

---

分类号: O231.3  
密 级: 公开

单位代码: 10363  
学 号: 2221020106

题 目 编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制

题 目 Control of Body Slip Angle in Intelligent Connected  
Vehicles under Encoding and Decoding Conditions

学生姓名: 张心怡  
指导教师: 刘宏建 教授  
专 业: 数学  
研究方向: 复杂系统建模与控制

论文答辩日期: 2025 年 5 月 14 日

## 安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：张心怡

日期：2025年5月14日

## 安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 \_\_\_\_\_ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：张心怡

指导教师签名：刘宏建

日期：2025 年 5 月 14 日

日期：2025 年 5 月 14 日

## 编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制

### 摘 要

汽车的发明与应用极大地拓展了人类的活动空间，并推动了城市化进程。然而，随着汽车交通的迅猛发展，交通事故频发、道路资源利用率不足等问题也逐渐显现。当考虑到车辆安全时，车辆轮胎的研究受到了相当多的关注，因为轮胎的改进对车辆的操纵和制动有直接的影响。在相关研究领域，轮胎偏滑角是一个关键的运动学参数。它是由轮胎所受侧向力引起的，具体定义为汽车行驶过程中，轮胎轴线方向与轮胎实际行进方向之间的夹角。

在车辆偏滑角系统的研究中，信号传输的准确性和及时性对系统的性能至关重要，然而由于网络资源的限制和时间延迟等因素，信号传输过程中不可避免地会出现数据失真问题。这些问题不仅会影响系统的稳定性和可靠性，还可能导致控制精度下降，甚至引发安全风险。

为了减少这些传输数据失真问题带来的影响，研究者们提出了多种控制方法和技术。其中，编码解码技术因其在数据压缩和加密方面的优势，成为解决信号传输问题的重要手段。本课题研究编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制问题，具有一定的理论研究价值和广泛的应用前景，是一个极富挑战性的研究课题。具体地，本文工作如下：

在第一部分中，研究了二进制编解码情形下车辆偏滑角的最终有界控制问题。首先，基于偏滑角系统的测量输出，设计一个状态观测器，对系统状态进行有效估计。随后，利用估计状态差设计控制器，并结合李雅普诺夫函数，证明了在该控制策略下，偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方意义下是指数最终有界的，并求出最小的最终界。最后，利用线性矩阵不等式推导出观测器和控制器的增益，并设计了数值仿真实验，仿真结果验证了所提方法的可行性与有效性。

在第二部分中，研究了二进制编码方案下发生信号丢失时偏滑角系统的递归滤波问题。在偏滑角系统的信号传输过程中，额外考虑了一个信号丢失，且满足

二项分布。在这部分里，构建了一个滤波器，使滤波误差协方差存在上界，并推导出这个上界的数学表达式，然后设计出滤波器的增益矩阵。最终，通过一个数值仿真验证了该滤波器的有效性。

**关键词：**智能网联汽车，车辆偏滑角，二进制编码，递归滤波，李雅普诺夫稳定性理论

# Control of Body Slip Angle in Intelligent Connected Vehicles under Encoding and Decoding Conditions

## Abstract

The invention and application of automobiles have greatly expanded the space for human activities and promoted the process of urbanization. However, with the rapid development of automotive traffic, problems such as frequent traffic accidents and insufficient utilization rate of road resources have gradually emerged. When vehicle safety is taken into account, the research on vehicle tires has received considerable attention, as the improvement of tires has a direct impact on vehicle handling and braking. In the relevant research field, the tire deflection Angle is a key kinematic parameter. It is caused by the lateral force acting on the tire, specifically defined as the Angle between the tire's axis direction and the actual direction of the tire's travel during the vehicle's operation.

In the research of the vehicle deflection Angle system, the accuracy and timeliness of signal transmission are crucial to the performance of the system. However, due to factors such as the limitations of network resources and time delays, data distortion problems inevitably occur during the signal transmission process. These problems will not only affect the stability and reliability of the system, but also may lead to a decrease in control accuracy and even trigger security risks.

To reduce the impact brought by these transmission data distortion problems, researchers have proposed a variety of control methods and techniques. Among them, encoding and decoding technology has become an important means to solve the problem of signal transmission due to its advantages in data compression and encryption. This research topic studies the control problem of the deflection Angle of intelligent connected vehicles in the case of encoding and decoding, which has certain theoretical research value and broad application prospects. It is an extremely challenging research topic. Specifically, the work of this paper is as follows:

In the first part, the final bounded control problem of the vehicle deflection Angle in the case of binary encoding and decoding was studied. Firstly, based on the

measurement output of the offset slip Angle system, a state observer is designed to effectively estimate the system state. Subsequently, the controller was designed by using the estimated state difference and combined with the Lyapunov function. It was proved that under this control strategy, the system state of the skew Angle system in the binary encoding and decoding case is exponentially finally bounded in the mean square sense, and the minimum final bound was obtained. Finally, the gains of the observer and the controller were derived by using the linear matrix inequality, and numerical simulation experiments were designed. The simulation results verified the feasibility and effectiveness of the proposed method.

In the second part, the recursive filtering problem of the bias slip Angle system when signal loss occurs under the binary coding scheme is studied. In the signal transmission process of the offset slip Angle system, an additional signal loss is considered and satisfies the binomial distribution. In this part, a filter is constructed so that the covariance of the filtering error has an upper bound, and the mathematical expression of this upper bound is derived. Then, the gain matrix of the filter is designed. Finally, the effectiveness of the filter was verified through a numerical simulation.

Zhang Xinyi (Applied Mathematics)

Supervised by Prof. Liu Hongjian

**KEY WORDS:** Intelligent connected vehicles, body slip angle of vehicles, binary encoding, recursive filtering, Lyapunov stability theory

## 目 录

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| 摘 要.....                             | I   |
| ABSTRACT.....                        | III |
| 第 1 章 绪论.....                        | 2   |
| 1.1 课题研究背景 .....                     | 3   |
| 1.2 内容提纲 .....                       | 7   |
| 第 2 章 二进制编解码情形下智能网联汽车车身偏滑角控制.....    | 9   |
| 2.1 问题描述 .....                       | 9   |
| 2.2 主要结果 .....                       | 15  |
| 2.3 数值实例及其仿真 .....                   | 18  |
| 2.4 本章总结 .....                       | 21  |
| 第 3 章 二进制编码和测量丢失情形下车辆偏滑角系统的状态估计..... | 22  |
| 3.1 问题描述 .....                       | 22  |
| 3.2 主要结果 .....                       | 23  |
| 3.3 数值仿真实验 .....                     | 28  |
| 3.4 本章总结 .....                       | 31  |
| 第 4 章 总结与展望.....                     | 32  |
| 参考文献.....                            | 34  |
| 攻读硕士期间取得的学术成果.....                   | 39  |
| 致 谢.....                             | 40  |



## 第1章 绪论

汽车的发明与普及极大地拓展了人类的活动空间,推动了城市化进程。然而,随着汽车交通的快速发展,交通事故频发、道路资源利用率不足等问题也日益凸显。智能网联汽车随着汽车产业在智能化、网联化发展趋势下诞生出来。智能网联汽车是一种极具潜力的创新技术,它通过配备先进的传感器、控制器和执行器,并结合现代通信手段,实现车辆与外界的智能信息交互<sup>[1]</sup>。这种汽车具备环境感知、智能决策和协同控制等功能,有望在未来完全取代人工驾驶操作,成为新一代汽车的代表<sup>[2]</sup>。智能网联汽车凭借其先进的技术,在提升行车安全、缓解驾驶员压力、实现节能环保以及优化交通效率等诸多方面都展现出了显著优势,已然成为智能交通系统的关键组成部分,并且是国际上普遍认可的未來汽车发展的重要趋势。

在汽车安全领域,轮胎的性能是一个不容忽视的问题。研究人员对轮胎的性能进行了大量研究,因为轮胎性能的优化,会直接且显著地影响车辆的操控与制动表现。在相关的研究中,轮胎偏滑角是对轮胎性能研究的一个重要指标,它由作用于轮胎的侧向力所引发。简单来说,偏滑角就是汽车行驶时,轮胎轴线方向与轮胎实际行进方向所形成的夹角。轮胎通常由橡胶制成,橡胶具有很好的弹性。当车手转动方向盘时,由于地面摩擦力的作用,轮胎与地面接触的部分不会立即跟随轮胎其他部位改变运动方向,而是会出现一定程度的变形扭曲。这种扭曲非常重要,因为在轮胎方向改变时,它能确保轮胎始终与地面保持摩擦力,避免因完全失去摩擦力而导致车辆在惯性作用下发生侧滑。这也正是偏滑角的重要意义所在。

偏滑角是车辆运动控制系统中的研究热点之一,尤其在电动汽车中,其重要性更加突出。在电动汽车中,电动汽车的电机扭矩可以精确测量和控制,同时轮内电机可以分别安装在前轮和后轮上,这种结构设计为车辆运动控制提供了独特的优势。基于这些结构优点,车辆的运动可以通过车辆左右两侧轮胎驱动力或制动力的差异产生的额外偏航力矩来稳定。这种控制方式的核心目标是让车辆即使在接近轮胎与路面附着力极限的情况下,仍然能够保持易于操控的状态。对于智能网联汽车而言,这种基于偏滑角的稳定性控制尤为重要,因为它能够显著提升

车辆在复杂路况下的安全性和可靠性，为智能驾驶技术的实现奠定坚实基础。

在智能网联汽车的偏滑角系统中，信号传输的准确性和实时性至关重要。偏滑角数据的精确传输能够确保车辆控制系统及时作出反应，从而提高行车安全性和稳定性。然而，由于网络资源的限制，偏滑角信号在传输过程中可能会受到干扰或失真，进而影响车辆的控制性能。编码解码技术因其在数据压缩和加密方面的优势而脱颖而出。通过引入合适的编解码技术，可以有效减少传输带宽需求，同时通过加密技术保障数据的安全性，防止恶意攻击。这不仅能够提高信号传输的效率和可靠性，还能为智能网联汽车的稳定性和安全性提供有力支持。

综上所述，在编解码情形下对智能网联汽车偏滑角系统中的信号传输问题进行研究十分有意义。这不仅有助于提高智能网联汽车的安全性和稳定性，还能为未来智能交通系统的发展提供重要的技术支持。通过结合编解码技术，可以进一步优化偏滑角系统的性能，推动智能网联汽车技术的进步和应用。

## 1.1 课题研究背景

### 1.1.1 智能网联汽车

近年来，随着我国综合国力的显著提升和城市化进程的快速推进，汽车总量逐年上升。自本世纪初以来，我国汽车工业发展迅猛，连续多年保持全球领先地位，汽车产销量稳居世界前列<sup>[3]</sup>，目前，全国汽车保有量已达到一个庞大规模<sup>[4]</sup>。然而，汽车数量的快速增长给现有交通基础设施带来了巨大压力，交通拥堵问题日益突出。与此同时，汽车数量的激增也导致交通事故数量大幅上升，交通安全风险显著增加，给社会带来了严峻的挑战。

为应对日益严峻的交通问题和车辆安全隐患，智能交通系统在过去几十年中受到了广泛关注。智能交通系统是融合了先进信息技术、通信、传感、控制及计算机技术的现代化交通管理网络，具备实时性、精准性和高效性等特点<sup>[5-6]</sup>。该系统通过全方位感知交通环境和路况信息、实时传输数据以及高效管理车辆和交通流，将交通环境中的三大核心要素中“人、车、路”有机整合为一个整体，为解决交通安全和拥堵问题提供了全面而有效的解决方案。

智能网联汽车是智能公路和安全辅助驾驶的关键构成要素，对智能交通发展意义重大。它通过配备先进的车载传感器、控制器和执行器，并借助现代通信及

网络技术,实现车辆与人、车、路、后台等多主体的智能信息交互与共享。它拥有复杂环境感知、智能决策、协同控制和执行等能力,可实现安全、舒适、节能、高效的驾驶体验,并有望完全取代人工操作,成为未来汽车的标杆<sup>[7]</sup>。智能网联汽车是汽车产业与人工智能、物联网、高性能计算等新一代信息技术深度结合的成果,既能有效缓解城市交通拥堵,又能大幅提升道路安全水平<sup>[8-9]</sup>。因此,它已成为全球汽车和交通行业智能化发展的关键趋势,并受到各国的高度重视,成为激烈的竞争焦点<sup>[10-13]</sup>。

文献[14]研究了一类智能网联汽车协同系统的功耗最小化和均衡化问题。提出了一种基于分布式次梯度的神经动力学方法,并带有投影算子,以实现智能网联汽车的最优功耗。文献[15]提出了一种基于 V2X 的智能网联汽车速度预测控制方法。实验结果表明,所提出的速度预测控制系统可以减少红绿灯等待时间,提升道路交通效率。文献[16]引入了虚拟车道的概念,提出了一种考虑前馈控制的改进非线性模型预测控制算法,提高了跟踪控制的精度,实现了多车辆的精确协同运动。文献[17]中,提取与车辆安全相关的关键指标,利用区间模糊分析层次法与模糊聚类分析相结合,识别车辆智能互联系统中的易受攻击组件。然后对这些组件进行优先测试,以降低风险并确保车辆安全。文献[18]中以博弈论为基础,建立了强制变道过程中参与者、策略和回报函数的函数模型。结果证明了基线组模型、警告组模型和引导组模型在不同智能网联汽车环境中的令人满意的预测性能。

### 1.1.2 偏滑角系统

偏滑角,也称为侧滑角,被认为是车辆运动控制系统的关键因素之一<sup>[19-22]</sup>。然而,用于测量滑移角的现有产品,如非接触式光学传感器和基于 GPS 的仪器,在实际应用中非常昂贵<sup>[20]</sup>。因此,在过去的几十年里,人们对具有成本效益的车身偏滑角估计方法进行了广泛的研究<sup>[20-24]</sup>。根据使用的模型,过去的研究大致可分为基于运动学模型的方法和基于动态模型的方法两大类。其中在文献[21]中,根据车身滑移角与横摆角速度、纵向加速度等的运动学关系计算了车身偏滑角,然而,该方法涉及传感器信号的集成,因此需要高精度的传感器。同样在文献[22]中提到,运动学模型不包含时变参数如轮胎过弯刚度等,所以行驶工况变化对估

计精度影响较小。但是，这种方法受传感器噪声和漂移的影响很大。

为了克服上述方法的局限性，研究人员逐渐转向更复杂的估计技术，以在成本与精度之间找到平衡。其中，基于积分的方法通过横向加速度计信号的积分来计算横向速度，进而利用横向速度与纵向速度的比值来估算偏滑角。然而，这种方法存在明显的局限性，例如加速度计的偏置误差、车辆俯仰、横摇和升沉运动引起的误差，以及积分过程中可能产生的漂移误差，这些都会影响估计的准确性。另一种常见的方法是基于车辆模型的观测器方法<sup>[25-26]</sup>，它通过建立车辆动力学模型来估计偏滑角。然而，这种方法的准确性容易受到多种外部因素的干扰，例如未知的道路坡度、路面倾斜角度、路面状况变化、轮胎力的不确定性，以及车辆和轮胎模型参数的差异，这些都可能導致估计结果出现较大偏差。此外，基于 GPS 的方法也被用于偏滑角估计。这种方法通常需要配备双天线的 GPS 系统，以直接测量滑移角。虽然这种方法精度较高，但成本也较高，且在隧道、城市峡谷等信号受限的环境中可能无法正常工作。

尽管这些方法在一定程度上提高了偏滑角估计的可行性，但它们仍然存在各自的局限性。因此，研究人员开始探索结合多种技术的混合方法，以充分利用不同方法的优势并弥补其不足。例如，将运动学模型与动态模型相结合，或引入机器学习算法来优化估计结果。这些尝试为偏滑角估计提供了新的研究方向，同时也为实际应用中的成本控制和技术实现提供了更多可能性。

在最近的偏滑角控制领域的研究中，文献[27]提出了一种分布式驱动自动驾驶电动汽车自动转向控制框架，该方法首先设计了轮胎偏滑角估计策略，其次提出了一种考虑轮胎偏滑角的横向稳定性控制策略。通过仿真和半实物测试，证明该控制框架显著提高了分布式驱动自动驾驶电动汽车在湿路面下的轨迹跟踪精度和稳定性。

文献[28]提出了一种在低摩擦路面条件下具有轮胎偏滑角约束的路径跟踪控制器的设计方法。采用线性二次型调节器和模型预测控制作为路径跟踪最常用的控制器设计方法。仿真结果表明，本文提出的带有轮胎偏滑角约束的路径跟踪控制器对于低摩擦路面的路径跟踪是非常有效的。

文献[29]提出了一种新的偏滑角估计方法，该方法将感知与混合人工神经网络相结合，将预测范围扩展到现有方法之外。利用卷积神经网络的特征提取能力和门控循环单元的动态时间序列关系学习能力，并将它们与运动模型相结合来估

计偏滑角。仿真结果表明,这种扩展的预测范围具有实际意义,可以为驾驶员和自动驾驶系统提供更多时间来做出明智的决策,从而提高道路安全。

文献[30]提出了一种基于智能轮胎技术和机器学习算法的轮胎偏滑角估计方法。仿真结果显示,采用高斯过程回归的偏滑角估计模型性能最好;同时,该估计模型还能较准确地估计极端机动下的轮胎偏滑角。这对于提高车辆的运动控制性能,特别是在极端机动情况下的运动控制性能具有很大的参考价值。

### 1.1.3 编码解码方案

编码解码技术具有多方面的显著优势。首先,通过压缩视频信号,编码技术能够大幅减小视频文件的体积,从而有效节省带宽和存储空间。这一特性在互联网视频传输中尤为重要,能够显著提升传输效率。其次,编码技术能够优化视频流的传输过程,减少实时时延、信道获取时间和随机接入时延,进一步提高传输的流畅性和效率。此外,编码技术还能够平衡码流、编码质量、延时和算法复杂度之间的关系,实现简单、高效且稳定的视频编解码。在硬件层面,硬解技术不依赖于 CPU,而是通过 GPU 进行视频解码处理,这不仅降低了硬件成本,还减少了功耗,符合节能环保的需求。

近年来,编码-解码机制在状态估计问题中受到广泛关注<sup>[31-34]</sup>。在编码-解码机制的工作流程中,编码器首先根据特定规则将测量值映射到码字中,然后将码字传输到解码器。解码器恢复接收到的码字,并将解码后的信息发送到过滤器。最后,筛选器根据解码的信息估计系统状态。这一机制不仅提高了状态估计的效率,还增强了测量数据的安全性,有效防止攻击者窃取有用信息。在文献[35]中,提出了一种基于级联编码的智能电网分布式滤波方法,以缓解通信资源的限制。文献[36]中将多描述视频编码方案应用于异构通信链,以提高视频多样性的鲁棒性。

此外,二进制编解码作为数字通信中应用最广泛的方案之一,因其传输鲁棒性强且易于实现而备受青睐。在二进制编解码方案下,信号先被编码成二进制序列,再经二进制对称信道传输。这种编码方式在确保数据传输可靠性的同时,也为复杂系统的状态估计提供了技术支持。

与传统网络安全系统相比,编码-解码通信机制的引入使得网络安全系统的

动态行为更加复杂和多样化, 这为系统的分析与综合问题带来了新的挑战。特别是在编解码过程中, 数据失真是不不可避免的, 这使得传统方法难以直接适用于基于编解码的神经网络性能分析。因此, 在研究这类系统时, 必须充分考虑编解码机制对系统性能的影响。具体而言, 如何选择合适的理论工具来定量评估系统动力学与编解码通信协议之间的关系, 成为解决问题的关键。目前, 针对基于编解码的网络安全分析与综合问题, 主要有三种理论方法: 基于信息论的方法、基于国际信息系统的方法以及基于混合系统的方法。

信息论的理论基础源自著名的香农信息论。在这一框架下, 包括原始数据、码字和解码数据在内的所有信息都被描述为随机变量<sup>[37-39]</sup>。研究的主要目标是找到一种基于“熵”概念的信道容量测量方法, 并确定在何种条件下, 原始数据可以从解码数据中以可接受的失真程度重建出来。在此基础上, 解码后的数据能够为所需的控制或滤波性能提供保障。此外, 对于大多数高效的编码方案, 基本要求是解码误差需有界, 且能收敛。因此, 将解码误差视为动力系统的有界扰动是一种普遍的思路, 而基于输入-状态稳定性的方法<sup>[40-41]</sup>则被提出作为分析和综合这类系统的理论工具。另一方面, 在采用数字传输的连续时间系统中, 解码器在离散时刻收到的码字可视为一种影响其动态表现的脉冲信号序列。这种特性使得基于混合系统的方法<sup>[42-44]</sup>成为分析此类系统动力学行为的有效工具。

综上所述, 本课题研究编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制问题, 具有一定的理论研究价值和广泛的应用前景, 是一个极富挑战性的研究课题。本研究旨在将这一方面进行工程意义的探索性理论与实际应用研究。

## 1.2 内容提纲

本文研究了编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制问题。首先, 在偏滑角系统的信号传输过程中, 使用二进制编码方案, 分别研究了偏滑角系统的系统状态有界问题和考虑信号丢失的滤波问题。通过研究, 显著提升了系统的稳定性。这一部分的控制器设计思路是基于观测器的输出反馈控制。同时, 研究还成功解决了二进制编解码的信号丢失问题, 并设计出了符合期望的控制器和滤波器, 从而进一步优化了系统的整体性能。本文内容提纲总体概括如下:

第一章介绍了课题的研究背景及现状, 包括智能网联汽车的发展现状及其技

术挑战,车辆偏滑角系统的研究背景与偏滑角系统的控制问题等方面的研究现状,编解码技术的研究背景及现状。最后列出了本文内容提纲。

第二章主要研究二进制编解码情形下,车辆偏滑角系统的有界控制问题。偏滑角系统提取自配备车载视觉系统的电动车辆中,其动力学特性可以通过线性模型来描述。在该模型中,车身侧偏角、横摆率、预瞄点处的横向偏移以及车辆航向角被选为状态变量,用于全面表征车辆的动态行为。首先,根据偏滑角系统的测量输出设计状态观测器,对系统的状态进行有效估计。然后,设计控制器,利用李雅普诺夫稳定性理论和代数图论,证明在该控制策略下,偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方上是指数最终有界的,且具有最小的最终界。最后,通过线性矩阵不等式方法,推导出了观测器和控制器增益矩阵,设计仿真实验证明了所提控制策略的可行性与有效性。

第三章研究了二进制编码方案下发生信号丢失时偏滑角系统的递归滤波问题。在信号传输过程中,考虑了一个满足二项分布的信号丢失。首先,设计了滤波器,以确保滤波误差协方差存在上界。其次,推导出滤波误差协方差上界的具体数学式,并给出滤波器增益矩阵。最后,通过数值仿真实验,表明所提出的算法具有显著优势。

第四章是对全文的总结和展望。

## 2.1 问题描述

The diagram illustrates a three-link manipulator with a massless middle link. The base joint is a revolute joint with a vertical axis, and the end effector is a gripper. The links are labeled  $C_r$ ,  $C_f$ , and  $C_g$ . The middle link is massless and has a length  $l_f$ . The gripper has a mass  $m$  and a moment of inertia  $I_g$ . The gripper's orientation is defined by the angle  $\psi$  relative to the horizontal. The gripper's center of mass is at a distance  $l_g$  from the joint. The gripper's moment of inertia is  $I_g$ . The gripper's center of mass is at a distance  $l_g$  from the joint. The gripper's moment of inertia is  $I_g$ . The gripper's center of mass is at a distance  $l_g$  from the joint. The gripper's moment of inertia is  $I_g$ .

9



表 1 符号列表

|          |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|
| $\beta$  | 车身偏滑角     | $\psi$    | 车辆航向角     |
| $\mu$    | 横摆角速度     | $y_l$     | 预览点的横向偏移量 |
| $\phi_f$ | 前轮转向角     | $N_z$     | 横摆力矩      |
| $I$      | 转动惯量      | $l_r$     | 齿轮轴到后轴的距离 |
| $V_x$    | 汽车的纵向速度   | $C_f$     | 前轮胎的过弯刚度  |
| $C_r$    | 后轮胎的过弯刚度  | $l_{pre}$ | 预览距离      |
| $l_f$    | 齿轮轴到前轴的距离 | $m$       | 车辆质量      |

通过设置  $x = [\beta \quad \mu \quad \psi \quad y_l]^T \in \mathbb{R}^4$  和  $u = [\phi_f \quad N_z]^T \in \mathbb{R}^2$ ，从文献[45]的分析可以得出

$$\dot{x} = A_c x + B_c u \quad (2-1)$$

其中

$$A_c = \begin{bmatrix} -\frac{2(C_f + C_r)}{mV_x} & -1 - \frac{2(C_f l_f - C_r l_r)}{mV_x^2} & 0 & 0 \\ -\frac{2(C_f l_f - C_r l_r)}{I} & -\frac{2(C_f l_f^2 + C_r l_r^2)}{IV_x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ V_x & -l_{pre} & V_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{mV_x} & \frac{2C_f l_f}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

在具有车载视觉系统的车辆中，横摆率  $\mu$ ，车辆航向角  $\psi$  和在预览点  $y_l$  处的横向偏移通常是可测量的。通过令  $y = [\mu \quad \psi \quad y_l]^T \in \mathbb{R}^3$ ，然后获得如下测量输出

$$y = H_c x \quad (2-2)$$

其中

$$H_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为了便于实现数字化，将(2-1)与(2-2)的连续时间系统离散为如下形式

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Dw(k) \\ y(k) = Hx(k) + Nv(k) \end{cases} \quad (2-3)$$

其中  $A = e^{A_c h}$ ,  $B = \int_0^h e^{A_c s} ds B_c$ ,  $H = H_c$ ,  $h > 0$  为采样周期,  $D \in \mathbb{R}^{4 \times m}$ ,  $N \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  为已知矩阵。

在离散系统(2-3)中，为了满足精确建模的要求，引入了过程噪声  $w(k) \in \mathbb{R}^m$  和测量噪声  $v(k) \in \mathbb{R}^n$ ，并假设  $w(k), v(k) \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 。

### 2.1.2 二进制编码方案

在信号传输过程中考虑了二进制编码方案。在这种情况下，原始信号被编码成有限长度的二进制比特串，然后通过无记忆 BSC 传输到远程估计器进行进一步处理。

假设标量信号  $h_k \in \mathbb{R}$  在  $k$  时刻的范围是  $[-g, g]$ ，其中  $g \in \mathbb{R}$  是与应用相关的正标量。利用二进制编码器将信号  $h_k$  转换成长度为  $J$  的二进制比特串。因此，有  $2^J$  个点表示为  $\mathcal{W} \triangleq \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{2^J}\}$ 。这些点是均匀间隔的，它们将整个范围均匀划分成  $2^J - 1$  个长度为  $\delta = \tau_{i+1} - \tau_i$  的段，其中  $i = 1, 2, \dots, 2^J - 1$ 。此外，可以看出  $\delta = \frac{2g}{2^J - 1}$ 。首先，利用随机截断函数通过  $\mathcal{G}_k : h_k \rightarrow s_k(h_k, J)$  对信号  $h_k$  进行预处理，其中  $s_k(h_k, J)$  是截断输出。当  $\tau_i \leq h_k \leq \tau_{i+1}$  时，输出  $s_k(h_k, J)$  按照以下概率方式生成

$$\begin{cases} \mathbb{P}\{s_k(h_k, J) = \tau_i\} = 1 - a_k \\ \mathbb{P}\{s_k(h_k, J) = \tau_{i+1}\} = a_k \end{cases} \quad (2-4)$$

其中  $a_k \triangleq (h_k - \tau_i) / \delta$ ,  $0 \leq a_k \leq 1$ 。此外，输出  $s_k(h_k, J)$  可以基于二进制位来表示

$$s_k(h_k, J) = -g + \sum_{i=1}^J m_{i,k} 2^{i-1} \delta$$

现在，将  $h_k$  编码为以下二进制位串

$$\mathcal{Q}_k \triangleq \{m_{1,k}, m_{2,k}, \dots, m_{J,k}\}, m_{i,k} \in \{0, 1\}$$

下一步是通过无记忆 BSC 发送二进制比特串  $\mathcal{Q}_k$ ，其中由于信道噪声，每个

比特可能以小概率翻转，下文称为交叉概率。因此，接收的比特串由下式定义

$$\mathcal{Q}_k^o \triangleq \{m_{1,k}^o, m_{2,k}^o, \dots, m_{J,k}^o\}, m_{i,k}^o \in \{0, 1\}$$

其中  $m_{i,k}^o = \eta_{i,k}(1 - m_{i,k}) + (1 - \eta_{i,k})m_{i,k}$ ，且

$$\eta_{i,k} = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ - 比特位翻转} \\ 0, & \text{第 } i \text{ - 比特位没有翻转} \end{cases} \quad (2-5)$$

设交叉概率为  $p$ ，则有  $\mathbb{P}\{\eta_{i,k} = 1\} = p$ 。为了方便分析，本文假设  $\eta_{i,k}$  是白色且相互独立。最后，可以根据以下等式对接收到的比特串  $\mathcal{Q}_k^o$  进行解码以恢复原始信号

$$s_k^o(h_k, J) = -g + \sum_{i=1}^J m_{i,k}^o 2^{i-1} \delta \quad (2-6)$$

由于实际通信带宽的限制，在通信信道上只能利用有限的比特预算对信号进行编码，这就需要利用截断函数对信号进行预处理。一般来说，在所提出的二进制编码方案下，传输误差主要来自截断误差和翻转比特误差。

接下来，将介绍截断函数和无记忆 BSC 的一些初步知识。

输出可通过以下方式重写

$$s_k(h_k, J) = h_k + r_k \quad (2-7)$$

其中  $r_k \triangleq s_k(h_k, J) - h_k$  表示截断误差。根据(2-4)， $r_k$  是服从伯努利分布的随机噪声，在  $a_k \delta$  或  $(a_k - 1)\delta$  处取值，即

$$\begin{cases} \mathbb{P}\{r_k = -a_k \delta\} = 1 - a_k \\ \mathbb{P}\{r_k = (1 - a_k) \delta\} = a_k \end{cases} \quad (2-8)$$

下面的引理给出了截断误差的一些统计特性。

**引理 2.1**<sup>[46]</sup>: 截断误差  $r_k$  具有零均值和有界方差，即  $\mathbb{E}\{r_k\} = 0$  且  $\mathbb{E}\{r_k^2\} \leq \frac{\delta^2}{4}$ 。

BSCs 的一个重要特性如下所示。

**引理 2.2**: 假设信号  $s_k(h_k, J)$  通过交叉概率为  $p$  的无记忆 BSC 传输，则接收到的信号  $s_k^o(h_k, J)$  的均值和方差为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\} &= (1 - 2p)s_k(h_k, J) \\ \text{Var}\{s_k^o(h_k, J)\} &= p(1 - p) \frac{4g^2(2^{2J} - 1)}{3(2^J - 1)^2} \end{aligned}$$

其中期望值是关于随机变量  $\eta_{i,k}$  的。

**证明：**  $s_k^o(h_k, J)$  中取随机变量  $\eta_{i,k}$  的数学期望

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\} &= -g + \sum_{i=1}^J \mathbb{E}\{m_{i,k}^o\} 2^{i-1} \delta \\ &= -g + \sum_{i=1}^J (p(1-m_{i,k}) + (1-p)m_{i,k}) 2^{i-1} \delta \\ &= s_k(h_k, J) + p \sum_{i=1}^J (1-2m_{i,k}) 2^{i-1} \delta\end{aligned}$$

其中最后一个等式来自  $s_k(h_k, J) = -g + \sum_{i=1}^J m_{i,k} 2^{i-1} \delta$ 。另外，有

$$\begin{aligned}p \sum_{i=1}^J (1-2m_{i,k}) 2^{i-1} \delta &= p \left( \sum_{i=1}^J 2^{i-1} \delta - 2 \sum_{i=1}^J m_{i,k} 2^{i-1} \delta \right) \\ &= 2p \left( g - \sum_{i=1}^J m_{i,k} 2^{i-1} \delta \right) \\ &= -2ps_k(h_k, J)\end{aligned}$$

因此，可以直接验证  $\mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\} = (1-2p)s_k(h_k, J)$ 。此外， $s_k^o(h_k, J)$  的方差可推导为

$$\begin{aligned}\text{Var}\{s_k^o(h_k, J)\} &= \mathbb{E}\left\{\left(-g + \sum_{i=1}^J m_{i,k}^o 2^{i-1} \delta\right)^2\right\} - (\mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\})^2 \\ &= \mathbb{E}\left\{\left(\sum_{i=1}^J (m_{i,k}^o - \mathbb{E}\{m_{i,k}^o\}) 2^{i-1} \delta + \mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\}\right)^2\right\} - (\mathbb{E}\{s_k^o(h_k, J)\})^2 \\ &= \mathbb{E}\left\{\left(\sum_{i=1}^J (m_{i,k}^o - \mathbb{E}\{m_{i,k}^o\}) 2^{i-1} \delta\right)^2\right\}\end{aligned}$$

当  $i=1, 2, \dots, n$  时， $\eta_{i,k}$  是相互独立的，可以看出  $m_{i,k}^o$  也是相互独立的，同时  $m_{i,k} \in \{0, 1\}$ ，进一步表明

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\left\{\left(\sum_{i=1}^J (m_{i,k}^o - \mathbb{E}\{m_{i,k}^o\}) 2^{i-1} \delta\right)^2\right\} \\ &= \sum_{i=1}^J (\mathbb{E}\{(m_{i,k}^o)^2\} - (\mathbb{E}\{m_{i,k}^o\})^2) 2^{2i-2} \delta^2 \\ &= p(1-p) \frac{4g^2(2^{2J}-1)}{3(2^J-1)^2}\end{aligned}$$

到目前为止，介绍了二进制编码方案，并给出了其具有传输特性的标量信号。此外，应当强调的是，这样的方案同样也适用于矢量信号，即

$s_k(h_k, J) = \text{vec}\{s_k(h_{1,k}, J), \dots, s_k(h_{n,k}, J)\}$ ，其中  $h_{i,k}$  是向量  $h_k \in \mathbb{R}^n$  的第  $i$  项。同时，上述定义标量信号的符号可以通过扩展来表示矢量。例如，当  $h_k \in \mathbb{R}^n$  时，有  $s_k(h_k, J) \in \mathbb{R}^n$ ， $s_k^o(h_k, J) \in \mathbb{R}^n$ ， $q_k \in \mathbb{R}^n$ 。

所接收的信号  $s_k^o(y(k), J)$  不可避免地受到一定程度的失真。为了补偿失真，采用恢复的测量值

$$\tilde{y}(k) = \gamma_k^{-1} s_k^o(y(k), J)$$

其中  $\gamma_k \triangleq 1 - 2p$ ，使得恢复信号的均值等于原始信号的均值，即  $\mathbb{E}\{\tilde{y}(k)\} = y(k)$ 。

因此，BSCs 中由比特误差引起的等效噪声可以表示为  $\tilde{s}_k \triangleq \tilde{y}(k) - s_k(y(k), L)$ 。类似于(2-7)，将截断误差表示为  $r_k \triangleq s_k(y(k), J) - y(k)$ ，然后有

$$\tilde{y}(k) \triangleq y(k) + \tilde{s}_k + r_k \quad (2-9)$$

### 2.1.3 编解码条件下的控制器结构

对于离散系统(2-3)，控制器构造如下

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + G(\tilde{y}(k) - H\hat{x}(k)) \\ u(k) = K\hat{x}(k) \end{cases} \quad (2-10)$$

其中  $\hat{x}(k)$  是状态估计， $K$  和  $G$  是待确定的控制器增益。

将闭环系统的相关受控输出表示为

$$z(k) = Cx(k) \quad (2-11)$$

其中  $C$  是具有适当维度的矩阵。

假设估计误差为  $e(k) \triangleq x(k) - \hat{x}(k)$ 。然后，由等式(2-3)和(2-10)可知

$$e(k+1) = (A - GH)e(k) + Dw(k) - GNv(k) - G(\tilde{s}_k + r_k) \quad (2-12)$$

此外，通过设置  $X(k) \triangleq [x^T(k) \ e^T(k)]^T$  和  $\bar{w}(k) \triangleq [w^T(k) \ v^T(k)]^T$ ，由等式(2-3)，(2-11)和(2-12)可得到一个增广系统

$$\begin{cases} X(k+1) = \bar{A}X(k) + \bar{D}\bar{w}(k) + \bar{G}(\tilde{s}_k + r_k) \\ y(k) = \bar{H}X(k) + \bar{N}\bar{w}(k) \\ z(k) = \bar{C}X(k) \end{cases} \quad (2-13)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \begin{bmatrix} A+BK & -BK \\ 0 & A-GH \end{bmatrix}, \bar{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ -G \end{bmatrix}, \bar{D} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ D & -GN \end{bmatrix} \\ \bar{H} &= [H \quad 0], \bar{N} = [0 \quad N], \bar{C} = [C \quad 0]\end{aligned}$$

## 2.2 主要结果

在证明主要结果之前，首先介绍以下引理

**引理 2.3<sup>[47]</sup>:** 对于实向量  $x$  和  $y$  以及具有适当维数的正定矩阵  $P$ ，以下不等式成立

$$x^T P y + y^T P x \leq x^T P x + y^T P y$$

**引理 2.4<sup>[48]</sup>:** 给定常数  $0 \leq \gamma \leq 1$  和  $m$ 。如果  $\{V(z) \mid z=0,1,2,\dots\}$  是非负序列，有

$$V(z+1) \leq \gamma V(z) + m$$

则

$$\begin{cases} V(z) \leq V(0) + zm, & \text{for } \gamma=1 \\ \gamma^z V(0) + \frac{m(1-\gamma^z)}{1-\gamma}, & \text{for } \gamma \neq 1 \end{cases}$$

**引理 2.5<sup>[49]</sup>:** 对于秩等于  $m$  的矩阵  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ，总是存在两个正交矩阵  $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$  和  $W \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ，使得

$$UBW = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} BW = \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中  $U_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ， $U_2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$ ，而  $\Sigma = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_m\}$  是  $B$  的非零奇异值，其中  $\lambda_i (i=1, 2, \dots, m)$ 。

**引理 2.6<sup>[49]</sup>:** 对于秩等于  $m$  的矩阵  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ，如果矩阵  $R_1$  由下式确定

$$R_1 = U^T \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{12} \end{bmatrix} U = U_1^T R_{11} U_1 + U_2^T R_{12} U_2$$

其中  $R_{11} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ， $R_{12} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$  是正定矩阵， $U_1$  和  $U_2$  在引理 2.5 中定义，则存在非奇异矩阵  $R_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ，使得  $\bar{B} R_1 = R_1 \bar{B}$ 。

现在, 开始分析指数最终有界性。

**定理 2.1:** 假设标量  $0 < \rho \leq 1$  并且给定增益  $K$  和  $G$ 。如果存在对角矩阵  $R = \text{diag}\{R_1, R_2\}$ , 使得(2-14)成立, 则偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方上是指数最终有界的。并且可以给出最终的界的值。

$$\partial = 4\bar{A}^T R \bar{A} - (1 - \rho)R < 0 \quad (2-14)$$

其中

$$\mathfrak{U} \triangleq 4\bar{D}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) \omega^T(k) + 3\bar{G}^T R \bar{G} \tilde{s}_k \tilde{s}_k^T + 3\bar{G}^T R \bar{G} r_k r_k^T \quad (2-15)$$

**证明:** 定义李雅普诺夫函数如下

$$V(k) = X^T(k) R X(k) \quad (2-16)$$

则李雅普诺夫函数的差为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V(k)\} &= \mathbb{E}\{V(k+1) - V(k)\} \\ &= \mathbb{E}\{V(k+1)\} - (1 - \rho)\mathbb{E}\{V(k)\} - \rho\mathbb{E}\{V(k)\} \\ &= X^T(k+1) R X(k+1) - (1 - \rho)X^T(k) R X(k) - \rho X^T(k) R X(k) \end{aligned} \quad (2-17)$$

根据引理 2.3, 有

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V(k)\} &= \mathbb{E}\{(\bar{A}X(k) + \bar{D}\bar{\omega}(k) + \bar{G}(\tilde{s}_k + r_k))^T \times R(\bar{A}X(k) + \bar{D}\bar{\omega}(k) \\ &\quad + \bar{G}(\tilde{s}_k + r_k)) - (1 - \rho)X^T(k) R X(k) - \rho X^T(k) R X(k)\} \\ &= \mathbb{E}\{X^T(k) \bar{A}^T R \bar{A} X(k) + X^T(k) \bar{A}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) \\ &\quad + X^T(k) \bar{A}^T R \bar{G} \tilde{s}_k + X^T(k) \bar{A}^T R \bar{G} r_k + \bar{\omega}^T(k) \bar{D}^T R \bar{A} X(k) \\ &\quad + \bar{\omega}^T(k) \bar{D}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) + \bar{\omega}^T(k) \bar{D}^T R \bar{G} \tilde{s}_k + \bar{\omega}^T(k) \bar{D}^T R \bar{G} r_k \\ &\quad + \tilde{s}_k^T \bar{G}^T R \bar{A} X(k) + \tilde{s}_k^T \bar{G}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) + \tilde{s}_k^T \bar{G}^T R \bar{G} \tilde{s}_k + \tilde{s}_k^T \bar{G}^T R \bar{G} r_k \\ &\quad + r_k^T \bar{G}^T R \bar{A} X(k) + r_k^T \bar{G}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) + r_k^T \bar{G}^T R \bar{G} \tilde{s}_k + r_k^T \bar{G}^T R \bar{G} r_k \\ &\quad - (1 - \rho)X^T(k) R X(k) - \rho X^T(k) R X(k)\} \\ &\leq \mathbb{E}\{X^T(k) (4\bar{A}^T R \bar{A} - (1 - \rho)R) X(k) \\ &\quad + \text{tr}\{4\bar{D}^T R \bar{D} \bar{\omega}(k) \omega^T(k) + 3\bar{G}^T R \bar{G} \tilde{s}_k \tilde{s}_k^T + 3\bar{G}^T R \bar{G} r_k r_k^T\} \\ &\quad - \rho X^T(k) R X(k)\} \end{aligned} \quad (2-18)$$

总结上述讨论, 有

$$\mathbb{E}\{\Delta V(k)\} \leq \mathbb{E}\{X^T(k) \partial X(k) - \rho V(k) + \text{tr}\{\mathfrak{U}\}\} \quad (2-19)$$

其中

$$\partial = 4\bar{A}^T R \bar{A} - (1 - \rho)R$$

根据(2-15)，并且从(2-19)得到

$$\mathbb{E}\{\Delta V(k+1)\} \leq (1-\rho)V(k) + \text{tr}\{\mathfrak{U}\}$$

然后，根据引理 2.4，得到以下不等式

$$\mathbb{E}\{\Delta V(k)\} \leq (1-\rho)^k \mathbb{E}\{\Delta V(0)\} + \text{tr}\{\mathfrak{U}\} + \frac{(1-(1-\rho)^2)\text{tr}\{\mathfrak{U}\}}{\rho} \quad (2-20)$$

**定义 2.1:** 如果有常数  $\chi > 0$ ， $0 \leq \varpi < 1$  和  $t > 0$ ，则

$$\mathbb{E}\{\|x(k)\|^2\} \leq \chi \varpi^2 + t$$

此外，从(2-16)可知， $\mathbb{E}\{\Delta V(k)\} \geq \lambda_{\min}(R)\mathbb{E}\{\|x(k)\|^2\}$ 。因此，有

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\|x(k)\|^2\} &\leq \frac{(1-\rho)^k \mathbb{E}\{\Delta V(k)\}}{\lambda_{\min}(R)} + \frac{(1-(1-\rho)^k)\text{tr}\{\mathfrak{U}\}}{\rho \lambda_{\min}(R)} \\ &\leq \frac{(1-\rho)^k \mathbb{E}\{\Delta V(0)\}}{\lambda_{\min}(R)} + \frac{\text{tr}\{\mathfrak{U}\}}{\rho \lambda_{\min}(R)} \end{aligned} \quad (2-21)$$

根据定义 2.1，得出最终误差界是  $\frac{\text{tr}\{\mathfrak{U}\}}{\rho \lambda_{\min}(R)}$ 。

**定理 2.2:** 如果存在对角矩阵  $R = \text{diag}\{R_1, R_2\}$  以及矩阵  $\Phi$  和  $\theta$ ，使得以下线性矩阵不等式成立，则偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方上是指数最终有界的

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & * & * & * \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & * & * \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & * \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (2-22)$$

其中

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A^T R_1 A + A^T B \Phi^T + \Phi B^T A \\ \sigma_{21} &= \Phi B^T A, \quad \sigma_{22} = A^T R_2 A - A^T \theta H - H^T \theta^T A \\ \sigma_{31} &= B \Phi^T, \quad \sigma_{32} = -B \Phi^T, \quad \sigma_{33} = R_1 \\ \sigma_{41} &= 0, \quad \sigma_{42} = \theta H, \quad \sigma_{43} = 0, \quad \sigma_{44} = -R_2 \end{aligned}$$

则控制器的增益矩阵由下式计算

$$\begin{aligned} K &= W \Sigma^{-1} R_{11}^{-1} \Sigma W^T \Phi^T \\ G &= R_2^{-1} \theta \end{aligned} \quad (2-23)$$

其中  $U_1$ ， $U_2$ ， $\Sigma$  和  $W$  是在引理 2.5 中定义的。



**证明：**根据舒尔补引理，将矩阵  $\bar{A}$  和  $R$  代入式(2-14)。将得到的结果左乘  $\text{diag}\{I, I, R_1, R_2\}$ ，右乘  $\text{diag}\{I, I, R_1, R_2\}$ 。从引理 2.6 可知存在一个非奇异矩阵  $\tilde{R}_1$ ，使得  $\bar{B}R_1 = R_1\bar{B}$ 。同时定义  $\Phi \triangleq K^T \tilde{R}_1$ ， $\theta \triangleq R_2 G$ 。可得

$$\begin{bmatrix} A^T R_1 A + A^T B \Phi^T + \Phi B^T A & * & * & * \\ -\Phi B^T A & A^T R_2 A - A^T \theta H - H^T \theta^T A & * & * \\ B \Phi^T & -B \Phi^T & -R_1 & * \\ 0 & \theta H & 0 & -R_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (2-24)$$

根据引理 2.5，等式  $\bar{B}R_1 = R_1\bar{B}$  可写成

$$U^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} W R_1 = R_1 U^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} W^T \quad (2-25)$$

易得

$$R_1 = W \Sigma^{-1} R_{11} \Sigma W^T \quad (2-26)$$

则  $K$  和  $L$  的数学表达式可以表示为

$$\begin{aligned} K &= W \Sigma^{-1} R_{11}^{-1} \Sigma W^T \Phi^T \\ G &= R_2^{-1} \theta \end{aligned} \quad (2-27)$$

## 2.3 数值实例及其仿真

带有车载视觉系统的电动车辆的参数见文献[50]，如表 2 所示。

表 2 带视觉系统的车辆参数

| 参数        | 取值         | 参数    | 取值         |
|-----------|------------|-------|------------|
| m         | 380 kg     | $C_f$ | 5000 N/rad |
| I         | 122.08 N m | $C_r$ | 5000 N/rad |
| $V_x$     | 30 km/h    | $l_f$ | 0.6 m      |
| $l_{pre}$ | 5.135 m    | $l_r$ | 0.4 m      |

在离散化过程中，采样周期选择为  $h = 0.01s$ 。其它系统参数如下

$$\begin{aligned} D &= [0.1 \quad 0.2 \quad 0.15 \quad 0.12]^T \\ C &= [0.01 \quad -0.015 \quad 0.02 \quad 0.012] \\ N &= [0.01 \quad -0.012 \quad 0.015]^T \end{aligned}$$

外部干扰设置为  $\omega(k) = e^{-0.1k} \sin k$ ,  $v(k) = e^{-0.1k} \cos k$ 。根据上述参数设置, 利用 Matlab 软件求得观测器增益和控制器增益, 如下

$$K = 10^6 \times \begin{bmatrix} 0.0006 & 0.0007 & -0.0001 & 0.0008 \\ -3.6241 & -4.5419 & 0.3719 & -4.8514 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1.4218 & 1.1702 & 1.3224 \\ 1.3772 & 1.1330 & 1.2778 \\ 1.4353 & 1.1813 & 1.3350 \\ 1.6885 & 1.3902 & 1.5750 \end{bmatrix}$$

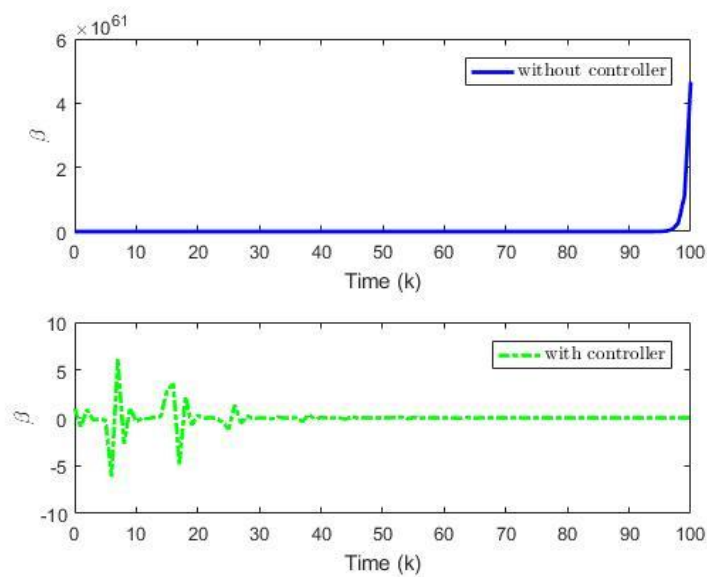


图 2 状态轨迹  $\beta$

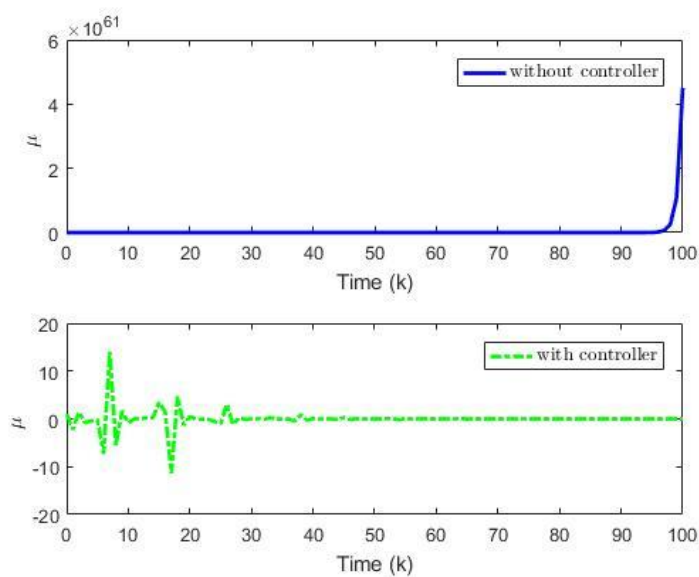
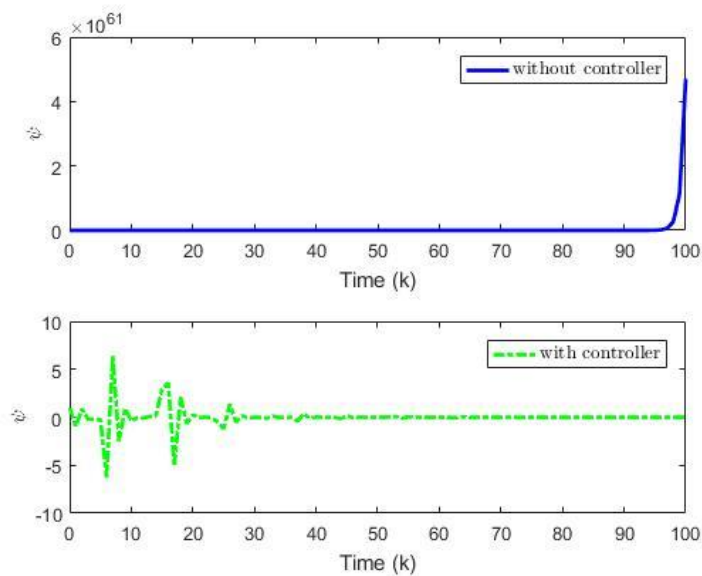
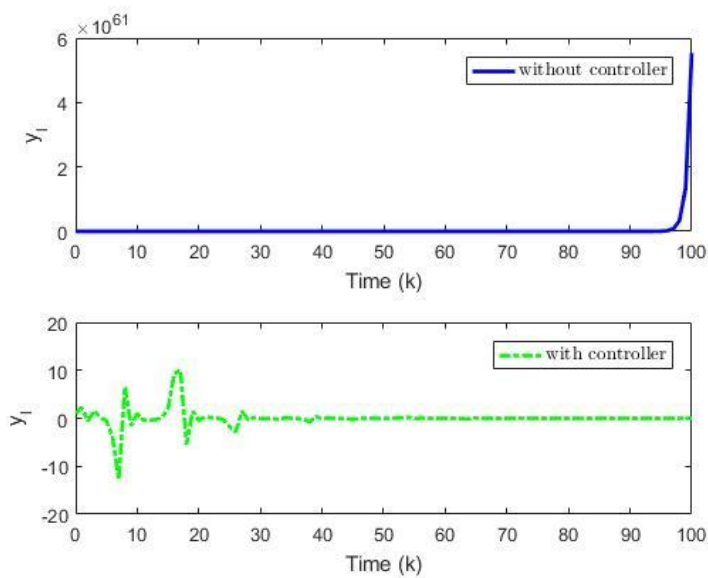


图 3 状态轨迹  $\mu$

图 4 状态轨迹  $\psi$ 图 5 状态轨迹  $y_l$ 

在图 2 中，上图显示了无控制器时的车身侧偏角  $\beta$  的轨迹，此时  $\beta$  的轨迹是不稳定的。下图中显示了具有控制器的车身侧偏角  $\beta$  的轨迹，这意味着所提出的控制器有效地解决了系统的不稳定性。在图 3 到图 5 中， $\mu$ ， $\psi$  和  $y_l$  也得到了同样的模拟结果。从图 2 到图 5 可以看出，所设计的控制器能够解决系统的不稳定性。

## 2.4 本章总结

本文研究了二进制编解码情形下车辆偏滑角的最终有界控制问题。通过设计的合理状态观测器和控制器结构,并结合李雅普诺夫函数进行分析,证明了所提控制策略能使偏滑角系统的系统状态满足均方指数最终有界性,且具有最小的最终界。然后,利用线性矩阵不等式,求解出状态观测器和控制器的增益。最后,通过数值仿真模拟实验,表明所设计的控制方案是有效的。

## 第3章 二进制编码和测量丢失情形下车辆偏滑角系统的状态估计

本章针对二进制编码机制下的偏滑角系统,考虑了一个满足二项分布的信号丢失,并研究其滤波问题。在系统信号的传输过程中,测量信号首先被转换为二进制形式,随后通过具有随机误码特性的二进制对称信道传输至远程滤波器端。研究内容主要包含以下三个方面:首先,基于滤波理论,构建滤波器,使得在设计滤波器下,滤波误差协方差有上界。其次,给出滤波误差协方差的上界的数学表达式,并设计出最优滤波器增益矩阵。最后,进行数值仿真,仿真实验结果表明,所提出的滤波算法具有良好的估计性能。

### 3.1 问题描述

#### 3.1.1 偏滑角系统

参考第二章具有车载视觉系统的电动汽车模型,在本节中,考虑以下偏滑角系统

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu + Dw \\ y_k = Hx_k + Nv \end{cases} \quad (3-1)$$

其中,  $x_k \in \mathbb{R}^4$  是状态向量,  $y_k \in \mathbb{R}^3$  是测量输出,  $u \in \mathbb{R}^2$  是控制输入,  $A$ 、 $B$ 、 $D$ 、 $H$  和  $N$  是合适维数的已知矩阵,  $w \in \mathbb{R}^m$  是过程噪声,  $v \in \mathbb{R}^n$  是测量噪声。

**假设 3.1:** 过程噪声  $w$  和测量噪声  $v$  是相互独立的零均值截断高斯白噪声(其中  $-\bar{w} \leq w \leq \bar{w}$  和  $-\bar{v} \leq v \leq \bar{v}$ , 且  $\bar{w} > 0$ ,  $\bar{v} > 0$ ) 且已知协方差  $R > 0$  和  $Q > 0$ 。

#### 3.1.2 二进制编解码方案

参考第二章二进制编码方案,经过二进制编解码之后,得到最终测量值。考虑原始测量值  $y_k$  存在丢失,且丢失服从二项分布,用  $\varsigma_k$  表示,  $\varsigma_k$  服从伯努利分布,其具有

$$\begin{aligned} \Pr\{\varsigma_k = 1\} &= \bar{\varsigma} \\ \Pr\{\varsigma_k = 0\} &= 1 - \bar{\varsigma} \end{aligned}$$

其中  $0 \leq \bar{\varsigma} \leq 1$ 。

易知

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\varsigma_k) &= \bar{\varsigma} \\ \text{Var}(\varsigma_k) &= \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma}) \end{aligned}$$

设最终测量值为  $\bar{y}_k$ ，则最终测量值可表示为

$$\bar{y}_k \triangleq \varsigma_k \tilde{y}_k = \varsigma_k y_k + \varsigma_k s_k + \varsigma_k r_k \quad (3-2)$$

### 3.1.3 滤波器的设计

基于接收到的测量值  $\bar{y}_k$ ，为系统(3-1)构造以下滤波器

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} &= A\hat{x}_{k|k} + Bu \\ \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(\bar{y}_{k+1} - \bar{\varsigma} H\hat{x}_{k+1|k}) \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中  $\hat{x}_{k+1|k}$  是一步预测， $\hat{x}_{k|k}$  是状态  $x_k$  在  $k$  时刻的估计， $K_{k+1}$  是滤波器增益。初始估计值设为  $\hat{x}_{0|0} = \bar{x}_0$ 。

将滤波误差和滤波误差协方差分别描述为

$$\begin{aligned} e_{k+1|k+1} &\triangleq x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1} \\ L_{k+1|k+1} &\triangleq \mathbb{E}\{e_{k+1|k+1}(e_{k+1|k+1})^T\} \end{aligned}$$

在本文中，首先推导出滤波误差协方差  $L_{k+1|k+1}$  的上界，然后给出在二进制编码方案存在下的滤波器增益。

## 3.2 主要结果

### 3.2.1 滤波器设计

在本节中，设计期望的滤波器增益矩阵，使滤波误差协方差的上界最小。

**引理 3.1<sup>[51]</sup>**：假设  $A$  和  $B$  和  $X = X^T \geq 0$  是具有适当维数的矩阵。对于任意正标量  $\varepsilon$ ，下列不等式成立

$$AXB^T + BXA^T \leq \varepsilon AXA^T + \varepsilon^{-1} BXB^T$$

假设

$$\begin{aligned} e_{k|k} &= x_k - \hat{x}_{k|k} \\ e_{k+1|k} &= x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} \end{aligned}$$

则由(3-1)和(3-3)可得

$$\begin{aligned} e_{k|k} &= (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} \\ &\quad - (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k - \varsigma_k K_k N v \\ &\quad - \varsigma_k K_k s_k - \varsigma_k K_k r_k \\ e_{k+1|k} &= A e_{k|k} + D w \end{aligned} \quad (3-4)$$

定义

$$\begin{aligned} L_{k|k} &= \mathbb{E}\{e_{k|k} e_{k|k}^T\} \\ L_{k+1|k} &= \mathbb{E}\{e_{k+1|k} e_{k+1|k}^T\} \end{aligned} \quad (3-5)$$

由于存在传输误差，精确的估计误差协方差很难得到。因此，下面通过引理给出  $L_{k|k}$  的上界。

**引理 3.2:** 假设  $\Gamma_{k|k-1}$  和  $\Gamma_{k|k}$  是以下耦合黎卡提方程组的解

$$\begin{aligned} \Gamma_{k|k-1} &\triangleq A L_{k|k} A^T + D Q D^T \Gamma_{k|k} \\ \Gamma_{k|k} &\triangleq (1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)(I - \bar{\varsigma} K_k H) \\ &\quad \times L_{k|k-1} (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \\ &\quad + \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma}) K_k H \bar{\alpha}_{k+1} H^T K_k^T \\ &\quad + \bar{\varsigma} K_k N R N^T K_k^T \\ &\quad + (1 + \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4) \bar{\varsigma} K_k \bar{s}_k K_k^T \\ &\quad + (1 + \varepsilon_3^{-1} + \varepsilon_4^{-1}) \frac{\delta^2}{4} \bar{\varsigma} K_k K_k^T \end{aligned} \quad (3-6)$$

初始条件  $\Gamma_{0|0} = L_{0|0} = L_0$ 。则可以推出  $L_{k|k} \leq \Gamma_{k|k}$ 。

**证明:** 采用数学归纳法来证明引理。已知初始条件为  $L_{0|0} \leq \Gamma_{0|0}$ 。假设

$$L_{k-1|k-1} \leq \Gamma_{k-1|k-1}, \text{ 要证明 } L_{k|k} \leq \Gamma_{k|k}。$$

从式(3-4)中，有

$$\begin{aligned} L_{k|k-1} &= \mathbb{E}\{(A e_{k|k} + D w)(A e_{k|k} + D w)^T\} \\ &= A L_{k|k} A^T + D Q D^T \end{aligned} \quad (3-7)$$

进一步得到

$$L_{k|k-1} \leq \Gamma_{k|k-1} \quad (3-8)$$

下面，证明  $L_{k|k} \leq \Gamma_{k|k}$ 。滤波误差协方差  $L_{k|k}$  的推导如下

$$\begin{aligned}
 L_{k|k} &= \mathbb{E} \left\{ ((I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} - (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k - \varsigma_k K_k N v \right. \\
 &\quad \left. - \varsigma_k K_k s_k - \varsigma_k K_k r_k) ((I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} - (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \right. \\
 &\quad \left. - \varsigma_k K_k N v - \varsigma_k K_k s_k - \varsigma_k K_k r_k)^T \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \right. \\
 &\quad + (\varsigma_k - \bar{\varsigma})^2 K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T + \varsigma_k^2 K_k N v v^T N^T K_k^T \\
 &\quad + \varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T + \varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T \left. \right\} - \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T \right. \\
 &\quad + (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \left. \right\} - \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} \varsigma_k v^T N^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k N v e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \left. \right\} - \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} \varsigma_k s_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k s_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \left. \right\} - \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} \varsigma_k r_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k r_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k v^T N^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k N v (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k s_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k s_k (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k r_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k r_k (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ \varsigma_k K_k N v \varsigma_k s_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k s_k \varsigma_k v^T N^T K_k^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ \varsigma_k K_k N v \varsigma_k r_k^T K_k^T \right. \\
 &\quad + \varsigma_k K_k r_k \varsigma_k v^T N^T K_k^T \left. \right\} + \mathbb{E} \left\{ \varsigma_k K_k s_k \varsigma_k r_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k r_k \varsigma_k s_k^T K_k^T \right\}
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E} \left\{ (I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \right\} &= (I - \bar{\varsigma} K_k H) L_{k|k-1} (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T \\
 \mathbb{E} \left\{ (\varsigma_k - \bar{\varsigma})^2 K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T \right\} &= \bar{\varsigma} (1 - \bar{\varsigma}) \mathbb{E} \left\{ K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T \right\}
 \end{aligned}$$

令  $\alpha_k = \mathbb{E}(x_k x_k^T)$ ，根据(3-1)，有

$$\begin{aligned}
 \alpha_{k+1} &= \mathbb{E}(x_{k+1} x_{k+1}^T) \\
 &= \mathbb{E} \left\{ (A x_k + B u + D w) (A x_k + B u + D w)^T \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ A x_k x_k^T A^T + B u u^T B^T + D w w^T D^T + A x_k u^T B^T + B u x_k^T A^T \right. \\
 &\quad \left. + A x_k w^T D^T + D w x_k^T A^T + B u w^T D^T + D w u^T B^T \right\}
 \end{aligned}$$

其中

$$\mathbb{E}(A x_k x_k^T A^T) = A \alpha_k A^T$$

$$\mathbb{E}(B u u^T B^T) = B u u^T B^T$$

$$\mathbb{E}(D w w^T D^T) = D Q D^T$$

根据引理 3.1



$$\begin{aligned}\mathbb{E}(Ax_k u^T B^T + Bu x_k^T A^T) &\leq \varepsilon_1 \mathbb{E}(Ax_k x_k^T A^T) + \varepsilon_1^{-1} \mathbb{E}(Buu^T B^T) \\ &= \varepsilon_1 Ax_k x_k^T A^T + \varepsilon_1^{-1} Buu^T B^T\end{aligned}$$

由于  $w \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ , 则  $\mathbb{E}(Ax_k w^T D^T + Dw x_k^T A^T) = 0$ ,  $\mathbb{E}(Bu w^T D^T + Dw u^T B^T) = 0$ 。则

$\alpha_{k+1}$  满足

$$\begin{aligned}\alpha_{k+1} &\leq A\alpha_k A^T + Buu^T B^T + DQD^T + \varepsilon_1 Ax_k x_k^T A^T + \varepsilon_1^{-1} Buu^T B^T \\ &= (1 + \varepsilon_1)A\alpha_k A^T + (1 + \varepsilon_1^{-1})Buu^T B^T + DQD^T\end{aligned}$$

令  $\bar{\alpha}_{k+1} = (1 + \varepsilon_1)A\alpha_k A^T + (1 + \varepsilon_1^{-1})Buu^T B^T + DQD^T$ , 则  $\alpha_{k+1} \leq \bar{\alpha}_{k+1}$ , 可以得到

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{(\varsigma_k - \bar{\varsigma})^2 K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T\} &= \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma}) \mathbb{E}\{K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T\} \\ &= \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma}) K_k H \alpha_k H^T K_k^T \\ &\leq \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma}) K_k H \bar{\alpha}_k H^T K_k^T\end{aligned}$$

式(3-9)中  $\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k N v v^T N^T K_k^T\}$  可写为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k N v v^T N^T K_k^T\} &= \mathbb{E}(\varsigma_k^2) K_k N v v^T N^T K_k^T \\ &= \bar{\varsigma} K_k N R N^T K_k^T\end{aligned}$$

在式(3-9)的  $\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T\}$  中, 令  $\mathbb{E}(s_k s_k^T) = \text{Var}(s_k) + \mathbb{E}^2(s_k) = \bar{s}_k$ , 则

$$\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T\} = \bar{\varsigma} K_k \bar{s}_k K_k^T$$

同时, 式(3-9)中  $\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T\} = \bar{\varsigma} \mathbb{E}\{K_k r_k r_k^T K_k^T\}$ 。根据引理 2.1, 截断误差

$r_k$  具有零均值和有界方差, 即  $\mathbb{E}\{r_k\} = 0$  且  $\mathbb{E}\{r_k^2\} \leq \frac{\delta^2}{4}$ 。则

$$\mathbb{E}\{\varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T\} = \bar{\varsigma} \mathbb{E}\{K_k r_k r_k^T K_k^T\} \leq \frac{\delta^2}{4} \bar{\varsigma} K_k K_k^T$$

式(3-9)中, 由于  $\mathbb{E}(\varsigma_k) = \bar{\varsigma}$ ,  $\varsigma_k$  服从伯努利分布, 测量噪声  $v \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ , 则

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{(I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T + (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{(I - \bar{\varsigma} K_k H) e_{k|k-1} \varsigma_k v^T N^T K_k^T + \varsigma_k K_k N v e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma} K_k H)^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{(\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k v^T N^T K_k^T + \varsigma_k K_k N v (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{(\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k s_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k s_k (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{(\varsigma_k - \bar{\varsigma}) K_k H x_k \varsigma_k r_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k r_k (\varsigma_k - \bar{\varsigma}) x_k^T H^T K_k^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{\varsigma_k K_k N v_k \varsigma_k s_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k s_k \varsigma_k v_k^T N^T K_k^T\} &= 0 \\ \mathbb{E}\{\varsigma_k K_k N v_k \varsigma_k r_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k r_k \varsigma_k v_k^T N^T K_k^T\} &= 0\end{aligned}$$

根据引理 3.1, 有以下三组不等式成立

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\left\{(I - \bar{\varsigma}K_k H)e_{k|k-1}\varsigma_k s_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k s_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma}K_k H)^T\right\} \\
 & \leq \varepsilon_2 \mathbb{E}\left\{(I - \bar{\varsigma}K_k H)e_{k|k-1}e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma}K_k H)^T\right\} + \varepsilon_2^{-1}(\varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T) \\
 & \mathbb{E}\left\{(I - \bar{\varsigma}K_k H)e_{k|k-1}\varsigma_k r_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k r_k e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma}K_k H)^T\right\} \\
 & \leq \varepsilon_3 \mathbb{E}\left\{(I - \bar{\varsigma}K_k H)e_{k|k-1}e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma}K_k H)^T\right\} + \varepsilon_3^{-1}\mathbb{E}(\varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T) \\
 & \mathbb{E}\left\{\varsigma_k K_k s_k \varsigma_k r_k^T K_k^T + \varsigma_k K_k r_k \varsigma_k s_k^T K_k^T\right\} \\
 & \leq \varepsilon_4 \mathbb{E}(\varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T) + \varepsilon_4^{-1}\mathbb{E}(\varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T)
 \end{aligned}$$

则  $L_{k|k}$  满足下式

$$\begin{aligned}
 L_{k|k} & \leq (1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)\mathbb{E}\left\{(I - \bar{\varsigma}K_k H)e_{k|k-1}e_{k|k-1}^T (I - \bar{\varsigma}K_k H)^T\right\} \\
 & \quad + \mathbb{E}\left\{(\varsigma_k - \bar{\varsigma})^2 K_k H x_k x_k^T H^T K_k^T\right\} + \mathbb{E}\left\{\varsigma_k^2 K_k N v v^T N^T K_k^T\right\} \\
 & \quad + (1 + \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4)\mathbb{E}\left\{\varsigma_k^2 K_k s_k s_k^T K_k^T\right\} + (1 + \varepsilon_3^{-1} + \varepsilon_4^{-1})\mathbb{E}\left\{\varsigma_k^2 K_k r_k r_k^T K_k^T\right\} \\
 & \leq (1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)(I - \bar{\varsigma}K_k H)L_{k|k-1}(I - \bar{\varsigma}K_k H)^T \\
 & \quad + \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma})K_k H \bar{\alpha}_k H^T K_k^T + \bar{\varsigma}K_k N v v^T N^T K_k^T \\
 & \quad + (1 + \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4)\bar{\varsigma}K_k \bar{s}_k K_k^T + (1 + \varepsilon_3^{-1} + \varepsilon_4^{-1})\frac{\delta^2}{4}\bar{\varsigma}K_k K_k^T
 \end{aligned}$$

可得  $L_{k|k} \leq \Gamma_{k|k}$ 。

**定理 3.1:** 滤波误差协方差的上界被下面的增益矩阵最小化

$$K_k = \bar{\varsigma}(1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)\Gamma_{k|k-1}H^T \varrho_k^{-1} \quad (3-10)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \varrho_k & \triangleq \bar{\varsigma}^2(1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)H\Gamma_{k|k-1}H^T \\
 & \quad + \bar{\varsigma}(1 - \bar{\varsigma})H\bar{\alpha}_k H^T \\
 & \quad + \bar{\varsigma}(1 + \varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_4)\bar{s}_k \\
 & \quad + \bar{\varsigma}(1 + \varepsilon_3^{-1} + \varepsilon_4^{-1})\frac{\delta^2}{4}I \\
 & \quad + \bar{\varsigma}NRN^T
 \end{aligned}$$

**证明:** 显然, 如果矩阵  $\Gamma_{k|k}$  在每个时刻都最小化, 则上界  $\Gamma_{k|k}$  达到其最小值。

对  $\text{tr}\{\Gamma_{k|k}\}$  关于  $K_k$  求导

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \text{tr}\{\Gamma_{k|k}\}}{\partial K_k} = & -2\bar{\zeta}(1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)\Gamma_{k|k-1}H^T \\
 & + 2\bar{\zeta}^2(1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)K_k H \Gamma_{k+1|k} H^T \\
 & + 2\bar{\zeta}(1-\bar{\zeta})K_k H \bar{\alpha}_k H^T \\
 & + 2\bar{\zeta}(1+\varepsilon_2^{-1}+\varepsilon_4)K_k \bar{s}_k \\
 & + 2\bar{\zeta}(1+\varepsilon_3^{-1}+\varepsilon_4^{-1})\frac{\delta^2}{4}K_k \\
 & + 2\bar{\zeta}K_k N R N^T
 \end{aligned} \tag{3-11}$$

通过设置  $(\partial \text{tr}\{\Gamma_{k|k}\} / \partial K_k) = 0$ ，滤波器增益  $K_k$  确定如下：

$$K_k = \bar{\zeta}(1+\varepsilon_2+\varepsilon_3)\Gamma_{k|k-1}H^T \varrho_k^{-1} \tag{3-12}$$

证明完成。

### 3.3 数值仿真实验

为验证所设计递归滤波器的性能，本节通过数值仿真实验进行验证分析。

$$\begin{aligned}
 N_k = & \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.6 & 0.3 \\ -0.2 & -0.6 & 0.2 & 0.5 \\ 0.4 & 0.8 & 0.6 & 0.3 \\ -0.3 & -0.7 & -0.8 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad D_k = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0.8 & -0.6 & 0.3 & 0.4 \\ 0.6 & 0.5 & -0.2 & 0.6 \\ 0.7 & 0.3 & 0.9 & -0.3 \end{bmatrix} \\
 C_k = & \begin{bmatrix} 1.8 & 2.5 & 1.6 & 1.3 \\ 3 & 4 & 1.2 & 2.1 \\ 2.2 & 3.2 & 0.6 & 2.8 \\ 1.6 & 2.8 & 3.6 & 4.5 \end{bmatrix}, \quad Q_k = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.08 & 0.6 & 0 \\ 0.02 & -0.06 & 0 & 0.05 \\ 0.04 & 0 & 0.06 & 0.03 \\ 0 & -0.07 & -0.8 & 0.02 \end{bmatrix} \\
 R_k = & \begin{bmatrix} 8 & 8 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \\ 4 & 8 & 5 & 3 \\ 0 & 7 & 8 & 12 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

初始值设置为

$$\hat{x}_{0|0} = \mathbb{E}\{x_0\} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad P_0 = \Pi_{0|0} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.05 & 0.03 & 0 \\ 0.03 & 0.04 & 0 & 0.01 \\ 0.02 & 0 & 0.06 & 0.02 \\ 0 & 0.08 & 0.06 & 0.01 \end{bmatrix}$$

其它参数设为

$$U_k = I, \quad p = 0.01, \quad \delta = 0.08, \quad L = 8, \quad \varepsilon = 0.1, \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0.06$$

基于给定的系统参数，图 3-1 和图 3-4 分别给出了各状态分量( $x_k^1 - x_k^4$ )的真实轨迹与估计结果( $\hat{x}_k^1 - \hat{x}_k^4$ )的对比。仿真结果表明，随着时间推进，所有状态分量的估计值均能有效收敛至真实值。该结果验证了二进制编码方案下的滤波设计在实际应用中的有效性。

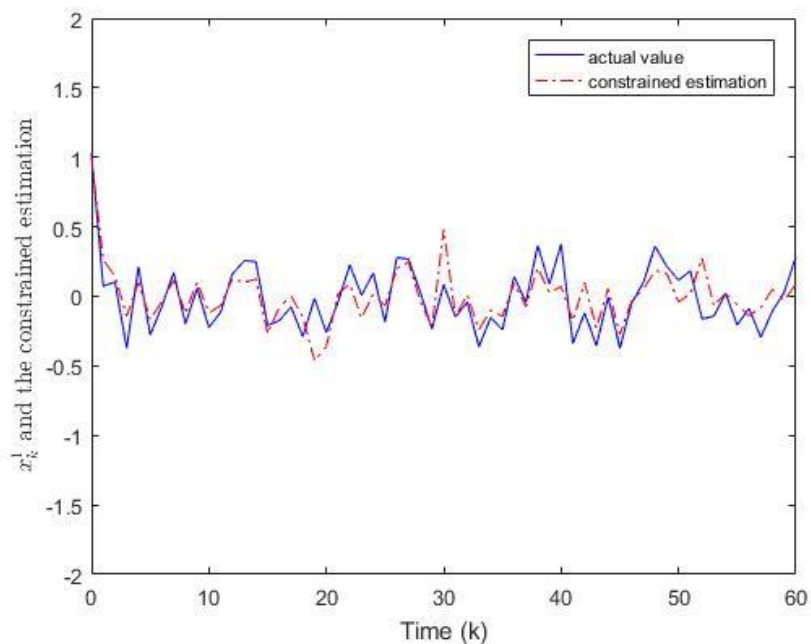


图 3-1 状态  $x_k^1$  和估计  $\hat{x}_k^1$  的轨迹

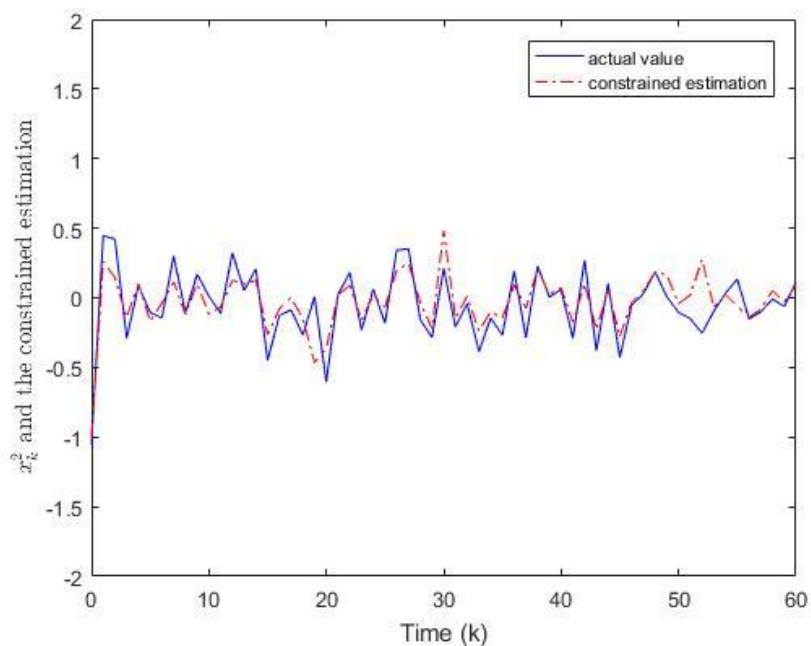


图 3-2 状态  $x_k^2$  和估计  $\hat{x}_k^2$  的轨迹

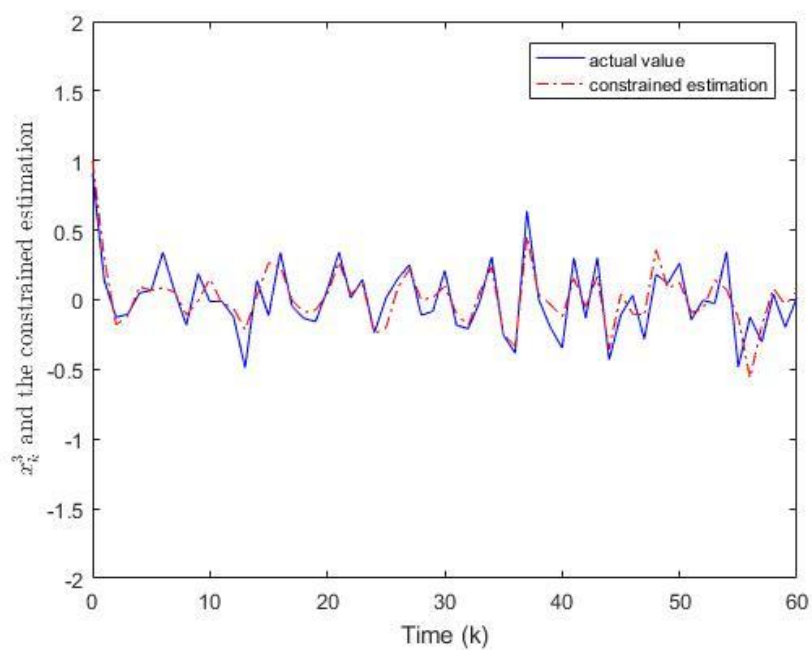


图 3-3 状态  $x_k^3$  和估计  $\hat{x}_k^3$  的轨迹

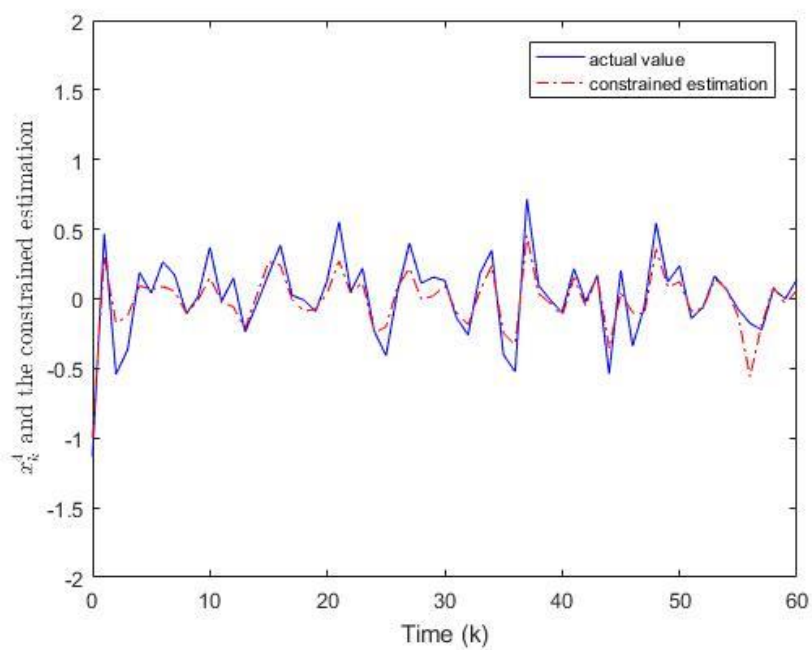


图 3-4 状态  $x_k^4$  和估计  $\hat{x}_k^4$  的轨迹

### 3.4 本章总结

本章利用二进制编码方案研究了偏滑角系统中的信号传输问题,并额外考虑了一个满足二项分布的信号丢失,进行了递归滤波问题的研究。在本章中,设计了一个滤波器,使其滤波误差协方差存在上界,并进一步的推导出这个上界的具体数学表达式。然后,给出滤波器增益的数学表达式。最后,设计了数值仿真实验,实验结果表明所提出滤波器设计方案能够进行有效的估计。

## 第4章 总结与展望

### 4.1 总结

本文研究了编解码情形下智能网联汽车偏滑角的控制问题,并分别研究了二进制编解码情形下智能网联汽车车身偏滑角控制问题,和考虑信号丢失的二进制编码方案的偏滑角系统的滤波问题。

首先,主要研究了二进制编解码情形下车辆偏滑角的最终有界控制问题。根据偏滑角系统的测量输出设计状态观测器,对系统的状态进行有效估计。然后,设计控制器,利用李雅普诺夫稳定性理论和代数图论,证明在该控制器下,偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方上是指数最终有界的,且具有最小的最终界。最后,利用线性矩阵不等式求解观测器和控制器增益,利用仿真验证了所提方法的有效性。

其次,针对一类偏滑角系统,基于二进制编解码方案研究了其滤波问题,同时,在使用二进制编解码时,考虑了一个满足二项分布的信号丢失情况。研究首先构建了相应的滤波器,利用黎卡提差分方程,求解出滤波增益。接着,利用李雅普诺夫函数求解滤波估计误差协方差的上界,从而推导出满足期望要求的滤波算法。最终,通过数值仿真验证了此滤波器的可行性和有效性。

本文的创新点如下:

第一,目前对于智能网联汽车偏滑角系统控制问题的研究已经相当成熟,但是在二进制编码方案下,对偏滑角系统的估计状态差的有界问题研究较少。因此,本文从工程实际的角度出发,考虑了估计状态差对偏滑角系统信号传输的影响,首先,根据偏滑角系统的测量输出设计状态观测器,其次,利用估计状态差设计控制器,证明在该控制器下,偏滑角系统在二进制编解码情形下的系统状态在均方上是指数最终有界的。最后,通过一个算例验证了所设计控制器的有效性。

第二,针对偏滑角系统,在采用二进制编码方案时,考虑了一个满足二项分布的信号丢失情形。在综合考虑编解码过程中的信号丢失以及测量噪声等因素的基础上,有效减少了信号传输过程中的丢失现象,显著提升了数据流传输的完整性。针对这些因素引起的数据失真问题,设计了一种相应的滤波器,以优化系统

性能。

## 4.2 展望

本文基于二进制编码方案,分别对智能网联汽车车身偏滑角估计状态差问题以及考虑信号丢失的偏滑角系统滤波问题进行了研究。然而,由于本人学术能力有限,且对问题的分析和考虑尚不够全面,因此仍需开展更深入的研究。以下是对未来潜在研究方向的几点思考:

1、本文针对一类偏滑角系统进行研究,但在实际工程应用中,系统可能受到非线性约束、不等式约束或多种约束条件的共同影响,这些约束往往由物理条件或安全因素决定。在编码解码过程中,比特翻转、数据丢包以及网络干扰等现象会对系统状态估计带来新的挑战,这些问题值得进一步深入研究。

2、目前的研究成果仍停留在理论阶段,如何将现有成果应用于无人机侦查和智能网联汽车自动驾驶等实际工程场景,是一个值得探索的重要方向。



## 参考文献

- [1] 赵文博. 双碳战略下的智能网联新能源汽车[J]. 智能网联汽车, 2022(01): 7-9.
- [2] 冉斌, 谭华春, 张健, 等. 智能网联交通技术发展现状及趋势[J]. 汽车安全与节能学报, 2018, 9 (2): 119-130.
- [3] 中国汽车工业协会, 中国汽车技术研究中心, 丰田汽车公司. 中国汽车工业发展年度报告(2018)[M]. 北京: 社会科学文献出版社, 2018.
- [4] 新华网. 2018 年我国小汽车突破 2 亿辆[BE/OL]. 2019.
- [5] L Li, X Li, C Cheng, et al. Research collaboration and ITS topic evolution: 10 years at T-ITS[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11(3): 517-523.
- [6] 傅贵. 城市智能交通动态预测模型的研究及应用[D]: [博士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 2014.
- [7] 节能与新能源汽车技术路线图战略咨询委员会. 节能与新能源汽车技术路线图[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016.
- [8] L Yin, Q Ni, Z Deng. A GNSS/5G integrated positioning methodology in D2D communication networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2018, 36(2): 351-362.
- [9] X Chu, Z Lu, L Wan, et al. Multi-Path Assisted Cooperative Radio-Based Localization for Con-nected Vehicles[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 44(2): 116.
- [10] R Mendrzik, F Meyer, G Bauch, et al. Enabling situational awareness in millimeter wave massive MIMO systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2019, 13(5): 1196-1211.
- [11] K B Ahmad, M Sahmoudi, C Macabiau. Characterization of GNSS receiver position errors for user integrity monitoring in urban environments[A]. Proceedings of the 2014 European Navigation Conference (ENC)-GNSS[C]. 2014.
- [12] J S Yedidia, W T Freeman, Y Weiss, et al. Understanding belief propagation and its generalizations[J]. Exploring artificial intelligence in the new millennium, 2003, 8(236-239): 0018-9448.
- [13] J Pearl. Cognitive Systems Laboratory, School of Engineering and Applied Science,

1982.

- [14]J Liu, X Liao, J Dong, et al. A neurodynamic approach for nonsmooth optimal power consumption of intelligent and connected vehicles[J]. *Neural Networks*, 2023, 161: 693-707.
- [15]A Li, C Niu, X Sun, Y Jiang, et al. Research on speed predictive control system of intelligent connected vehicle based on V2X[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2024.
- [16]S Zhang, K Liu, H Xu, et al. A cooperative planning and control method for Intelligent connected agricultural vehicles considering virtual lanes[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(22): 35950-35963.
- [17]T Zhang, W Guan, H Miao, et al. Vsrq: Quantitative assessment method for safety risk of vehicle intelligent connected system[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, 74(2): 2635-2651.
- [18]Y Wang, N Lyu, J Wen. Game theory-based mandatory lane change model in intelligent connected vehicles environment[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2024, 132: 146-165.
- [19]Y Hori. Future vehicle driven by electricity and control-Research on 4 wheel motored “UOT March II”[J]. *7th International Workshop on Advanced Motion Control Proceedings*, 2004, 51(5): 954-962.
- [20]C Geng, L Mostefai, M Denai, et al. Direct Y aw moment control of an in-wheel-motored electric vehicle based on body slip angle fuzzy observer[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(5): 1411-1419.
- [21]A T van Zanten. Bosch ESP systems: 5 years of experience[J]. *SAE transactions*, 2000, 109: 428-436.
- [22]Y Aoki, T Uchida, and Y Hori. Experimental demonstration of body slip angle control based on a novel linear observer for electric vehicle[J]. *31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society*, 2005, 6-10.
- [23]C Arndt, J Karidas, and R Busch. Design and validation of a vehicle state estimator[J]. *Proc. A VEC*, 2004, 41-45.
- [24]G Phanomchoeng, R Rajamani, and D Piyabongkarn. Nonlinear observer for bounded Jacobian systems, with applications to automotive slip angle estimation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(5): 1163-1170.
- [25]F Gustafsson. Slip-based tire-road friction estimation[J]. *Automatica*, 1997, 33: 1087-1099.

- 
- [26]F Gustafsson. Estimation and change detection of tire-road friction using the wheel slip[J]. Proceedings of Joint Conference on Control Applications Intelligent Control and Computer Aided Control System Design, 1996, 99-104.
  - [27]Z Dong, X Xu, S He, et al. Tire slip angle estimation based lateral stability control strategy for trajectory tracking scenarios of DDAEV[J]. Control Engineering Practice, 2025, 161: 106343.
  - [28]J Lee, S Yim. Path Tracking control with constraint on tire slip angles under low-friction road conditions[J]. Applied Sciences, 2024, 14(3): 1066.
  - [29]G Novotny, Y Liu, W Morales-Alvarez, et al. Vehicle side-slip angle estimation under snowy conditions using machine learning[J]. Integrated Computer-Aided Engineering, 2024, 31(2): 117-137.
  - [30]X Q Sun, Z Q Quan, Y F Cai, et al. Direct tire slip angle estimation using intelligent tire equipped with PVDF sensors[J]. IEEE-ASME Transactions on Mechatronics, 2024, 30(2): 1190-1200.
  - [31]L Liu, L Ma, J Guo, et al. Distributed set-membership filtering for time-varying systems: A coding-decoding-based approach[J]. Automatica, 2021, 129: 109684.
  - [32]J Mao, D Ding, G Wei, et al. Networked recursive filtering for time-delayed nonlinear stochastic systems with uniform quantisation under Round-Robin protocol[J]. International Journal of Systems Science, 2019, 50(4): 871-884.
  - [33]L Wang, Z Wang, G Wei, et al. Observer-based consensus control for discrete-time multiagent systems with coding-decoding communication protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(12): 4335-4345.
  - [34]Z Wang, L Wang, S Liu, et al. Encoding-decoding-based control and filtering of networked systems: Insights, developments and opportunities[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2017, 5(1): 3-18.
  - [35]M M Rana, L Li, and S Su. Distributed state estimation using RSC coded smart grid communications[J]. IEEE Access, 2015, 3: 1340-1349.
  - [36]P Correia, P A Assuncao, and V Silva. Multiple description of coded video for path diversity streaming adaptation[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2012, 14(3): 923-935.
  - [37]A Farhadi and C D Charalambous. Robust coding for a class of sources: Applications in control and reliable communication over limited capacity

- hr/>
- channels[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(12): 1005-1012.
- [38] A Farhadi and C D Charalambous. Stability and reliable data reconstruction of uncertain dynamic systems over finite capacity channels[J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 889-896.
- [39] G N Nair. A nonstochastic information theory for communication and state estimation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(6): 1479-1510.
- [40] D Liberzon, J P Hespanha. Stabilization of nonlinear systems with limited information feedback[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 910-915.
- [41] C de Persis. Nonlinear stabilizability via encoded feedback: The case of integral ISS systems[J]. *Automatica*, 2006, 42(10): 1813-1816.
- [42] D Liberzon. Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals[J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 1543-1554.
- [43] Q Ling. Bit rate conditions to stabilize a continuous-time scalar linear system based on event triggering[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(8): 4093-4100.
- [44] D Simon, L Chia. Kalman filtering with state equality constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(1): 128-136.
- [45] Y Wang, B M Nguyen, H Fujimoto, et al. Multirate estimation and control of body slip angle for electric vehicles based on onboard vision system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 61(2): 1133-1143.
- [46] H Leung, C Seneviratne, M Xu. A novel statistical model for distributed estimation in wireless sensor networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(12): 3154-3164.
- [47] S Boyd, L E Ghaoui, E Feron, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*[M]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [48] Y Liu, Z Wang, L Ma, et al. A partial-nodes-based information fusion approach to state estimation for discrete-time delayed stochastic complex networks[J]. *Information Fusion*, 2019, 49: 240-248.
- [49] Z Wang, F Yang, D W C Ho, et al. Robust  $H_\infty$  control for networked systems with random packet losses[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2007, 37(4): 916-924.
- [50] Y Wang, B M Nguyen, H. Fujimoto, et al. Multirate estimation and control of body slip angle for electric vehicles based on onboard vision system[J]. *IEEE*

Transactions on Industrial Electronics, 2013, 61(2): 1133-1143.

- [51]Q Li, Z Wang, N Li, et al. A dynamic event-triggered approach to recursive filtering for complex networks with switching topologies subject to random sensor failures[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(10): 4381-4388.

## 攻读硕士期间取得的学术成果

- [1] 张心怡, 王奕, 黄志成. 第一届安徽省高校智能机器人创意大赛省级三等奖.
- [2] 张心怡, 刘宏建. 二进制编解码情形下智能网联汽车车身偏滑角控制[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)

## 致 谢

时光荏苒，转眼间我的研究生学习生涯即将结束。回首这段求学之路，感慨万千。在此，我谨向所有帮助、支持和关心我的人致以最诚挚的感谢。

首先，我要衷心感谢我的导师刘宏建教授和谭海龙副教授。在研究生学习期间，导师始终给予我悉心的指导和关怀。从论文的选题、研究思路的设计，到论文的撰写和修改，导师都倾注了大量的心血。导师渊博的学识、敏锐的学术洞察力和严谨的治学态度使我受益匪浅，不仅让我在学术研究上取得了进步，更让我懂得了如何做学问、如何做人。导师对我的信任和鼓励，让我在面对困难和挫折时充满信心和勇气。能在研究生阶段遇到良师，是我莫大的幸运。在此，向导师表示我最诚挚的感谢和最崇高的敬意。

其次，我要感谢我的父母，你们是我坚实的后盾。无论遇到什么困难，你们总是给予我无条件的支持和鼓励，用无私的爱为我遮风挡雨。有了你们的辛勤付出和默默奉献，我才能够安心地追求学业。父母的期望和信任是我前进的动力，我会永远铭记父母的养育之恩。

此外，我要感谢我的同学们以及 507 实验室的全体成员，在研究生期间，我们一起学习、一起讨论、一起成长。特别是我的同门李中原、申亚港、王博、王也、徐雯瑶，我们在科研和生活中互相帮助、互相支持，共同度过了许多难忘的时光。感谢同学们在我遇到问题时给予的帮助和建议，感谢我们一起度过的快乐时光。这些回忆将成为我人生中宝贵的财富。

我要感谢安徽工程大学数理与金融学院的各位老师。在研究生阶段的学习中，老师们传授的专业知识和研究方法为我打下了坚实的理论基础。同时，学院提供的良好学术氛围和科研平台也让我能够顺利完成论文的研究工作。

最后，感谢所有参与论文评审和答辩的专家、教授。你们的宝贵意见和建议将帮助我进一步完善论文，也让我对未来的学术研究充满信心。

研究生阶段的学习虽然告一段落，但这并不是终点，而是新的起点。我将带着这段宝贵的经历，继续在学术和人生的道路上砥砺前行。