
分类号：TP241

单位代码：10363

密 级：公 开

学 号：2210330138

题 目 机械臂自适应鲁棒跟踪控制方法研究

题 目 Research on Adaptive Robust Tracking
Control Method for Robot manipulators

学生姓名： 李田利

校内导师： 张刚

校外导师： 陈现敏

专业学位类别： 工程硕士

研究方向（领域）： 机器人运动控制

论文答辩日期： 2024 年 5 月 19 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：李田利

日期：2023 年 5 月 19 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：李田利

指导教师签名：张刚

日期：2024 年 5 月 29 日

日期：2024 年 5 月 29 日

机械臂自适应鲁棒跟踪控制方法研究

摘 要

随着机器人技术的进一步发展,机械臂作为机器人控制中使用最多的机械装置,它的应用可以降低生产成本,代替人类完成繁杂且危险的工作,已广泛用于工业制造、军事、航天、医疗等领域。随着目标任务的复杂化和多样化,特别是在大多数实际应用中普遍存在的模型参数不确定性和外部干扰,高性能机械臂系统的轨迹跟踪控制仍然是一个挑战。本文围绕这一控制问题,将反步法、扰动观测器、滑模控制、有限时间理论、固定时间理论、自适应技术、神经网络控制以及 Lyapunov 稳定性理论相结合,对机械臂的高精度轨迹跟踪控制方法展开研究。主要研究内容如下:

首先给出了带有外部扰动的机械臂动力学模型,后续所有控制方法的设计与分析都是在此基础上开展。根据机械臂动力学方程设计了一个基于指数趋近律的滑模控制律,并在二自由度机械臂模型上进行仿真,结果显示所设计控制律能够保证各关节跟踪期望的轨迹,验证了机械臂动力学模型的可靠性与准确性。

将系统模型不确定性和外部扰动看作为集总扰动,设计扰动观测器对集总扰动进行精确估计,并确保观测误差在有限时间内收敛到零。基于扰动观测器、有限时间理论以及反步控制技术,设计了运动学跟踪控制律,使得机械臂能够跟踪虚拟轨迹,接着设计动力学控制器实

现对上述运动学控制律的跟踪。利用稳定性理论证明了系统有限时间收敛特性。仿真模拟表明所提控制策略具有较好的控制性能。

在有限时间理论的基础上,提出了固定时间控制,其优点是可以提前计算系统收敛时间,且不受初始状态的影响。通过设计固定时间扰动观测器在线估计集总扰动,并将估计值实时反馈给控制器以实现补偿。另外,利用滑模控制具有收敛速度快和对扰动的强鲁棒性等特点,设计了固定时间滑模控制器,将位置误差符号函数的积分项加入到滑模面中,以减小系统的稳态误差,并保证跟踪误差固定时间收敛,同时抑制滑模控制固有的抖振现象。

为了更精准地处理系统模型不确定性,研究了一种基于扰动观测器的自适应神经网络控制方案。利用神经网络在线逼近不确定性,有效克服了普通控制方法对机械臂精确模型的依赖性。在使用反步法推导自适应控制器时加入了滑模控制,在提高系统自适应性的同时,增强了系统鲁棒性。然后创新性的改写了系统状态方程,设计一种新的扰动观测器,以对神经网络的逼近误差和系统外部扰动进行估计,并向控制器提供补偿。最后使用 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统所有误差信号的一致有界性。仿真结果验证了所设计的跟踪控制方法的有效性与优越性。

关键词: 机械臂, 反步控制, 滑模控制, 自适应神经网络, 扰动观测器

RESEARCH ON ADAPTIVE ROBUST TRACKING CONTROL METHOD FOR ROBOT MANIPULATORS

ABSTRACT

With the further development of robotics technology, robotic manipulators, as the most widely used mechanical device in robot control, can reduce production costs and replace humans to complete complex and dangerous tasks. They have been widely used in industrial manufacturing, military, aerospace, medical, etc. With the complexity and diversification of target tasks, especially the model parameter uncertainty and external disturbance that are commonly present in most practical applications, the trajectory tracking control of high-performance robotic manipulator systems remains a challenge. This article focuses on this control problem and combines backstepping, disturbance observer, sliding mode control, finite-time theory, fixed-time theory, adaptive technology, neural network control, and Lyapunov stability theory to study high-precision trajectory tracking control methods for robotic manipulators. The main research content is as follows:

Firstly, a dynamic model of a robotic manipulator with external disturbances is presented, and the design and analysis of all control methods in this paper are based on this foundation. A control law is

designed based on the dynamic equation of the robotic manipulator, and simulation is conducted on a two-degree-of-freedom robot model. The results showed that the designed control law can ensure that each joint can track the desired trajectory, which verifies the reliability and accuracy of the established dynamic model.

Considering the uncertainty of the system model and external disturbances as lumped disturbances, a disturbance observer is designed to accurately estimate the lumped disturbances. It ensures that the observation error converges to zero within a finite time. Based on disturbance observer, finite-time theory, and backstepping control technology, a kinematic tracking control law is designed to enable the robotic manipulator to track virtual trajectories. Next, design a dynamic controller to track the aforementioned kinematic control laws. The finite-time convergence characteristics of the system have been proven using stability theory. Simulation results show that the proposed control strategy has better control performance.

Based on finite-time control, fixed-time control is proposed, which has the advantage of being able to calculate the system convergence time in advance and is not affected by the initial state of the system. By designing a fixed-time disturbance observer to estimate the lumped disturbance online and providing real-time feedback to the controller for compensation. Furthermore, a fixed-time sliding mode controller is

constructed, making use of the sliding mode control's quick convergence speed and robustness to disturbances. It adds the integral term of the position error sign function to the sliding mode surface, which can reduce the steady-state error of the system and ensure fixed-time convergence of tracking error while suppressing the inherent chattering phenomenon of sliding mode control.

A disturbance observer-based adaptive neural network control scheme is investigated to better properly address system model uncertainty. Using neural networks to approximate uncertainty online effectively overcomes the dependence of ordinary control methods on the precise model of the robotic manipulator. Then, the system state equation is innovatively rewritten, and a new disturbance observer is designed to estimate the approximation error of the neural network and external disturbances of the system, and provide compensation to the controller. Finally, the Lyapunov stability theory is used to prove the uniform boundedness of all error signals in the closed-loop system. The simulation results have verified the effectiveness and superiority of the designed tracking control method.

Li Tianli (Robot Manipulator Motion Control)

Supervised by Zhang Gang

KEY WORDS: Robotic manipulator, Backstepping control, Sliding mode control, Adaptive neural network, Disturbance observer

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外机械臂发展现状.....	2
1.3 机械臂轨迹跟踪控制方法概况.....	5
1.4 本文的主要研究内容.....	10
第 2 章 机械臂动力学模型及相关理论.....	12
2.1 机械臂动力学模型.....	12
2.2 机械臂动力学模型的验证.....	13
2.2.1 控制律设计.....	13
2.2.2 仿真验证.....	14
2.3 相关理论知识.....	18
2.4 本章小结.....	20
第 3 章 基于反步法的有限时间轨迹跟踪控制.....	21
3.1 引言.....	21
3.2 控制系统设计.....	22
3.2.1 有限时间扰动观测器设计.....	22
3.2.2 有限时间反步控制器设计.....	24
3.3 仿真结果.....	27
3.4 本章小结.....	30
第 4 章 基于固定时间滑模轨迹跟踪控制.....	31
4.1 引言.....	31
4.2 控制系统设计.....	32
4.2.1 固定时间扰动观测器设计.....	32
4.2.2 固定时间滑模控制器设计.....	34
4.2.3 稳定性分析.....	35
4.3 仿真结果.....	36
4.4 本章小结.....	42
第 5 章 基于扰动观测器的自适应神经网络控制.....	43

5.1 引言.....	43
5.2 RBF 神经网络.....	45
5.3 控制系统设计.....	46
5.3.1 自适应神经网络控制器设计.....	46
5.3.2 稳定性分析.....	50
5.4 仿真结果.....	52
5.5 本章小结.....	55
第 6 章 总结与展望.....	56
6.1 总结.....	56
6.2 展望.....	57
参考文献.....	58
攻读学位期间发表的学术成果.....	64

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

1959 年，美国人约瑟夫·恩格尔伯格，成功研制出了世界上首台机器人，这一创新不仅标志着机器人技术的诞生，还引领了此后机器人技术的快速发展。随着近些年科技的进步，现在机器人技术更加自动化和智能化，应用范围也越来越广泛，如在工业、医疗健康、航天、家庭服务等方面，是现代产业快速发展进程中不可缺少的部分。机器人的应用能够节省人力成本，提高生产效率和质量，并且能够代替人类从事危险的工作^[1]，例如焊接机器人在极低温度和封闭空间等较为恶劣的环境条件下还能保证焊接的精确度与准确性；装配机器人能完成一些肉眼无法进行的高精度装配工作；激光加工机器人能对工件进行精密切割、钻孔，可代替人工应用于特殊的工业制造。我国是制造业大国，意味着机器人产业在我国工业领域有广泛的市场，在提出的“中国制造 2025”战略中强调了机器人在未来科技进步发展的重要作用^[2]。随着机器人技术的深入发展，机械臂作为其关键分支领域，正日益展现出重要的应用价值和广阔的发展前景，机械臂因具有操作简单、灵活性好、适用性高等优势而得到广泛应用，如在汽车制造、装配、物流、服务等领域，也可同人类共同完成一些危险、繁琐的工作。美国、日本、德国等一些西方国家对机械臂的研究开展较早，已经形成较成熟的研究体系。虽然中国在机械臂技术研究上的起步较晚，经过几十年的创新与深化应用，我国现已成为全球最大的应用市场。

机械臂是一个具有强耦合效应、物理模型不确定性和参数不定的复杂非线性系统，还容易受到环境或人为的干扰，这些都会影响机械臂操作过程中的跟踪精度、效率和安全性。在结构上，机械臂每个关节的运动都是独立的，为了实现对末端执行器位置和姿态的精准控制，需要各个关节的运动协调。控制系统作为机械臂系统的关键组成部分，它的主要任务是对在工作空间中的运动位置、轨迹以及动作的时间等目标控制，但因机械臂系统的特殊性，其控制理论还有待完善和系统化。传统的基于模型和线性参数化控制方法难以满足机械臂跟踪控制系统，因为基于模型的控制方法前提是要获取精确的机械臂动力学模型，并且模型匹配

过程的计算量较大。而线性参数化通常需要对要估计的函数做出假设,然后根据这个假设选择合适的模型来估计参数集,但是所做的假设可能会存在偏差,而影响系统控制效果,无法灵活地解决类似机械臂这种复杂系统的跟踪问题。在实际工作中,为了使机械臂实际运动路线能够按照所设定期望轨迹来完成控制目标,考虑到其模型不确定性和外部扰动可能会对系统带来抖振、噪声、能耗大等影响,进一步研究高跟踪性能的相关控制策略,提高机械臂控制精度具有重要的现实意义。

1.2 国内外机械臂发展现状

在上世纪 50 年代末,国外就开始展开对机械臂的研究工作,1959 年,Devol 和 Engleberger 研发了第一个机械臂,并命名为 Unimate#001,手臂可以回转、俯仰、伸缩,并在 1961 年创立了世界上第一家机器人公司,开始将机械臂投入到汽车工厂,用于辅助热压机。1962 年,美国推出了一种叫 Vewratran 的数控示教再现型机械手,为日后的工业机械臂发展打下了基础。美国在 1978 年又研制出新型 Unimate-Vicarm 机械臂,其定位精度小于 ± 1 毫米,可用于装配作业。同年通用工业机器人 PUMA 和 SCARA 机器人诞生,标志着工业机器人技术走向成熟。虽然日本对于机械臂的研究比美国晚,但得益于日本政府各种利好机器人市场的优惠措施,使机器人行业得到快速发展,如今日本已是世界上最大的机器人生产国。目前国际上对于机器人研究较为成功的供应商包括瑞典的 ABB、日本的安川和发那科、德国的库卡等,他们都有各自的技术路线及优势,欧洲国家发展重心在工业机械臂和医疗机械臂方面,日本目前对工业机械臂和家用机器人技术的研究较为深入,而美国则侧重于机械臂的系统集成、医用机械臂和军工机械臂的应用发展。

ABB 作为体量最大的工业机器人制造商,全球累计装机量 30 余万台,其业务领域包括电子、汽车、医疗健康等领域,在自动化技术领域的研究最为出色。2009 年 9 月 ABB 公司推出了 IRB120 小型六轴机械臂,仅重 25Kg,工作范围达 580mm,在尺寸大幅缩小的情况下,IRB120 继承了该系列机器人的所有功能和技术,具有成本低、效率高的优势。同年,ABB 公司开始设计一款双臂机器人,经过 6 年的研发时间,在 2015 年正式面向市场推出全球第一个双臂协作机器人

YuMi, 单臂有效负载为 0.5Kg, 重复定位精度可达 0.02mm, 其专为 3C 产业设计, 具有拖动示教功能, 有较高的灵活性和安全性。新一代 IRB 6700 机器人是 150 ~ 300 Kg 级别性能最强的机器人系列, 在保证精确度、负载和速度的同时, 运行功耗降低了 15%, 平均每天可为人工减少 2.5 吨搬运量的工作, 使自动化制造的效率显著提高。



(a) YuMi 双臂协作机械臂



(b) IRB 6700

图 1-1 ABB 机器人

1985 年, 库卡公司开发出世界首款 Z 形机械臂, 它具有包括 3 个平移运动和 3 个旋转运动的 6 个自由度, 结构紧凑节省了场地空间。在 1996 年库卡又推出首台基于个人计算机的机器人控制系统, 机器人技术与计算机技术的结合, 使得机器人整体向着多传感器、智能控制的方向发展。库卡公司生产的工业机器人操作简单、灵活度高, 主要用于材料处理、机床装料、装配、包装、堆垛等领域。2022 年, 库卡机器人公司推出了 LBR iisy 系列新型机械臂, 重复定位精度为 0.01mm, 该系列的机器人重量轻并带有集成扭矩传感器, 可以快速识别轻微的触碰, 并对识别到的接触力做出反应来保障操作者的安全, 其关节力矩传感器可实现无护栏运行, 便于手把手示教, 调试编程简单, 可代替人工完成高精度的自动化生产。

日本的安川电机公司自 1977 年推出世界第一台全电气式产业用机器人一来, 牵引了世界产业用机器人市场, 并率先将机器人技术投入到电子部件行业, 可应对组装、检查、搬运等作业的自动化。在 20 世纪 70 年代, 发那科在全球数控领域占据 70% 的市场份额, 在 1974 年, 研制出了本公司的第一台机器人。2015 年, 发那科推出全球负载最大的六轴协作机械臂 CR-35iA, 可在重工件的搬运或装配环境中与人类协同工作, 同样具有拖动示教功能和意外触碰停止功能, 保护操作者的安全。2022 年又生产出 CRX 系列机械臂, 带有专用的码垛功能, 系统能够

根据牵引示教自动创建标准码垛程序，也可以配合视觉实现定位跟踪控制，同系列的 CRX-5iA 机身设计紧凑，人机协作防护等级高，专用于劳动密集型 3C 电子产业。丹麦的 Universal Robots 公司作为协作机器人的先驱，在 2008 年推出全球第一个协作机械臂 UR5，其关节采用模块化设计，可通过电机电流的变化来得到关节力信息从而实现力反馈，来保证操作者人身安全，另外支持拖动示教，其编程简单、部署灵活。之后 UR 公司又推出多款形式相似而尺寸或负载不同的协作机械臂，其中 6 轴机械臂最受市场青睐。



图 1-2 发那科机械臂和 UR 机械臂

相对于国外机器人技术，我国对机械臂研究时间较短，不过早在 1986 年，我国就提出将机器人技术主要应用在自动化产业中，目前国内的机械臂主要用于装配作业、搬运、机床加工等方面。2000 年，新松机器人在沈阳正式成立，其产品主要包括工业机器人、协作机器人、智能装备、医疗服务机器人等，其中工业机械臂产品在国内处于领先地位，已具备智能感知、自控执行等功能，移动机器人产品有二十多年工程项目应用经验，位列世界领先地位，受到国内外企业的青睐。2015 年，沈阳新松研发出了我国第一个 7 关节的协作机械臂 SCR5，其采用先进的传感器和控制系统，重复定位精度 0.02mm，可以在狭小或复杂的环境中工作，有高精度定位和运动控制能力，可实现自动化检测过程。节卡机器人成立于 2014 年，主要聚焦于协作机器人的创新研发，在 2017 年推出 JAKA Zu 系列无线协作机械臂，机器人本身拥有可编程的安全控制系统和自主的环境感知能力，可用于要求精度高的 3C 检测装配领域。2020 年，节卡推出 JAKA All-in-one 共融系列协作机器人，融合了无线示教、图形化编程、视觉等技术，强调安全性的人机协作，适用于 3C 电子、医疗、物流等领域。2022 年，节卡机器人推出医学检测复合机器人，避免医生直接接触样本，配合医生完成核酸检测任务，提升

检测效率。



图 1-3 SCR5

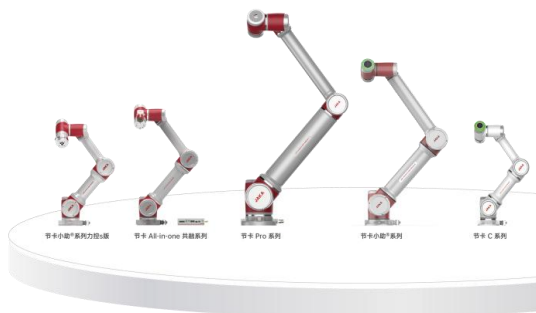


图 1-4 节卡协作机械臂

遨博公司创立于 2015 年，致力于轻型协作机械臂的研发，截至到 2023 年，已推出 i 系列、E 系列、C 系列机器人和海纳系列移动式协作机器人，其中 i 系列机械臂具有拖动示教、离线编程等功能，适用于 3C 制造业、医疗健康、汽车制造业等行业。E 系列机器人专门面向教学实训的产品，可配合相机搭建视觉分拣实验平台。C 系列机器人是面向服务行业而生产的产品，一体化关节模块设计，快速部署，具有高拓展性。海纳系列是集协作机械臂、移动地盘、相机、末端夹具等设备于一体的移动式协作机器人。

近几年，机器人技术在新能源汽车、锂电池、光伏等新兴产业中的应用不断扩展，2015 年至 2021 年我国产出 36.6 万台工业机器人，同比增长了 10 倍，在 2022 年中国的工业机器人产业收入达到 1700 亿元，2023 年 1 月至 6 月我国的工业机器人产量为 22.2 万台，同比增长了 5.4%，服务机器人产量达到 353 万台，同比增长了 9.6%。由于减速器、控制器、驱动电机等机器人核心技术基本都掌握在美国和日本的手中，而国内机器人相关技术起步较晚，与国外存在不少的差距，但随着近几年国家政策的扶持和机器人技术的大量投入，相信未来不久，我国能突破机器人前沿技术，使机器人具备仿生感知、高智能、更高精度的能力。

1.3 机械臂轨迹跟踪控制方法概况

轨迹跟踪控制是机械臂运动规划领域的核心问题，其控制目标是使机械臂能够以理想的动态质量精确地跟踪所设定的期望轨迹，或将其平稳的到达所指定的位置^[3-4]，通常，大多数情况下都需要机械臂具备精确、快速的轨迹跟踪能力来完成控制目标。在过去的几十年里，学者们提出了许多跟踪控制方法，其中最为

常见的是线性控制方法^[5-6]，忽略控制系统的非线性性质将其近似为具有线性关系的闭环系统，然而，机械臂控制是一个具有多输入多输出的复杂系统，它的运动方程是高度耦合和复杂的^[7]，无法精准的估计其模型参数。为了应对机械臂存在的不确定性问题，目前常用的控制方法包括 PID 控制、自适应控制、反步控制、滑模控制和基于神经网络控制等：

(1) PID 控制

PID 控制不需要建立系统的数学模型，便可以取得良好的控制效果，是应用最为广泛的控制策略。若在机械臂控制系统中仅使用单一的 PID 控制方法，可能无法精确地完成控制目标，这是因为机械臂各个关节之间存在难以准确测量的相互作用力，会影响 PID 参数的整定，不能满足机械臂非线性动态性能，且在实际运行过程中需要较大的初始力矩，会给机械臂本体带来不利影响。因此，在设计控制器时，经常会对 PID 控制算法进行改进或结合其他控制算法。Kumar 等^[8]针对高度非线性耦合的多输入多输出三连杆机械臂轨迹跟踪问题，提出了一种分数阶自整定模糊 PID 控制方法，并通过布谷鸟搜索算法，与分数阶模糊 PID 和整数阶自整定模糊 PID 控制器相比较，仿真结果表明该控制器在执行轨迹跟踪任务时能够提高抗干扰能力、抑制噪声和补偿模型不确定性。为了实现 Delta 型机械臂的跟踪控制，Angel 等^[9]将分数阶 PID 控制器和计算转矩控制策略相结合，首先使用最小二乘法对动力学模型进行参数辨识，其次利用计算出的转矩控制策略获得系统的线性模型，再根据这个线性模型设计了分数阶 PID 控制器，并与整数阶 PID 控制器以及计算的转矩控制策略进行对比，来验证所提方法对外部干扰的强鲁棒性。在机械臂实际作业时，通常都会涉及到有效载荷的变化，针对这个问题，Lee 等^[10]提出了一种简单、无模型的自适应 PID 控制方法，其控制效果优于传统的 PID 控制。Wang 等^[11]采用强化学习和 PID 控制来跟踪移动机器人的所需轨迹，有效降低强化学习奖励函数的计算复杂度，提高系统抗干扰能力和跟踪精度。

(2) 自适应控制

自适应控制是通过不断地将系统期望状态与实际控制状态作比较来估计系统模型不确定部分，由此设计自适应律来消除状态比较误差，实时调整控制器结构，使系统的控制性能最优或达到满意状态。

自适应控制适用于经常保持高性能指标的一类系统,其稳定性、收敛性和鲁棒性的理论知识有待完善。为了解决平面二自由度机械臂存在未知或缓慢变化的系统参数问题,杨程琦^[12]将反步滑模技术和自适应鲁棒控制算法相结合,设计了一种自适应滑模控制算法,使得机械臂末端能够有效完成对不同期望轨迹的跟踪控制。为了提高机器人轨迹跟踪精度,霍祥^[13]提出了自适应参数 PD 控制算法和自适应模糊动态面控制方法,其中自适应控制律用以补偿系统动态模型不确定性和外部扰动,最后在 ER10-C60 型机器人上进行了实验验证。Wang 等^[14]研究了具有封闭架构和参数不确定性的机械臂自适应控制,通过利用机器人动力学的向前步进法和反向形式的输入-输出特性,确保闭环系统的稳定性和收敛性。由于机器人是非线性的,线性控制器无法保证它们在与线性化点大偏差下的稳定性,另外机器人也易受到其结构或负载变化的影响,容易导致平衡点角度的随机偏差。为了解决这些问题,Su 等^[15]提出了一种自适应非线性控制算法,首先根据机器人动力学模型,设计了用于自平衡和运动控制的非线性级联控制器,随后根据机器人输入和输出相关数据,构造自适应律实时修改控制器参数,以提高系统稳定性,最后利用自适应零偏移角识别算法来补偿机器人重心偏差。

(3) 反步控制

反步控制方法适用于非线性系统的在线控制,系统能够在动态变化过程中根据当前状态灵活调整,确保按照预设的参考状态轨迹运行。目前,反步控制方法已广泛用于机器人的轨迹跟踪控制中^[16-19],但是在反步设计过程中可能会存在维数膨胀的问题,从而加大了系统计算量。另外,用于高阶非线性系统时,传统的反步控制方法在设计过程中需要对虚拟控制器进行重复差分运算,从而导致出现复杂性爆炸问题,限制了其在机器人控制领域的发展和应用。针对这个问题,Swaroop 等^[20]首次提出了动态面控制策略,该方法通过一阶低通滤波器消除了传统反步控制中的高阶微分信号,有效解决了微分爆炸问题。Yoo^[21]将自适应算法应用到动态面控制中,在每个子系统反步推导过程中应用一阶线性滤波器,以放宽积分器反步控制的限制。值得注意的是,动态面控制方法会存在滤波误差,在一定程度上可能会降低系统控制性能。因此,构建了一种带有滤波误差补偿系统的命令滤波反步控制方法^[22]。Ling 等^[23]为具有饱和输入的单连杆机器人设计了自适应动态面控制方案,并在此基础上,提出一种新的自适应模糊命令滤波反步

控制方法用于双连杆机器人的轨迹跟踪控制。

反步控制方法虽然能够保证跟踪控制的全局稳定性,但其抗扰性能差,依赖系统模型。许多学者在自适应控制系统中结合反步法,从而产生了自适应反步控制方法,使系统具有良好的自适应能力和鲁棒性,但它的控制器设计较为复杂,且运行时间长。因此,基于上述研究,学者们又提出了自适应反步滑模控制和无模型反步控制,其中自适应反步滑模控制增加了滑模面,避免系统受到参数快速变化和不确定性的影响,而无模型反步控制建立超局部模型的干扰估计,根据 Lyapunov 稳定性定理,确保闭环系统的全局渐近收敛。

(4) 滑模控制

滑模控制是通过适当的设计一个滑模面来控制系统状态快速、准确地运动到该面上,系统状态会根据此滑模面进行滑动和调节,从而实现系统的精确控制。该方法对模型不确定性和外部扰动具有较强的鲁棒性,能够实现对系统状态控制的快速响应,适用于对系统动态性能要求较高的场景。

滑模控制具有切换项,其滑模动力学可以设计,相对于其他一些复杂的控制方法,滑模控制的实现相对简单,因此在机器人控制中得到了广泛应用^[24-25]。Zhang 等^[26]构建了非奇异固定时间滑模控制器,确保滑动变量和跟踪误差在固定时间内全局收敛到原点,对于具有不确定动力学和有界外部扰动的非线性机械臂跟踪系统,所设计的控制器具有更快的瞬态响应和更高的稳态跟踪精度,且其达到稳定状态时间不受机械臂初始状态的影响。滑模中切换增益的设计,会导致系统状态在滑模面邻域穿越地趋近平衡点,从而产生抖振现象^[27],这也是滑模控制方法应用于机械臂轨迹跟踪控制的主要障碍。Wang 等^[28]介绍了机械臂的自适应增量滑模控制方案,其中滑模面是基于半正定势垒 Lyapunov 函数设计的,它可以防止切换增益被高估或低估,保守设置边界,避免影响跟踪精度和系统稳定性,另外引入自适应参数来调节开关增益,当滑动变量偶尔超过设定值时,系统仍然保持稳定。与一阶滑模控制相比,二阶滑模控制更平滑,性能更好,终端滑模控制在实际应用中具有有限时间收敛性或固定时间稳定性^[29]。Liang 等^[30]将二阶快速非奇异终端滑模控制方法和自适应神经控制策略相结合,来处理模型不确定性和干扰,避免奇异点,实现更快的收敛和减小系统抖振,最后在双连杆单臂机械臂上进行仿真,以验证所设计控制器的优越性。

(5) 神经网络控制

神经网络控制技术与传统控制技术不同，它是一项复杂的系统控制技术，对难以精确获得系统模型的复杂非线性对象进行在线逼近模型不确定项。神经网络的各个神经元可以同时进行计算，这使得神经网络具有高效的计算能力，可以处理较为复杂的数据和任务。

近年来，许多学者对神经网络方法在机器人控制中的应用进行了详细的研究^[31-34]。神经网络控制通常被用来近似系统的不确定非线性函数，因为它能够在紧集上以任意精度逼近任何连续函数^[35-36]。于欣波等^[37]在假设模型已知的前提下，设计了含有扰动观测器估计补偿的模型控制器，并对闭环系统进行了稳定性分析；在考虑模型未知的情况下，设计了自适应神经网络跟踪控制器，其中神经网络用于逼近不确定项，最后在 **Baxter** 机器人实验平台完成实验验证。**He** 等^[38]针对具有全状态约束的不确定机器人系统设计了自适应神经网络控制器，自适应神经网络用来处理不确定性和外部扰动，以提高系统的自适应能力和跟踪性能，并利用障碍函数确保闭环系统的一直有界性。**Sun** 等^[39]利用径向基函数神经网络控制器来比较期望状态与实际状态，并将差异值反馈给控制器以进行补偿。**Wu** 等^[40]将固定时间理论，基于模型的控制方法和神经网络方法相结合，解决具有输入死区和延迟约束的机械臂模型不确定性问题，并引入调节神经网络训练的附加项来修正更新律，以提高神经网络的学习率，最后利用 **Lyapunov** 稳定性理论证明了神经网络权值能在固定时间内收敛到零的小邻域。

在实际的轨迹跟踪控制任务中，单一的控制算法会存在一些不足，如 **PID** 控制适用于线性系统，用于非线性系统难以保证跟踪精度；自适应控制在系统稳定性、收敛性和鲁棒性方面的分析较困难，通常与其他控制方法相结合使用；单纯的反步控制很难应用到实际控制中，它依赖于设计的虚拟控制量和 **Lyapunov** 函数，而在实际工程中，虚拟控制量的某些项是不可知、难以测量的；滑模控制存在超调、抖振等问题；单独的神经网络控制收敛速度较慢，对于不确定性较大的机器人系统控制难度较高。因此，大多数学者将上述几种控制方法相结合，并在机械臂轨迹跟踪控制中表现出更好的控制效果。**Wu** 等^[40]提出了一种固定时间神经网络控制方法，利用神经网络逼近机械臂动态模型不确定性，然后设计一个自适应律来补偿输入死区，提高了系统自适应能力。**张蕾**等^[41]为了提高机械臂轨

迹跟踪精度,设计了非奇异积分终端滑模控制器,并结合自适应控制方法以消除饱和特性的影响,解决了机械臂输入饱和及复合干扰降低跟踪性能的问题。赵超阳^[42]针对传统滑模控制存在的抖振问题进行了研究,首先结合扰动观测器和有限时间理论设计了一种非奇异终端滑模控制策略,有效提高了机械臂跟踪控制的鲁棒性,接着提出一种自适应滑模控制方法,利用自适应技术逼近不确定性的上界。何野^[43]将神经网络控制、自适应控制和滑模控制相结合构造了一种复合控制器,并在控制器中加入了鲁棒控制项,在提高系统自适应能力同时增强系统鲁棒性。刘跃跃^[44]考虑到机器人的自主控制性能和存在动态不确定性问题,提出了一种自适应神经网络控制器,并在机器人实验平台获得了较好的实验效果。

1.4 本文的主要研究内容

本文的目的是为存在模型不确定和外部扰动的机械臂设计高精度的轨迹跟踪算法。本文内容结构框架如图 1-5 所示,各章节安排如下:

第 1 章:绪论。首先介绍了本文的研究背景、机械臂的国内外发展历史和发展趋势。其次对机械臂轨迹跟踪控制方法进行了着重介绍,并分析了其优劣性。最后概括了本文的主要研究内容和各章节内容安排。

第 2 章:机械臂动力学模型及相关理论。首先给出了 n 自由度机械臂动力学方程,然后根据机械臂模型设计了跟踪控制律,并通过仿真验证了动力学方程的准确性。最后介绍了本文后面章节所需要的相关引理和 Lyapunov 稳定性定义与理论分析。

第 3 章:基于反步法的有限时间轨迹跟踪控制。将模型不确定性和外部干扰看作为集总扰动,基于有限时间理论,构造了一种有限时间扰动观测器,实现对集总扰动的精确估计,在此基础上,结合反步法设计了跟踪控制律,并利用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统全局有限时间稳定。通过对比数值模拟证明了控制方案的有效性。

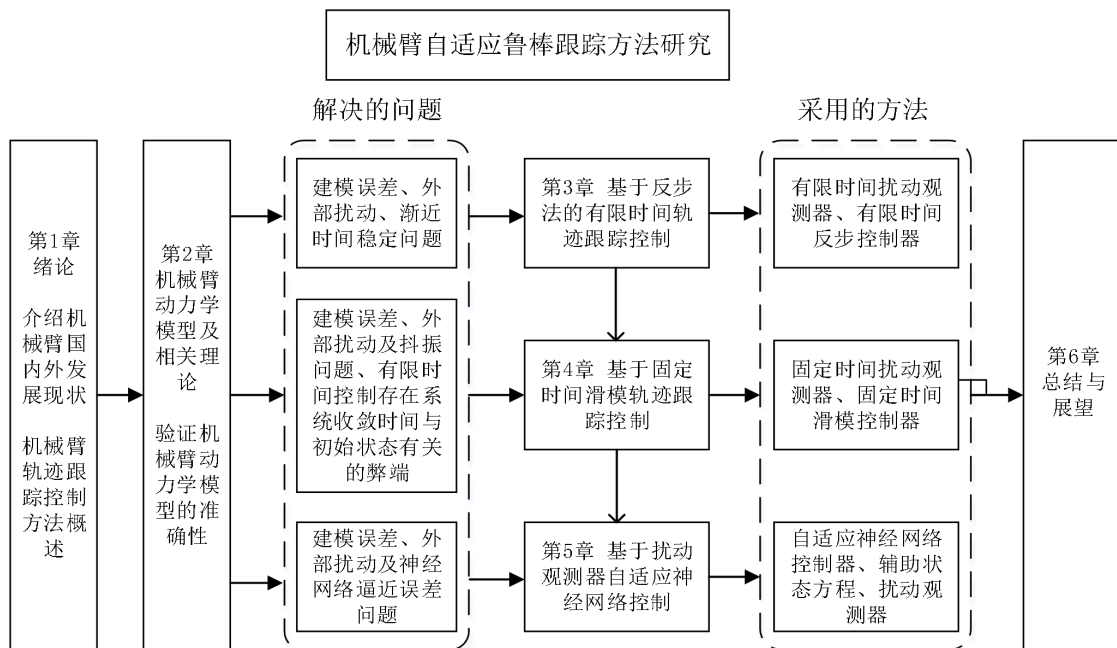


图 1-5 论文内容结构框图

第 4 章：基于固定时间滑模轨迹跟踪控制。针对第 3 章控制方案中有限时间控制无法提前获得系统收敛时间的缺点，设计了一种基于固定时间扰动观测器的固定时间滑模控制，利用稳定性理论，证明了观测器和控制器的稳定性，并通过对比仿真，验证了该控制方法的合理性和固定时间收敛特性。

第 5 章：基于扰动观测器自适应神经网络控制。为了更精确地处理对模型不确定性，在第 3 章和第 4 章的研究基础上，引入了神经网络控制，并利用反步法推导控制器时，加入了积分滑模面，以减小系统稳态误差。考虑到自适应神经网络控制器已对不确定项进行逼近处理，故重新改写状态方程，然后设计了一种新的扰动观测器来在线估计神经网络的逼近误差和系统外部扰动，为控制器提供实时补偿。最后通过设计 Lyapunov 函数进行了稳定性分析，并在机械臂模型上进行了仿真对比实验，验证了该控制策略的优越性。

第 6 章：总结与展望。总结了本文使用的研究方法和取得的成果，针对本文工作存在的不足，对机械臂轨迹跟踪控制的未来研究进行了展望。

第2章 机械臂动力学模型及相关理论

机械臂动力学描述了机械臂各关节角度、角速度和加速度与关节输入力矩之间的关系，是实现机械臂轨迹跟踪控制和分析系统动态性能的重要依据。从控制工程的角度上来看，机械臂系统是一个复杂的非线性系统，具备强耦合性和多输入多输出的特性，在实际应用中，由于参数摄动、外部环境干扰、关节摩擦等多种不确定因素的存在，精准的动力学模型难以获得。因此，在设计机械臂跟踪控制器时，需要先对所建立的机械臂动力学模型进行验证，以保证后续控制系统设计的合理性和可行性。

2.1 机械臂动力学模型

n 自由度机械臂动力学方程的一般形式为：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2-1)$$

式中， $q, \dot{q}, \ddot{q} \in R^n$ 分别表示机械臂关节的位置、速度和加速度； $M(q) \in R^{n \times n}$ 为机械臂惯性矩阵； $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ 表示机械臂科氏力矩矩阵； $G(q) \in R^n$ 表示机械臂重力矩向量； $\tau \in R^n$ 为机械臂系统的控制输入矢量。

然而在实际工程中，机械臂容易受到外界环境的干扰（如机械臂连杆长度、质心位置等在测量过程中产生的测量误差、机械臂各关节之间存在的摩擦和外部扰动因素等），这使得机械臂在进行轨迹跟踪任务时不能达到所需的精度，影响系统的稳定，可能会损伤机械臂，甚至出现安全问题。本文考虑到以上不确定因素的干扰，将动力学方程式(2-1)写成完整表述形式：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - J^T(q)f(t) \quad (2-2)$$

其中， $J(q)$ 为雅可比矩阵， $f(t) \in R^n$ 表示外部人类或环境施加的约束力。假设非线性项 $f(t)$ 是受约束、有界的和变化缓慢的，存在一个正常数 $\bar{f}$ ，使得 $\|f(t)\| \leq \bar{f}$ 。由于机械臂物理结构的限制，其关节角度和速度都是有界的，与周围环境之间的相互作用力也是有界的，因此，其模型误差、期望轨迹和扰动都是有界的。所以上述假设是合理的。另外，机械臂与外界相互作用力的持续时间极

短，不影响系统的整体收敛性，只对操作期间扰动的估计值或跟踪误差有一定的影响。

式(2-2)所示的机械臂动力学模型具有如下性质：

$M(q)$ 为正定对称矩阵， $M(q) - 2C(q, \dot{q})$ 为斜对称矩阵， $\forall A \in R^n$ ，满足如下不等式：

$$A^T (M(q) - 2C(q, \dot{q})) A = 0 \quad (2-3)$$

2.2 机械臂动力学模型的验证

2.2.1 控制律设计

本节设计了一个基于指数趋近律的滑模控制律来迫使机械臂跟踪期望轨迹，以验证 2.1 节机械臂动力学模型的准确性。

假设系统的位置跟踪误差为：

$$e = q - q_d \quad (2-4)$$

式中， $q_d = [q_{d1}, \dots, q_{dn}]^T$ 为二阶可导的期望轨迹。

对上式进行求导可得：

$$\dot{e} = \dot{q} - \dot{q}_d \quad (2-5)$$

设计滑模面为：

$$s = ce + \dot{e} \quad (2-6)$$

式中， $c > 0$ 。

根据式(2-2)，可得：

$$\ddot{q} = M^{-1}(q) [\tau - J^T(q)f(t) - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] \quad (2-7)$$

对式(2-6)求导：

$$\begin{aligned} \dot{s} &= c\dot{e} + \ddot{e} \\ &= c\dot{e} + \ddot{q} - \ddot{q}_d \\ &= c\dot{e} + M^{-1}(q) [\tau - J^T(q)f(t) - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] - \ddot{q}_d \end{aligned} \quad (2-8)$$

指数趋近律选取为：

$$\dot{s} = -\eta \operatorname{sgn}(s) - ks \quad (2-9)$$

式中， η 和 k 均为正常数。

将式(2-8)和式(2-9)合并，可得：

$$\tau = M(q)[\ddot{q}_d - c\dot{e} - \eta \operatorname{sgn}(s) - ks] + J^T(q)f(t) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (2-10)$$

为了证明所设计控制律满足控制要求，选择 Lyapunov 函数为：

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (2-11)$$

对上式求导，并将式(2-9)和(2-10)代入可得：

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} \\ &= s^T (c\dot{e} + M^{-1}(q)[\tau - J^T(q)f(t) - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] - \ddot{q}_d) \\ &= s^T (-\eta \operatorname{sgn}(s) - ks) \\ &= -\eta |s| - s^T ks \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (2-12)$$

2.2.2 仿真验证

接下来将在二自由度机械臂模型上验证动力学模型的准确性，双关节机械臂示意图如图 2-1 所示。

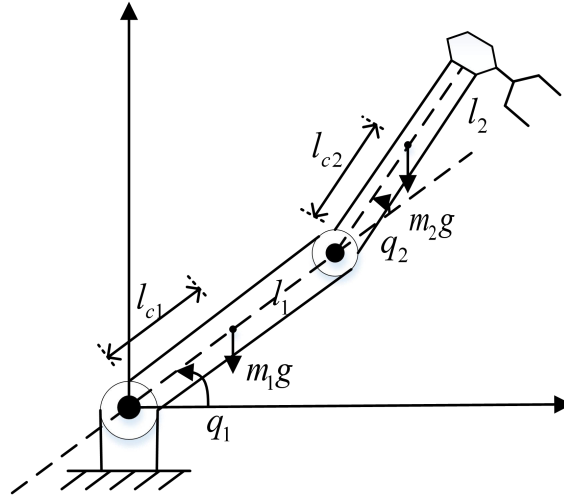


图 2-1 双关节机械臂示意图

式(2-2)中的机械臂动力学方程相关系数矩阵如下：

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

式中，

$$M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2$$

$$M_{12} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2$$

$$M_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$C_{11} = -m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_2 \sin q_2$$

$$C_{12} = -m_2 l_1 l_{c2} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2$$

$$C_{21} = m_2 l_1 l_{c2} \dot{q}_1 \sin q_2$$

$$C_{22} = 0$$

$$G_{11} = (m_1 l_{c2} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2)$$

$$G_{21} = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2)$$

$$J_{11} = -(l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2))$$

$$J_{12} = -l_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$J_{21} = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$J_{22} = l_2 \cos(q_1 + q_2)$$

机械臂相关参数如表 2-1 所示：

表 2-1 机械臂参数表

符号	数值	符号	数值
m_1	2.00kg	m_2	0.85kg
l_1	0.35m	l_2	0.31m
I_1	$6.1 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$	I_2	$2.0 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$

控制律参数选取为： $c = 15$ ， $\eta = 5$ ， $k = 10$ ， 外部扰动为 $f(t) = [\sin(t); \cos(t)]$ 。

设定期望轨迹为 $q_d = [0.15; 0.1] \text{ (rad)}$ ， 系统初始状态为 $q_1(0) = q_2(0) = 0$ 。 仿真效果如图 2-2 至图 2-3 所示。两关节可以在短时间内追踪上期望轨迹， 且一直

保持在期望轨迹上。

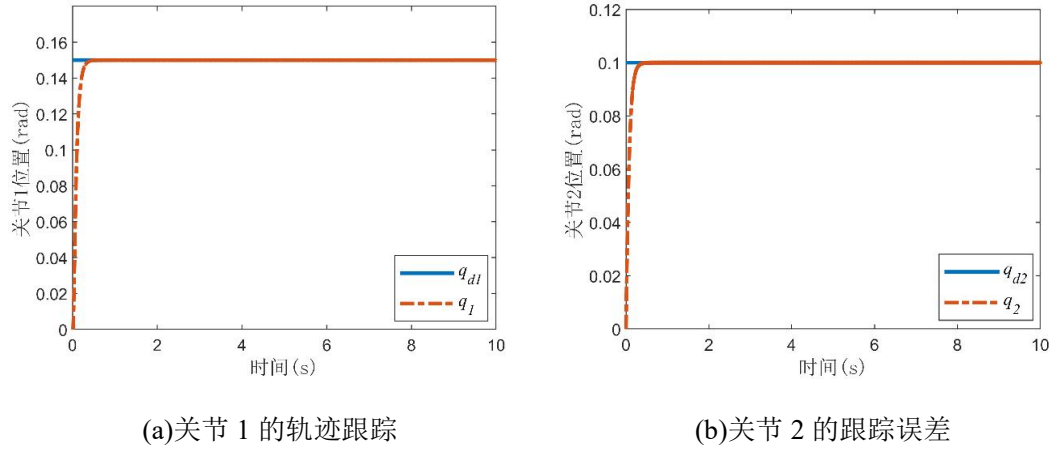


图 2-2 关节 1 和关节 2 的轨迹跟踪

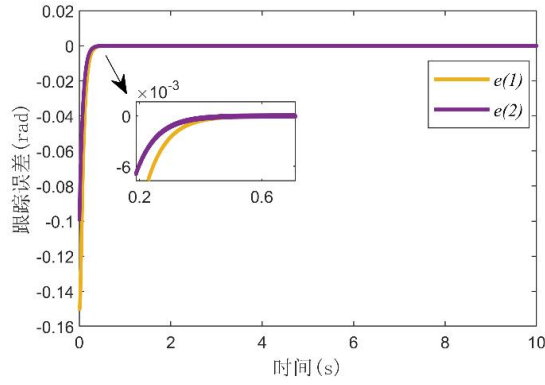


图 2-3 关节 1 和关节 2 的跟踪误差

设定期望轨迹为 $q_d = [0.14t; 0.1t] \text{ (rad)}$ ，系统初始状态为 $q_1(0) = q_2(0) = -0.2$ 。仿真效果如图 2-4 至图 2-5 所示。

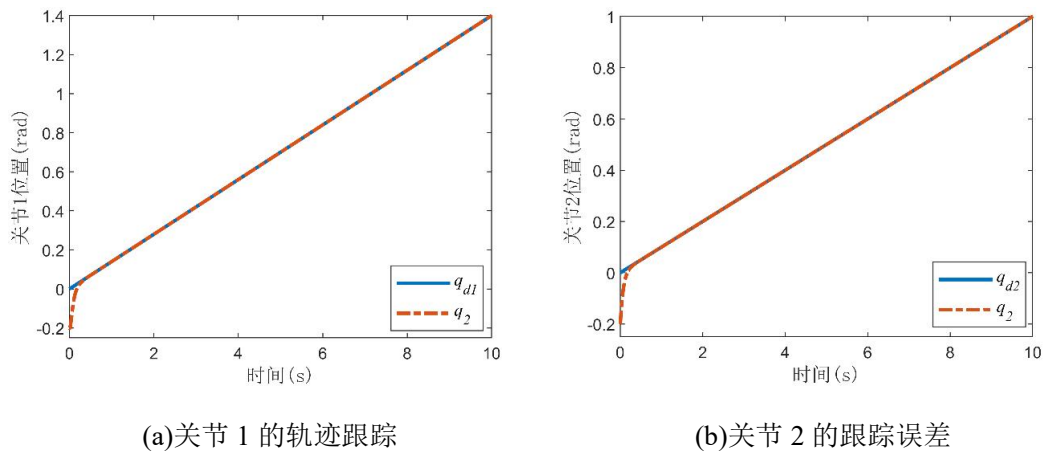


图 2-4 关节 1 和关节 2 的轨迹跟踪

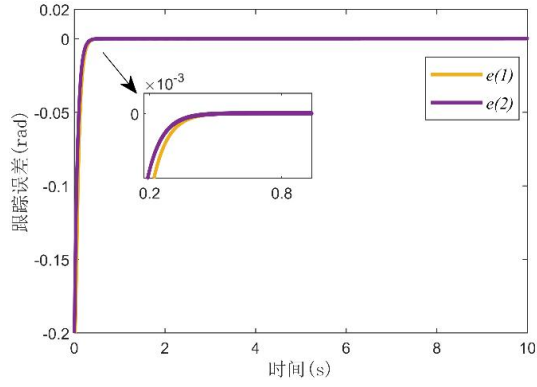
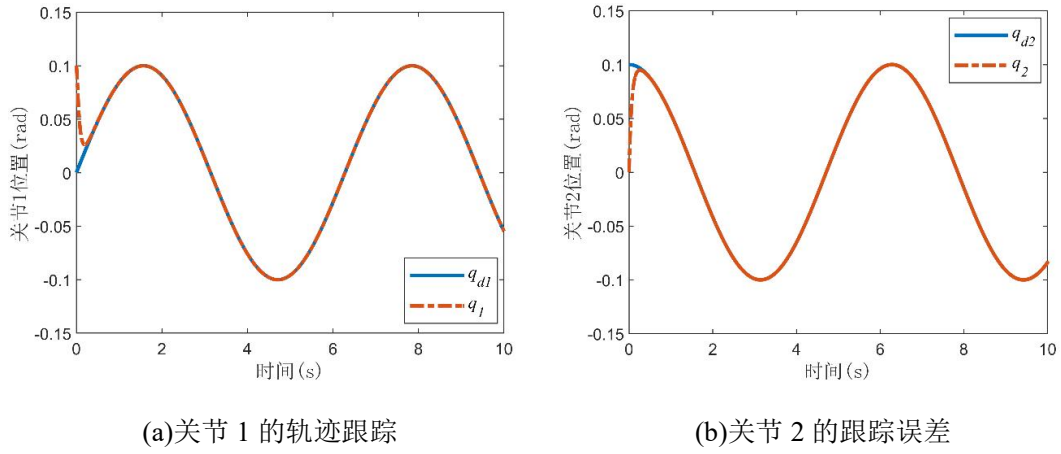


图 2-5 关节 1 和关节 2 的跟踪误差

设定期望轨迹为 $q_d = [0.1\sin(t); 0.1\cos(t)]$ (rad)，系统初始状态为 $q_1(0) = 0.1$ ， $q_2(0) = 0$ 。仿真效果如图 2-6 至图 2-7 所示。



(a)关节 1 的轨迹跟踪

(b)关节 2 的跟踪误差

图 2-6 关节 1 和关节 2 的轨迹跟踪

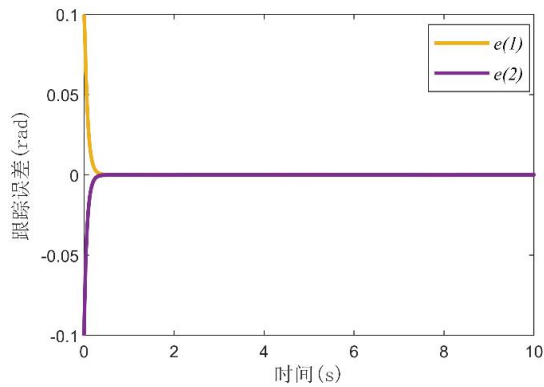


图 2-7 关节 1 和关节 2 的跟踪误差

由以上仿真结果可知，无论期望轨迹是常数值、线性曲线还是非线性曲线，

根据式(2-2)所设计的控制律，都能在较短时间内跟踪上期望轨迹，这也验证了机械臂动力学模型的准确性。

2.3 相关理论知识

本节介绍了相关引理和 Lyapunov 稳定性理论，为后面控制器的设计和保证系统稳定性做准备。

定义 2-1^[37]: 考虑广义非线性系统 $\dot{X} = f(X, t), X \in \mathbb{R}^n, t \geq t_0$ 。对于任意紧集 Ω_0 ，初始状态 $X(t_0) \in \Omega_0$ ，若存在常数 $\mu > 0$ 和时间常数 $T(\mu, X(t_0))$ ，对于任意 $t \geq t_0 + T(\mu, X(t_0))$ 都满足 $\|X(t)\| \leq \mu$ ，那么定义系统状态 $X(t)$ 是半全局一致有界的。

引理 2-1^[45]: 考虑如下非线性系统 $x(t) \in U_0 \subset \mathbb{R}^n$:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), \quad x(0) = x_0 \quad (2-17)$$

其中 $f(t, x(t))$ 为非线性函数， $x(0) = x_0$ 是系统初始状态。如果式(2-17)具有负齐次度且是渐近稳定的，则系统 $x(t)$ 有限时间稳定。

对于任意正常数有 $t_1 > 0, t_2 > 0, \Xi > 0, 0 < \zeta < 1$ ，存在连续正定函数 $V(x)$ ，当 $t > 0$ 时，满足如下条件：

(1) 对于任何 $x(t)$ ，均可满足：

$$\dot{V}(x) \leq -t_1 V(x) - t_2 V^\zeta(x) \quad (2-18)$$

则 $x(t)$ 系统是有限时间稳定， $V(x)$ 能够在有限时间 T 内收敛到 V_0 ，收敛时间 T 满足如下不等式：

$$T \leq \frac{1}{t_1(1-\zeta)} \ln \frac{t_1 V^{1-\zeta}(0) + t_2}{t_2} \quad (2-19)$$

(2) 考虑正定有界函数 $V(x)$ 满足：

$$\dot{V}(x) \leq -t_1 V(x) - t_2 V^\zeta(x) + \Xi \quad (2-20)$$

则系统 $x(t)$ 有限时间稳定，闭环系统误差信号能够在有限时间 T 内稳定在平衡点附近邻域内，收敛时间 T 满足如下不等式：

$$T \leq \max \left\{ t_0 + \frac{1}{\theta t_1(1-\zeta)} \ln \frac{\theta t_1 V^{1-\zeta}(0) + t_2}{t_2}, \right. \\ \left. t_0 + \frac{1}{t_1(1-\zeta)} \ln \frac{t_1 V^{1-\zeta}(0) + \theta t_2}{\theta t_2} \right\} \quad (2-21)$$

式中 $\theta \in (0,1)$, t_0 表示起始时刻。

引理 2-2^[26]: 考虑连续径向有界函数 $V: R^n \rightarrow R_+ \cup \{0\}$, 满足如下条件:

- (1) $V(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- (2) 对于任何 $x(t)$, 均可满足:

$$\dot{V}(x) \leq -c_1 V^p(x) - c_2 V^q(x) \quad (2-22)$$

其中, $c_1, c_2, p, q > 0$, $0 < p < 1$, $q > 1$ 。则系统在平衡点是固定时间收敛, 且收敛时间与系统的初始状态无关, 其满足如下不等式:

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{c_1(1-p)} + \frac{1}{c_2(q-1)} \quad (2-23)$$

- (3) 对于任何 $x(t)$, 均可满足:

$$\dot{V}(x) \leq -c_1 V^p(x) - c_2 V^q(x) + \mathcal{G} \quad (2-24)$$

则系统是实际固定时间收敛的, 存在正常数 $\theta \in (0,1)$, 使得收敛时间满足如下不等式:

$$T \leq T_{\max} = \frac{1}{c_1 \theta(1-p)} + \frac{1}{c_2 \theta(q-1)} \quad (2-25)$$

引理 2-3^[37]: 对于有界初始条件, 若存在连续正定 Lyapunov 函数 $V(x)$ 满足 $\kappa_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \kappa_2(\|x\|)$ (κ_1 和 κ_2 属于 K 类函数), 使得:

$$\dot{V}(x) \leq -\rho V(x) + C \quad (2-26)$$

其中, ρ 和 C 均是正常数, 那么解 $x(t)$ 一致有界。

常用 Lyapunov 理论来分析非线性机械臂系统的稳定性。考虑如下微分方程:

$$\dot{x} = f(x, t), \quad t \in [t_0, \infty] \quad (2-27)$$

其中, $x \in R^n$, $f(x, t)$ 是 n 维非线性函数。如果状态空间中存在 x_e , 满足 $f(x_e, t) = 0$, 那么称 x_e 是系统的一个平衡点, 若系统无外部扰动的影响, 系统会继续保持稳定。

假设空间中存在一个标量函数 $V(x)$, 且 $V(0) = 0$, $V(x)$ 具有一阶连续偏导数 $\dot{V}(x)$, 且满足条件:

- (1) $V(x)$ 正定, 即 $V(x) \geq 0$, 当且仅当 $x = 0$ 时等号成立。
- (2) $V(x)$ 正定, $\dot{V}(x)$ 半负定, 则称系统在 $x_e = 0$ 是全局稳定的。
- (3) $V(x)$ 正定, $\dot{V}(x)$ 负定, 则称系统在 $x_e = 0$ 是全局渐近稳定的。

2.4 本章小结

本章首先给出了带有外部扰动的 n 自由度机械臂动力学模型, 然后根据动力学方程设计了基于指数趋近律的滑模控制律, 并在二自由度机械臂模型上进行仿真, 验证了动力学模型的可靠性与准确性。最后介绍了本文所用到的定义、引理和 Lyapunov 稳定性理论, 为后续章节的机械臂轨迹跟踪控制设计工作打下了基础。

第3章 基于反步法的有限时间轨迹跟踪控制

3.1 引言

针对机械臂轨迹跟踪而提出的渐近时间收敛控制方法虽然可以完成控制目标,但其收敛时间无法计算,不利于机械臂的高精度跟踪控制。因此,为了保证系统跟踪误差在有限时间内收敛,众多学者提出了结合有限时间理论的控制方法。Wang 等^[46]利用有限时间观测器来在线估计难以测量的无人水面车运动速度,引入自适应模糊控制补偿系统未知参数,以准确调节姿态误差。Javier 等^[47]为具有不确定动力学、外部干扰和有界扭矩输入的机械臂,提出了有限时间控制方法,并将双曲正切函数特性和二阶滑模控制方法结合,构造了一种非奇异终端滑模的非线性控制算法,以保证信号连续有界,该控制器具有结构简单,不依赖于机械臂的动力学模型等优点。李新凯等^[48]提出了一种基于时变障碍 Lyapunov 函数和滑模控制器,并构建了有限时间动态尺度因子调节器,保证系统状态受约束条件的限制和误差系统有限时间稳定。王璐等^[49]为了减小航天器模型不确定性和未知外部扰动上界等对控制系统的影响,构造了一种基于滑模控制的有限时间自适应鲁棒控制。

近年来,反步控制在非线性系统控制方面取得了较好的效果,能够放宽非线性增长性条件和有效抑制匹配性约束。Chang 等^[17]将滤波技术与反步法相结合,提出了一种自适应模糊跟踪反步控制方法,来解决机械臂系统非线性函数和执行器饱和问题。Mai 等^[19]通过利用自适应律实时更新反步控制器的固定控制参数,为了放宽不确定性条件,设计了自适应鲁棒控制器作为补偿器。但上述方法只能保证系统渐近时间收敛,为了保证在有限时间内完成操作任务,Dong 等^[50]为非线性多智能体系统研究了有限时间自适应容错控制策略,在控制器设计时引入了一个任意小的正数,来解决由有限时间和反步设计相结合可能会引起“奇异”问题。Van 等^[51]基于积分非奇异快速终端滑模面和反步控制策略,开发了一种新的反步非奇异快速终端滑模控制器,具有高鲁棒性、快速跟踪响应和有限时间收敛等方面的优点。Yu 等^[52]利用虚拟控制信号和修正后的误差补偿信号,设计了一种有限时间反步控制策略,并在控制器中加入了滤波技术,避免传统反步法中的复杂

求导问题。

综上分析，本章在对机械臂轨迹跟踪控制研究的过程中，将反步技术和扰动观测器引入到有限时间控制中，利用观测器对系统不确定性和外部干扰进行估计，实现控制器对集总扰动的补偿，提高系统跟踪性能。

3.2 控制系统设计

3.2.1 有限时间扰动观测器设计

在本小节中，首先设计一个有限时间的扰动观测器，以对集总扰动进行精确估计，并为后续设计控制器提供观测后的估计值，实现跟踪控制。

考虑到机械臂动力学方程式(2-2)存在不确定性和外部扰动，为了便于控制设计，将式(2-2)改写为：

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - J^T(q)f(t) - \tau_e \quad (3-1)$$

其中， $\tau_e \in R^n$ 表示 $C(q, \dot{q})$ 和 $G(q)$ 中存在的 uncertainty。

定义 $x_1 = q$ ， $x_2 = \dot{q}$ ，则可将机械臂动力学方程重写为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i \end{cases} \quad (3-2)$$

其中， $\varpi_i = -M^{-1}(J^T(x)f(t) + \tau_e)$ 表示由模型不确定性和外部扰动构成的集总扰动项。

假设 3-1: 非线性项 $f(t)$ 是受约束且变化缓慢的有界函数，它满足 $\|f(t)\| \leq \bar{f}$ ， $\bar{f}$ 为正常数。

假设 3-2: 集总扰动 ϖ_i 是有界的，且满足 $\|\varpi_i\| \leq \bar{\varpi}$ ， $\bar{\varpi}$ 是正常数。

机械臂与其周围环境之间的相互作用力是模型外部扰动的主要原因，由于机械臂物理结构的约束，机械臂的关节位置 q 、速度 $\dot{q}$ 和加速度 $\ddot{q}$ 都是有界的，所以它的模型误差和扰动都是有界的，因此假设 3-1 和假设 3-2 是合理的。

定义一个辅助变量 $\Pi \in R^n$ ，具体形式如下：

$$\Pi = x_2 - \chi \quad (3-3)$$

其中， χ 为待设计的函数变量，其导数的表达式如下：

$$\dot{\chi} = \lambda_1 \Pi + \lambda_2 \Pi^\zeta + \lambda_3 \text{sig}(\Pi) + M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + \tau] \quad (3-4)$$

式中, λ_1 、 λ_2 和 λ_3 是正常数, ζ 满足 $0 < \zeta < 1$ 。

根据式(3-2)至式(3-4), 对式(3-3)求导可得:

$$\begin{aligned}\dot{\Pi} &= \dot{x}_2 - \dot{\chi} \\ &= M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i - \\ &\quad \lambda_1 \Pi - \lambda_2 \Pi^\zeta - \lambda_3 \text{sig}(\Pi) - M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + \tau] \\ &= -\lambda_1 \Pi - \lambda_2 \Pi^\zeta - \lambda_3 \text{sig}(\Pi) + \varpi_i\end{aligned}\quad (3-5)$$

基于以上分析, 可以将有限时间扰动观测器构造为:

$$\hat{\varpi}_i = \lambda_1 \Pi + \lambda_2 \Pi^\zeta + \lambda_3 \text{sig}(\Pi) \quad (3-6)$$

定义观测器的估计误差为 $\tilde{\varpi}_i = \hat{\varpi}_i - \varpi_i$, 则有:

$$\begin{aligned}\tilde{\varpi}_i &= \lambda_1 \Pi + \lambda_2 \Pi^\zeta + \lambda_3 \text{sig}(\Pi) \\ &\quad + M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] - \dot{x}_2 \\ &= \dot{\chi} - \dot{x}_2 = -\dot{\Pi}\end{aligned}\quad (3-7)$$

由式(3-7)可知, 如果 $\dot{\Pi}$ 收敛, 可确保 $\tilde{\varpi}_i$ 收敛。

定理 3-1: 式(3-6)构造的扰动观测器可以保证系统在稳定时间 T_1 内对集总扰动 ϖ_i 精确估计, 且 $\tilde{\varpi}_i = 0$ 。

证明: 构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \Pi^T \Pi \quad (3-8)$$

对式(3-8)求导, 可得:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \Pi^T \dot{\Pi} \\ &= \Pi^T [-\lambda_1 \Pi - \lambda_2 \Pi^\zeta - \lambda_3 \text{sig}(\Pi) + \varpi_i] \\ &= -\lambda_1 \Pi^T \Pi - \lambda_2 \Pi^T \Pi^\zeta - \lambda_3 \Pi^T |\Pi| \text{sgn}(\Pi) + \Pi^T \varpi_i \\ &\leq -\lambda_1 \Pi^T \Pi - 2^{\frac{1+\zeta}{2}} \lambda_2 \left(\frac{1}{2} \Pi^T \Pi\right)^{\frac{1+\zeta}{2}} - \lambda_3 \Pi^T \Pi + \frac{1}{2} \Pi^T \Pi + \frac{1}{2} \varpi_i^T \varpi_i \\ &\leq -2\left(\lambda_1 + \lambda_3 - \frac{1}{2}\right) V_1 - \lambda_3 2^{\frac{1+\zeta}{2}} V_1^{\frac{1+\zeta}{2}} + \Xi\end{aligned}\quad (3-9)$$

其中, $\lambda_1 + \lambda_3 \geq \frac{1}{2}$, $\Xi = \frac{1}{2} \bar{\varpi}^2$ 。

根据引理 2-2 可知, 观测系统 Π 是实际有限时间收敛的, 其收敛时间 T_1 对于任意的常数 $0 < \theta_1 < 1$ 都满足:

$$T_1 \leq \max \left\{ t_0 + \frac{1}{\theta_1 t_1 (1-\zeta)} \ln \frac{\theta_1 t_1 V^{1-\zeta}(0) + t_2}{t_2}, \right. \\ \left. t_0 + \frac{1}{t_1 (1-\zeta)} \ln \frac{t_1 V^{1-\zeta}(0) + \theta_1 t_2}{\theta_1 t_2} \right\} \quad (3-10)$$

根据上述讨论，当 $t \geq T_1$ 时，有 $V_1 \equiv 0$ ， $\dot{V}_1 \equiv 0$ 和 $\dot{\Pi} = 0$ ，进一步有 $\tilde{\omega}_i = 0$ 。因此，所设计的扰动观测器可以在有限时间 T_1 内快速且精准地估计集总扰动。

证明完毕。

3.2.2 有限时间反步控制器设计

控制设计目标：构造在有限时间内收敛的反步控制器，并结合上第 3.2.1 节所设计的有限时间扰动观测器作为集总扰动补偿，设计控制律 τ ，保证机械臂能在有限时间内追踪上期望轨迹。机械臂系统跟踪控制方案框图如图 3-1 所示。

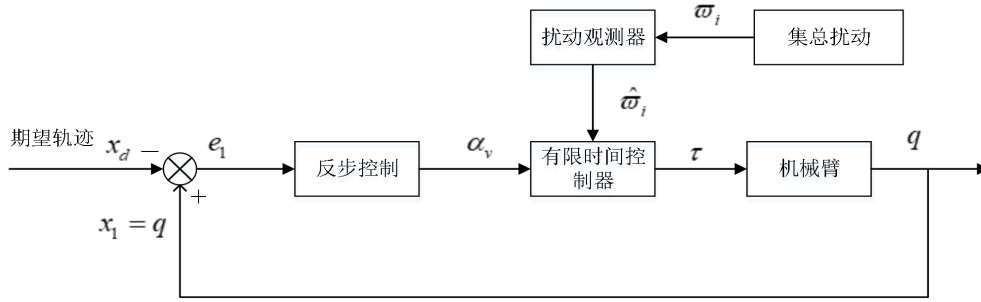


图 3-1 控制系统图

分为以下两个步骤来设计总控制器：

(1) 首先设计一个运动学控制器来跟踪虚拟轨迹。

定义系统位置跟踪误差为：

$$e_1 = x_1 - x_d \quad (3-11)$$

其中， $x_d(t) = [q_{d1}(t), \dots, q_{dn}(t)]^T$ 为所设定的有界期望轨迹。

对上式求导得：

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d \quad (3-12)$$

运动学控制器 α_v 设计为：

$$\alpha_v = \dot{x}_d - k_1 e_1 - k_2 e_1^\beta \quad (3-13)$$

式中， k_1 和 k_2 均为正常数， $0 < \beta < 1$ 。

为了证明 e_1 的收敛性, 选择 Lyapunov 函数为:

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^T e_1 \quad (3-14)$$

根据式(3-12)和式(3-13), 对 V_2 求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_1^T \dot{e}_1 \\ &= e_1^T (x_2 - \dot{x}_d) \\ &= e_1^T (-k_1 e_1 - k_2 e_1^\beta) \\ &= -k_1 e_1^T e_1 - k_2 e_1^T e_1^\beta \\ &\leq -2k_1 \left(\frac{1}{2} e_1^T e_1 \right) - k_2 2^{\frac{\beta+1}{2}} \left(\frac{1}{2} e_1^T e_1 \right)^{\frac{\beta+1}{2}} \\ &\leq -2k_1 V_2 - k_2 2^{\frac{\beta+1}{2}} V_2^{\frac{\beta+1}{2}} \\ &= -\iota_1 V_2 - \iota_2 V_2^{\frac{\beta+1}{2}} \end{aligned} \quad (3-15)$$

式中, $\iota_1 = 2k_1$, $\iota_2 = k_2 2^{\frac{\beta+1}{2}}$ 。

由引理 2-1 可知, 位置跟踪误差 e_1 将在有限时间 T_2 内到达稳定状态, T_2 可由下式来表示:

$$T_2 \leq \frac{1}{\iota_1(1-\zeta)} \ln \frac{\iota_1 V^{1-\zeta}(0) + \iota_2}{\iota_2} \quad (3-16)$$

(2) 设计一个动力学控制器来跟踪系统(1)中的运动学控制器。

定义速度跟踪误差为:

$$e_2 = x_2 - \alpha_v \quad (3-17)$$

根据式(3-2), 对上式求导可得:

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_v = M^{-1}(x_1) [\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i - \dot{\alpha}_v \quad (3-18)$$

控制律 τ 可以设计为如下结构:

$$\tau = M(x_1) [-k_3 e_2 - k_4 e_2^\beta - \hat{\varpi}_i + \dot{\alpha}_v] + C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) \quad (3-19)$$

式中, k_3 和 k_4 均为正常数, 且 $k_3 > 0.5$ 。

为了验证系统 e_2 的收敛性, 选择如下 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} e_2^T e_2 \quad (3-20)$$

根据式(3-13)，对式(3-15)求导可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &= e_2^T \dot{e}_2 \\
 &= e_2^T (M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i - \dot{\alpha}_v) \\
 &= e_2^T (M^{-1}(x_1)[M(x_1)[-k_3 e_2 - k_4 e_2^\beta - \hat{\varpi}_i + \dot{\alpha}_v]] + \varpi_i - \dot{\alpha}_v) \\
 &= e_2^T (-k_3 e_2 - k_4 e_2^\beta - \hat{\varpi}_i + \varpi_i) \\
 &= -k_3 e_2^T e_2 - k_4 e_2^T e_2^\beta - e_2^T \tilde{\varpi}_i \\
 &\leq -(2k_3 - 1) \left(\frac{1}{2} e_2^T e_2 \right) - k_4 2^{\frac{\beta+1}{2}} \left(\frac{1}{2} e_2^T e_2 \right)^{\frac{\beta+1}{2}} + \frac{1}{2} \bar{\varpi}^2 \\
 &\leq -(2k_3 - 1) V_3 - k_4 2^{\frac{\beta+1}{2}} V_3^{\frac{\beta+1}{2}} + \Xi \\
 &\leq -\iota_3 V_3 - \iota_4 V_3^{\frac{\beta+1}{2}} + \Xi
 \end{aligned} \tag{3-21}$$

其中， $\iota_3 = 2k_3 - 1$ ， $\iota_4 = k_4 2^{\frac{\beta+1}{2}}$ 。

由定理 3-1 可知，当 $t \in [0, T_1]$ 时，存在一个正常数 ℓ ，使得观测误差满足 $\tilde{\varpi}_i \leq \ell$ ，当 $t \geq T_1$ 时，有 $\tilde{\varpi}_i = 0$ 。根据引理 2-1，可知速度跟踪系统 e_2 是有限时间稳定的。

定理 3-2：考虑模型为式(3-1)和式(3-2)的机械臂系统，在所设计的扰动观测器(3-6)、控制器(3-13)和(3-19)作用下，可实现机械臂的轨迹跟踪控制，并且闭环系统内所有误差信号都在有限时间 T_4 内收敛的， T_4 满足如下不等式：

$$T_4 \leq T_1 + T_3 \tag{3-22}$$

式中 T_3 将会在后面给出。

证明：选择如下 Lyapunov 函数来证明闭环系统的稳定性：

$$V = V_2 + V_3 \tag{3-23}$$

对上式求导，并将式(3-15)和式(3-21)代入，可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \\
 &\leq -2k_1 \left(\frac{1}{2} e_1^T e_1 \right) - k_2 2^{\frac{\beta+1}{2}} \left(\frac{1}{2} e_1^T e_1 \right)^{\frac{\beta+1}{2}} \\
 &\quad - 2k_3 \left(\frac{1}{2} e_2^T e_2 \right) - k_4 2^{\frac{\beta+1}{2}} \left(\frac{1}{2} e_2^T e_2 \right)^{\frac{\beta+1}{2}} \\
 &\leq -2k_1 V_2 - k_2 2^{\frac{\beta+1}{2}} V_2^{\frac{\beta+1}{2}} - 2k_3 V_3 - k_4 2^{\frac{\beta+1}{2}} V_3^{\frac{\beta+1}{2}} \\
 &\leq -\iota_5 V - \iota_6 V^{\frac{\beta+1}{2}}
 \end{aligned} \tag{3-24}$$

式中, $\iota_5 = 2 \min \{k_1, k_3\}$, $\iota_6 = 2 \min \{k_2, k_4\}$ 。

对于任意正常数 $0 < \theta_2 < 1$, 有限时间 T_3 满足如下不等式:

$$T_3 \leq \frac{1}{\iota_5(1-\zeta)} \ln \frac{\iota_1 V^{1-\zeta}(0) + \iota_6}{\iota_6} \quad (3-25)$$

在时间 T_1 内, 系统可以准确观测到集总扰动项 ϖ_i , 在时间 T_3 内, 跟踪误差 e_1 和 e_2 收敛到零。因此, 本节中所设计的控制策略能使跟踪系统在有限时间 T_4 内达到收敛状态。

证明完毕。

3.3 仿真结果

本节利用 MATLAB 对所设计控制器的跟踪性能进行仿真验证, 并与文献[30]中的二阶快速非奇异终端滑模控制(SOFNTSMC)方法进行对比。仿真对象选择与第 2.2.2 节描述一致。

系统的初始状态为 $q_1(0) = q_2(0) = 0.2$, $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$, 期望轨迹设置为 $x_d = [0.14 \sin(0.5t); 0.14 \cos(0.5t)]$ 。扰动设置为 $f(t) = [0.3 \sin(t); 0.3 \cos(t)]$, $\tau_e = [0.1 \sin(t); 0.1 \cos(t)]$, 仿真时间设置为 40s。控制器和观测器的相关参数选取如表 3-2 所示。

表 3-2 仿真参数表

符号	数值	符号	数值
k_1	15	k_2	20
k_3	40	k_4	30
β	9/13	λ_1	35
λ_2	40	λ_3	25
ζ	0.6		

图 3-2 和图 3-3 为关节 1 和关节 2 的轨迹跟踪及跟踪误差仿真图。从图中可以看出所提控制有较快的收敛速度, 在 0.16s 内就可以追踪上期望轨迹, 且误差

较小, 关节 1 和关节 2 的跟踪误差可达到 $-4.4 \times 10^{-5} \text{ rad}$ 和 $-1.2 \times 10^{-5} \text{ rad}$ 左右。图 3-4 和图 3-5 为两关节的集总扰动实际值与经过有限时间扰动观测器有效估计后的估计值以及其观测误差。由图可以发现, 观测误差具有较快的收敛速度, 在 0.07 s 内就可以使观测误差信号到达零处, 能够对集总扰动进行有效处理。图 3-6 和图 3-7 为与 SOFNTSMC 相比较的位置跟踪仿真图。结果显示本文控制方法的位置跟踪误差更接近零, 且比 SOFNTSMC 的收敛时间快 2 s 左右。

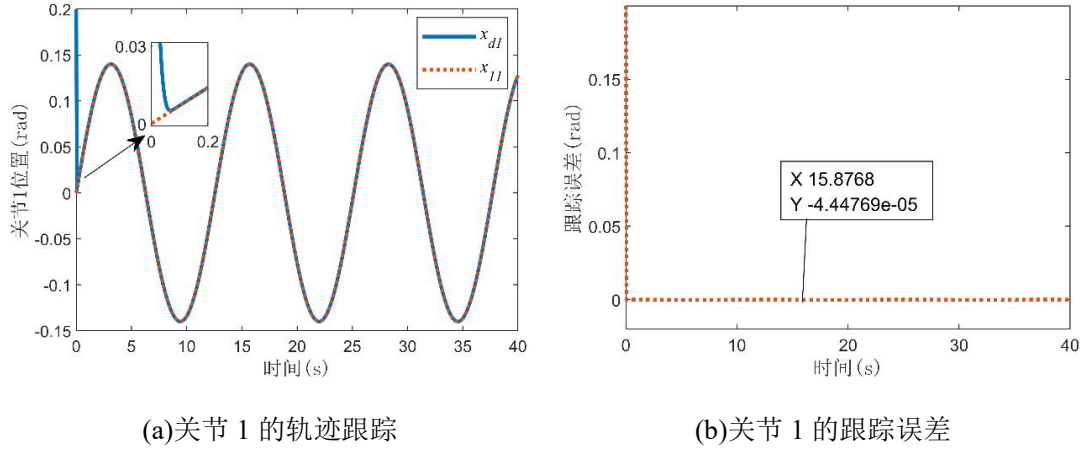


图 3-2 关节 1 的轨迹跟踪及误差

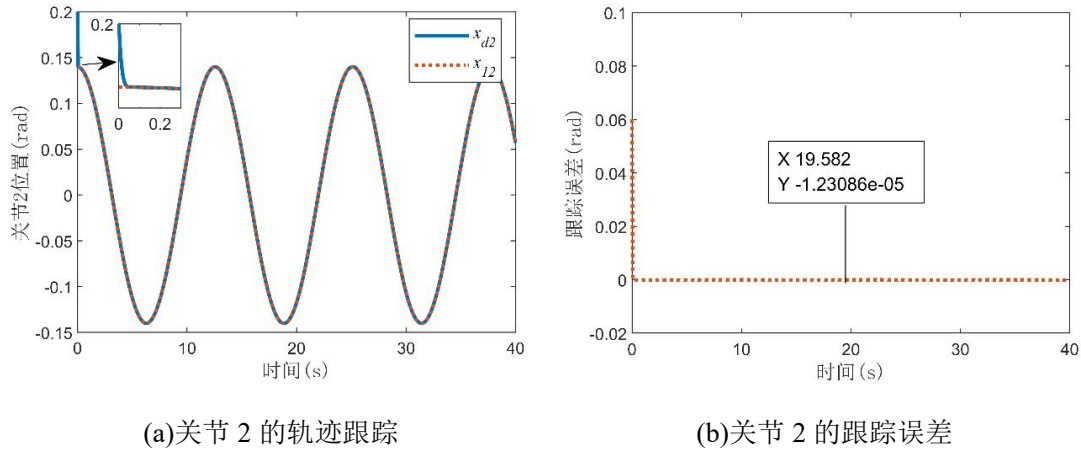
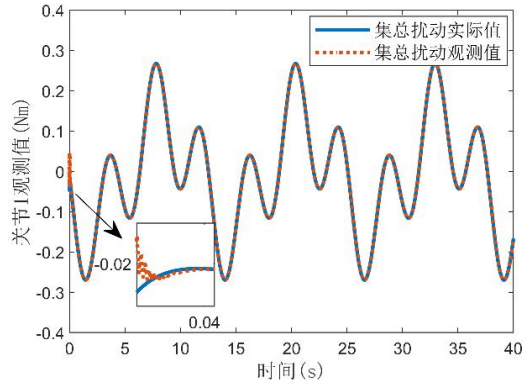
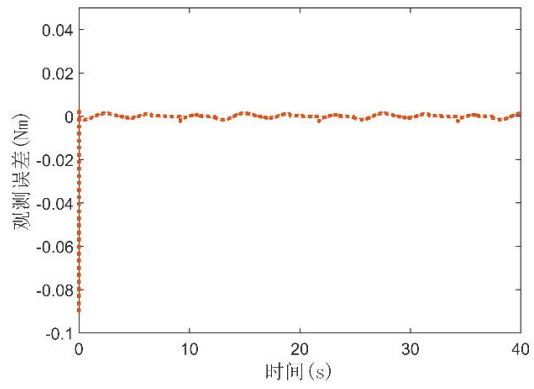


图 3-3 关节 2 的轨迹跟踪及误差

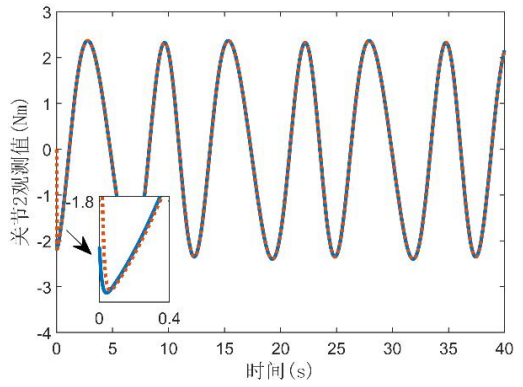


(a)关节 1 的扰动观测效果

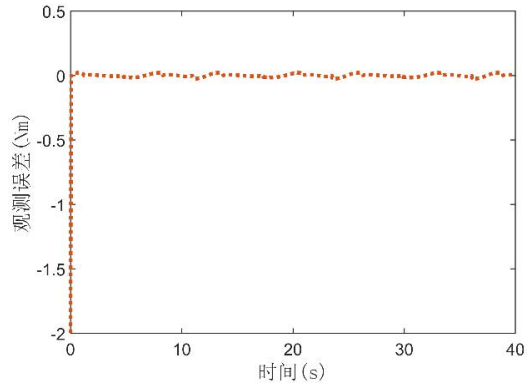


(b)关节 1 的观测误差

图 3-4 关节 1 的集总扰动实际值与估计值

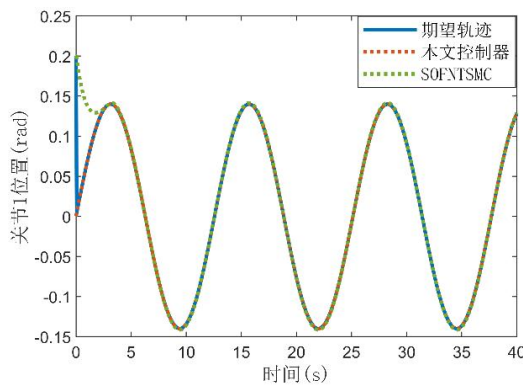


(a)关节 2 的扰动观测效果

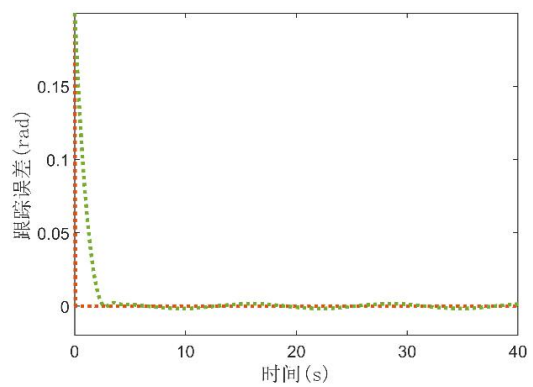


(b)关节 2 的观测误差

图 3-5 关节 2 的集总扰动实际值与估计值



(a)关节 1 的轨迹跟踪



(b)关节 1 的跟踪误差

图 3-6 两种方法下关节 1 的轨迹跟踪及误差

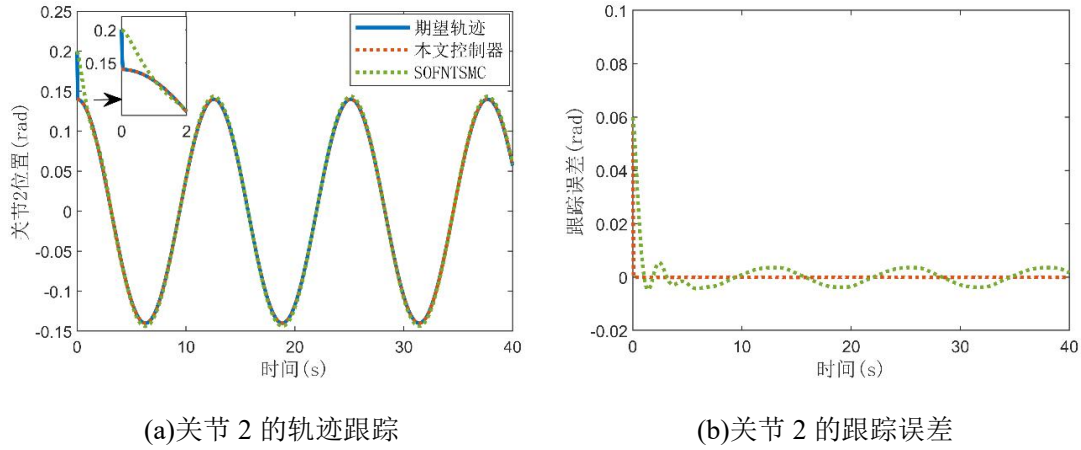


图 3-7 两种方法下关节 2 的轨迹跟踪及误差

3.4 本章小结

本章提出了一种基于扰动观测器补偿的有限时间反步控制方法。首先将系统不确定性和外部扰动看作为集总扰动，设计观测器以对集总扰动进行估计补偿，然后结合虚拟控制律、有限时间理论及扰动观测器，设计跟踪控制器，实现跟踪目标，基于 Lyapunov 理论证明了所设计控制器和观测器的有限时间稳定性。仿真结果表明，本文所提控制方案达到了预期的响应效果和跟踪性能。

第4章 基于固定时间滑模轨迹跟踪控制

4.1 引言

由第3章可知,有限时间反步控制器可以很好的跟踪所期望的轨迹,但在动力学模型无法精确获得的情况下,仅利用反步控制技术已经无法满足高精度控制要求。滑模控制因其具有快速收敛性和对外部干扰的强鲁棒性,在实际应用中,已被广泛用于各种非线性系统。另外,在有限时间控制的基础上,固定时间控制算法能够保证系统在固定时间内达到收敛状态,且不受系统初始状态的影响。针对具有不确定动力学和外界干扰的机械臂轨迹跟踪控制,Zhang^[26]等人提出一种无奇点固定时间滑模控制方案,确保滑模面和跟踪误差在固定时间内全局收敛到原点,另外控制器结构不含关节加速度或涉及加速度的集总不确定项,克服了传统滑模控制出现奇异性的问题。Sai等^[53]将具有导数连续性的非线性函数加入到固定时间滑模面上,保证控制输入力矩的连续性和平滑性,这消除了机械臂跟踪系统中的瞬态变化和抖振现象。Zhang等^[54]提出了一种固定时间跟踪控制,用于存在参数不确定性和干扰情况下的机械臂轨迹跟踪控制,可以提前获得系统状态的收敛时间,并引入无奇点鲁棒控制来消除奇点和代数环问题,仿真结果验证了所设计控制策略具有更快的瞬态响应和较高的跟踪精度。

近些年,扰动观测器因其结构简单,整定参数少,被广泛用于处理非线性系统中的不确定扰动,在控制系统设计中加入扰动观测器,是解决非线性机械臂系统跟踪控制问题的有效方法之一。传统的有限时间观测器在计算收敛时间时,受到观测系统初始状态的影响,其收敛时间无法精确获得,基于此,Zhang等^[55]设计了固定时间扰动观测器来处理机械臂系统中由模型不确定性和外部扰动组成的集总扰动,保证观测误差能够在固定时间内收敛到零,且不依赖于系统初始状态,并基于观测器开发一种固定时间非奇异快速终端滑模控制器,以解决奇异性问题,提高系统鲁棒性。王宁等^[56]利用固定时间理论,设计扰动观测器用于水下机械手的跟踪控制中,以观测未建模动态和外部扰动,并取得较好的观测效果。目前,固定时间观测器理论只有少部分运用到非线性系统的轨迹跟踪控制中,因此,本章尝试将固定时间扰动观测器用于处理非线性机械臂系统中的模型不确定

性和外部扰动。

本章在第3章有限时间理论基础，将固定时间理论、扰动观测器与滑模控制技术相结合，设计了一种基于固定时间扰动观测的固定时间滑模(FTDO-FTSM)控制方案，对机械臂系统的收敛速度和抗干扰性进行了一定程度上的改进。控制系统结构如图4-1所示。

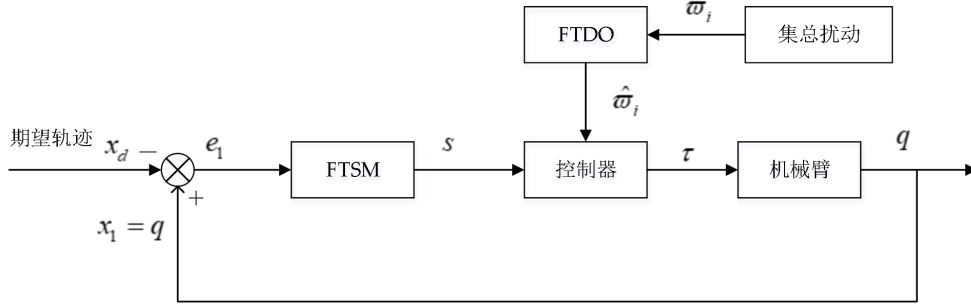


图 4-1 系统控制框图

4.2 控制系统设计

4.2.1 固定时间扰动观测器设计

为了便于控制设计，与第3章中的有限时间扰动观测器设计思路相同，首先定义 $x_1 = q$ ， $x_2 = \dot{q}$ ，则可将机械臂动力学方程重写为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i \end{cases} \quad (4-1)$$

其中， $\varpi_i = -M^{-1}(J^T(x)f(t) + \tau_e)$ 表示系统集总扰动项。

考虑式(4-1)，下面设计固定时间扰动观测器(FTDO)以对集总扰动项进行精确估计。首先引入一个辅助变量 $\xi \in R^n$ ，具体形式如下：

$$\xi = x_2 - r \quad (4-2)$$

其中， r 为待设计的函数变量，其导数的表达式如下：

$$\dot{r} = \mu_1 \xi + \mu_2 \xi^p + \mu_3 \xi^q + \mu_4 \text{sig}(\xi) + M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + \tau_i] \quad (4-3)$$

式中， μ_1 、 μ_2 、 μ_3 和 μ_4 是正常数， p 和 q 满足 $0 < p < 1$ ， $q > 1$ 。

对式(4-2)求导，并将式(4-1)和式(4-3)代入，可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{\xi} &= \dot{x}_2 - \dot{r} \\
 &= M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \varpi_i - \\
 &\quad \mu_1 \xi - \mu_2 \xi^p - \mu_3 \xi^q - \mu_4 \operatorname{sig}(\xi) - M^{-1}(x_1)[-C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1) + \tau_i] \\
 &= -\mu_1 \xi - \mu_2 \xi^p - \mu_3 \xi^q - \mu_4 \operatorname{sig}(\xi) + \varpi_i
 \end{aligned} \tag{4-4}$$

基于以上分析，可以将固定时间扰动观测器构造为以下形式：

$$\hat{\varpi}_i = \mu_1 \xi + \mu_2 \xi^p + \mu_3 \xi^q + \mu_4 \operatorname{sig}(\xi) \tag{4-5}$$

定义观测器的估计误差为 $\tilde{\varpi}_i = \hat{\varpi}_i - \varpi_i$ ，则有：

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varpi}_i &= \mu_1 \xi + \mu_2 \xi^p + \mu_3 \xi^q + \mu_4 \operatorname{sig}(\xi) \\
 &\quad + M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] - \dot{x}_2 \\
 &= \dot{r} - \dot{x}_2 \\
 &= -\dot{\xi}
 \end{aligned} \tag{4-6}$$

为了证明式(4-5)所设计的 FTDO 能够保证观测误差在固定时间内收敛，构造如下 Lyapunov 函数：

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi^T \xi \tag{4-7}$$

对式(4-7)求导，可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 &= \xi^T \dot{\xi} \\
 &= \xi^T [-\mu_1 \xi - \mu_2 \xi^p - \mu_3 \xi^q - \mu_4 \operatorname{sig}(\xi) + \hat{\varpi}_i] \\
 &= -\mu_1 \xi^T \xi - \mu_2 \xi^T \xi^p - \mu_3 \xi^T \xi^q - \mu_4 \xi^T |\xi| \operatorname{sgn}(\xi) + \xi^T \hat{\varpi}_i \\
 &\leq -\mu_1 \xi^T \xi - \mu_2 (\xi^T \xi)^{\frac{1+p}{2}} - \mu_3 (\xi^T \xi)^{\frac{1+q}{2}} - \mu_4 \xi^T \xi + \frac{1}{2} \xi^T \xi + \frac{1}{2} \hat{\varpi}_i^T \hat{\varpi}_i \\
 &\leq -\mu_2 2^{\frac{1+p}{2}} V_1^{\frac{1+p}{2}} - \mu_3 2^{\frac{1+q}{2}} V_1^{\frac{1+q}{2}} + \frac{1}{2} \|\hat{\varpi}_i\|^2 \\
 &\leq -\mu_2 2^{\frac{1+p}{2}} V_1^{\frac{1+p}{2}} - \mu_3 2^{\frac{1+q}{2}} V_1^{\frac{1+q}{2}} + \vartheta
 \end{aligned} \tag{4-8}$$

其中， $\mu_1 \geq \frac{1}{2}$ ， $\vartheta = \frac{1}{2} \|\hat{\varpi}_i\|^2$ 。

根据式(4-8)和引理 2-2 可知，观测系统 ξ 是实际固定时间收敛的，存在 $0 < \theta_1 < 1$ ，使得收敛时间 T_1 满足如下不等式：

$$T_1 \leq T_{\max} = \frac{2^{\frac{1-p}{2}}}{\mu_2 \theta_1 (1-p)} + \frac{2^{\frac{1-q}{2}}}{\mu_3 \theta_1 (q-1)} \tag{4-9}$$

基于上述讨论，所设计的扰动观测器可以在固定时间 T_1 内快速且精准地估计系统集总扰动。

4.2.2 固定时间滑模控制器设计

采用上节设计的扰动观测器可以对集总扰动进行估计，并将估计值反馈给控制器进行补偿，以提高机械臂跟踪精度。在本节中，将分成以下两个模块来设计主控制器：

(1) 系统无集总扰动。也可以看作在观测器对集总扰动估计补偿后，系统不受干扰影响的跟踪控制律设计，来验证所设计的滑模控制器对集总扰动的鲁棒性。

定义跟踪轨迹和期望轨迹之间的误差为：

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - x_d \\ e_2 = x_2 - \dot{x}_d \end{cases} \quad (4-10)$$

其中， $x_d(t) = [q_{d1}(t), \dots, q_{dn}(t)]^T$ 为所设定的有界期望轨迹。

对式(4-10)求导，可得：

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_d = M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] - \ddot{x}_d \end{cases} \quad (4-11)$$

跟踪误差 e_1 和 e_2 的固定时间滑模面设计为如下形式：

$$s_1 = e_2 + k_1 e_1 + k_2 e_1^{\alpha_0} + k_3 e_1^{\beta_0} + k_4 \int_0^t \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) dt \quad (4-12)$$

式中， α_0 、 β_0 和 α_3 均是正数且满足 $\alpha_0 = \alpha_1 / \alpha_2$ ， $\alpha_0 > 1$ ， $0 < \beta_0 = \beta_1 / \beta_2 < 1$ ，其中 α_1 、 α_2 、 β_1 和 β_2 都是正奇数； k_1 、 k_2 和 k_3 均是正实数。

注释 4-1：观察式(4-12)，在滑模面中加入了积分项 $k_4 \int_0^t \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) dt$ ，这避免了直接使用符号函数引起的震荡，可以有效减小系统的稳态误差，其中 k_4 为正奇数，它的取值将会直接影响系统到达稳定状态的速度。

将式(4-12)对时间求导有：

$$\dot{s}_1 = \dot{e}_2 + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) \quad (4-13)$$

根据上述分析，固定时间滑模(FTSM)控制律设计为：

$$\begin{aligned} \tau = & C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) \\ & - M(x_1)[- \ddot{x}_d + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) \\ & + \lambda_1 s_1 + \lambda_2 s_1^{m/n} + \lambda_3 s_1^{a/b}] \end{aligned} \quad (4-14)$$

其中， $\lambda_i > 0$ ($i=1,2,3$)、 m 、 n 、 a 和 b 都是正奇数且满足 $m > n$ 和 $a < b$ 。

(2) 考虑到机械臂系统中存在集总扰动，将第 4.2.1 节设计的 FTDO 与 FTSM 相结合，控制器通过校正系统集总扰动的估计值，使估计值与实际值之间的误差

收敛到零，以实现对集总扰动的补偿，从而达到更高的跟踪精度。

将(4-1)和式(4-10)代入到式(4-11)中有：

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d = e_2 \\ \dot{e}_2 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_d = M^{-1}(x_1)[\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)] + \ddot{\varpi}_i - \ddot{x}_d \end{cases} \quad (4-15)$$

与式(4-12)设计的思路相同，将滑模面设计为：

$$s = e_2 + k_1 e_1 + k_2 e_1^{\alpha_0} + k_3 e_1^{\beta_0} + k_4 \int_0^t \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) dt \quad (4-16)$$

对式(4-16)求导可得：

$$\dot{s} = \dot{e}_2 + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) \quad (4-17)$$

根据上述设计分析，新的控制律为：

$$\begin{aligned} \tau = & C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) \\ & -M(x_1)[\ddot{\varpi}_i - \ddot{x}_d + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) \\ & + \lambda_1 s + \lambda_2 s^{m/n} + \lambda_3 s^{a/b}] \end{aligned} \quad (4-18)$$

4.2.3 稳定性分析

通过选择 Lyapunov 函数对控制系统(1)的稳定性进行分析，首先选择 Lyapunov 函数为：

$$V_2 = \frac{1}{2} s_1^T s_1 \quad (4-19)$$

对式(4-19)求导有

$$\dot{V}_2 = s_1^T \dot{s}_1 \quad (4-20)$$

将式(4-13)和式(4-14)代入到式(4-20)，可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s_1^T \dot{s}_1 \\ &= s_1^T (\dot{e}_2 + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1)) \\ &= s_1^T \left\{ M^{-1}(x_1)(\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)) - \ddot{x}_d + k_1 e_2 \right. \\ &\quad \left. + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1) \right\} \\ &= s_1^T (-\lambda_1 s_1 - \lambda_2 s_1^{m/n} - \lambda_3 s_1^{a/b}) \\ &\leq -\lambda_1 s_1^T - \lambda_2 2^{\frac{m+n}{2n}} \left(\frac{1}{2} s_1^T s_1 \right)^{\frac{m+n}{2n}} - \lambda_3 2^{\frac{a+b}{2b}} \left(\frac{1}{2} s_1^T s_1 \right)^{\frac{a+b}{2b}} \\ &\leq -\lambda_2 2^{\frac{m+n}{2n}} V_2^{\frac{m+n}{2n}} - \lambda_3 2^{\frac{a+b}{2b}} V_2^{\frac{a+b}{2b}} \end{aligned} \quad (4-21)$$

根据引理 2-2 可知，系统是固定时间收敛的，且收敛时间不受系统初始状态

的影响，其收敛时间 T_2 满足如下不等式：

$$T_2 \leq T_{max} = \frac{2^{\frac{m-n}{2n}} n}{\lambda_2(m-n)} + \frac{2^{\frac{b-a}{2b}} b}{\lambda_3(b-a)} \quad (4-22)$$

进一步为控制系统(2)选择 Lyapunov 函数为 $V_3 = \frac{1}{2} s^T s$ ，并对其求导可得：

$$\dot{V}_3 = s^T \dot{s} \quad (4-23)$$

将式(4-17)和式(4-18)代入到式(4-23)中，可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s^T \dot{s} \\ &= s^T [\dot{e}_2 + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1)] \\ &= s^T \{M^{-1}(x_1)(\tau - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)) + \varpi_i - \ddot{x}_d + k_1 e_2 \\ &\quad + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 + k_4 \text{sig}^{\alpha_3}(e_1)\} \\ &= s^T (-\lambda_1 s - \lambda_2 s^{m/n} - \lambda_3 s^{a/b}) + s^T \tilde{\varpi}_i \\ &= -\lambda_1 s^2 - \lambda_2 2^{\frac{m+n}{2n}} \left(\frac{1}{2} s^2\right)^{\frac{m+n}{2n}} - \lambda_3 2^{\frac{a+b}{2b}} \left(\frac{1}{2} s^2\right)^{\frac{a+b}{2b}} + \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2} \bar{\varpi}^2 \\ &\leq -\lambda_2 2^{\frac{m+n}{2n}} V_3^{\frac{m+n}{2n}} - \lambda_3 2^{\frac{a+b}{2b}} V_3^{\frac{a+b}{2b}} + \frac{1}{2} \bar{\varpi}^2 \end{aligned} \quad (4-24)$$

根据引理 2-2 可知，在系统存在不确定性和外部扰动时，所设计的控制器能够在固定时间内跟踪所设定的期望轨迹。在时间 T_1 内，系统可以准确观测到集总扰动项 ϖ_i ，在时间 T_2 内，系统可以到达固定时间滑模面 s ，在此时控制器所触发的跟踪误差 e_1 和 e_2 收敛到零，因此跟踪控制系统从初始状态到达稳定状态的时间满足：

$$\begin{aligned} T &\leq T_1 + T_2 \\ &\leq \left(\frac{2^{\frac{1-p}{2}}}{\mu_2 \theta(1-p)} + \frac{2^{\frac{1-q}{2}}}{\mu_3 \theta(q-1)} \right) + \left(\frac{2^{\frac{m-n}{2n}} n}{\lambda_2(m-n)} + \frac{2^{\frac{b-a}{2b}} b}{\lambda_3(b-a)} \right) \end{aligned} \quad (4-25)$$

4.3 仿真结果

本节将在二自由度机械臂上进行仿真以验证上文所提控制方法的有效性，该机械臂结构、动力学方程相关系数与第 2.2.2 节描述一致。

选择机械臂的期望轨迹为 $x_d = [x_{d1}; x_{d2}]$ ：

$$\begin{cases} x_{d1} = 0.14 \sin(0.5t) \\ x_{d2} = 0.14 \cos(0.5t) \end{cases} \quad (4-26)$$

选择系统初始状态为：

$$\begin{cases} q_1(0) = 0.1, q_2(0) = 0.2 \\ \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \end{cases} \quad (4-27)$$

扰动设置为： $f(t) = [0.3 \sin(t); 0.3 \cos(t)]$ 和 $\tau_e = [0.1 \sin(t); 0.1 \cos(t)]$ ，仿真时间设置为 $40s$ 。扰动观测器、固定时间滑模面和控制器的相关参数如表 4-1 所示。

表 4-1 FTDO-FTSM 仿真参数表

符号	数值	符号	数值
p	3/5	q	3
μ_1	30	μ_2	4
μ_3	5	μ_4	7
α_1	7	α_2	3
β_1	5	β_2	7
k_1	100	k_2	16
k_3	2	k_4	10
α_3	5/3	m	9
n	5	a	7
b	9	λ_1	1.2
λ_2	0.8	λ_3	5

将本章设计的控制器与不含积分项的固定时间滑模控制器进行对比，且相关参数的选取与本文控制器参数相同，以验证本章控制方案的优越性。所对比的滑模面的形式为：

$$s' = e_2 + k_1 e_1 + k_2 e_1^{\alpha_0} + k_3 e_1^{\beta_0} \quad (4-28)$$

对式(4-31)求导有：

$$\dot{s}' = \dot{e}_2 + k_1 \dot{e}_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} \dot{e}_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} \dot{e}_2 \quad (4-29)$$

所对比的控制器结构为:

$$\begin{aligned} \tau' = & C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) \\ & -M(x_1)[\hat{w}_i - \ddot{x}_d + k_1 e_2 + k_2 \alpha_0 e_1^{\alpha_0-1} e_2 + k_3 \beta_0 e_1^{\beta_0-1} e_2 \\ & + \lambda_1 s' + \lambda_2 (s')^{m/n} + \lambda_3 (s')^{a/b}] \end{aligned} \quad (4-30)$$

仿真结果如图 4-2 至图 4-11 所示。图 4-2 到图 4-6 为对集总扰动进行处理后的仿真结果，图 4-7 至图 4-10 显示的是不对集总扰动项做任何处理，所设计控制器的跟踪响应曲线，从仿真结果可以看出，即使存在不确定性和外部扰动，所设计的控制器仍能保持较高的跟踪精度，对此将在下面进行详细分析。

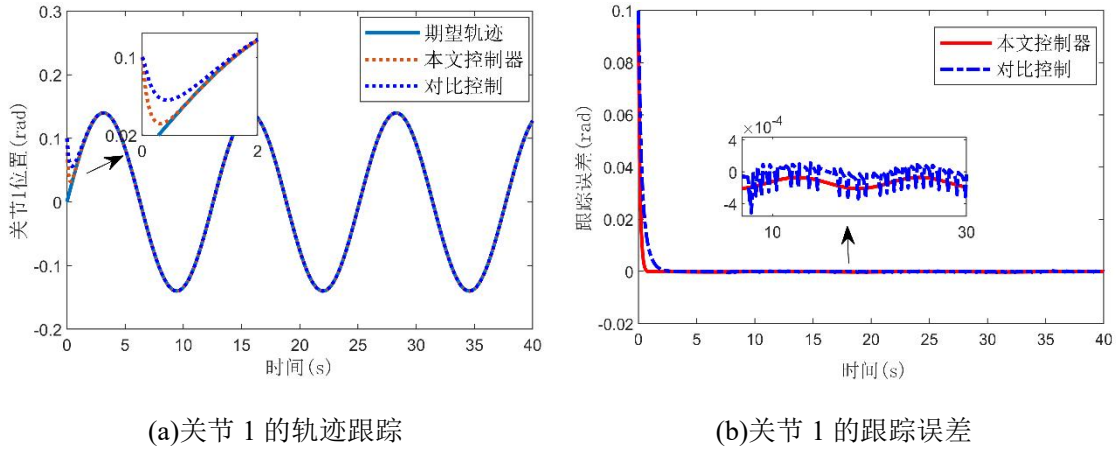


图 4-2 关节 1 的轨迹跟踪及误差比较

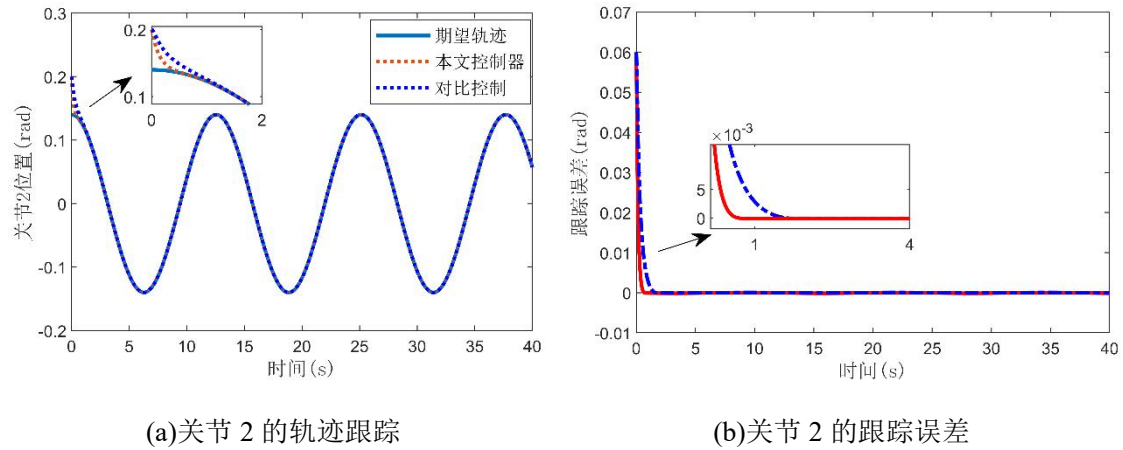


图 4-3 关节 2 的轨迹跟踪及误差比较

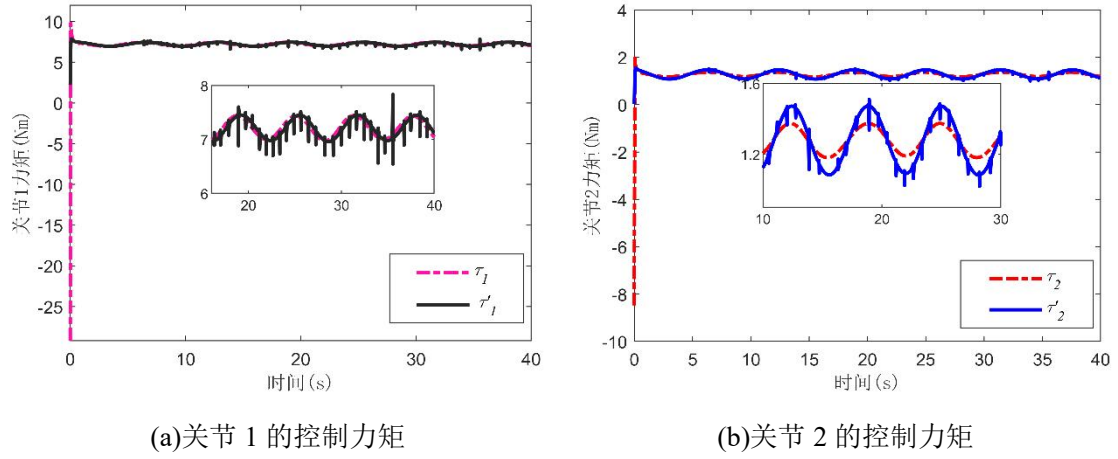


图 4-4 关节 1、2 的控制力矩

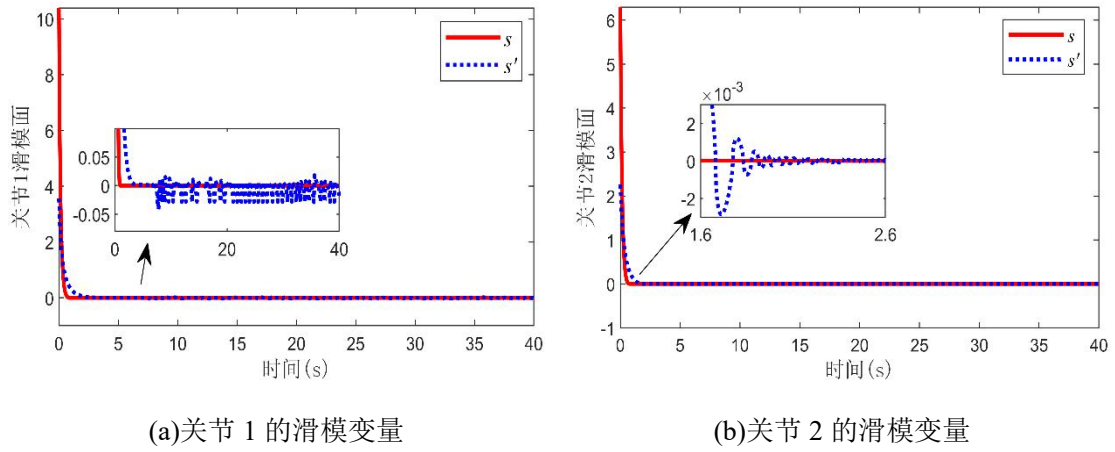


图 4-5 关节 1、2 的滑模变量响应曲线

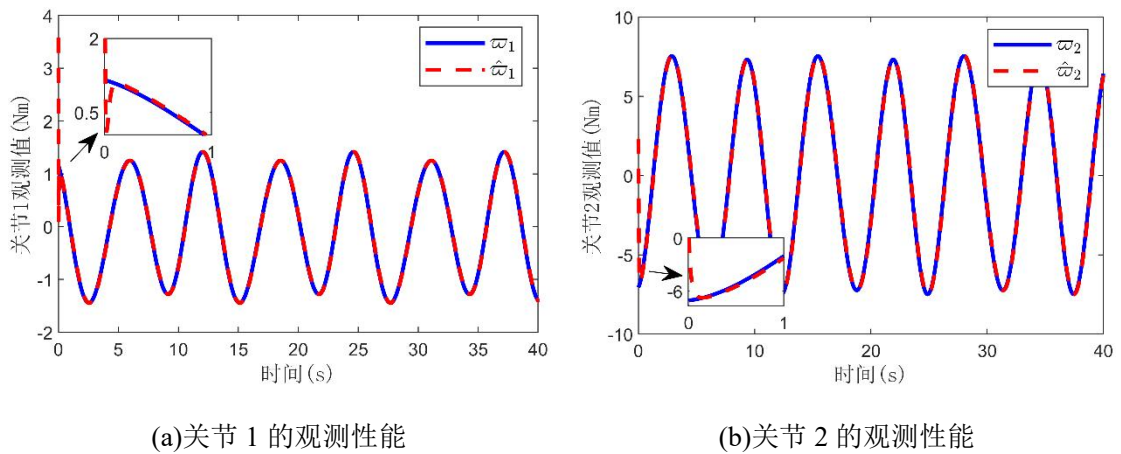


图 4-6 关节 1、2 的集总扰动真实值与估计值

从图 4-2 至图 4-6 可以看出，在存在集总扰动项的情况下，本节所提出的控

制策略和作为对比的控制器都可以实现机械臂的轨迹跟踪,由于本文在滑模面中加入了位置误差积分项 $k_4 \int_0^t \text{sig}^{\alpha_3}(e_1)dt$, 当位置跟踪误差远离或接近滑模面时, 此积分项可以提供一个适当的控制力矩来迫使跟踪误差快速接近滑模面或放低速度在滑模面上滑动, 因此它在一定程度上能够降低系统的稳态误差。根据图 4-2 和图 4-3 可以观察到, 本节所提出的 FTDO-FTSM 的收敛时间更快, 精度更高, 跟踪曲线光滑, 且跟踪误差大概 $0.7s$ 就可以收敛到接近零的小邻域, 在固定时间 $T \leq 3.8017s$ 内, 而对比的控制器则需要 $1.1s$ 左右可以跟踪上期望轨迹。图 4-4 和图 4-5 为在两种方法下, 关节 1 和关节 2 的控制输入力矩和滑模变量响应曲线, FTDO-FTSM 控制器输入力矩曲线平滑无抖振, 而对比的曲线抖振较明显, 因为所设定的初始状态远离期望初始状态, 为了快速跟踪上期望轨迹, 因此在初始阶段需要较大的控制输入力矩。另外, 系统的跟踪误差可以快速到达滑模面 $s = 0$, 而对比控制的滑模面在零点处来回穿越, 会造成系统抖振现象。图 4-6 为关节 1, 2 集总扰动的真实值和估计值, 所设计的 FTDO 可以准确地估计集总扰动项, 并为控制器提供实时补偿。

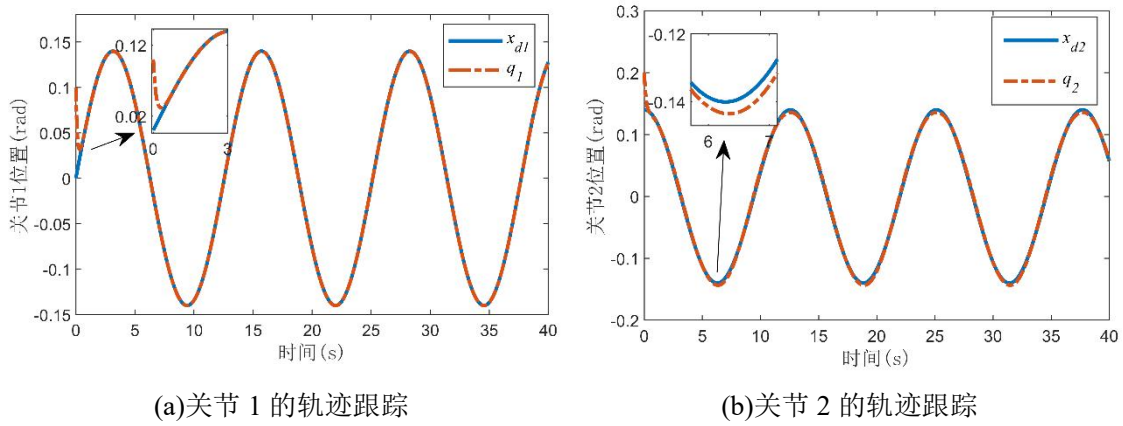


图 4-7 关节 1、2 的轨迹跟踪

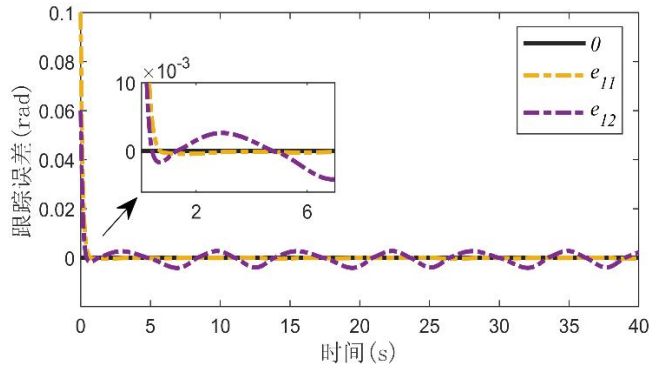


图 4-8 关节 1、2 的跟踪误差

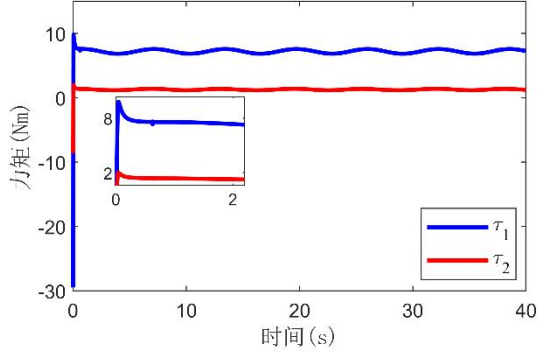
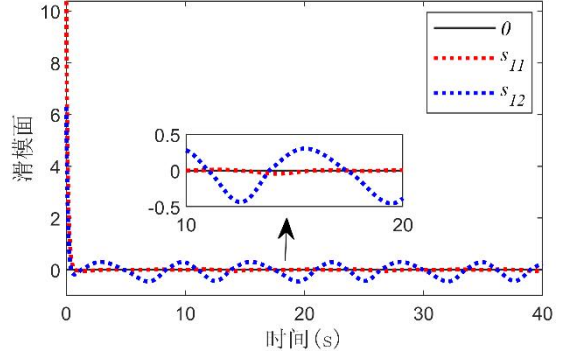
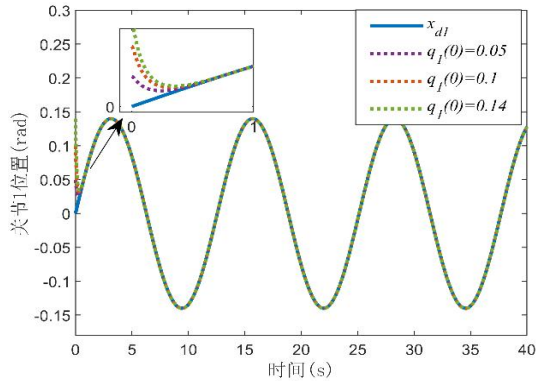


图 4-9 关节 1、2 的控制力矩

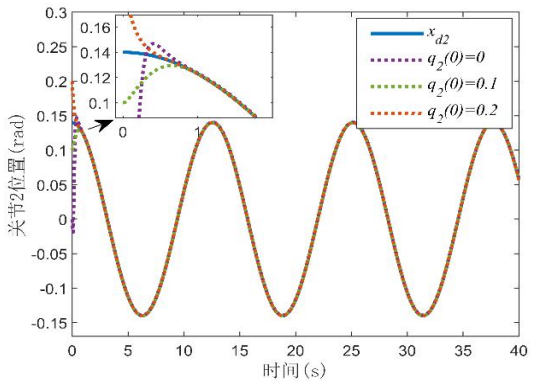


4-10 关节 1、2 的滑模变量响应曲线

图 4-7 至图 4-10 是控制律中不含扰动观测器的仿真效果，从图 4-7 和图 4-8 可以看出，在不对集总扰动项进行处理的情况下，所设计的 FTSM 控制器也可以很好的跟踪期望轨迹，跟踪误差大约为 $0.003rad$ ，这也证明了本章所提控制策略的强大鲁棒性。图 4-9 和图 4-10 分别为关节 1 和关节 2 的控制力矩和滑模变量 s_i 响应曲线，因为系统存在不确定性和外部扰动，所以在初始阶段，控制力矩出现一点抖振现象，随后恢复正常。关节 1 的跟踪误差可以稳定的收敛到滑模面上，而关节 2 的跟踪误差受到干扰因素的影响出现了波动，图 4-3 中在观测器作用下，关节 2 的跟踪误差能够平稳地收敛到滑模面，这也证明了所设计 FTDO 的有效性。



(a) 关节 1 的轨迹跟踪



(b) 关节 2 的轨迹跟踪

图 4-11 关节 1、2 的轨迹跟踪（不同初始位置）

为了证明本章所设计的固定时间控制方案能够固定时间 $T \leq 3.8017s$ 内收敛，对关节 1 和关节 2 分别取不同的初始位置，如图 4-11 所示。系统初值分别为 $[q_1(0); q_2(0)] = [0.05; 0.1]$ 、 $[q_1(0); q_2(0)] = [0.1; 0.2]$ 、 $[q_1(0); q_2(0)] = [0.14; 0]$ ，由仿真结果可以发现，系统可以在固定时间内达到收敛状态，且与初始状态无关，满

足固定时间收敛特性。

以上仿真结果分析表明,本章结合固定时间扰动观测器所提出的固定时间滑模控制策略能够减小系统稳态误差和增强系统鲁棒性,具有较快的收敛速度和更高的跟踪精度。

4.4 本章小结

本章将固定时间理论、扰动观测器技术、滑模控制技术相结合,为具有不确定性和外部扰动的机械臂系统跟踪控制问题,设计了一种复合控制策略。首先根据机械臂非线性状态方程构建了 FTDO 以对集总扰动项进行精确估计;然后设计了 FTDO-FTSM 控制器,并分两种情况展开设计与分析,一是在存在不确定性和外部扰动的情况下,且不对其进行处理,来验证 FTSM 控制器的良好鲁棒性,二是将经过 FTDO 观测后的估计值反馈给控制器进行实时补偿,以提高系统的跟踪精度;接着使用 Lyapunov 稳定性理论证明了系统的稳定性和固定时间收敛特性;最后在具有二自由度的机械臂上进行模拟仿真,验证了所提控制策略的强鲁棒性。

第 5 章 基于扰动观测器的自适应神经网络控制

5.1 引言

为了更精确地处理动态模型不确定性,进一步提高机械臂跟踪控制性能,本章在第 3 章反步控制和第 4 章滑模控制的基础上,并结合扰动观测器技术,提出了基于扰动观测器补偿的自适应神经网络跟踪控制器。近年来,神经网络控制和模糊控制由于具有强大的逼近非线性不确定系统能力而受到越来越多的关注,而模糊控制设计缺乏系统性,可能会降低机械臂跟踪控制精度,自适应神经网络结构简单,可以任意逼近非线性函数,并成功应用于非线性系统的全状态反馈控制和输出反馈控制^[57]、飞行器和自主水下机器人跟踪误差的渐近稳定^[58-59]以及机器人运动控制^[60]等。

如前两章节所述,反步法通过迭代设计和设置虚拟变量,结合自适应控制技术,可用于机械臂跟踪控制实现渐近稳定或有限时间稳定,滑模控制对外部扰动具有较强的鲁棒性,因此许多学者将以上技术相结合,提出了一些复合控制方案,并广泛用于非线性系统的轨迹跟踪控制中。Yang 等^[61]为具有输出误差约束和控制输入饱和的机械臂控制系统,利用反步法推导了神经网络结构,来逼近包括外部扰动和模型参数不确定性在内的集总不确定性,并引入有界障碍 Lyapunov 函数和一个辅助系统来处理输出误差约束和抑制输入饱和效应。Liu 等^[62]提出了一种基于神经网络的反步滑模控制方法,以解决存在惯性不确定性、外部干扰和输入饱和的航天器跟踪控制问题,其中结合滑模控制和反步技术的控制方法能够增强系统的鲁棒性和有效处理输入饱和,自适应神经网络用来在线逼近动力学不确定性,自适应律可以更新神经网络权重和估计逼近误差的未知界限,此方案不需要获得不确定性的相关先验知识,就可以对其提供完全补偿。Zhang 等^[63]采用神经网络来逼近系统中的不确定性和输入死区的未知参数,并设计了具有误差平移函数和障碍函数的滑模面,保证跟踪误差和神经网络权重的有限时间收敛,成功应用于 KINOVA 机器人轨迹跟踪控制。赵兴强等^[64]在传统滑模控制基础上,研究了用于机械臂轨迹跟踪的自适应神经网络滑模控制方案,该方案不仅能准确估计集总不确定性的上界,还能改变控制器的开关增益,减小系统抖振现象。

通过对上述文献的分析,将神经网络、反步法和滑模控制方法相结合的复合控制方法能够使系统具有较强的鲁棒性和自适应能力。为了提高系统控制精度和抑制干扰,扰动观测器被引入到复合控制器中,以实现非线性机械臂系统的控制目标^[65-68]。在文献[65]中为了实现精确的轨迹跟踪性能和增强抗干扰能力,研究了基于观测器补偿的反步终端滑模控制策略,使用基于神经网络的观测器来估计机器人的位置和速度,并采用粒子群优化算法离线调整神经网络的权重。文献[66]利用扰动观测器补偿包含未知不确定性和外部干扰在内的集总干扰,但不适用于存在测量噪声的情况。对于同时存在未知系统非线性和外部干扰的情况下,构造了含有扰动观测器的神经网络滑模控制器^[67]。Li 等^[68]引入自适应神经网络处理未知的系统动力模型,其次设计了扰动观测器来消除未知扰动的影响,此外,采用滤波技术和误差补偿机制,直接获得虚拟控制律的导数,确保机器人在与外界的交互中表现出给定的理想阻抗关系。大多数控制方法都需要大量的在线计算,扰动观测器仅用于处理外部扰动,而没有将神经网络的逼近误差考虑到观测器结构中。

受到文献[57]和文献[68]的启发,本章设计了一种基于扰动观测器补偿的自适应神经网络控制方法。首先利用反步法设置虚拟变量,并根据 Lyapunov 稳定性理论经过反向推导得到神经网络权重自适应律,设计了自适应神经网络控制器来逼近模型不确定性。进一步构造了一种新型的扰动观测器,以同时估计神经网络的逼近误差和外部扰动,这与之前的工作有所不同,随后,将该估计值更新到设计的控制器中以提供补偿。本章主要贡献和创新点如下:

(1) 设计了一种新的结合扰动观测器的自适应神经网络控制器,用于同时求解动态模型不确定性和外部扰动。与文献[57]不同的是,在利用反步法推导出神经网络控制器时,在虚拟控制律中添加了带有积分项的滑模面,这在不增加能量消耗的情况下减小了系统稳态误差和增强了系统鲁棒性。

(2) 在设计观测器时,考虑到自适应更新律对不确定性的在线逼近,创新性地改写了系统的状态方程。在扰动观测器结构中引入了逼近误差的有界值,可以准确地估计神经网络的逼近误差,并可以保证观测器结构的稳定性。

(3) 所设计的扰动观测器不仅可以估计外部扰动,还可以有效处理神经网络的逼近误差,这与上述文献[65-68]的扰动观测器的功能并不相同。利用 Lyapunov

稳定性定理证明了闭环系统中所有误差信号的一致有界性。

5.2 RBF 神经网络

径向函数神经网络(RBFNN)是线性参数化神经网络的一种,它对紧集中的非线性光滑函数具有很好的逼近能力,其网络结构如图 5-1 所示。

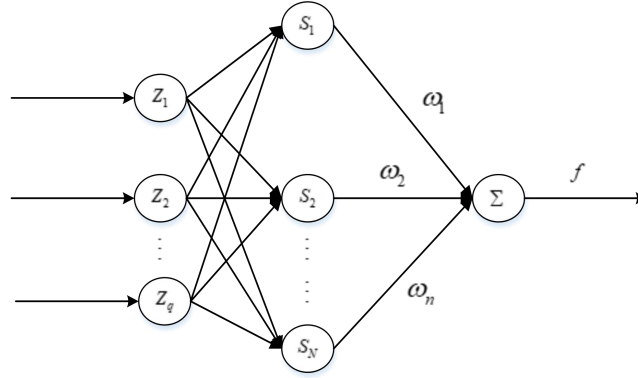


图 5-1 RBFNN 结构图

任何连续函数 $f_i(Z)$ 都可以用神经网络来逼近,如表达式可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} f_i(Z) &: R^q \rightarrow R, \\ f_i(Z) &= W_i^T S_i(Z), i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5-1)$$

其中 $Z = [Z_1, \dots, Z_q]^T$ 和 $W_i = [\omega_1, \dots, \omega_n]^T$ 分别为神经网络的输入和权值向量, $N > 1$ 代表神经网络的节点, $S_i(Z) = [S_1(Z), \dots, S_N(Z)]^T$ 为高斯基函数向量。

注释 5-1: 通过普遍逼近结果表明,如果节点数 N 的值选择得足够大, $W_i^T S_i(Z)$ 可以在包含 Z 的紧集上逼近任何连续函数,并达到所需的逼近精度。

存在一个最优权值 $W_i^* = [W_1^*, \dots, W_n^*] \in R^{N \times n}$ 和在给定的紧集 $Z \in \Omega \subset R^q$ 上的函数 $f_i(Z)$, 可以通过神经网络的输出以任意精度逼近,其表达式如下:

$$f_i(Z) = W_i^{*T} S_i(Z) + \varepsilon_i(Z), i = 1, 2, \dots, n \quad (5-2)$$

式中, $\varepsilon_i(Z) = [\varepsilon_1(Z), \dots, \varepsilon_n(Z)]^T$ 为逼近误差,它满足 $\forall Z \in \Omega, |\varepsilon_i(Z)| \leq \bar{\varepsilon}_i$, 其中 $\bar{\varepsilon}_i$ 是一个未知的正常数。定义最优权值 W_i^* 为对于所有 $Z \in \Omega \subset R^q$ 使得 $|\varepsilon_i(Z)|$ 最小的权值向量 W_i 值,因此 W_i^* 可以写为:

$$W_i^* := \arg \min_{W_i \in R^N} \left\{ \sup_{Z \in \Omega} |f_i(Z) - W_i^T S_i(Z)| \right\} \quad (5-3)$$

选择的高斯函数 $S_i(Z)$ 的形式为:

$$S_i(Z) = \exp\left(-\frac{\|z - \mu_i\|^2}{\eta_i^2}\right), \quad i = 1, \dots, N \quad (5-4)$$

式中, μ_i 和 η_i 分别为第 i 个神经元的中心位置和宽度。

注释 5-2: 最优权值 W_i^* 是有界的, 即 $\|W_i^*\| \leq \bar{W}_i$, 且 $\bar{W}_i$ 为正常数。在实际过程中, 最优权值 W_i^* 是未知的, 只能使用 W_i 的估计值来近似估计 W_i^* 。

5.3 控制系统设计

5.3.1 自适应神经网络控制器设计

本节的控制目标是通过设计一个控制器, 使机械臂关节位置变量 q 能够准确地跟踪所设定的有界期望轨迹 $x_d(t) = [q_{d1}(t), \dots, q_{dn}(t)]^T$, 同时确保约束误差收敛到零域。针对机械臂模型存在的动态不确定性, 本节提出了一种神经网络全状态反馈控制策略, 随后, 又设计了一种新的扰动观测器来解决逼近误差和外部扰动, 跟踪控制方案框图如图 5-2 所示。

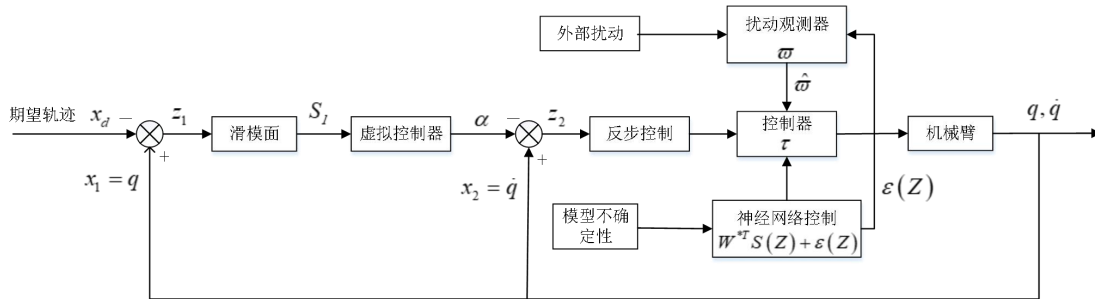


图 5-2 控制系统图

为了便于控制设计, 在式 (2-2) 中, 定义 $x_1 = q = [x_{11}, \dots, x_{1n}]^T$, $x_2 = \dot{q} = [x_{21}, \dots, x_{2n}]^T$, 则可将机械臂动力学方程重写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)(\tau - J^T(x_1)f(t) - C(x_1, x_2)x_2 - G(x_1)) \end{cases} \quad (5-5)$$

为了简便书写, 在下文将 $M(x_1)$ 简写为 M , $C(x_1, x_2)$ 简写为 C , $G(x_1)$ 简写为 G 。

定义跟踪误差 $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 为:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= [z_{11}(t), \dots, z_{1n}(t)]^T = x_1(t) - x_{d1}(t) \\ &= [x_{11}(t) - q_{d1}(t), \dots, x_{1n}(t) - q_{dn}(t)]^T \end{aligned} \quad (5-6)$$

$$\begin{aligned} z_2(t) &= [z_{21}(t), \dots, z_{2n}(t)]^T = x_2(t) - \alpha(t) \\ &= [x_{21}(t) - \alpha_1(t), \dots, x_{2n}(t) - \alpha_n(t)]^T \end{aligned} \quad (5-7)$$

式中, $\alpha(t) = [\alpha_1(t), \dots, \alpha_n(t)]^T$ 是待设计的虚拟控制器。

设计线性滑模面 $S_1(t)$ 如下:

$$S_1(t) = z_1(t) + K_1 \int_0^1 z_1(t) dt \quad (5-8)$$

虚拟控制器 α 设计为如下形式:

$$\alpha = -K_1 z_1 - K_s S_1 + \dot{x}_d \quad (5-9)$$

其中, K_1 和 K_s 均为正定对角矩阵。

对式(5-6)求导, 可得:

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha - \dot{x}_d = z_2 - K_1 z_1 - K_s S_1 \quad (5-10)$$

对式(5-7)求导, 并将式(5-5)和式(5-9)代入, 有:

$$\dot{z}_2 = M^{-1}(\tau - J^T f(t) - Cx_2 - G) - \dot{\alpha} \quad (5-11)$$

然后, 对式(5-8)求导, 可得:

$$\dot{S}_1 = \dot{z}_1 + K_1 z_1 = z_2 + \alpha - \dot{x}_d + K_1 z_1 \quad (5-12)$$

由以上分析设计基于模型的控制器 τ_0 为:

$$\tau_0 = -S_1 - K_2 z_2 + J^T f(t) + C\alpha + G + M\dot{\alpha} \quad (5-13)$$

式中, K_2 是正定对角矩阵。

下面将对系统稳定性进行分析, 选择 Lyapunov 函数 V_1 为:

$$V_1 = \frac{1}{2} S_1^T S_1 + \frac{1}{2} z_2^T M z_2 \quad (5-14)$$

对 V_1 求导可以得到如下结果:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -S_1^T K_s S_1 + S_1^T z_2 + \frac{1}{2} z_2^T (\dot{M} - 2C) z_2 \\ &\quad + z_2^T (\tau_0 - J^T f(t) - C\alpha - G - M\dot{\alpha}) \\ &= -S_1^T K_s S_1 + S_1^T z_2 + z_2^T (\tau_0 - J^T f(t) - C\alpha - G - M\dot{\alpha}) \end{aligned} \quad (5-15)$$

根据机械臂动力学方程性质式(2-3)，有：

$$\frac{1}{2} \dot{z}_2^T (\dot{M} - 2C) z_2 = 0 \quad (5-16)$$

通过将式(5-13)代入到式(5-15)，可得：

$$\dot{V}_1 = -S_1^T K_s S_1 - z_2^T K_2 z_2 \quad (5-17)$$

V_1 正定， $\dot{V}_1$ 负定，因此系统是全局渐近稳定的，滑模面 $S_1(t)$ 将会收敛到零，即 $S_1(t) = 0$ ，根据式(5-12)，有 $\dot{S}_1 = \dot{z}_1 + K_1 z_1 = 0$ ，所以跟踪误差 $z_1 = 0$ 。

机械臂是一个非线性复杂系统，很难获得精确的动态模型，所以基于模型的控制 τ_0 可能无法完成控制任务。考虑到不确定性存在于 $C(x_1, x_2)$ 、 $G(x_1)$ 和 $f(t)$ 中，下面引入自适应神经网络来对此部分进行补偿。

神经网络控制器设计为：

$$\tau = -S_1 - K_2 z_2 + J^T f(t) + \hat{W}^T S(Z) + M(x_1) \dot{\alpha}(t) \quad (5-18)$$

式中 $S(Z)$ 是径向基函数， $Z = [x_1^T, x_2^T, \alpha^T, \dot{\alpha}^T]$ 为神经网络的输入变量， $\hat{W}$ 和 W^* 分别是神经网络估计权值和最优权值，它们之间的误差定义为 $\tilde{W} = \hat{W} - W^*$ 。为了便于推导和分析，构造了最优权值，并用 $\hat{W}^T S(Z)$ 估计 $W^{*T} S(Z)$ ，其表达式如下：

$$C(x_1, x_2) \alpha(t) + G(x_1) = W^{*T} S(Z) - \varepsilon(t) \quad (5-19)$$

式中， $\varepsilon(t) \in R^n$ 为神经网络的逼近误差。

神经网络权重自适应律 $\dot{\hat{W}}_i$ 设计为：

$$\dot{\hat{W}}_i = -\Gamma_i (S(Z) z_{2,i} + \sigma_i \hat{W}_i) \quad (5-20)$$

其中， σ_i 是小的正常数，用于提高鲁棒性， Γ_i 为正定增益矩阵。

注释 5-3： 因为 x_1 、 x_2 、 x_d 和 $\dot{x}_d$ 的有界性，因此式(5-8)中的 $S_1(t)$ 和式(5-9)中的 α 也是有界的。根据神经网络定义，考虑到神经网络的 $\hat{W}^T S(Z)$ 是有界的，那么自适应控制器 τ 同样也是有界的。另外，如果 $C(x_1, x_2)$ 和 $G(x_1)$ 两者中的某一项是已知的，可以从式(5-19)中排除这一项，并在式(5-18)中重写这部分。

以上设计已对模型不确定性 $C(x_1, x_2)$ 和 $G(x_1)$ 进行处理，下面构造扰动观测器来处理式(5-18)中的逼近误差 $\varepsilon(t)$ 和时变扰动项 $J^T f(t)$ 。首先，基于前面自适应神经网络的分析，式(5-5)表示的状态方程可以重写为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = M^{-1}(x_1)(\tau - \hat{W}^T S(Z)) + M^{-1}(x_1)\varpi \end{cases} \quad (5-21)$$

其中, $\varpi = -J^T f(t) - \varepsilon(t)$ 为自适应神经的逼近误差和系统外部扰动。

注释 5-4: 为了确保 z_2 的收敛, 根据式(5-7)、式(5-18)和式(5-1), 有 $C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) \approx C(x_1, x_2)\alpha(t) + G(x_1) = \hat{W}^T S(Z) + \varepsilon(t)$ 。 x_2 存在于模型不确定性中, 自适应神经网络控制算法会先对其进行处理, 使跟踪误差 $z_2 = x_2 - \alpha$ 收敛于接近零的小邻域, 因此, 设计观测器时, 可以合理的将 x_2 近似等于 α 。

首先, 根据状态描述, 可以构造观测器结构为:

$$\dot{\hat{\omega}} = l(x)(M(x_1)\dot{x}_2 + \hat{W}^T S(Z) + \bar{\varepsilon} - \tau - \hat{\omega}) \quad (5-22)$$

其中, $l(x) = \text{diag}\{l_{11}, l_{12}, \dots, l_{1n}\} > 0$ 为非线性增益对角矩阵, 为了方便推导, 将其设计为线性函数向量。 $\hat{\omega}$ 是 ω 的观测估计值。

值得注意的是, 式(5-22)所设计的扰动观测器无法可能无法完成控制目标, 这是因为它需要角加速度信号 $\dot{x}_2$, 而通过对速度信号进行微分获得加速度信号会导致系统不稳定。因此, 本节设计了以下三个步骤来解决这个问题。

步骤一: 构建辅助函数。将观测器内部状态变量定义为:

$$\gamma = \varpi - h(x) \quad (5-23)$$

式中, $\gamma \in R^n$ 是观测器内部状态变量, $h(x) \in R^n$ 是待设计的函数向量。

为了避免出现加速度信号, 设计扰动观测器的增益矩阵 $l(x)$ 和函数向量 $h(x)$ 的关系表达式为:

$$l(x)M(x_1)\dot{x}_2 = \frac{dh(x)}{dx} \quad (5-24)$$

步骤二: 设计扰动观测器结构。根据式(5-22)至式(5-24), 可以得到:

$$\dot{\hat{\gamma}} = l(x)(\hat{W}^T S(Z) + \bar{\varepsilon} - \tau - \hat{\gamma} - h(x)) \quad (5-25)$$

由以上分析, 可以得到无加速度的 $\hat{\omega}$ 为:

$$\begin{cases} \hat{\omega} = \hat{\gamma} + h(x) \\ \dot{\hat{\gamma}} = l(x)(\hat{W}^T S(Z) + \bar{\varepsilon} - \tau - \hat{\gamma} - h(x)) \end{cases} \quad (5-26)$$

注释 5-5: 在设计时加入了逼近误差的有界值 $\bar{\varepsilon}$, 其满足 $|\varepsilon(Z)| \leq \bar{\varepsilon}, \forall Z \in \Omega$ 。在保证观测器结构稳定性的同时, 还能对逼近误差 $\varepsilon(t)$ 进行有效处理。

步骤三：定义扰动观测器的观测误差为：

$$\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega} \quad (5-27)$$

根据式(5-24)至式(5-26)，对式(5-27)求导，可得：

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\omega}} &= \dot{\omega} - \dot{\hat{\omega}} \\ &= \dot{\omega} - \dot{\gamma} - \frac{dh(x)}{dx} \\ &= l(x)\hat{\omega} - l(x)(\hat{W}^T S(Z) + \bar{\varepsilon} - \tau) - l(x)M\dot{x}_2 \\ &= l(x)\hat{\omega} - l(x)(\hat{W}^T S(Z) + \bar{\varepsilon} - \tau) - l(x)(\tau - \hat{W}^T S(Z) + \omega) \\ &= -l(x)\tilde{\omega} - l(x)\bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (5-28)$$

由于在机械臂运行过程中，很难获得扰动微分的先验知识，因此假设 ω 相对于扰动观测器的变化是缓慢的，故 $\dot{\omega} = 0$ 。

综上所述，设计自适应神经网络控制器为：

$$\tau = -S_1 - K_2 z_2 + \hat{W}^T S(Z) + M(x_1)\dot{\alpha}(t) - \hat{\omega} \quad (5-29)$$

5.3.2 稳定性分析

在本节中，将利用 2.3 节的稳定性理论证明系统全局稳定性。

定理 5-1：对于式(2-2)描述的机械臂系统，以及式(5-29)所设计的自适应神经网络控制器。对于初始紧集 Ω_0 ，系统状态变量的初始条件是有界的，可表示为： $(x_1(0), x_2(0), \hat{W}_i(0), S_1(0)) \in \Omega_0$ ，所有状态变量是全局稳定的，则闭环系统内的误差信号 z_1 、 z_2 、 $\tilde{\omega}$ 、 $\tilde{W}$ 和滑模向量 S_1 将始终在紧集 Ω_{z_1} 、 Ω_{z_2} 、 $\Omega_{\tilde{\omega}}$ 、 $\Omega_{\tilde{W}}$ 和 Ω_{S_1} 内：

$$\begin{aligned} \Omega_{z_1} &= \{\|z_1\| \leq \sqrt{D}\} \\ \Omega_{z_2} &= \left\{\|z_2\| \leq \sqrt{\frac{D}{\lambda_{\min}(M)}}\right\} \\ \Omega_{\tilde{\omega}} &= \{\|\tilde{\omega}\| \leq \sqrt{D}\} \\ \Omega_{\tilde{W}} &= \left\{\|\tilde{W}\| \leq \sqrt{\frac{D}{\lambda_{\min}(\Gamma^{-1})}}\right\} \\ \Omega_{S_1} &= \{\|S_1\| \leq \sqrt{D}\} \end{aligned} \quad (5-30)$$

其中， $D = 2(V_2(0) + C/\rho)$ ， ρ 和 C 均为正常数。

证明：构造 Lyapunov 函数 V_2 为：

$$V_2 = \frac{1}{2} S_1^T S_1 + \frac{1}{2} z_2^T M z_2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \quad (5-31)$$

对式(5-31)求导，有：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -S_1^T K_s S_1 + S_1^T z_2 + z_2^T [\tau - \hat{W}^T S(Z) + \varpi - M\dot{\alpha}] \\ & + \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i + \tilde{\omega}^T \dot{\tilde{\omega}} \end{aligned} \quad (5-32)$$

将式(5-20)、式(5-21)、式(5-28)和式(5-29)代入上式，可得到如下所示结果：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -S_1^T K_s S_1 + S_1^T z_2 + z_2^T [-S_1 - K_2 z_2 + \varpi - \tilde{\omega}] \\ & + \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i + \tilde{\omega}^T \dot{\tilde{\omega}} \\ \leq & -S_1^T K_s S_1 - z_2^T K_2 z_2 - z_2^T \tilde{\omega} \\ & - \sum_{i=1}^n \tilde{W}_i^T \sigma_i \hat{W}_i + \tilde{\omega}^T (-l(x)\tilde{\omega} - l(x)\bar{\varepsilon}) \\ \leq & -S_1^T K_s S_1 - z_2^T (K_2 - \frac{1}{2}I) z_2 - \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \|\tilde{W}_i\|^2 \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \|W_i^*\|^2 - \tilde{\omega}^T (\frac{1}{2}l(x) - \frac{1}{2}I)\tilde{\omega} + \frac{1}{2}l(x)\|\bar{\varepsilon}\|^2 \\ \leq & -\rho V_2 + C \end{aligned} \quad (5.33)$$

式中，

$$\rho = \min \left(2\lambda_{\min}(K_s), \frac{2\lambda_{\min}(K_2 - \frac{1}{2}I)}{\lambda_{\max}(M)}, \min \left(\frac{\sigma_i}{\lambda_{\max}(\Gamma_i^{-1})}, \lambda_{\min}(l(x) - I) \right) \right) \quad (5-34)$$

$$C = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2} \|W_i^*\|^2 + \frac{1}{2}l(x)\|\bar{\varepsilon}\|^2 \quad (5-35)$$

通过上述分析，可以证明 z_1 、 z_2 、 $\tilde{\omega}$ 、 $\tilde{W}$ 和 S_1 是半全局一致有界的。

在式(5-33)左右两端同时乘以 $e^{\rho t}$ ，然后在 $[0, t]$ 上进行积分，可以得到：

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 e^{\rho t} & \leq -\rho V_2 e^{\rho t} + C e^{\rho t} \\ \frac{d}{dt}(V_2 e^{\rho t}) & \leq C e^{\rho t} \\ V_2 e^{\rho t} & \leq \frac{C}{\rho} e^{\rho t} + (V_2(0) - \frac{C}{\rho}) \\ V_2 & \leq (V_2(0) - \frac{C}{\rho}) e^{-\rho t} + \frac{C}{\rho} \leq V_2(0) + \frac{C}{\rho} \end{aligned} \quad (5-36)$$

因此，对于 z_1 ，满足如下表达式：

$$\frac{1}{2}\|z_1\|^2 \leq V_2(0) + \frac{C}{\rho} \quad (5-37)$$

综上所述，可以得出 z_1 收敛于紧集 Ω_{z_1} ，同理可以证明 z_2 、 $\tilde{\sigma}$ 、 $\tilde{W}$ 和 S_1 分别收敛紧集 Ω_{z_2} 、 $\Omega_{\tilde{\sigma}}$ 、 $\Omega_{\tilde{W}}$ 和 Ω_{S_1} 内。

证明完毕。

5.4 仿真结果

本节将在二自由度机械臂上进行仿真，以验证所提控制方法的有效性，该机械臂结构、动力学方程相关系数与第 2.2.2 节描述一致。

选择系统初始状态为：

$$\begin{cases} q_1(0) = 0.1, q_2(0) = 0.2 \\ \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0 \end{cases} \quad (5-38)$$

设定的期望轨迹与文献[51]中的相同，为：

$$\begin{cases} x_{d1} = 0.14 \sin(0.5t) \\ x_{d2} = 0.14 \cos(0.5t) \end{cases} \quad (5-39)$$

在本次仿真中，我们设机械臂系统的外部扰动为： $f(t) = [\sin(t) + 1; 2\cos(t) + 0.5]$ 。控制参数选取为： $K_1 = \text{diag}[30, 30]$ ， $K_2 = \text{diag}[30, 30]$ ， $K_s = \text{diag}[5, 5]$ ， $\Gamma_1 = 0.1I_{256 \times 256}$ ， $\Gamma_2 = 0.1I_{256 \times 256}$ ， $\sigma_1 = 0.2$ ， $\sigma_2 = 0.2$ 。神经网络初始权值选取为： $\hat{W}_{1,i} = 0$ ， $\hat{W}_{2,i} = 0$ ， $(i = 1, 2, \dots, 256)$ 。神经网络的节点和宽度分别设置为： $N = 256$ ， $\eta = 10$ 。扰动观测器的增益矩阵选取为： $l(x) = [0.01 \ 0; 0 \ 0.1]^{-1} M^{-1}(x_1)$ 。

为了进一步体现所提控制器的优越性，本节引入了文献[51]中的神经网络控制(NNC)进行比较，其控制器的表达式如下：

$$\tau = -z_1 - K_2 z_2 - \text{sgn}(z_2^T) \odot J^T(x_1) \bar{f} + \hat{W}^T S(Z) \quad (5-40)$$

其中，NNC 的各参数与本节所设计控制器的参数选取一致。

仿真结果如图 5-3 至图 5-9 所示。其中图 5-3 至图 5-4 为两个控制器的轨迹跟踪和误差，可以看出尽管存在不确定性和外部扰动，机械臂实际位置在 $t \approx 0.3s$ 后就可以追踪上期望轨迹，并保持较高的精度。图 5-5 为两关节的速度跟踪曲线。

图 5-6 为关节 1 和关节 2 的控制力矩。图 5-7 为自适应神经网络的权值响应曲线。图 5-8 为自适应神经网络控制器和 NNC 的逼近误差对比图。图 5-9 为两关节逼近误差和扰动的实际值和在扰动观测器作用下的估计值。

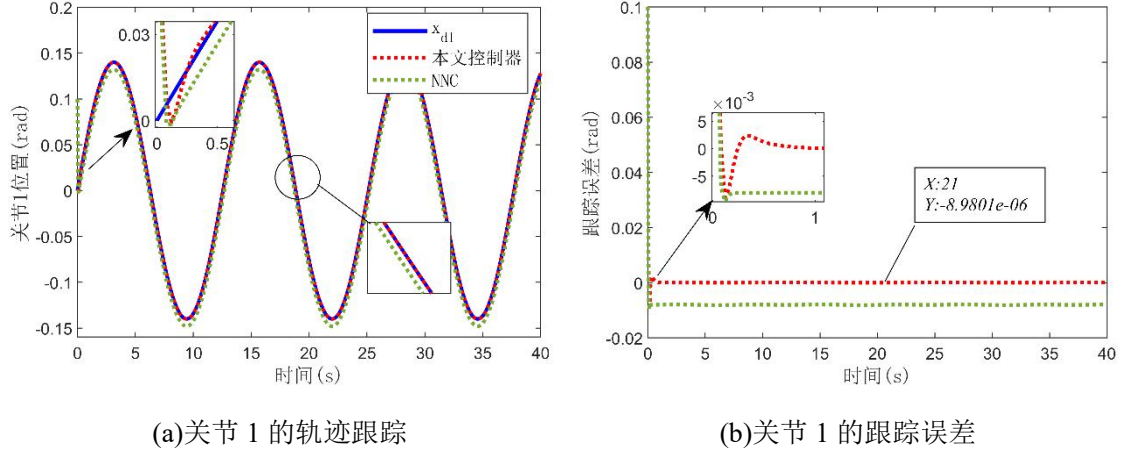


图 5-3 关节 1 的轨迹跟踪及误差比较

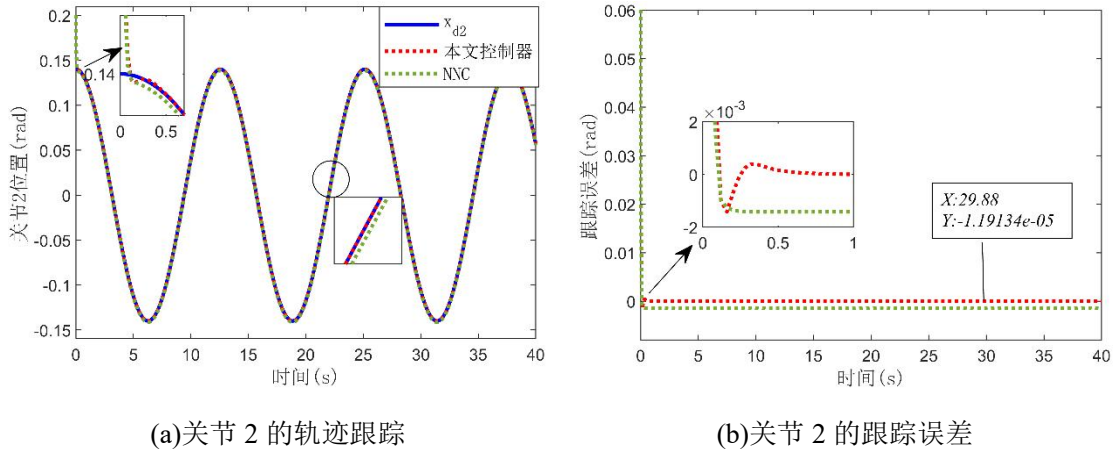


图 5-4 关节 2 的轨迹跟踪及误差比较

从图 5-3 和图 5-4 可以看出，两种方法都可以保证跟踪误差在短时间内收敛到零附近，但很明显本节提出的控制器跟踪性能更好。在系统到达稳定状态后，关节 1 和关节 2 的跟踪误差可达 $z_{11} \approx -9.0 \times 10^{-6}$ 和 $z_{12} \approx -1.2 \times 10^{-5}$ ，这也反映了所提方法在跟踪精度上的优越性。根据式(5-30)和式(5-40)可知，在式(5-30)中增加了一个关于位置误差的积分滑模面，能够有效降低系统的稳态误差，另外还增加了扰动观测器，能对控制器的逼近误差实时估计并反馈给控制器以进行补偿，这使得本文控制器的跟踪误差更小。从图 5-6 可以明显看出，即使存在模型不确定性和扰动，两种控制方法的输入都是平滑无抖振现象的。因为给定系统的初始状

态不在所设定的期望状态上，所以在初始阶段两种方法都需要较大的控制力矩，以此来快速跟踪上期望轨迹，但在此阶段，NNC 方法的控制输入的幅值大于本文控制器输入幅值，在此阶段 NNC 消耗更多的能量。

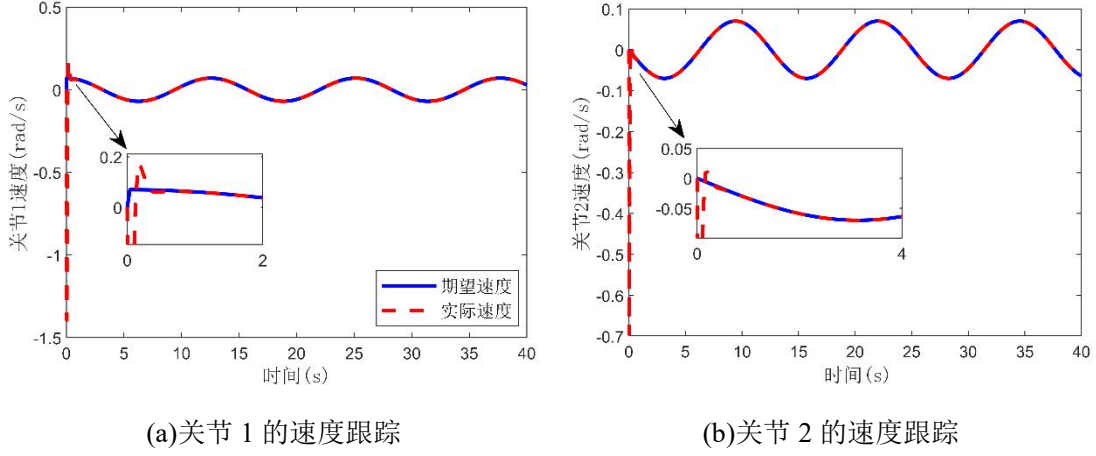


图 5-5 关节 1、2 的速度跟踪

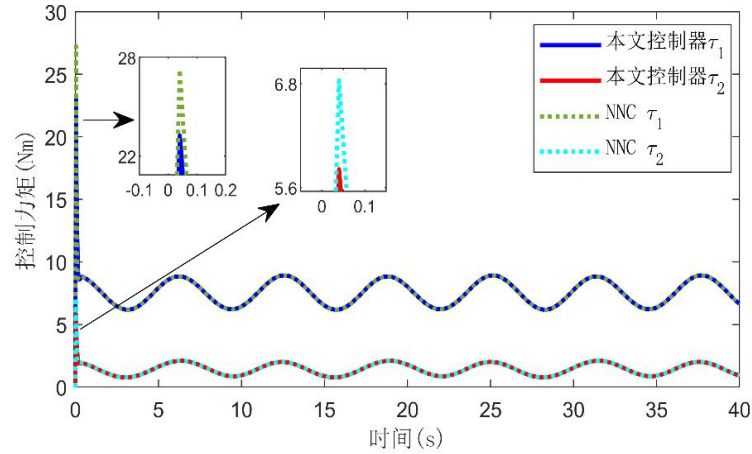


图 5-6 关节 1、2 的控制力矩

从图 5-3 至图 5-6 可知，对比于文献[51]，基于扰动观测器的自适应神经网络控制器在不增加能耗的情况下便可以在更短时间内精确地跟踪上期望轨迹。

从图 5-7 和图 5-8 可以看出，自适应权值响应曲线可以在短时间内收敛到正常数，并比 NNC 的权值更快地到达合理稳定状态，这也证明了自适应权值的有界性。在图 5-8 中，很明显本文控制器所触发的逼近误差 $\varepsilon(t)$ 在 0.3 秒内就可以收敛到接近零的小值。图 5-9 为扰动观测器对 $\varpi = -J^T f(t) - \varepsilon(t)$ 的跟踪曲线，在 0.5 秒内便可达到预期效果，能够对不确定性和外部扰动进行准确估计。

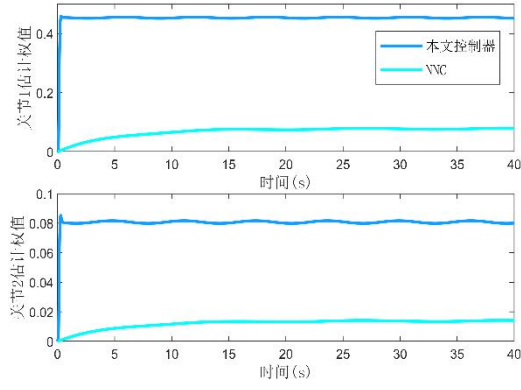


图 5-7 关节 1、2 的自适应网络权值

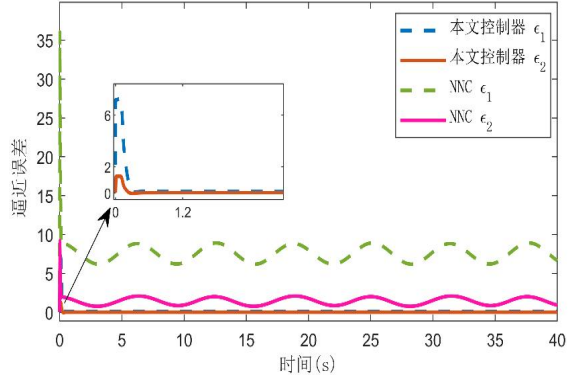
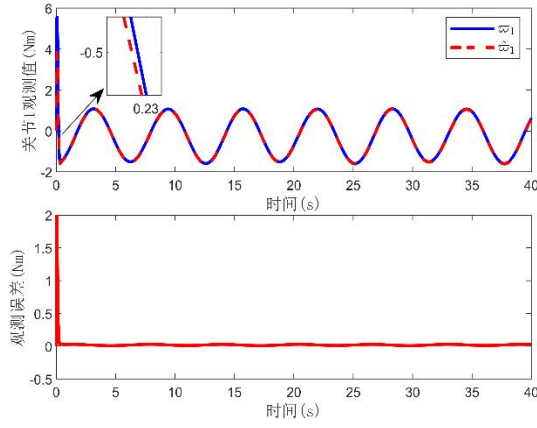
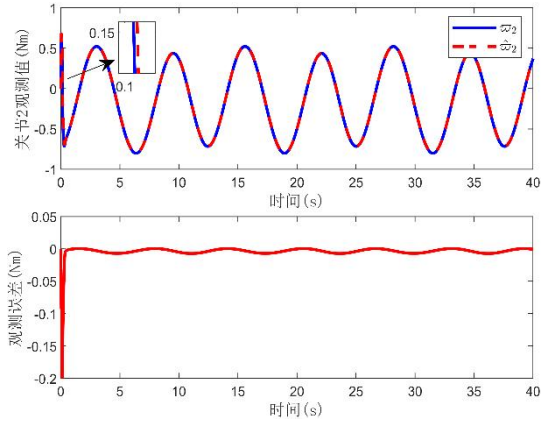


图 5-8 关节 1、2 的逼近误差



(a) 关节 1 的观测误差



(b) 关节 2 的观测误差

 图 5-9 关节 1、2 的复合扰动 $\hat{w}$ 和观测器估计值 $\hat{w}$

5.5 本章小结

本章提出了一种基于扰动观测器的自适应神经网络控制策略。首先设计了一种基于全状态反馈的自适应神经网络控制器，在线逼近动态模型不确定性，并通过调整自适应更新律对控制器进行补偿，为了增强系统鲁棒性，在利用反步法推导控制器时加入了位置误差滑模面。然后，在神经网络控制器对不确定性进行处理之后，创新性地改写了系统的状态方程，设计扰动观测器来同时处理逼近误差和系统外部扰动。利用 Lyapunov 稳定性理论，证明了所设计的控制器能够保证闭环系统的误差信号半全局一致有界。最后仿真验证了该控制方法的有效性与优越性。

第 6 章 总结与展望

6.1 总结

本文针对非线性机械臂系统存在的建模误差、外部扰动等问题,围绕反步法、固定时间控制、滑模控制、神经网络、扰动观测器等关键技术,以设计高精度轨迹跟踪控制策略。论文主要工作如下:

(1) 首先分析了国内外机械臂研究现状和机械臂轨迹跟踪控制方法,并结合相关文献对上述所用方法的优缺点进行了归纳总结。然后设计了跟踪控制律,在二自由度机械臂模型上仿真验证了机械臂动力学方程的准确性。最后给出了本文所用到的引理和相关稳定性分析理论,为后续算法的设计提供理论依据。

(2) 研究了带有集总扰动的机械臂有限时间轨迹跟踪反步控制问题。设计一个有限时间扰动观测器,以对集总扰动进行精确估计,并为后续设计控制器提供观测后的估计值。然后基于扰动观测器、有限时间理论以及反步控制技术,设计了运动学跟踪控制律,实现机械臂跟踪虚拟轨迹,接着设计动力学控制器以对上述运动学控制律的跟踪。利用稳定性理论证明了系统有限时间收敛特性。最后通过仿真对比验证了所提控制策略的收敛速度更快、精度更高。

(3) 针对第 3 章的有限时间控制存在系统收敛时间受初始状态影响的弊端,本文第 4 章提出了 FTDO-FTSM 控制方案。通过构造固定时间扰动观测器,实现固定时间内对集总扰动的精确估计。在设计固定时间滑模面时加入了位置误差符号函数的积分项,避免出现奇异性问题,同时可以减小系统稳态误差,当跟踪误差远离滑模面时,积分项可以提供一个较大的力矩使其快速接近滑模面,而在靠近滑模面时,又会降低速度,增强系统鲁棒性和避免出现抖振现象。仿真时通过选取不同初始位置,来验证系统固定时间稳定特性,数值模拟结果表明了所提算法的控制力矩曲线平滑无抖振,对模型参数摄动和外部扰动有较强的鲁棒性。

(4) 为了更精准地处理动态模型不确定性和提高系统自适应能力,在第 3 章反步技术和第 4 章滑模控制的基础上,本文第 5 章提出了一种基于扰动观测器的自适应神经网络控制策略,利用神经网络在线逼近模型不确定性,并通过调整自适应更新律对控制器进行补偿,在利用反步法推导控制器过程中,加入了位置误

差的积分滑模面，以减小系统稳态误差，增强鲁棒性。在经过控制器对不确定性逼近处理之后，创新性地改写了系统状态方程，并在扰动观测器中选择逼近误差的有界值而不是实际值，保证观测器结构稳定的同时，能对逼近误差进行精确估计，与其他控制方法不同的是，本文所设计的新型扰动观测器，可以同时处理神经网络的逼近误差和系统的外部扰动。结合 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统误差信号的半全局一致有界性。通过与传统神经网络控制方法进行仿真对比，结果显示，所提策略在不增加能耗的情况下具有更高的跟踪精度，该方案适用于含有非线性的不确定性机械臂轨迹跟踪系统。

6.2 展望

本文所研究的控制策略有较高的控制性能，能以高精度完成机械臂的轨迹跟踪控制任务，但仍存在一些待完善的地方，未来将从以下几个方面进一步展开研究：

- (1) 动力学模型存在不确定性问题广泛存在于机械臂系统，在后续工作中，对获取精准的机械臂动力学模型做更深入研究。
- (2) 由于条件有限，本文的控制算法是在仿真软件上进行模拟验证的，因此，还需在机械臂实验平台上做进一步实验验证。另外，本文考虑的是单臂机器人，未来将深度强化学习多臂机器人的协同跟踪控制。

参考文献

- [1] 耿宝骏. 对工业机器人应用与发展的探讨[J]. 新型工业化, 2022, 242(2): 321-324.
- [2] Kuo Y H, Kusiak A. From data to big data in production research: the past and future trends[J]. International Journal of Production Research, 2018: 1-26.
- [3] Yang C, Jiang Y, He W, et al. Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(10): 8112–8123.
- [4] Koryakovskiy I, Kudruss M, Babuška R, et al. Benchmarking model-free and model-based optimal control[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 92: 81–90.
- [5] Li J, Zhang Y, Mao M. Continuous and discrete zeroing neural network for different-level dynamic linear system with robot manipulator control[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 1–10.
- [6] Wang Y, Gu L, Xu Y, et al. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(10): 6194–6204.
- [7] Wu X, Kirner A, Garofalo G, et al. Adaptive Tracking Control With Uncertainty-Aware and State-Dependent Feedback Action Blending for Robot Manipulators[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(4): 12307-12314.
- [8] Kumar J, Kumar V, Rana K P S. Fractional-order self-tuned fuzzy PID controller for three-link robotic manipulator system[J]. Neural Comput & Applic, 2020, 32: 7235–7257.
- [9] Angel L, Viola J. Fractional order PID for tracking control of a parallel robotic manipulator type delta[J]. ISA Transacion, 2018, 79:172-188.
- [10] Lee J, Chang P H, Yu B, et al. An Adaptive PID Control for Robot Manipulators Under Substantial Payload Variations[J]. IEEE Access, 2020, 8: 162261-162270.

- [11] Wang S, Yin X, Li P, et al. Trajectory Tracking Control for Mobile Robots Using Reinforcement Learning and PID[J]. Iran J Sci Technol Trans Electr Eng, 2020, 44:1059–1068.
- [12] 杨程琦. 基于平面二自由度机械臂的轨迹跟踪控制[D]. 沈阳工业大学, 2021.
- [13] 霍祥. 基于自适应控制的机器人轨迹跟踪算法研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2019.
- [14] Wang H L, Li Y P. Adaptive control of robot manipulators with closed architecture [J]. Automatica, 2024, 111040.
- [15] Su Y, Wang K, Yao C, et al. Adaptive Nonlinear Control Algorithm for a Self-Balancing Robot [J]. IEEE Access, 2020, 8: 3751-3760.
- [16] Zhang G, Pan J, Li T L, et al. Fixed-Time Control of a Robotic Arm Based on Disturbance Observer Compensation[J]. Processes 2023, 12: 93.
- [17] Chang W, Li Y, Tong S. Adaptive Fuzzy Backstepping Tracking Control for Flexible Robotic Manipulator[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021, 8(12): 1923-1930.
- [18] Petit F, Daasch A, Albu-Schäffer A. Backstepping Control of Variable Stiffness Robots[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(6): 2195-2202.
- [19] Mai T L, Tran H T. An adaptive robust backstepping improved control scheme for mobile manipulators robot[J]. ISA Transactions, 2023, 137: 446-456.
- [20] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans. Autom. Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [21] Yoo S J. Actuator fault detection and adaptive accommodation control of flexible-joint robots[J]. IET Control Theory Appl, 2012, 6(10): 1497-1507.
- [22] Sun W, Su S F, Xia J, et al. Command filter-based adaptive prescribed performance tracking control for stochastic uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Syst. 2021, 51(10): 6555-6563.
- [23] Ling S, Wang H, Liu P X. Adaptive fuzzy tracking control of flexible-joint robots based on command filtering[J]. IEEE Trans. Ind. Electron, 2020, 67 (5): 4046-4055.

- [24]Andaluz G M, Morales L, Leica P, et al. Andaluz and G. Palacios-Navarro., “LAMDA Controller Applied to the Trajectory Tracking of an Aerial Manipulator[J]. Appl. Sci, 2021, 11 (13): 5885.
- [25]Chávez-Vázquez S, Lavín-Delgado J E, Gómez-Aguilar J F, et al. Trajectory tracking of Stanford robot manipulator by fractional-order sliding mode control[J]. Applied Mathematical Modelling, 2023, 120: 436-462.
- [26]Zhang L, Wang Y, Hou Y, et al. Fixed-Time Sliding Mode Control for Uncertain Robot Manipulators[J]. IEEE Access, 2019, 7: 149750-149763.
- [27]徐贵. 基于滑模的机械臂轨迹跟踪控制研究[D]. 东南大学, 2020.
- [28]Wang Y C, Zhang Z J, Li C, et al. Adaptive incremental sliding mode control for a robot manipulator[J]. Mechatronics, 2022, 82: 102717.
- [29]Ning B, Han QL, Zuo Z. Practical fixed-time consensus for integrator-type multi-agent systems: A time base generator approach[J]. Automatica, 2019, 105: 406–14.
- [30]Liang X L, Wang H B, Zhang Y X. Adaptive nonsingular terminal sliding mode control for rehabilitation robots[J]. Computers and Electrical Engineering, 2022, 99: 107718.
- [31]楚东港, 刘烨. 具有量化输入机械臂系统的预设性能自适应神经网络控制[J]. 电子科技, 2024, 1-6.
- [32]崔朝臣, 张翔, 熊丹等.空间软体机械臂的两阶段神经网络控制方法[J].控制理论与应用, 2023, 40(12): 2257-2264.
- [33]门曦凯, 郭朝. 基于 RBF 神经网络的上肢柔性外骨骼机器人自适应复合控制[J]. 控制工程, 2023, 1-9.
- [34]Liu C, Wen G, Zhao Z, et al. Neural-network-based sliding-mode control of an uncertain robot using dynamic model approximated switching gain[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 1-8.
- [35]He W, Dong Y, Sun C. Adaptive neural impedance control of a robotic manipulator with input saturation[J]. IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Syst, 2016, 46 (3): 334-344.
- [36]Zhang S, Kong L, Qi S, et al. Adaptive neural control of unknown non-affine

- nonlinear systems with input deadzone and unknown disturbance[J]. *Nonlinear Dynam*, 2019, 95: 1283–1299.
- [37] 于欣波, 贺威, 薛程谦等. 基于扰动观测器的机器人自适应神经网络跟踪控制研究[J]. *自动化学报*, 2019, 45 (7): 1307-1324.
- [38] He W, Chen Y, Yin Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints[J]. *IEEE Trans. Cybern*, 2016, 46 (3): 620-629.
- [39] Sun W, Wu Y, Lv X. Adaptive Neural Network Control for Full-State Constrained Robotic Manipulator With Actuator Saturation and Time-Varying Delays[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2022, 33(8): 3331-3342.
- [40] Wu Y F, Niu W K, Kong L H, et al. Fixed-time neural network control of a robotic manipulator with input deadzone[J]. *ISA Transactions*, 2023, 135: 449-461.
- [41] 张蕾, 宋博雅, 田冬雨. 考虑输入饱和的机械臂轨迹跟踪滑模控制[J/OL]. *西安工程大学学报*, 2024, 1-8.
- [42] 赵超阳. 基于滑模变结构的机械臂轨迹跟踪控制方法研究[D]. 广西大学, 2022.
- [43] 何野. 机械臂的自适应非奇异终端滑模轨迹跟踪控制研究[D]. 安徽工程大学, 2022.
- [44] 刘跃跃, 王浩羽, 张加易等. 磁性微型机器人神经自适应轨迹跟踪控制[J]. *机器人*, 2023, 45(06): 683-690.
- [45] Yu J, Shi P, Zhao L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2018, 92: 173-180.
- [46] Wang N, He H K. Dynamics-level finite-time fuzzy monocular visual servo of an unmanned surface vehicle[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(11): 9648-9658.
- [47] Javier P-J, Marco A. A-P, Mauro L-R. Finite-time control for rigid robots with bounded input torques [J]. *Control Engineering Practice*, 2020, 102: 104556.
- [48] 李新凯, 张宏立, 范文慧. 基于时变障碍李雅普诺夫函数的变体无人机有限时间控制[J]. *自动化学报*, 2022, 48(08): 2062-2074.

- [49]王璐, 郭毓, 吴益飞. SGCMGs 驱动的挠性航天器有限时间自适应鲁棒控制[J]. 自动化学报, 2021, 47(03): 641-651.
- [50]Dong G, Li H, Ma H, et al. Finite-Time Consensus Tracking Neural Network FTC of Multi-Agent Systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(2): 653-662.
- [51]Van M, Mavrovouniotis M, Ge S S. An Adaptive Backstepping Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Control for Robust Fault Tolerant Control of Robot Manipulators[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(7): 1448-1458.
- [52]Yu J P, Shi P, Zhao L. Finite-time command filtered backstepping control for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 2018, 92: 173-180.
- [53]Sai H Y, Xu Z B, Zhang E Y, et al. Chattering-free Fast Fixed-time Sliding Mode Control for Uncertain Robotic Manipulators[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2023, 21: 630-644.
- [54]Zhang L Y, Su Y X, Wang Z, et al. Fixed-time terminal sliding mode control for uncertain robot manipulators[J]. ISA Transactions, 2024, 144: 363-373.
- [55]Zhang D, Hu J, Chen J, et al. A Novel Disturbance Observer Based Fixed-Time Sliding Mode Control for Robotic Manipulators with Global Fast Convergence[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2024, 11(3): 661-672.
- [56]王宁, 王宁, 鲁挺等. 水下机器人-机械手系统末端执行器固定时间轨迹跟踪控制[J]. 大连海事学报, 2021, 47(2): 11-19.
- [57]He W, Ge S.S, Li Y, et al. Neural Network Control of a Rehabilitation Robot by State and Output Feedback[J]. J Intell Robot, 2015, 80, 15-31.
- [58]Ivan L.-S, Ricardo P.-A, Javier M.-V. Trajectory tracking double two-loop adaptive neural network control for a Quad-rotor[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(5): 3770-3799.
- [59]Zhang Y, Liu J, Yu, J, et al. Single neural network-based asymptotic adaptive control for an autonomous underwater vehicle with uncertain dynamics[J]. Ocean Engineering, 2023, 286(part 1): 115553.

- [60] 马乐, 闫一鸣, 徐东甫等. 含未知动态与扰动的非线性系统神经网络嵌入式学习控制[J]. 自动化学报, 2021, 47(8): 2016-2028.
- [61] Yang C, Huang D, He W, et al. Neural Control of Robot Manipulators With Trajectory Tracking Constraints and Input Saturation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(9): 4231-4242.
- [62] Liu E, Yan Y, Yang Y. Neural network approximation-based backstepping sliding mode control for spacecraft with input saturation and dynamics uncertainty[J]. Acta Astronautica, 2022, 191: 1-10.
- [63] Zhang Y, Kong L, Zhang S, et al. Improved Sliding Mode Control for a Robotic Manipulator With Input Dead-zone and Deferred Constraint[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(12): 7814-7826.
- [64] 赵兴强, 刘振, 高存臣. 机械臂系统自适应神经网络滑模控制器设计[J]. 控制工程, 2023, 30(9): 1624-1629.
- [65] Vijay M, Jena D. Backstepping terminal sliding mode control of robot manipulator using radial basis functional neural networks[J]. Computers & Electrical Engineering, 2018, 67: 690-707.
- [66] Gao X, Yu H, Yang Q, et al. Neural network based dynamic surface integral nonsingular fast terminal sliding mode control for manipulators with disturbance rejection[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(15): 11032-11054.
- [67] Zhang R, Xu B, Shi P. Output Feedback Control of Micromechanical Gyroscopes Using Neural Networks and Disturbance Observer[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 33(3): 962-972.
- [68] Li G, Yu J, Chen X. Adaptive Fuzzy Neural Network Command Filtered Impedance Control of Constrained Robotic Manipulators With Disturbance Observer[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(8): 5171-5180.

攻读学位期间发表的学术成果

1. Li T L, Zhang G, Zhang T, Pan J. Adaptive Neural Network Tracking Control of Robotic Manipulators Based on Disturbance Observer[J]. Processes, 2024, 12, 499.
2. Li T L, Zhang G, Chen X M, Zhang T. Research on Dynamic Analysis and Impedance Control of B-ultrasound Detection Robot. 2023 China Automation Congress (CAC). IEEE.
3. Zhang G, Pan J, Li T L, Wang Z, Wang D S. Fixed-Time Control of a Robotic Arm Based on Disturbance Observer Compensation[J]. Processes 2023, 12, 93.

致 谢

从 2021 年入学至今，三年的研究生求学生涯即将结束。回首这三年，曾为学习感到有压力，也对未来感到迷茫而憧憬，为结识到新老师和新朋友而高兴，目光所及，都是满满回忆，很留恋这美好的校园生活。真的很幸运遇到了我的导师张刚老师，不管是在生活上还是在学习上都给了我很大帮助，从论文的课题选择到中期答辩，再到最后的毕业论文写作，都离不开张老师的指导，在择业上也会耐心给我分析和建议。恩师之情，永记于心。

感谢实验室里的张坦老师对我学术上的帮助，帮我一遍又一遍的检查论文，给我分享他的学习经验，并为我论文写作指引方向。另外，也感谢实验室其他各位老师的指导。感谢实验室的师弟们，和你们一起奋斗、一起说笑，也祝你们顺利毕业，未来光彩绚丽。

此外，感谢家人对我求学路上的支持与理解。感谢国家的资助和培养。