

分类号: F832.5
密 级: 公开

单位代码: 10363
学 号: 2221010111

题 目 非线性视角下的中国股市流动性分析与金融
混沌系统建模——实证、建模与控制研究

英文并列

题 目 Liquidity Analysis of the Chinese Stock Market
and Modeling of Financial Chaotic Systems
under a Nonlinear Framework : Empirical
Study, Modeling Applications, and Control Strategies

学生姓名: 刘威

指导老师: 杨迎娟 副教授

专 业: 金融

研究方向: 资本市场与投资

论文答辩日期: 2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：刘威

日期：2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密□，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密☑。

学位论文作者签名：

刘威

指导教师签名：

杨迎娟

日期：2025 年 5 月 14 日

日期：2025 年 5 月 14 日

非线性视角下的中国股市流动性分析与金融混沌系统建模

——实证、建模与控制研究

摘 要

在全球金融市场复杂性日益凸显的背景下，传统线性模型难以充分刻画股市流动性的动态特征与系统性风险演化规律。本文以非线性动力学理论为框架，通过实证分析与建模控制相结合的研究方法，系统探讨了中国股市流动性的复杂特征及其内在混沌机制，并构建新型金融混沌系统以揭示市场风险传导规律及调控策略。

首先，基于沪深两市高频交易数据构建有效换手率流动性指标，运用 BDS 检验、Hurst 指数、关联维数、Lyapunov 指数及 Kolmogorov 熵等多维度非线性检验方法，实证研究发现中国股市流动性具有显著的非线性依赖性、持续性及低维混沌特征，且深市的混沌程度高于沪市，表明流动性波动对初始条件敏感且存在不可预测性。其次，为系统解析金融市场混沌行为的动力学机制，本文创新性地构建了包含利率、投资需求、价格指数与财政赤字的新型四维金融混沌系统，通过平衡点稳定性分析、Hopf 分岔分析、混沌共存分析及 Casimir 函数解析界证明系统在外部扰动下的有界性。进一步地，设计速度反馈与线性反馈控制器，成功实现混沌抑制并引导系统趋于稳定平衡点，数值仿真验证了控制策略的有效性。最后，研究创新性地将股市流动性实证结果与混沌系统理论建模相结合，揭示了非线性动力学在金融市场微观结构分析中的普适性。

本文的主要贡献在于：第一，通过实证分析揭示了我国股市流动性的非线性本质特征，为理解股市流动性复杂性提供了新的理论视角；第二，基于股市流动性的非线性特征，构建了四维金融混沌系统

模型，拓展了金融系统建模的研究维度；第三，提出了有效的混沌控制策略，为金融市场的风险管理和政策调控提供了理论依据。本研究不仅深化了对股市流动性非线性特征的认识，也为金融系统的稳定性分析与控制提供了新的研究思路和方法。

关键词：股市流动性，非线性动力学，混沌系统，Lyapunov 指数，混沌控制

LIQUIDITY ANALYSIS OF THE CHINESE STOCK
MARKET AND MODELING OF FINANCIAL CHAOTIC
SYSTEMS UNDER A NONLINEAR FRAMEWORK :
EMPIRICAL STUDY, MODELING APPLICATIONS, AND
CONTROL STRATEGIES

ABSTRACT

Amidst the growing complexity of global financial markets, traditional linear models have proven inadequate in capturing the dynamic characteristics of stock market liquidity and the evolutionary patterns of systemic risk. This study employs nonlinear dynamics theory as its analytical framework, integrating empirical analysis with modeling and control methodologies to systematically investigate the complex characteristics and intrinsic chaotic mechanisms of China's stock market liquidity. A novel financial chaotic system is constructed to elucidate the transmission mechanisms of market risks and develop corresponding regulation strategies.

The research first develops an effective turnover rate liquidity indicator based on high-frequency trading data from the Shanghai and Shenzhen stock markets. Through comprehensive nonlinear tests

including BDS test, Hurst exponent, correlation dimension, Lyapunov exponent and Kolmogorov entropy, the study empirically demonstrates that China's stock market liquidity exhibits significant nonlinear dependence, persistence and low-dimensional chaotic characteristics. Notably, the Shenzhen market displays higher chaotic intensity than Shanghai, indicating that liquidity fluctuations are sensitive to initial conditions and inherently unpredictable. Subsequently, to systematically analyze the dynamic mechanisms of chaotic behavior in financial markets, this paper innovatively constructs a four-dimensional financial chaotic system incorporating interest rate, investment demand, price index and fiscal deficit. The boundedness of the system under external disturbances is rigorously proved through equilibrium stability analysis, Hopf bifurcation analysis, chaotic coexistence analysis and Casimir function analytical bounds. Furthermore, both velocity feedback and linear feedback controllers are designed to effectively suppress chaos and guide the system towards stable equilibrium points, with numerical simulations validating the efficacy of these control strategies. Finally, the research innovatively integrates empirical findings on stock market liquidity with theoretical modeling of chaotic systems, revealing the universality of nonlinear dynamics in financial market microstructure analysis.

The main contributions of this study are as follows: Firstly, it uncovers the essential nonlinear characteristics of China's stock market

liquidity through empirical analysis, providing new theoretical perspectives for understanding liquidity complexity. Secondly, based on these nonlinear features, a four-dimensional financial chaotic system model is developed, expanding the research dimensions of financial system modeling. Thirdly, effective chaos control strategies are proposed, offering theoretical foundations for financial market risk management and policy regulation. This research not only deepens the understanding of nonlinear characteristics in stock market liquidity, but also provides novel approaches for stability analysis and control of financial systems.

Liu Wei (Financial)

Supervised by Yang Yingjuan

KEY WORDS: stock market liquidity, nonlinear dynamics, chaotic system, Lyapunov exponent, chaotic control

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景与意义	1
1.1.1 研究背景	1
1.1.2 研究意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 股市流动性研究现状	2
1.2.2 金融混沌系统研究现状	5
1.3 研究内容与创新点	7
1.3.1 研究框架	7
1.3.2 研究内容	8
1.3.3 创新点	8
1.4 本章小结	9
第 2 章 非线性动力学的相关理论与方法	10
2.1 非线性动力学相关理论	10
2.1.1 分形理论	10
2.1.2 混沌与分岔理论	11
2.2 非线性特征分析方法	12
2.2.1 BDS 检验	12
2.2.2 重标极差法求 Hurst 指数	13
2.2.3 关联维度	13
2.2.4 最大 Lyapunov 指数法	14
2.2.5 Kolmogorov 熵法	14
2.3 本章小结	15
第 3 章 我国股票市场流动性的非线性特征研究	16
3.1 流动性指标选择与数据来源	16
3.2 股票市场流动性的非线性特征检验	17
3.3 股票市场流动性的分形特征	26
3.4 股票市场流动性的混沌特征	28
3.5 本章小结	37
第 4 章 基于非线性动力学的金融混沌系统建模与控制	39
4.1 金融混沌系统模型构建	39
4.2 非线性动力学分析	41
4.3 利用 Casimir 函数求金融混沌系统的解析界	46
4.4 混沌控制策略设计	48
4.5 本章小结	54
第 5 章 结论与建议	55
5.1 结论	55
5.2 建议	55

参考文献	57
攻读硕士期间发表的论文	63
致谢	64

第 1 章 绪论

1.1 研究背景与意义

1.1.1 研究背景

金融市场的复杂性和非线性特征是现代金融学研究的重要课题。随着全球经济一体化和金融创新的快速发展，金融市场的动态行为日益复杂，传统的线性分析方法已难以全面解释市场中的非线性现象。股票市场作为金融体系的核心组成部分，其流动性不仅是衡量市场运行效率的重要指标，还可能与系统性风险相关。因此，深入研究股票市场流动性的动态特征及其内在机制，对于理解金融市场的运行规律具有重要意义。

中国股票市场作为全球重要的股票市场之一，其流动性特征受到多种因素的影响，包括宏观经济政策、市场参与者行为以及国际金融市场的波动等。然而，现有研究多集中于线性框架下的流动性分析，缺乏对非线性特征的深入探讨。近年来，非线性动力学理论在金融领域的应用逐渐受到重视，其能够有效揭示金融市场中存在的分形、混沌等复杂现象，为理解金融市场的非线性特征提供了新的视角。特别是分形理论、混沌理论以及非线性特征分析方法的应用，为研究金融市场的复杂动态行为提供了有力的工具。

此外，金融系统的复杂性不仅体现在单一市场或变量上，还表现为多个变量之间的非线性相互作用。例如，利率、投资需求、价格指数及财政赤字等宏观经济变量与股市流动性之间可能存在复杂的非线性关系。因此，从非线性视角出发，深入研究中国股市流动性的动态特征，并构建能够反映金融系统复杂性的混沌模型，具有重要的理论和现实意义。

1.1.2 研究意义

本文从非线性视角出发，通过实证分析与建模相结合的方法，系统探讨了中国股市流动性的非线性特征及其在金融混沌系统中的应用，具有重要的理论和现实意义。在理论层面，本文通过引入 Hurst 指数、关联维数、最大 Lyapunov 指

数及 Kolmogorov 熵等非线性分析方法，揭示了股市流动性的分形与混沌特征，丰富了非线性动力学在金融领域的理论研究；同时，构建了以利率、投资需求、价格指数及财政赤字为状态变量的四维金融混沌系统模型，拓展了金融系统建模的研究维度，为理解金融系统的动态行为提供了新的理论工具。

在现实层面，本文为股市流动性管理提供了科学依据，有助于提高市场参与者决策的科学性和有效性；通过混沌控制策略的设计，为金融市场的风险防控和稳定性调控提供了理论支持；此外，研究结果为宏观经济政策的制定与调整提供了参考，有助于实现金融市场的稳定运行，促进经济高质量发展。总体而言，本文不仅深化了对股市流动性复杂性的理解，还为金融市场的风险管理、政策调控及理论研究提供了重要的理论与实践支持。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 股市流动性研究现状

流动性作为股票市场微观结构的关键要素，在资本市场中扮演着至关重要的角色。它不仅直接影响个体投资者的利益，还关乎整个市场的运行效率与稳定性，对股票市场的健康发展具有深远影响。Amihud^[1]的研究中，提出了一个衡量股市非流动性的指标，并验证该指标与股票超额收益之间存在明显的正相关关系。Samarasinghe^[2]基于跨国样本研究发现，股市流动性与银行稳定性之间存在正向关联，这一结论在银行层面和系统层面均得到了验证。Roy 等^[3]研究了企业社会责任与股票市场流动性之间的关系，结果表明，积极履行社会责任的企业，其股票在市场中表现出更高的流动性水平。Mishra 等^[4]基于美联储 2003 年至 2013 年的数据研究发现，股市流动性的提升通常依赖于美联储的刺激政策与银行贷款增长的同步实现。Kim 等^[5]聚焦于英国脱欧事件对证券市场流动性的影响机制，实证结果表明，脱欧公投通过加剧市场不确定性，显著削弱了英国资本市场的流动性水平。Kumari^[6]探讨了投资者情绪与股票市场流动性之间的内在关联，发现看涨情绪往往伴随着更高的市场流动性。Hunjra 等^[7]利用广义矩量法对 2010 年至 2018 年巴基斯坦、印度、澳大利亚和新加坡制造业公司的数据进行分析，结果表明股权集中度、机构持股和盈余管理对股市流动性具有显著影响。

王明涛和何浔丽^[8]运用向量自回归模型，从货币供应量和利率两个维度，探

讨了我国货币政策对股市流动性风险的作用机制。研究发现,货币供应量的增加会降低股市流动性风险,二者呈现显著的负相关关系。张益明^[9]针对我国股票市场的流动性问题展开实证分析,发现产品市场势力在信息传递过程中发挥积极作用,进而提升股票流动性。金春雨和张浩博^[10]则深入剖析了货币政策对股票市场流动性的传导路径,并借助 TVP-VAR 模型,以非流动性和换手率为流动性指标,实证检验了货币政策对我国股票市场流动性的动态效应。研究指出,货币政策的宽松有助于改善市场流动性,而紧缩政策则可能导致流动性恶化。李钦等^[11]聚焦科创板,探讨了股票流动性与企业创新水平之间的关联。研究表明,在控制其他变量的情况下,股票流动性越佳,企业的创新效应越显著,创新水平亦相应提升。杨何灿等^[12]基于 2017 年至 2021 年沪深两市的日度交易数据,运用中介效应模型,揭示了北向资金流动对股票流动性的传导机制,证实了北向资金的流入整体上提升了股票流动性。廖昕和程心怡^[13]综合运用 Granger 因果检验、脉冲响应函数及方差分解等计量方法,实证分析了货币供应量、银行间 7 天同业拆借利率、投资者情绪指数与股市流动性之间的动态关系。研究结果表明,扩张性货币政策与投资者乐观情绪均能显著改善股市流动性状况。姚登宝等^[14]借助 MS-VAR 模型,检验了金融杠杆对股市流动性状态转换效应的影响。研究发现,杠杆过低易致流动性紧缩,适度提升则促使流动性由紧缩转向充裕,而过度提高则可能导致流动性过剩。李延军等^[15]同样采用 MS-VAR 模型,检验了深主板与中小板市场的流动性溢价效应,并深入探讨了货币政策冲击对两市场流动性溢价效应的非对称影响。戴俊和欧军^[16]聚焦权证退市对中国股市的影响,通过对比退市前后 50 周的换手率、振幅及收益率波动性等数据,发现权证退市后市场流动性显著减弱。刘向华和柳恩普^[17]利用主板与中小板市场数据,研究了股市流动性与宏观经济间的互动机制,证实两者间存在较强关联性。王晋忠等^[18]以沪深两市融资融券交易数据为基础,从市场波动性和流动性两个维度,运用 VAR 模型和 Granger 因果检验方法展开实证分析。结果表明,融资行为对市场的流动性和波动性均未产生显著影响。邢治斌和仲伟周^[19]研究了货币政策、财政政策及其组合对中国股票市场流动性风险的影响,并指出宏观经济政策对流动性风险的影响程度受经济环境变化的干扰。张民和朱鲁秀^[20]通过实证研究发现,存款准备金率变动对中国股市流动性的影响具有短期效应,其显著性主要体现在政策调整后的 5 个交易日内,而超过 10 个交易日则影响逐渐消退。但研究同时指出,在货币政策转向的关键时

点, 存款准备金率调整对股市流动性的影响将持续更久, 其显著性可维持至 10 个交易日。彭小林^[21]采用脉冲响应函数和 BEKK 模型, 实证检验了货币政策变量对股市流动性的动态影响机制。研究发现, 狭义货币供应量 M1 对股市流动性产生的即时冲击效应最为显著, 利率的影响持续时间最长, 而 M0 的冲击强度和影响周期相对较弱。范雯和周艳^[22]基于上海股票市场数据, 对市场流动性与股票收益率之间的关系进行了实证研究。研究结果表明, 中国股票市场存在显著的流动性溢价效应, 即流动性较差的股票往往具有更高的预期收益率。王刚^[23]运用 VAR 模型对上海股市的流动性与收益率之间的关系进行了研究, 并通过脉冲响应函数分析了两者的相互影响。此外, 还从条件分布的角度进一步探讨了二者之间的因果关系。黄峰和杨朝军^[24]通过修正的资本资产定价模型对中国股市进行实证研究, 发现中国股票存在流动性溢价现象, 而且股票流动性越差, 风险溢价就越明显。孙云辉^[25]以 2001-2004 年间我国股市的 6 个重大政策事件为研究对象, 运用事件研究法分析了政策公布前后市场流动性的变化特征。实证结果显示, 政府出台的政策措施对股市流动性产生了显著的影响效应。靳云汇和杨文^[26]通过实证研究考察了交易量、收益率波动性和股票价格等因素对市场流动性指标的影响机制。研究发现, 在上海股票市场中, 上述变量均能显著解释流动性指标的变化, 展现出较强的解释能力。陈志岗和齐静妙^[27]运用事件研究法, 分析了印花税率变动对股票市场波动性的影响。研究发现, 印花税率的调整对上证指数和深证成指波动性的影响具有较高的一致性。何迪和周勇^[28]选取 2002 年 1 月 4 日至 2017 年 12 月 31 日上海证券交易所 A 股市场的日频交易数据, 系统性分析了市场流动性特征, 研究发现引入动态潜在因子能够有效避免对股市流动性估计的偏差。尹海员和华亦朴^[29]通过对我国股市日交易数据构建流动性指标, 从微观视角分析了股票市场流动性的非线性特征。栗美艺^[30]以 2013 年 3 月 16 日至 2018 年 6 月 30 日沪深两市的高频交易数据为基础, 构建 VAR 模型, 并结合 Granger 因果检验、脉冲响应函数及方差分解等方法, 系统探究了融资交易与市场流动性之间的动态关联。研究结果显示, 融资交易在统计意义上显著成为股市流动性的 Granger 原因, 且融资规模的扩大对市场流动性的提升具有持续的正向推动作用。杨征和宋宁^[31]创新性地运用状态空间模型, 以沪深 300 指数和中证 500 指数为研究对象, 深入探讨了中国证券市场流动性指标与股价波动之间的时变动态关联。他们的实证结果显示, 在这两个市场中, 股价对股票市场流动性均具有正向影响, 且这种

影响在中证 500 指数等小盘股市场中更为显著。方舟等^[32]运用 MSIH(3)-VAR(4) 模型并结合累积脉冲响应函数, 系统研究了货币政策对股市流动性的传导机制。实证结果表明, 扩张性货币政策能够显著改善股票市场流动性状况, 而紧缩性货币政策则会导致市场流动性水平下降。

尽管上述研究在股票市场流动性及其影响因素方面取得了丰富成果, 但仍存在一些不足: 现有研究主要采用线性模型进行分析, 其基本假设是变量间存在线性关系。然而, 金融市场中变量间的相互作用往往呈现非线性特征, 这使得传统线性模型难以准确刻画市场复杂的动态变化过程。而且现有研究较少从微观结构角度分析流动性的非线性特征。为了克服上述不足, 引入非线性动力学分析方法显得尤为重要。通过非线性动力学方法, 可以从微观结构角度深入分析股票市场流动性的非线性特征, 为市场设计和监管提供理论支持。

1.2.2 金融混沌系统研究现状

随着全球格局日益复杂和不可预测, 全球化、技术创新和市场竞争等因素相互交织, 导致金融系统变得更加复杂和不确定, 进而对全球人民的生活产生重大影响^[33-35]。作为现代经济运行的核心特征, 不确定性催生了混沌理论在经济研究中的广泛应用。混沌经济学通过引入非线性动力学系统和奇异吸引子等工具, 为解析经济系统的复杂性、非均衡性和路径依赖性提供了新的研究范式。这一新兴交叉学科快速发展不仅推动了经济理论的革新, 也为政策制定者应对复杂经济环境提供了重要的分析框架, 现已成为当代经济学研究的前沿领域之一^[36-40]。

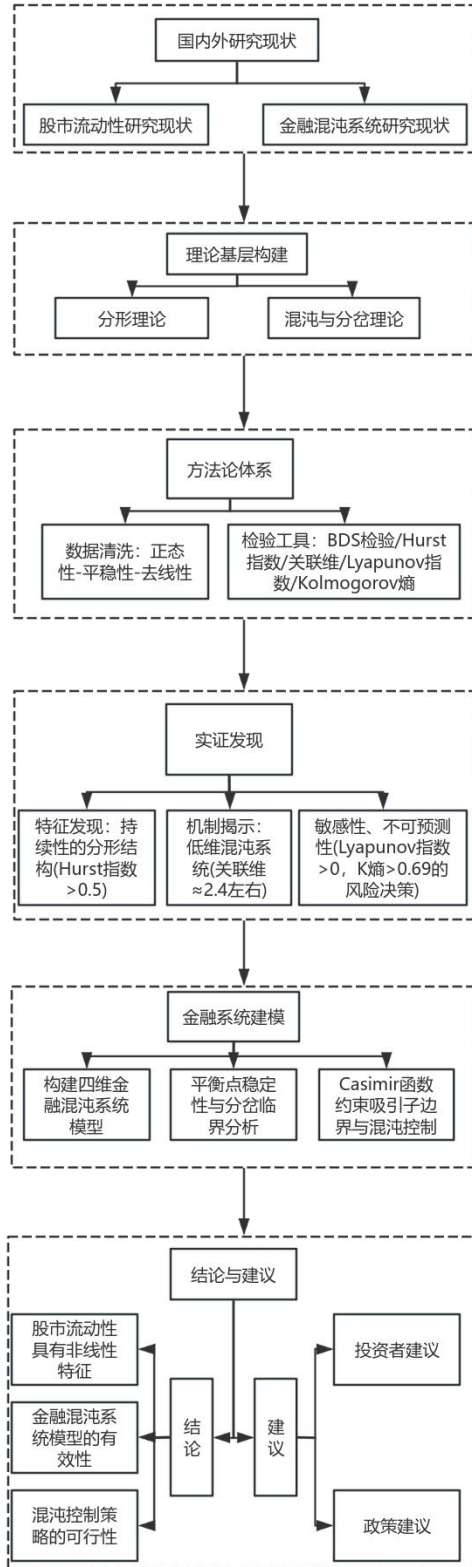
1993 年, 黄登仕和李后强^[41]首次提出了由生产、货币、劳动和证券子块组成的三维金融混沌系统, 生动描述了金融市场中可能出现的多种非线性状况。随后, Zhang 等^[42]利用正交多项式近似法研究了含有噪声的金融混沌系统的随机 Hopf 分岔的存在性和稳定性。Dokuyucu^[43]则利用 ABC 分数阶导数分析了金融混沌系统, 利用新模型的固定模型定理研究其存在性解。Mukherjee 等^[44]研究了金融系统的噪声问题, 使用参数和噪声强度的变化进行周期分析, 探讨噪声对系统动力学的影响。Yang^[45]分析了具有非恒定需求弹性的金融混沌系统, 利用范式理论研究 Hopf 分岔问题, 得到了分岔周期轨道的近似表达式和稳定性。Farman 等^[46]构建和检验分数阶导数, 用于分数阶无序金融系统的管理和模拟。Yu 等^[47]在非线性的金融系统中引入了平均利润率作为新的状态变量, 构建了一个四维金融

超混沌系统, 并进行了相关动力学特性分析和控制。这引起了学术界的广泛关注^[48-56]。Gao 和 Ma^[57]研究了金融系统的复杂动力学行为, 并探讨了被控系统的稳定性与 Hopf 分岔问题。Vaidyanathan 等^[58]提出了一种新的复杂金融混沌系统, 并进行了被动控制。Dousseh 等^[59]提出了一种新的金融混沌系统, 并利用 Lyapunov 稳定性理论推导了自适应控制率, 实现了参数未知时的混沌控制。Ahmad 等^[60]设计了控制器, 开发了一个鲁棒、稳定的金融闭环系统, 以减少系统震荡并增强稳定性。Xu^[61]建立了一个新的分数阶金融混沌系统, 并利用 Washout 滤波器对其进行了控制。Jiang 等^[62]研究了具有双延迟反馈控制的金融混沌系统, 表明混沌行为可以转化为稳定平衡或周期解。Xu 等^[63]通过线性矩阵不等式得到了局部稳定条件, 研究了时滞反馈在金融混沌系统中的应用。Farman 等^[64]构建并评估了一个分数阶金融混沌系统的传导模型, 并采用主动控制策略控制混沌。Tacha 等^[65]提出了一种新型非线性三维金融混沌系统, 并进行了分析和自适应控制。Yang 等^[66]研究了延迟反馈在金融混沌系统中的分岔与混沌控制。Hajipour 等^[67]提出了一种分数阶金融混沌系统, 并进行了动力学分析和控制。Li 等^[68]针对金融混沌系统的收敛时间问题, 研究了基于事件触发机制的预定义时间控制。Lu^[69]设计了一种间歇反馈控制器, 通过调整参数控制金融系统从混沌向周期转化。然而, 这些研究主要关注低阶利率对金融混沌系统的影响, 未深入探讨高阶利率的影响及控制方法。本文在此基础上, 考虑利率对投资需求的高次项反馈, 构建了一个新的金融混沌系统, 并对其动力学特性进行了分析。

这些研究不仅丰富了混沌经济学的理论体系, 也为政策制定者应对复杂经济环境提供了重要的分析工具。然而, 金融混沌系统的复杂性和多样性仍需进一步探索, 特别是在高阶利率影响、多维度控制策略及实际应用中的有效性验证等方面, 未来研究具有广阔的发展空间。

1.3 研究内容与创新点

1.3.1 研究框架



1.3.2 研究内容

本文分为五个部分：

第一章为绪论，阐述了研究背景与意义，同时阐述了国内外关于股市流动性研究现状、金融混沌系统研究现状，详细说明了本文的研究框架和具体内容，并指出了研究创新点。

第二章介绍了相关理论与方法，重点阐述了分形理论、混沌理论和分岔理论，为研究股市流动性的非线性特征提供理论支撑，并详细说明了 BDS 检验、重标极差法求 Hurst 指数、关联维度、最大 Lyapunov 指数和 Kolmogorov 熵等非线性分析方法。

第三章聚焦股市流动性指标的非线性特征研究，包括指标变量确定与数据选取、非线性特征检验（如正态性检验、平稳性检验、线性相关检验、ARMA 模型消除线性相关及 BDS 非线性检验）以及分形与混沌特征分析。

第四章构建了一种新型金融混沌系统模型，分析了其平衡点稳定性、系统参数变化对平衡点稳定性影响、Hopf 分岔现象和混沌共存现象，并通过 Casimir 函数求解模型解析界并实施控制。

第五章总结了研究结论并提出了相关建议。

1.3.3 创新点

金融市场的复杂系统特性使得传统数理统计方法在揭示其深层次规律时面临显著局限。这种局限性促使研究者转向更为先进的跨学科分析方法，以更全面地理解金融市场的非线性特征。香港大学汤家豪教授因其在时间序列分析与非线性动力系统理论之间建立系统性联系的开创性研究，荣获国家自然科学奖二等奖，为金融市场的非线性研究奠定了重要理论基础。中国管理科学院院士伍海华教授以上海股票市场为例，深入探讨了非线性动力学在股票市场中的应用，进一步推动了该领域的发展。本文的创新点如下：

（1）突破传统线性资本市场理论的局限，基于非线性科学的研究范式，深入探究股票市场流动性特征的非线性本质。本文选择沪深两市股票市场整体流动性、上海股票市场流动性以及深圳股票市场流动性作为研究对象，这一选择不仅拓展了实证分析的广度与深度，还为该市场的非线性研究提供了新的视角。

(2) 现有研究在非线性动力学应用于金融领域时, 通常仅对时间序列进行分形分析或混沌分析, 且分析方法存在一定的片面性。本文综合运用分形分析与混沌分析, 不仅对沪深两市股票市场整体流动性、上海股票市场流动性及深圳股票市场流动性的时间序列进行分形分析, 还深入探讨其混沌特性, 从而更全面地揭示其非线性特征。

(3) 最后基于非线性动力学理论, 构建了一个新的金融混沌模型, 结合分岔理论, 并对其进行混沌分析, 进一步揭示系统动态变化的复杂性与多样性。通过 Casimir 函数求解模型的解析界, 并探讨对模型的控制方法, 最后结合经济学理论对模型结果进行解释, 为金融市场的理论与实践提供了新的工具与视角。

1.4 本章小结

本章首先介绍了研究我国股市流动性非线性动力学特征的背景和意义。接着, 从国内外两个角度, 回顾了股票市场流动性的研究现状、金融混沌系统的研究现状。随后, 我们详细说明了本文的研究思路和具体内容。最后, 对本文的创新点进行了简要说明。

第2章 非线性动力学的相关理论与方法

2.1 非线性动力学相关理论

2.1.1 分形理论

分形理论由曼德勃罗(Benoit B. Mandelbrot)创立,主要用于描述复杂且不规则的几何形状与现象。与传统欧几里得几何关注的规整图形不同,分形对象的核心特征是自相似性,即在不同尺度下,其局部结构与整体结构呈现相似性,如同整体的缩小版。例如,海岸线在大尺度地图和局部实地观测中,均呈现相似的曲折形态。从数学角度,分形常用分形维数定量描述复杂程度,其值往往是非整数,区别于欧几里得几何的整数维数。在金融市场,尤其是股市中,价格波动和流动性状况呈现高度复杂性与不规则性,与分形理论描述的对象特征契合。股市价格走势并非遵循传统金融理论假设的随机游走模型,而是存在明显自相似性和分形结构。从短期日内价格波动到长期月度、年度价格变化,均可发现相似波动模式。例如,不同时间段内股市可能出现相似的暴涨暴跌形态,虽幅度和持续时间有别,但波动结构特征相似。这暗示股市并非完全随机系统,而是具有内在结构和规律,为运用分形理论研究股市流动性提供了理论基础。分形具有以下显著特征:

(1) 自相似性。这是分形最突出的特征,分形对象在不同尺度下,局部与整体呈现相似结构。不过,这种相似并非完全一致,而是统计意义上的,具有相似的波动特征和概率分布。

(2) 标度不变性。分形对象在不同尺度下的统计特征保持不变。无论以何种尺度观察和测量,其内在规律性和特征不会因尺度改变而变化。

(3) 递归性。分形结构常可通过递归方式生成,即一个过程不断重复自身基本操作构建复杂结构。在股市中,市场参与者的交易行为存在一定递归性。投资者常依据过去市场经验和价格走势制定交易策略,这些策略在不同时间和市场条件下不断重复应用,致使价格波动和流动性变化呈现一定递归模式。

当前,对股票市场分形特征的研究主要采用重标极差分析(R/S分析)方法,通过计算Hurst指数识别市场分形特征。当 $0.5 < H < 1$ 时,时间序列呈现出持久性

依赖特征，表明其存在长期记忆效应，验证了金融市场的分形结构特征，揭示了历史信息对未来走势有持续的影响；当 $0 < H < 0.5$ 时，序列具有反持续性，呈现均值回复特征，反映市场具有自我修正机制，波动倾向于回归均衡水平；当 $H = 0.5$ 时，时间序列服从随机游走过程，符合有效市场假说的基本假设。

2.1.2 混沌与分岔理论

混沌理论诞生于 20 世纪 60 年代，由美国气象学家洛伦兹在研究天气预报模型时首次提出。他在对简化的大气对流模型进行数值模拟时，偶然发现初始条件的微小变化在经过长时间演化后，可能产生截然不同的结果。这一现象被生动地比喻为“蝴蝶效应”，意指亚马逊雨林中的一只蝴蝶扇动翅膀，可能在数周后引发美国得克萨斯州的龙卷风。“蝴蝶效应”的发现彻底挑战了传统科学中“确定性系统必然可预测”的观点。在此之前，科学界普遍认为，只要掌握系统的初始状态和支配其运行的物理规律，就能精准预测系统的未来发展。然而，洛伦兹的发现表明，即使是确定性系统，在面对初始条件的微小不确定性时，也可能产生难以预估的结果。这一开创性成果开启了混沌理论的研究征程。与分形理论相比，混沌理论在金融经济学中的应用研究起步较晚。然而，由于混沌现象在物理学、化学、生物学、经济学等众多领域中被普遍观测到，吸引了各领域学者的广泛关注，并在近几十年取得了丰硕成果。当前，识别混沌时间序列的主要方法包括关联维数计算、最大 Lyapunov 指数估计以及 Kolmogorov 熵分析。混沌系统具有以下特性：

（1）对初始条件的极端敏感性。混沌系统具有“蝴蝶效应”特征，即系统初始状态的微小扰动在经过多次迭代和非线性演化后，可能导致系统最终状态出现巨大偏差。

（2）长期不可预测性。虽然短期内混沌系统的行为可能具有一定可预测性，但随着时间推移，初始条件的不确定性会被持续放大，系统未来状态变得难以捉摸。

（3）混沌吸引子。混沌系统在相空间中会收敛至特定的吸引子，这些吸引子具有复杂的分形结构。吸引子是指系统在长时间演化过程中最终趋向的状态集合。例如，洛伦兹吸引子呈现独特的双螺旋结构，系统轨迹围绕这两个螺旋不断盘旋，却永远不会相交。

与混沌理论紧密相关的分岔理论,主要研究系统参数连续变化时系统定性性质的突变,即分岔现象。从数学角度来看,对于一个依赖参数 μ 的动力系统,当 μ 经过某个特定值时,系统的平衡点、周期解等的数量和稳定性会发生变化。以常微分方程描述的动力系统 $x=f(x,\mu)$ 为例,其中 x 是系统状态变量, μ 是参数。在分岔点,原本稳定的平衡点可能失去稳定性,同时可能产生新的平衡点或周期解。分岔类型多种多样,常见的有鞍结分岔、跨临界分岔、叉形分岔等。在鞍结分岔中,随着参数变化,原本不存在的一对平衡点会突然出现;在跨临界分岔中,两个平衡点在分岔点处交换稳定性;叉形分岔又分为超临界叉形分岔和亚临界叉形分岔,前者产生稳定的周期解,后者产生不稳定的周期解。分岔理论具有以下独特特性:

(1) 参数敏感性。这是分岔理论的核心特征。系统行为会随着参数的连续变化在分岔点处发生突变。例如,在生态系统中,环境参数的变化可能导致物种数量和分布等系统状态突然改变。

(2) 突变性。系统状态的变化并非渐进连续的,而是在分岔点处发生突然、不连续的转变。这种特性使分岔理论区别于传统的连续变化理论,在复杂系统演化研究中具有独特价值。例如,在电路系统中,电流、电压等参数达到一定阈值时,系统可能从稳定运行状态突变为振荡甚至故障状态。

(3) 多解性与解的多样性。在分岔点附近,系统可能出现多个不同的解,且不同分岔类型产生的解具有不同的稳定性和特征。

(4) 不可逆性。系统在分岔点发生状态转变后,即使参数逆向变化,通常也难以恢复到原来的状态。这一特性与许多实际系统现象相符。例如,经济系统在经历衰退分岔点后,即使后续调整经济政策,也难以迅速恢复到衰退前的繁荣状态。

2.2 非线性特征分析方法

2.2.1 BDS 检验

BDS 检验可以用来检验时间序列是否存在独立同分布或者说是否存在内在的非线性关系,对于时间序列 $\{x_t : t=1,2,\dots,T\}$,BDS 统计量的构造如下:

$$BDS(m,r)=\frac{\sqrt{T}[C(N,m,r)-C(N,1,r)^m]}{\hat{\lambda}_m(r)}, \quad (2.1)$$

其中, T 为样本容量, m 为嵌入维数, r 为时间序列点的 m 维球的半径, N 为嵌

入维度 m 时时间序列长度, $C(N,m,r)=\frac{2}{N(N-1)}\sum_{t<s}H(r-\|x_t^m-x_s^m\|)$, $N=T-m+1$,

$H(\phi)=\begin{cases} 0 & \phi \leq 0 \\ 1 & \phi > 0 \end{cases}$, $\hat{\lambda}_m(r)$ 是 $C(N,m,r)-C(N,1,r)^m$ 的渐进标准差的估计量。

2.2.2 重标极差法求 Hurst 指数

Hurst 指数可以由重标极差法 (R/S) 确定, 重标极差法非常适用于金融市场的时间序列数据分析, 因为不需要假设所测定的时间序列具有特定的分布特征。把一个时间序列 y_i 分为 K 个长度为 N 的等长子区间, 对于每个子区间, $Y_{(t,a)}$ 为第 a 个期间的累积离差, 定义为:

$$Y_{(t,a)} = \sum_{v=1}^t (y_i - M_a), \quad t=1,2,\dots,N, \quad (2.2)$$

对于每一个子区间, 可得到 N 个累积离差, 极差为:

$$R = \text{Max}(Y_{t,a}) - \text{Min}(Y_{t,a}), \quad (2.3)$$

赫斯特指数为:

$$R/S = (cN)^H, \quad (2.4)$$

两边取对数, 得到:

$$\log(R/S) = H \log(N) + \log(c), \quad (2.5)$$

其中, R/S 为重标极差, N 为区间长度, c 为常数, H 为赫斯特指数, $H \in [0,1]$ 。

当 $0 \leq H \leq 0.5$ 时, 时间序列具有短期记忆性, $0.5 < H \leq 1$, 时间具有长期记忆性。

2.2.3 关联维度

在混沌动力系统中, 混沌吸引子随着时间的推移表现出自相似性, 它们的轨迹表现出折叠、扭曲和拉伸模式。因此金融时间序列中的混沌现象可以通过研究其关联维的特征来检测。本文主要应用 G-P 算法计算关联维。对于时间序列 $\{x_t : t=1,2,\dots,T\}$, 将关联积分定义为 $C(m,r)$, 令 $r \rightarrow 0$, 定义关联维度为:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln(C(m, r))}{\ln(r)}, \quad (2.6)$$

其中, m 为嵌入维数, r 为时间序列点的 m 维球的半径, $C(m, r)$ 为关联积分,

$$C(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \psi(r - \|x_i - x_j\|), \quad \psi(z) = \begin{cases} 0 & z \leq 0 \\ 1 & z > 0 \end{cases}, \quad N$$

为嵌入维度为 m 时时间序列长度。通过对 $\ln(r) - \ln(C(m, r))$ 应用最小二乘估计, 回归直线的斜率就是关联维的估计值。

2.2.4 最大 Lyapunov 指数法

本文使用小数据量方法求解最大 Lyapunov 指数。首先, 从计算效率来看, 小数据量方法不需要处理大规模的数据集, 它基于少量数据样本进行分析计算, 大大缩短了计算时间。这对于实时性要求较高的股市分析场景尤其适用。股市行情瞬息万变, 快速获取最大 Lyapunov 指数有助于投资者及时洞察市场的混沌或稳定状态, 从而迅速做出投资决策。

此外, 小数据量方法对数据的完整性和连续性要求较低。在实际的股市数据收集中, 常常会遇到数据缺失或异常值等问题。小数据量方法能够在有限的条件下, 依然准确估算最大 Lyapunov 指数, 避免了因数据不完整而导致的分析偏差。再者, 该方法具有较强的抗干扰能力。股市中存在大量噪声数据, 这些噪声可能来自市场的短期波动或突发的偶然事件。小数据量方法通过精妙的算法设计, 能够有效过滤这些噪声干扰, 提取出反映股市内在动力学特性的最大 Lyapunov 指数, 为投资者提供更为可靠的市场分析依据。对于混沌时间序列 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$, Lyapunov 指数为:

$$\lambda(i) = \frac{1}{i\Delta t} \frac{1}{(M-i)} \sum_{j=1}^{M-i} \ln \frac{d_j(i)}{d_j(0)}, \quad (2.7)$$

其中, $d_j(0) = \|Y_j - Y_j\|$, $d_j(i) = \|Y_{j+i} - Y_{j+i}\|$, $Y = (x_i, x_{i+\tau}, \dots, x_{i+(m-1)\tau}) \in R^m, (i=1, 2, \dots, N-(m-1)\tau)$, m 为嵌入维数, τ 为时间延迟。 $\lambda > 0$ 时, 说明该系统具有混沌特性, $\lambda < 0$ 说明系统是稳定的。

2.2.5 Kolmogorov 熵法

Kolmogorov 熵是一个用来描述系统复杂性、不确定性和信息量的概念, 通

常用于衡量系统的混乱程度。通过计算系统的 Kolmogorov 熵，我们可以更好地理解系统的复杂性和不确定性，从而判断系统是否表现出混沌行为。Kolmogorov 熵数学公式表述如下：

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} [\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \ln \frac{C(m, r)}{C(m+1, r)}], \quad (2.8)$$

其中， m 为嵌入维度， τ 为时间延迟， r 为时间序列点的 m 维球的半径， $C(m, r)$

为关联积分， $C(m, r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \psi(r - \|x_i - x_j\|)$ ， $\psi(z)$ 为阶跃函数，

$$\psi(z) = \begin{cases} 0 & z \leq 0 \\ 1 & z > 0 \end{cases}, \quad N \text{ 为嵌入维度 } m \text{ 时时间序列长度。}$$

当 K 熵为零时，说明系统处于确定性状态，其演化轨迹完全由初始条件决定，因此具有长期可预测性；而当 K 熵为正时，则表明系统具有混沌特征。这种特征主要体现在系统对初始条件的极端敏感性以及长期不可预测性。

2.3 本章小结

本章首先介绍了非线性动力学的相关理论，包括分形理论、混沌理论和分岔理论的基本原理、核心概念及其特征。随后介绍了股票市场流动性的非线性分析方法，简要阐述了 BDS 检验法、重标极差法（R/S）求 Hurst 指数、关联维、最大 Lyapunov 指数以及 Kolmogorov 熵等方法。通过对这些理论和方法的系统梳理，为后续研究奠定了坚实的理论基础，并提供了有力的方法论支持。

第3章 我国股票市场流动性的非线性特征研究

股票市场流动性作为金融市场微观结构的核心要素，是衡量市场运行效率和质量的重要指标。从理论层面看，流动性直接影响资产定价效率、信息传递机制及资源配置的有效性；从实践层面看，充足的流动性不仅能够降低投资者的交易成本、提升市场参与度，还能增强金融体系的稳定性。因此，深入研究股票市场流动性具有重要的理论价值与现实意义。

3.1 流动性指标选择与数据来源

Amihud^[1]构建的股票市场非流动性指标如下：

$$IQ_{ix} = \frac{1}{D_{ix}} \sum_{t=1}^{D_{ix}} \frac{|R_{it}|}{V_{it}}, \quad (3.1)$$

其中， IQ_{ix} 表示股票市场非流动性， D_{ix} 表示第 x 年股票 i 的有效交易天数， R_{it} 表示股票 i 第 t 日的收益率， V_{it} 表示股票 i 在第 t 日的日交易量。

黄峰和杨朝军^[24]将股市非流动指标(3.1)的分子“日收益率 R_{it} ”替换为“价格振幅 W_{it} ”。构建的股市非流动性指标如下：

$$IQ_{ix} = \frac{1}{D_{ix}} \sum_{t=1}^{D_{ix}} \frac{W_{it}}{V_{it}}, \quad (3.2)$$

其中， $W_{it} = \frac{\text{当日最高价} - \text{当日最低价}}{\text{当日开盘价}}$ 。

尹海员和华亦朴^[29]采用了黄峰和杨朝军^[24]提出的方法，使用价格振幅 W_{it} 来替换收益率 R_{it} 。构建的个股股票流动性指标如下：

$$L_{it} = \frac{TR_{it}}{W_{it}}, \quad (3.3)$$

其中， L_{it} 为计算的第 i 只股票在第 t 日的流动性， TR_{it} 为第 i 只股票在第 t 日的换手率。

然而，换手率存在一定的局限性，无法全面反映交易活动的真实情况。它容易受到大宗交易、股权重组等特殊交易的影响而产生波动，因此在用于分析市场活跃度时可能存在一定的不准确性。相比之下，有效换手率通过剔除对换手率干

扰较大的特殊交易，充分考虑了特定情形下的调整因素，能够更准确地反映股票的实际交易状况。因此，在评估股票流动性和市场活跃度方面，有效换手率更具优势。基于此，本文采用有效换手率来测算股票流动性，具体流动性指标如下：

$$NL_{it} = \frac{ETR_{it}}{W_{it}}, \quad (3.4)$$

其中， NL_{it} 为计算出的第 i 只股票在第 t 日的流动性， ETR_{it} 为第 i 只股票在第 t 日的有效换手率，对个股流动性进行加权平均，股票市场整体流动性指标如下：

$$SML_t = \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_{it}}{SR_{it}} * NL_{it} \right), \quad (3.5)$$

其中， SML_t 为第 t 日股市的流动性， R_{it} 为第 i 只股票在第 t 日的流动市值， SR_{it} 为样本股票在第 t 日流通的总市值， NL_{it} 为计算出的第 i 只股票在第 t 日的流动性。

由于混沌分析对数据量要求较高，为确保分析结果的全面性并更充分地反映股市流动性的综合态势，本文采用日度数据展开研究。样本区间设定为 2013 年 1 月 1 日至 2023 年 12 月 30 日。鉴于部分股票数据存在缺失且时间跨度不足，参考尹海员和华亦朴^[29]，选取沪深 300 指数成分股中的 192 只个股作为沪深两市流动性研究样本；选取上证 180 指数成分股中的 111 只个股作为沪市流动性研究样本；同时，选取深证 200 指数成分股中的 138 只个股作为深市流动性研究样本。这三组日频数据的样本容量分别为：沪深两市 2211 个、沪市 2438 个、深市 2166 个。所有数据均来源于同花顺 iFinD 数据库。随后，根据公式(3.5)，分别计算沪深两市流动性指标 $HSSML_t$ 、沪市流动性指标 $HSML_t$ 以及深市流动性指标 $SSML_t$ 。这种基于市场分层的样本构建方法，既保证了样本的市场代表性，又能够有效区分不同市场的流动性特征。

3.2 股票市场流动性的非线性特征检验

3.2.1 正态性检验

为了验证股票市场流动性是否有效，首先需要考察股市流动性的基本描述性统计量，从整体上初步认识股市流动性的分布特征。常用统计量有偏度、峰度和 JB 统计量。

$$\text{偏度} \quad S = \frac{\sum (X_t - \bar{X})^3}{n\sigma_X^3}, \quad (3.6)$$

$$\text{峰度} \quad K = \frac{\sum (X_t - \bar{X})^4}{n\sigma_X^4}, \quad (3.7)$$

$$\text{JB 统计量} \quad JB = \frac{n}{6} \left[S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right], \quad (3.8)$$

其中, X_t 为流动性时间序列的样本序列, $\bar{X}$ 为序列均值, n 为样本数, σ_x 为序列标准差, S 为偏度, K 为峰度。对于正态分布变量, 偏度 $S=0$, 峰度 $K=3$, JB 统计量渐进服从 $\chi^2(2)$ 分布。如图 3-1, 图 3-2, 图 3-3 是通过 Eviews 软件分别对沪深两市流动性时间序列、沪市流动性时间序列和深市流动性时间序列作出的分布直方图。

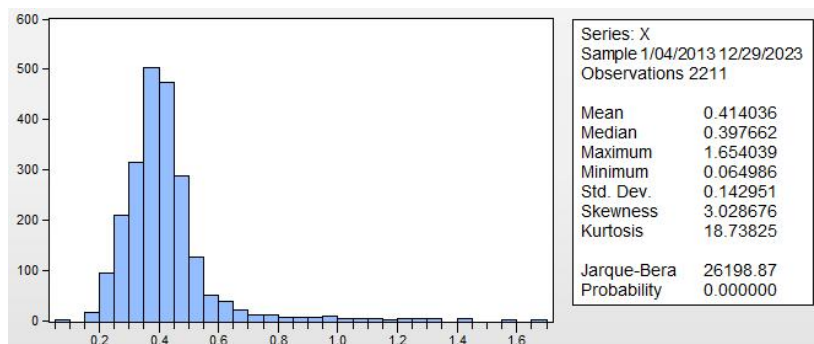


图 3-1 沪深两市流动性时间序列分布直方图

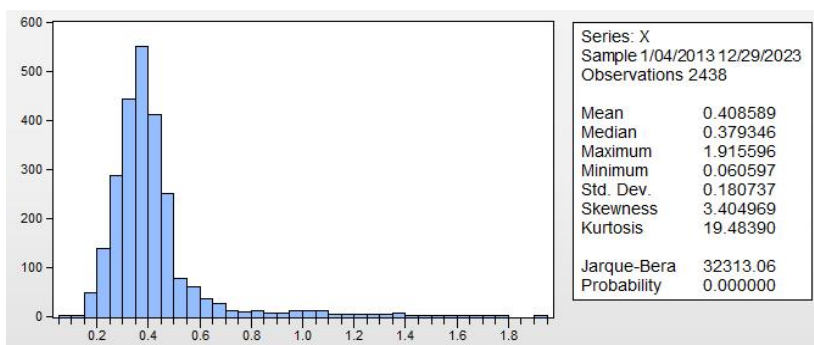


图 3-2 沪市流动性时间序列分布直方图

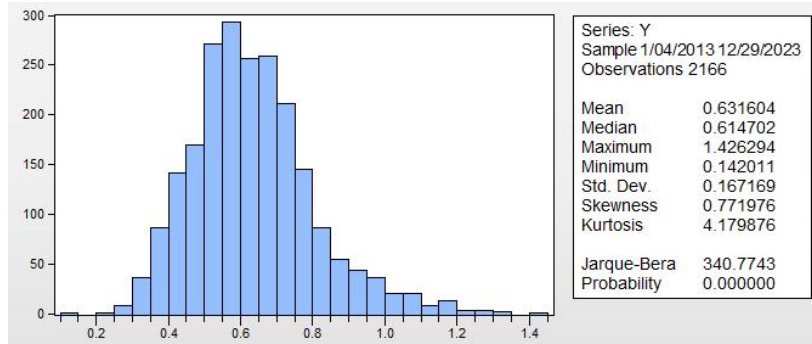


图 3-3 深市流动性时间序列分布直方图

通过对沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的分布直方图进行的实证分析,研究发现上述市场的流动性时间序列均呈现出显著的“尖峰厚尾”特征。这表明市场流动性分布存在明显的非对称性和极端值聚集现象。因此,这三个股市流动性时间序列显著偏离正态分布。

表 3-1 股市流动性时间序列基本统计量与 JB 检验结果

	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量	概率
$HSSML_t$	0.414	0.143	3.029	18.738	26198.870	0.000
$HSML_t$	0.409	0.181	3.405	19.483	32313.060	0.000
$SSML_t$	0.632	0.167	0.773	4.180	340.774	0.000

从表 3-1 中可以看出,沪深两市流动性的偏度值为 3.029,沪市流动性偏度为 3.405,深市流动性偏度为 0.772,三者均大于零,表明流动性分布呈现明显的右偏趋势。进一步分析,沪深两市流动性的峰度值为 18.738,沪市流动性峰度为 19.484,深市流动性峰度为 4.180,均表现出显著的尖峰特征。这意味着股市中更容易出现突发的流动性波动,即流动性状态不稳定。这种不稳定性可能导致投资者在进行股票或其他资产交易时面临更高的交易风险。此外,统计分析显示,三种流动性指标的 J-B 统计量对应的 P 值均为 0,因此可以判定,沪深两市、沪市以及深市的流动性指标均不服从正态分布。

3.2.2 平稳性检验

在非线性分析中,通常需要选取平稳时间序列数据作为研究对象。因此,本文采用 ADF、PP 和 ERS 方法,分别对沪深两市流动性时间序列、沪市流动性时间序列和深市流动性时间序列进行平稳性检验。

(1) ADF 检验

ADF 检验是一种用于判断时间序列是否存在单位根的统计检验方法,尤其

适用于分析具有显著自相关特征的时间序列数据。其零假设 H_0 为时间序列存在单位根，即时间序列非平稳。

表 3-2 股市流动性时间序列 ADF 检验

	1%临界值	5%临界值	10%临界值	t 统计量	P 值
$HSSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-9.436	0.000
$HSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-8.936	0.000
$SSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-12.199	0.000

表 3-2 的检验结果显示，沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的 t 统计量均小于 1%显著性水平下的临界值。因此可以拒绝原假设，从而证实沪深两市、沪市和深市的流动性时间序列不存在单位根，为平稳时间序列。

(2) PP 检验

PP 检验作为单位根检验的关键方法之一，采用非参数技术对序列中的异方差性和自相关性进行调整，从而克服了 ADF 检验的某些不足。与 ADF 检验类似，PP 检验的零假设 H_0 为时间序列存在单位根，即时间序列非平稳。

表 3-3 股市流动性时间序列 PP 检验

	1%临界值	5%临界值	10%临界值	t 统计量	概率 P
$HSSML_t$	-3.960	-3.410	-3.120	-11.217	0.000
$HSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-10.557	0.000
$SSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-13.942	0.000

表 3-3 的检验结果显示，沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的 t 统计量均小于 1%显著性水平下的临界值。因此可以拒绝原假设，从而证实沪深两市、沪市和深市的流动性时间序列不存在单位根，为平稳时间序列。

(3) ERS 检验

ERS 检验是一种基于广义最小二乘法去势处理的单位根检验方法。该方法通过最优准差分技术对原始序列进行预处理，能够有效消除序列中的趋势成分，从而显著提高检验功效。在假设设定上，其零假设 H_0 也为时间序列存在单位根，即时间序列非平稳。与传统的 ADF 检验和 PP 检验相比，ERS 检验在处理近单位根过程时表现出更强的检验能力。由于金融时间序列等数据常伴随结构性变化，ERS 检验的这一特性使其在此类实证研究中尤为适用，因此成为现代时间序

列分析中重要的平稳性检验工具之一。

表 3-4 股市流动性时间序列 ERS 检验

	1%临界值	5%临界值	10%临界值	t 统计量
$HSSML_t$	-3.960	-3.410	-3.120	-11.217***
$HSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-10.557***
$SSML_t$	-3.430	-2.860	-2.570	-13.942***

注 a: ***, **和*分别表示在 1%、5%和 10%的水平上显著

表 3-4 的检验结果显示, 沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的 t 统计量均小于 1%显著性水平下的临界值。因此可以拒绝原假设, 从而证实沪深两市、沪市和深市流动性时间序列不存在单位根, 为平稳时间序列。

3.2.3 线性相关性检验

线性相关检验主要用于判断时间序列是否存在自相关性, 而自相关性检验在时间序列分析中具有重要意义, 其目的是识别序列内部潜在的线性依赖关系。在本文中, 采用 Q 统计量对我国股票市场流动性序列进行自相关性检验。Q 统计量的原假设为 $H_0=\rho_1=\rho_2=\dots=\rho_m=0$, 即序列不存在自相关性。通过 Stata 软件计算沪深两市流动性时间序列、沪市流动性时间序列以及深市流动性时间序列的 Q 统计量。从图 3-4、图 3-5 和图 3-6 可以清晰看出, 在 1%的显著性水平下, 沪深两市、沪市和深市流动性时间序列均显著拒绝了“不存在自相关性”的原假设。证明了股市流动性时间序列存在着显著的线性相关。

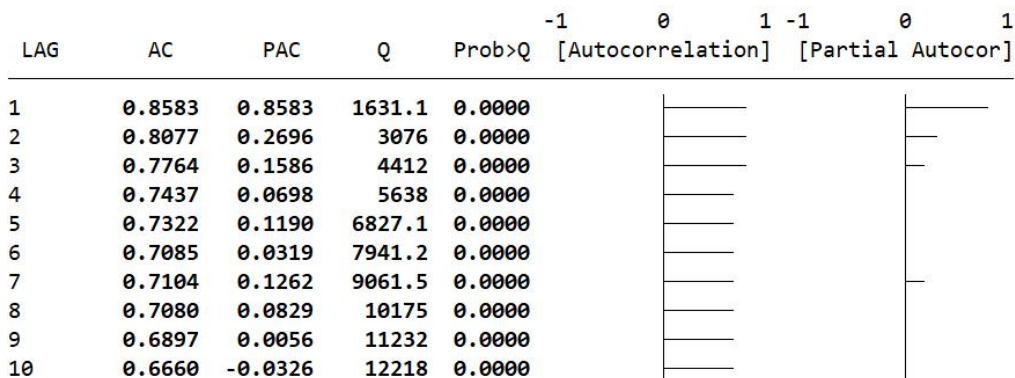


图 3-4 沪深两市流动性时间序列 Q 统计量检验

LAG	AC	PAC	Q	Prob>Q	-1 [Autocorrelation]	0	1 -1 [Partial Autocor]	0	1
1	0.8731	0.8732	1861	0.0000					
2	0.8378	0.3178	3575.1	0.0000					
3	0.8190	0.1993	5213.7	0.0000					
4	0.8003	0.1154	6779	0.0000					
5	0.7785	0.0522	8260.8	0.0000					
6	0.7619	0.0477	9680.6	0.0000					
7	0.7626	0.1166	11104	0.0000					
8	0.7608	0.0953	12521	0.0000					
9	0.7524	0.0480	13907	0.0000					
10	0.7325	-0.0282	15221	0.0000					

图 3-5 沪市流动性时间序列 Q 统计量检验

LAG	AC	PAC	Q	Prob>Q	-1 [Autocorrelation]	0	1 -1 [Partial Autocor]	0	1
1	0.8091	0.8091	1419.8	0.0000					
2	0.7106	0.1621	2515.7	0.0000					
3	0.6497	0.1096	3432.1	0.0000					
4	0.6011	0.0638	4217	0.0000					
5	0.5717	0.0792	4927.1	0.0000					
6	0.5461	0.0521	5575.5	0.0000					
7	0.5202	0.0331	6164.1	0.0000					
8	0.4799	-0.0245	6665.3	0.0000					
9	0.4337	-0.0376	7074.9	0.0000					
10	0.4059	0.0171	7433.7	0.0000					

图 3-6 深市流动性时间序列 Q 统计量检验

3.2.4 ARMA(p, q)模型消除线性相关

由于样本数据序列表现出显著的自相关特性,为了消除序列相关性对后续分析结果的潜在影响,本文采用自回归移动平均模型(ARMA(p, q))对三类股票市场流动性时间序列进行处理。为了准确确定模型的最优阶数,研究过程中使用贝叶斯信息准则(BIC)作为判断依据。

(1) 沪深两市流动性时间序列消除线性相关

应用 BIC 最小准则,采用 ARMA(2, 1)对沪深两市流动性时间序列进行拟合,其中 BIC=-5522.979,

通过回归得到结果表述为:

$$HSSML_t = 0.4135 + 1.2945HSSML_{t-1} - 0.3087HSSML_{t-2} + \mu_t - 0.7401\mu_{t-1}, \quad (3.9)$$

Pr ob (0.000) (0.000) (0.002) (0.000)

使用 ARMA(2, 1)模型对沪深两市流动性时间序列进行处理后,对模型残差序列进行 Ljung-Box Q 检验。图 3-7 的检验结果表明,经过模型处理后,沪深两市流动性时间序列的自相关性被消除, Q 统计量检验接受原假设,认为不存在线

性相关。

LAG	AC	PAC	Q	Prob>Q	-1 [Autocorrelation]	0	1 -1 [Partial Autocor]	0	1
1	-0.0092	-0.0092	.18754	0.6650					
2	0.0272	0.0271	1.8226	0.4020					
3	0.0266	0.0271	3.3849	0.3360					
4	-0.0560	-0.0564	10.327	0.0353					
5	0.0139	0.0115	10.757	0.0564					
6	-0.0768	-0.0746	23.844	0.0006					
7	0.0151	0.0165	24.353	0.0010					
8	0.0630	0.0643	33.164	0.0001					
9	0.0336	0.0396	35.678	0.0000					
10	-0.0082	-0.0213	35.829	0.0001					

图 3-7 沪深两市流动性时间序列残差序列 Q 统计量检验

为进一步验证残差序列的独立性，同时采用拉格朗日乘数检验作为辅助判断工具。检验结果显示，LM 统计量对应的 P 值为 0.6817，可以接受“序列不存在自相关性”的原假设。结合此前 Ljung-Box Q 检验的结果，可以确认 ARMA(2, 1)模型已成功消除沪深两市流动性时间序列中的线性相关部分。通过 Q 检验与 LM 检验的双重验证，残差序列已满足进行后续非线性特征分析的条件。

(2) 沪市流动性时间序列消除线性相关

应用 BIC 最小准则，采用 ARMA(2, 2)对沪市流动性时间序列进行拟合，其中 BIC=-5335.23，通过回归得到结果表述为：

$$HSML_t = 0.4057 + 1.6364HSML_{t-1} - 0.6296HSML_{t-2} + \mu_t - 1.1532\mu_{t-1} + 0.2501\mu_{t-2}, \quad (3.10)$$

Prob (0.000) (0.000) (0.000) (0.000) (0.027)

使用 ARMA(2, 2)模型对沪市流动性时间序列进行处理后，对模型残差序列进行 Ljung-Box Q 检验。图 3-8 的检验结果表明，经过模型处理后，沪市流动性时间序列的自相关性被消除，Q 统计量检验接受原假设，认为不存在线性相关。

LAG	AC	PAC	Q	Prob>Q	-1 [Autocorrelation]	0	1 -1 [Partial Autocor]	0	1
1	0.0024	0.0024	.01452	0.9041					
2	-0.0167	-0.0167	.69764	0.7055					
3	0.0259	0.0260	2.3307	0.5067					
4	0.0267	0.0263	4.0671	0.3970					
5	-0.0232	-0.0225	5.3785	0.3715					
6	-0.0661	-0.0660	16.081	0.0133					
7	0.0043	0.0025	16.126	0.0240					
8	0.0387	0.0377	19.801	0.0111					
9	0.0356	0.0403	22.898	0.0064					
10	-0.0679	-0.0651	34.183	0.0002					

图 3-8 沪市流动性时间序列残差序列 Q 统计量检验

为进一步验证残差序列的独立性，同时采用拉格朗日乘数检验作为辅助判断

工具。检验结果显示，LM 统计量对应的 P 值为 0.8632，可以接受“序列不存在自相关性”的原假设。结合此前 Ljung-Box Q 检验的结果，可以确认 ARMA(2, 2)模型已有效消除了沪市流动性时间序列中的线性相关部分。通过 Q 检验与 LM 检验的双重验证，残差序列已满足进行后续非线性特征分析的条件。

(3) 深市流动性时间序列消除线性相关

应用 BIC 最小准则，采用 ARMA(2, 1)对深市流动性时间序列进行拟合，其中 BIC=-3975.209，通过回归得到结果表述为：

$$SSML_t = 0.6319 + 1.3364SSML_{t-1} - 0.3704SSML_{t-2} + \mu_t - 0.6935\mu_{t-1}, \quad (3.11)$$

Prob (0.000) (0.000) (0.000) (0.000)

使用 ARMA(2, 1)模型对深市流动性时间序列进行处理后，对模型残差序列进行 Ljung-Box Q 检验。图 3-9 的检验结果表明，经过模型处理后，深市流动性时间序列的自相关性被消除，Q 统计量检验接受原假设，认为不存在自相关。

LAG	AC	PAC	Q	Prob>Q	-1	0	1	-1	0	1
					[Autocorrelation]			[Partial Autocor]		
1	0.0008	0.0008	.00139	0.9703						
2	0.0001	0.0001	.0014	0.9993						
3	0.0052	0.0052	.06095	0.9961						
4	-0.0252	-0.0253	1.4435	0.8366						
5	0.0027	0.0028	1.4598	0.9177						
6	0.0169	0.0169	2.0808	0.9121						
7	0.0454	0.0458	6.5715	0.4748						
8	0.0190	0.0181	7.356	0.4988						
9	-0.0422	-0.0424	11.233	0.2601						
10	-0.0196	-0.0192	12.066	0.2806						

图 3-9 深市流动性时间序列残差序列 Q 检验

为进一步验证残差序列的独立性，同时采用拉格朗日乘数检验作为辅助判断工具。检验结果显示，LM 统计量对应的 P 值为 0.8466，可以接受“序列不存在自相关性”的原假设。结合此前 Ljung-Box Q 检验的结果，可以确认 ARMA(2, 1)模型已有效消除了深市流动性时间序列中的线性相关部分。通过 Q 检验与 LM 检验的双重验证，残差序列已满足进行后续非线性特征分析的条件。

3.2.5 BDS 非线性检验

BDS 检验的前提是样本数据不存在线性关系。若检测到样本存在自相关性，需先采用 ARMA(p, q)模型去除线性相关性，随后对残差进行 BDS 检验。基于此，本文对经过处理的沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的残差序列进行了 BDS 检验。考虑到样本数据量较大，为提高检验精度，对检验参数进行了优化

设置。将邻近半径 r 分别设为残差序列标准差的 1 倍和 1.5 倍，以平衡检验的敏感性与准确性。嵌入维数 m 依据 Hsieh(1989)的结论并结合自身时间序列数据特点，设定为 6。这种参数选择策略既能避免因参数过小而得出伪独立性结论，又能防止因参数过大导致统计功效降低，从而确保 BDS 检验结果的可靠性。使用 Eviews 软件对沪深两市、沪市及深市流动性时间序列的残差序列进行 BDS 检验，结果如表 3-5，表 3-6 和表 3-7 所示：

表 3-5 沪深两市流动性时间序列的残差序列 BDS 检验结果

维数	BDS(1)	Z 统计量(1)	P 值(1)	BDS(1.5)	Z 统计量(1.5)	P 值(1.5)
2	0.025644	12.22199	0.000	0.022649	13.03961	0.000
3	0.043290	14.07985	0.000	0.049379	15.68008	0.000
4	0.049760	14.73194	0.000	0.072121	16.86458	0.000
5	0.049667	15.28866	0.000	0.089616	17.63304	0.000
6	0.046482	16.07573	0.000	0.102188	18.28757	0.000

注 b：表中标注 1 的是标准差的 1 倍数，表中标注 1.5 的是标准差的 1.5 倍数

表 3-6 沪市流动性时间序列的残差序列 BDS 检验结果

维数	BDS(1)	Z 统计量(1)	P 值(1)	BDS(1.5)	Z 统计量(1.5)	P 值(1.5)
2	0.032906	15.57386	0.000	0.030406	17.79466	0.000
3	0.058448	17.83159	0.000	0.064670	20.31434	0.000
4	0.074724	19.60398	0.000	0.098296	22.12616	0.000
5	0.080899	20.84821	0.000	0.125441	23.12147	0.000
6	0.080852	22.11765	0.000	0.146875	23.96165	0.000

注 c：表中标注 1 的是标准差的 1 倍数，表中标注 1.5 的是标准差的 1.5 倍数

表 3-7 深市流动性时间序列的残差序列 BDS 检验结果

维数	BDS(1)	Z 统计量(1)	P 值(1)	BDS(1.5)	Z 统计量(1.5)	P 值(1.5)
2	0.009936	5.463935	0.000	0.010226	5.926624	0.000
3	0.018302	7.546053	0.000	0.024694	8.318737	0.000
4	0.019085	7.869400	0.000	0.034383	8.987291	0.000
5	0.017892	8.427243	0.000	0.041853	9.699068	0.000
6	0.015428	8.968986	0.000	0.047761	10.60659	0.000

注 d：表中标注 1 的是标准差的 1 倍数，表中标注 1.5 的是标准差的 1.5 倍数

从表 3-5、表 3-6 和表 3-7 可以看出,当嵌入维数 m 在 $[2, 6]$ 范围内时,沪深两市、沪市及深市流动性残差序列的 Z 统计量均显著大于 1%显著性水平下的临界值 2.58 和 5%显著性水平下的临界值 1.96。同时,各检验对应的 P 值为 0。因此,可以拒绝“序列服从独立同分布”的原假设,三个流动性残差序列均呈现出非线性依赖结构,属于非线性时间序列。

3.3 股票市场流动性的分形特征

此前,本文已使用 $ARMA(p, q)$ 模型分别对沪深两市、沪市及深市流动性时间序列进行拟合,成功消除了各序列的线性相关性,并获得了相应的残差序列。接下来,研究将对这些残差序列进行 Hurst 指数检验。

Hurst 指数的估计值通过最小二乘估计法,以计算斜率的方式得出。与此同时,分形维数 D 与 Hurst 指数 H 存在关联,其计算公式为 $D=2-H$ 。上述所有计算流程均借助 MATLAB 软件予以实现,具体结果如图 3-10、图 3-11 和图 3-12 所示:

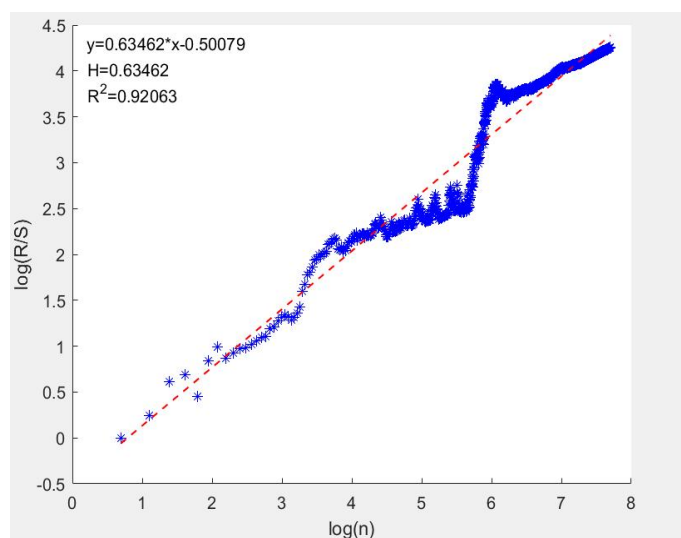
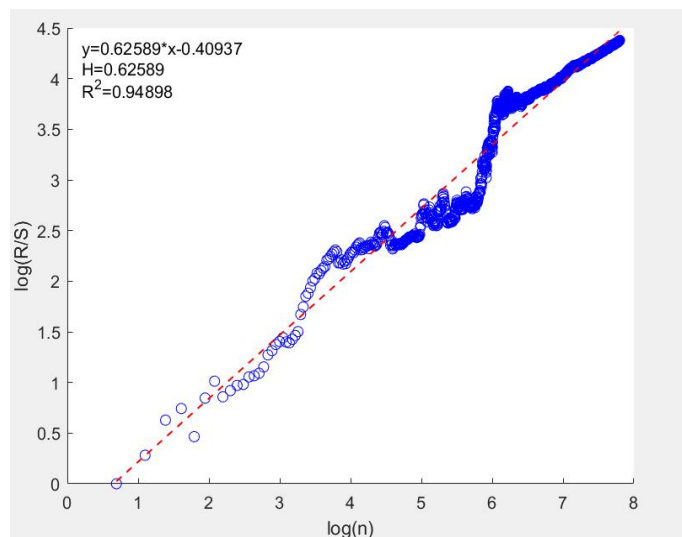
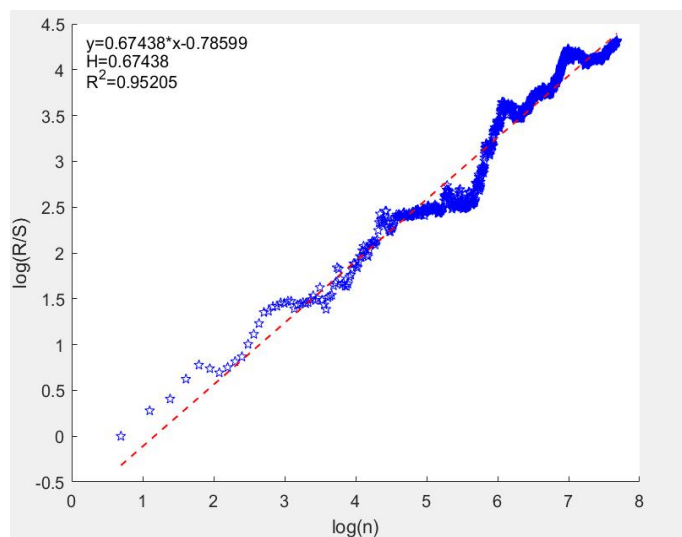


图 3-10 沪深两市流动性残差序列 $\log(n)$ - $\log(R/S)$

图 3-11 沪市流动性残差序列 $\log(n)$ - $\log(R/S)$ 图 3-12 深市流动性残差序列 $\log(n)$ - $\log(R/S)$

通过对图 3-10、图 3-11 和图 3-12 的分析可以看出，使用 R/S 方法计算得出的三个流动性指标的赫斯特指数分别为 0.63462、0.62589 和 0.67438。这些数值均位于 0.5 至 1 的区间内，表明沪深两市、沪市及深市流动性残差序列均具有长期记忆性和趋势持续性。这意味着，过去股市流动性的变化趋势在未来很可能会延续。

表 3-8 股市流动性 Hurst 指数和分形维 D

	Hurst 指数	分形维 D
$HSSML_t$	0.63462	1.36538
$HSML_t$	0.62589	1.37411
$SSML_t$	0.67438	1.32562

从表 3-8 可知, 沪深两市、沪市和深市流动性对应的分形维度分别为 1.36538、1.37411 和 1.32562。而且沪深两市整体的分形维度介于沪市和深市之间, 表明整体流动性波动是沪市和深市的综合体现。

3.4 股票市场流动性的混沌特征

3.4.1 使用互信息法求时间延迟

互信息 (Mutual Information) 是信息论中的重要测度, 为相空间重构中的时间延迟参数选择提供了理论基础。该方法通过量化时间序列中 X_t 和 $X_{t+\tau}$ 两个随机变量之间的统计依赖性来确定最优时间延迟 τ 。具体而言, 算法通过计算不同时间延迟 τ 下的互信息函数 $I(\tau)$, 寻找该函数首次达到局部极小值所对应的 τ 值。此外, 信息法能够捕捉变量间的非线性依赖关系, 因此在混沌时间序列分析中具有更广泛的应用价值。

离散时间序列 X, Y , 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, $P_x(x_i)$ 为 X 中事件 x_i 的概率, $P_y(y_j)$ 为 Y 中事件 y_j 的概率, 则离散时间序列 X, Y 的平均信息熵可以表示为:

$$H(X) = -\sum_i P_x(x_i) \log_2 P_x(x_i), \quad (3.12)$$

$$H(Y) = -\sum_j P_y(y_j) \log_2 P_y(y_j), \quad (3.13)$$

将 X, Y 作为一个耦合系统 (X, Y) , 则互信息函数表示为:

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) = \sum_i \sum_j P_{xy}(x_i, y_j) \log_2 \left[\frac{P_{xy}(x_i, y_j)}{P_x(x_i)P_y(y_j)} \right], \quad (3.14)$$

记 $[x, y] = [s(n), s(n+\tau)]$, 则可以得到互信息 $I(X, Y)$ 与时间延迟 τ 相关, 即:

$$I(\tau) = \sum_{n=1}^N P(s(n), s(n+\tau)) \log_2 \left[\frac{P(s(n), s(n+\tau))}{P(s(n))P(s(n+\tau))} \right], \quad (3.15)$$

当互信息函数 $I(\tau)$ 首次达到局部最小值时, 获得最佳时间延迟 τ 。

在使用 Matlab 软件实现互信息法时, 为增强可视化效果并确保参数选择的准确性, 将时间延迟 τ 的搜索范围扩展至 $[0, 30]$ 区间内的离散整数值。较宽的搜索区间能够完整展示互信息函数 $I(\tau)$ 的变化趋势, 便于识别首个局部最小值点。

将沪深两市流动性时间序列的残差序列代入后, 结果如图 3-13 所示:

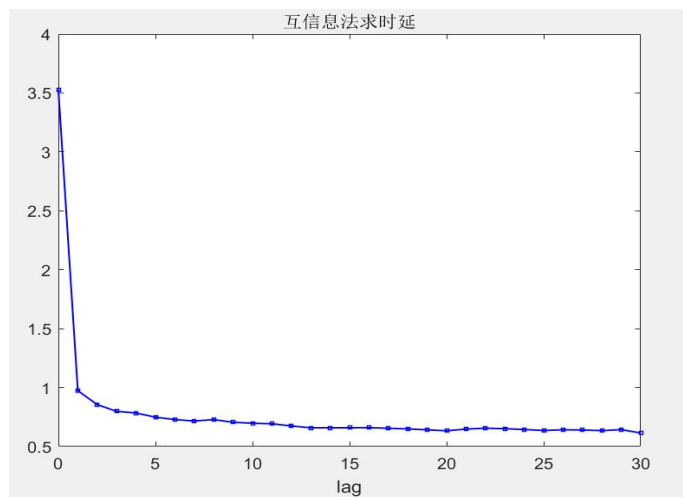


图 3-13 沪深两市流动性残差序列确定时间延迟 τ

当 $\text{Lag}=7$ 时, $I(\tau)$ 出现了第一个局部极小值。因此, 我们将 $\tau=7$ 确定为沪深两市流动性残差序列相空间重构的最优时间延迟。

将沪市流动性时间序列的残差序列代入后, 结果如图 3-14 所示:

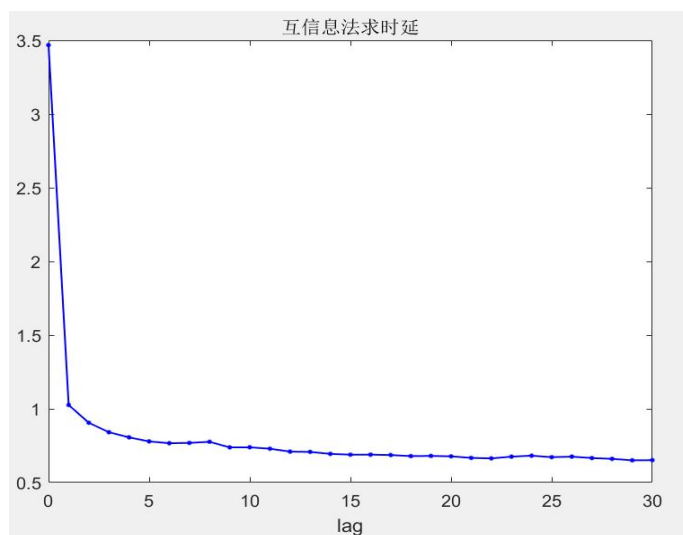
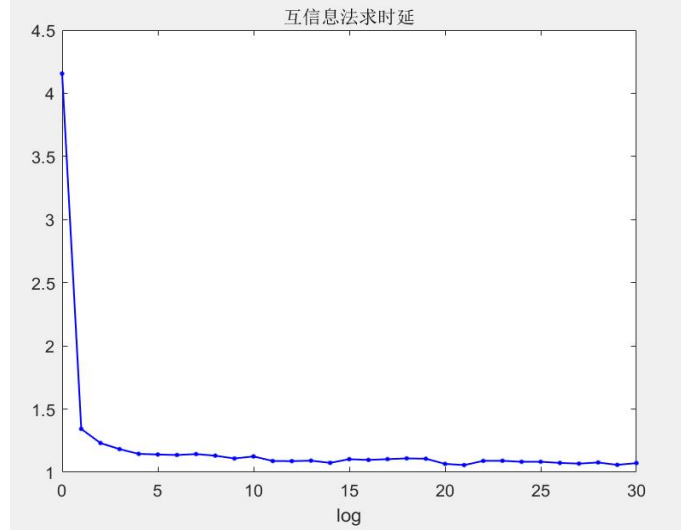


图 3-14 沪市流动性残差序列确定时间延迟 τ

当 $\text{Lag}=6$ 时, $I(\tau)$ 达到第一个局部极小值。因此, 我们将 $\tau=6$ 确定为沪市流动性残差序列相空间重构的最优时间延迟。

将深市流动性时间序列的残差序列代入后, 结果如图 3-15 所示:

图 3-15 深市流动性残差序列确定时间延迟 τ

当 $\text{Lag}=6$ 时, $I(\tau)$ 达到第一个局部极小值。因此, 我们将 $\tau=6$ 确定为深市流动性残差序列相空间重构的最优时间延迟。

3.4.2 使用 CAO 方法求嵌入维度

CAO 方法基于关联维数和虚假最近邻两个关键概念。其核心思想是: 通过分析时间序列在不同嵌入维度下重构相空间时相邻点之间的距离关系, 识别出因嵌入维度不足而产生的虚假最近邻。随着嵌入维度的逐步增加, 当达到足够高的维度时, 时间序列的真实动力学邻居关系会清晰呈现, 此时虚假最近邻的比例会显著降低。通过这种方法, CAO 方法能够有效确定时间序列相空间重构所需的合适嵌入维度。给定时间序列 $\{X_i\}$, $E_1(m)$, $E_2(m)$ 定义如下:

$$E_1(m) = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} \frac{\|X_i(m+1) - X_{n(i,m)}(m+1)\|}{\|X_i(m) - X_{n(i,m)}(m)\|}, \quad (3.16)$$

$$E_2(m) = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N-m\tau} \frac{\|X_i(m+1) - X_{n(i,m)}(m+1)\|}{\|X_i(1) - X_{n(i,m)}(1)\|}, \quad (3.17)$$

其中, m 为嵌入维度, τ 为时间延迟, N 为样本容量。基于邻近点距离比 $E_1(m)$ 的收敛特性: 当 m 达到某个临界值 m_0 时, $E_1(m)$ 的变化趋于平稳, 此时确定最小嵌入维数为 $m_0 + 1$ 。 $E_2(m)$ 的作用是消除随机噪声的影响, 帮助更好地确定嵌入维数。

根据上节确定的最优时间延迟 $\tau=7$, 对沪深两市流动性残差序列进行 CAO 方法计算, 以确定最优嵌入维数 m 。具体实现过程如下: 在 Matlab 编程环境下, 将嵌入维数 m 的搜索范围设定为 $[2, 11]$ 区间内的离散整数值, 通过计算邻近点

距离比 $E_1(m)$ ，得到结果如图 3-16 所示：

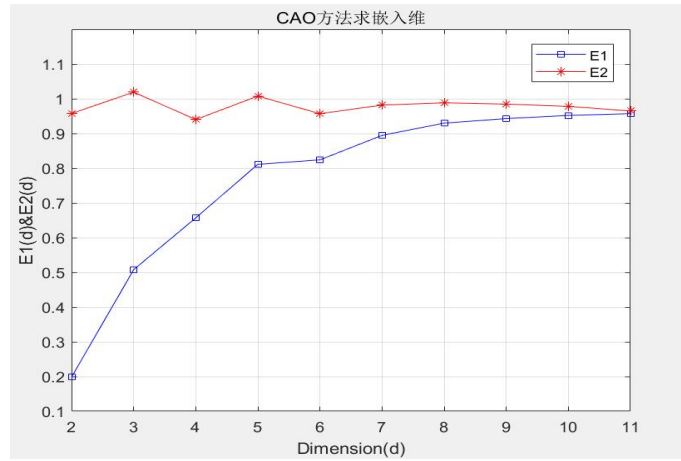


图 3-16 沪深两市流动性残差序列确定嵌入维 m

通过分析图 3-16 中 E_1 随嵌入维数 m 的演化轨迹，可以观察到以下特征：当 $m=8$ 时， E_1 首次达到平稳状态并趋近于 1，且在后续 m 值增大过程中保持相对恒定。因此，确定 $m=8$ 作为沪深两市流动性残差序列相空间重构的最优嵌入维数。

根据上节确定的最优时间延迟 $\tau = 6$ ，对沪市流动性残差序列进行 CAO 方法计算，以确定最优嵌入维数 m 。具体实现过程如下：在 Matlab 编程环境下，将嵌入维数 m 的搜索范围设定为 $[2, 11]$ 区间内的离散整数值，通过计算邻近点距离比 E_1 ，得到结果如图 3-17 所示：

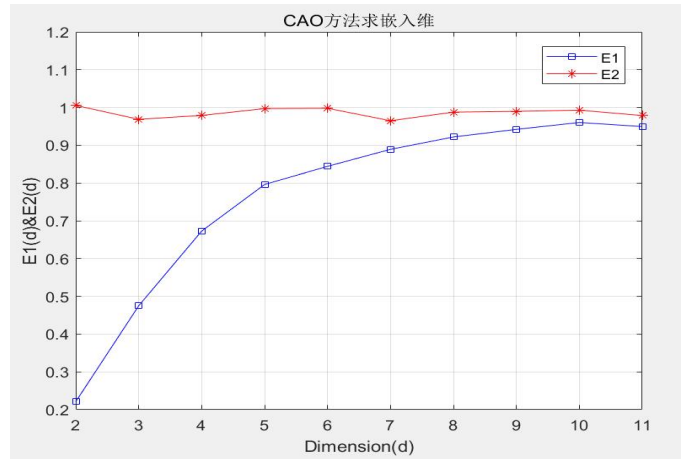


图 3-17 沪市流动性残差序列确定嵌入维 m

通过分析图 3-17 中 E_1 随嵌入维数 m 的演化轨迹，可以观察到以下特征：当 $m=9$ 时， E_1 首次达到平稳状态并趋近于 1，且在后续 m 值增大过程中保持相对恒定。因此，确定 $m=9$ 作为沪市流动性残差序列相空间重构的最优嵌入维数。

根据上节确定的最优时间延迟 $\tau = 6$ ，对深市流动性残差序列进行 CAO 方法计算，以确定最优嵌入维数 m 。具体实现过程如下：在 Matlab 编程环境下，将

嵌入维数 m 的搜索范围设定为 $[2, 9]$ 区间内的离散整数值, 通过计算邻近点距离比 E_1 , 得到结果如图 3-18 所示:

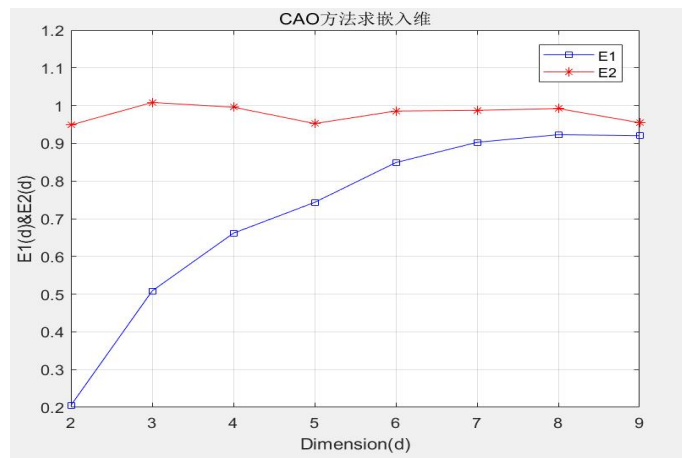


图 3-18 深市流动性残差序列确定嵌入维 m

通过分析图 3-18 中 E_1 随嵌入维数 m 的演化轨迹, 可以观察到以下特征: 当 $m=7$ 时, E_1 首次达到平稳状态并趋近于 1, 且在后续 m 值增大过程中保持相对恒定。因此, 确定 $m=7$ 作为深市流动性残差序列相空间重构的最优嵌入维数。

3.4.3 关联维数

在混沌动力学系统研究中, 关联维数是一个关键参数, 它通过精确测量相空间中各点之间的关联程度, 能够直观反映系统的复杂性。以股市流动性时间序列为例, 关联维数的饱和表明股市流动性并非完全随机的波动, 而是受到一种确定性混沌机制的支配。

采用 Matlab 软件利用 G-P 法计算沪深两市流动性残差序列的关联维数, 得到的 $\ln C(r)$ 与 $\ln(r)$ 的关系曲线, 如图 3-19 所示:

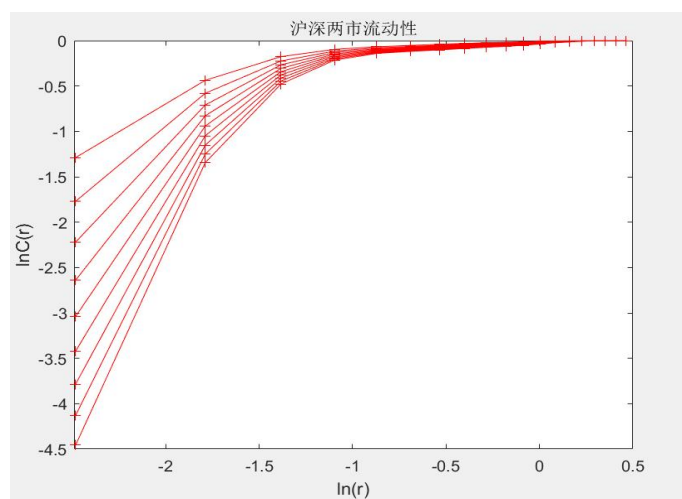


图 3-19 沪深两市流动性 $\ln C(r)$ 与 $\ln(r)$ 关系图

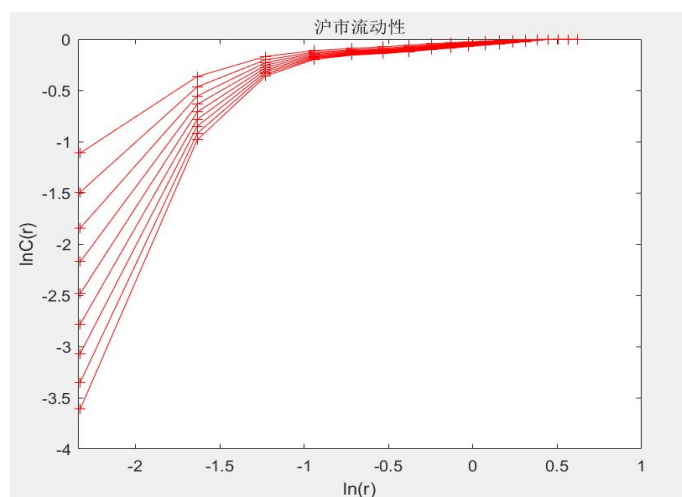
通过分析图 3-19 中嵌入维数 $m \in [2, 10]$ 对应的 $\ln C(r) - \ln r$ 关系曲线，可以发现以下特征：随着嵌入维数 m 的增大，曲线的斜率趋于稳定。当 $m=8$ 时，关联维数达到饱和状态，此后继续增加 m 的值，关联维数不再发生显著变化，因此可以确定 $m=8$ 是沪深两市流动性残差序列的最优嵌入维数，这一结果与之前 CAO 方法的计算结果相一致，进一步验证了结果的可靠性。

表 3-9 沪深两市流动性残差序列嵌入维度与关联维度关系图

嵌入维数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
关联维数	1.28	1.55	1.77	1.97	2.14	2.3	2.43	2.56	2.67

通过分析表 3-9 中的数据可以发现，当嵌入维数 m 达到 8 时，关联维数趋于稳定，并逐渐收敛到 2.43。这一数值量化了沪深两市流动性系统的复杂程度。

将沪市流动性残差序列代入程序中，利用 G-P 法计算关联维数，得到的 $\ln C(r)$ 与 $\ln(r)$ 的关系曲线，如图 3-20 所示：

图 3-20 沪市流动性 $\ln C(r)$ 与 $\ln r$ 关系图

通过分析图 3-20 中嵌入维数 $m \in [2, 10]$ 对应的 $\ln C(r) - \ln r$ 关系曲线，可以发现以下特征：随着嵌入维数 m 的逐渐增大，曲线的斜率趋于稳定。当 $m=9$ 时，关联维数达到饱和状态，此后继续增加 m 的值，关联维数不再发生显著变化。因此可以确定 $m=9$ 是沪市流动性残差序列的最优嵌入维数，这一结果与之前 CAO 方法的计算结果一致，进一步验证了结果的可靠性。

表 3-10 沪市流动性残差序列嵌入维度与关联维度关系图

嵌入维数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
关联维数	1.12	1.32	1.49	1.58	1.73	1.87	1.97	2.07	2.17

通过分析表 3-10 中的数据可以发现，当嵌入维数 m 达到 9 时，关联维数趋于稳定，并逐渐收敛到 2.07。这一数值量化了沪市流动性系统的复杂程度。

将深市流动性残差序列代入程序中，利用 G-P 法计算关联维数，得到的 $\ln C(r)$ 与 $\ln(r)$ 的关系曲线，如图 3-21 所示：

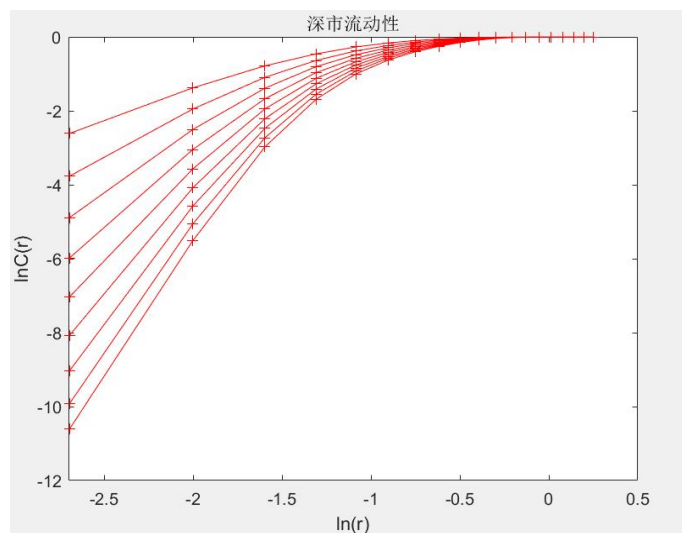


图 3-21 深市流动性 $\ln C(r)$ 与 $\ln r$ 关系图

通过分析图 3-21 中嵌入维数 $m \in [2, 10]$ 对应的 $\ln C(r)$ - $\ln r$ 关系曲线，可以发现以下特征：随着嵌入维数 m 的逐渐增大，曲线的斜率趋于稳定，当 $m=7$ 时，关联维数达到饱和状态，此后继续增加 m 值，关联维数不再发生显著变化。因此，可以确定 $m=7$ 是深市流动性残差序列的最优嵌入维数。这一结果与之前 CAO 方法的计算结果一致，进一步验证了结果的可靠性。

表 3-11 深市流动性残差序列嵌入维度与关联维度关系图

嵌入维数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
关联维数	1.33	1.62	1.85	2.06	2.24	2.4	2.54	2.66	2.71

通过分析表 3-11 中的数据可以发现，当嵌入维数 m 达到 7 时，关联维数趋于稳定，并逐渐收敛到 2.4。这一数值量化了深市流动性系统的复杂程度。

沪深两市、沪市和深市流动性的关联维数分别约为 2.43、2.07 和 2.4，关联维数都较低，说明了我国股票市场的混沌程度较小，是一种低维的混沌系统。进一步对比沪市和深市，沪市流动性的关联维数低于深市，这意味着沪市流动性的波动幅度相对小于深市。

3.4.4 最大 Lyapunov 指数

基于第二章的分析，本文采用小数据量法计算沪深两市、沪市和深市流动性的最大 Lyapunov 指数。在 Matlab 编程中，设置初始参数：沪深两市流动性残差序列的嵌入维数 $m=8$ ，时间延迟 $\tau=7$ ；沪市流动性残差序列的 $m=9$ ， $\tau=6$ ；深市流动性残差序列的 $m=7$ ， $\tau=6$ ，运算结果如表 3-12 所示：

表 3-12 股市流动性的最大 Lyapunov 指数

	m	τ	最大 Lyapunov 指数
$HSSML_t$	8	7	0.0143
$HSML_t$	9	6	0.0043
$SSML_t$	7	6	0.0068

测算结果显示，沪深两市流动性的最大 Lyapunov 指数为 0.0143，沪市为 0.0043，深市为 0.0068。这些指数均大于 0，但数值较小，表明我国股市流动性具有混沌特性，但混沌程度较低。从理论视角来看，Lyapunov 指数大于 0 表明系统对初始条件具有敏感性，微小的差异会随着时间的推移而放大。然而，相对较小的指数值则揭示了我国股市流动性虽然呈现出混沌特征，但其混沌程度仍受到一定的限制。这一现象与我国资本市场的特定发展阶段密切相关。目前，我国资本市场仍处于新兴加转轨的关键时期，在市场制度建设、监管效能提升、投资者结构优化等方面仍存在进一步完善的空间，同时资本市场的双向开放程度也亟待深化。这些制度性因素和市场结构性特征的共同作用，使得我国股市流动性呈现出有限混沌的特征，这一特征恰恰与我国资本市场渐进式改革的发展路径和现实情况相吻合。

3.4.5 Kolmogorov 熵

在股市中，Kolmogorov 熵可用于判断流动性的混沌状态。当 Kolmogorov 熵大于 0 时，表明股市流动性处于混沌状态，例如在重大政策调整或行业突发事件发生时，投资者预期分歧加大，交易行为混乱，流动性波动加剧，Kolmogorov 熵值显著上升，反映出市场难以预测。相反，当 Kolmogorov 熵趋近于 0 时，股市流动性相对稳定，市场运行有序。

将沪深两市流动性残差序列的初始条件设定为相空间嵌入维数 $m=8$ ，时间延迟 $\tau=7$ ，编写 Matlab 程序计算 Kolmogorov 熵。

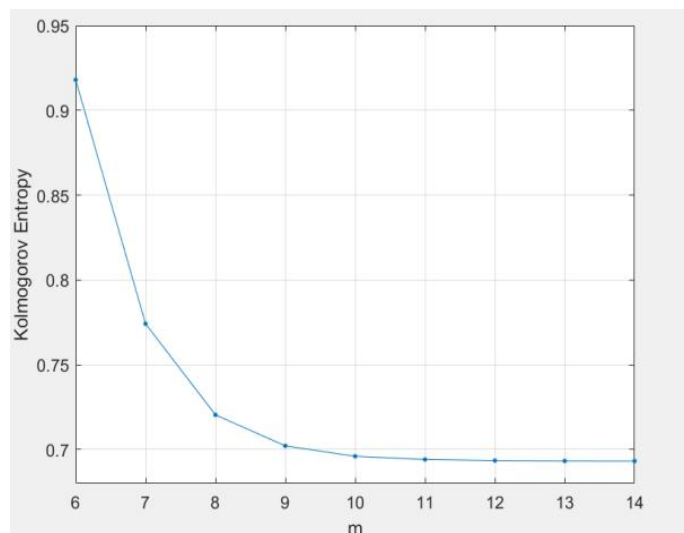


图 3-22 沪深两市流动性残差序列的 Kolmogorov 熵图

由图 3-22 可知,随着嵌入维数的增加, Kolmogorov 熵逐渐减小并趋于平稳,但其数值一直大于零。这说明沪深两市流动性存在混沌性,当嵌入维度 $m=8$ 时,其 Kolmogorov=0.725。

沪市流动性残差序列的初始条件设定为相空间嵌入维数 $m=9$, 时间延迟 $\tau=6$, 编写 Matlab 程序计算 Kolmogorov 熵。

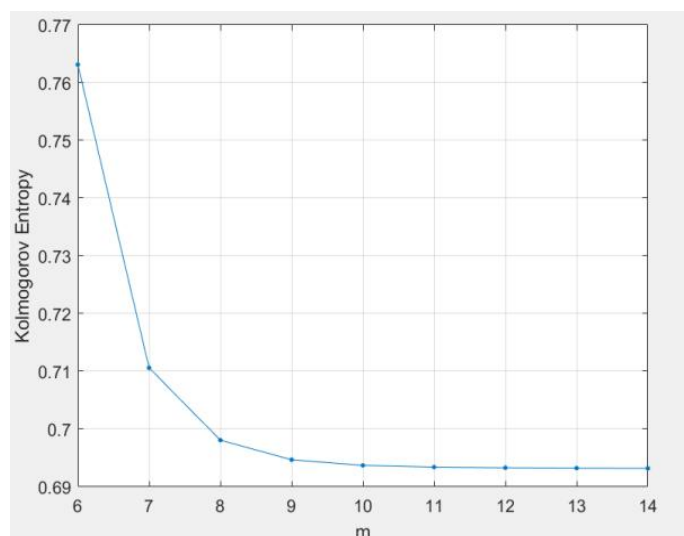


图 3-23 沪市流动性残差序列的 Kolmogorov 熵图

由图 3-23 可知,随着嵌入维数的增加, Kolmogorov 熵逐渐减小并趋于平稳,但其数值一直大于零。这说明沪市流动性存在混沌性,当嵌入维度 $m=9$ 时,其 Kolmogorov=0.693。

深市流动性残差序列的初始条件设定为相空间嵌入维数 $m=7$, 时间延迟 $\tau=6$ 。编写 Matlab 程序计算 Kolmogorov 熵。

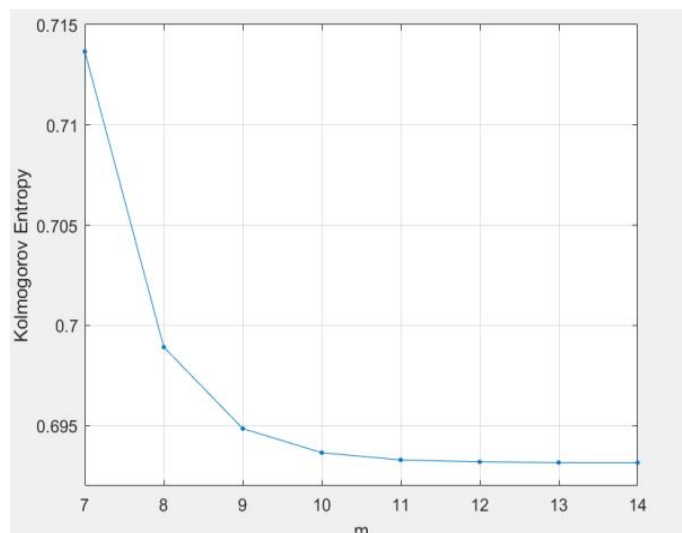


图 3-24 深市流动性残差序列的 Kolmogorov 熵图

由图 3-24 可知,随着嵌入维数的增加, Kolmogorov 熵逐渐减小并趋于平稳,但其数值一直大于零。这说明深市流动性存在混沌性,当嵌入维度 $m=7$ 时,其 Kolmogorov=0.714。

通过观察图 3-22、3-23 和 3-24 可以发现,沪深两市、沪市和深市流动性的 Kolmogorov 熵值均大于 0。这表明股市的流动性系统并非完全可预测,而是具有一定的复杂性和不确定性。进一步比较发现,深市流动性的 Kolmogorov 熵高于沪市,说明深市具有更高的流动性复杂性和不确定性。这一差异可能源于深市中小企业板和创业板的公司数量较多,这些公司普遍规模较小,经营风险较高,业绩波动较大,其股价和交易活跃度更容易受市场情绪和行业动态影响。相比之下,沪市以大型蓝筹股为主,这些公司经营状况相对稳定,抗风险能力较强,受市场波动影响较小,因此其流动性复杂性较低。此外,沪市吸引了更多长期机构投资者,其理性投资行为有助于稳定市场交易秩序,从而进一步降低了流动性波动和不确定性。

3.5 本章小结

本章对股票市场流动性时间序列的非线性动力学特征进行了系统性研究。首先,通过正态性检验、ADF 检验、PP 检验和 ERS 检验等方法,确认流动性序列具有“尖峰厚尾”特性,且为平稳的非随机游走过程,为后续研究奠定了基础。随后,采用 ARMA(p, q)模型剔除序列中的线性相关成分,并通过 BDS 检验证明残差序列存在明显的非线性依赖结构,表明序列中仍蕴含复杂的非线性信息。

在非线性特征分析中,本文综合运用了多种方法: R/S 分析求 Hurst 指数 ($0.5 < H < 1$) 表明股市流动性具有显著的分形特征和长期记忆性; 较低的关联维数, 说明我国股票市场流动性的混沌程度较小, 是一种低维的混沌系统; 最大 Lyapunov 指数和 Kolmogorov 熵均大于 0, 证实了股票市场流动性系统的混沌特征, 即对初始条件敏感且行为难以预测。

第4章 基于非线性动力学的金融混沌系统建模与控制

4.1 金融混沌系统模型构建

在第三章中，我们通过对中国股市流动性数据进行实证分析，深入探讨了中国股市流动性的复杂特征及其内在的混沌机制。为了揭示非线性动力学在金融市场微观结构分析中的普适性，系统性解析金融市场混沌行为的动力学机制，我们构建了一个包含利率、投资需求、价格指数和财政赤字的四维金融混沌系统模型。

首先，黄登仕和李后强^[41]首次提出了由生产、货币、劳动和证券子块组成的三维金融混沌系统(4.1)，Gao 和 Ma^[57]对其进行了研究。

$$\begin{cases} \dot{x} = z + (y - a)x \\ \dot{y} = 1 - by - x^2 \\ \dot{z} = -x - dz \end{cases}, \quad (4.1)$$

在金融混沌系统(4.1)中， x 表示利率， y 表示投资需求， z 表示价格指数， a 代表存储量， b 代表单位成本， d 代表商品需求弹性。当参数 $(a, b, d) = (6, 0.1, 1)$ ，初始值 $(x, y, z) = (0.6, 0.2, 0.8)$ 时，系统(4.1)有奇异吸引子。

Vaidyanathan 等^[58]考虑利率对投资需求具有高次项反馈，在系统(4.1)第二子式添加 x^4 ，改写系统如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = z + (y - a)x \\ \dot{y} = 1 - by - cx^2 - x^4 \\ \dot{z} = -x - dz \end{cases}, \quad (4.2)$$

其中， x, y, z, a, b, d 同系统(4.1)， c 为正常数。在系统(4.2)中，当参数 $(a, b, c, d) = (7.2, 0.1, 0.1, 1)$ ，初始值 $(x, y, z) = (0.5, 3, -0.8)$ 时，系统(4.2)有奇异吸引子。

Hajipour 等^[67]给出的四维金融混沌系统如下：

$$\begin{cases} \dot{x} = z + (y - a)x + w \\ \dot{y} = 1 - by - x^2 \\ \dot{z} = -x - dz \\ \dot{w} = -exy - kw \end{cases}, \quad (4.3)$$

其中， x, y, z, a, b, d 同系统(4.1)， e 代表赤字成本， k 代表比例因子， w 表示财政赤字。当参数 $(a, b, d, e, k) = (0.9, 0.2, 1.5, 0.2, 0.17)$ ，初始值 $(x, y, z, w) = (1.2, 0.5, 0.5)$

时，系统(4.3)有奇异吸引子。

本文考虑到考虑利率对投资需求具有高次项反馈，在系统(4.3)的第二个子式添加 x^4 ，得到一个新的金融混沌系统：

$$\begin{cases} \dot{x} = z + (y - a)x + w \\ \dot{y} = 1 - by - cx^2 - x^4, \\ \dot{z} = -x - dz \\ \dot{w} = -exy - kw \end{cases}, \quad (4.4)$$

其中， $x, y, z, w, a, b, d, e, k$ 同系统(4.3)， c 为正常数，当初始值 $(x, y, z, w) = (0.5, 1.5, 0.5, 0.3)$ ，参数 $(a, b, c, d, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 时，系统(4.4)有奇异吸引子，如图 4-1—图 4-7 所示，Lyapunov 指数图如图 4-8 所示， $L_1 = 0.1688$ ， $L_2 = -0.02275$ ， $L_3 = -0.1462$ ， $L_4 = -1.275$ 。

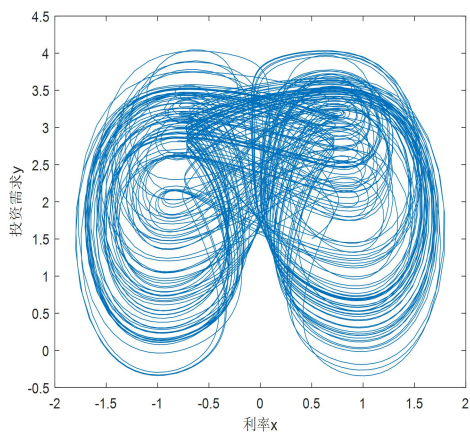


图 4-1 $x-y$ 相图

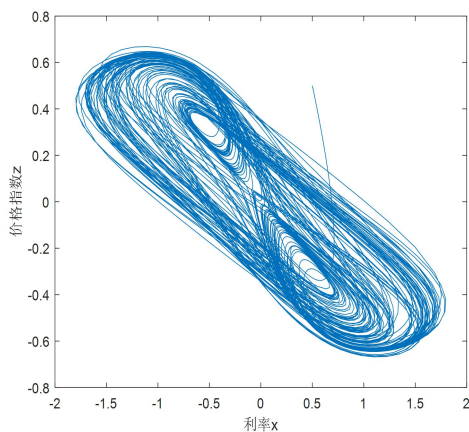


图 4-2 $x-z$ 相图

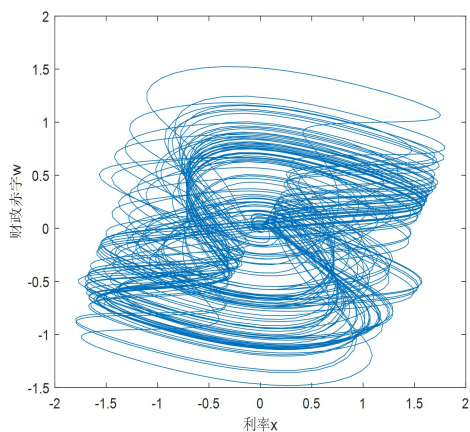


图 4-3 $x-w$ 相图

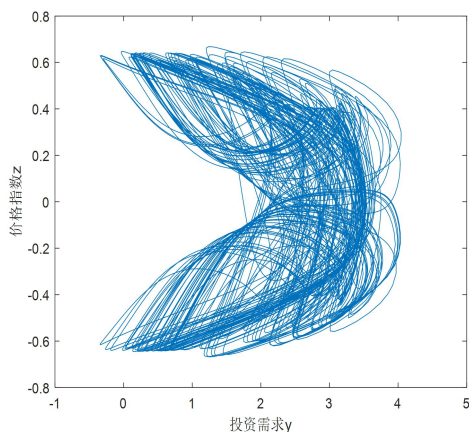


图 4-4 $y-z$ 相图

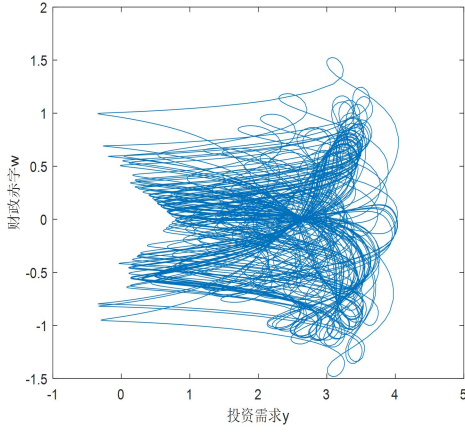
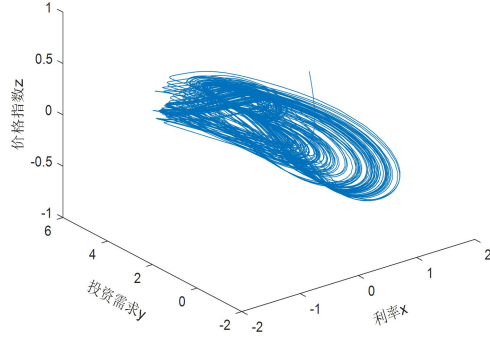
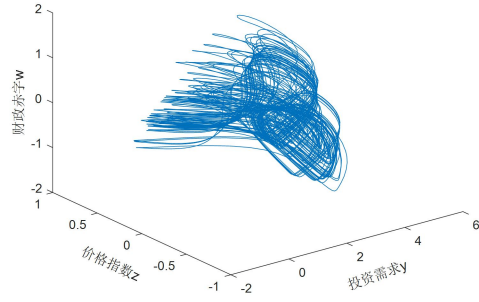
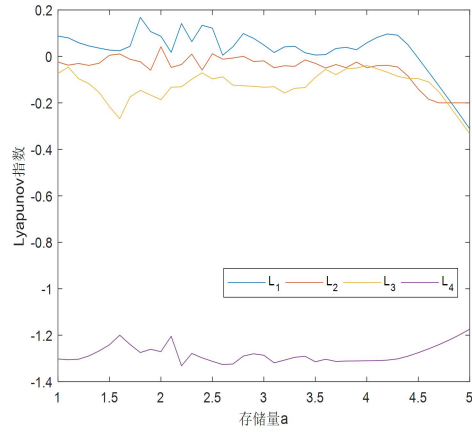

 图 4-5 $y-w$ 相图

 图 4-6 $x-y-z$ 相图

 图 4-7 $y-z-w$ 相图


图 4-8 系统(4.4)的 Lyapunov 指数图

4.2 非线性动力学分析

4.2.1 平衡点稳定性

系统(4.4)满足以下等式:

$$\begin{cases} z + (y - a)x + w = 0 \\ 1 - by - cx^2 - x^4 = 0 \\ -x - dz = 0 \\ -exy - kw = 0 \end{cases}, \quad (4.5)$$

当参数 a, b, c, d, e, k 满足 $\frac{c^2}{4} + \frac{abdk + ed + bk - dk}{d(e - k)} > 0$ 时, 系统(4.4)有三个平衡

点: $P_0 = (0, 1/b, 0, 0)$, $P_1 = (S_1, -\frac{k(ad+1)}{de-dk}, -\frac{S_1}{d}, S_2)$, $P_2 = (-S_1, -\frac{k(ad+1)}{de-dk}, \frac{S_1}{d}, -S_2)$,

其中, $S_3 = \left(\frac{4de + 4bk + c^2de - c^2dk - 4dk + 4abdk}{d^5(e-k)^5} \right)^{0.5}$,

$$S_2 = \left(-\frac{ce^2 + 2acde^2 - d^2e^2S_3 \left(e^2 + 2ade^2 - 2ek + a^2d^2e^2 + k^2 - \frac{a^2c}{S_3} - S_0 \right)}{2d^2e^2 - 4d^2ek + 2d^2k^2} \right)^{0.5},$$

$$S_1 = \frac{d(e-k)S_2}{e(ad+1)}, S_0 = 4adek - 2adk^2 + 2a^2d^2e + a^2d^2k.$$

在平衡点 P_0 ，雅克比矩阵：

$$J_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{b} - a & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -b & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -d & 0 \\ -\frac{e}{b} & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

当 $(a, b, c, d, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 时，特征值 $\lambda_1 = 2.6632$ ， $\lambda_2 = 0.2486$ ， $\lambda_3 = -1.5118$ ， $\lambda_4 = -0.2$ 。因为 λ_1 ， λ_2 是正实数， λ_3 ， λ_4 是负实数，所以平衡点 P_0 是一个不稳定的鞍点。

在平衡点 P_1 ，雅克比矩阵：

$$J_1 = \begin{pmatrix} -\frac{k(ad+1)}{d(e-k)} - a & S_1 & 1 & 1 \\ -2cS_1 - 4S_1^3 & -b & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -d & 0 \\ \frac{ke(ad+1)}{d(e-k)} & -eS_1 & 0 & -k \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

当 $(a, b, c, d, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 时，特征值 $\lambda_{1,2} = -2.9916 \pm 1.2751i$ ， $\lambda_3 = -1.2853$ ， $\lambda_4 = 0.0567$ 。 $\lambda_{1,2}$ 的实部是负数， λ_3 是负实数， λ_4 是正实数，所以平衡点 P_1 是一个不稳定的鞍点。因为 P_1 和 P_2 是对称平衡点，所以平衡点 P_2 是一个不稳定的鞍点。

4.2.2 变化的系统参数对平衡点稳定性影响

首先探究存储量 a 对平衡点 P_0 稳定性的影响，固定其他参数 $(b, c, d, e, k) = (0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 。根据 P_0 点的雅克比矩阵(4.6)得到关于 a 的特征方程：

$$\lambda^4 + (a-3)\lambda^3 + (2a-7.62)\lambda^2 + (0.53a-0.701)\lambda + 0.034a + 0.139 = 0, \quad (4.8)$$

根据四阶多项式的 Routh-Hurwitz 判据，当下述不等式同时成立时，四个特征值的实部均为负的：

$$\begin{cases} a-3 > 0 \\ 2a^2 - 14.15a + 23.561 > 0 \\ 1.03a^3 - 8.84a^2 + 22.94a - 17.78 > 0 \\ 0.034a + 0.139 > 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

计算当 $a > 4.49$ 时, 所有的特征值都具有负实部, 因此, 平衡点 P_0 是渐近稳定的, 为了验证上述结果, 绘制了 $a \in [1, 5]$ 的分岔图, 如图 4-9 所示:

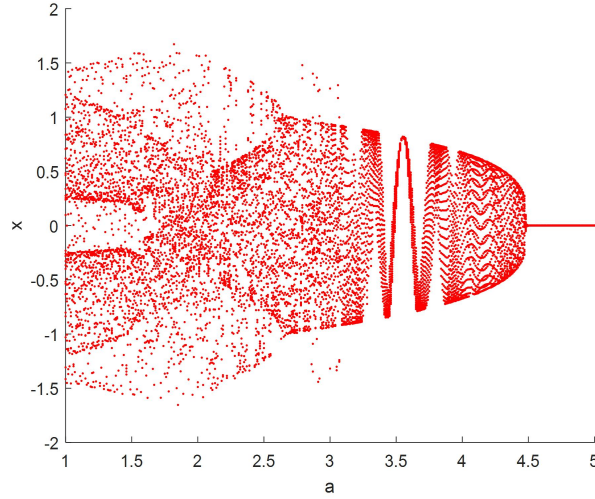


图 4-9 $a \in [1, 5]$ 时系统(4.4)的分岔图

从图 4-9 可以看出, 当存储量 $a \in (0, 4.49)$ 时, 系统(4.4)呈现混沌状态, 当 $a > 4.49$ 时, 系统(4.4)是稳定的。取 $a = 4.6$ 时, 特征值分别为 $-0.0582 + 1.0711i$, $-0.0582 - 1.0711i$, -1.2836 , -0.2 , 此时平衡点 P_0 是稳定的焦点。

其次研究商品需求弹性 d 对平衡点 P_0 稳定性的影响, 固定其他参数 $(a, b, c, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 0.17, 0.1)$ 。根据 P_0 点的雅克比矩阵(4.6)得到关于 d 的特征方程:

$$\lambda^4 + (d - 2.9)\lambda^3 + (0.91 - 2.9d)\lambda^2 + (0.406 - 0.09d)\lambda + 0.106d + 0.02 = 0, \quad (4.10)$$

根据四阶多项式的 Routh-Hurwitz 判据, 只有当不等式(4.11)同时成立时, 平衡点 P_0 为稳定的。

$$\begin{cases} d - 2.9 > 0 \\ -2.9d^2 + 9.41d - 3.045 > 0 \\ 0.155d^3 - 1.43d^2 + 3.319d - 1.404 > 0 \\ 0.106d + 0.02 > 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

但是通过求解可知, 不等式(4.11)无解。即无论 d 取何值, 平衡点 P_0 都是不

稳定的。

再次分析赤字成本 e 对平衡点 P_0 稳定性的影响情况, 固定其他参数 $(a, b, c, d, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.1)$ 根据 P_0 点的雅克比矩阵(4.6)得到关于 e 的特征方程:

$$\lambda^4 - 1.2\lambda^3 + (5e - 4.87)\lambda^2 + (9.5e - 1.36)\lambda + 1.7e - 0.09 = 0, \quad (4.12)$$

根据四阶多项式的 Routh-Hurwitz 判据, 由于 λ^3 的系数是一个负数, 因此, 无论 e 取何值, 都不能满足四个特征值均具有负的实部。因此平衡点 P_0 都是不稳定的。

最后探究比例因子 k 对平衡点 P_0 稳定性随参数 k 的变化情况, 固定其他参数 $(a, b, c, d, e) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17)$ 。根据 P_0 点的雅克比矩阵(4.6)得到关于 k 的特征方程:

$$\lambda^4 + (k - 1.3)\lambda^3 - (1.3k + 3.89)\lambda^2 + (0.73 - 4.14k)\lambda + 0.29 - 0.89k = 0, \quad (4.13)$$

根据四阶多项式的 Routh-Hurwitz 判据, 由于 λ^2 的系数是一个负数, 因此, 无论 k 取何值, 都不能满足四个特征值均具有负的实部。因此平衡点 P_0 都是不稳定的。

综上所述, 平衡点 P_0 的稳定性会随着参数 a 的变化而变化。无论参数 d, e, k 如何变化, 平衡点 P_0 总是不稳定的。下面单独讨论单位成本 b 对平衡点的稳定性的影响。

4.2.3 Hopf 分岔

Hopf 分岔描述了在参数变化时稳定周期轨道的产生或破裂过程, 当某个参数超过特定的临界值时, 一个平衡点可以变得不稳定, 同时一个稳定周期轨道从该平衡点分岔出来。当 $(a, c, d, e, k) = (1.8, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$, 参数 b 跨越临界值 $b_0 = 0.42296$ 时, 系统(4.4)在平衡点 P_0 发生了 Hopf 分岔。

证明: 系统(4.4)在平衡点 P_0 处的特征方程为:

$$f(\lambda) = (\lambda + b)(\lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C), \quad (4.14)$$

显而易见, 系统的一个特征值为 $-b$, 令:

$$g(\lambda) = \lambda^3 + A\lambda^2 + B\lambda + C, \quad (4.15)$$

其中, $A = a + d + k - \frac{1}{b}$, $B = ad + ak + dk + 1 + \frac{e - k - d}{b}$, $C = adk + k + \frac{de - dk}{b}$ 。

假设特征方程有一对纯虚根 $\lambda = \pm u_0 i$, $u_0 \in R^+$, 代入式子得:

$$(u_0 i)^3 + A(u_0 i)^2 + B(u_0 i) + C = 0, \quad (4.16)$$

分离式子得实部和虚部，则有：

$$\begin{cases} -u_0^3 + Bu_0 i = 0 \\ -Au_0^2 + C = 0 \end{cases}, \quad (4.17)$$

得到 $C = AB$ ，将 $(a, c, d, e, k) = (1.8, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 代入，得到 $b = b_0 = 0.42296$ ， $u_0 = 0.4850$ ，此时特征方程对应的四个特征值分别为 $\lambda_1 = -1.2357$ ， $\lambda_2 = -0.423$ ， $\lambda_3 = 0.7458i$ ， $\lambda_4 = -0.7458i$ 。

将式子对 b 求导得到：

$$\frac{d\lambda}{db} = -\frac{(b^2 + 1)\lambda^3 + (Ab^2 + b - 1)\lambda^2 + (Bb^2 - b - 1)\lambda + cb^2 - b}{b^2[3\lambda^2 + (3A + 2b)\lambda^2 + (2Ab + 2B)\lambda + Bb + c]} \rightarrow \operatorname{Re}\left(\frac{d\lambda}{db}\right) \neq 0, \quad (4.18)$$

所以由 Hopf 定理可知，在参数 $b = 0.42296$ 时，系统(4.4)在平衡点 P_0 处发生 Hopf 分岔。

因为参数太多，分析太复杂，所以考察变化的参数对平衡点 P_1, P_2 的稳定性影响本文就不做进一步分析。

4.2.4 混沌共存

一个动力学系统在同一组系统参数下，不同的初值条件可能会产生多种稳态共存的现象，系统会变得更加复杂。在平衡点 P_0 附近选取两个不同的初始值 $R_1 = (0.4, 2.4, 0.3, 0.3)$ ， $R_2 = (0.6, 2.4, 0.3, 0.3)$ 。固定参数 $(a, b, c, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 0.17, 0.1)$ ，分别以蓝色和红色绘制 R1 和 R2 在参数 $d \in [0.6, 2]$ 范围内变化的分岔图，如图 4-10 所示。

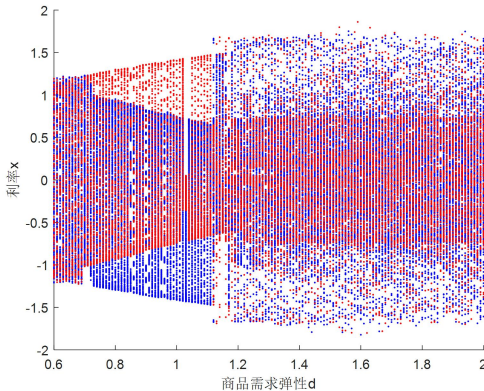


图 4-10 初始值 R1、R2 系统(4.4)分岔图

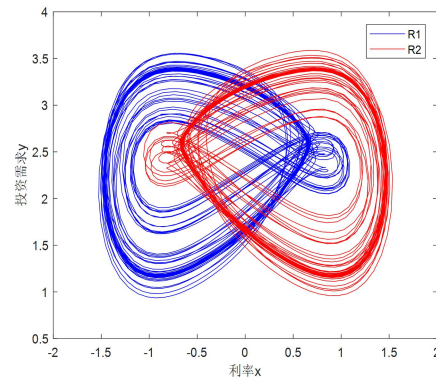


图 4-11 初始值 R1、R2 混沌共存图

由图 4-11 可以看出，当 $d = 1.1$ 时 R1 和 R2 存在着混沌共存现象。在金融市场中，金融系统混沌共存是一个复杂而又常见的现象。不同的交易者、资产、策

略等因素都可以导致市场价格的变化，使得市场的行为呈现出复杂的混沌特征。这种混沌共存可能会导致市场的稳定性受到威胁，甚至会引发金融风险。同时也增加了投资者的不确定性和投资难度。因此，对于金融市场中的混沌共存，需要采取合适的措施进行监控和管理，避免金融风险的传播和市场的失控。

4.3 利用 Casimir 函数求金融混沌系统的解析界

在宏观经济体系中，当金融系统受到外部环境扰动时，系统内部可能呈现出无序状态，但其动态轨迹始终被限制在某一特定区域内，不会无限发散导致系统崩溃。本节通过引入 Casimir 函数，对金融混沌系统(4.4)的吸引子进行解析界定。研究表明，Casimir 函数的极值点构成一个三维椭球体空间图，而系统的平衡点位于该椭球体的极值范围内，从而确保了混沌吸引子的有界性。混沌系统极值的形成由：

$$\Omega_1 = \left\{ (x, y, z, w)^T \mid x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 4a + 4b + 4c + \frac{1}{b} \right\}, \quad (4.19)$$

证明：

$$C = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + w^2), \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{C} &= x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} + w\dot{w} \\ &= x^2y - ay^2 + xw + y - by^2 - cx^2y - x^4y - dz^2 - exyw - kw^2 \\ &= -y \left[\left(x^2 + \frac{c-1}{2} \right)^2 - \frac{(c-1)^2}{4} \right] - \left(\sqrt{b}y - \frac{1}{2\sqrt{b}} \right)^2 - (\sqrt{a}x - \sqrt{a})^2 \\ &\quad - (\sqrt{d}z - \sqrt{d})^2 - (\sqrt{k}w - \sqrt{k})^2 - 2ax - 2dz - 2kw - exyw \\ &\quad + \frac{1}{4b} + a + d + k = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

设置三球椭球体为：

$$\Theta = \left\{ (x, y, z, w)^T \mid y \left[\left(x^2 + \frac{c-1}{2} \right)^2 - \frac{(c-1)^2}{4} \right] + \eta_1 + \eta_2 = \frac{1}{4b} + a + d + k \right\}, \quad (4.22)$$

其中， $\eta_1 = \left(\sqrt{b}y - \frac{1}{2\sqrt{b}} \right)^2 + (\sqrt{a}x - \sqrt{a})^2 + (\sqrt{d}z - \sqrt{d})^2 + (\sqrt{k}w - \sqrt{k})^2$ ， $\eta_2 = 2ax + 2dz + 2kw + exyw$ 。

因此，对 Casimir 函数的极值点进行空间渲染，生成一个三轴椭球体，成为

极值椭球体，即 Θ 。

当 $2-\lambda>0$ 时，下面四个不等式成立

$$\frac{1}{\sqrt{b}}\left(\sqrt{b}y-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)\leq\frac{2-\lambda}{2}\left(\sqrt{b}y-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2+\frac{1}{2b(2-\lambda)}, \quad (4.23)$$

$$-2\sqrt{a}(\sqrt{a}x-2\sqrt{a})\leq\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{a}x-2\sqrt{a})^2+\frac{4a}{2(2-\lambda)}, \quad (4.24)$$

$$-2\sqrt{d}(\sqrt{d}z-2\sqrt{d})\leq\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{d}z-2\sqrt{d})^2+\frac{4d}{2(2-\lambda)}, \quad (4.25)$$

$$-2\sqrt{k}(\sqrt{k}w-2\sqrt{k})\leq\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{k}w-2\sqrt{k})^2+\frac{4k}{2(2-\lambda)}, \quad (4.26)$$

其中， λ 是一个用来调整边界椭球的一个因子，假设 $4a-\lambda>0$ ， $4d-\lambda>0$ ， $4k-\lambda>0$ ， $2e-\lambda>0$ ，则有：

$$\begin{aligned} \dot{C} \leq & -y\left[\left(x^2+\frac{c-1}{2}\right)^2-\frac{(c-1)^2}{4}\right]-\left(\sqrt{b}y-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2-(\sqrt{a}x-2\sqrt{a})^2 \\ & -(\sqrt{d}z-2\sqrt{d})^2-(\sqrt{k}w-2\sqrt{k})^2-2ax-2dz-2kw-exyw \\ & +\frac{2-\lambda}{2}y\left[\left(x^2+\frac{c-1}{2}\right)^2-\frac{(c-1)^2}{4}\right]+\frac{2-\lambda}{2}\left(\sqrt{b}y-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2 \\ & +\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{a}x-2\sqrt{a})^2+\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{d}z-2\sqrt{d})^2+\frac{2-\lambda}{2}(\sqrt{k}w-2\sqrt{k})^2 \\ & +\frac{4a-\lambda}{2}x+\frac{4d-\lambda}{2}z+\frac{4k-\lambda}{2}w+\frac{2e-\lambda}{2}xyw+\frac{1}{2b(2-\lambda)} \\ & +\frac{4a}{2(2-\lambda)}+\frac{4d}{2(2-\lambda)}+\frac{4k}{2(2-\lambda)} \\ \leq & -\lambda C(t)+\frac{1}{2b(2-\lambda)}+\frac{4a}{2(2-\lambda)}+\frac{4d}{2(2-\lambda)}+\frac{4k}{2(2-\lambda)}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

因此：

$$\begin{aligned} C(t) \leq & e^{-\int \lambda dt} \left(\int \frac{4a+4d+4k+\frac{1}{b}}{2(2-\lambda)} e^{\int \lambda dt} dt + c_0 \right) \\ = & \frac{1}{\lambda} \frac{4a+4d+4k+\frac{1}{b}}{2(2-\lambda)} + c_0 e^{-\lambda t}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

其中， $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\lambda t} = 0, c_0 \in R$ ，所以， $C(t) \leq \frac{4a+4d+4k+\frac{1}{b}}{2\lambda(2-\lambda)}$ 。

假设椭球面为：

$$\Omega = x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = \frac{4a + 4d + 4k + \frac{1}{b}}{\lambda(2-\lambda)}。 \quad (4.29)$$

为了寻找系统混沌吸引子的边界，让椭球的轴半径最小，即 $\max(\lambda(2-\lambda))|_{\lambda=1}=1$ ，因此系统的边界为椭球面 $\Omega_1 = x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 4a + 4d + 4k + \frac{1}{b}$ 。如图 4-12 所示：

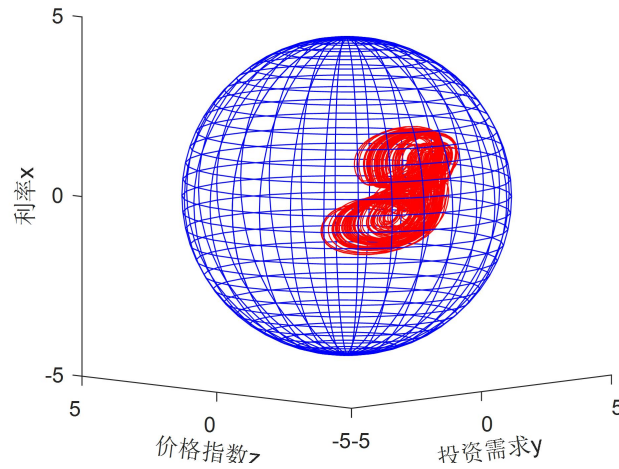


图 4-12 系统(4.4)吸引子边界

在金融领域中，金融系统具有边界时，意味着存在一些限制或约束条件，超过这些限制或条件可能会对系统的稳定性和功能产生重大影响。混沌金融系统具有解析界意味着对于该系统的某些关键变量或性质，我们可以得到一些数学解析形式的界限或约束条件，用于限定系统行为的范围。该方法对于混沌系统的理解和控制有着重要的意义。在金融市场中，混沌金融系统的解析界可以帮助我们更好地理解市场的流动性和价格走势，提高市场预测和风险管理的能力。

4.4 混沌控制策略设计

4.4.1 速度反馈控制

假设金融混沌系统如下：

$$\dot{X} = AX + f(X), \quad (4.30)$$

其中， $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$ ， $A = (a_{ij})_{n \times n}$ ， $f(X)$ 是一个非线性函数，当 $X_0 \neq 0$ 时，

系统可能表现出混沌或者超混沌行为，为了控制这种混沌运动，可以在系统中引入一个速度反馈控制器 $-K_1\dot{X}$ ， $K_1=[k_{11}, k_{12}, k_{13} \cdots k_{1n}]$ 是速度反馈增益矩阵，受控系统可以表示为：

$$\dot{X} = AX + f(X) - K_1\dot{X}, \quad (4.31)$$

在一个混沌金融系统中，一个变量的变化会影响到其他变量，通过将速度反馈控制器 $-k_1\dot{x}$ 应用到方程的右边，其中 k_1 是一个正数。当状态变量 x 增大时，则 $\dot{x} > 0$ ，反馈增益 $-k_1\dot{x} < 0$ 。当状态变量 x 减小时，则 $\dot{x} < 0$ ，反馈增益 $-k_1\dot{x} > 0$ 。当速度反馈系数 k_1 满足特定条件时，系统可以被控制到稳定状态。

为此，在平衡点 P_0 处变换：

$$\begin{cases} X = x \\ Y = y - \frac{1}{b}, \\ Z = z \\ W = w \end{cases}, \quad (4.32)$$

将系统(4.4)改写为：

$$\begin{cases} \dot{X} = Z + \left(Y + \frac{1}{b} - a\right)X + W \\ \dot{Y} = -bY - cX^2 - X^4 \\ \dot{Z} = -X - dZ \\ \dot{W} = -eX\left(Y + \frac{1}{b}\right) - kW \end{cases}, \quad (4.33)$$

将速度反馈控制器 $-k_1\dot{X}$ 应用于第四个子式 $\dot{W}$ ，旨在通过负反馈机制增强财政赤字与其他经济变量之间的负相关性。具体而言，该控制器通过调节速度反馈增益 k_1 ，能够有效削弱利率、投资需求和价格指数对财政赤字的动态影响。当反馈增益 k_1 满足特定条件时，系统的混沌行为得以抑制，并收敛至稳定状态。受控的金融系统如下：

$$\begin{cases} \dot{X} = Z + \left(Y + \frac{1}{b} - a\right)X + W \\ \dot{Y} = -bY - cX^2 - X^4 \\ \dot{Z} = -X - dZ \\ \dot{W} = -eX\left(Y + \frac{1}{b}\right) - kW - k_1\dot{X} \end{cases}, \quad (4.34)$$

受控金融系统的雅克比矩阵为：

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{b}-a & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -b & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -d & 0 \\ ak_1-\frac{e+k_1}{b} & 0 & -k_1 & -k-k_1 \end{pmatrix}, \quad (4.35)$$

当参数 $(a,b,c,d,e,k)=(1.8,0.2,0.1,1.7,0.17,0.1)$ 时, 雅克比矩阵的特征方程为:

$$(\lambda+b)(\lambda^3+h_1\lambda^2+h_2\lambda+h_3)=0, \quad (4.36)$$

其中, $h_1=a+d+k+k_1-\frac{1}{b}$, $h_2=ad+ak+dk+dk_1+\frac{e-d-k}{b}+1$, $h_3=(ad+1)k+\frac{d}{b}(e-k)$ 。

显然, 特征方程的一个特征值 $\lambda=-b<0$ 。根据 Routh-Hurwitz 判据, 只要满足 $h_1>0$, $h_2>0$, $h_1h_2>h_3$ 。被控系统在原点处是渐进稳定的。为了验证上述稳定性条件的有效性。本节选择控制增益 $k_1=2.7$, 雅克比矩阵的四个特征值分别为 $-0.0214+0.8920i$, $-0.0214-0.8920i$, -1.2572 , -0.2 。因此, 被控系统在原点处渐进稳定。

当系统(4.4)的参数 $(a,b,c,d,e,k)=(1.8,0.2,0.1,1.7,0.17,0.1)$, 初始值 $(x,y,z,w)=(0.5,1.5,0.5,0.3)$ 时。系统(4.4)时间响应图如图 4-13 所示, 参数和初值保持不变, 当反馈控制系数 $k_1=2.7$, 被控系统(4.34)的时间响应图如图 4-14 所示:

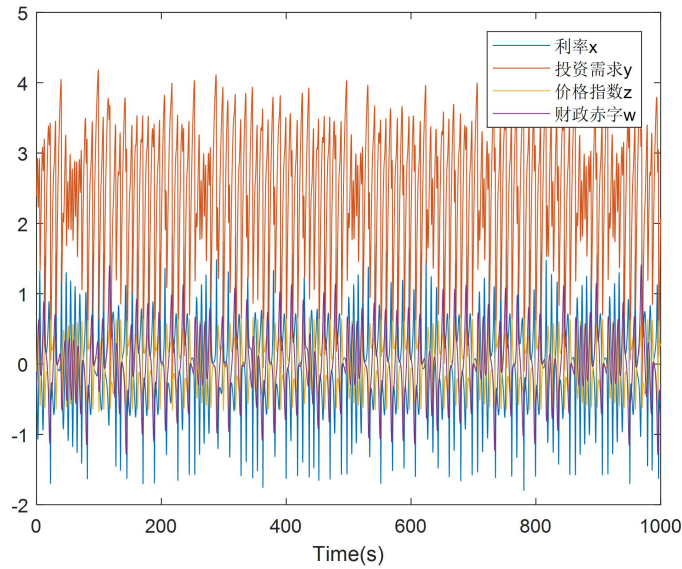
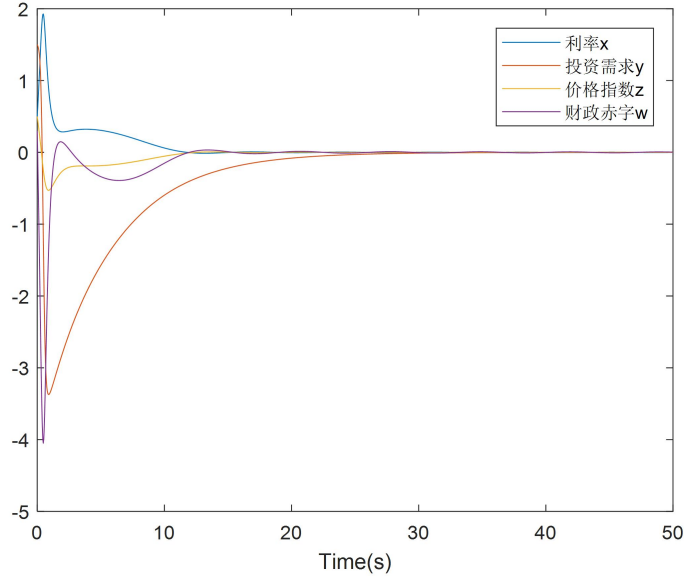


图 4-13 系统(4.4) x, y, z, w 时间响应图


 图 4-14 系统(4.34) x, y, z, w 时间响应图

通过对比分析可以发现，在速度反馈控制器的作用下，系统(4.34)在控制迭代时间为 30 秒时成功实现了稳定状态。将速度反馈控制器施加于财政赤字上，能够显著增强其与其他经济变量之间的负相关性。实验结果表明，不仅状态变量 w 的混沌行为得到了快速抑制，状态变量 x, y, z 的混沌现象也同步得到有效控制。本节的研究进一步验证了混沌控制的核心思想：当非线性混沌系统出现混沌现象时，通过对利率等关键变量的调节和控制，能够有效抑制系统的混沌行为。利率控制可以增加市场的透明度和稳定性，避免资产价格虚高、投资热潮等问题的出现，降低市场风险。而且利率控制是央行和政府控制经济和金融市场的有力手段之一。通过有效的利率控制，可以稳定经济、促进金融市场发展、防止市场波动和金融混沌现象等问题的发生，从而实现金融系统的稳定性。

4.4.2 线性反馈控制

假设金融混沌系统如下：

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t), \quad (4.37)$$

其中， $X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ ，本节线性反馈控制设计思路如下：

假设系统(4.37)存在不稳定混沌轨道。为了将其控制到稳定状态，可通过添加线性反馈控制器 $-K_2 X$ 来实现，其中线性反馈增益矩阵 $K_2 = [k_{21}, k_{22}, k_{23}, k_{24}]$ ，在此控制策略下，系统(4.37)被转化为：

$$\frac{dX}{dt} = f(X, t) - K_2 X, \quad (4.38)$$

线性反馈控制器具有较强的灵活性，可根据实际需求施加于系统(4.37)的任意子式中。

在平衡点 P_1 处变换：

$$\begin{cases} X = x - S_1 \\ Y = y + \frac{k(ad+1)}{d(e-k)}, \\ Z = z + \frac{S_1}{d} \\ W = w - S_2 \end{cases}, \quad (4.39)$$

将系统(4.4)改写为：

$$\begin{cases} \dot{X} = \frac{k+ade}{d(k-e)} X + XY + S_1 Y + Z + W \\ \dot{Y} = 1 - bY - c(X + S_1)^2 - (X + S_1)^4 + \frac{bk + abdk}{d(e-k)}, \\ \dot{Z} = -X - dZ \\ \dot{W} = \frac{ek(ad+1)}{d(e-k)} X - eXY - eS_1 Y - kW \end{cases}, \quad (4.40)$$

本节将线性反馈控制器 $k_2 X$ ， $k_2 Y$ ， $k_2 W$ ，分别加在第一个子式 $\dot{X}$ ，第二个子式 $\dot{Y}$ 和第四个子式 $\dot{W}$ 上。我们假设受控的系统如下：

$$\begin{cases} \dot{X} = \frac{k+ade}{d(k-e)} X + XY + S_1 Y + Z + W - k_2 X \\ \dot{Y} = 1 - bY - c(X + S_1)^2 - (X + S_1)^4 + \frac{bk + abdk}{d(e-k)} - k_2 Y, \\ \dot{Z} = -X - dZ \\ \dot{W} = \frac{ek(ad+1)}{d(e-k)} X - eXY - eS_1 Y - kW - k_2 W \end{cases}, \quad (4.41)$$

其中， k_2 是控制增益，受控金融系统的雅克比矩阵为：

$$\begin{pmatrix} \frac{k+ade}{d(k-e)} - k_2 & S_1 & 1 & 1 \\ -2cS_1 - 4S_1^3 & -b - k_2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -d & 0 \\ \frac{ek(ad+1)}{d(e-k)} & -eS_1 & 0 & -k - k_2 \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

当参数 $(a, b, c, d, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$ 时，雅克比矩阵的特征方程为：

$$\lambda^4 + h_1 \lambda^3 + h_2 \lambda^2 + h_3 \lambda + h_4 = 0, \quad (4.43)$$

其中, $h_1 = 3k_2 + 7.21$, $h_2 = 3k_2^2 + 16.12k_2 + 17.85$, $h_3 = k_2^3 + 10.61k_2^2 + 28.22k_2 + 12.56$, $h_4 = 1.7k_2^3 + 10.37k_2^2 + 13.02k_2 - 0.77$ 。

我们选择控制增益 $k_2 = 0.1$ 时, 雅可比矩阵的四个特征值分别为 $-3.0677 + 1.2580i$, $-3.0677 - 1.2580i$, -0.0434 , -1.3329 。因此, 被控系统在原点处渐进稳定。

当 $(a, b, c, d, e, k) = (1.8, 0.2, 0.1, 1.7, 0.17, 0.1)$, 初始值 $(x, y, z, w) = (0.5, 1.5, 0.5, 0.3)$ 时。反馈控制系数 $k_2 = 0.1$, 被控系统(4.41)的时间响应图如图 4-15 所示:

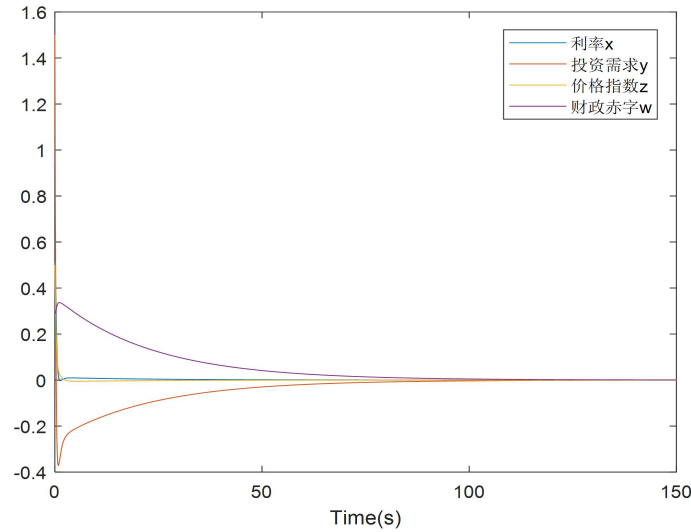


图 4-15 系统(4.41) x, y, z, w 时间响应图

通过与图 4-13 对比可以发现系统(4.41)在线性反馈控制器的作用下, 控制迭代时间为 110 秒时, 系统达到稳定状态。将线性反馈控制器分别施加于利率, 投资需求和财政赤字上, 能够显著增加这些变量之间的负相关性, 不仅状态变量 x, y, w 的混沌状态得到了很快的抑制, 状态变量 z 的混沌现象也同步得到有效抑制。本节的混沌控制思想再次表明, 当非线性金融混沌系统出现混沌现象时, 调整和控制利率是有效手段。通过调整利率, 投资需求和财政赤字, 根据具体情况制定合理的财政政策和措施, 实现经济健康可持续发展。

这两种控制方法在混沌金融系统的调控中具有广泛的应用, 其共同特点在于能够将控制器灵活地施加于系统的任意子式中, 从而在较短的迭代时间内将系统从混沌状态引导至稳定状态。但又各有不同。速度反馈控制器的方法是对系统的一个子式应用一个控制器, 对非线性系统具有较好的适应性。而线性反馈控制器是对几个子式应用控制器, 但控制增益是相同的, 此方法简单易于实现。因此,

政府应综合考虑系统特点和控制目标,进而采取不同的控制策略或控制方法来实现对混沌金融系统的有效控制。

4.5 本章小结

在本章中,提出了一种新型四维金融混沌系统,其中四个状态变量分别为利率 x , 投资需求 y , 价格指数 z 和财政赤字 w 。然后研究了该系统的平衡点稳定性、系统参数变化对平衡点稳定性影响、Hopf 分岔图和混沌共存。再然后使用 Casimir 函数法求出了金融混沌系统的解析界,证明了金融混沌系统受到外部环境扰动时,系统会保持在一定的区域内,不会无限发散至系统崩溃。最后,通过设计有效的速度反馈控制器和线性反馈控制器对新型金融混沌系统进行控制,将混沌稳定到不稳定平衡点,并给出数值模拟来说明和验证结果。

第 5 章 结论与建议

5.1 结论

本文基于非线性动力学理论，以中国股票市场流动性为研究对象，通过实证分析与建模相结合的方法，系统探讨了股市流动性的非线性特征，为了揭示非线性动力学在金融市场微观结构分析中的普适性，构建了新型金融混沌系统并进行了混沌分析。研究得出以下主要结论：

（1）股市流动性具有显著的非线性特征。通过 Hurst 指数、关联维数、最大 Lyapunov 指数及 Kolmogorov 熵等非线性分析方法，研究发现中国股市流动性表现出明显的分形结构和混沌行为。Hurst 指数均大于 0.5，表明股市流动性具有长期记忆性和持续性；关联维数结果表明，股市流动性动态系统具有较高的复杂性；最大 Lyapunov 指数均为正值，证实了股市流动性中存在混沌现象；Kolmogorov 熵的较高值进一步表明，股市流动性系统具有不可预测性和内在随机性。

（2）金融混沌系统模型的有效性。基于股市流动性的非线性特征，本文构建了以利率、投资需求、价格指数及财政赤字为状态变量的四维金融混沌系统模型。该模型不仅能够捕捉单一变量的非线性行为，还能够描述多个变量之间的复杂相互作用。通过 Lyapunov 指数图，Hopf 分岔和 Casimir 函数解析界，验证了金融混沌系统在参数扰动下的混沌行为。

（3）混沌控制策略的可行性。针对金融系统的混沌行为，本文设计了混沌控制策略，通过外部干预实现对系统稳定性的调控。研究结果表明，混沌控制策略能够有效抑制金融系统的混沌行为，为金融市场的风险管理和政策调控提供了理论依据。

5.2 建议

（1）投资者应保持理性的投资心态。市场波动可能受到多种复杂因素的影响，短期内难以准确预测。因此，投资者应保持理性投资心态，避免因市场短期

波动而做出非理性决策。

（2）投资者应充分利用风险管理工具来降低市场波动带来的潜在损失。特别是在市场流动性急剧变化或出现极端行情时，风险管理工具可以有效保护投资组合的价值。

（3）监管部门应利用先进的数据分析技术，实时监测沪深两市流动性指标的变化，及时发现异常波动和潜在风险。在市场流动性异常时，监管部门灵活运用货币政策和财政政策工具，调节市场流动性，防范系统性金融风险。

（4）政府应综合考虑金融系统特点和控制目标，采取不同的控制策略或控制方法来实现对金融系统的有效控制，进而降低缓解股市流动性突变风险，实现经济健康可持续发展。

参考文献

- [1] Amihud Y. Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects[J]. Journal of financial markets, 2002, 5(1): 31-56.
- [2] Samarasinghe A. Stock market liquidity and bank stability[J]. Pacific-Basin Finance Journal, 2023, 79: 1-20.
- [3] Roy P P, Rao S, Zhu M. Mandatory CSR expenditure and stock market liquidity[J]. Journal of Corporate Finance, 2022, 72: 1-29.
- [4] Mishra A K, Parikh B, Spahr R W. Stock market liquidity, funding liquidity, financial crises and quantitative easing[J]. International Review of Economics & Finance, 2020, 70: 456-478.
- [5] Kim J C, Mazumder S, Su Q. Brexit's ripple: Probing the impact on stock market liquidity[J]. Finance Research Letters, 2024, 61: 1-10.
- [6] Kumari J. Investor sentiment and stock market liquidity: Evidence from an emerging economy[J]. Journal of Behavioral and Experimental Finance, 2019, 23: 166-180.
- [7] Hunjra A I, Perveen U, Li L, etc. Impact of ownership concentration, institutional ownership and earnings management on stock market liquidity[J]. Corporate Ownership & Control, 2020, 17(2): 77-87.
- [8] 王明涛,何浔丽.我国货币政策对股票市场流动性风险的影响——基于流动性波动性的风险测度方法[J].经济管理,2011,33(03):8-16.
- [9] 张益明.产品市场势力、公司治理与股票市场流动性[J].国际金融研究,2012,(03):85-95.
- [10] 金春雨,张浩博.货币政策对股票市场流动性影响时变性的计量检验——基于 TVP-VAR 模型的实证分析[J].管理评论,2016,28(03):20-32.
- [11] 李钦,陈家蓓,张航绮.基于科创板上市企业的股市流动性与企业创新探究[J].经营与管理,2025,(03):82-87.
- [12] 杨何灿,吴隽豪,杨咸月.北向资金与境内股票市场流动性——基于高频数据的传导机制[J].经济研究,2023,58(05):190-208.
- [13] 廖昕,程心怡.货币政策、投资者情绪对股市流动性的影响研究——基于 A 股市场的实证分析[J].经济研究导刊,2022,(14):111-117.

- [14]姚登宝,施腾,邓潇潇.金融杠杆视角下我国股市流动性的状态转换效应研究[J].金融与经济,2020,(05):8-15.
- [15]李延军,刘华堂,王耀.基于 MS-VAR 模型的货币政策对股市流动性溢价的影响[J].浙江金融,2018,(12):24-31.
- [16]戴俊,欧军.权证退市对股市流动性与波动性的影响[J].财会月刊,2013,(20):19-21.
- [17]刘向华,柳恩普.股票市场流动性与宏观经济的影响机制研究[J].华东经济管理,2013,27(08):97-103.
- [18]王晋忠,文艳军,王茜.融资融券交易对我国股票市场影响的实证分析[J].西南金融,2013,(07):8-12.
- [19]邢治斌,仲伟周.宏观经济政策对股票市场流动性风险影响的实证分析[J].统计与决策,2013,(07):152-155.
- [20]张民,朱鲁秀.存款准备金率调整对我国股市流动性影响分析[J].商业经济,2012,(18):108-110.
- [21]彭小林.货币政策对股票市场流动性的影响研究[J].统计与决策,2012,(16):168-171.
- [22]范雯,周艳.中国股市流动性与股票收益的关系——基于面板数据和时间序列的实证分析[J].时代金融,2011,(33):156-157.
- [23]王刚.上海股市流动性和收益率的动态关系研究[J].时代经贸(中旬刊),2007,(S8):3-4.
- [24]黄峰,杨朝军.流动性风险与股票定价:来自我国股市的经验证据[J].管理世界,2007,(05):30-39.
- [25]孙云辉.政策性因素对我国股市流动性影响分析[J].现代管理科学,2005,(08):115-117.
- [26]靳云汇,杨文.上海股市流动性影响因素实证分析[J].金融研究,2002,(06):12-21.
- [27]陈志岗,齐静妙.印花税调整对股市流动性与波动性的影响研究[J].财会通讯,2010,(23):4-6.
- [28]何迪,周勇.基于状态空间模型的宏观经济因素对股市流动性的建模分析[J].中国管理科学,2019,27(05):42-49.
- [29]尹海员,华亦朴.我国股票市场流动性的非线性动力学特征研究:基于分形理论

- 的检验[J].管理评论,2017,29(08):43-52.
- [30]栗美艺.融资融券对股市流动性的影响研究——基于沪深 A 股市场的实证分析[J].西部金融,2019,(04):42-47.
- [31]杨征,宋宁.我国股票市场流动性与股价的动态关系研究[J].华东经济管理,2014,28(12):76-79.
- [32]方舟,倪玉娟,庄金良.货币政策冲击对股票市场流动性的影响——基于 Markov 区制转换 VAR 模型的实证研究[J].金融研究,2011,(07):43-56.
- [33]Bekiros S, Yao Q, Mou J, etc. Adaptive fixed-time robust control for function projective synchronization of hyperchaotic economic systems with external perturbations[J].Chaos, Solitons & Fractals, 2023, 172: 1-12.
- [34]Murtaza G, Abbas H. Chaos Theory in Financial Modeling: A Pure Science Perspective[J]. Open Horizon Scientific Review, 2023, 1(02): 41-50.
- [35]Ftiti Z, Prigent J L. Crisis and Risk Management: Recent Developments in Computational Economics[J]. Computational Economics, 2023, 62(2): 487-491.
- [36]Klioutchnikov I, Sigova M, Beizerov N. Chaos theory in finance[J]. Procedia computer science, 2017, 119: 368-375.
- [37]Ma Y, Li W. Application and research of fractional differential equations in dynamic analysis of supply chain financial chaotic system[J]. Chaos, Solitons &Fractals, 2020, 130: 1-7.
- [38]Chu Y M, Bekiros S, Zambrano-Serrano E, etc. Artificial macro-economics:A chaotic discrete-time fractional-order laboratory model[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2021, 145: 1-9.
- [39]Zhou S S, Jahanshahi H, Din Q, etc. Discrete-time macroeconomic system: Bifurcation analysis and synchronization using fuzzy-based activation feedback control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2021, 142: 1-11.
- [40]Rao R, Zhong S. Input-to-state stability and no-inputs stabilization of delayed feedback chaotic financial system involved in open and closed economy[J]. Discrete & Continuous Dynamical Systems: Series A, 2021, 41(7): 1375-1393.
- [41]黄登仕, 李后强. 非线性经济学的理论和方法[M]. 四川大学出版社, 1993.
- [42]Zhang J, Nan J, Chu Y, etc. Stochastic Hopf Bifurcation of a novel finance chaotic system[J]. Journal of Nonlinear Sciences and Applications. JNSA, 2016, 9(5): 2727-2739.
- [43]Dokuyucu M A. Analysis of a novel finance chaotic model via ABC fractional

- derivative[J]. Numerical Methods for Partial Differential Equations, 2021, 37(2): 1583-1590.
- [44] Mukherjee S, Fataf N A A, Rahim M F A, etc. Characterizing noise-induced chaos and multifractality of a finance system[J]. The European Physical Journal Special Topics, 2021, 230(21-22): 3873-3879.
- [45] Yang T. Dynamical analysis on a finance system with nonconstant elasticity of demand[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2020, 30(10): 1-13.
- [46] Farman M, Akgül A, Baleanu D, etc. Analysis of fractional order chaotic financial model with minimum interest rate impact[J]. Fractal and Fractional, 2020, 4(3): 43-52.
- [47] Yu H, Cai G, Li Y. Dynamic analysis and control of a new hyperchaotic finance system[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67: 2171-2182.
- [48] Jahanshahi H, Yousefpour A, Wei Z, etc. A financial hyperchaotic system with coexisting attractors: Dynamic investigation, entropy analysis, control and synchronization[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2019, 126: 66-77.
- [49] Wang B, Liu J, Alassafi M O, etc. Intelligent parameter identification and prediction of variable time fractional derivative and application in a symmetric chaotic financial system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2022, 154: 1-8.
- [50] Lassoued A, Boubaker O. On new chaotic and hyperchaotic systems: a literature survey[J]. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2016, 21(6): 770-789.
- [51] Jajarmi A, Hajipour M, Baleanu D. New aspects of the adaptive synchronization and hyperchaos suppression of a financial model[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2017, 99: 285-296.
- [52] Mirzaei M J, Mirzaei M, Aslmostafa E, etc. Robust observer-based stabilizer for perturbed nonlinear complex financial systems with market confidence and ethics risks by finite-time integral sliding mode control[J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 105: 2283-2297.
- [53] Harshavarthini S, Sakthivel R, Ma Y K, etc. Finite-time resilient fault-tolerant investment policy scheme for chaotic nonlinear finance system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2020, 132: 1-8.
- [54] Kocamaz U E, Göksu A, Taşkın H, etc. Synchronization of chaos in nonlinear finance system by means of sliding mode and passive control methods: a comparative study[J]. Information Technology and Control, 2015, 44(2):172-181.
- [55] Liu H, Li S, Li G, etc. Robust adaptive control for fractional-order financial

- chaoticsystems with system uncertainties and external disturbances[J]. Information Technology and Control, 2017, 46(2): 246-259.
- [56]Cao L. A four-dimensional hyperchaotic finance system and its control problems[J]. Journal of Control Science and Engineering, 2018, 2018: 1-12.
- [57]Gao Q, Ma J. Chaos and Hopf bifurcation of a finance system[J]. Nonlinear Dynamics, 2009, 58: 209-216.
- [58]Vaidyanathan S, Sambas A, Kacar S, etc. A new finance chaotic system, its electronic circuit realization, passivity based synchronization and an application to voice encryption[J]. Nonlinear Engineering, 2019, 8(1): 193-205.
- [59]Dousseh Y P, Monwanou A V, Koukpémèdji A A, etc. Dynamics analysis, adaptive control, synchronization and anti-synchronization of a novel modified chaotic financial system[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2023, 11(2): 862-876.
- [60]Ahmad I, Ouannas A, Shafiq M, etc. Finite-time stabilization of a perturbed chaotic finance model[J]. Journal of Advanced Research, 2021, 32: 1-14.
- [61]Xu C. Washout filter control technique for a fractional-order chaotic finance model[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2022, 13(3): 1-11.
- [62]Jiang Z, Guo Y, Zhang T. Double delayed feedback control of a nonlinear finance system[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2019, 2019(1): 1-17.
- [63]Xu E, Zhang Y, Chen Y. Time-delayed local feedback control for a chaotic finance system[J]. Journal of Inequalities and Applications, 2020, 2020: 1-14.
- [64]Farman M, Akgül A, Saleem M U, etc. Dynamical behaviour of fractional-order finance system[J]. Pramana, 2020, 94: 1-10.
- [65]Tacha O I, Volos C K, Kyprianidis I M, etc. Analysis, adaptive control and circuit simulation of a novel nonlinear finance system[J]. Applied Mathematics and Computation, 2016, 276: 200-217.
- [66]Yang J, Zhang E, Liu M. Bifurcation analysis and chaos control in a modified finance system with delayed feedback[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2016, 26(06): 1-14.
- [67]Hajipour A, Hajipour M, Baleanu D. On the adaptive sliding mode controller for a hyperchaotic fractional-order financial system[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2018, 497: 139-153.
- [68]Li Q, Chen Y, Ma L. Predefined-time control of chaotic finance/economic system based on event-triggered mechanism[J]. AIMS Mathematics, 2023, 8(4): 8000-80

17.

- [69]Lu X. A financial chaotic system control method based on intermittent controller[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020, 2020(1): 1-12.

攻读硕士期间发表的论文

- [1] 刘威,杨迎娟. Dynamical Analysis and Control of a Novel Four-Dimensional Financial Chaotic System[C]. IEEE, ISF2025(EI全文检索,录用待发).

致谢

行文至此，意味着我的硕士求学生涯即将告一段落。回首这段充满挑战与成长的旅程，我心中充满了感激之情。在此，我想向所有在我求学过程中给予我帮助和支持的人致以最诚挚的谢意。

首先，我要衷心感谢我的导师杨迎娟副教授。从论文的选题到最终的完成，您始终以严谨的学术态度和渊博的学识给予我悉心指导。在论文选题阶段，杨老师根据我的研究兴趣和学术背景，帮助我确定了既有研究价值又切实可行的研究方向。在文献综述和理论框架构建过程中，杨老师以其深厚的学术功底为我提供了许多宝贵的建议，帮助我理清了研究思路，避免了不必要的弯路。在实验设计和数据分析阶段，杨老师的指导更是让我受益匪浅。每当我遇到技术难题或数据分析瓶颈时，导师总能以独到的见解为我指明方向。记得有一次，我在实验数据的处理上遇到了困难，连续几天的尝试都未能取得进展。导师在了解情况后，不仅耐心地为我讲解了相关方法的原理，还亲自指导我修改了数据处理流程，最终帮助我顺利解决了问题。导师的严谨与细致让我深刻体会到科研工作的严谨性与科学性。在论文撰写和修改过程中，从论文结构的调整到语言表达的优化，杨老师都给予了细致入微的指导。每次提交论文草稿后，导师都会在百忙之中抽出时间仔细审阅，并提出详细的修改意见。导师的耐心与包容让我在学术写作中不断进步，也让我更加深刻地认识到学术研究的严谨性与规范性。除了学术上的指导，导师在为人处世方面也为我树立了榜样。导师谦逊的品格、严谨的治学态度以及对学生的关怀让我深受感动。在研究生阶段，导师不仅关心我的学术进展，还时常询问我的生活情况，给予我无微不至的关怀。这种亦师亦友的关系让我在求学路上倍感温暖。

其次我要感谢我的室友张涛和孔志，与你们的朝夕相处让我的研究生生活充满了温暖与欢乐。感谢实验室好友申亚港、王博、杨露同学，与你们共同奋斗的时光将成为我人生中难忘的回忆。感谢班级唐开亮、张明月、贾银平、陈朝晖和李九敏同学，与你们的友谊让我的研究生生活丰富多彩。

最后，我要特别感谢我的父母。你们的无私付出和默默支持是我前行的最大动力。无论我遇到怎样的困难，你们始终是我最强有力的后盾。你们的爱与鼓励让

我在学术道路上充满信心，也让我更加坚定地追求自己的梦想。

谨以此致谢，献给所有在我求学路上给予帮助的人。未来的路还很长，我将带着这份感恩之心继续前行。