)}\|$ 并且 $B_{i,j}^{(l-1)} = \frac{(\mathbf{x}_j^{(l-1)} - \mathbf{x}_i^{(l-1)})^T}{\|\mathbf{x}_j^{(l-1)} - \mathbf{x}_i^{(l-1)}\|}$ 。

在第 l 次迭代中，将式(4-28)中的泰勒展开式代入消息 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}$ 和 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}$ 的计算中，可以得到式(4-29)和(4-30)。

$$m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}(\mathbf{x}_j) \propto N(\mathbf{x}_j | \mu_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l-1)} + B_{i,j}^{(l-1)}z_{i,j}, (f_i^{-1}I + \Sigma_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l-1)})^{-1}) \quad (4-29)$$

$$m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}(\mathbf{x}_i) \propto N(\mathbf{x}_i | \mu_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l-1)} + B_{i,j}^{(l-1)}z_{i,j}, (f_i^{-1}I + \Sigma_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l-1)})^{-1}) \quad (4-30)$$

通过前面的计算获得具体相关消息的具体表达式后，可以进一步计算第 l 次迭代的信度。由于之前所有传递的消息都是以高斯形式表示的，根据高斯分布的乘积结果仍然符合高斯分布的性质和信度的定义，能够得到位置节点 $\mathbf{x}_i$ 和 $\mathbf{x}_j$ 的信度都近似为高斯分布，它们可以分别表示为

$$b^{(l)}(\mathbf{x}_i) = N(\mathbf{x}_i | \mu_i^{(l)}, \Sigma_i^{(l)}) \quad (4-31)$$

$$b^{(l)}(\mathbf{x}_j) = N(\mathbf{x}_j | \mu_j^{(l)}, \Sigma_j^{(l)}) \quad (4-32)$$

式中，

$$\mu_j^{(l)} = (\Sigma_j^{(l)})^{-1}(\Sigma_{jj}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{x}}_j + \sum_{i=1}^N (\Sigma_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)})^{-1} \mu_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}) \quad (4-33)$$

$$\Sigma_j^{(l)} = (\Sigma_{jj}^{-1} + \sum_{i=1}^N (\Sigma_{f_{i,j} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)})^{-1})^{-1} \quad (4-34)$$

$$\mu_i^{(l)} = (\Sigma_i^{(l)})^{-1}(\Sigma_{ii}^{-1} \cdot \bar{\mathbf{x}}_i + \sum_{j=1}^N (\Sigma_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)})^{-1} \mu_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}) \quad (4-35)$$

$$\Sigma_i^{(l)} = (\Sigma_{ii}^{-1} + \sum_{j=1}^N (\Sigma_{f_{i,j} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)})^{-1})^{-1} \quad (4-36)$$

通过类似的步骤，可以得到

$$m_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}(\mathbf{x}_j) \propto N(\mathbf{x}_j | \mu_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}, \Sigma_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}) \quad (4-37)$$

$$m_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}(\mathbf{x}_i) \propto N\left(\mathbf{x}_i \mid \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}\right) \quad (4-38)$$

式中,

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)} = (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)})^{-1} ((\boldsymbol{\Sigma}_{b(\mathbf{x}_j)}^{(l)})^{-1} \boldsymbol{\mu}_{b(\mathbf{x}_j)}^{(l)} + (\boldsymbol{\Sigma}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)})^{-1} \boldsymbol{\mu}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}) \quad (4-39)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)} = (\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)})^{-1} ((\boldsymbol{\Sigma}_{b(\mathbf{x}_i)}^{(l)})^{-1} \boldsymbol{\mu}_{b(\mathbf{x}_i)}^{(l)} + (\boldsymbol{\Sigma}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)})^{-1} \boldsymbol{\mu}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}) \quad (4-40)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)} = ((\boldsymbol{\Sigma}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)})^{-1} - (\boldsymbol{\Sigma}_{b(\mathbf{x}_j)}^{(l)})^{-1})^{-1} \quad (4-41)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)} = ((\boldsymbol{\Sigma}_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)})^{-1} - (\boldsymbol{\Sigma}_{b(\mathbf{x}_i)}^{(l)})^{-1})^{-1} \quad (4-42)$$

因此, 能够得到跟从 AUV 和领航 AUV 位置的第 l 次 MMSE 估计量并将作为其信度函数的均值, 可以表示为

$$\mathbf{x}_j^{(l)} = \boldsymbol{\mu}_{b(\mathbf{x}_j)}^{(l)} \quad (4-43)$$

$$\mathbf{x}_i^{(l)} = \boldsymbol{\mu}_{b(\mathbf{x}_i)}^{(l)} \quad (4-44)$$

具体的算法流程如表 4-1 所示。

表 4-1 基于 ML-GBP 的 AUV 协同定位算法

步骤	流程
	输入: 先验信息 $p_{pri}(\mathbf{x}_j)$, $p_{pri}(\mathbf{x}_i)$, δ_0 以及收集到的距离观测信息 $z_{i,j}$;
	1.ML 算法: 通过式(4-14)对 $d_{i,j}$ 进行最大似然估计, 同时确定式(4-20)中估计误差的方差;
	2.初始化: $l=1$; $\mathbf{x}_i^{(0)} = \bar{\mathbf{x}}_i$; $\mathbf{x}_j^{(0)} = \bar{\mathbf{x}}_j$;
	3.当满足 $ b(\mathbf{x}_j^{(l+1)}, \mathbf{x}_i^{(l+1)} \hat{\mathbf{d}}) - b(\mathbf{x}_j^{(l)}, \mathbf{x}_i^{(l)} \hat{\mathbf{d}}) > B$ 时
(1)	$l = l + 1$
(2)	通过式(4-29)更新消息 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_j}^{(l)}(\mathbf{x})$
(3)	通过式(4-30)更新消息 $m_{f_{j,i} \rightarrow \mathbf{x}_i}^{(l)}(\mathbf{x})$
(4)	通过式(4-37)和(4-38)更新消息 $m_{\mathbf{x}_j \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}(\mathbf{x}_j)$ 和 $m_{\mathbf{x}_i \rightarrow f_{j,i}}^{(l)}(\mathbf{x}_i)$
(5)	更新信度 $b^{(l)}(\mathbf{x}_j)$ 和 $b^{(l)}(\mathbf{x}_i)$
	输出: $\mathbf{x}_j^{(l)}$, $\mathbf{x}_i^{(l)}$

4.4 算法分析与仿真实验

4.4.1 算法分析

在本章提到的关于 $\mathbf{x}$ 的最小均方误差估计方法，相当于求解高斯后验分布的均值向量。GBP 是通过信度的迭代更新来实现的，其重点在于矩阵的求逆以获得均值向量。第 $(l-1)$ 次迭代得到的信度可以表示为 $b_i^{(l-1)}(\mathbf{x}_i) = N(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\mu}_i^{(l-1)}, \boldsymbol{\Sigma}_i^{(l-1)})$ 。显然，本章涉及的图是非循环的。根据 walk summability 条件，上述信息矩阵为边际协方差的逆，确保指数收敛到正定矩阵^[71-73]。

在协同定位系统中，每个 AUV 不仅与其邻居进行距离测量，还会交换消息。传输的消息对通信开销会有影响。EKF，NBP 和 ML-GBP 算法的通信开销分别如表 4-2 所示，其中 M 是相邻 AUV 的数量， N_{nbp} 是 NBP 算法中使用的粒子数量。算法的计算复杂度如表 4-3 所示。对于基于粒子的 NBP 方法，它具有很高的复杂度，因为它与粒子数量的平方成正比。相比之下，GBP 算法不再使用粒子，其计算复杂度仅与 M 线性相关。因此，GBP 方法的计算效率优于 NBP 方法。

表 4-2 不同算法在每次迭代时的通信开销

算法	通信开销
EKF	一个位置向量和一个协方差矩阵
NBP	N_{nbp} 个位置向量
ML-GBP	一个位置向量和一个协方差矩阵

表 4-3 不同算法每次迭代的计算复杂度

算法	计算复杂度
NBP	$O(MN_{nbp}^2)$
ML-GBP	$O(M)$

4.4.2 定位精度评价方法

AUV 的定位精度评价是水下定位研究中至关重要的一环，其中均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)和累积分布函数(Cumulative Distribution Function,

CDF)是两个常用的评价指标。在本章使用这两个指标来评估定位性能。

RMSE 是评估定位误差的一种常见方法。RMSE 计算了测量值与真实值之间的差值，并将这些差值平方、求和、然后取平均值，最后再开平方根。在 AUV 定位中，RMSE 可以用来衡量 AUV 测量位置 and 实际位置之间的平均差值。公式表达为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i)^2} \quad (4-45)$$

式中， N 是测量次数， $\mathbf{x}_i$ 是 AUV 实际的位置。 $\hat{\mathbf{x}}_i$ 是 AUV 测量的位置。RMSE 的数值越小，表示 AUV 的定位精度越高，与实际位置的偏差越小。

累积分布函数 CDF 用于描述一个随机变量小于或等于特定值的概率。在 AUV 定位领域，CDF 用于分析和展示定位误差在不同水平上的概率分布情况。通过绘制 CDF 曲线，可以直观地看出在不同误差水平下的性能表现。CDF 曲线的横轴通常表示定位误差，纵轴表示对应误差的累积概率。CDF 的计算公式为

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad (4-46)$$

式中， x 是随机变量， $f(t)$ 是 x 的概率密度函数， $F(x)$ 表示随机变量小于或等于 x 的累积概率。

在实际应用中，RMSE 可以和 CDF 常常结合使用，以全面评估 AUV 定位系统的性能。RMSE 提供了对整体定位误差的直观认识，而 CDF 则更加细致地展示了定位误差在不同水平上的分布情况。通过这两个指标的综合考量，可以更全面地了解 AUV 定位系统的性能表现，发现潜在的问题并进行改进。

4.4.3 仿真结果

在本节中，通过实验证明了 ML-GBP 在协同定位场景下性能的有效性。由于 AUV 本身配置的深度传感器相对容易获取深度信息，因此 AUV 在水下运动的场景被简化为二维场景。利用 Matlab 平台对多 AUV 水下协同定位系统进行了仿真。协同定位系统由 1 个跟从 AUV 和 3 个领航 AUV 组成。在模拟场景中，4 个 AUV 均做匀速直线运动，初始航向角 60° ，运动速度设置为 1m/s。跟从 AUV 的初始坐标位置为(30,30)，领航 AUV 的位置分别为(65,65)、(20,60)和

(80,90)。

考虑到测量噪声与主从 AUV 上面布置的传感器之间的距离有关，因此这里研究的测量噪声不再是固定的噪声值，而是与距离相关的动态值。在这个研究场景中，还模拟了 EKF 和 NBP 算法的应用实现。仿真实验中，NBP 算法的粒子数设置为 1000，最大迭代次数设置为 100。定位误差的大小是衡量定位系统所采用算法定位精度的重要评价指标。本章采用均方根误差来比较不同算法的定位效果，蒙特卡罗次数设置为 1000。

随着距离相关噪声的变化，定位系统的定位精度也会受到影响。如图 4-5 所示，很明显 EKF 算法在具有距离相关噪声的场景下定位性能不再稳定，误差波动值超过 10m。随着距离相关噪声强度的增加，NBP 算法也会受到干扰，从而产生放大的定位误差。相反，ML-GBP 算法表现出鲁棒的性能，定位误差波动小于 2m。

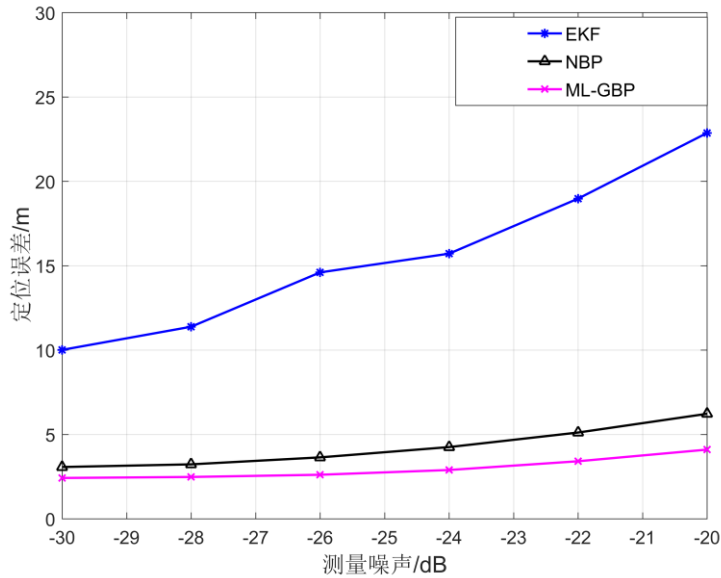


图 4-5 与距离相关的噪声功率下的定位误差

在距离相关噪声的噪声功率参数设置为-30dB 的情况下，图 4-6 表示的是跟从 AUV 的定位误差与迭代次数之间的关系。随着迭代次数的增加，很明显所有三种算法都收敛了，ML-GBP 算法的最终迭代收敛值要低于其他两种算法，收敛值约为 2.4m，而 NBP 和 EKF 算法的定位误差分别为 3.1m 和 10m。值得注意的是，与传统的 EKF 算法相比，提出的 ML-GBP 算法的定位精度提高了约 80%。

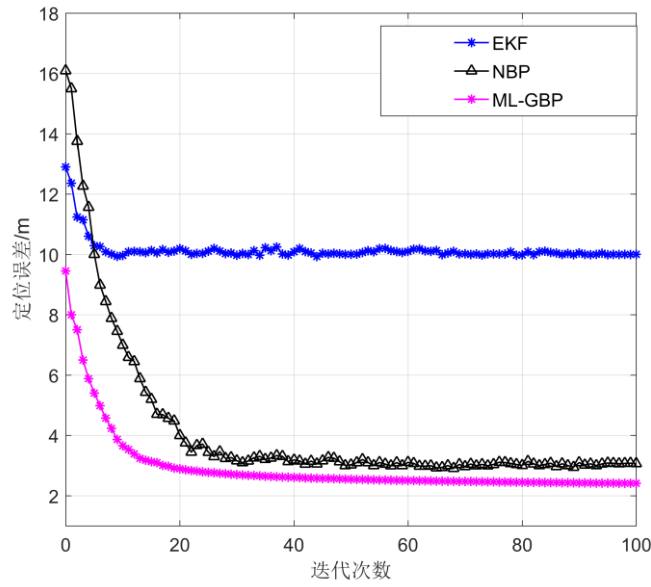


图 4-6 不同迭代次数下的定位误差

图 4-7 采用 AUV 位置误差的累积分布函数作为评估指标，它能够清楚地表示 ML-GBP 表现出的定位性能。

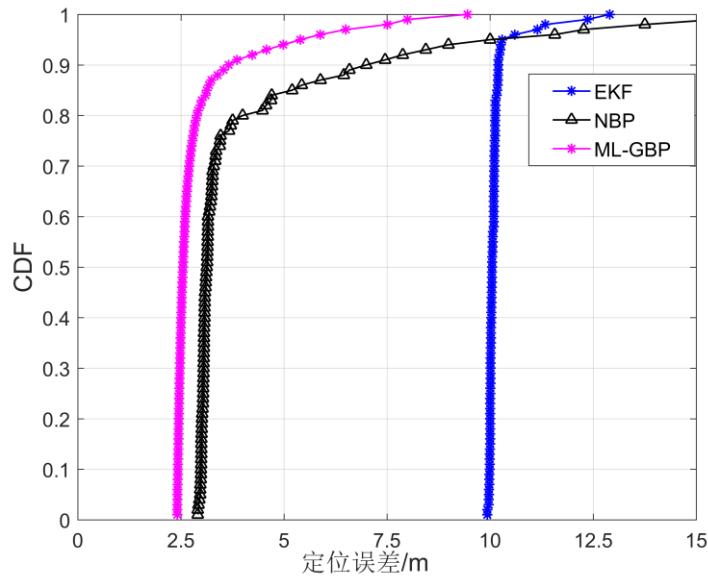


图 4-7 定位误差的 CDF

此外，实验讨论还涉及了跟从 AUV 定位误差随不同数量的领航 AUV 变化。在图 4-8 中表明随着领航 AUV 数量的增加，三种方法的定位精度都得到了提高，并且提出的 ML-GBP 算法始终保持更卓越的定位精度。图 4-9 表示的是领航 AUV 数量变化对整体定位性能的影响，在这里同样使用累计分布函数 CDF 作为

性能指标。图 4-10 是深入研究随着外部环境因素变化的衰减参数 α 的值对系统定位误差的影响。可以得到，随着环境变量衰减参数 α 值的增加，会造成定位性能变差。

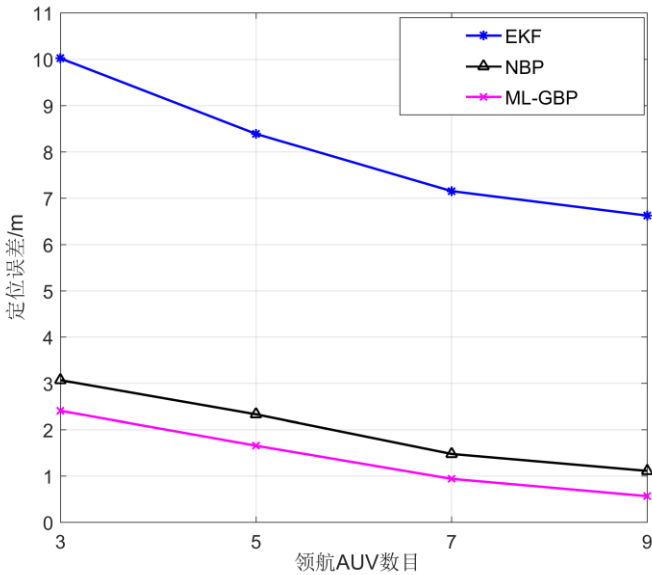


图 4-8 领航 AUV 不同数量下的定位误差

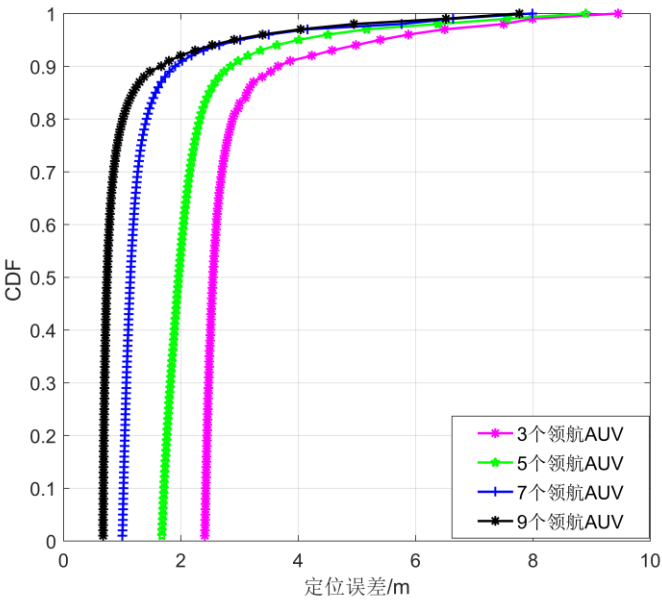


图 4-9 不同领航 AUV 数目下的定位误差的 CDF

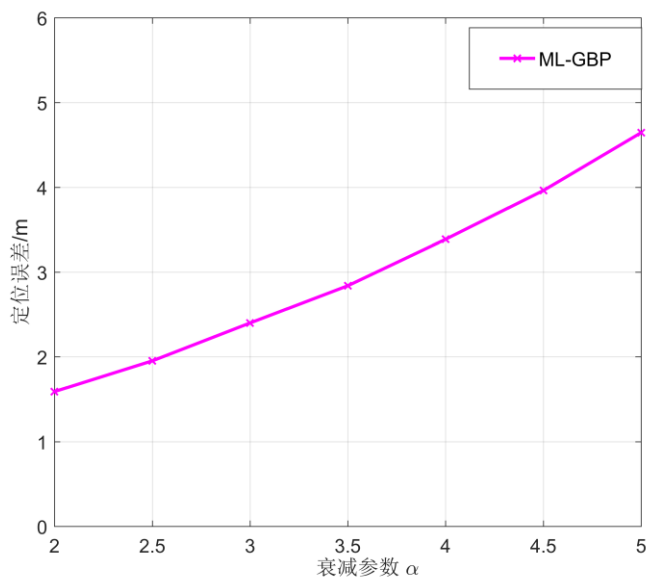


图 4-10 不同衰减参数值时的定位误差

4.5 本章小结

考虑到实际水下定位应用中距离相关噪声的干扰，本章研究主要针对距离测量方程的非线性部分和距离相关噪声的负面影响，提出了一个低复杂度的 ML-GBP 算法，在有距离相关噪声的场景下很好地提高了定位精度和系统的稳定性。仿真结果表明，所提出的 ML-GBP 定位算法在定位精度方面都优于 EKF 和 NBP 方法，同时提出的算法还具有更低的通信开销和计算复杂性。总体来说，ML-GBP 算法作为一种有效的算法，能够用于整合和更新 AUV 之间的位置信息，提高 AUV 协同定位系统的精度和鲁棒性。这种算法有助于更有效的完成水下任务和提高 AUV 集群的整体性能。

第 5 章 总结与展望

5.1 全文总结

在海洋探索与资源开发领域，AUV 的应用日益广泛，其在海洋科学研究、海底资源勘探、海洋环境监测等方面发挥着重要作用。水下环境复杂多变，传统的定位方法在水下应用领域面临者诸多挑战。为了提高 AUV 的定位精度和稳定性，多 AUV 协同定位技术成为了当前研究的热点之一。多 AUV 协同定位技术利用多台 AUV 之间相互通信和协同工作，依靠距离信息进行位置误差的协同校正从而实现 AUV 在水下环境的高精度定位，为 AUV 的智能化和高效化提供了技术支撑。因此，本文主要研究基于距离信息的多 AUV 协同定位方法，来为 AUV 在复杂水下环境中的准确定位提供有效的解决方案。

本文所做的主要研究总结如下：

（1）研究了 AUV 导航定位系统的基本理论以及单个、多个 AUV 的空间运动学模型。分析了协同定位的相关原理、AUV 协同系统的设备配置以及定位方式的分类。根据 AUV 协同定位的原理，建立了相应的运动学模型和协同定位的系统模型。

（2）建立了基于多领航的 AUV 协同定位系统的数学模型。主要研究了基于 EKF 和 CKF 的 AUV 协同定位方法原理及其应用实现。对 CKF 算法进行改进，提出了一种 ACKF 算法。ACKF 算法有效地提高了定位系统的自适应性和鲁棒性。通过仿真实验，对比分析 AUV 在不同运动轨迹下的定位性能变化，得出 ACKF 算法对比 EKF 和 CKF 算法有着更好更稳定的定位性能和更广的应用场景。

（3）在考虑存在距离相关噪声的情况下，提出了基于最大似然准则和置信度传播算法的 AUV 协同定位方法，通过最大似然估计和高斯置信度传播算法的结合有效地降低了距离相关噪声对定位效果的负面影响。通过仿真结果与算法分析，验证了所提出的算法在处理距离相关噪声问题的有效性和适用性。此外，所提出的算法对比传统算法定位精度要高，计算复杂度和通信开销更低。

5.2 工作展望

本文在 AUV 的定位方法研究中取得了有益的成果，但仍有许多潜在的研究方向和改进空间值得深入探讨。以下是未来工作的一些建议和展望：

由于协同导航和定位的实际条件难以实践，本文对于主从式 AUV 协同定位的算法研究是在 Matlab 平台下进行的计算机仿真，还需在具备物理实验条件的条件下进一步通过实验数据验证所提出算法的有效性。

未来的研究可以考虑引入多模态融合的定位方法，结合视觉、声学、和惯性传感器等多种传感器信息，以提高 AUV 协同定位系统在不同水下环境条件下的适用性和鲁棒性。研究定位系统的安全性和抗干扰性，针对潜在的故障、攻击或异常情况，设计相应的安全策略和抗干扰机制，以确保系统在面对各种不确定性时的可靠性。

参考文献

- [1] 王景璟, 魏维, 王永越, 等. 水下自主潜航器集群协同围捕技术[J]. 指挥与控制学报, 2023, 9(06): 637-650.
- [2] 汤寓麟, 金绍华, 刘敏, 等. 基于 AUV 的声纳水下目标实时探测机制研究[J]. 海洋测绘, 2023, 43(03): 26-29.
- [3] 李硕, 吴园涛, 李琛, 等. 水下机器人应用及展望[J]. 中国科学院院刊, 2022, 37(07): 910-920.
- [4] 周晶, 司玉林, 林渊, 等. 海底 AUV 关键技术综述[J]. 海洋学报, 2023, 45(10): 1-12.
- [5] Yan J, Gong Y D, Chen C L, etc. AUV-aided localization for internet of underwater things: a reinforcement-learning-based method[J]. IEEE Internet Things Journal, 2020, 7(10): 9728-9746.
- [6] 李景森, 薛树强, 徐莹, 等. 声速剖面测量误差对水下定位的影响[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2023, 44(11): 2062-2070.
- [7] 韩云峰, 郑翠娥, 孙大军. 长基线声学定位系统跟踪解算优化方法[J]. 声学学报, 2017, 42(01): 14-20.
- [8] 张涛, 石宏飞, 陈立平, 等. 基于 UKF 的 SINS/LBL 水下 AUV 紧组合定位技术[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(05): 638-642.
- [9] 成月, 赵俊波, 李锦, 等. 基于自适应滤波的水下长基线导航定位技术[J]. 舰船科学技术, 2020, 42(23): 106-110.
- [10] Wang Q, He B, Zhang Y X, etc. An autonomous cooperative system of multi-AUV for underwater targets detection and localization [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2023, 121: 105907-105919.
- [11] Lu J, Chen X, Luo M X, etc. Cooperative localization for multiple AUVs based on the rough estimation of the measurements[J]. Applied Soft Computing, 2020, 91: 106197-106208.
- [12] 徐博, 李盛新, 王连钊, 等. 一种基于自适应神经模糊推理系统的多 AUV 协同定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(04): 440-447.

- [13] 马晓爽, 刘锡祥, 张同伟, 等. 基于因子图的 AUV 多传感器组合导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(04): 454-459.
- [14] 朱兵, 常国宾, 何泓洋, 等. SINS/DVL/AST 水下组合导航中的鲁棒信息融合方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(05): 107-114.
- [15] 徐博, 李盛新, 张旻. 一种基于双模型的低成本多 AUV 协同定位方法[J]. 中国舰船研究, 2020, 15(03): 1-7.
- [16] Graham A G, Dutrieux P, Vaughan D G, etc. Seabed corrugations beneath an antarctic ice shelf revealed by autonomous underwater vehicle survey: origin and implications for the history of pine island glacier[J]. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, 2013, 118(3): 1356-1366.
- [17] Copros T, Scourzic D. Alister-rapid environment assessment AUV (autonomous underwater vehicle)[C]// Global Change: Mankind-Marine Environment Interactions: Proceedings of the 13th French-Japanese Oceanography Symposium. Netherlands, 2011: 233-238.
- [18] Bahr A, Leonard J J, Fallon M F. Cooperative localization for autonomous underwater vehicles[J]. The International Journal of Robotics Research, 2009, 28(6): 714-728.
- [19] Allotta B, Costanzi R, Meli E, etc. Cooperative localization of a team of AUVs by a tetrahedral configuration[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2014, 62(8): 1228-1237.
- [20] Eustice R M, Singh H, Leonard J J, etc. Visually navigating the RMS Titanic with SLAM information filters[C]// Robotics: Science and Systems. Cambridge, Massachusetts, USA, 2005: 57-64.
- [21] Williams S, Mahon I. Simultaneous localization and mapping on the great barrier reef[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). New Orleans, USA, 2004: 1771-1776.
- [22] 晓秋. “潜龙三号”自主潜水器[J]. 现代物理知识, 2018, 30(03): 72+74.
- [23] 武建国, 石凯, 刘健, 等. 6000mAUV “潜龙一号”浮力调节系统开发及试验研究[J]. 海洋技术学报, 2014, 33(5): 1-7.

- [24] 以光衢. 惯性导航原理[M]. 北京: 航空工业出版社, 2010: 1011-1020.
- [25] 赖昱, 朱俊. 水下机器人惯性导航技术综述[J]. 控制与信息技术, 2023, 6: 9-15.
- [26] 何祝青, 严华. 基于多传感器的行人航向推算算法研究[J]. 计算机测量与控制 2018, 26(05): 185-187+192.
- [27] Li S, Bao G, Wu S. A practical overview and prospect of acoustic positioning technology[J], Ocean Technology, 2005, 24: 130-135.
- [28] Alcocer P, Oliveira A, Pascoal A. Study and implementation of an EKF GIB-based underwater positioning system[J]. Control Engineering Practice, 2007, 15(6): 689-701.
- [29] 王燕, 苏钰, 齐滨, 等. 单基阵三维纯方位水下信标声学定位方法[J]. 声学学报, 2021, 46(03): 375-386.
- [30] Vickery K. Acoustic positioning systems. A practical overview of current systems[C]// Proceedings of the 1998 Workshop on Autonomous Underwater Vehicles. Cambridge, USA, 1998: 5-17.
- [31] Wang Z Y, Xu J Z H, Feng Y Z, etc. Fisher-information-matrix-based USBL cooperative location in USV-AUV networks[J]. Sensors, 2023, 23(17): 7429.
- [32] 王亭亭, 王奥博, 岳才谦, 等. 基于 USBL/GPS/TCM 的 AUV 组合导航研究[J]. 电光与控制, 2019, 26(10): 30-33+98.
- [33] Batista P, Silvestre C, Oliveira P. A sensor-based long baseline position and velocity navigation filter for underwater vehicles[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(14): 302-307.
- [34] Batista P, Silvestre C, Oliveira P. Tightly coupled long baseline/ultra-short baseline integrated navigation system[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(8): 1837-1855.
- [35] Paull L, Saeedi S, Seto M, etc. AUV navigation and localization: A review[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2013, 39(1): 131-149.
- [36] 黄紫如, 柴洪洲, 向民志, 等. 基于抗差因子图的 AUV 多源信息融合定位方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(08): 1278-1285.
- [37] Zhao W L, Zhao, S Y, Liu G L, etc. Range-only single beacon based multisensor

- fusion positioning for AUV[J], IEEE Sensors Journal, 2023, 23(19): 23399-23409.
- [38] 杨秀建, 皇甫尚昆, 颜绍祥. 基于改进 UKF 的 UWB/IMU/里程计融合定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(05): 462-471.
- [39] 魏奥博, 郑荣. SVR 辅助 SINS-DVL 的水下机器人组合导航方法[J]. 舰船科学技术, 2020, 42(01): 161-167.
- [40] Zhang B Q, Chu H R, Sun T T, etc. Error prediction for SINS/GPS after GPS outage based on hybrid KF-UKF[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 1-9.
- [41] Gabela J, Retscher G, Goel S, etc. Experimental evaluation of a UWB-based cooperative positioning system for pedestrians in GNSS-denied environment[J]. Sensors, 2019, 19(23): 5274-5283.
- [42] Qu Y H, Wu J Z, Xiao B, etc. A fault-tolerant cooperative positioning approach for multiple UAVs[J]. IEEE Access, 2017, 5: 15630-15640.
- [43] Bahr A, Leonard J J, Fallon M F. Cooperative Localization for Autonomous Underwater Vehicles[J]. The International Journal of Robotics Research, 2009, 28(6): 4-728.
- [44] Xu B, Asghar A R, Liu Y L. Cooperative localization of AUVs based on huber-based robust algorithm and adaptive noise estimation[J]. The Journal of Navigation, 2019, 72(4): 875-893.
- [45] 张佳欣, 张森林, 刘妹琴, 等. 面向海洋环境自适应采样的多 AUV 协同定位[J]. 智能科学与技术学报, 2022, 4(04): 503-512.
- [46] 蒋晗中. 协同定位技术研究综述[J]. 通信电源技术, 2017, 34(06): 48-50.
- [47] Allotta B, Caiti A, Costanzi R, etc. Cooperative navigation of AUVs via acoustic communication networking: field experience with the typhoon vehicles[J]. Autonomous Robots, 2016, 40: 1229-1244.
- [48] Nerurkar E D, Roumeliotis S I, Martinelli A. Distributed maximum a posteriori estimation for multi-robot cooperative localization[C]// 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Kobe, Japan, 2009: 1402-1409.
- [49] Knuth J, Barooah P. Distributed collaborative localization of multiple vehicles

- from relative pose measurements[C]// 2009 47th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). Monticello, IL, USA, 2010: 314-321.
- [50] Li D D, Ji D X, Liu J, etc. A multi-model EKF integrated navigation algorithm for deep water AUV[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13(1): 3-17.
- [51] Xiong K, Wei C L. Adaptive iterated extended kalman filter for relative spacecraft attitude and position estimation[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(4): 1595-1610.
- [52] Kim J. Cooperative localization and unknown currents estimation using multiple autonomous underwater vehicles[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 2365-2371.
- [53] 刘明雍, 沈超, 张立川, 等. 一种基于 UKF 的 AUV 移动声学网络协同导航方法[J]. 西北工业大学学报, 2011, 29(6): 934-938.
- [54] 张杰, 李婧华, 胡超. 基于容积卡尔曼滤波的卫星导航定位解算方法[J]. 中国科学院大学学报, 2021, 38(04): 532-537.
- [55] Zhai N, Zhang X, Mu X K, etc. AOA based CKF adaptive algorithm for AUV navigation[C]// OCEANE 2022, Hampton Roads. VA, USA, 2022: 1-5.
- [56] Li S X, Xu B, Wang L Z, etc. Improved maximum correntropy cubature kalman filter for cooperative localization[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(22): 13585-13595.
- [57] 黄鸿殿, 李倩, 黄原, 等. 基于因子图的 AUV 协同导航通信延迟误差补偿算法[J]. 无人系统技术, 2024, 7(01): 115-123.
- [58] Wu X W, Xiao B, Wu C H, etc. Factor graph based navigation and positioning for control system design: A review[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(5): 25-39.
- [59] 陈红梅, 王慧娟, 张会娟, 等. 基于置信度传播的变分自适应协同导航方法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(09): 288-299.
- [60] Li B, Wu N, Wang H, etc. Gaussian message passing-based cooperative

- localization on factor graph in wireless networks[J]. *Signal Processing*, 2015, 111: 1-12.
- [61] 陈明星, 熊智, 王融, 等. 基于高斯粒子滤波与消息传递的协同导航方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2022, 30(01): 22-28+36.
- [62] Fan S W, Zhang Y, Yu C Y, etc. An advanced cooperative positioning algorithm based on improved factor graph and sum-product theory for multiple AUVs[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 67006-67017.
- [63] Sudderth E B, Ihler A T, Isard M, etc. Nonparametric belief propagation[J]. *Communications of the ACM*, 2010, 53(10): 95-103.
- [64] Savic V, Zazo S. Reducing Communication overhead for cooperative localization using nonparametric belief propagation[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2012, 1(4): 308-311.
- [65] Li Y C, Wang Y Y, Yu W B, etc. Multiple autonomous underwater vehicle cooperative localization in anchor-free environments[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2019, 44(4): 895-911.
- [66] Huang B Q, Xie L H, Yang Z. TDOA-based source localization with distance-dependent noises[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2015, 14(1): 468-480.
- [67] Liang Y Q, Jia Y M. Constrained optimal placements of heterogeneous range/bearing/rss sensor networks for source localization with distance-dependent noise[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, 13(11): 1611-1615.
- [68] Li Y F, Ma S D, Yang G H. Robust localization with distance-dependent noise and sensor location uncertainty[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2021, 10(9): 1876-1880.
- [69] Yan W S, Fang X P, Li J B. Formation optimization for AUV localization with range-dependent measurements noise[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(9): 1579-1582.
- [70] Besag J. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1974, 36(2): 192-225.

- [71] Li B, Wu N. Convergence analysis of gaussian SPAWN under high-order graphical models[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 1725-1729.
- [72] Malioutov D M, Johnson J K, Willsky A S. Walk-sums and belief propagation in gaussian graphical models[J]. Journal of Machine Learning Research, 2006, 7: 2031-2064.
- [73] Li B, Wu Y C. Convergence analysis of gaussian belief propagation under high-order factorization and asynchronous scheduling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(11): 2884-2897.

攻读硕士期间取得的学术成果

- [1] Jiang L, Gao W G, Li Y F, Pan M X, etc. Cooperative localization for master–salve multi-AUVs based on range measurements, *Physical Communication*, 2023, 61, 10221.
- [2] Jiang L, Gao W G, Qiao L N, etc. Multi-leaders alternated cooperative localization method based on improved cubature kalman filter[C]// 3rd International Symposium on Electrical, Electronics and Information Engineering (ISEEIE 2023). Hangzhou, China, 2023, pp. 24-28.

致谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼之间，我的硕士生涯即将画上句号。回首这段充满挑战与收获的旅程，我深感感激与庆幸。在此，我要向所有给予我帮助和支持的人表示衷心的感谢。

首先，我要衷心感谢我的导师。导师严谨的治学态度、深厚的学术造诣和敏锐的洞察力为我树立了榜样。在我研究生阶段的学习和研究中，导师给予了我无微不至的指导和关怀。从选题到论文撰写，从实验设计到数据分析，导师都倾注了大量的心血和精力。正是导师的悉心教导，使我在学术上不断进步，最终顺利完成了毕业论文。

其次，我要感谢实验室的同学们。我们共同度过了许多难忘的时光，一起探讨学术问题，分享研究心得。在遇到困难时，我们相互支持，共同进步。这段宝贵的友谊将成为我人生中的美好回忆。

此外，我还要感谢家人和朋友们的支持。在我攻读硕士期间，他们一直是我坚实的后盾。他们的鼓励和支持使我在面对困难和挫折时能够勇往直前，坚定信念。没有他们的陪伴和关爱，我无法走到今天这一步。

在此，我再次向所有关心、支持和帮助过我的人表示衷心的感谢。我将带着这份感激之情，继续努力前行。

尚德致学 唯实惟新

