

分类号：O231.3

密 级：公开

单位代码：10363

学 号：2221020111

题 目 DoS 攻击下具有事件触发机制的
非线性时变系统稳定性研究

英文并列

题 目 Research on Stability of Nonlinear Time-Varying Systems
with Event-Triggered Mechanism under DoS Attacks

学生姓名：汪炜桀

指导教师：吴小太 教授

专 业：数 学

研究方向：随机控制理论及应用

论文答辩日期：2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

汪炜梁

日期：2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：

汪炜梁

指导教师签名：

吴小东

日期：2025 年 5 月 14 日

日期：2025 年 5 月 14 日

DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统稳定性研究

摘 要

作为现代复杂工程系统的重要研究对象，非线性时变系统以其动态特性在智能控制、机器人系统、航空航天等领域展现出显著优势，这类系统通过时变参数的调节机制，能够有效应对不确定扰动等复杂工程场景，其灵活性特征已成为提升工业装备智能化水平的技术支撑。值得注意的是，随着工业物联网架构的深度应用，系统不可避免地面临网络化约束——通信网络的开放共享性在提升系统控制灵活度的同时，也会让系统由于遭受网络攻击暴露传输过程中的资源消耗与信息丢失问题，特别是拒绝服务（Denial-of-Service, DoS）攻击，这给系统的稳定性和安全性带来了威胁。

鉴于此，研究非线性时变系统在事件触发机制下遭遇网络攻击时的稳定性显得尤为必要。本文围绕具有事件触发机制的非线性时变系统遭受 DoS 攻击时的有限时间稳定性与输入-状态稳定性展开探讨。通过设计时变事件触发机制，结合对 DoS 攻击持续时间、频率的合理假设构建 DoS 攻击模型，不仅从理论层面论证了系统的两类稳定性，还经数值仿真验证了方法的可行性，本文的工作主要涵盖两方面：

研究 DoS 攻击下具有事件触发控制的非线性时变系统保持有限时间稳定的条件。设计时变事件触发机制，保障系统有限时间稳定，同时推导两个新推论，拓展非时变系统有限时间稳定性的传统理论架构。针对 DoS 攻击引发的数据丢失难题，进一步设计混合时变事件

触发机制，设定攻击持续时间、频率参数，推导出系统在此类攻击下有限时间稳定的充分条件，最终借数值模拟验证方法有效性。

研究 DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统的输入-状态稳定性。通过设计特定时变事件触发机制，界定系统状态轨迹区间集，分状态轨迹在区间集内、外两种情形研讨，确立系统在事件触发下的渐近稳定性与一致最终有界性，进而导出输入-状态稳定性。考虑到 DoS 攻击因素，对其持续时间、频率假设并依不同情形分析系统在 DoS 攻击环境中的稳定性，最终用两个数值仿真案例，包括应用于医疗血液病模型的案例，验证方法实用价值。

关键词：非线性时变系统，事件触发机制，DoS 攻击，有限时间稳定性，输入-状态稳定性

Research on Stability of Nonlinear Time-Varying Systems with Event-Triggered Mechanism under DoS Attacks

ABSTRACT

As an important research object of modern complex engineering systems, nonlinear time-varying systems show significant advantages in intelligent control, robot systems, aerospace and other fields with their dynamic characteristics. Such systems can effectively deal with complex engineering scenarios such as uncertain disturbances through the adjustment mechanism of time-varying parameters, and their flexibility features have become technical support for improving the intelligent level of industrial equipment. It is worth noting that with the deep application of the industrial Internet of Things architecture, the system inevitably faces network constraints, the open sharing of the communication network not only enhances the flexibility of the system control, but also exposes the system to the problem of resource consumption and information loss in the transmission process due to network attacks. In particular, (Denial-of-Service, DoS) attacks pose a threat to system stability and security.

In view of this, it is particularly necessary to study the stability of nonlinear time-varying systems under event-triggered network attacks.

This thesis discusses the finite-time stability and input-to-state stability of nonlinear time-varying systems with event-triggered mechanism under DoS attack. Based on the innovative time-varying event-triggered strategy and reasonable assumptions about the duration and frequency of DoS attacks, the aperiodic DoS attack model is constructed, which not only demonstrates two types of stability of the system from the theoretical level, but also verifies the feasibility of the method through numerical simulation, which mainly covers two aspects:

The conditions of finite-time stability for nonlinear time-varying systems with event-triggered control under DoS attacks are studied. The time-varying event-triggered mechanism is designed to ensure the finite-time stability of the system, and two new inferences are derived to expand the traditional theoretical framework of the time-varying system finite-time stability. In order to solve the problem of data loss caused by DoS attacks, a hybrid time-varying event-triggered mechanism is further created. By setting attack duration and frequency parameters, sufficient conditions for system stability in finite time under such attacks are deduced. Finally, the effectiveness of the method is verified by numerical simulation.

The input-to-state stability of nonlinear time-varying systems with event-triggered mechanism under DoS attacks is studied. By designing the triggered mechanism of specific time-varying events, the interval set

of system state trajectory is defined, and the asymptotic stability and uniform final boundedness of the system under event triggering are established by analyzing the state trajectory inside and outside the interval set. Considering the factors of DoS attack, the duration and frequency of DoS attack are assumed and the stability of the system in DOS attack environment is analyzed according to different situations. Finally, two numerical simulation cases, including the case applied to the medical hematological disease model, are used to confirm the practical value of the method.

KEY WORDS: Nonlinear time-varying systems, event-triggered mechanisms, DoS attacks, finite-time stability, input-to-state stability

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.3 主要研究内容和论文结构	6
第 2 章 基础知识	8
2.1 有限时间稳定性	8
2.2 输入-状态稳定性	9
2.2 拒绝服务攻击	9
第 3 章 非线性时变系统的有限时间稳定性	11
3.1 引言	11
3.2 问题描述	11
3.3 主要结果	12
3.4 数值仿真	21
3.5 本章小节	25
第 4 章 非线性时变系统的输入-状态稳定性研究	26
4.1 引言	26
4.2 问题描述	26
4.3 主要结果	27
4.4 数值仿真	31
4.5 本章小结	36
第 5 章 总结与展望	37
5.1 全文总结	37
5.2 研究展望	38
参考文献	39
硕士期间发表的论文	44
致谢	45

第 1 章 绪论

1.1 研究背景和意义

随着当代科技的迅速发展和不断进步，现代系统变得越来越复杂。时变系统因其灵活性和适应性而广泛应用于工程领域，使其能够有效地应对具有波动操作参数的复杂环境^[1-2]。在时变系统中考虑将传统控制系统与现代通信网络技术相结合，也是现代工业自动化领域的一个重要分支，可以实现控制系统的远程监控和管理^[3]。如图 1-1 所示，这种系统通常由传感器、控制器、执行器以及通信网络等基本组件构成，其中传感器负责收集系统状态信息，控制器根据这些信息计算控制策略，并通过通信网络将控制指令发送给执行器，执行器则根据指令调整系统行为^[4]。随着互联网技术的发展，该类系统在提高系统效率、降低成本和增强系统灵活性方面展现出巨大潜力^[5]。从最初的概念提出到如今的广泛应用，时变系统经历了从理论探索到工程实践的转变，其研究领域不断扩展，包括实时性、可靠性、安全性等关键技术问题^[6]。随着物联网、大数据和人工智能等技术的融合，时变系统正朝着更加智能化、集成化的方向发展，为工业自动化带来了革命性的变化^[7-8]。

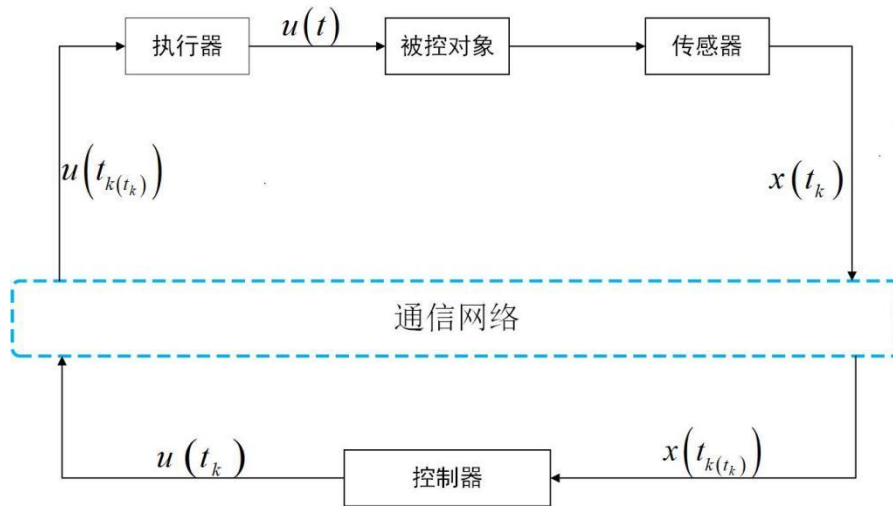


图 1-1 系统基本结构框图

在传统的时变系统中，控制信号的更新和传输通常是周期性的，这种定时机制虽然简单，但在很多情况下会导致网络资源的浪费，尤其是在系统状态变化不大时^[9]。为了解决这一问题，文献[10]在系统中引入了事件触发机制，这是一种

基于系统状态变化而非时间的控制策略。事件触发机制的核心思想是，只有当系统状态的变化达到或超过某个预设的阈值时，才会触发新的控制信号的生成和传输^[11]。如图 1-2 所示，除了原有的传感器、控制器和执行器之外，还增加了一个事件触发器。事件触发器负责监控系统状态，并与预设的触发条件进行比较，当条件满足时，它将激活控制器，生成新的控制指令，并通过通信网络发送给执行器，事件触发机制的引入，使得系统能够更加灵活地响应外部环境和内部状态的变化，不仅减少了不必要的数据传输，还降低了对网络带宽的需求，提高了系统的实时性和可靠性^[12]。随着物联网、大数据和人工智能等技术的融合，事件触发控制有望在未来的控制系统中发挥更加重要的作用，推动自动化技术的进一步发展。通过这种智能化的控制策略，有助于系统能够更加高效地处理信息，减少延迟，提升整体性能^[13]。

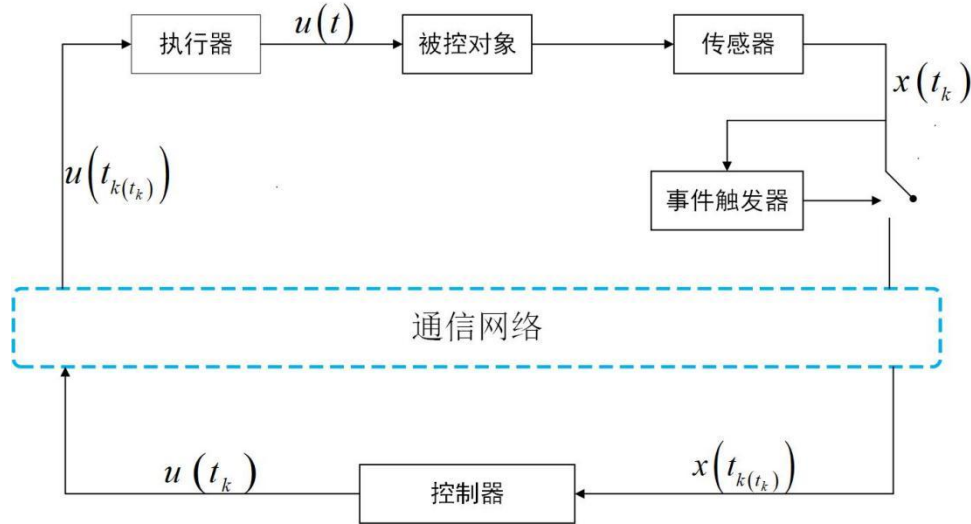


图 1-2 具有事件触发机制的系统结构框图

网络攻击通常会中断系统的信号传输，导致系统的不稳定波动^[14]。这些攻击有各种形式，包括拒绝服务（Denial-of-Service, DoS）攻击^[15]、隐形攻击^[16]、重复攻击^[17]和欺骗攻击^[18]。特别是 DoS 攻击，由于其广泛的性质而引起了人们的广泛关注。如图 1-3 所示，攻击可能导致传感器数据无法及时传输给控制器，控制器的决策无法传达给执行器，或者执行器的状态反馈无法返回给传感器，从而破坏了系统的闭环控制。在时变系统的背景下，这种攻击的影响更加复杂，因为系统的动态变化可能会与攻击的效应相互作用，导致难以预测的后果^[19]。因此，从控制理论的角度出发，针对遭受 DoS 攻击的时变系统，开发一种既稳定又安全的控制策略，以确保系统控制效能，已成为控制学界亟待攻关的热点课题。

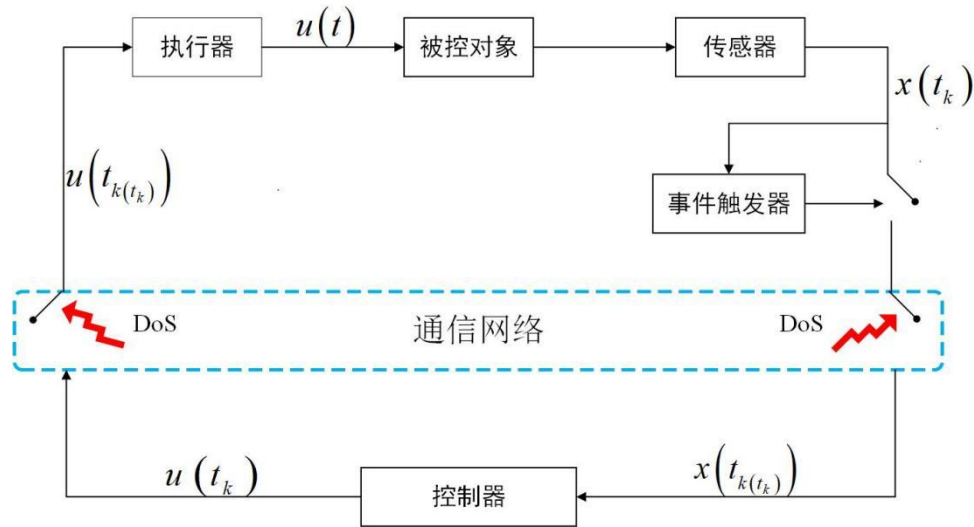


图 1-3 DoS 攻击下具有事件触发机制的系统结构框图

需要指出的是，目前大多数研究集中于线性系统，但在实际工业应用中，许多控制系统表现出显著的非线性特征，并且受到众多不确定因素的干扰^[20]。随着时间的推移，工业系统中的物理组件不可避免地会出现磨损和故障，导致系统参数发生改变。因此，实际的控制目标往往是难以准确建模的不确定非线性系统，特别是在工业领域中广泛应用的机械臂、无人机、无人船等设备^[21]，它们的特性无法通过线性模型来充分捕捉，更适合用严格反馈非线性系统模型来描述，所以，考虑 DoS 攻击下，对具有事件触发机制的非线性时变系统的稳定性进行研究是有理论意义和价值的。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 事件触发机制研究现状

事件触发机制作为一种减少通信和计算负担的控制策略，近年来受到了广泛关注。这种控制策略的核心优势在于，它只在系统状态变化超过特定阈值时才触发控制动作，从而优化资源使用。在多智能体系统中，事件触发一致性控制尤为重要，因为它能够减少网络负载并提高系统效率。事件触发机制的设计策略是研究的热点之一。例如，文献[22]中讨论了共享网络上事件触发控制器的调度问题，强调了在有限资源环境下优化控制任务的重要性。文献[23]的研究中探讨了具有量化和时变网络延迟的系统模型基于事件触发控制，进一步推动了对网络化控制系统中事件触发机制的理解。

芝诺现象是事件触发控制中的一个关键问题,指的是在有限时间内发生无限次触发事件的现象。这种行为可能导致系统不稳定,因此避免芝诺现象成为研究的重要方向。文献[24]提出了自触发协调的机器人网络优化部署策略,以避免芝诺现象。事件触发控制的应用范围也在不断扩大,特别是在电力系统、机器人网络和航空航天等领域。文献[25]中探讨了多区域电力系统的事件触发负荷频率控制问题。文献[26]中提出了一种事件触发方法,用于具有补充 ADP 的负荷频率控制。

综上所述,事件触发机制的研究现状表明,该领域正快速发展,不断有新的理论和应用被提出。未来的研究将继续探索更高效的触发策略,以及事件触发控制在更广泛领域的应用。

1.2.2 拒绝服务攻击研究现状

在控制理论领域,拒绝服务攻击(DoS)的研究现状是一个涉及网络安全和系统稳定性的重要议题^[27]。近年来,DoS 攻击因其对网络系统稳定性和可靠性的严重影响而成为研究的热点。DoS 攻击通过消耗目标系统的资源,使得合法用户无法获得正常服务,其攻击手段多样,包括但不限于资源耗尽型、服务拒绝型和信息过载型攻击。在国内外的研究中,学者们对 DoS 攻击的机制、影响及其防御技术进行了深入探讨。张娅莉等人^[28]在其研究中提供了对 DoS 攻击机制和过程的深入分析,并归类总结了防范措施。该研究强调了网络协议本身的不安全性,使得处理 DoS 攻击变得困难,因此提出了一系列技术对策,包括集中处理、速率限制和追踪攻击源等,这些措施为 DoS 攻击的防御提供了基础理论支持。随着机器学习技术的发展,基于机器学习的 DoS 攻击检测方法成为研究热点。例如,文献[29]探讨了利用机器学习技术来检测分布式拒绝服务攻击,通过分析网络流量特征,实现对 DoS 攻击的快速识别和响应,这种方法通过训练模型识别正常流量与攻击流量之间的差异,从而提高检测的准确性和效率。

在网络控制系统领域,Li 等人研究了在执行器故障和 DoS 攻击下基于事件触发机制的鲁棒有限时间稳定性问题^[30],这些研究对于提高网络控制系统在面对 DoS 攻击时的稳定性和可靠性具有重要意义。通过事件触发机制,可以在不牺牲系统性能的前提下,减少通信需求,从而降低 DoS 攻击的影响。在防御策略方面,雷颖提供了对 DoS 和 DDoS 攻击工具的分析,并提出了一系列防范策略,

包括攻击检测、流量控制和异常检测等，这些策略的提出，为实际的网络安全防护提供了实用的指导^[31]。

综上所述，DoS 攻击的研究现状显示了该领域的活跃性和复杂性。研究者们正致力于开发更有效的检测和防御方法，以应对不断演变的 DoS 攻击技术。未来的研究将继续探索新的防御策略，以及如何更好地整合现有的技术以提高网络安全。这些研究不仅对学术界具有重要意义，也对实际的网络安全防护工作提供了理论支持和实践指导。

1.2.3 有限时间稳定性研究现状

在控制理论领域，有限时间稳定性是指系统状态在有限时间内达到稳定状态的一种性能指标，这一概念因其在实际工程应用中的重要性而受到广泛关注。有限时间稳定性的研究涉及多个领域，包括非线性系统、线性时变系统、分数阶系统等。Bhat 和 Bernstein 在研究中提出了连续自治系统的有限时间稳定性概念，并给出了相应的稳定性条件^[32]。在非线性系统领域，Polyakov 提出了两种非线性控制算法，并证明了闭环系统的全局有限时间稳定性^[33]。Wu 等人利用 Lyapunov 的反函数提供了有限时间收敛的充分条件^[34]。在分数阶系统领域，田洪乔等人研究了含有时滞的分数阶微分系统的有限时间稳定性问题，通过构造新的 Lyapunov 函数和利用线性矩阵不等式（LMIs）给出了系统有限时间稳定性的条件，并设计了状态反馈控制器^[35]，这项研究不仅推广了现有结果，也为分数阶时滞微分系统的有限时间稳定性问题提供了新的解决方案。

对于线性时变系统，有限时间稳定性分析也是一个活跃的研究方向。Li 等人利用 Lyapunov Krasovskii 方法和 Gronwall 不等式研究了非自治系统的有限时间稳定性，并给出了非自治系统有限时间稳定性的新引理^[36]，这些研究为线性时变系统的稳定性分析提供了新的视角和方法。在随机系统领域，张雪和赵桂华研究了具有马尔可夫切换和随机逆动态的随机低阶非线性系统的有限时间镇定问题^[37]，他们首先在弱解的框架下给出了有限时间稳定性理论，并结合 Lyapunov 函数和加幂积分器技术构造了状态反馈控制器，证明了系统的全局有限时间稳定性。

综上所述,有限时间稳定性的研究在多个子领域都取得了显著进展。研究者们通过构造合适的 Lyapunov 函数、利用线性矩阵不等式、结合随机理论等方法,为不同类型的系统提供了有限时间稳定性的分析和控制设计,这些研究成果不仅在理论上具有重要意义,而且在实际工程应用中也具有广泛的应用前景。但是非线性时变系统的有限时间稳定性研究目前仍存在一定空白,有待探究,随着控制理论不断发展,有限时间稳定性的研究将继续深入,为解决更多实际问题提供理论支持和技术支持。

1.2.4 输入-状态稳定性研究现状

输入-状态稳定性描述了系统在外部输入和初始状态影响下的行为,以及系统恢复到稳定状态的能力。输入-状态稳定性最早在文献[38]中提出,并已成为评估非线性系统面对外部扰动和输入时,系统如何保持或恢复稳定性的关键技术。在非线性系统领域,辛道义、刘允刚基于 $\mathcal{K}_\infty$ 函数给出了更加一般性的各类有限时间稳定的定义,并基于 Lyapunov 函数,得到了判定非线性系统有限时间稳定性的充分条件,这一研究为非线性系统的输入-状态稳定性分析提供了理论基础^[39]。输入-状态稳定性通过描述系统输入和状态之间的关系,定义了系统在外部输入的影响下如何表现出渐近稳定性,特别是在时变系统中,外部扰动和系统状态之间的耦合变得更加复杂^[40]。确切地说,已经证明,当系统的输入保持在一定范围内时,系统的状态将相应地保持在范围内,此外,如果这些输入随着时间的推移趋于零,系统的状态也将渐近收敛到零^[41]。

在对线性时变系统有限时间稳定性的研究分析中,提出了非自治系统有限时间稳定性的新引理,这些研究不仅为线性时变系统的稳定性分析提供了新的视角,也为输入-状态稳定性的进一步研究奠定了基础^[36]。由于输入-状态稳定性可以有效地处理系统在不断变化的环境中的稳定性问题,并为鲁棒控制策略的设计提供了坚实的理论基础^[42],因此适用于研究时变系统的稳定性问题。

1.3 主要研究内容和论文结构

基于上述分析,本文针对非线性时变系统,考虑具有事件触发机制、以及当系统遭受 DoS 攻击情形下系统的有限时间稳定性和输入-状态稳定性问题,通过

给出具有时变特性的事件触发机制，同时对 DoS 攻击的持续时间和频率进行假设，得出了系统保持有限时间稳定性和输入-状态稳定性的充分条件，并通过几个数值仿真例子得出了所提理论的有效性。本论文的研究内容主要围绕以下几个方面展开：

第 1 章：绪论部分。介绍了非线性时变系统、事件触发机制、DoS 攻击的研究背景、意义以及有限时间稳定性、输入-状态稳定性的国内外研究问题；最后给出了本文主要研究内容和论文结构。

第 2 章：主要介绍了本文研究所涉及的一些预备知识。包括有限时间稳定性定义、输入-状态稳定性定义和 DoS 攻击的一些假设等。

第 3 章：研究了 DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统的有限时间稳定性。首先，提出了时变事件触发机制，确保系统的有限时间稳定性，此外，本章通过两个推论的证明拓展了关于时不变系统有限时间稳定性的传统理论，有一定的理论意义价值。为了解决 DoS 攻击过程中的信息丢失问题，提出了一种混合时变事件触发机制，通过假设 DoS 攻击的持续时间和频率，可以在该种情形下得到有限时间稳定性的充分条件。最后，通过数值仿真模拟证实了所提出方法的有效性。

第 4 章：研究了 DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统的输入-状态稳定性。提出了一种时变事件触发机制，通过对系统状态的轨迹区间进行设定，分两种情况讨论得到系统在事件触发机制下的渐进稳定性和一致最终有界性，得到了系统的输入-状态稳定性。同时考虑在系统遭受 DoS 攻击情形下，对 DoS 攻击的持续时间和频率进行假设，分情况讨论研究得到了在 DoS 攻击下系统的输入-状态稳定性。最后，用两个数值仿真例子验证了所提出方法的有效性，其中一个例子应用于医学领域的血液病模型，有一定的实际参考价值。

第 5 章：总结与展望。对本文研究的成果进行了整理和总结，并展望了未来研究的方向。

第 2 章 基础知识

第 1 章首先介绍了研究的背景和意义，以及相关的国内外研究现状，接着明确了本研究的主要内容和论文结构。

为了更好地理解非线性时变系统的有限时间稳定性和输入-状态稳定性以及 DoS 攻击，我们首先需要了解它们的基本构成环节。下面是有限时间稳定性和输入-状态稳定性和 DoS 攻击理论预备知识的简要概述，以帮助我们更好地理解这两种稳定性。

考虑以下非线性时变系统：

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (2-1)$$

其中 x 是状态向量， $f(t, x)$ 是 n 维向量，假设系统对 x 连续，对 t 分段连续，且 $f(0, 0) = 0$ ，则系统在 $x = 0$ 处达到稳定状态，并使其为系统的平衡点，假设每个给定的初始值为 $x(0) = x_0$ ，则系统有一个唯一解 $x(t)$ 。

2.1 有限时间稳定性

定义 2.1：对于系统 (2-1)，如果有下列条件成立：

(1) Lyapunov 稳定：对于 $\forall \varepsilon > 0$ ，存在与 ε 有关的常数 $\delta(\varepsilon)$ ，对于 $\forall t \geq 0$ 使得 $\|x(0)\| \leq \delta(\varepsilon) \Rightarrow \|x(t)\| \leq \varepsilon$ ；

(2) 有限时间收敛：原点具有有限时间收敛性，则存在常数 $d > 0$ ，对于 $\forall x(0) \in B_d \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq d\}$ ，并且存在常数 $T = T(x(0))$ ，使得 $\lim_{t \rightarrow T} \|x(t)\| = 0$ ；

则称系统 (2-1) 是局部有限时间稳定的，收敛时间为 T ，也称作集合时间。如果 $d = +\infty$ ，则称系统 (2-1) 是全局有限时间稳定的，收敛时间为 T 。

定义 2.2：假设 T 是一个大于 0 的常数，则有：

(1) 如果有一个连续函数 $\rho(t) \in \mathbb{R}$ 使得 $\lim_{t \rightarrow T} \rho(t) = +\infty$ ，则该函数称为有限时间转义函数；

(2) 如果存在连续单调非递增函数 $\varphi(t) \in \mathbb{R}$ ，则其相关的系统 (2-1) 在定义 2.1 的条件下是有限时间稳定的，则称 $\varphi(t)$ 为有限时间稳定函数。同样地， $\rho(t) = -\int_0^t \varphi(s)ds$ 是一个有限时间转义函数。

2.2 输入-状态稳定性

定义 2.3: 若非线性时变系统 (2-1) 在函数为 $\beta \in \mathcal{KL}$ 和 $\bar{\gamma} \in \mathcal{K}_\infty$ 的条件下表现出输入-状态的稳定性，对于任意初始状态和任意输入信号 $u(t)$ ，系统 (2-1) 的解是全局定义的，并满足以下条件：

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x_0\|, t) + \bar{\gamma}\left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\|\right). \quad (2-2)$$

定义 2.4: 令函数 $V(t, x(t)): \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ 为输入-状态-Lyapunov 函数，考虑 $\mathcal{K}_\infty$ 函数 $\alpha_1, \alpha_2, \gamma, \chi$ 和 $\mu(t) \in \mathbb{R}$ 是连续函数，对于系统 (2-1)，有 $\forall x \in \mathbb{R}^n$ 和 $\forall u \in \mathbb{R}^m$ ，使得

$$\alpha_1(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)), \quad (2-3)$$

$$V(0, x(0)) \leq \alpha_2(\|x(0)\|), \quad (2-4)$$

$$\|x(t)\| \geq \chi\left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\|\right) \Rightarrow \dot{V}(t, x(t)) \leq \mu(t)V(t, x(t)) + \gamma(\|u(t)\|) \quad (2-5)$$

2.2 拒绝服务攻击

我们考虑当系统遭受 DoS 攻击情况下，给出有关 DoS 攻击的频率和持续时间等相关假设如下。

设 $\{h_n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$ 为 DoS 发生的时间序列， $h_0 \geq 0$ ，其中每个 h_n 表示第 n 次 DoS 攻击的开始时间。第 n 个 DoS 周期的持续时间用 τ_n 表示， $H_n = [h_n, h_n + \tau_n)$ 表示第 n 个 DoS 时间间隔。给出以下两个假设来描述 DoS 攻击的频率和持续时间。

假设 2.1: (DoS 攻击的频率) 对于 $t \geq 0$ ，存在 $\eta \geq 0$ 和 $\tau_D \geq 0$ ，使得

$n(t) \leq \eta + \frac{t}{\tau_D}$ ，其中 $n(t)$ 表示在 $[0, t)$ 内 DoS 攻击打开/关闭的切换次数。

假设 2.2: (DoS 攻击的持续时间) 对于 $t \geq 0$, 存在 $g \geq 0$ 和 $\theta > 1$, 使得

$$|\Xi(t)| \leq g + \frac{t}{\theta}, \text{ 其中 } \Xi(t) = \bigcup_{n \in \mathbb{N}_0} \{H_n\} \text{ 为 } [0, t) \text{ 内 DoS 攻击下的完整区间集。}$$

假设 2.3: 对于每一个原点在 $\mathbb{R}^n$ 的非空邻域内的 x , 有 $\xi(t) \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, 使得

$$\gamma(4\|x\|) \leq \xi(t)\alpha_1(\|x\|) \leq \xi(t)V(t, x(t))。$$

第3章 非线性时变系统的有限时间稳定性研究

3.1 引言

非线性时变系统因其复杂性和现实应用的广泛性而备受关注，同时，事件触发机制作为一种减少通信负担的有效手段，已成为研究的热点，然而，当系统遭受 DoS 攻击时，其稳定性和性能可能会受到严重影响。本章旨在探讨非线性时变系统在事件触发机制下，面对 DoS 攻击时的有限时间稳定性问题。通过深入分析攻击模式和系统动态响应，本章将提出一种新的控制策略，以确保系统在有限时间内达到稳定状态，并为网络安全提供理论支持。

3.2 问题描述

考虑如下非线性时变系统：

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \geq 0, \quad (3-1)$$

其中， $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态， $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入。我们假设系统 (3-1) 中的函数 $f(t, x, u) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ 对 x 连续，对 t 和 u 分段连续，且 $f(0, 0, 0) = 0$ ，则系统在 $x = 0$ 处达到稳定状态，并使其为系统 (3-1) 的平衡点。令反馈控制器 $u(t) = x(t_k)$ ， $t \in [t_k, t_{k+1})$ ，采样时间序列 $\{t_k\}_{k \in \mathbb{N}_0}$ 依赖于误差相关事件触发机制。令采样误差 $e(t) = x(t_k) - x(t)$ ，对于给定任意初始条件 $x(0) = x_0$ ，我们假设系统 (3-1) 存在唯一且确定的解 $x(t)$ 。

假设 3.1: 令 $T = T(x(0))$ 是一个与 x_0 有关的正常数， κ_0 为大于 0 的常数， α_1 ， α_2 ， γ 是 $\mathcal{K}_\infty$ 函数， $\kappa(t) \in [\kappa_0, +\infty)$ 和 $\mu(t) \in \mathbb{R}$ 都是连续函数。若对于系统 (3-1) 存在 Lyapunov 函数 $V(t, x(t)) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ ，则有：

$$\kappa(t)\alpha_1(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)), \forall t \in [0, T], \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad (3-2)$$

$$V(0, x(0)) \leq \alpha_2(\|x(0)\|), \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad (3-3)$$

$$\dot{V}(t, x(t)) \leq \mu(t)V(t, x(t)) + \gamma(\|e(t)\|). \quad (3-4)$$

接下来，我们分析具有采样数据输入的时变系统 (3-1) 的有限时间稳定性，其中采样时间由以下设计的事件触发机制确定。时变事件触发机制定义如下：

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \gamma(\|e(t)\|) > a(t)V(t, x(t)) \right\}, \quad (3-5)$$

其中, $a(t)$ 为在 $\mathbb{R}_{>0}$ 上取值的正连续函数, $\{t_k\}_{k \in \mathbb{N}_0}$ 为事件触发次数序列。为了避免芝诺现象, 我们做出相关的假设。

假设 3.2: 令事件触发机制 (3-5) 中的函数 $a(t)$ 有一个正上界 K 。

在假设 3.2 的条件下, 采用事件触发机制 (3-5) 的系统 (3-1) 可以避免芝诺现象。

引理 1: 事件触发机制 (3-5) 几乎处处无芝诺现象。

证明: 对于 $t \in [t_k, t_{k+1})$, 根据事件触发机制 (3-5), 可得 $\gamma(\|e(t)\|) \leq a(t)V(t, x(t))$ 。

在[43]中, 如果有

$$\frac{\partial V}{\partial x(t)} f(x(t), k(x(t) + e(t))) \leq -\sigma(\|x(t)\|) + \gamma(\|e(t)\|),$$

函数 γ 和 σ^{-1} 为 $\mathcal{K}_\infty$ 函数, 且为 Lipschitz 连续函数, 则每个约束于 $\gamma(\|e(t)\|) \leq K\sigma(x)$ 的事件触发机制均几乎处处无芝诺现象。在假设 3.2 条件下, 我们可以得到不等式 $\gamma(\|e(t)\|) \leq a(t)\sigma(x) \leq K\sigma(x)$, 由于 γ 和 V 对几乎处处保持 Lipschitz 连续性, 根据[43]中的定理 III.1, 可以得出本文中事件触发机制 (3-5) 几乎处处无芝诺现象, 证毕。

在完成上述分析之后, 我们给出本章的两个主要结果。

3.3 主要结果

定理 3.1 : 令 Lyapunov 函数 $V(t, x(t))$ 满足假设 3.1, 如果函数 $\rho(t) = \ln(\kappa(t)) - \int_0^t (\mu(s) + a(s))ds$ 是有限时间转义函数, 则时变系统 (3-1) 是全局有限时间稳定的。

证明: 根据假设 3.1 和事件触发机制 (3-5), 我们得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &\leq \mu(t)V(t, x(t)) + \gamma(\|e(t)\|) \\ &\leq \mu(t)V(t, x(t)) + a(t)V(t, x(t)) \\ &= (\mu(t) + a(t))V(t, x(t)). \end{aligned} \quad (3-6)$$

这意味着:

$$\int_{V(0,x(0))}^{V(t,x(t))} \frac{1}{V} dV \leq \int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds,$$

进一步可以得到:

$$V(t, x(t)) \leq V(0, x(0)) \exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right). \quad (3-7)$$

结合式 (3-2)、(3-3) 和 (3-7) 可得:

$$\kappa(t) \alpha_1(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)) \leq \exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(\|x(0)\|). \quad (3-8)$$

那么, 对于 $\forall \varepsilon > 0$, 存在一个正常数 $\delta \triangleq \delta(\varepsilon)$, 使得

$$\exp(-\rho(t)) \alpha_2(\delta) \leq \alpha_1(\varepsilon).$$

因此, 如果有 $\|x(0)\| \leq \delta$, 我们可以得出:

$$\begin{aligned} \alpha_1(\|x(t)\|) &\leq \frac{\exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right)}{\kappa(t)} \alpha_2(\|x(0)\|) \\ &= \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) \\ &\leq \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\delta) \\ &\leq \alpha_1(\varepsilon), \end{aligned}$$

这意味着系统 (3-1) 是 Lyapunov 稳定的。另外, 由于 $\rho(t)$ 是有限时间的转义函数, 则可以得到:

$$\lim_{t \rightarrow T} \rho(t) = +\infty. \quad (3-9)$$

结合上式和式 (3-8), 我们可得:

$$\lim_{t \rightarrow T} \alpha_1(\|x(t)\|) \leq \lim_{t \rightarrow T} \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) = 0. \quad (3-10)$$

因此, 具有事件触发机制 (3-5) 的非线性时变系统 (3-1) 是有限时间稳定的, 证毕。

注释 3.1: 文献[44]中考虑了时变系统的有限时间稳定性, 这是对一些已有工作的推广[45]。在定理 3.1 中, 一方面, 我们进一步研究了具有采样控制输入的时变系统的全局有限时间稳定性, 设计了时变事件触发机制来调节采样和传输时间; 另一方面, 定理 3.1 将[46]中时不变系统的有限时间稳定性结果推广到时变系统中。

与[44]中的推论 1 类似, 下面将给出基于事件触发机制的时变系统有限时间稳定性的相应推论。

推论 3.1: 假设存在一个与 $x(0)$ 有关的正常数 $T = T(x(0))$, Lyapunov 函数 $\Psi(t, x(t)): \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, $\mathcal{K}_\infty$ 函数 ℓ_1 , ℓ_2 , 和两个函数 $\mu(t) \in \mathbb{R}$, $a(t) \in \mathbb{R}_{>0}$, 使得

$$\ell_1(x) \leq \Psi(t, x(t)) \leq \ell_2(x), \forall t \in [0, T], \quad (3-11)$$

以及

$$\dot{\Psi}(t, x(t)) \leq (\mu(t) + a(t)) \frac{\Psi(t, x(t)) - 1}{\Psi(t, x(t))}, \quad (3-12)$$

成立。若有

$$\ell_1(x) \leq \ln \left((e^{\ell_2(0)} - 1) e^{\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds} + 1 \right),$$

则称具有事件触发机制 (3-5) 的系统 (3-1) 是有限时间稳定的。

证明: 令 $V(t, x(t)) = e^{\Psi(t, x(t))} - 1$, 可得:

$$e^{\ell_1(x)} - 1 \leq V(t, x(t)) \leq e^{\ell_2(x)} - 1. \quad (3-13)$$

令 $\kappa(t) = 1$, $\alpha_1(x) = e^{\ell_1(x)} - 1$, $\alpha_2(x) = e^{\ell_2(x)} - 1$, 则不等式 (3-13) 可重新写为:

$$\alpha_1(x) \leq V(t, x(t)) \leq \alpha_2(x),$$

由上述分析可知 $V(t, x(t))$ 满足假设 3.1。另一方面, 由式 (3-12) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &= e^{\Psi(t, x(t))} \dot{\Psi}(t, x(t)) \\ &\leq e^{\Psi(t, x(t))} (\mu(t) + a(t)) \frac{e^{\Psi(t, x(t))} - 1}{e^{\Psi(t, x(t))}} \\ &= (\mu(t) + a(t)) (e^{\Psi(t, x(t))} - 1) \\ &= (\mu(t) + a(t)) V(t, x(t)), \end{aligned}$$

这与定理 3.1 中的式 (3-6) 相似。通过与定理 3.1 相同的计算方法, 我们可以进一步得出结论:

$$\alpha_1(x) \leq \exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(x).$$

因此, 可以得出具有事件触发机制 (3-5) 的系统 (3-1) 是有限时间稳定的, 证毕。

完成上述推论后，下面的推论将证明本文的有限时间稳定性的结果在[46]的经典假设下也是成立的。我们提出了相应的事件触发机制如下：

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \gamma(\|e(t)\|) > c(1-\beta)V^h(t, x(t)) \right\}, \quad (3-14)$$

其中，触发参数 $c > 0$ ， $0 < \beta < 1$ ， $0 < h < 1$ 。

推论 3.2： 假设存在一个与 $x(0)$ 有关的正常数 $T = T(x(0))$ ，Lyapunov 函数 $\Psi(t, x(t)) : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ ， $\mathcal{K}_\infty$ 函数 γ ，使得

$$\dot{V}(t, x(t)) \leq -cV^h(t, x(t)) + \gamma(\|e(t)\|), \quad (3-15)$$

则可以得出系统 (3-1) 是有限时间稳定的，收敛时间小于等于

$$T = T(x(0)) = \frac{V^{1-h}(t_0, x(t_0))}{c\beta(1-h)}. \quad (3-16)$$

证明： 结合事件触发机制 (3-14) 和条件 (3-15)，可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &\leq -cV^h(t, x(t)) + c(1-\beta)V^h(t, x(t)) \\ &= -c\beta V^h(t, x(t)). \end{aligned} \quad (3-17)$$

对于 $t \in [0, T)$ ，我们引入如下微分系统：

$$\dot{v}(t) = -c\beta v^h(t),$$

且有 $v(0) = v_0 = V(0, x(0)) > 0$ ，该式有唯一解为

$$v(t) = \left(v_0^{1-h} - c\beta(1-h)t \right)^{\frac{1}{1-h}}. \quad (3-18)$$

根据比较原则，可以得到：

$$V(t, x(t)) \leq v(t). \quad (3-19)$$

对于 $t \in [0, T)$ ，有两种可能的情况需要考虑。如果 $V(t, x(t)) \neq 0$ ，由式 (3-16)、(3-19)，我们可以得到：

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &\leq -c\beta V^h(t, x(t)) \\ &= -c\beta V^{h-1}(t, x(t))V(t, x(t)) \\ &\leq -c\beta v^{h-1}(t)V(t, x(t)) \\ &= -c\beta \left(v_0^{1-h} - c\beta(1-h)t \right)^{-1} V(t, x(t)) \end{aligned} \quad (3-20)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{1-h} \left(\frac{v_0^{1-h}}{c\beta(1-h)} - t \right)^{-1} V(t, x(t)) \\
 &= -\frac{1}{\frac{1-h}{T-t}} V(t, x(t)).
 \end{aligned}$$

如果 $V(t, x(t)) = 0$ ，不等式 (3-20) 可直接由式 (3-15) 得出，因此，不等式 (3-20) 总是成立。

根据定理 3.1 中的不等式 (3-6) 和式 (3-20)，我们可以验证：

$$\mu(t) + a(t) = -\frac{1}{\frac{1-h}{T-t}},$$

进一步可以得到：

$$\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds = -\int_0^t \frac{1}{\frac{1-h}{T-s}} ds = \frac{1}{1-h} \ln \left(\frac{T-t}{T} \right),$$

该式表明：

$$\lim_{t \rightarrow T} \int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds = -\infty.$$

令 $\kappa(t) = 1$ ，可得：

$$\lim_{t \rightarrow T} \rho(t) = \lim_{t \rightarrow T} \left(\ln(\kappa(t)) - \int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) = +\infty.$$

因此，结合定理 3.1，我们可以得出在事件触发机制 (3-14) 下的时变系统 (3-1) 是有限时间稳定的，证毕。

在得出事件触发机制下非线性时变系统的有限时间稳定性结论及其相关推论后，接下来，我们考虑当系统遭受 DoS 攻击情况下，系统的有限时间稳定性情况。

基于假设 2.1、假设 2.2 和假设 2.3，我们给出时变系统 (3-1) 在 DoS 攻击下的混合事件触发机制如下：

情况① 如果 t_k 不在 DoS 间隔中，则下一个触发瞬间定义为下：

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \gamma(4\|e(t)\|) > a(t)V(t, x(t)) \right\}. \quad (3-21)$$

情况② 如果 t_k 在 DoS 间隔中，则下一个事件瞬间定义为：对于 $\Delta_k = t_{k+1} - t_k$ ，则有：

$$\Delta_k \in [\underline{\Delta}, \bar{\Delta}], \quad (3-22)$$

其中 $\underline{\Delta} > 0$ 和 $\bar{\Delta} > 0$ 分别是事件间隔的下界和上界。

在给出主要结果之前，我们首先给出以下两个引理。

引理 3.2: 情况①和②定义下的混合事件触发机制几乎处处无芝诺现象。

证明: 如果事件触发的时间瞬间 t_k 不在 DoS 间隔内，则由引理 3.1 可以证明事件触发机制 (3-21) 是无芝诺现象的；如果事件触发时间瞬间 t_k 在 DoS 间隔内，事件触发机制 (3-22) 包括最小触发间隔 $\Delta > 0$ ，则也可以排除芝诺现象。因此，引理 3.2 证毕。

引理 3.3: 如果假设 2.1、2.2 和 2.3 成立，对于非线性时变系统 (3-1)，若 t_k 在 DoS 间隔内， $t_{k(t_k)+1}$ 表示发生在 DoS 间隔 t_k 之后的第一个可能的采样时间瞬间，那么对于 $t \in [t_k, t_{k+1})$ ，可以得到：

$$V(t, x(t)) \leq V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})) \exp\left(\int_{t_{k(t_k)+1}}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds\right). \quad (3-23)$$

证明: 由于 t_k 在 DoS 间隔内，并且 $t_{k+1} = t_k + \Delta_k$ ，当 $t_{k(t_k)} \leq t \leq t_{k(t_k)+1}$ ，则有：

$$\|e(t)\| \leq \frac{1}{4} \gamma^{-1} (a(t) V(t, x(t))),$$

进一步可得：

$$\begin{aligned} \|x(t_{k(t_k)})\| &\leq \|x(t_{k(t_k)+1})\| + \|e(t_{k(t_k)+1})\| \\ &\leq \|x(t_{k(t_k)+1})\| + \frac{1}{4} \gamma^{-1} (a(t) V(x(t_{k(t_k)+1}))) \\ &\leq \frac{1}{4} \gamma^{-1} (\xi(t) V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1}))) \\ &\quad + \frac{1}{4} \gamma^{-1} (a(t) V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1}))), \end{aligned} \quad (3-24)$$

最后的不等式由不等式 (3-21) 和假设 3.5 推导得到。对于给定的 $\mathcal{K}_\infty$ 函数 γ 和两个非负实数 m 和 n ，有 $\gamma(m+n) \leq \gamma(2m) + \gamma(2n)$ 成立，考虑到 $e(t) = x(t_{k(t_k)}) - x(t)$ 且 $t_{k(t_k)} \leq t \leq t_{k+1}$ ，则有：

$$\begin{aligned} \gamma(\|e(t)\|) &\leq \gamma(2\|x(t_{k(t_k)})\|) + \gamma(2\|x(t)\|) \\ &\leq (\xi(t) + a(t)) V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})) + \gamma(2\|x(t)\|) \end{aligned}$$

$$\leq (\xi(t) + a(t))V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})) + \xi(t)V(t, x(t)),$$

上式的第二个不等式由式 (3-24) 得到, 第三个不等式由假设 2.3 得到。根据式 (3-4), 对于 $t \in [t_{k(t_k)+1}, t_{k+1})$, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &\leq (a(t) + \xi(t))V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})) \\ &\quad + (\mu(t) + \xi(t))V(t, x(t)) \\ &\leq \max\{V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})), V(t, x(t))\} \\ &\quad \times (a(t) + \mu(t) + 2\xi(t)). \end{aligned} \quad (3-25)$$

为了解出微分不等式 (3-25), 在 $t \in [t_{k(t_k)+1}, t_{k+1})$, 我们引入以下微分方程:

$$\dot{v}(t) = (a(t) + \mu(t) + 2\xi(t)) \max\{v(t_{k(t_k)+1}), v(t)\}. \quad (3-26)$$

如果 $\max\{v(t_{k(t_k)+1}), v(t)\} = v(t_{k(t_k)+1})$ 成立, 则式 (3-26) 可以转化为:

$$\dot{v}(t) = (a(t) + \mu(t) + 2\xi(t))v(t_{k(t_k)+1}),$$

通过对两边积分, 我们可以得到:

$$\int_{t_{k(t_k)+1}}^t \frac{1}{v(s)} dv(s) = \int_{t_{k(t_k)+1}}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds, \quad (3-27)$$

由此得出:

$$v(t) = v(t_{k(t_k)+1}) \exp\left(\int_{t_{k(t_k)+1}}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds\right). \quad (3-28)$$

另一方面, 如果 $\max\{v(t_{k(t_k)+1}), v(t)\} = v(t)$ 成立, 则式 (3-26) 可以重新写为:

$$\dot{v}(t) = (a(t) + \mu(t) + 2\xi(t))v(t),$$

这便使得不等式 (3-27) 和式 (3-28) 成立。根据 $v(t_{k(t_k)+1}) = V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1}))$ 和 $V(t, x(t)) \leq v(t)$, 我们可以推出不等式 (3-23) 成立, 证毕。

令 $\{t_{k_m}\}_{m \in \mathbb{N}_0}$ 表示不成功采样时间的子序列, 并将 $\Lambda(t)$ 定义为 Lyapunov 函数

$V(x(t))$ 可能增加的时间间隔的并集, 即 $\Lambda(t) = \left(\bigcup_{m \in \mathbb{N}_0} [t_{k_m}, t_{k_m} + \Delta_{k_m}] \right)$, $\Lambda(t)$ 与

Lyapunov 函数可能增加的时间瞬间集合一致; 同时, 定义 $\Lambda^c(t)$ 为 $\Lambda(t)$ 在时间间

隔 $[0, t)$ 上的补集, 即 $\Lambda^c(t) = [0, t) \setminus \Lambda(t)$, 根据假设 2.1 和假设 2.2 中对 DoS 频率和持续时间的假设, 可以得到:

$$\begin{aligned} |\Lambda(t)| &\leq g + \frac{t}{\theta} + \left(\eta + \frac{t}{\tau_D} \right) \bar{\Delta} \\ &= n(t) \bar{\Delta} + |\Xi(t)|. \end{aligned} \quad (3-29)$$

设 $T_S(0, t)$ 为 $[0, t)$ 中没有发生 DoS 攻击的整个时间段, $T_U(0, t)$ 为 DoS 攻击发生的整个时间段。当 t_k 不在 DoS 间隔内时, 我们可以得到:

$$V(t, x(t)) \leq e^{\omega_1} V(t_0, x(t_0)),$$

其中 $\omega_1 = \int_{T_S(0, t)} (a(s) + \mu(s)) ds$; 当 t_k 属于 DoS 间隔时, 我们可以得到:

$$V(t, x(t)) \leq e^{\omega_2} V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})),$$

其中 $\omega_2 = \int_{T_U(0, t)} (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds$ 。结合上述分析与引理 3.3 可得:

$$\begin{aligned} V(t, x(t)) &\leq V(0, x(0)) e^{\omega_1} e^{\omega_2} \\ &= V(0, x(0)) e^{\omega_1 + \omega_2}. \end{aligned} \quad (3-30)$$

基于上述分析, 以下定理研究了当系统遭受 DoS 攻击情况下的有限时间稳定性。

定理 3.2: 在假设 2.1、2.2 和 2.3 下, 如果满足以下条件, 则具有混合时变事件触发机制的非线性时变系统 (3-1) 在遭受 DoS 攻击下是有限时间稳定的:

$$\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} < - \frac{\int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds}{2\mathcal{M}}, \quad (3-31)$$

其中

$$\mathcal{M} = \sup_{s \in T_U(0, t)} \{ |\xi(s)| \},$$

$$\phi = 2\mathcal{M}(g + \bar{\Delta}\eta),$$

$$\varpi(t) = \int_0^t (a(s) + \mu(s) + \mathcal{G}) ds,$$

$$\mathcal{G} = 2\mathcal{M} \left(\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} \right).$$

证明: 首先, 根据 (3-29), 我们可得:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 + \omega_2 &= \int_{T_{S(0,t)}} (a(s) + \mu(s)) ds + \int_{T_{U(0,t)}} (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds \\
 &= \int_{t-|\Lambda(t)|}^t (a(s) + \mu(s)) ds + \int_{|\Lambda(t)|}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds \\
 &= 2 \int_{|\Lambda(t)|}^t \xi(s) ds + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\
 &\leq 2\mathcal{M}|\Lambda(t)| + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\
 &\leq 2\mathcal{M} \left((g + \bar{\Delta}\eta) + \left(\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} \right) t \right) + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\
 &\leq 2\mathcal{M}(g + \bar{\Delta}\eta) + \mathcal{R}t + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\
 &\leq 2\mathcal{M}(g + \bar{\Delta}\eta) + \int_0^t (a(s) + \mu(s) + \mathcal{R}) ds \\
 &= \phi + \varpi(t).
 \end{aligned}$$

根据 (3-30)，我们可以进一步得出：

$$V(t, x(t)) \leq V(0, x(0)) \exp(\phi + \varpi(t)). \quad (3-32)$$

结合式 (3-2)、(3-3) 与 (3-32) 可以得到：

$$\begin{aligned}
 \kappa(t) \alpha_1(\|x(t)\|) &\leq V(t, x(t)) \\
 &\leq \exp(\phi + \varpi(t)) \alpha_2(\|x(0)\|).
 \end{aligned} \quad (3-33)$$

对于 $\forall \varepsilon > 0$ ，存在一个正常数 $\delta \triangleq \delta(\varepsilon)$ ，使得

$$\exp(-\rho(t)) \alpha_2(\delta) \leq \alpha_1(\varepsilon).$$

因此，对于 $\forall t \in [0, T)$ ，如果有 $\|x(0)\| \leq \delta$ 成立，则有：

$$\begin{aligned}
 \alpha_1(\|x(t)\|) &\leq \frac{\exp(\phi + \varpi(t))}{\kappa(t)} \alpha_2(\|x(0)\|) \\
 &= \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) \\
 &\leq \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\delta) \leq \alpha_1(\varepsilon),
 \end{aligned}$$

这意味着系统 (3-1) 是 Lyapunov 稳定的。由于 $\rho(t)$ 是一个有限时间转义函数，我们可以得到：

$$\lim_{t \rightarrow T} \rho(t) = +\infty. \quad (3-34)$$

将上式与式 (3-33) 结合起来, 可以得出:

$$\lim_{t \rightarrow T} \alpha_1(\|x(t)\|) \leq \lim_{t \rightarrow T} \exp(-\rho(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) = 0. \quad (3-35)$$

因此, 具有混合事件触发机制的非线性时变系统 (3-1) 是有限时间稳定的, 证毕。

注释 3.2: 通过设计一种混合时变事件触发机制, 本定理解决了时变系统 (3-1) 在 DoS 攻击下的有限时间稳定性问题。与文献[46]相比, 定理 3.2 的贡献有两个: 一、模型的一般性: 定理 3.2 将文献[46]中的时不变系统的分析扩展到时变系统中, 从而扩大了本文提出的模型的适用性; 二、新颖的分析方法: 文献[46]中的方法仅解决了 DoS 攻击下时不变系统的有限时间稳定性问题, 这种方法不适用于时变系统, 相比之下, 定理 3.2 引入了一种新的分析方法, 通过引入时变参数来适应系统的时变特性, 从而能够分析系统在 DoS 攻击下的有限时间稳定性。

3.4 数值仿真

考虑以下形式的非线性时变系统:

$$\dot{x}(t) = \frac{3}{4(T+t)}(x^2(t) - x^3(t)) + u(t), \quad (3-36)$$

其中控制输入为 $u(t) = -\frac{3}{2(T+t)}(x(t) + e(t))$ 。令事件触发机制为:

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \frac{16}{T+t} e^2(t) > \frac{1}{4(T+t)} x^2(t) \right\}, \quad (3-37)$$

正是式 (3-21) 中的 $a(t) = \frac{1}{2(T+t)}$, 在下文中, 我们证明了基于事件触发机制

(3-37) 的系统 (3-36) 是有限时间稳定的。令 Lyapunov 函数为 $V(x(t)) = \frac{1}{2} x^2(t)$,

故式 (3-2) 和 (3-3) 在 $\alpha_1(r) = \alpha_2(r) = \frac{1}{2} r^2$ 时成立, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= x(t)\dot{x}(t) \\ &= \frac{3x(t)}{4(T+t)}(x^2(t) - x^3(t) - 2x(t) - 2e(t)) \end{aligned} \quad (3-38)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{4(T+t)}(x^3(t) - x^4(t) - 2x^2(t) - 2e(t)x(t)) \\
 &\leq \frac{3}{4(T+t)}\left(x^3(t) - x^4(t) - 2x^2(t) + cx^2(t) + \frac{1}{c}e^2(t)\right),
 \end{aligned}$$

其中上述不等式由杨氏不等式推导得出, c 是任意正实数, 我们令 $c = \frac{3}{4}$, 可以得到:

$$\begin{aligned}
 &\frac{3}{4(T+t)}\left(x^3(t) - x^4(t) - \frac{5}{4}x^2(t) + x^2(t)\right) \\
 &= -\frac{3x^2(t)}{4(T+t)}\left(x^2(t) - x(t) + \frac{1}{4}\right) \\
 &= -\frac{3x^2(t)}{4(T+t)}\left(x(t) - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0,
 \end{aligned}$$

进一步可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(x(t)) &\leq \frac{3}{4(T+t)}\left(x^3(t) - x^4(t) - \frac{5}{4}x^2(t) + \frac{4}{3}e^2(t)\right) \\
 &\leq \frac{3}{4(T+t)}\left(-x^2(t) + \frac{4}{3}e^2(t)\right) \\
 &= -\frac{3}{2(T+t)}V(x(t)) + \frac{1}{(T+t)}e^2(t).
 \end{aligned}$$

这意味着在 $\mu(t) = -\frac{3}{2(T+t)}$ 和 $\gamma(r) = \frac{r^2}{T+t}$ 的情况下式 (3-4) 成立。因此,

利用定理 3.1, 我们得出结论, 系统 (3-36) 是有限时间稳定的。

令 $K = \frac{1}{2T}$, 这是假设 3.2 中给出的函数 $a(t)$ 的正上限, 然后, 我们可以得到

$$\gamma(\|e(t)\|) \leq \frac{1}{2(T+t)}V(t, x(t)) \leq \frac{1}{2T}V(t, x(t)), \text{ 因此, 根据引理 3.1, 事件触发机制}$$

(3-37) 几乎处处无芝诺现象。

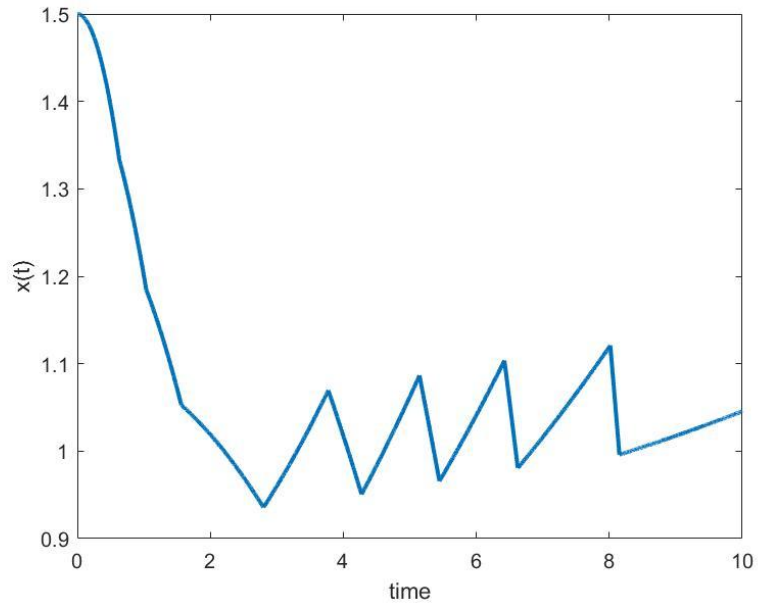
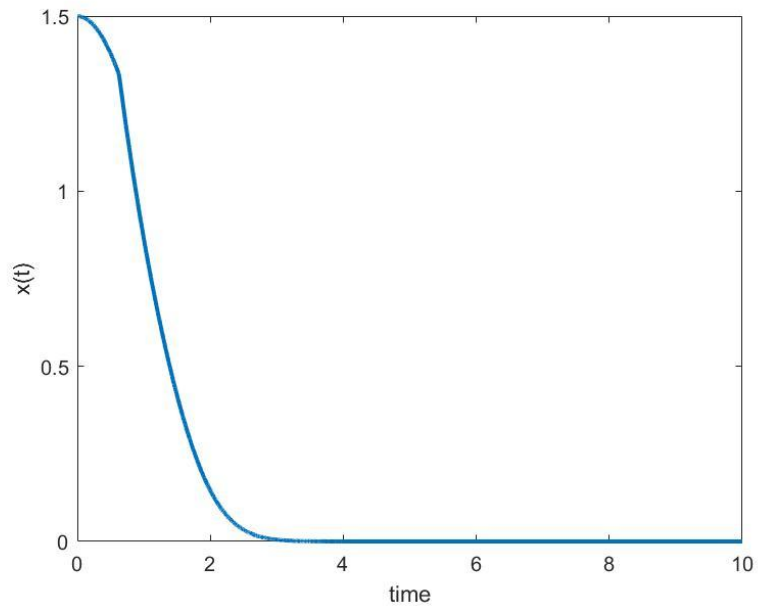
图 3-1 不稳定状态 $x(t)$ 轨迹图

图 3-1 显示，在没有控制输入的情况下，系统（3-36）不是有限时间稳定的，处于不稳定状态。

图 3-2 稳定状态 $x(t)$ 轨迹图

相比之下，向系统中加入控制输入，图 3-2 表明系统（3-36）实现了有限时间稳定。由于系统的有限时间收敛，在 $t = 2.82$ 后，没有数据通过网络发送，系统（3-36）在有限时间内从初始值 $x(0) = 1.5$ 稳定至零。

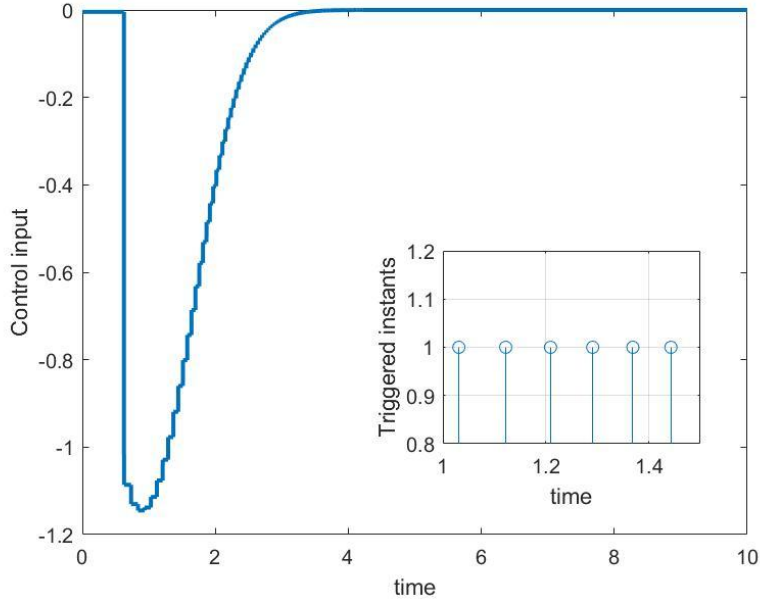


图 3-3 事件触发条件下控制输入图

图 3-3 显示了具有事件触发机制 (3-37) 的系统 (3-36) 的控制输入 $u(t)$ ，其中的小图显示了相应的事件触发时刻。

接下来，我们验证了所提出的混合事件触发机制在 DoS 攻击下的性能，根据假设 2.3，可以得出 $\gamma(4\|x\|) \leq \xi(t)\alpha_1(\|x\|)$ ，由于 $\alpha_1(r) = \frac{1}{2}r^2$ 和 $\gamma(r) = \frac{r^2}{T+t}$ ，可以得到：

$$\frac{16}{T+t}\|x\|^2 \leq \xi(t) \cdot \frac{1}{2}\|x\|^2,$$

这意味着 $\xi(t) = \frac{32}{T+t}$ ，通过选择混合事件触发机制 $\Delta_k = \bar{\Delta} = \underline{\Delta} = 0.01$ ，并使用定理 3.2 中指定的参数，我们可以找到 DoS 间隔的频率和持续时间的上限。如果 θ 和 τ_D 满足以下条件，则系统 (3-36) 保持有限时间稳定：

$$\frac{1}{\theta} + \frac{0.01}{\tau_D} < -\frac{\int_0^t (a(s) + \mu(s))ds}{2\mathcal{M}} \approx 0.015.$$

这个边界是保守的，在实际情况下可能会超过理论边界。保守性之所以产生，是因为假设 2.3 中对 Lyapunov 函数的导数施加了限制，而与特定的非线性系统无关。

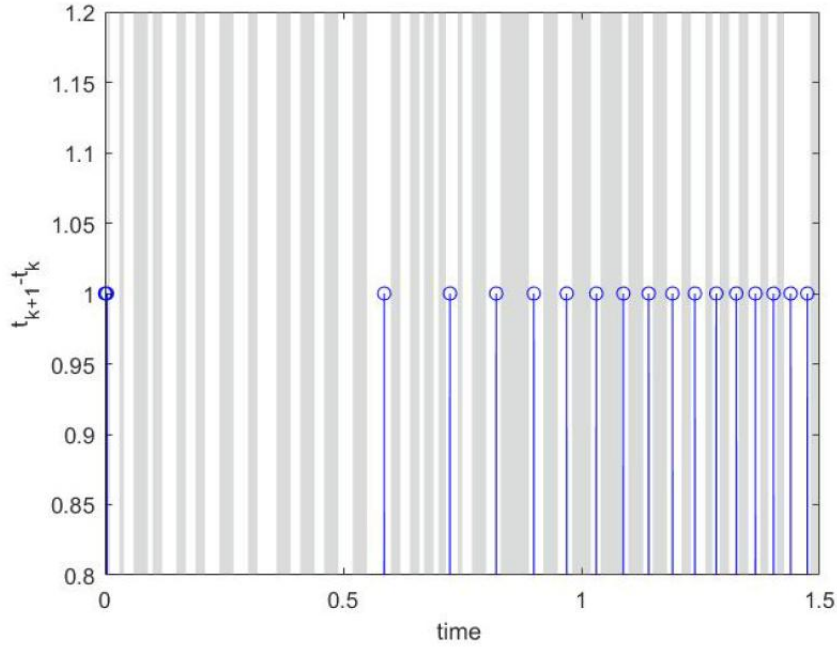


图 3-4 DoS 攻击下采样间隔图

在这个数值仿真中，我们在时间间隔 $[0, 1.5]$ 内随机生成 DoS 攻击，频率 $n(1.5) = 31$ ，持续时间 $\Xi(1.5) \approx 0.837$ ，如图 3-4 所示，图中的垂直灰色条纹表示 DoS 攻击的攻击时期。在 DoS 攻击的非活动期间使用上述事件触发条件，并在 DoS 攻击期间令 $\Delta_k = 0.01$ ，结果表明 DoS 信号的平均占空比约为 55.8%，这意味着随着时间的推移，平均有 55.8% 的输入传输被拒绝。

3.5 本章小节

在本章中，研究了 DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统的有限时间稳定性。首先，设计时变事件触发机制确保系统的有限时间稳定性，此外，本章扩展了关于时不变系统有限时间稳定性的传统理论。同时为了解决 DoS 攻击过程中的信息丢失问题，提出了一种混合时变事件触发机制，结果表明，通过假设 DoS 攻击的持续时间和频率，可以建立有限时间稳定性的充分条件。最后，通过数值仿真证实了所提出方法的有效性。

第 4 章 非线性时变系统的输入-状态稳定性研究

4.1 引言

基于上一章的研究分析,我们考虑系统在事件触发机制下的渐近稳定性和一致最终有界性,进而得出系统的输入-状态稳定性这一思路,结合上一章对于系统有限时间稳定性的研究,本章考虑研究在 DoS 攻击影响下,采用事件触发机制的非线性时变系统的输入-状态稳定性。我们设计了一种时变事件触发机制,通过界定系统状态的轨迹区间集合,分状态轨迹在集合内、外两种情况展开讨论,确立系统在此机制下的输入-状态稳定性。同时,考虑到系统可能遭受 DoS 攻击,对攻击持续时间和频率作出假设,依不同攻击情形探讨系统在该环境下的输入-状态稳定性。最后,用两个数值仿真案例验证方法有效性,其中医疗领域的血液病模型案例为实际应用提供了参考。

4.2 问题描述

考虑以下非线性时变系统:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), t \geq 0, \quad (4-1)$$

相关符号含义与第 3 章中系统 (3-1) 一致。

在本节中,考虑了事件触发机制下的具有采样数据输入非线性时变系统的输入-状态稳定性,同时对系统在遭受 DoS 攻击情形下的输入-状态稳定性进行了研究。其中采样时间由以下设计的时变事件触发机制决定:

$$t_{k+1} = \inf\{t > t_k \mid \gamma(\|e(t)\|) > a(t)V(t, x(t))\}, \quad (4-2)$$

其中 $a(t)$ 为 $\mathbb{R}_{>0}$ 的正连续函数, $\{t_k\}_{k \in \mathbb{N}_0}$ 为事件触发次数序列。为了避免事件触发机制的芝诺现象,可以用到第 3 章中的假设 3.1 和引理 3.1, 同样可以证明事件触发机制 (4-2) 处处无芝诺现象。

在完成上述分析之后,我们给出本章的两个主要结果。

4.3 主要结果

定理 4.1: 令输入-状态-Lyapunov 函数 $V(t, x(t))$ 满足定义 2.4, 则非线性时变系统 (4-1) 是输入-状态稳定的。

证明: 我们令 $\sigma \in [0, \infty)$ 表示系统状态轨迹首次进入集合 $\mathbb{Q} = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : \|x(t)\| < \chi \left(\sup_{0 \leq \tau \leq t} \|u(\tau)\| \right) \right\}$ 内的时间点, 我们通过分别对 $x_0 \in \mathbb{Q}^c$ 和 $x_0 \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 两种情况进行分析来完成证明。

情况I: 当 $x_0 \in \mathbb{Q}^c$ 时, 对于 $\forall t \in [0, \sigma]$, 可以得到

$$\|x(t)\| > \chi \left(\sup_{0 \leq \tau \leq t} \|u(\tau)\| \right).$$

根据式 (2-5), 则有 $\dot{V}(t, x(t)) \leq \mu(t)V(t, x(t)) + \gamma(\|e(t)\|)$, 结合事件触发机制 (4-2), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x(t)) &\leq \mu(t)V(t, x(t)) + \gamma(\|e(t)\|) \\ &\leq \mu(t)V(t, x(t)) + a(t)V(t, x(t)) \\ &= (\mu(t) + a(t))V(t, x(t)), \end{aligned} \quad (4-3)$$

这意味着:

$$\int_{V(0, x(0))}^{V(t, x(t))} \frac{1}{V} dV \leq \int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds,$$

进一步可以得到:

$$V(t, x(t)) \leq V(0, x(0)) \exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right). \quad (4-4)$$

结合式 (2-3)、(2-4) 和 (4-4) 可以得到:

$$\alpha_1(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)) \leq \exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(\|x(0)\|). \quad (4-5)$$

结合上述分析可以得出:

$$\|x(t)\| \leq \alpha_1^{-1} \left(\exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(\|x(0)\|) \right). \quad (4-6)$$

情况II: 当 $x_0 \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 时, 对于 $\forall t > 0$, 直接可以得出:

$$\|x(t)\| < \chi \left(\sup_{0 \leq \tau \leq t} \|u(\tau)\| \right).$$

在上述情况I和II的分析下，可知：

$$\begin{aligned}\|x(t)\| &\leq \alpha_1^{-1} \left(\exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(\|x(0)\|) \right) + \chi \left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\| \right) \\ &\leq \beta(\|x_0\|, t) + \bar{\gamma} \left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\| \right),\end{aligned}$$

其中 $\bar{\gamma}(r) = \chi \left(\sup_{0 \leq r \leq t} \|u(r)\| \right)$, $\beta(\|x_0\|, t) = \alpha_1^{-1} \left(\exp \left(\int_0^t (\mu(s) + a(s)) ds \right) \alpha_2(\|x(0)\|) \right)$ 。因此，具有事件触发机制（4-2）的非线性时变系统（4-1）是输入-状态稳定的，证毕。

接下来，考虑系统（4-1）遭受 DoS 攻击，通过假设 2.1、假设 2.2 对 DoS 攻击的持续时间和频率进行假设，研究非线性时变系统在此种情形下的输入-状态稳定性。

我们给出时变系统（4-1）在 DoS 攻击下的混合事件触发机制如下：

情况① 如果 t_k 不在 DoS 间隔中，则下一个触发瞬间定义为下：

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \gamma(4\|e(t)\|) > a(t)V(t, x(t)) \right\}. \quad (4-7)$$

情况② 如果 t_k 在 DoS 间隔中，则下一个事件瞬间定义为：对于 $\Delta_k = t_{k+1} - t_k$ ，则有：

$$\Delta_k \in [\underline{\Delta}, \bar{\Delta}], \quad (4-8)$$

其中 $\underline{\Delta} > 0$ 和 $\bar{\Delta} > 0$ 分别是事件间隔的下界和上界。

为了避免事件触发机制的芝诺现象，可以用到第 3 章中的引理 3.2，同样可以证明上述混合事件触发机制处处无芝诺现象，此处不再赘述。

由引理 3.3，那么对于 $t \in [t_k, t_{k+1})$ ，本处也可以得到：

$$V(t, x(t)) \leq V(t_{k(t_k)+1}, x(t_{k(t_k)+1})) \exp \left(\int_{t_{k(t_k)+1}}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds \right). \quad (4-9)$$

与第 3 章的相关假设类似，本处仍可以得到：

$$\begin{aligned}|\Lambda(t)| &\leq g + \frac{t}{\theta} + \left(\eta + \frac{t}{\tau_D} \right) \bar{\Delta} \\ &= n(t)\bar{\Delta} + |\Xi(t)|.\end{aligned} \quad (4-10)$$

以及

$$\begin{aligned} V(t, x(t)) &\leq V(0, x(0)) e^{\omega_1} e^{\omega_2} \\ &= V(0, x(0)) e^{\omega_1 + \omega_2}. \end{aligned} \quad (4-11)$$

基于上述分析，以下定理研究了当系统遭受 DoS 攻击情况下的输入-状态稳定性。

定理 4.2: 如果非线性时变系统 (4-1) 满足以下条件，则具有混合时变事件触发机制的系统在遭受 DoS 攻击下是输入-状态稳定的：

$$\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} < -\frac{\int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds}{2\mathcal{M}}, \quad (4-12)$$

其中

$$\mathcal{M} = \sup_{s \in T_U(0, t)} \{|\xi(s)|\},$$

$$\phi = 2\mathcal{M}(g + \bar{\Delta}\eta),$$

$$\varpi(t) = \int_0^t (a(s) + \mu(s) + \mathcal{G}) ds,$$

$$\mathcal{G} = 2\mathcal{M} \left(\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} \right).$$

证明: 首先，根据上述讨论，我们可得：

$$\begin{aligned} \omega_1 + \omega_2 &= \int_{T_S(0, t)} (a(s) + \mu(s)) ds + \int_{T_U(0, t)} (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds \\ &= \int_{t - |\Lambda(t)|}^t (a(s) + \mu(s)) ds + \int_{|\Lambda(t)|}^t (a(s) + \mu(s) + 2\xi(s)) ds \\ &= 2 \int_{|\Lambda(t)|}^t \xi(s) ds + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\ &\leq 2\mathcal{M} |\Lambda(t)| + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\ &\leq 2\mathcal{M} \left((g + \bar{\Delta}\eta) + \left(\frac{1}{\theta} + \frac{\bar{\Delta}}{\tau_D} \right) t \right) + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\ &\leq 2\mathcal{M} (g + \bar{\Delta}\eta) + \mathcal{G}t + \int_0^t (a(s) + \mu(s)) ds \\ &\leq 2\mathcal{M} (g + \bar{\Delta}\eta) + \int_0^t (a(s) + \mu(s) + \mathcal{G}) ds \\ &= \phi + \varpi(t). \end{aligned}$$

我们令 $\sigma \in [0, \infty)$ 表示系统状态轨迹首次进入集合 $\mathbb{Q} = \left\{x \in \mathbb{R}^n : \|x(t)\| < \chi \left(\sup_{0 \leq \iota \leq t} \|u(\iota)\| \right)\right\}$ 内的时间点，我们通过分别对 $x_0 \in \mathbb{Q}^c$ 和 $x_0 \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 两种情况进行分析来完成证明。

情况I: 当 $x_0 \in \mathbb{Q}^c$ 时，对于 $\forall t \in [0, \sigma]$ ，可以得到

$$\|x(t)\| > \chi \left(\sup_{0 \leq \iota \leq t} \|u(\iota)\| \right).$$

结合式 (4-11)，可得：

$$V(t, x(t)) \leq V(0, x(0)) \exp(\phi + \varpi(t)). \quad (4-13)$$

结合式 (2-3)、(2-4) 和 (4-4) 可以得到：

$$\alpha_1(\|x(t)\|) \leq V(t, x(t)) \leq \exp(\phi + \varpi(t)) \alpha_2(\|x(0)\|). \quad (4-14)$$

结合上述分析可以得出：

$$\|x(t)\| \leq \alpha_1^{-1} \left(\exp(\phi + \varpi(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) \right). \quad (4-15)$$

情况II: 当 $x_0 \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ 时，对于 $\forall t > 0$ ，直接可以得出：

$$\|x(t)\| < \chi \left(\sup_{0 \leq \iota \leq t} \|u(\iota)\| \right).$$

在上述情况I和II的分析下，可知：

$$\begin{aligned} \|x(t)\| &\leq \alpha_1^{-1} \left(\exp(\phi + \varpi(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) \right) + \chi \left(\sup_{0 \leq \iota \leq t} \|u(\iota)\| \right) \\ &\leq \beta(\|x_0\|, t) + \bar{\gamma} \left(\sup_{0 \leq \iota \leq t} \|u(\iota)\| \right), \end{aligned}$$

其中 $\bar{\gamma}(r) = \chi \left(\sup_{0 \leq r \leq t} \|u(r)\| \right)$ ， $\beta(\|x_0\|, t) = \alpha_1^{-1} \left(\exp(\phi + \varpi(t)) \alpha_2(\|x(0)\|) \right)$ 。因此，具有混合事件触发机制的非线性时变系统 (4-1) 是输入-状态稳定的，证毕。

注释 4.1: 上述定理通过设计一个混合时变事件触发机制，解决了 DoS 攻击下时变系统的输入-状态稳定性问题，定理 4.2 将输入-状态稳定性的分析扩展到时变系统，扩大了本文提出的模型在 DoS 攻击下的适用性。定理 4.2 引入了一种新的分析方法，通过引入时变参数来适应系统的时变特性，从而能够分析 DoS 攻击下系统的输入-状态稳定性。

4.4 数值仿真

本节给出两个数值仿真例子来证明结论的有效性。

例 4.1：考虑以下形式的非线性时变系统：

$$\dot{x}(t) = t^3 x^2(t) - t^4 x^3(t) + u(t), \quad (4-16)$$

其中控制输入为 $u(t) = -2t^2(x(t) + e(t))$ 。我们令事件触发机制为：

$$t_{k+1} = \inf \left\{ t > t_k \mid \frac{64}{3} t^2 e^2(t) \geq \frac{1}{2} t^2 x^2(t) \right\}, \quad (4-17)$$

正是式 (4-7) 中的 $a(t) = t^2$ ，在下文中，我们证明了基于事件触发机制 (4-17)

的系统 (4-16) 是输入-状态稳定的。令 Lyapunov 函数为 $V(x(t)) = \frac{1}{2} x^2(t)$ ，故

式 (2-3) 和 (2-4) 在 $\alpha_1(r) = \alpha_2(r) = \frac{1}{2} r^2$ 时成立，可以得到：

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= x(t)\dot{x}(t) \\ &= x(t) \times (t^3 x^2(t) - t^4 x^3(t) - 2t^2 x(t) - 2t^2 e(t)) \\ &= t^3 x^3(t) - t^4 x^4(t) - 2t^2 x^2(t) - 2t^2 e(t)x(t) \\ &\leq t^3 x^3(t) - t^4 x^4(t) - 2t^2 x^2(t) + \left(ct^2 x^2(t) + \frac{1}{c} t^2 e^2(t) \right), \end{aligned} \quad (4-18)$$

其中上述不等式由杨氏不等式推导得出， c 是任意正实数，我们令 $c = \frac{3}{4}$ ，可以得到：

$$\begin{aligned} &t^3 x^3(t) - t^4 x^4(t) - \frac{5}{4} t^2 x^2(t) + t^2 x^2(t) \\ &= -t^2 x^2(t) \left(t^2 x^2(t) - tx(t) + \frac{1}{4} \right) \\ &= -t^2 x^2(t) \left(tx(t) - \frac{1}{2} \right)^2 \leq 0, \end{aligned}$$

进一步可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &\leq t^3 x^3(t) - t^4 x^4(t) - \frac{5}{4} t^2 x^2(t) + \frac{4}{3} t^2 e^2(t) \\ &\leq -t^2 x^2(t) + \frac{4}{3} t^2 e^2(t) \end{aligned}$$

$$= -2t^2 V(x(t)) + \frac{4}{3} t^2 e^2(t) .$$

这意味着在 $\mu(t) = -2t^2$ 和 $\gamma(r) = \frac{4}{3} t^2 r^2$ 的情况下式 (2-5) 成立。根据上述讨论，如果我们令定义 2.3 中式 (2-5) 为

$$\|x(t)\| \geq \chi \left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\| \right) \Rightarrow \dot{V}(t, x(t)) \leq -2t^2 V(x(t)) + \frac{4}{3} t^2 e^2(t),$$

因此，利用定理 4.1，我们得出结论，系统 (4-16) 是输入-状态稳定的。

$$\|x(t)\| \leq \alpha_1^{-1} \left(\exp \left(\int_0^t (-2s^2 + s^2) ds \right) \alpha_2 (\|x(0)\|) \right) + \chi \left(\sup_{0 \leq t \leq t} \|u(t)\| \right).$$

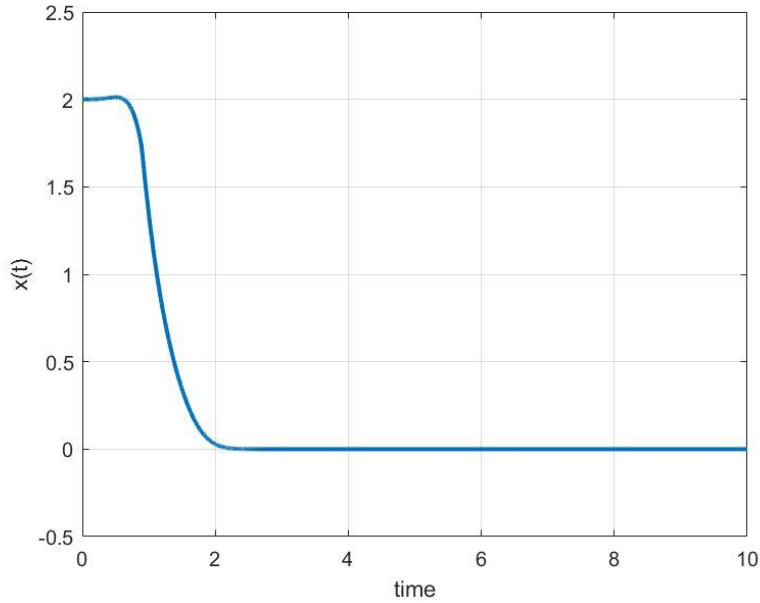


图 4-1 稳定状态 $x(t)$ 轨迹图

使用事件触发机制 (4-17)，系统 (4-16) 的状态轨迹如图 4-1 所示。在 $t = 2.46$ 后，没有数据通过网络发送，系统 (4-16) 从初始值 $x(0) = 2$ 稳定至零。

图 4-2 显示了具有事件触发机制 (4-17) 的系统 (4-16) 的控制输入 $u(t)$ ，其中的小图显示了相应的事件触发时刻。

接下来，我们验证了所提出的混合事件触发机制在 DoS 攻击下的性能，根据假设 2.3，可以得出 $\gamma(4\|x\|) \leq \xi(t) \alpha_1(\|x\|)$ ，可以得到：

$$\frac{64}{3} t^2 \|x\|^2 \leq \xi(t) \cdot \frac{1}{2} \|x\|^2,$$

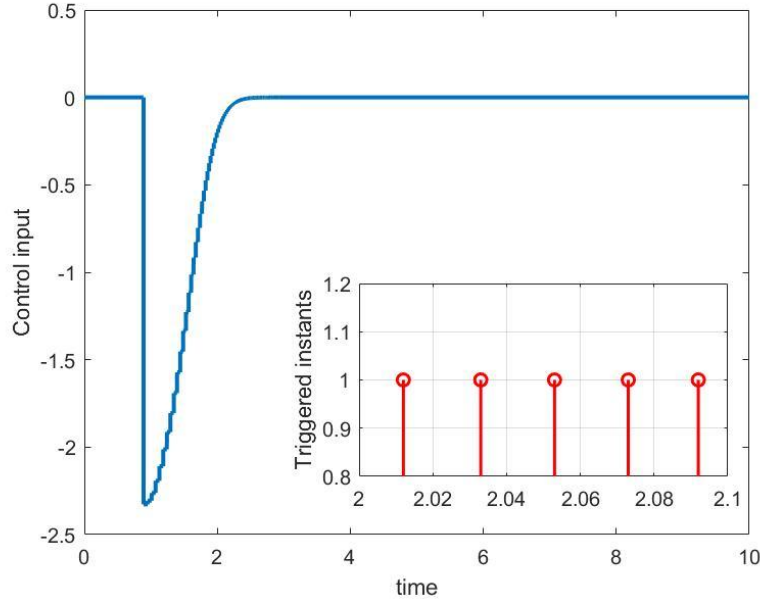


图 4-2 事件触发条件下控制输入图

这意味着 $\xi(t) = \frac{128}{3}t^2$ ，通过选择混合事件触发机制 $\Delta_k = \bar{\Delta} = \underline{\Delta} = 0.01$ ，并使用定理 4.2 中指定的参数，我们可以找到 DoS 间隔的频率和持续时间的上限。如果 θ 和 τ_D 满足以下条件，则系统 (4-16) 保持输入-状态稳定：

$$\frac{1}{\theta} + \frac{0.01}{\tau_D} < -\frac{\int_0^t (a(s) + \mu(s))ds}{2\mathcal{M}_1} = -\frac{t^2 - 2t^2}{2 \times \frac{128}{3}t^2} \approx 0.011.$$

这个边界是保守的，在实际情况下可能会超过理论边界。保守性之所以产生，是因为假设 2.3 中对 Lyapunov 函数的导数施加了限制，而与特定的非线性系统无关，这意味着这个界限适用于满足假设 2.3 的任何非线性系统。

在这个数值仿真中，我们在时间间隔 $[0, 1.5]$ 内随机生成 DoS 攻击，频率 $n(2) = 20$ ，持续时间 $\Xi(2) \approx 1.1$ ，如图 4-3 所示，图中的垂直灰色条纹表示 DoS 攻击的攻击时期。在 DoS 攻击的非活动期间使用上述事件触发条件，并在 DoS 攻击期间令 $\Delta_k = 0.01$ ，结果表明 DoS 信号的平均占空比约为 55%，这意味着随着时间的推移，平均有 55% 的输入传输被拒绝。

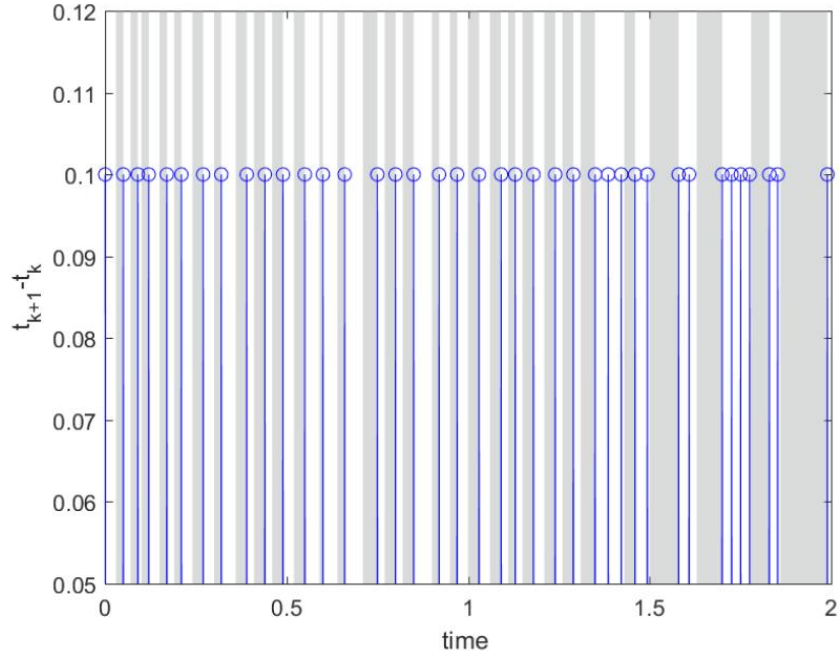


图 4-3 DoS 攻击下采样间隔图

例 4.2: 考虑文献[47]中的 Mackey-Glass 模型:

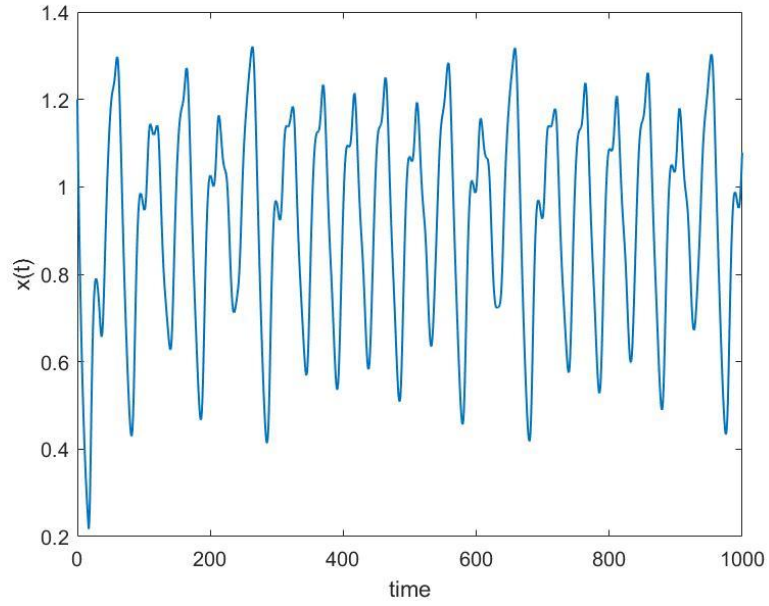
$$\dot{x}(t) = -ax(t) + \frac{bx(t-h)}{1+x^\delta(t-h)}.$$

鉴于本文需要研究输入-状态稳定性, 因此在上式中, 将包含时间延迟项的部分整体设置为 0, 同时, 在公式中引入了包含 $x(t)$ 的高阶项, 这样的方程可以模拟更复杂的动态系统, 其中高阶项会引入非线性效应。在此基础上, 新表达式为:

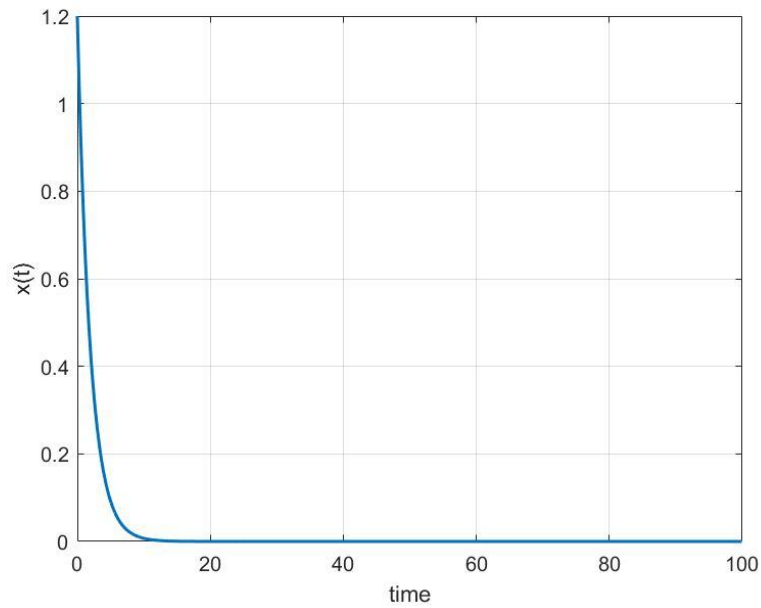
$$\dot{x}(t) = -ax(t) + qx^2(t) + sx^3(t) + u(t), \quad (4-19)$$

其中 a 、 q 、 s 可以是常数, 也可以根据实际需要是具有 t 的时变项。在这个数值仿真例子中, a 、 q 和 s 都被分配为依赖于 t 的时变项, 我们令 $u(t) = -0.5e(t)$, 这样的方程可以模拟更复杂的动态系统, 其中高阶项会引入非线性效应。我们令事件触发机制为:

$$t_{k+1} = \inf \{t > t_k \mid |e(t)| > 1.5x(t)\}. \quad (4-20)$$

图 4-4 不稳定状态下 $x(t)$ 轨迹图

通过生成 10000 个数据点，图 4-4 显示了系统（4-19）不稳定时 $x(t)$ 的状态轨迹。

图 4-5 稳定状态下 $x(t)$ 轨迹图

为了表达清晰，我们将状态轨迹图的时间轴坐标缩短到 100 秒。从图 4-5 可以看出，当添加控制输入并考虑事件触发控制时，系统（4-19）在一定时间内稳定。图 4-6 显示了事件触发机制下的系统控制输入 $u(t)$ 。

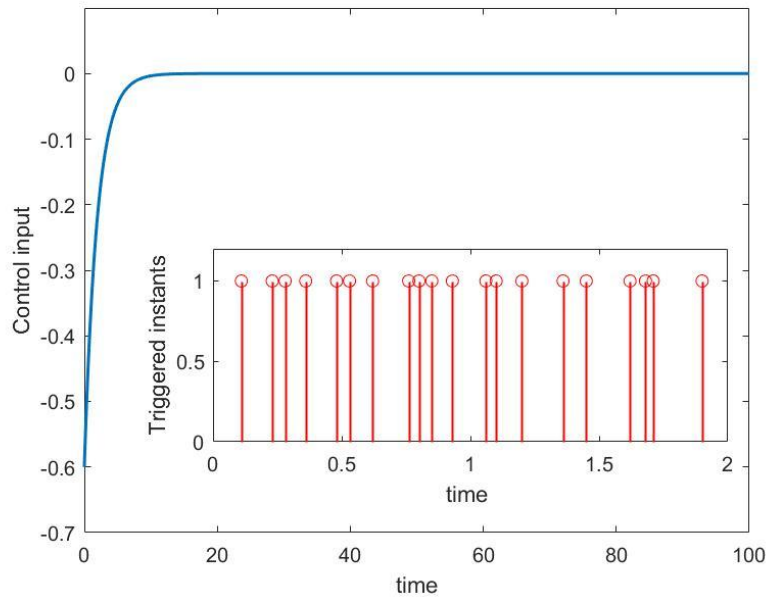


图 4-5 事件触发条件下控制输入图

注释 4.2: 在医学研究领域[48], Mackey-Glass 方程用于复制人体循环系统内循环血细胞的波动率, 特别关注白血细胞的水平及其对身体需求的反应。该模型有助于检查动态血液系统疾病的病因, 并为其临床管理制定策略。当造血系统正常生理调节中的某些调节参数发生改变时, 就会出现由动态分叉引起的疾病。本数值仿真例子验证了我们提出的非线性时变系统的输入-状态稳定性应用于实际生活实例中也是有效的。

4.5 本章小结

本章研究了 DoS 攻击下非线性时变系统的输入-状态稳定性。首先, 设计了一种时变事件触发机制来保证此类系统的输入-状态稳定性。为了解决 DoS 攻击过程中的信息丢失问题, 提出了一种混合时变事件触发机制。结果表明, 通过约束 DoS 攻击的持续时间和频率, 可以得到输入-状态稳定的充分条件。最后, 两个数值例子验证了所提出方法的有效性。

第 5 章 总结与展望

5.1 全文总结

在本文中，我们研究了具有事件触发机制的非线性时变系统在遭受 DoS 攻击时的稳定性问题。首先探讨了系统的有限时间稳定性，随后是系统的输入-状态稳定性。通过创新的时变事件触发策略和对 DoS 攻击的持续时间和频率进行假设得到非周期 DoS 攻击，我们不仅在理论上验证了系统的有限时间稳定性和输入-状态稳定性，取得了相应的新的进展，而且在数值仿真与实际应用中也验证了我们方法的有效性。这些成果不仅为非线性系统稳定性的理论发展贡献了新的视角，也为相关工程实践提供了切实可行的解决方案。本文主要研究工作如下所述：

第一部分，我们探讨了 DoS 攻击影响下，采用事件触发控制的非线性时变系统如何实现有限时间内的稳定性。我们首先设计了一种时变事件触发机制，以确保系统能保持有限时间稳定。此外，通过推导出两个新的推论，扩展了传统关于非时变系统有限时间稳定性的理论框架，这在理论上具有重要意义。针对 DoS 攻击导致的系统数据丢失问题，我们进一步提出了一种混合时变事件触发机制。通过设定 DoS 攻击的持续时间和频率参数，我们能够推导出在这种攻击条件下系统有限时间稳定性的充分条件。最终，通过数值模拟验证了我们提出方法的有效性。

第二部分，我们分析了在 DoS 攻击影响下，采用事件触发机制的非线性时变系统的输入-状态稳定性。我们设计了一种时变事件触发机制，通过定义系统状态的轨迹区间集合，对状态轨迹在该集合中和不在该集合中两种不同情况分别进行了讨论，从而确立了系统在事件触发机制下的渐近稳定性和一致最终有界性，进而得出了系统的输入-状态稳定性。同时，考虑到系统在遭受 DoS 攻击时的情况，我们对攻击的持续时间和频率进行了假设，并根据不同情况探讨了系统在 DoS 攻击环境下的输入-状态稳定性。最终，通过两个数值仿真案例来证实我们提出方法的有效性，其中一个案例是应用于医疗领域的血液病模型，这为实际应用提供了参考价值。

5.2 研究展望

随着工业自动化和智能化的推进,越来越多的复杂系统需要考虑到事件触发控制和 DoS 攻击。在完成对在 DoS 攻击下具有事件触发机制的非线性时变系统相关稳定性问题的研究后,我们清晰地认识到该领域仍有广阔的探索空间等待开拓:

首先,在事件触发机制方面,本文所设计的时变事件触发策略虽已取得一定成果,但仍可进一步优化。未来可致力于研究更为智能、自适应的触发策略,使其能够根据系统运行状态的实时变化动态调整触发条件,以在保障系统稳定性的前提下,最大限度地降低系统资源的消耗,提高系统运行效率。例如,探索如何将机器学习或人工智能算法融入事件触发机制的设计中,使系统能够自主学习并优化触发阈值,以适应更为复杂多变的运行环境。

其次,对于 DoS 攻击的研究,本文对攻击的持续时间和频率进行了假设以得到非周期 DoS 攻击模型。后续研究可着眼于构建更为复杂、贴近实际的攻击模型,综合考虑攻击强度、攻击模式的多样性以及攻击者的策略变化等因素。深入探究在这些复杂攻击场景下,系统稳定性的维持策略,并开发相应的防御机制和算法。同时,研究如何实现对 DoS 攻击的实时检测与预警,以便系统能够及时采取应对措施,降低攻击对系统造成的损害。

参考文献

- [1] Yuan Y, Yuan H H, Ho D W C, Guo L. Resilient control of wireless networked control system under Denial-of-Service attacks: A cross-layer design approach[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(1): 48-60.
- [2] Lim D, Hanzo L. The probability of multiple correct packet reception in coded synchronous frequency-hopped spread-spectrum networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(8): 1227-1232.
- [3] Li T, Zhao H, Chang Y. Adaptive cooperative control of networked uncalibrated robotic systems with time - varying communicating delays[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2019, 42 (2): 525-540.
- [4] Qiu L, Dong L T, Shao Z X, Zhou S Y. Dynamic event-triggered predictive control strategy for networked semi-Markov jump systems[J]. Systems & Control Letters, 2025, 196: 105986.
- [5] Wei Z J, Liu K Z, Wang Y W, Pan Z R, Wen S X, Sun X M. Periodic event-triggered data-driven control for networked control systems with time-varying delays[J]. Systems & Control Letters, 2024, 193: 105951.
- [6] Dai Q, Wu Y Q. Adaptive neural network control for nonholonomic systems with time-varying asymmetric constraints and iISS inverse dynamics[J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(17): 15251-15266.
- [7] Wu C Y, Zhao X D. A hybrid framework of dynamic periodic event-triggered networked control systems subject to time-varying delays[J]. Journal of the Franklin Institute, 2024, 361(1): 1-11.
- [8] Wang Q L, Psillakis H E, Sun C Y. Adaptive Cooperative control with guaranteed convergence in time-varying networks of nonlinear dynamical systems[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2019, 50(12): 5035-5046.
- [9] Li P S, James L, Fan C C. Asynchronous control of networked periodic piecewise linear systems under time-varying transmission delay[J]. ISA transactions, 2024, 149:106-114.
- [10] Zhang K P, Yi X L, Li Y Z , Cao M, Chai T Y, Yang T. Distributed online constrained convex optimization with event-triggered communication[J]. European Journal of Control, 2024, 80(PA): 101042.

- [11] 王向文, 操德文, 吴健. 具有动态事件触发机制的非线性时滞系统规定时间控制[J]. 系统科学与数学, 1-13.
- [12] Wen L Z, Yu S H, Zhao Y, Yan Y. Finite-time dynamic event-triggered consensus of multi-agent systems with disturbances via integral sliding mode[J]. International Journal of Control, 2023, 96(2): 272-281.
- [13] Xu J, Huang J, Zhang Y Y. Consensus for nonlinear multi-agent systems with actuator saturation by adaptive event-triggered scheme. [J]. ISA Transactions, 2024, 149:146-154.
- [14] Rana M M, Shahirinia A. Distributed dynamic state estimation considering packet losses in interconnected smart grid subsystems: Linear matrix inequality approach[J]. IEEE Access, 2020, 8:2687-2693.
- [15] Gao L S, Li F Q, Fu J Q. Output-based event-triggered resilient control of uncertain NCSs under DoS attacks and quantisation[J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51(14): 2582-2596.
- [16] Sood A K, Zeadally S, Bansal R. Exploiting trust: Stealthy attacks through socioware and insider threats[J]. IEEE Systems Journal, 2017, 11(2): 415-426.
- [17] Ducharme G R, Maurine P. Estimating the signal-to-noise ratio under repeated sampling of the same centered signal: Applications to side-channel attacks on a cryptoprocessor[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, 64(9): 6333-6339.
- [18] Amir A, Mehdi K, Hamid R B, Gharehpetian G B. Resilient synchronization of voltage/frequency in AC microgrids under deception attacks[J]. IEEE Systems Journal, 2020, 15(2): 1-12.
- [19] 赵栩杨, 卜旭辉, 余威, 游东亚. 拒绝服务攻击下的多输入多输出非线性系统无模型自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(02): 373-382.
- [20] Zhou H B, Zhao H Y, Zhang Y. Nonlinear system modeling using self-organizing fuzzy neural networks for industrial applications[J]. Applied Intelligence, 2020, 50(5): 1-16.
- [21] Chu F, Liang T, Chen C L, Wang X S, Ma X P. Weighted broad learning system and its application in nonlinear industrial process modeling[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 31(8): 1-15.

- [22] Balaghi I M H, Antunes D J, Mamduhi M H, Hirche S. An optimal LQG controller for stochastic event-triggered scheduling over a lossy communication network[J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(23): 58-63.
- [23] Garcia E, Antsaklis P. Model-based control of networked distributed systems with multi-rate state feedback updates[J]. International Journal of Control, 2013, 86(9): 1503-1517.
- [24] Nowzari C, Cortés J. Self-triggered coordination of robotic networks for optimal deployment[J]. Automatica, 2012, 48(6): 1077-1087.
- [25] Wen S P, Yu X H, Zeng Z G, Wang J J. Event-triggering load frequency control for multiarea power systems with communication delays.[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(2): 1308-1317.
- [26] Dong L, Tang Y F, He H B, Sun C Y. An event-triggered approach for load frequency control with supplementary ADP[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 581-589.
- [27] Jin X Z, Yan B H, Chi J, Wu X M, Deng C. Neural network-based output tracking control of high-order nonlinear systems with DoS attacks and perturbations[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(16): 12221-12246.
- [28] 张娅莉, 张彬彬, 李淼. 拒绝服务攻击防范技术研究[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2008,(04): 626-629.
- [29] Waheed G G, Nagwa M O, Hosni M I. Machine learning-based distributed denial of service attacks detection technique using new features in software-defined networks[J]. International Journal of Computer Network and Information Security, 2021, 13(3): 15-27.
- [30] Li J, Mu X W, Li K. Event-triggered finite-time bounded and finite-time stability for networked control systems under DoS attacks[J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51(15): 2820-2836.
- [31] 雷颖. DoS/DDoS 攻击原理与防范[J]. 微计算机信息, 2010, 26(24): 77-79.
- [32] Bhat S P , Bernstein D S . Finite-Time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2006, 38(3): 751-766.
- [33] Polyakov, A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2106-2110.

- [34] Wu Y Y, Zhang Y, Wu A G. Finite-time attitude stabilization of rigid spacecrafts based on control Lyapunov functions[J]. IET Control Theory & Applications, 2022, 16(7): 663-673.
- [35] 田洪乔, 张志信, 蒋威. 分数阶线性时滞微分系统的有限时间稳定性[J]. 应用数学和力学, 2020, 41(08): 921-930.
- [36] Li M Q, Jiang M H, Ren F M, Zhang Y D. Finite-time stability of a class of nonautonomous systems[J]. International Journal of Control, 2022, 95(10): 2771-2779.
- [37] 张雪, 赵桂华. 具有随机逆动态的马尔可夫切换随机低阶非线性系统的有限时间镇定[J]. 应用数学进展, 2023, 12(4): 1487-1495.
- [38] Sontag E D. Smooth stabilization implies coprime factorization[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1989, 34(4): 435-443.
- [39] 辛道义, 刘允刚. 非线性系统有限时间稳定性分析与控制设计[J]. 山东大学学报(工学版), 2007, (03): 24-30.
- [40] Shao C T, Wang X L. Finite-time input-to-state stability and optimization of switched nonlinear systems[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(4): 041018-1-041018-5.
- [41] Lazar M, Heemels W P M H, Teel A R. Lyapunov functions, stability and input-to-state stability subtleties for discrete-time discontinuous systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(10): 2421-2425.
- [42] Mo Y, Xing R, Hou H, Dasgupta S. Finite time input-to-state stability of discrete time autonomous systems[J]. IEEE Control Systems Letters, 2023, 7: 2539-2544.
- [43] Lindmark G, Altafini C. Investigating the effect of edge modifications on networked control systems: Stability analysis[J]. Automatica, 2023, 149:110801.
- [44] Zhou B. Finite-time stability analysis and stabilization by bounded linear time-varying feedback[J]. Automatica, 2020, 121:109191.
- [45] Anil K P, Shyam K, Shyam K N, Bijnan B, Leonid F. Design of controllers with arbitrary convergence time[J]. Automatica, 2020, 112: 108710.
- [46] Mohammadreza D, Nader M. Finite-time stability under denial of service[J]. IEEE Systems Journal, 2021, 15(1): 1048-1055.
- [47] Lu J Q, Jiang B X, Zheng W X. Potential impacts of delay on stability of impulsive control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(10): 5179-5190.

- [48] Leonid B, Elena B, Lev I. Mackey–Glass model of hematopoiesis with monotone feedback revisited[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(9): 4892-4907.

硕士期间发表的论文

- [1] 汪炜桀, 吴小太. 非线性时变系统的输入-状态稳定性研究[J]. 兰州工业学院学报. 2025.(已录用)
- [2] Weijie Wang, Kui Ding, Guanglei Wu, Xiaotai Wu, Jinde Cao. Finite-time stability of nonlinear time-varying systems with event-triggered mechanism[J]. Asia Journal of Control. (审核中)

致谢

岁月不居，春秋代序，在这篇硕士学位论文即将画上句点之际，我的三年研究生生涯也即将落下帷幕，求学历程中的点点滴滴如潮水般涌上心头，感恩之情溢于言表。

感谢我的导师吴小太教授，从踏入师门的那一刻起，吴老师就为我指引着学术的方向，从论文选题的把关，到论文撰写过程中的指导点拨，无数次在办公室、1610 教室吴老师耐心细致的推导、讲解，让我获益匪浅，吴老师严谨的治学态度、深厚的学术造诣、卓越的职业精神和丰富的实践经验也让我在以后的学习与工作中受用终身。

感谢课题组丁奎老师、赵颖老师、博士师兄吴光磊，在论文公式推导、数值仿真模拟、行文细节处理等方面都提出了中肯的建议，给予了我莫大的帮助，在此表示衷心的感谢。

感谢我的朋友们，在我遇到挑战和困难时，是你们的鼓励和陪伴让我重新振作，我们深夜长谈、共同度过的时光，都是我前进道路上的宝贵财富，未来的日子里，我将永远珍惜我们之间的友谊，期待与你们继续携手前行。

感谢我的家人，是你们的支持与理解，让我十九年来的求学之路有了坚持下去的底气与信念，你们无条件的爱是我完成学业的坚强后盾，你们的鼓励和理解是我不断前进的动力。

三年学硕路漫漫，感谢这三年的宝贵经历，让我不断地了解自己、认识自己、丰富自己，能够以更加从容、平和的心态迎接人生每一天。