

分类号: (F224.1, O211.6)

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2221010108

题 目 不确定环境下可持续金融福利问题研究

英文并列

题 目 Research on the Welfare Issues of Sustainable
Finance under Uncertain Environment

学生姓名: 李学增

指导教师: 费为银 教授

专 业: 金融

研究方向: 气候金融

论文答辩日期: 2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：李学增

日期：2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：李学增

日期：2025 年 5 月 14 日

指导教师签名：

日期：2025 年 5 月 14 日

不确定环境下可持续金融福利问题研究

摘 要

可持续金融是以促进经济、社会和环境的可持续发展为目标的金融活动，在应对气候变暖等全球性挑战上具有重要意义。本文从社会规划者角度设置了一个规定，该规定核心在于通过影响企业的资本成本来激励企业进行改革。为减灾支出贡献资金的企业会享受到更低的资本成本，而减灾支出被主要用作脱碳资本的积累，更多的脱碳资本会降低和减缓天气灾害和气候临界点的发生率，从而降低全球变暖对经济体和居民福祉的损害。

首先，我们将通胀风险建模为受到泊松跳过程驱动的随机微分方程，研究带跳的通胀风险对可持续金融福利结果的影响。研究表明：在通胀风险的影响下，获得可持续资质的企业随着通胀风险的增加，其资本成本会降低。不可持续企业和可持续企业之间的必要报酬率差额会随着通胀风险的增加而减少。脱碳资本存量同样也会随着通胀风险的增加而降低。这些都表明了通胀风险对于经济体脱碳有着消极的影响。此外，随着通胀风险的增加，在均衡状态下，社会最优的投资会降低，消费会上升，福利水平会下降。

其次，我们继续探讨了 Knight 不确定框架下的可持续金融福利问题。我们利用 G-Brown 运动分别刻画企业资本存量、投资组合收

益以及代理人财富的动力学方程。利用次线性期望下的最优性原理，分别推导出了企业和代理人价值所满足的哈密尔顿—雅可比—贝尔曼（HJB）方程，并接着推导出满足最优投资、消费、减灾支出和福利水平的一阶条件（FOC）和常微分方程（ODE）。通过数值模拟，得出了不同 Knight 不确定程度下各类决策变量的稳态值和随时间的变化轨迹。此外，我们还将跳冲击情景下变量的稳态值以及变化路径与 Knight 不确定情景下的结果进行了对比。研究发现：相较于跳冲击情景，在 Knight 不确定情景下的经济体会积累更多的脱碳资本，并且会有更高的福利水平。当 Knight 不确定程度增加时，最优脱碳资本存量会下降，经济体的福利水平也同样会随之下降。

最后，我们对全文进行了总结与展望。

关键词：脱碳资本，可持续金融，泊松跳过程，通胀风险，动态规划原理，Knight 不确定，次线性期望

RESEARCH ON THE WELFARE ISSUES OF SUSTAINABLE FINANCE UNDER UNCERTAIN ENVIRONMENT

ABSTRACT

Sustainable finance, as financial activities aimed at promoting economic, social, and environmental sustainability, plays a critical role in addressing global challenges such as climate warming. This paper establishes a regulatory mechanism from the perspective of a social planner, whose core lies in incentivizing corporate reforms by influencing firms' capital costs. Enterprises contributing funds to disaster mitigation expenditures enjoy lower capital costs, while such expenditures primarily facilitate the accumulation of decarbonization capital. Greater decarbonization capital reduces the frequency and severity of weather disasters and climate tipping points, thereby mitigating the damage of global warming to economies and societal welfare.

First, we model inflation risk through a stochastic differential equation driven by a Poisson jump process to investigate its impact on welfare consequences in sustainable finance. Our analysis reveals that under inflation risk, qualified sustainable enterprises experience reduced

capital costs as inflation risk intensifies. The required return differential between unsustainable and sustainable firms narrows with heightened inflation risk, while decarbonization capital stock also diminishes. These findings collectively indicate the adverse effects of inflation risk on economic decarbonization. Furthermore, increased inflation risk leads to lower socially optimal investment, higher consumption, and declining welfare levels at equilibrium.

Second, we extend the welfare issues of sustainable finance to a Knightian uncertainty framework. By characterizing the dynamics of corporate capital stock, portfolio returns, and agent wealth through G-Brownian motion, we derive the Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations for firm and agent values using the optimality principle under sublinear expectations. First-order conditions and ordinary differential equations for optimal investment, consumption, mitigation expenditures, and welfare levels are subsequently derived. Numerical simulations demonstrate the steady-state values and temporal evolution trajectories of decision variables under varying degrees of Knightian uncertainty. Additionally, we compare these results with those under jump shock scenarios, revealing that economies under Knightian uncertainty accumulate more decarbonization capital and achieve higher welfare levels than under jump shock scenarios. However, as Knightian uncertainty intensifies, optimal decarbonization capital stock declines

alongside deteriorating welfare.

Finally, we conclude with a summary and future research directions.

Li Xuezheng (Finance)

Supervised by Fei Weiyin

KEY WORDS: decarbonization capital, sustainable finance, Poisson jump process, inflation risk, dynamic programming principle, Knightian uncertainty, sublinear expectation

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	III
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 气候变化背景下可持续金融的相关研究	3
1.2.2 通胀不确定问题的相关研究	4
1.2.3 Knight 不确定问题的相关研究	5
1.3 论文内容及安排	6
第 2 章 带跳的通胀风险对可持续金融福利结果的影响	8
2.1 模型设定	8
2.1.1 基本模型设定	8
2.1.2 可持续金融投资规定	12
2.1.3 动态消费与资产配置	12
2.2 可持续金融投资规定下的均衡解	14
2.2.1 企业的优化	14
2.2.2 代理人的优化	16
2.2.3 市场均衡	19
2.2.4 带有福利最大化规定的市场经济	21
2.3 数值模拟和经济学解释	23
2.3.1 函数形式与参数设定	23
2.3.2 数值分析与经济学解释	24
2.4 本章小结	26
第 3 章 Knight 不确定对可持续金融福利结果的影响	28
3.1 模型设定	28
3.1.1 基本模型设定	28
3.1.2 动态消费与资产配置	29
3.2 可持续金融投资规定下的均衡解	30
3.2.1 企业的优化	30
3.2.2 代理人的优化	31
3.2.3 市场均衡	33
3.2.4 带有福利最大化规定的市场经济	34
3.3 考虑天气灾害和气候临界点跳冲击情景下的均衡解	36
3.4 数值模拟与经济学解释	37
3.4.1 函数形式和参数设定	37
3.4.2 Knight 不确定情景与 HWY 跳冲击情景的比较	38
3.4.3 Knight 不确定情景与 HWY 跳冲击情景下最佳过渡路径比较	

（关于时间 t 的函数）	41
3.5 本章小结	44
第 4 章 总结和展望	45
4.1 研究结论	45
4.2 研究展望	47
参考文献	48
附 录	52
附录 1	52
附录 2	58
硕士期间发表的论文	61
致 谢	62

第 1 章 绪论

1.1 研究背景和意义

几个世纪以来，人们一直在思考气候条件一如温度、降雨和暴风雨，是否以及如何影响社会的性质和经济表现^[1]。近百年来，气候变暖日益威胁着全人类的生产生活，极端天气与灾害在全世界多地区频繁发生，人类经济社会发展面临严峻挑战。为缓解气候问题，各国政府都积极采取应对措施。1992 年联合国环境与发展大会上通过了《联合国气候变化框架公约》，这是世界上第一个为应对全球变暖，控制温室气体排放而制定的国际公约。1997 年《联合国气候变化框架公约》缔约方第三次会议上通过了《京都协议书》，以法规的形式限制参与国温室气体排放。2015 年巴黎气候大会上通过的《巴黎协定》明确了全球控制温室气体的“硬指标”，即将全球平均气温控制在较工业前时代水平 2℃之内。中国作为众多气候合约的缔约方，始终致力于控制温室气体的排放。2020 年 9 月，习近平主席在第七十五届联合国大会一般性辩论上做出承诺，中国力争于 2030 年前达到碳排放峰值，于 2060 年前实现碳中和。气候变化的威胁迫使人类必须加强气候干预，科学的减少以二氧化碳为主的温室气体排放，在考虑经济发展的基础上制定相关政策，围绕最优减排执行干预措施，实现经济增长与环境保护的和谐发展。

从 20 世纪 60 年代开始，气候变化问题开始受到学术界关注和重视。随着对气候研究的深入，气候系统与经济系统之间的暗藏的关联性也逐渐浮出水面。1977 年，Nordhaus^[2]提出了开创性的气候变化经济学模型，他将二氧化碳看作联结经济系统和气候系统的纽带，这奠定了气候变化经济学作为经济学的一个独立分支学科的基础。1992 年，Nordhaus^[3]将气候变化内生到经济系统模型中，提出了划时代的气候与经济动态综合模型—DICE 模型（Dynamic Integrated Model of Climate and the Economy），DICE 模型是被广泛的用来研究最优碳减排的框架，是气候变化综合评估模型（IAM）的起源，为日后各种各样的 IAM 的创建和发展打下了坚实的基础。

气候变化威胁的根源在于温室气体，工业革命以来，包括工业生产在内的人类活动造成了以二氧化碳为主的温室气体的不断积累，地球自身现有的碳汇功

能已经无法清除大气中长期积存的过量的二氧化碳，同时更无法“消化”当下仍在持续增长的二氧化碳排放。联合国政府间气候变化专门委员会（IPCC）2021年报告指出，如果要将全球变暖温升水平控制在较工业化前 2°C 以内，全球需在 21 世纪 70 年代初达到二氧化碳净零排放。如果要将全球温升控制在 1.5°C 以内，全球需在 21 世纪 50 年代初达到碳中和目标^[4]。我国秉持“人类命运共同体”理念，在应对气候变化问题上，我国已经承诺二氧化碳排放力争于 2030 年前达到峰值，努力争取 2060 年前实现碳中和。碳中和已被确定为中国经济社会发展的重要战略目标。而实现碳中和的两个重要途径是碳增汇和碳减排，碳增汇和碳减排对于我国“双碳”目标的实现具有决定性的作用。其中，碳增汇是指通过各种自然或人工手段增加大气中二氧化碳的吸收和存储，包括森林、土壤、海洋等自然界中的碳储存库，以及通过技术手段如碳捕捉和储存（CCS）创造的人造碳储存库。碳增汇是增加地球碳汇能力，是从“吸碳”的角度解决碳排放过量的问题。而碳减排则是从源头进行控制，用政策规定来实现社会生产生活上的低碳。

碳减排和碳增汇都是人类在面临气候变化威胁时所做出的积极改变。那么在气候变化的背景下，经济体应该如何进行“脱碳”才能达到社会最优的福利水平或者实现最大的效用呢？换句话说，社会规划者安排的减排政策应当是考虑了社会福利最大化下最优的政策。本课题从社会规划者角度设置了一个规定，该规定核心在于强制代理人在投资组合中持有一定比例的可持续型企业，在均衡状态下，为减灾支出贡献资金的企业会享受到更低的资本成本，而减灾支出被主要用作脱碳资本的积累，脱碳资本被用作社会进行碳减排和碳增汇的资金来源。更多的脱碳资本会减缓天气灾害和降低气候临界点的发生率，从而降低全球变暖对经济体的损害。企业作为脱碳减排的核心，对于是否成为可持续型企业始终是中立的。虽然减灾支出没有生产性作用，无法给企业带来货币性收益，但是通过贡献脱碳资金，企业被政府强制纳入可持续型企业范畴中，从而降低了企业在市场中的融资成本，间接激励了企业进行绿色转型发展。

相比于已有的文献，我们将通胀不确定因素引入模型，在现实生活中，通胀因素会影响到企业的生产决策活动。特别是一些重大的政治经济事件，往往会使得度量通胀风险的消费价格指数出现非连续的跳跃，加大了企业所面临的通胀压力。我们在企业优化和代表性代理人优化中都考虑了这种带跳的通胀风险的影响。我们的研究揭示了企业对经济体脱碳的贡献作用在一定程度会受到通胀

风险的制约，给与了社会规划者在通胀风险维度上的政策考量。

上述的通胀不确定性是一种风险型不确定性。在这种不确定性下，风险是可以通过先验概率或者统计概率生成主观概率的不确定性。但在现实生活中，冲击的不确定性来自众多因素，这种不确定无法确定其概率分布、期望及波动情况，也被称为 Knight 不确定（又称模糊不确定、模型不确定或暧昧，参见 Knight^[5]）。而在气候经济复杂系统模型中，气候损失、生产资本积累以及投资收益等状态变量往往难以确定概率分布，模型本身的不确定性是本质的、不可消除的。在现有的气候金融建模中，无论是从模型的设定还是参数的校准都存在一定的分歧。这种分歧正是由于建模中常面临的模型模糊。本文第三章的研究对比了跳冲击情景和 Knight 不确定两种情形下的关于可持续金融的福利结果，这也是气候经济复杂建模中的两种不确定性的比较：风险型不确定和深度不确定（模型模糊）。在关于气候经济系统复杂建模，尤其是气候损失评估方面存在许多争议和分歧的今天，我们用 Knight 不确定来研究气候变化下的可持续金融问题是十分有意义的。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 气候变化背景下可持续金融的相关研究

在 Nordhaus 相关工作的基础上，许多学者开始重点研究气候系统和经济系统中各自蕴含的机理以及两者之间存在的密切复杂的联系。其中 Kelly 和 Kolstad^[6]与 Kelly 和 Tan^[7]推广了 DICE 模型，分析了温室气体排放和温度之间的未知关系。Bansal 和 Ochoa^[8]，Dell 等^{[9][10]}和 Burke 等^[11]，他们提供了经验性的证据，证明了温度对产出的增长率有负面影响。除此之外，随着气候变化问题研究的深入，为了适应研究的需要，综合评估模型在最初确定性设定的基础上被随机化。Crost 和 Traeger^[12]、Jensen 和 Traeger^[13]考虑了经济增长和损害函数中的不确定性。Ackerman 等^[14]在递归效用的框架中将气候敏感性参数的暂时不确定性引入 DICE 模型中。随着气候变化综合评估模型不断推广创新，气候变化问题的研究范围逐渐涵盖到了地球运行模式层面上，大型的气候模式与综合评估模型的耦合成为了研究的热点。对于地球气候系统而言，温室效应所造成的气

候状态变化并不始终是一个连续的过程，而是存在一个“气候临界点”。Lonton 等^[15]研究指出气候临界点是一种吸收状态，其特征是更频繁的天气灾害。Lontzek 等^[16]把气候临界点被建模为从不频繁发生天气灾害的“好的”气候状态到一种频繁发生天气灾害的具有吸收性的“差的”气候状态的泊松跳过程。Pindyck 和 Wang^[17]、Martin 和 Pindyck^[18]将“好”的和“坏”的气候状态下的天气灾害建模为具有时变发生率的跳跃过程，这种天气灾害破坏了生产性资本存量，并造成具有 Epstein-Zin 递归效用的家庭的重大福利损失。气候经济复杂系统的惯性特征和不确定性决定了气候经济模型属于随机动态优化模型，系统内诸多因素间动态关联构成模型的约束条件^[19]。Hambel 等^[20]在动态随机一般均衡模型中，研究了在满足社会效用最大化下的最优碳减排问题。Hong 等^[21]研究了均衡状态下实现社会福利最大化条件下的最优脱碳路径。他们的研究工作给与了政策规划者可以参考的政策指标水平，对于气候变化下的社会治理有着重要意义。

1.2.2 通胀不确定问题的相关研究

在经济社会发展中，无论是宏观角度还是微观层面，通货膨胀风险都是不可忽视的，较高的通胀风险将直接影响到规划者的最优决策。许多研究通胀风险的文献给与了本课题研究很好的启发：费为银等^[22]探讨了带有递归偏好的投资者在考虑通胀情形下的最优消费和投资组合，通过考虑模型误定和通胀的随机波动对消费和投资组合带来的影响。费晨等^[23]发现，过高或过低的通胀都会降低企业家的投资意愿，也不利于经济的发展，而温和的通胀将促进经济的发展，而且企业家的风险厌恶程度也会影响其投资意愿进而影响市场。费为银等^[24]在通胀环境下通过动态规划原理构建了以最优努力工作策略和股权激励为控制变量的满足公司和高管利益最大化的哈密尔顿—雅可比—贝尔曼（HJB）方程并进行了求解，分析了通胀风险对高管的股权激励和工作努力策略的影响。王光臣和吴臻^[25]研究了一类受通货膨胀影响的终端财富期望效用最大化问题，并根据股票价格和通货膨胀率的历史数据，通过数值估计给出了代理人的最优投资策略和最大期望效用。欧辉等^[26]研究了在通货膨胀风险下，一个对模型参数不确定性感到担忧的模棱两可厌恶保险人（AAI）的稳健最优投资组合与再保险问题。费

为银等^[27]构建了在通货膨胀背景下政府最优税收和债务模型，研究分析了通胀对政府最优税收和债务的影响，以及预测了我国达到债务容量的时间。费为银等^[28]在资产价格跳扩散环境下，通过数值模拟定量分析了跳和通胀因素对投资者最优资产配置策略的影响。费为银等^[29]研究分析了含糊厌恶、风险厌恶、跳和通胀因素对投资者最优资产配置策略的影响。费为银等^[30]在通胀环境和突发事件冲击下，研究了跳和通胀因素对投资者最优资产配置策略的影响。

但是本文考虑的通胀风险不同于上述文献中通胀模型的设定，我们进一步的把通胀风险建模为受到跳扩散驱动的随机微分方程，因此消费价格指数不确定源不仅仅受到布朗运动的扰动，还受到跳冲击的影响，这种设定将能够捕捉由突发事件造成的消费价格指数非连续跳跃的现象，也将更好的刻画通胀的不确定性。

1.2.3 Knight 不确定问题的相关研究

到目前为止，已经有很多学者研究了 Knight 不确定环境下的金融经济相关的问题：Chen 和 Epstein^[31]基于多先验效用连续时间跨期模型分析了风险溢价和模糊溢价的区别，认为不确定溢价中模糊溢价是不可忽略的，并给出 Knight 不确定框架下的资产定价理论。Fei^[32]采用递归多先验效用方法，研究了具有预期的 Merton 模型在模糊性和风险性存在差异时的最优消费和投资组合选择问题。Fei^[33]提出并刻画了 α -maxmin 期望效用模型（ α -MEU），并采用递归多先验效用函数，给出了 α -MEU 的表示，随后利用该框架研究了最优消费和投资组合问题，最后给出了两种特殊效用情况下的最优投资组合。费为银等^[34]在奈特不确定及机制转换环境下研究了汇率变动对跨国投资决策的影响，并且分析了不同参数水平对跨国投资的影响。Miao 和 Rivera^[35]研究了一个在隐性行为下的连续时间契约问题，其中委托人对项目现金流存在不确定的信念。委托人设计了一个稳健的契约，以最大化其在最坏情况下的效用，同时满足代理人的激励和参与约束。Berger 等^[36]提出了一种稳健的风险管理方法，以应对气候变化灾难问题，该方法同时考虑了风险和模型不确定性。结果表明，模型不确定性的结构，特别是模型分歧在减排中的变化，是最优减排的关键驱动因素，而模型不确定性要求更高水平的气候变化减排。费为银等^[37]考虑了模型误定对消费和投资组合带来的

影响，并探讨了带有递归偏好的投资者在考虑通胀情形下的最优消费和投资组合。费晨等^[38]研究了 Knight 不确定下连续时间委托—代理问题，其中主要考虑了代理人的道德风险对契约执行过程以及契约存续情况的影响最后，最后通过理论解的数值模拟，分析了 Knight 不确定对委托人和代理人最优策略以及最优契约的影响。费晨等^[39]从奈特不确定框架下研究了连续时间下面临道德风险的委托—代理问题，并分析了低道德水平代理人逆向选择对高道德水平代理人延续价值和动态最优契约执行过程的影响。费晨^[40]在非线性期望理论的框架下，研究了 G-Brown 运动驱动的系统一个具有波动模糊性的最优消费和投资组合决策问题。凌爱凡等^[41]提出一个动态鲁棒契约模型来捕捉委托—代理问题中委托人对代理人信息披露存在模糊厌恶的情形。通过该模型可以获得最优动态激励相容契约和内生的公司权益股息支付策略。同时证明了当委托人对代理人披露的信息存在极大的不信任时，最优决策要求委托人提前终止契约，并一次性向代理人支付提前终止契约的补偿。牛英杰和杨金强^[42]从行为金融学的角度，考虑经济个体的模型不确定性特征，研究了生产技术与风险资产收益分布均未知条件下企业家的消费投资决策与相应资产定价问题。Huang 等^[43]在模糊厌恶会广泛影响投资者行为的基础上，研究了模糊喜爱态度对市场参与和资产定价的影响。

1.3 论文内容及安排

本文在 Hong 等^[21]研究基础上，考虑了通胀不确定性因素和 Knight 不确定性因素对可持续金融福利结果的影响。本文的核心内容与结构安排如下：

第 1 章 绪论，主要说明了本课题的研究背景和意义、国内外关于该课题的研究现状以及论文的总体规划。

第 2 章 我们将现实世界中存在的通胀不确定性建模为受到泊松跳过程驱动的随机微分方程，研究了受到跳扩散冲击的通货膨胀风险对于可持续金融福利结果的影响。我们的研究揭示了通胀风险对于经济体脱碳的重要影响，给与社会规划者在通胀风险维度上的政策考量。

第 3 章 我们用 G-Brown 运动来刻画企业资本存量、脱碳资本存量、投资组合收益和家庭财富变化的动力学方程，利用次线性期望下随机分析理论求解了

满足企业价值最大化和代理人价值最大化的 HJB 方程，并分析了次线性期望理论下的最优投资、消费和碳减排策略。我们还将 Knight 不确定情景下的结果与 Hong 等^[21]跳冲击情景下（以下简称 HWY 情景）的结果进行了对比，进一步探究了 Knight 不确定性对可持续金融福利结果研究的影响。

第 4 章 对全文进行总结和展望。

第 2 章 带跳的通胀风险对可持续金融福利结果的影响

本章基于一个带有投资规定的动态随机一般均衡模型，研究了受泊松跳过程驱动的通胀风险对于可持续金融福利结果的影响。我们对名义资本存量、名义脱碳资本存量和名义财富等进行折现，在通胀不确定环境下研究经济体的最优脱碳问题。其次，我们利用动态规划原理分别推导了企业层面下的满足企业价值最大化的 HJB 方程和代表性代理人层面下满足代表性代理人价值最大化的 HJB 方程。在均衡状态下，企业价值将等于代表性代理人的财富价值。同时我们推导出了均衡状态下求解各个政策变量的常微分方程以及一阶最优性条件。最后，我们得出了通胀不确定环境下满足社会福利最大化条件的社会最优脱碳路径，以及随着脱碳资本积累的政策变量和社会福利水平的变化轨迹。我们通过图 2-1 展示了本章中各经济主体的关系：

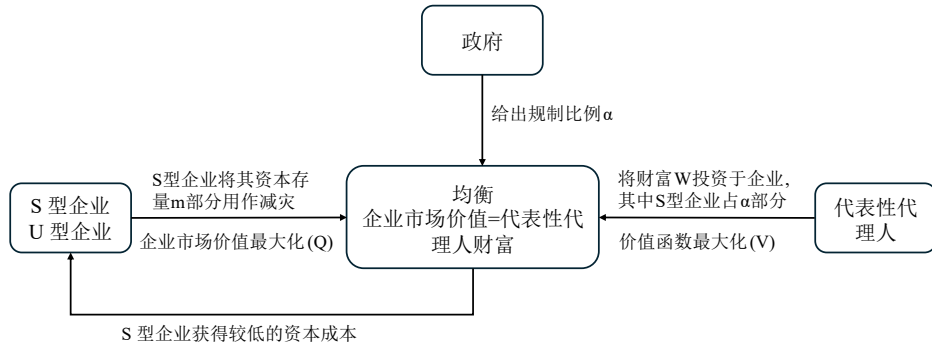


图 2-1 经济主体关系图

2.1 模型设定

定义 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbf{P})$ 为满足一般条件的完备带流概率空间。 $\mathbf{P}$ 表示实际测度，域流 $\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{0 \leq t \leq T}$ 为完备右连续滤波， $\mathcal{F}_t$ 表示在时间 t 之前所有信息的总和。假设本章所有的随机变量和随机过程都定义在上述概率空间中。

2.1.1 基本模型设定

我们把具有相同生产函数和资本积累技术的企业看作是一个连续体，每个

企业在时间 t 的产出 Y_t 与它同期的生产性资本存量成比例： $Y_t = AK_t$ 。其中 $A > 0$ 表示生产力，是一个常数。这是在宏观经济与金融当中被广泛运用的 AK 模型。

设 $\{P(t); t \geq 0\}$ 表示消费篮子价格，当市场面临诸如政策调整、重大经济事件或国际形势变化等影响时，会导致消费篮子价格 $P(t)$ 出现非连续的大幅变动，我们用泊松跳过程 $\{\mathcal{J}_t^P\}$ 捕捉消费篮子价格的这种突然变动的现象，考虑 $P(t)$ 的动力学方程为：

$$\frac{dP_t}{P_t} = (\mu_P - \theta g)dt + \sigma_P dB_t^P + (e^\xi - 1)d\mathcal{J}_t^P \quad (2.1)$$

其中 ξ 服从均值为 μ_ξ 、方差为 σ_ξ 的正态分布。 θ 为泊松跳强度， $g = E(e^\xi - 1)$ 表示消费篮子价格的跳幅。此外， μ_P 与 σ_P 分别表示预期通胀率和通胀波动率。

设 $\tilde{I}_t$ 为企业的名义投资，企业的名义生产性资本存量 $\tilde{K}$ 服从：

$$d\tilde{K}_t = \Phi(\tilde{I}_t, \tilde{K}_t)dt + \sigma \tilde{K}_t dB_t - (1 - Z)\tilde{K}_t d\mathcal{J}_t \quad (2.2)$$

如 Lucas and Prescott^[44]，Hayashi^[45]，和 Jermann^[46]所述，我们假设 $\Phi(\tilde{I}, \tilde{K})$ 关于 $\tilde{I}$ 和 $\tilde{K}$ 是一阶齐次的，因此：

$$\Phi(\tilde{I}, \tilde{K}) = \phi(i)\tilde{K} \quad (2.3)$$

其中 $i = \tilde{I}/\tilde{K}$ 是投资一资本比， $\phi(\cdot)$ 是递增的凹函数，这表明了快速改变资本存量比缓慢改变资本存量的成本更高。假设企业实际资本存量过程为 K_t ，其中， $K_t = \tilde{K}_t / P_t$ 。根据(2.1)式和(2.2)式并使用伊藤引理，可得企业的实际资本存量 K_t 服从：

$$dK_t = d\left(\frac{\tilde{K}_t}{P_t}\right) = (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 + \phi(i) - \sigma\sigma_P\rho_P)K_t dt - \sigma_P K_t dB_t^P + \sigma K_t dB_t - (1 - Z)K_t d\mathcal{J}_t + (e^{-\xi} - 1)K_t d\mathcal{J}_t^P \quad (2.4)$$

(2.4)式中第二项和第三项分别捕捉了布朗运动 $\{B_t^P\}$ 和 $\{B_t\}$ 对实际资本存量的连续性冲击。最后两项分别捕捉了天气灾害跳冲击 ($\mathcal{J}_t$) 和通货膨胀跳冲击 ($\mathcal{J}_t^P$) 对实际资本存量 K_t 的影响。我们将在下文中详细介绍上述天气灾害的跳冲击。此外，我们将本章中其它名义水平的变量关于通胀折现推导的细节展示

在附录 1 中。除了特别说明，本章中下文的变量都是实际水平的变量。

任意时间 t ，公司的产出 AK_t 被用作投资 I_t 、向股东支付的现金流（股息） CF_t ，以及为总脱碳资本存量积累资金的减灾支出 X_t 。因此：

$$Y_t = AK_t = I_t + CF_t + X_t \quad (2.5)$$

下文中，我们用黑体符号表示总体水平的变量。假设总排放量 $\mathbf{E}_t$ 与总生产性资本存量 $\mathbf{K}_t$ 成比例：

$$\mathbf{E}_t = p\mathbf{K}_t$$

其中， p 是常数。总的资本存量 $\mathbf{K}_t$ 和总排放量 $\mathbf{E}_t$ 等于每个企业的资本存量 K_i 和排放量 E_i 之和（积分）：即 $\mathbf{K}_t = \int K_t^v dv$ 和 $\mathbf{E}_t = \int E_t^v dv$ 。也就是说，总排放量随着经济体中生产部门的规模而线性增加，用总资本存量 $\mathbf{K}$ 或者等价的国内生产总值来衡量。

同样地，假设总排放清除量 $\mathbf{R}_t$ 与总脱碳资本存量 $\mathbf{N}_t$ 成比例：

$$\mathbf{R}_t = h\mathbf{N}_t$$

其中 h 是一个常数。令 $\mathbf{X}_t$ 表示总的减灾支出，它等于所有企业的减灾支出贡献之和： $\mathbf{X}_t = \int X_t^v dv$ 。类似地，我们可以得出总的实际水平的脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的动力学方程如下（推导见附录 1）：

$$d\mathbf{N}_t = d\left(\frac{\tilde{\mathbf{N}}_t}{P_t}\right) = (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 + \omega(\mathbf{X}_{t-}/\mathbf{N}_{t-}) - \sigma\sigma_P\rho_P)\mathbf{N}_{t-}dt - \sigma_P\mathbf{N}_{t-}dB_t^P + \sigma\mathbf{N}_{t-}dB_t - (1-Z)\mathbf{N}_{t-}d\mathcal{J}_t + (e^{-\xi} - 1)\mathbf{N}_{t-}d\mathcal{J}_t^P \quad (2.6)$$

设 $\mathbf{n}_t$ 表示总的脱碳—生产性资本比：

$$\mathbf{n}_t = \frac{\mathbf{N}_t}{\mathbf{K}_t}$$

运用伊藤引理，我们可以得到下列关于 $\mathbf{n}_t$ 的动力学方程：

$$\frac{d\mathbf{n}_t}{\mathbf{n}_t} = [\omega(\mathbf{x}_t / \mathbf{n}_t) - \phi(\mathbf{i}_t)]dt \quad (2.7)$$

(2.7)式中 $\mathbf{n}_t$ 的变化不存在不确定性。这是因为资本存量和脱碳资本存量受

到相同的跳跃和扩散冲击。

设 $\mathcal{S}_t$ 表示在时间 t 的气候状态，经济体从良好的 ($\mathcal{G}$) 气候状态开始，然后以一个随机发生率 $\zeta_t > 0$ 随机地转变到差的 ($\mathcal{B}$) 气候状态。并且我们假设 $\mathcal{B}$ 状态是吸收态，不会再发生气候状态转变。在两种气候状态下，天气灾害冲击（例如飓风和野火等）会摧毁资本，但是在良好的气候状态下，天气灾害冲击的频率会小于差的气候状态下天气灾害冲击的频率。

在两种气候状态下，企业的资本会受到天气灾害的跳冲击，我们通过(2.4)式中的第四项捕获这种天气灾害冲击，其中 $\{\mathcal{J}_t\}$ 是一个（纯）跳跃过程，以一个依赖于气候状态的发生率 $\{\lambda_t^{\mathcal{S}_t}\}$ 过程驱动天气灾害发生。

发生的跳 ($d\mathcal{J}_t = 1$) 永久地破坏了企业资本存量 K_{t-} 的随机部分 $(1 - Z)$ ，其中 $Z \in (0, 1)$ 是企业资本存量从天气灾害冲击中恢复的部分。这些天气灾难的发生是随机的。如果跳没有发生，即 $d\mathcal{J}_t = 0$ ，则第四项消失。设 $\Xi(Z)$ 和 $\xi(Z)$ 分别表示跳发生条件下的恢复部分 Z 的累积分布函数(cdf)和概率密度函数(pdf)。我们假设 $\Xi(Z)$ 和 $\xi(Z)$ 是时不变的。在 t 时刻一个给定的气候状态下，我们假设资本存量的恢复部分 $Z \in (0, 1)$ 由以下 cdf 控制 (Pindyck 和 Wang^[17]): $\Xi(Z) = Z^\beta$ 。其中 $\beta > 0$ 是一个常数。为了确保我们的模型定义良好（并且经济上相关的时刻是有限的），我们要求 $\beta > \max\{\gamma - 1, 0\}$ 。

设 $\mathcal{J}_t^C$ 表示气候临界点发生的过程。当处于良好的气候状态时，即 $\mathcal{S}_t = \mathcal{G}$ 时，全球变暖会增加气候临界点的发生率。由于假设状态 $\mathcal{B}$ 是吸收态，因此一旦经济体处于状态 $\mathcal{B}$ ，就不会再有进一步的气候状态转变。

首先，我们假设气候临界点发生率 $\zeta_t^{\mathcal{S}_t}$ 关于总排放量 $\mathbf{E}_t$ 递增、关于总排放清除量 $\mathbf{R}_t$ 是递减的。同样，我们假设两种气候状态下的天气灾害发生率 $\lambda_t^{\mathcal{G}}$ 和 $\lambda_t^{\mathcal{B}}$ 关于总排放量 $\mathbf{E}_t$ 也递增、关于总排放清除量 $\mathbf{R}_t$ 也是递减的。因为 $\mathbf{E} = p\mathbf{K}_t$ 和 $\mathbf{R}_t = h\mathbf{N}_t$ ，我们可以将三个变化率 ($\zeta_t^{\mathcal{G}}$ 、 $\lambda_t^{\mathcal{G}}$ 和 $\lambda_t^{\mathcal{B}}$) 写成关于 $\mathbf{K}_t$ 递增、关于 $\mathbf{N}_t$ 递减的函数。

我们假设 $\mathbf{K}_t$ 和 $\mathbf{N}_t$ 对三个变化率 ($\zeta_t^{\mathcal{G}}$ 、 $\lambda_t^{\mathcal{G}}$ 和 $\lambda_t^{\mathcal{B}}$) 的影响可以通过 $\mathbf{n}_t$ 来概括，因此我们进一步将这些变化率写为总脱碳资本存量 $\mathbf{n}_t = \mathbf{N}_t/\mathbf{K}_t$ 的函数： $\zeta_t^{\mathcal{G}} = \zeta(\mathbf{n}_t; \mathcal{G})$ ， $\lambda_t^{\mathcal{G}} = \lambda(\mathbf{n}_t; \mathcal{G})$ 和 $\lambda_t^{\mathcal{B}} = \lambda(\mathbf{n}_t; \mathcal{B})$ 。注意，这里的 $\zeta_t^{\mathcal{B}} = \zeta(\mathbf{n}_t; \mathcal{B}) = 0$ 。为了体现在 $\mathbf{n}_t$ 的条件下， $\mathcal{B}$ 状态下的天气灾害比 $\mathcal{G}$ 状态下更频繁，我们假设对于所有 $\mathbf{n}_t$ ， $\lambda_t(\mathbf{n}_t; \mathcal{G}) < \lambda_t(\mathbf{n}_t; \mathcal{B})$ 。

由于气候临界点和天气灾害冲击是对经济体整体的影响，每个企业在减灾方面的支出不会增加其自身的收益。因此，如果没有强制规定或其他激励计划，企业就没有动力在竞争激烈的市场经济中自主的去减缓气候灾害风险。我们下面将介绍一种投资规定，这一规定会激励企业为经济体的脱碳提供资金支持。

2.1.2 可持续金融投资规定

可持续投资规定要求代表性代理人在分配资产时始终将整个投资组合（总财富）的恒定比例（ $\alpha > 0$ ）投资于可持续企业（称为 S 型企业，不可持续企业即为 U 型企业）。

从供给角度来看，均衡时将内生地产生由 S 型企业和 U 型企业组成的投资组合，我们分别将其称为 S 型投资组合和 U 型投资组合。一个企业如果要想获得成为 S 型企业的资格，在任意时间 t 必须至少在减灾支出上花费 $M_t = m_t K_t$ 。也就是说，企业每单位生产性资本 K_t 至少花费 m_t 部分在减灾支出上，从而积累总的脱碳资本存量。换句话说，一个企业想要获得进入 S 型投资组合的资质，当且仅当它的减灾支出 X_t 满足：

$$X_t \geq M_t \quad (2.8)$$

否则，它就是 U 型企业。

S 型投资组合和 U 型投资组合分别包括了所有的 S 型企业和 U 型企业。设 Q_t^S 和 Q_t^U 分别表示 t 时刻的 S 型投资组合和 U 型投资组合的市场价值。因此经济体的总市值 Q_t 满足： $Q_t = Q_t^S + Q_t^U$ 。在均衡状态下，投资规定要求 S 型投资组合的总市值 Q_t^S 必须至少是股票总市值的 α 部分，即：

$$Q_t^S \geq \alpha Q_t \quad (2.9)$$

接下来我们将讨论经济中的需求侧。

2.1.3 动态消费与资产配置

代表性代理人会做出消费、资产配置和风险管理的决策。我们将个体水平的变量和总体水平变量互换使用，因为我们假设存在一个单位度量的同质代理人群体。例如，均衡状态下的总财富 $\mathbf{W}_t$ 等于代表人的财富 W_t ，总消费 $\mathbf{C}_t$ 等于代表

代理人的消费 C_t 。

代表性代理人有以下投资机会：（1）S 型投资组合，其中包括所有可持续型企业。（2）U 型投资组合，其中包括所有其他的不可持续型企业。（3）以均衡中确定的无风险利率 r^f 支付利息的无风险资产。

我们采用 Duffie 和 Epstein^[47]提出的连续时间版本的同质递归偏好模型，因此可以将代理人的价值函数过程 $\{V_t; t \geq 0\}$ 表示如下：

$$V_t = E_t \left[\int_t^\infty f(C_s, V_s) ds \right] \quad (2.10)$$

其中 $f(C, V)$ 由下式给出：

$$f(C, V) = \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \frac{C^{1-\psi^{-1}} - ((1 - \gamma)V)^\chi}{((1 - \gamma)V)^{\chi-1}} \quad (2.11)$$

其中， ρ 为时间偏好率， ψ 为跨期替代弹性（EIS）， γ 为相对风险厌恶系数，令 $\chi = (1 - \psi^{-1})/(1 - \gamma)$ 。与预期效用不同，由公式(2.10)和(2.11)定义的递归偏好将相对风险厌恶系数与跨期替代弹性（EIS）区分开来。这类偏好的一个重要特征是，消费的边际收益为 $f_C = \rho C^{-\psi^{-1}} / [(1 - \gamma)V]^{\chi-1}$ ，它不仅取决于当前的消费，还通过价值函数 V 依赖于未来消费的轨迹。

设 $\mathbf{Y}_t$ 、 $\mathbf{C}_t$ 、 $\mathbf{I}_t$ 和 $\mathbf{X}_t$ 分别表示总产出、总消费、总投资和总减灾支出。利用单个企业的资源约束(2.5)式，并将所有 S 型企业和 U 型企业合并起来，我们得到经济中的总资源约束条件：

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{C}_t + \mathbf{I}_t + \mathbf{X}_t \quad (2.12)$$

我们定义带有投资规定的竞争性均衡如下：（1）代表性代理人在投资规定下动态地选择消费、S 型投资组合和 U 型投资组合以及无风险资产之间的资产配置。（2）每个企业通过减灾支出和投资选择其状态（S 型企业或 U 企业），以最大化其市场价值。（3）所有满足了可持续投资规定的企业纳入 S 型投资组合，所有剩余（不可持续）的企业均纳入 U 型投资组合。（4）所有市场出清。

每个时间 t 的市场出清条件包括：（1）代表性代理人对 S 型投资组合的需求等于选择成为可持续型企业的总供给。（2）代表性代理人对 U 型投资组合的需求等于选择成为不可持续型企业的总供给。（3）无风险资产的净供给为零。

（4）商品市场出清，即总资源约束条件(2.12)式成立。

2.2 可持续金融投资规定下的均衡解

本节中，我们求解并分析了在可持续金融规定下的均衡解。企业必须在时间 t 贡献其生产性资本存量 K_t 的最低必要的份额 m_t ，才能在时间 t 获得成为可持续型企业的资格。尽管在整体风险缓解上的支出不会为企业带来货币收益，但这样做可以使其被纳入 S 型投资组合。我们在一组 m_t 的规范集内进行工作，我们可以将 m_t 写为 $\mathbf{n}_t$ 和气候状态 $\mathcal{S}_t$ 的函数： $m_t = m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 。我们假设企业的减灾措施是可观察和可契约的。

2.2.1 企业的优化

一个价值最大化的企业会根据可持续投资规定来选择是否成为可持续的。首先，我们确定两类企业的减灾支出： X_t^U 和 X_t^S 。由于减灾支出对企业没有直接的好处，如果企业选择成为不可持续，则 $X_t^U = 0$ 。此外，即使一个企业选择成为 S 型企业，它也没有动机去花费资金超过 M_t ，也就是说(2.8)式总是约束着 S 型企业。那么对于一个可持续型的企业来说，最优的 x_t^S 为：

$$x_t^S = \frac{X_t^S}{K_t^S} = m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) \quad (2.13)$$

其中 $m_t = m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 是企业的 M_t / K_t 的最低阈值水平，高于该水平则获得成为可持续企业的资格。而通过满足这一规定，企业降低了它的资本成本。

均衡状态下，企业对这两种选择是中立的。为了求解这种均衡，首先我们针对 j 类企业求解以下问题，其中 $j = \{S, U\}$ ：

$$\max_{I^j, X^j} E \left[\int_0^\infty e^{-\int_0^t r^j(\mathbf{n}_v; \mathcal{S}_v) dv} CF^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) dt \right] \quad (2.14)$$

在(2.14)式中， $r^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 是 j 类公司在均衡状态下的预期含股息收益率， $CF^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 是 j 类企业在 t 时刻的现金流，由下式给出：

$$\begin{aligned} CF^S(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) &= AK_t^S - I_t^S(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) - X_t^S(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) \\ CF^U(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) &= AK_t^U - I_t^U(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) \end{aligned} \quad (2.15)$$

因为分配用于满足可持续投资规定的总财富比例为 $\alpha \in (0, 1]$ ，因此按比例

总减灾支出 $\mathbf{x}_t$ 为:

$$\mathbf{x}_t = \frac{\mathbf{X}_t}{\mathbf{K}_t} = \frac{\alpha X_t^S}{K_t^S} = \alpha x_t^S = \alpha m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) \quad (2.16)$$

利用模型的同质性, 我们推测并证明了 j 类企业的均衡价值 Q_t^j , 在时间 t 一定满足:

$$Q_t^j = q^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) K_t^j \quad (2.17)$$

其中 $q^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 是 j 类企业的托宾 q , 是 $\mathbf{n}_t$ 和气候状态 $\mathcal{S}_t$ 的函数。

接下来, 我们考虑当采用给定的可持续投资规定 $\{m_t = m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) : t \geq 0\}$ 时企业的投资问题。下面的 HJB 方程描述了气候状态 $\mathcal{S}$ 下企业的价值函数:

$$\begin{aligned} r^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) Q^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) = & \max_{I^j} CF^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 \\ & - \rho_P \sigma \sigma_P + \phi(i^j)) K^j Q_K^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) \\ & + \frac{1}{2} Q_{KK}^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) (K^j)^2 (\sigma_P^2 + \sigma^2 - 2\sigma_P \sigma \rho_P) \\ & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} Q_n^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.18) \\ & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^Z [Q^j(ZK^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - Q^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S})] \\ & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) (Q^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}') - Q^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & + \theta E^\xi [Q^j(e^{-\xi} K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - Q^j(K^j, \mathbf{n}; \mathcal{S})] \end{aligned}$$

其中 $\mathcal{S} = \{\mathcal{G}, \mathcal{B}\}$, $\mathcal{S}'$ 表示另一种状态。例如, 如果 $\mathcal{S} = \mathcal{G}$, 则 $\mathcal{S}' = \mathcal{B}$ 。

(2.18)式等式的左边是含股息的预期收益 $r^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 乘以 j 类企业的市场价值。等式右侧第一项是(2.15)式中给出的气候状态 $\mathcal{S}$ 下 j 类企业的现金流。第二项和第三项是资本积累和扩散波动对预期资本收益的影响。第四项和第五项反映了天气灾害和气候临界点的发生对预期资本收益的影响。最后一项是通胀跳扩散对预期资本收益的影响。(2.18)式中的条件期望 $E^Z[\cdot]$ 与 $E^\xi[\cdot]$ 分别表示关于随机恢复率 Z 和随机变量 ξ 分布求期望。

令 $cf^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = CF^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / K^j$ 为 j 类企业按比例缩放的现金流。

利用我们模型的同质性, 同时根据 $Q_t^j = q^j(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t) K_t^j$, 我们得到气候状态 $\mathcal{S}$ 下的关于企业托宾 q 的 ODE:

$$\begin{aligned}
 r^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = & \max_{i^j} cf^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P + \phi(i^j) \\
 & - \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E^Z(Z)))q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} q_n^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})(q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}') - q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\
 & + \theta q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^\xi(e^{-\xi} - 1)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

S 型和 U 型企业在 $\mathcal{G}$ 和 $\mathcal{B}$ 状态下由(2.20)式表示的投资 FOC 是 q -理论文献中广泛使用的条件:

$$q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{\phi'(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))} \tag{2.20}$$

一个 j 类企业投资的边际收益等于其边际 q 乘以 $\phi'(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))$ 。(2.20)式表明, 边际收益 $q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})\phi'(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))$ 等于 1, 即投资的边际成本。而同质性则意味着企业的边际 q 等于企业的平均的托宾 q (Hayashi^[45])。

设 $g^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 表示 j 类企业包括跳冲击在内的预期增长率。在 $\mathcal{S}$ 状态下, 该预期增长率为:

$$\begin{aligned}
 g^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = & [-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P + \phi(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] - \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E(Z)) \\
 & - \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \theta E(e^{-\xi} - 1)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

(2.21)式中右侧第一项捕捉了通胀和投资的影响, 第二项描述了天气灾害冲击的影响, 最后一项则是捕捉了气候临界点的发生对预期增长率的影响。

当 $x^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 且 $x^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = 0$ 时, 对于 S 型和 U 型公司分别有 $cf^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - i^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和 $cf^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - i^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 。

2.2.2 代理人的优化

令 $\mathbf{Q}_t^j$ 表示 j 类投资组合的市场价值, 其中包括所有 j 类企业。令 $\mathbf{D}_t^j$ 表示 j 类投资组合的股息收益。状态 $\mathcal{S}$ 下 j 类投资组合的均衡附带股息的收益动力学过程为:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{Q}_t^j + \mathbf{D}_{t-}^j dt}{\mathbf{Q}_{t-}^j} = & (\tilde{r}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}) - \mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P) dt \\
 & - \sigma_P dB_t^P + \sigma dB_t - (1 - Z)(d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\
 & + \frac{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})} (d\mathcal{J}_t^C - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\
 & + (e^{-\xi} - 1)d\mathcal{J}_t^P
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

(2.22)式等式右侧的第四项捕捉了天气灾害对收益动力学的影响。第五项描述了气候临界点发生对投资组合收益的影响。当气候临界点发生 ($d\mathcal{J}_t^C = 1$) 时, 投资组合价值变化的百分比等于由气候临界点引起的托宾 q 变化的百分比。这是因为与天气灾害冲击 ($d\mathcal{J}_t$) 不同, 气候临界点的冲击 ($\mathcal{J}_t^C$) 不会改变 $\mathbf{K}^j$ 。最后一项则是捕捉了通胀跳对收益动力学的影响。因为所有企业都具有相同的托宾 q , S 型和 U 型投资组合具有相同的冲击过程, 两个投资组合之间的唯一区别是预期收益这一项。

设 W_t 表示代表性代理人的财富, H_t^S 和 H_t^U 分别表示投资于 S 型和 U 型投资组合的财富数额。设 H_t 表示代理人在时间 t 分配到可持续型企业和不可持续型企业股权的财富数额, 即 $H_t = H_t^S + H_t^U$ 。而投资于无风险资产的财富数额即为 $W_t - H_t$ 。则代理人实际水平的财富动力学过程为:

$$\begin{aligned}
 dW_t = & [\tilde{r}^f(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})(W_{t-} - H_{t-}) - C_{t-}]dt + (\tilde{r}^S(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})H_{t-}^S + \tilde{r}^U(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})H_{t-}^U)dt \\
 & + W_t(-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2)dt - \rho_P \sigma \sigma_P H_{t-} dt - \sigma_P W_{t-} dB_t^P + \sigma H_{t-} dB_t \\
 & - H_{t-}[(1 - Z)(d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\
 & - \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})} (d\tilde{\mathcal{J}}_t - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt)] + W_{t-}(e^{-\xi} - 1)d\mathcal{J}_t^P
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

(2.23)式中的第一项是名义无风险资产的利息收入减去消费。第二项是投资 S 型和 U 型投资组合的预期资本收益, S 型和 U 型投资组合名义的预期收益率分别为 $\tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和 $\tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 。第三和第四项因通胀指数变化引起的财富变化。第五与第八项由于通胀指数扩散与跳对财富的冲击。第六项和第七项是关于股票市场投资组合的扩散鞅和两个跳跃鞅, 这是因为 S 型和 U 型投资组合的收益(扩散和跳跃)的随机部分在各个路径上都是相同的。

在均衡状态下, 对 S 型投资组合的财富分配 (H_t^S), 是代理人对风险资产的总财富分配 H_t 的一部分, 即 $\pi_t^S = H_t^S / H_t = H_t^S / W_t$, 它等于被规定投资于

S 型投资组合部分的财富：因此有 $\pi^S = \alpha$ 。剩余 $1 - \pi^S$ 部分财富分配给 U 型投资组合。因此有 $H_t^S = \alpha W_t = \mathbf{Q}_t^S = \alpha \mathbf{Q}_t$ 、 $H_t^U = (1 - \alpha)W_t = \mathbf{Q}_t^U = (1 - \alpha)\mathbf{Q}_t$ 和 $W_t = \mathbf{Q}_t = \mathbf{Q}_t^S + \mathbf{Q}_t^U$ 。

设 $V_t = V(W_t, \mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ 表示代理人的价值函数。状态 $\mathcal{S}$ 下的代理人价值函数 $V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 HJB 方程满足：

$$\begin{aligned}
 0 = & \max_C f(C, V; \mathcal{S}) + [(\tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S})\alpha + \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \alpha))W - C \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E^Z(Z))W + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P)W]V_W \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))]\mathbf{n} V_n + \frac{W^2}{2}(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)V_{WW} \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})E^Z[V(ZW, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \left[V \left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} W, \mathbf{n}; \mathcal{S}' \right) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) \right] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} W V_W \\
 & + \theta E^\xi [V(e^{-\xi} W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})]
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

两种气候状态下消费 C 的 FOC 由下式给出：

$$f_C(C, V; \mathcal{S}) = V_W(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) \tag{2.25}$$

这是递归效用中标准消费的一阶条件。我们可以证明值函数关于财富 W 是 $1 - \gamma$ 次齐次的：

$$V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{1 - \gamma} (u(\mathbf{n}; \mathcal{S})W)^{1 - \gamma} \tag{2.26}$$

其中 $u(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 是待确定的代表性代理人的均衡确定性等价的财富成正比的福利测度。

将(2.26)式代入(2.25)式中，可以得到下面依赖于 $\mathbf{n}$ 和 $\mathcal{S}$ 的带有时变边际消费倾向的线性消费约束：

$$C(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) = \rho^\psi u(\mathbf{n}; \mathcal{S})^{1 - \psi} W \tag{2.27}$$

将(2.27)式和(2.26)式代入 HJB 方程(2.24)中，我们得到状态 $\mathcal{S}$ 下关于 $u(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 ODE：

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{\rho^\psi u(\mathbf{n}; \mathcal{S})^{1-\psi} - \rho}{1 - \psi^{-1}} + \alpha \tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \rho^\psi u(\mathbf{n}; \mathcal{S})^{1-\psi} \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E^Z(Z)) - \mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} u'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)}{2} \quad (2.28) \\
 & + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [E^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] + \zeta(\mathbf{n}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 & + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}') \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] + \frac{\theta}{1 - \gamma} E^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned}$$

注意，倒数第二项和倒数第三项仅出现在状态 $\mathcal{G}$ 中，而不出现在状态 $\mathcal{B}$ 中，因为气候临界点仅发生从状态 $\mathcal{G}$ 到状态 $\mathcal{B}$ ，是不可逆的。

2.2.3 市场均衡

均衡无风险利率 (r_t^f)、S 型和 U 型投资组合的预期回报 (r_t^S 和 r_t^U) 以及所有公司的平均托宾 q_t 是给定气候状态 $\mathcal{S}_t$ 下 $\mathbf{n}_t$ 的函数。

命题 1. 对于一个给定水平的脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ 和气候状态 $\mathcal{S}$ ，所有企业具有相同的平均托宾 q ，在均衡状态下也是总体经济的平均托宾 $\mathbf{q}$ ：

$$q^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = q^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.29)$$

所有企业的投资—资本比相同并且等于总的投资—资本比 $\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ：

$$i^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = i^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.30)$$

投资- q 方程在总体水平上也成立：即 $\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{\phi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))}$ 。U 型和 S 型企业

之间的现金流差额等于企业被规定的减灾支出 $m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ：

$$cf^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - cf^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = m(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.31)$$

其中 $cf^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - i(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 是 U 公司的按比例缩放的现金流。

重要的是，U 型企业会比 S 型企业产生更多自由的现金流并且因此向股东支付了更多的股息。然而，当一种类型的企业比另一种类型的企业支付了更多的股息时，两种类型的企业如何能够具有相同的市场估值（托宾 q ）？这是因为支

付了更多股息的 U 型企业必须以比 S 型企业更高的必要报酬率（资本成本）来补偿投资者。

命题 2. 已知 S 型企业的每单位生产性资本花费 $m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 用于减灾支出，U 型和 S 型企业之间必要报酬率差额由下式给出：

$$r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{m(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{q(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \quad (2.32)$$

也就是说，企业选择成为 S 型企业，其必要报酬率从 $r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 降低到 $r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ，降低了 $\frac{m(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{q(\mathbf{n}; \mathcal{S})}$ 。这是我们模型的关键预测之一。

下面的命题总结了关于 $\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 、 $\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和 $\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的结果。

命题 3. 企业层面按比例缩放的减排支出 $m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 与总体的按比例缩放的减排支出 $\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \mathbf{X}(\mathbf{n}; \mathcal{S})/\mathbf{K}$ 之间的关系为：

$$m(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\alpha} \geq \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.33)$$

总投资—资本比率 $\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 满足：

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))\phi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) - \rho}{1 - \psi^{-1}} + \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & - (\mu_P + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P + \theta g) - \frac{\gamma}{2}(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P) \\ & + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [\mathbb{E}(Z^{1-\gamma}) - 1] + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) \\ & - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \times \left(\frac{\psi}{1 - \psi} \frac{\mathbf{n}q_n(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{q(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \frac{1}{1 - \psi} \frac{\mathbf{n}\mathbf{i}'(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + \mathbf{n}\mathbf{x}'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right) \\ & + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}') - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}'))q(\mathbf{n}; \mathcal{S})^\psi}{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))q(\mathbf{n}; \mathcal{S}')^\psi} \right)^{\frac{1-\gamma}{1-\psi}} - 1 \right] \\ & + \frac{\theta}{1 - \gamma} \mathbb{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1] \end{aligned} \quad (2.34)$$

总的按比例缩放的消费 $\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 等于总的按比例缩放的股息 $\mathbf{cf}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ：

$$\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \mathbf{cf}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.35)$$

由于每个 S 型企业在减灾上花费 $m(\mathbf{n}; \mathcal{S}_t)K_t$ 单位，并且所有 S 型企业都相同，因此企业的减灾支出规定 $m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 等于 $1/\alpha$ 乘以总的按比例缩放的减灾支出

$\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ，其中 α 是均衡状态下 $\mathbf{S}$ 型企业的投资规定比例。

在下一个命题中，我们总结了经济体中关于资本市场的一些重要结论。

命题 4. 总体经济的托宾 $\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和总投资 $\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 满足与企业层面的投资 q 关系相同的方程，即：

$$\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{\phi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))} \quad (2.36)$$

$\mathcal{S}$ 状态下的股票市场总风险溢价 $r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - r^f(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 由下式给出：

$$\begin{aligned} r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - r^f(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = & \gamma(\sigma^2 - \rho_P \sigma \sigma_P) + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^Z[(1 - Z)(Z^{-\gamma} - 1)] \\ & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \left[\left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\gamma} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

状态 $\mathcal{S}$ 下的均衡利率 $r^f(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 由下式给出：

$$\begin{aligned} r^f(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = & \frac{\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P) + \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & - \gamma(\sigma^2 - \sigma \sigma_P \rho_P) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\ & - \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E[(1 - Z) Z^{-\gamma}] - \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\gamma} \\ & + \theta E(e^{-\xi} - 1) \end{aligned} \quad (2.38)$$

虽然总体经济的托宾 q 结果类似于 q -理论文献中企业投资的标准 FOC，但我们模型中的这一结论是个体企业优化和市场出清的结果。我们在附录 1 中给出了这些公式详细的推导过程。

2.2.4 带有福利最大化规定的市场经济

对于一个给定水平的 α ，我们内生出了资质标准 $m(\mathbf{n}_t; \mathcal{S}_t)$ ，从而使得企业成为可持续型企业。准确地说，在时刻 0 时，规划者公布了标准 $\{M_t; t \geq 0\}$ 并且致力于最大化(2.10)式中给出的代表性代理人的效用为目标的政策。代表性代理人和企业根据规划者给出的投资规制来进行优化。

下面考虑代理人的优化问题。首先，我们模型的同质性意味着代理人的价值函数关于财富 W 是 $1 - \gamma$ 阶齐次的。其次，在均衡状态下，代理人的财富全部投资于股票市场，也就是风险资产，因此财富 W 与总资本存量 $\mathbf{K}$ 成正比。将这两

个结论结合起来，我们可以将代理人的价值函数写成如下：

$$J(\mathbf{K}, \mathbf{N}; \mathcal{S}) = V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{1-\gamma} (b(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K})^{1-\gamma} \quad (2.39)$$

其中 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 是一个福利测度：

$$b(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \times \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.40)$$

(2.39)式是由均衡结果 $W = \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}$ 得出，因为所有家庭的财富都投资于股票市场，其价值即为 $\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}$ 。将 $W = \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}$ 代入(2.26)式中给出的市场经济价值函数 $V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})$ 中，即可得到(2.39)式中给出的 $J(\mathbf{K}, \mathbf{N}; \mathcal{S})$ 。这里的 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 等于出现在代理目标(2.26)式中的 $u(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 与均衡中总的托宾 $\mathbf{q}$ 的乘积。也就是说， $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 捕捉了来自代表性代理人和企业的两种优化问题的信息。因而函数 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 可以自然地表示为与确定性等价财富成比例的福利测度。

使用最优消费约束条件(2.27)式、投资一阶条件(2.36)式以及总资源约束条件 $\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ，我们得到以下均衡条件：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\psi^{-1}} = \phi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) b(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.41)$$

(2.41)式反映了企业和代理人的两种优化决策的信息。在附录 1 中，我们证明了 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \times \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 也满足下面的常微分方程：

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\rho}{1-\psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\psi^{-1}} - 1 \right] + \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} b'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\ & + (-\mu_p + \theta g + \sigma_p^2 - \rho_p \sigma \sigma_p) - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_p^2 - 2\rho_p \sigma \sigma_p)}{2} + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} \\ & \times [\mathbf{E}^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} \left[\left(\frac{b(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] + \frac{\theta}{1-\gamma} \mathbf{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1] \end{aligned} \quad (2.42)$$

(2.42)式概括了有关 $u(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和 $\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的信息。在获得了代理人的价值函数和最优策略后，我们转向规划者选择 $\mathbf{x}$ 来最大化 $J(\mathbf{K}, \mathbf{N}; \mathcal{S})$ 的问题。这相当于最大化(2.42)式中给出的 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ，于是我们进一步得到：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\psi^{-1}} = \omega'(\mathbf{x} / \mathbf{n}) b'(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (2.43)$$

令 $\mathbf{n}^{ss}(\mathcal{S})$ 表示状态 $\mathcal{S}$ 下 $\mathbf{n}$ 的稳态值，其中 $\mathbf{n}$ 的漂移为零。因此，通过令(2.7)式等于 0，我们可以得到下面将总投资 $\mathbf{i}^{ss}(\mathcal{S})$ 与减灾支出 $\mathbf{x}^{ss}(\mathcal{S})$ 联系起来的的关系式：

$$\omega(\mathbf{x}^{ss}(\mathcal{S}) / \mathbf{n}^{ss}(\mathcal{S})) - \phi(\mathbf{i}^{ss}(\mathcal{S})) = 0 \quad (2.44)$$

此外，我们将(2.44)式代入(2.42)式中，得到稳态下的方程：

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}^{ss}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}^{ss}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}^{ss}; \mathcal{S})} \right)^{1 - \psi^{-1}} - 1 \right] + \phi(\mathbf{i}^{ss}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P) - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)}{2} \\ & + \frac{\lambda(\mathbf{n}^{ss}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [\mathbf{E}^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] + \frac{\zeta(\mathbf{n}^{ss}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{b(\mathbf{n}^{ss}; \mathcal{S}')}{b(\mathbf{n}^{ss}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \\ & + \frac{\theta}{1 - \gamma} \mathbf{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1] \end{aligned} \quad (2.45)$$

在稳态下，按比例脱碳资本存量 $\mathbf{n}^{ss}(\mathcal{S})$ ， $\mathbf{i}^{ss}(\mathcal{S})$ ， $\mathbf{x}^{ss}(\mathcal{S})$ 以及福利测度 $b^{ss}(\mathcal{S})$ 联合求解两种气候状态下的四组方程：关于 $\mathbf{x}^{ss}(\mathcal{S})$ 的 FOC(2.43)式，关于 $\mathbf{i}^{ss}(\mathcal{S})$ 的 FOC(2.41)式，关于 $\mathbf{n}^{ss}(\mathcal{S})$ 的漂移为 0 条件的(2.44)式，以及关于 $b^{ss}(\mathcal{S})$ 的(2.45)式。

对于变化的动力学而言，按比例缩放的减灾支出 $\mathbf{x}_t$ ，投资—资本比 $\mathbf{i}_t$ ，以及福利测度 b_t 都是按比例脱碳资本存量 $\mathbf{n}_t$ 和气候状态 $\mathcal{S}_t$ 的函数。两种气候状态下的这些函数联合求解下列三组方程组成的并且受到稳态下边界条件控制的 ODE 系统：关于 $\mathbf{i} = \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 FOC(2.41)式，关于 $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 FOC(2.43)式，以及关于 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 ODE(2.42)式。

2.3 数值模拟和经济学解释

2.3.1 函数形式与参数设定

我们首先介绍模型中各种函数的形式。

正如 Pindyck 和 Wang^[17]中所述，我们将企业的投资效率函数 $\phi(i)$ 设定为：

$$\phi(i) = i - \frac{\eta_K i^2}{2} - \delta_K \quad (2.46)$$

其中 η_K 衡量调整成本大小的参数， δ_K 表示折旧率，它们都是常数。

在总体层面上，我们假设总体脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的漂移项与企业资本存量 $\mathbf{K}$ 的漂移项的形式相同：

$$\omega(\mathbf{x}/\mathbf{n}) = (\mathbf{x}/\mathbf{n}) - \frac{\eta_N (\mathbf{x}/\mathbf{n})^2}{2} - \delta_N \quad (2.47)$$

其中， η_N 是总脱碳资本 $\mathbf{N}$ 的调整成本参数， δ_N 是折旧率。

通过积累脱碳资本存量，气候临界点发生率将从 $\zeta_0 > 0$ 降低到：

$$\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{G}) = \zeta_0 (1 - \mathbf{n}^{\zeta_1}) \quad (2.48)$$

其中 $0 < \zeta_1 < 1$ 。对于一个给定的 $\mathbf{n}$ ， ζ_1 的值越低，脱碳资本存量在限制气候临界点发生上的效率就越高。

在给定的气候状态 $\mathcal{S}$ 下，脱碳资本 $\mathbf{N}$ 还可以通过减少天气灾害（例如高温）的频率来减轻气候变暖对经济增长的负面影响。具体来说，我们假设对 $\mathcal{S}$ 状态下的天气灾害到达率 $\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 为：

$$\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \lambda_0^{\mathcal{S}} (1 - \mathbf{n}^{\lambda_1}) \quad (2.49)$$

其中 $\lambda_0^{\mathcal{S}} > 0$ 是在气候状态 $\mathcal{S}$ 下没有任何脱碳资本存量（ $\mathbf{n} = 0$ ）的情况下的天气灾害发生率，并且 $\lambda_1 \in (0, 1)$ 是衡量总脱碳资本存量降低天气灾害到达率 $\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 效率的指标。为简洁起见，我们假设 λ_1 在两种气候状态 $\mathcal{G}$ 和 $\mathcal{B}$ 中相同。与 ζ_1 对气候临界点发生的影响类似，在其他条件不变的情况下，较低的 λ_1 与能够降低天气灾害发生率的更有效的脱碳技术相关。

2.3.2 数值分析与经济学解释

我们参考 Hong 等^[21]有关的参数设定，并把预期通胀率和通胀波动率分别设置为 0.02 和 0.1，我们将本文的所有参数归纳在表 2-1 中（见附录 2）。我们根据所设定的参数值，对本章中的模型进行模拟。结果如图 2-2 和图 2-3 所示。在图 2-2 中，我们把最优的减灾支出 $\mathbf{x}$ 、最优投资 $\mathbf{i}$ 、最优消费 $\mathbf{c}$ 以及福利测度水

平 b 设置为在气候状态 $\mathcal{G}$ 下关于 $\mathbf{n}$ 的函数，即我们模拟了当气候状态是“良好”时上述变量的变化情况。在图 2-2 和图 2-3 中，我们分别用不同的线条来表示在不同的通胀跳强度下这些变量的变化轨迹。

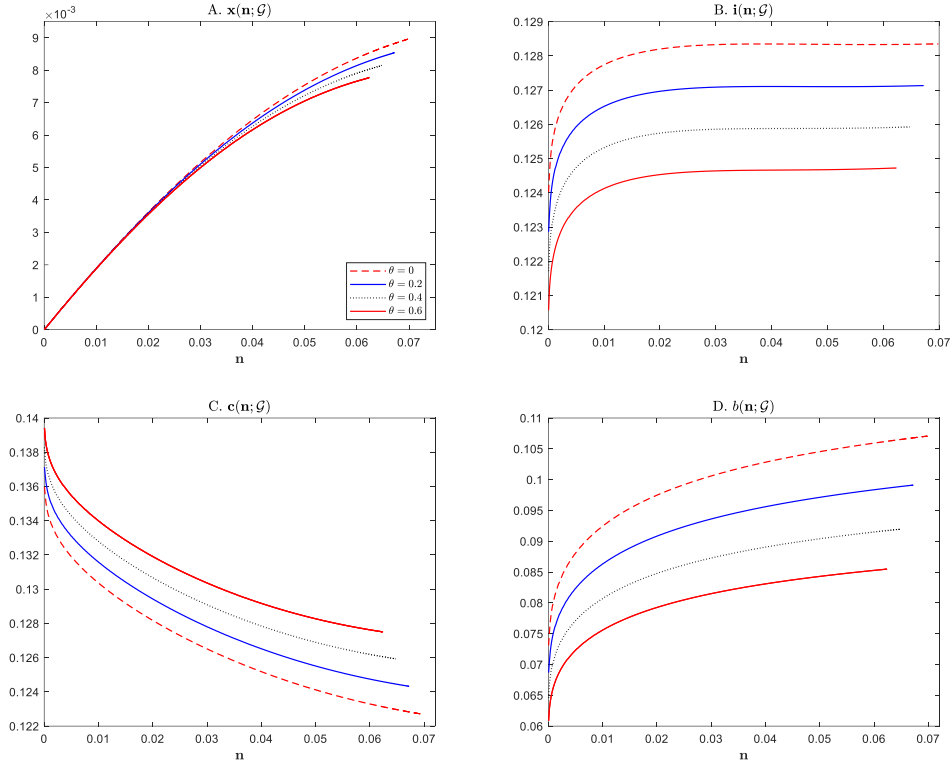


图 2-2 不同通胀跳强度下的减灾支出 x 、投资 i 、消费 c 、福利测度 b 的变化轨迹

图 2-2 (A) 展示了减灾支出随着脱碳资本存量积累的变化情况，随着脱碳资本存量的不断增加，减灾支出也随之增长。这是因为减灾支出是脱碳资本的来源，二者存在正向的关联。根据正文中(2.33)式，在给定了一个投资规定水平 α 后，总的按比例减灾支出和企业层面花费的减灾资金是线性相关的。我们发现当通胀跳强度不断增大，即通胀的跳风险逐渐增加时，减灾支出会下降。换句话说，随着通胀跳风险的增大，总产出中用于减灾支出的比例会下降。对于企业而言，他们所需要贡献的减灾资金也会减少。图 2-2 (B) 描绘了最优投资的变化情况。随着通胀跳强度的增加，最优的投资会逐渐降低。这是因为随着通胀风险的增加，经济体的投资成本上升，股票市场的不确定性也会增加，从而降低了社会整体的投资水平。图 2-2 (C) 展示了最优消费随着脱碳资本的变动情况。根据(2.35)式可知消费等于生产力水平 A 减去按比例缩放的减灾支出 x 和按比例缩

放的投资 i ，并且 A 是一个常数（见表 2-1），我们可以发现图 2-2（A）和图 2-2（B）中的最优减灾支出和最优投资都是随通胀跳强度增加而减小，那么也正如图 2-2（C）所示，最优消费 c 是随着通胀跳强度的增大而增加的。图 2-2（D）描绘的是福利测度 b 的变化轨迹，从图中可以看出，随着通胀跳强度的增大，福利测度 b 在不断下降，由此可见，通胀跳风险对于社会福利水平有着消极的影响。

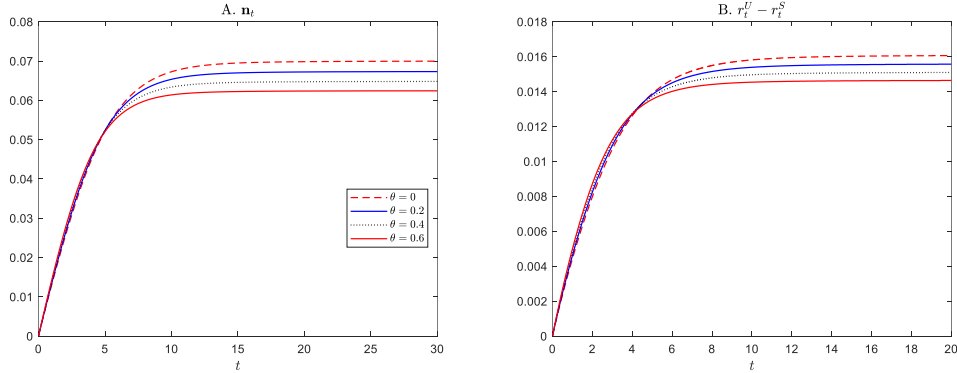


图 2-3 不同通胀跳强度下最优脱碳资本存量与 U 型和 S 型企业资本成本差额变化轨迹

图 2-3（A）展示了不同通胀跳强度下的脱碳资本随时间的变化轨迹。如图所示，不同通胀跳强度下脱碳资本到达稳态的时间都很接近，不同的是，随着通胀跳强度的增加，脱碳资本在到达稳态时的稳态值会降低，这说明了较高的通胀跳风险不利于脱碳资本的积累。而脱碳资本是经济体进行脱碳的资金来源，更少的脱碳资金将不利于经济体脱碳的进行。换句话说，通胀跳风险越高，经济体进行脱碳的效果就越差。图 2-3（B）展示了两型企业资本成本差额的变化轨迹。资本成本的差额是激励企业进行脱碳减排的根本动力。我们发现，随着通胀跳强度的不断增加，资本成本差额会逐渐降低。这说明通胀风险会降低投资规定给 S 型企业带来的好处，换句话说，由于通胀跳风险的存在，会拉近 S 型企业和 U 型企业之间的资本成本，投资规定对气候风险的缓解效果在通胀跳风险的影响下不断减弱。

2.4 本章小结

本章将通胀风险建模为受到泊松跳和扩散过程驱动的随机微分方程，重点刻画在现实世界中消费价格指数可能面临的更加突然性的冲击。在带有投资规

定的动态随机一般均衡模型中,研究得出了政策变量、最优脱碳资本存量以及企业资本成本差额的变化轨迹。我们发现,受到跳过程驱动的通胀风险对脱碳资本的积累有着消极的影响,不利于经济体进行脱碳。越高的通胀跳风险,越是阻碍可持续投资规定在应对气候变化上的有效作用,继而降低社会整体的福利水平。此外,企业是经济体进行脱碳的核心,是脱碳资金的提供方,愿意提供减灾资金的企业会享受到一个更低的资本成本,这是企业和经济体进行脱碳的根本动力。然而越高的通胀,会越大幅度地降低两种类型企业资本成本的差额,可见 S 型企业较低的资本成本优势会被通胀跳风险不断削弱。

第 3 章 Knight 不确定对可持续金融福利结果的影响

本章基于 Knight 不确定框架研究了可持续金融福利问题。我们用 G-Brown 运动来刻画资本存量动力学方程，利用次线性期望下随机分析理论求解满足企业价值最大化和代理人价值最大化的 HJB 方程，并进一步分析最优投资、消费和碳减排策略。此外，我们将 Knight 不确定下模型的数值结果与经典概率模型中天气灾害和气候临界点冲击情景下（HWY）的结果进行了比较，并得出了相应的研究结论。

3.1 模型设定

本章中所有的随机过程和随机变量均定义在次线性期望空间 $(\Omega, \mathcal{H}, \hat{\mathbb{E}})$ 上。设 $B = \{B(t), t > 0\}$ 为 $(\Omega, \mathcal{H}, \hat{\mathbb{E}})$ 上的 G-Brown 运动， $B(1)$ 服从 G-正态分布 $N(0, [\underline{\sigma}^2, \bar{\sigma}^2])$ ， $\underline{\sigma}$ 和 $\bar{\sigma}$ 分别是奈特不确定下的最小波动率和最大波动率，它们可以通过与金融相关的行业数据加以估计。这里， Ω 是给定的基本事件集合， $\mathcal{H}$ 是 Ω 上实值函数所组成的线性空间。有关次线性期望 $\hat{\mathbb{E}}$ 的定义和相关理论参见文献^[48]。此外，我们令 $\mathcal{E}[X] = -\hat{\mathbb{E}}[-X]$ 。

3.1.1 基本模型设定

我们将具有相同生产函数和资本积累技术的企业看作是一个连续体，每个企业在时间 t 的产出 Y_t 与它同期的生产性资本存量成比例： $Y_t = AK_t$ ，其中 $A > 0$ 表示生产力，是一个常数。

我们设 I_t 为企业的投资，企业的生产性资本存量 K_t 服从：

$$dK_t = \Phi(I_t, N_t, K_t)dt + \sigma K_t dB_t \quad (3.1)$$

其中， B_t 是 G-Brown 运动。我们假设 $\Phi(I, N, K)$ 关于投资 I 、脱碳资本 N 和资本存量 K 是一阶齐次的，因此有 $\Phi(I, N, K) = \phi(\cdot)K$ 。

对于企业而言，在任意时间 t 的产出 AK_t 被用作投资 I_t 、支付给股东的现金流（股息） CF_t ，以及减灾资金支出 X_t 。因此有：

$$AK_t = I_t + CF_t + X_t \quad (3.2)$$

我们用黑体符号来表示总体水平的变量。令 $\mathbf{X}_t$ 表示总的减灾支出，它等于所有企业的减灾支出贡献之和： $\mathbf{X}_t = \int X_t^v dv$ 。我们可以给出总的脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的动力学方程如下：

$$d\mathbf{N}_t = \omega(\mathbf{X}_t / \mathbf{N}_t)\mathbf{N}_t dt + \sigma \mathbf{N}_t dB_t \quad (3.3)$$

设 $\mathbf{n}$ 表示总的脱碳—生产性资本比： $\mathbf{n}_t = \frac{\mathbf{N}_t}{\mathbf{K}_t}$ ，运用伊藤引理，我们可以得到下列关于 $\mathbf{n}$ 的动力学方程：

$$\frac{d\mathbf{n}_t}{\mathbf{n}_t} = [\omega(\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{n}}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})]dt \quad (3.4)$$

(3.4)式中 $\mathbf{n}_t$ 不存在不确定性。这是因为资本存量和脱碳资本存量受到相同的不确定性冲击。在下文中，状态变量用正常体表示的是企业（个体）水平，而用黑体表示的则是社会总体水平。

3.1.2 动态消费与资产配置

我们采用 Duffie 和 Epstein^[47]提出的连续时间版本的同质递归偏好模型，因此可以将代理人的价值函数过程 $\{V_t; t \geq 0\}$ 表示如下：

$$V_t = \mathcal{E}_t[\int_t^\infty f(C_s, V_s) ds] \quad (3.5)$$

其中 $f(C, V)$ 由下式给出：

$$f(C, V) = \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \frac{C^{1-\psi^{-1}} - ((1 - \gamma)V)^\chi}{((1 - \gamma)V)^{\chi-1}}$$

其中， ρ 为时间偏好率， ψ 为跨期替代弹性（EIS）， γ 为相对风险厌恶系数， $\chi = (1 - \psi^{-1}) / (1 - \gamma)$ 。

3.2 可持续金融投资规定下的均衡解

本节我们求解并分析了在可持续金融规定下的均衡解。企业必须在时间 t 贡献其生产性资本存量 K_t 的最低必要的份额 m_t 才能获得成为可持续型企业的资质。我们将 m_t 设置为 $\mathbf{n}_t$ 的函数：即 $m_t = m(\mathbf{n}_t)$ 。

3.2.1 企业的优化

对于一个可持续型的企业来说，最优的 x_t^S 为：

$$x_t^S = \frac{X_t^S}{K_t^S} = m(\mathbf{n}_t) \quad (3.6)$$

其中 m_t 是企业 M_t / K_t 的最低阈值水平，达到该水平则获得成为可持续型企业的资格。

在均衡状态下，企业对这两种选择是中立的。为了求解这种均衡，首先我们针对模糊厌恶(Ambiguity aversion)的 j 类企业求解以下问题(其中 $j = \{S, U\}$)：

$$\max_{I^j, X^j} \mathcal{E} \left(\int_0^\infty e^{-\int_0^\infty r^j(n_v) dv} CF^j(\mathbf{n}_t) dt \right) \quad (3.7)$$

在(3.7)式中， $r^j(\mathbf{n}_t)$ 是 j 类企业在均衡状态下的预期含股息的收益率， $CF^j(\mathbf{n}_t)$ 是 j 类企业在 t 时刻的现金流，由下式给出：

$$\begin{aligned} CF^S(\mathbf{n}_t) &= AK_t^S - I_t^S(\mathbf{n}_t) - X_t^S(\mathbf{n}_t) \\ CF^U(\mathbf{n}_t) &= AK_t^U - I_t^U(\mathbf{n}_t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

因为分配用于满足可持续投资规定的总财富比例为 $\alpha \in (0, 1]$ ，因此按比例

的总减灾支出 $\mathbf{x}_t$ 为：

$$\mathbf{x}_t = \frac{\mathbf{X}_t}{\mathbf{K}_t} = \frac{\alpha X_t^S}{K_t^S} = \alpha x_t^S = \alpha m(\mathbf{n}_t) \quad (3.9)$$

利用模型的同质性，我们可以得到 j 类企业的均衡价值 Q_t^j 在时间 t 一定满足：

$$Q_t^j = q^j(\mathbf{n}_t) K_t^j \quad (3.10)$$

其中 $q^j(\mathbf{n}_t)$ 是 j 类企业的托宾 q 。

接下来，我们考虑当采用给定的可持续投资规定 $\{m_t = m(\mathbf{n}_t) : t \geq 0\}$ 时企业的投资问题。依据非线性随机最大化原理（参见费晨^[40]）并注意到 $Q_{KK}^j(K^j, \mathbf{n}) < 0$ ，可得下面刻画 j 类企业价值函数的 HJB 方程：

$$\begin{aligned} r^j(\mathbf{n})Q^j(K^j, \mathbf{n}) = & \max_{I^j} CF^j(\mathbf{n}) + \Phi(I^j, N, K^j)Q_K^j(K^j, \mathbf{n}) \\ & + \frac{1}{2}\sigma^2\bar{\sigma}^2(K^j)^2Q_{KK}^j(K^j, \mathbf{n}) \\ & + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})]\mathbf{n}Q_{\mathbf{n}}^j(K^j, \mathbf{n}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11)式中等号左侧是含股息的预期收益 $r^j(\mathbf{n})$ 乘以 j 类企业的市场价值。等式右侧第一项是(3.8)式中给出的 j 类企业的现金流。第二项是生产性资本积累对预期资本收益的影响。第三项是 G-Brown 运动的不确定冲击对资本收益的影响。最后一项则是捕捉了脱碳资本积累对资本收益的影响。

令 $cf^j(\mathbf{n}) = CF^j(\mathbf{n}) / K^j$ 表示 j 类企业按比例缩放的现金流。

我们利用模型的同质性，再结合(3.10)式，可以得到关于 j 类企业托宾 q 的常微分方程（ODE）：

$$r^j(\mathbf{n})q^j(\mathbf{n}) = \max_{i^j} cf^j(\mathbf{n}) + \phi(i^j, \mathbf{n})q^j(\mathbf{n}) + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})]\mathbf{n}q_{\mathbf{n}}^j(\mathbf{n}) \quad (3.12)$$

下列由(3.13)式表示的 S 型和 U 型企业的投资 FOC 是 q -理论文献中广泛使用的条件：

$$q^j(\mathbf{n}) = \frac{1}{\phi_i'(i^j, \mathbf{n})} \quad (3.13)$$

一个 j 类企业投资的边际收益等于其边际 q 乘以 $\phi_i'(i^j, \mathbf{n})$ 。(3.13)式表明边际收益等于 1，即投资的边际成本。而同质性则意味着企业的边际 q 等于企业平均的托宾 q （Hayashi^[45]）。

当 $x^S(\mathbf{n}) = m(\mathbf{n})$ 且 $x^U(\mathbf{n}) = 0$ 时，对于 U 型企业和 S 型企业的现金流分别有 $cf^j(\mathbf{n}) = A - i^S(\mathbf{n}) - m(\mathbf{n})$ 和 $cf^U(\mathbf{n}) = A - i^U(\mathbf{n})$ 。

3.2.2 代理人的优化

令 $\mathbf{Q}_t^j$ 表示 j 类投资组合的市场价值，其中包括所有的 j 类企业。令 $\mathbf{D}_t^j$ 表示 j 类投资组合的股息收益。则 j 类投资组合的均衡含股息的收益动力学过程由下

式给出：

$$\frac{d\mathbf{Q}_t^j + \mathbf{D}_t^j dt}{\mathbf{Q}_t^j} = r^j(\mathbf{n})dt + \sigma dB_t \quad (3.14)$$

其中， $r^j(\mathbf{n})$ 是 j 类投资组合的预期收益率。 $\{B_t\}$ 和 σ 是与(3.1)式相同的 G-Brown 运动和扩散系数。

设 W_t 表示代表性代理人的财富， H_t^S 和 H_t^U 分别表示投资于 S 型和 U 型投资组合的财富数额。设 H_t 表示代理人在时间 t 分配到可持续企业和不可持续企业股权的财富数额，即 $H_t = H_t^S + H_t^U$ 。而投资于无风险资产的财富数额也就是 $W_t - H_t$ 。代理人的财富动力学过程由下式给出：

$$dW_t = [r^f(\mathbf{n}_t)(W_t - H_t) - C_t]dt + (r^S(\mathbf{n})H_t^S + r^U(\mathbf{n})H_t^U)dt + \sigma H_t dB_t \quad (3.15)$$

(3.15)式中的 $r^f(\mathbf{n}_t)$ 是无风险收益率， $r^S(\mathbf{n})$ 和 $r^U(\mathbf{n})$ 分别表示 S 型和 U 型投资组合预期的市场收益率。 C_t 为 t 时刻的消费。最后一项中的 $\{B_t\}$ 和 σ 也是与(3.1)式相同的 G-Brown 运动和扩散系数。

设 $V_t = V(W_t, \mathbf{n}_t)$ 表示代理人的价值函数，依据非线性随机最大化原理（参见费晨^[40]），代理人的价值函数 $V(W, \mathbf{n})$ 的 HJB 方程满足：

$$\begin{aligned} 0 = \max_C f(C, V) + [(\alpha r^S(\mathbf{n}) + (1 - \alpha)r^U(\mathbf{n}))W - C]V_W \\ + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})]\mathbf{n} V_n + \frac{W^2}{2} \sigma^2 \bar{\sigma}^2 V_{WW} \end{aligned} \quad (3.16)$$

消费 C 的 FOC 由下式给出：

$$f_C(C, V) = V_W(W, \mathbf{n}) \quad (3.17)$$

这是递归效用中的标准消费一阶条件，此外，我们假设上述值函数关于财富 W 是 $1 - \gamma$ 次齐次的：

$$V(W, \mathbf{n}) = \frac{1}{1 - \gamma} (u(\mathbf{n})W)^{1 - \gamma} \quad (3.18)$$

其中 $u(\mathbf{n})$ 是与待确定的代表性代理人的均衡确定性等价财富成正比的福利测度。

我们将(3.18)式代入(3.17)式中，可以得到下面依赖于 $\mathbf{n}$ 的带有时变边际消费倾向的线性消费约束：

$$C(W, \mathbf{n}) = \rho^\psi u(\mathbf{n})^{1 - \psi} W \quad (3.19)$$

将(3.19)式和(3.18)式代入 HJB 方程(3.16)中，我们得到关于 $u(\mathbf{n})$ 的 ODE：

$$0 = \frac{\rho^\psi u(\mathbf{n})^{1-\psi} - \rho}{1 - \psi^{-1}} + \alpha r^S(\mathbf{n}) + (1 - \alpha) r^U(\mathbf{n}) - \rho^\psi u(\mathbf{n})^{1-\psi} + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})] \frac{\mathbf{n} u'(\mathbf{n})}{u(\mathbf{n})} - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 \quad (3.20)$$

3.2.3 市场均衡

均衡无风险利率 r_t^f 、S 型和 U 型投资组合的预期回报 r_t^S 和 r_t^U 以及所有企业平均的托宾 q_t 都是关于 $\mathbf{n}_t$ 的函数。

命题 1. 对于一个给定水平的脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ ，所有企业具有相同的平均的托宾 q ，在均衡状态下也是总体经济平均的托宾 $\mathbf{q}$ ：

$$q^S(\mathbf{n}) = q^U(\mathbf{n}) = \mathbf{q}(\mathbf{n}) \quad (3.21)$$

所有企业的投资一资本比相同且等于总的投资一资本比 $\mathbf{i}(\mathbf{n})$ ：

$$i^S(\mathbf{n}) = i^U(\mathbf{n}) = \mathbf{i}(\mathbf{n}) \quad (3.22)$$

投资- q 的方程在总体水平上也成立，即 $q(\mathbf{n}) = \frac{1}{\phi'_i(\mathbf{i}, \mathbf{n})}$ 。U 型和 S 型企业之间的现金流差额等于企业被规定的减灾支出 $m(\mathbf{n})$ ：

$$cf^U(\mathbf{n}) - cf^S(\mathbf{n}) = m(\mathbf{n}) \quad (3.23)$$

(3.23)式反映了本文的一个基本设定：即企业要想成为可持续的，那么就需要在其现金流中拿出一部分用作减灾支出。其中 $cf^U(\mathbf{n})$ 和 $cf^S(\mathbf{n})$ 分别是 U 型企业和 S 型企业按比例缩放的现金流。

命题 2. 已知 S 型企业的每单位生产性资本花费 $m(\mathbf{n})$ 用于减灾支出，U 型和 S 型企业之间必要报酬率差额由下式给出：

$$r^U(\mathbf{n}) - r^S(\mathbf{n}) = \frac{m(\mathbf{n})}{\mathbf{q}(\mathbf{n})} \quad (3.24)$$

也就是说，企业选择成为 S 型企业，其必要报酬率从 $r^U(\mathbf{n})$ 降低到 $r^S(\mathbf{n})$ ，降低了 $\frac{m(\mathbf{n})}{\mathbf{q}(\mathbf{n})}$ 。

命题 3. 企业层面按比例缩放的减排支出 $m(\mathbf{n})$ 与总体的按比例缩放的减排支出 $\mathbf{x}(\mathbf{n}) = \mathbf{X}(\mathbf{n}) / \mathbf{K}$ 之间的关系为：

$$m(\mathbf{n}) = \frac{\mathbf{x}(\mathbf{n})}{\alpha} \geq \mathbf{x}(\mathbf{n}) \quad (3.25)$$

总投资—资本比 $\mathbf{i}(\mathbf{n})$ 满足：

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}))\phi'_i(\mathbf{i}, \mathbf{n}) - \rho}{1 - \psi^{-1}} + \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n}) - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 \\ & + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})] \left[\frac{\psi}{1 - \psi} \frac{\mathbf{n}\mathbf{q}'(\mathbf{n})}{\mathbf{q}(\mathbf{n})} - \frac{1}{1 - \psi} \frac{\mathbf{n}\mathbf{i}'(\mathbf{n}) + \mathbf{n}\mathbf{x}'(\mathbf{n})}{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n})} \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

总的按比例缩放的消费 $\mathbf{c}(\mathbf{n})$ 等于总的按比例缩放的股息 $\mathbf{c}\mathbf{f}(\mathbf{n})$ ：

$$\mathbf{c}(\mathbf{n}) = \mathbf{c}\mathbf{f}(\mathbf{n}) = A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}) \quad (3.27)$$

由于每个 S 型企业在减灾上花费 $m(\mathbf{n}_t)K_t$ 个单位，并且所有 S 型企业都相同，因此企业的减灾支出规定 $m(\mathbf{n})$ 等于 $1 / \alpha$ 乘以总的按比例缩放的减灾支出 $\mathbf{x}(\mathbf{n})$ ，其中 α 是均衡状态下 S 型企业的投资比例。

命题 4. 总体经济的托宾 q 和总体水平的投资 $\mathbf{i}(\mathbf{n})$ 满足企业层面上投资- q 关系相同的方程：

$$\mathbf{q}(\mathbf{n}) = \frac{1}{\phi'_i(\mathbf{i}, \mathbf{n})} \quad (3.28)$$

股票市场的总风险溢价 $r^M(\mathbf{n}) - r^f(\mathbf{n})$ 由下式给出：

$$r^M(\mathbf{n}) - r^f(\mathbf{n}) = \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 \quad (3.29)$$

均衡状态下的无风险利率 $r^f(\mathbf{n})$ 由下式给出：

$$r^f(\mathbf{n}) = \frac{\mathbf{c}(\mathbf{n})}{\mathbf{q}(\mathbf{n})} + \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n}) - \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})] \frac{\mathbf{n}\mathbf{q}'(\mathbf{n})}{\mathbf{q}(\mathbf{n})} \quad (3.30)$$

3.2.4 带有福利最大化规定的市场经济

对于一个给定水平的 α ，我们内生出了资质标准 $m(\mathbf{n}_t)$ ，从而使得企业能够选择成为可持续型企业。在时刻 0 时，规划者公布了标准 $\{M_t; t \geq 0\}$ 并且致力于最大化(3.5)式中给出的代表性代理人的效用为目标的政策。代表性代理人和企业

业根据规划者给出的投资规定标准来进行优化。

下面考虑代理人的优化问题，我们可以将代理人的价值函数写成如下：

$$J(\mathbf{K}, \mathbf{N}) = V(W, \mathbf{n}) = \frac{1}{1-\gamma} (b(\mathbf{n})\mathbf{K})^{1-\gamma} \quad (3.31)$$

其中 $b(\mathbf{n})$ 表示福利测度：

$$b(\mathbf{n}) = u(\mathbf{n}) \times \mathbf{q}(\mathbf{n}) \quad (3.32)$$

(3.31)式是由均衡结果 $W = \mathbf{q}(\mathbf{n})\mathbf{K}$ 得出，因为所有家庭的财富都投资于股票市场，其价值即为 $\mathbf{q}(\mathbf{n})\mathbf{K}$ 。 $b(\mathbf{n})$ 捕捉了来自代表性代理人和企业两种优化问题的信息，可以解释为与确定性等价财富成比例的福利测度，我们通过 b 的水平来度量经济体的福利水平， b 的值越大，经济体的福利效用就越高，反之，经济体的福利水平就越低。

使用(3.19)式、(3.28)式和资源约束 $\mathbf{c}(\mathbf{n}) = A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n})$ ，我们可以得到以下均衡条件：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n})}{b(\mathbf{n})} \right)^{-\psi^{-1}} = \phi'_i(\mathbf{i}, \mathbf{n}) b(\mathbf{n}) \quad (3.33)$$

(3.33)式反映了企业和代理人的两种优化决策的信息。我们可以证明 $b(\mathbf{n})$ 也满足下面的常微分方程：

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\rho}{1-\psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n})}{b(\mathbf{n})} \right)^{1-\psi^{-1}} - 1 \right] + [\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n})] \frac{\mathbf{n} b'(\mathbf{n})}{b(\mathbf{n})} \\ & + \phi(\mathbf{i}, \mathbf{n}) - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

(3.34)式概括了关于 $u(\mathbf{n})$ 和 $q(\mathbf{n})$ 的信息。接下来，我们转向规划者选择 $\mathbf{x}$ 来最大化 $J(\mathbf{K}, \mathbf{N})$ 的问题。这等价于最大化(3.34)式中的 $b(\mathbf{n})$ ，因此我们进一步得到：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}) - \mathbf{x}(\mathbf{n})}{b(\mathbf{n})} \right)^{-\psi^{-1}} = \omega'(\mathbf{x} / \mathbf{n}) b'(\mathbf{n}) \quad (3.35)$$

设 $\mathbf{n}^{ss}$ 表示脱碳资本 $\mathbf{n}$ 的稳态值，我们通过令(3.4)式等于 0，得到下面关于 $\mathbf{i}^{ss}$ 和 $\mathbf{x}^{ss}$ 的稳态关系式：

$$\omega(\mathbf{x}^{ss} / \mathbf{n}^{ss}) - \phi(\mathbf{i}^{ss}, \mathbf{n}^{ss}) = 0 \quad (3.36)$$

此外，我们将(3.36)式代入(3.34)式中，得到稳态下的常微分方程：

$$0 = \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}^{ss}(\mathbf{n}^{ss}) - \mathbf{x}^{ss}(\mathbf{n}^{ss})}{b(\mathbf{n}^{ss})} \right)^{1 - \psi^{-1}} - 1 \right] + \phi(\mathbf{i}^{ss}, \mathbf{n}^{ss}) - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 \bar{\sigma}^2 \quad (3.37)$$

3.3 考虑天气灾害和气候临界点跳冲击情景下的均衡解

在这一节中，我们介绍一个不同于 Knight 不确定情景的动态随机一般均衡模型（参考 Hong 等^[21]）。具体来说，假设气候变暖会增加天气灾害和气候临界点的发生率，而天气灾害与气候临界点的发生会摧毁企业的生产性资本存量，对经济体产生消极的影响。不同于 Knight 不确定情景中用 G-Brown 运动来刻画现实世界中不确定性的扰动，我们采用 HWY 模型已知的结论，用两个泊松跳过程来刻画资本存量所受到的这种负面的冲击。

与前文类似，我们可以将 HWY 跳冲击情景下求解各类变量的 ODE 与 FOC 归纳如下：

代理人投资 $\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 满足：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\psi^{-1}} = \varphi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) b(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (3.38)$$

其中， $\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 分别是减灾支出和福利测度，它们都是关于脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ 和气候状态 $\mathcal{S}$ 的函数。 $\varphi(i)$ 是关于企业投资效率的函数，其函数表达式为：

$$\varphi(i) = i - \frac{\eta_K i^2}{2} - \delta_K \quad (3.39)$$

其中， η_K 和 δ_K 分别表示度量生产性资本存量调整成本的参数以及生产资本折旧率，二者都是常数。

减灾支出 $\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 满足：

$$\rho \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\psi^{-1}} = \omega'(\mathbf{x} / \mathbf{n}) b'(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \quad (3.40)$$

其中， $\omega(\cdot)$ 是总脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的受控漂移，其函数表达式为：

$$\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) = (\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \frac{\eta_N(\mathbf{x} / \mathbf{n})^2}{2} - \delta_N \quad (3.41)$$

(3.41)式中的 η_N 和 δ_N 分别表示度量总脱碳资本存量调整成本的参数以及总脱碳资本折旧率，二者都为常数。

福利测度 $b(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 求解下列 ODE:

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1 - \psi^{-1}} - 1 \right] \\ & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \varphi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} b'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \varphi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \\ & - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [E(Z^{1-\gamma}) - 1] + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{b(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \end{aligned} \quad (3.42)$$

其中， λ 与 ζ 分别为天气灾害发生率和气候临界点发生率，它们同样是关于脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ 和气候状态 $\mathcal{S}$ 的函数。这也正是 HWY 模型的关键所在：通过可持续投资规定来激励企业进行脱碳资本积累，而脱碳资本的积累能够通过降低天气灾害和气候临界点的发生率，减轻经济体所受到的来自气候变暖的损害，继而增加社会整体的福利。

同样的，在两种气候状态下，稳态时的 $\mathbf{n}^J$ 满足：

$$\omega(\mathbf{x}^J(\mathcal{S}) / \mathbf{n}^J(\mathcal{S})) - \varphi(\mathbf{i}^J(\mathcal{S})) = 0 \quad (3.43)$$

将(3.43)式代入(3.42)式中，我们可以得到关于 $b(\mathbf{n}^J)$ 的 ODE:

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i}^J(\mathcal{S}) - \mathbf{x}^J(\mathcal{S})}{b(\mathbf{n}^J; \mathcal{S})} \right)^{1 - \psi^{-1}} - 1 \right] + \varphi(\mathbf{i}^J(\mathcal{S})) - \frac{1}{2} \gamma \sigma^2 \\ & + \frac{\lambda(\mathbf{n}^J; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [E(Z^{1-\gamma}) - 1] + \frac{\zeta(\mathbf{n}^J; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{b(\mathbf{n}^J; \mathcal{S}')}{b(\mathbf{n}^J; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \end{aligned} \quad (3.44)$$

3.4 数值模拟与经济学解释

3.4.1 函数形式和参数设定

我们参考 HWY 所述，将企业的投资效率函数 $\phi(\cdot)$ 设定为：

$$\phi(i, \mathbf{n}) = \lambda_1 i + \lambda_2 \mathbf{n}^{\lambda_3} - \frac{\eta_K i^2}{2} - \delta_K \quad (3.45)$$

其中, λ_1 是投资基准参数, λ_2 是脱碳资本存量基准参数, λ_3 是脱碳资本存量敏感性参数, η_K 是衡量投资调整成本大小的参数, δ_K 是生产性资本存量折旧率。注意, (3.45)式和(3.39)式是不同的, 差别在于该投资效率函数是否受到脱碳资本存量的影响。相比于 HWY 情景中脱碳资本存量通过降低天气灾害和气候临界点发生率来对经济体产生积极的影响, 我们在 Knight 不确定情景下通过考虑脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ 有助于企业资本存量增长来捕捉脱碳工作的这种“好处”。

在总体层面上, 我们将总脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的漂移项设置为与 HWY 情景中相同的形式:

$$\omega(\mathbf{x} / \mathbf{n}) = (\mathbf{x} / \mathbf{n}) - \frac{\eta_N (\mathbf{x} / \mathbf{n})^2}{2} - \delta_N$$

其中, η_N 是总脱碳资本存量 $\mathbf{N}$ 的调整成本参数, δ_N 是总脱碳资本存量折旧率, 二者都是常数。

我们参考 HWY 有关的参数设定, 将本文的基本参数设定值归纳在表 3-1 中 (参见附录 2)。我们在 3.4.2 小节和 3.4.3 小节的数值模拟结果都是在表 3-1 的参数设定的基础上得出的。

3.4.2 Knight 不确定情景与 HWY 跳冲击情景的比较

我们在表 3-2 中总结了 Knight 不确定情景和 HWY 跳冲击情景下各类变量在到达稳态时的稳态值。HWY 跳冲击情景下的结果是假设气候状态是良好时所得出的。在 Knight 不确定情景中, 我们分别生成了当 $\bar{\sigma} = 0.8$ 、 $\bar{\sigma} = 0.9$ 以及 $\bar{\sigma} = 1$ 时的稳态结果。随着 $\bar{\sigma}$ 的数值的增大, Knight 不确定程度也在提升。

Knight 不确定情景下的减灾支出的稳态值 $\mathbf{x}^{ss}$ (1.02%、0.98%、0.94%) 要高于 HWY 跳冲击情景下的稳态值 (0.76%), 此外, 脱碳资本存量在 Knight 不确定情景下的稳态值大小也要高于 HWY 跳冲击情景下的结果。这是因为更多的减灾支出也意味着更多的脱碳资本的积累。在 Knight 不确定情景下, $\bar{\sigma} = 0.8$ 时的市场的无风险收益率稳态值为 3.06%, 这和 HWY 跳冲击情景下市场无风险收

益率（0.73%）有较大差异。而随着 Knight 不确定程度的增加，当 $\bar{\sigma} = 1$ 时，稳态下的无风险收益率会降至 1%，因此可见无风险收益率对于 Knight 不确定程度有较大的敏感性。而对于市场风险溢价而言，HWY 跳冲击情景下的稳态值（6.58%）要高于 Knight 不确定情景下的结果，并且随着 Knight 不确定程度的变大，其稳态值逐渐增加（4.15%、5.25%、6.48%）。

Knight 不确定情景下的社会福利测度水平要明显高于 HWY 跳冲击情景的福利水平。当 $\bar{\sigma} = 0.8$ 时，Knight 不确定下的福利水平是 HWY 跳冲击情景下福利水平的 2.2 倍。而当 $\bar{\sigma} = 1$ 时，福利水平的稳态值从 0.1821 下降到 0.1354，下降了 0.0467，几乎是 HWY 跳冲击情景下福利水平稳态值的 56%，可以看出不同不确定程度下的社会福利水平有着显著的区别。

表 3-2 Knight 不确定情景下和 HWY 跳冲击情景下的变量稳态值的比较

HWY 跳冲击情景		Knight 不确定情景		
		$\bar{\sigma} = 0.8$	$\bar{\sigma} = 0.9$	$\bar{\sigma} = 1$
减灾支出	0.76%	1.02%	0.98%	0.94%
脱碳资本	6.13%	6.66%	6.53%	6.37%
投资	12.41%	12.17%	11.96%	11.73%
托宾 q	2.64	3.43	3.31	3.19
消费	12.82%	12.81%	13.06%	13.33%
预期增长率	2.44%	3.47%	3.39%	3.31%
无风险收益率	0.73%	3.06%	2.09%	1%
市场风险溢价	6.58%	4.15%	5.25%	6.48%
福利测度	0.0826	0.1821	0.1577	0.1354

在图 3-1 中，我们分别生成了 HWY 跳冲击情景和不同 Knight 不确定水平情景下关于最优减灾支出 $\mathbf{x}$ 、最优投资 $\mathbf{i}$ 、最优消费 $\mathbf{c}$ 和社会福利测度水平 $\mathbf{b}$ 关于脱碳资本存量 $\mathbf{n}$ 的变化轨迹。四组图像中，我们用红色的实线表示 HWY 跳冲击情景下的变化轨迹，用蓝色的虚线、红色的虚线和黑色的点线分别表示 Knight 不确定水平为 0.8、0.9 以及 1 时的最优政策变量和福利测度的变化轨迹。

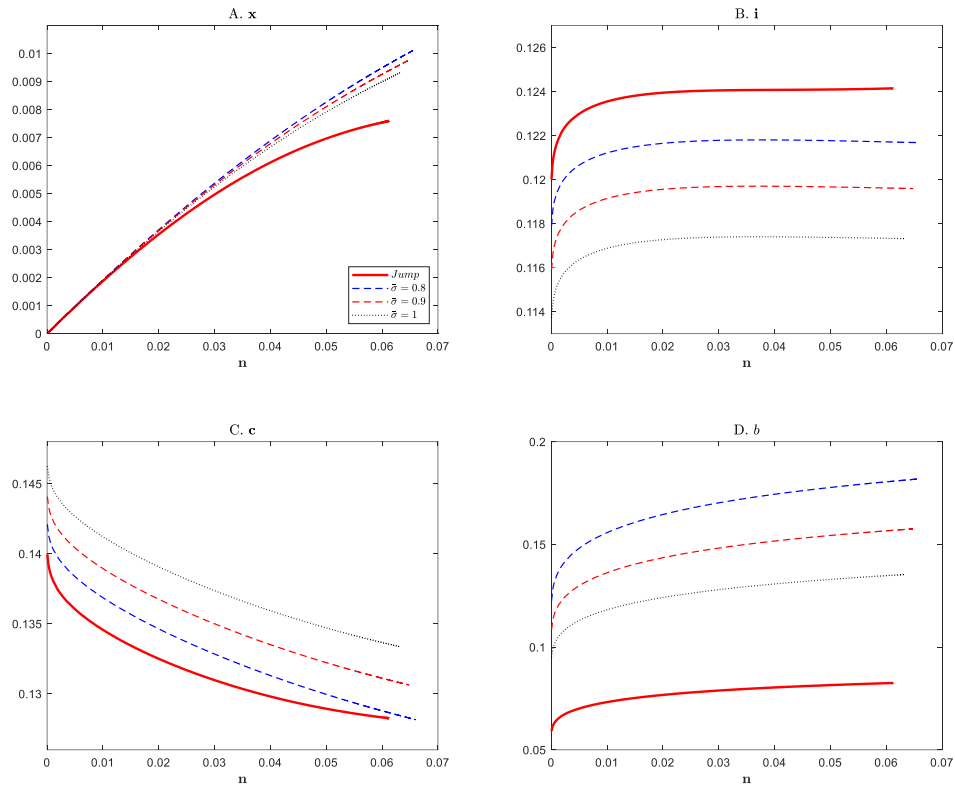


图 3-1 HWY 跳情景与不同 Knight 不确定水平情景下最优减灾支出、投资、消费以及福利测度的比较

图 3-1 (A) 展示了社会最优减灾支出 x 随着脱碳资本存量 n 的变化情况。在 HWY 跳冲击情景下的最优减灾支出要低于 Knight 不确定情景下的最优减灾支出。随着 Knight 不确定水平的增加，最优减灾支出有微小的下降。图 3-1 (B) 描绘了最优投资 i 的变化情况。我们可以发现，相比于 Knight 不确定情形，在 HWY 跳冲击情景下，企业会有更高的投资。与最优减灾支出变化相似的是，随着 Knight 不确定程度的增加，社会最优的投资水平在不断降低。图 3-1 (C) 展示了最优消费的变化轨迹。随着脱碳资本存量的积累，两种情景下的消费水平都呈现降低的趋势。HWY 跳冲击情景下的消费水平要低于 Knight 不确定情景下的消费水平。而随着 Knight 不确定程度的增加，社会最优消费水平会不断增大。图 3-1 (D) 描述了社会福利测度水平的变化情况。我们可以发现，随着脱碳的进行，社会整体的福利水平在上升。另一方面，在 HWY 跳冲击情景下的福利测度水平要明显低于 Knight 不确定情景下的福利测度水平。并且当 Knight 不确定

程度增加时，社会福利水平会有显著的降低。

3.4.3 Knight 不确定情景与 HWY 跳冲击情景下最佳过渡路径比较（关于时间 t 的函数）

图 3-2 分别描绘了 HWY 跳冲击和 Knight 不确定情景下最优脱碳资本存量随时间的演化路径。两种情景下的脱碳资本存量在稳态时的大小较为接近。其中， $\bar{\sigma} = 0.8$ 时的稳态值最大，为 6.66%，和 HWY 跳冲击情形下相差 0.53%。但这并不预示着两种情景下社会所进行的脱碳工作没有差别。事实上，对于一个庞大的经济体来说，0.53% 已是足够多的资金金额。HWY 跳冲击情景下的脱碳资本存量要低于 Knight 不确定情景下的脱碳资本存量，这意味着，在 Knight 不确定情景下，需要更多的脱碳资本来抵抗不确定性。从图 3-1 (D) 可知，更多的脱碳资本存量也带来了更高的福利水平，这一点和设置脱碳资本进行总体的风险缓解的目标是一致的。

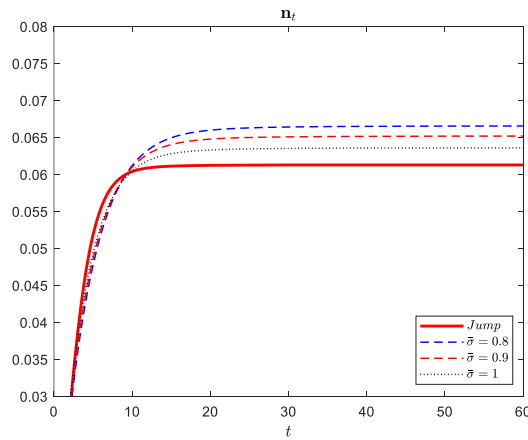


图 3-2 HWY 跳冲击情景与不同 Knight 不确定水平情景下最优脱碳资本存量变化路径

在图 3-3 中，我们生成了关于最优减灾支出 x_t 、最优投资 i_t 、最优消费 c_t 和福利测度水平 b_t 的变化路径。我们同样比较了 HWY 跳冲击情景和 Knight 不确定情景下上述变量随时间的演化结果。在图 3-3 (A) 中，Knight 不确定情景下最优减灾支出到达稳态时的时间要大于 HWY 跳冲击情景到达稳态的时间。和脱碳资本存量的演化相似，Knight 不确定情景下的最优减灾支出要高于 HWY 跳冲击情景下的结果，同样地，随着 Knight 不确定程度的增加，最优减灾支出下

降。在图 3-3 (B) 中, 随着脱碳资本存量的积累, 投资水平先上升, 而后很快就达到稳态。图 3-3 (C) 展示了最优消费 c_t 的变化路径。HWY 跳冲击情景下的最优消费稳态值 c^{ss} 为 12.82%, 这与 Knight 不确定情景下, $\bar{\sigma} = 0.8$ 时最优消费的稳态值 12.81% 几乎相同。而随着 Knight 不确定程度的上升, 最优消费在增加。图 3-3 (D) 是福利测度 b_t 的变化轨迹。随着脱碳工作的进行, 经济体的福利水平在不断攀升。

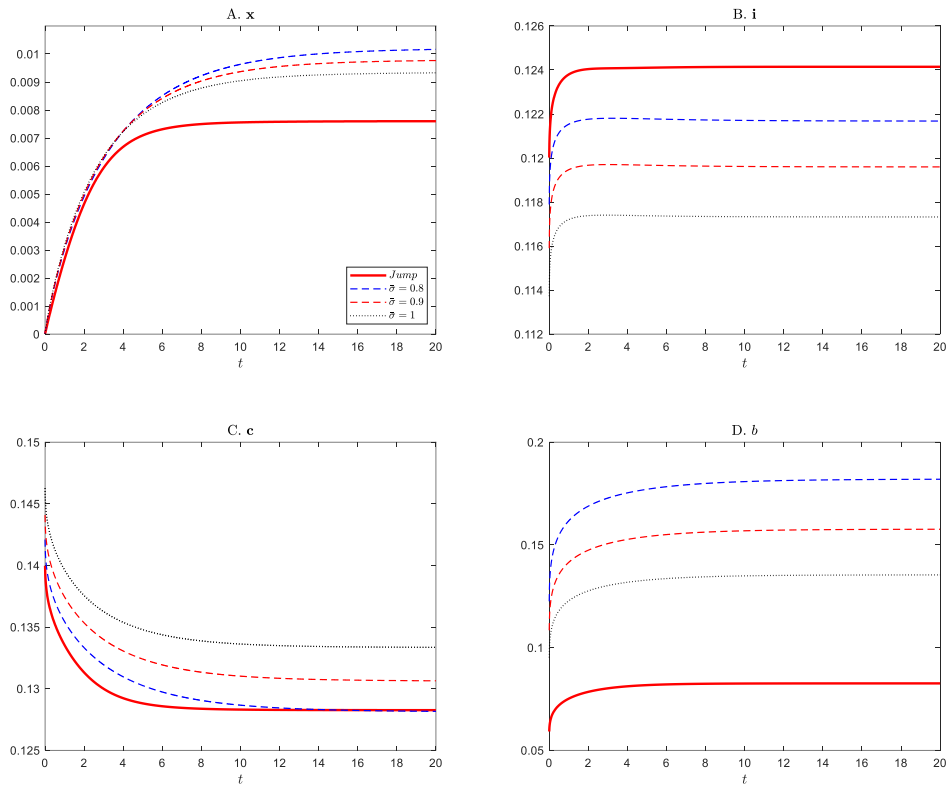


图 3-3 HWY 跳情景与不同 Knight 不确定水平情景下最优减灾支出、投资、消费以及福利测度的最优变化路径比较

图 3-4 (A) 展示了企业成为可持续企业的最低资质要求的花费 m_t 随时间 t 的变化轨迹。通过(3.25)式可知, 企业资质支出 m_t 与减灾支出 x_t 是线性相关的, 我们可以发现图 3-4 (A) 与图 3-3 (A) 的变化轨迹是相似的。图 3-4 (B) 描绘了 U 型企业和 S 型企业的必要报酬率差额的变化轨迹。在到达稳态前, HWY 跳冲击情景下的必要报酬率差额要高于 Knight 不确定情景下的必要报酬率差额。然而在到达稳态时, Knight 不确定情景下的必要报酬率差额要高于 HWY 跳冲击情景下的必要报酬率差额。这种变化和图 3-2 相一致, 图 3-2 中在脱碳资本存

量积累到达稳态前，跳冲击情景下积累的脱碳资本存量要高于 Knight 不确定情景下所积累的脱碳资本存量值。这正是因为，在跳冲击情景下的企业由于有更高的必要报酬率差额而更热衷于可持续资质支出，从而更多的积累了脱碳资本。

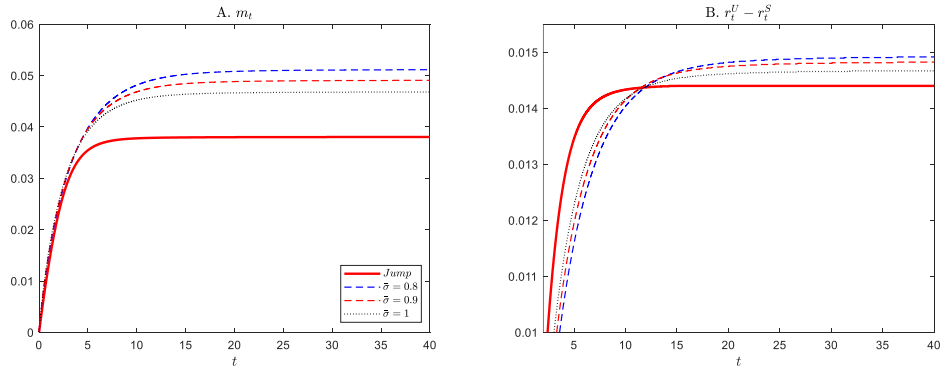


图 3-4 跳情景与不同 Knight 不确定水平情景下企业资质支出和必要报酬率差额

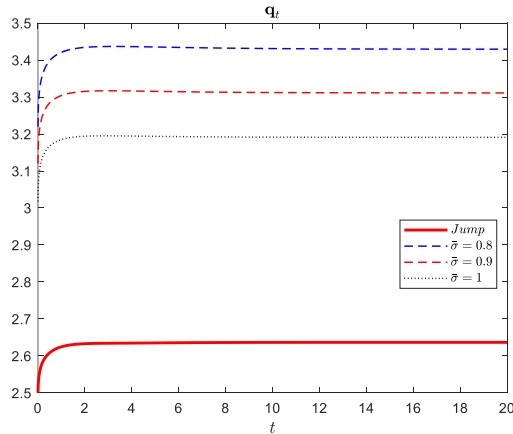


图 3-5 HWY 跳情景与不同 Knight 不确定水平情景下企业的托宾 q

如图 3-5 所示，HWY 跳冲击情景下企业的托宾 q 要低于 Knight 不确定情景下企业的托宾 q 。当 $\bar{\sigma} = 0.8$ 时， $q^{ss} = 3.43$ ，这比跳情景下的托宾 q 的稳态值(2.64)要高出接近 30%。而随着 Knight 不确定程度增加，企业的托宾 q 会随之降低，这符合人们的直观理解，因为随着不确定性的增加，市场对于企业未来发展的信心是下降的。

3.5 本章小结

本章研究了 Knight 不确定情景下可持续金融的福利结果。我们用 G-Brown 运动作为驱动企业资本存量和投资组合收益以及家庭财富随机过程的噪声源，并且利用次线性期望下的非线性随机最优理论，在满足市场均衡条件下，分别推导了关于企业和代理人价值的 G-HJB 方程。我们将 HWY 跳冲击情景下最优变量的稳态结果以及变化轨迹同 Knight 不确定情景下的结果进行了比较和分析。我们发现：（1）现实中的 Knight 不确定程度提高，可持续企业与不可持续企业的必要报酬率差额会下降，这降低了企业转型为可持续型企业的积极性。此外，社会的减灾资金积累下降，同样地，也会降低经济体脱碳资本存量的积累。（2）相比于 HWY 跳冲击情景，Knight 不确定情景下经济体到达稳态的时间会增加。这意味着在 Knight 不确定情景中，经济体需要更久的时间去完成脱碳减排工作。（3）不论是 Knight 不确定情景还是 HWY 跳冲击情景，脱碳资本存量的积累都会增加经济体的福利水平。而 Knight 不确定情景下的福利水平要显著高于 HWY 跳冲击情景下的福利水平。随着 Knight 不确定程度的提升，福利水平会下降。此外，我们还发现无风险收益率和市场风险溢价关于 Knight 不确定程度的变化最为敏感。

第 4 章 总结和展望

4.1 研究结论

本文基于 Hong 等^[21]所建立的带有投资规定的动态随机一般均衡模型，分别引入了通胀不确定和 Knight 不确定因素，进一步的在不确定环境下研究了可持续金融的福利问题。

首先，第 2 章研究了受泊松跳过程驱动的通胀风险对于可持续金融福利结果的影响。政府利用较低的资本成本来激励企业为减灾积累资金，从而实现经济体的“脱碳”，而脱碳资本的积累能有效降低天气灾害与气候临界点的发生率。研究表明，在通胀风险的影响下，获得可持续资质的企业随着通胀风险的增加，其资本成本会随之降低。不可持续企业和可持续企业之间的必要报酬率差额，即用于社会减灾支出的资金额会随着通胀风险的增加而减少。对于不同跳强度下的通胀风险，脱碳资本存量积累同样也会随着通胀风险的增加而降低。与脱碳资本变化相似，社会最优减灾支出同样随着通胀风险的增加而降低。这些都指明了通胀风险对于经济体脱碳有着消极的影响。此外，通胀风险的增加减少了家庭的投资意愿，社会最优投资随着通胀风险的增加不断降低。伴随着通胀的持续，家庭对于物价水平有上涨的预期，加上储蓄贬值压力的增大，社会的消费会随着通胀的增加而上升。通胀风险带来的弊端直接冲击了居民稳定的生产生活，不断增加的通胀风险使得社会福利水平显著下降。

其次，第 3 章研究了 Knight 不确定框架下的可持续金融福利问题。研究表明，当 Knight 不确定程度增加时，社会减灾支出和脱碳资本存量会下降，这是由于不确定性的增加进一步削弱了经济体脱碳的效果，社会所能得到的最优的脱碳减灾的资金变少。不确定性的增加同样抑制了社会投资。企业价值在不确定的环境下也随之下降。无风险收益率和市场风险溢价关于 Knight 不确定程度的变化最为敏感，无风险收益率从 Knight 不确定程度为 0.8 时的 3.06% 成倍的减少到 Knight 不确定程度为 1 时的 1%。市场风险溢价也是从 4.15% 上升到 6.48%，上涨幅度接近 60%。经济体的福利水平也同样随之下降。相较于跳冲击情景，在 Knight 不确定情景下的经济体会积累更多的脱碳资本，并且会有更高的福利

水平。Knight 不确定情景和 HWY 情景下的关于福利水平的结果具有较大差异，Knight 不确定程度为 0.8 时的福利水平是 HWY 情景下福利水平的近 2 倍。对于数据结果差异的比较，也充分证明了气候金融研究工作中对于模型设定和参数校准仍需要进一步的完善和发展。

基于以上研究结论，本文提出下列政策建议：

（1）在全球经济持续低迷，国际局势波谲云诡之际，政府不得不更加严谨的考量通货膨胀对本国经济的影响。在“双碳”目标的指引下，经济体在科学有效的规制中实现绿色高质量发展。然而通胀风险的增加会持续减少居民福利和降低社会投资水平。因此，政府应当积极出台维护和保障社会生产生活的政策法规，稳定经济社会的运转和秩序。就业是民生之本，直接影响到居民的生存和生活质量。政府要积极完善就业优先政策，加大各类资金资源统筹支持力度，落实税费减免、就业补贴等政策，优化就业创业服务，拓宽高校毕业生等青年就业创业渠道，不断增强就业市场活力。此外，要大力落实好社会保障和服务政策，减少个人或家庭生活福祉受到通胀风险冲击的影响，加强低收入群体的动态监测和常态化救助帮扶，切实维护和保障困难群众的日常基本生活需要，不断增强人民群众获得感、幸福感和安全感。在市场投资方面，要实施更加积极的财政政策和适度宽松的货币政策，拓展中央银行宏观审慎与金融稳定功能，加大对科技创新、绿色发展以及小微企业的支持。

（2）企业是市场经济发展的核心，同时也是落实低碳减排的主力军。政府应当着力调动企业进行脱碳减排，实现绿色转型发展的积极性。由于企业面临着市场严峻的不确定性，往往会采取保守战略，减少绿色技术投资或减灾支出。因此，政府应当制定相关的奖励政策，同时加强惩戒措施，推动企业迈向可持续发展道路。此外，政府应当设立单独的绿色基金，用以奖惩企业的政策执行效果和减排脱碳的成绩，并且将资金定向用于绿色技术研发、植树造林等增强碳汇功能的领域。

（3）碳达峰和碳中和是中国经济社会发展的重要战略目标，经济体在不确定环境下的转型发展充满挑战性。政府在根据相应的经济数据出台气候管理政策时，同样应当考量策略的可持续性，避免对脱碳减排事业短期的过度投资，造成社会资源的浪费。而是要立足于双碳目标，制定长期计划，让各经济主体在脱碳减排中协调发展。

4.2 研究展望

本文在 Hong 等^[21]的研究基础上, 进一步考虑了通胀和 Knight 不确定性因素对可持续金融福利结果的影响。本文仍然可以进一步的拓展:

(1) 本文假设了天气灾害冲击会同等影响生产资本和脱碳资本的随机增长, 这是一种简化, 因为它使 $\mathbf{n}_t$ 的动力学是确定性的。这一设定使我们能够便于分析随着时间的推移向净零目标过渡的动态变化。如果我们允许生产性资本存量和脱碳资本存量的随机增长对跳跃和扩散冲击有不同的反应, 那么 $\mathbf{n}_t$ 将是随机的。这将是更为一般化的模型设定, 能更好的捕捉企业资本和脱碳资本变化的不确定性。

(2) 本文的模型对碳循环和损失函数做出了简化的假设。现实中, 碳排放会增加碳储量, 但是会延迟性地影响温度的变化。我们的模型假设碳储量会立即影响气候临界点和天气灾害的发生。因此, 我们可以通过允许对脱碳资本 $\mathbf{N}$ 进行投资的时间与该脱碳投资产生风险缓释效果的时间之间存在滞后性来推广我们的模型。

(3) 第 3 章研究了 Knight 不确定因素对可持续金融福利的影响, 利用 G-布朗运动来驱动噪音, 在非线性期望理论下讨论了随机控制和优化问题。基于此, 我们可以考虑泊松跳过程的跳强度同样具有模糊性, 来进一步推广模型。这样将会更加契合本章用 Knight 不确定来捕捉气候模型本身所具有的本质且不可消除的不确定性。

(4) 对于不确定环境下气候金融问题, 还可以利用贝叶斯学习模型进行建模。例如天气灾害的发生率, 在贝叶斯规则下, 随着新的信息或数据的增加, 不断更新后验概率, 能够更准确的度量不断变化的、不确定的灾害冲击频率。

参考文献

- [1] Carleton A T, Hsiang M S. Social and economic impacts of climate[J]. Science, 2016, 353(6304): aad9837.
- [2] Nordhaus W. Economic growth and climate: the carbon dioxide problem[J]. The American Economic Review, 1977, 67(1): 341-346.
- [3] Nordhaus W. An optimal transition path for controlling greenhouse gases[J]. Science, 1992, 258(5086): 1315-1319.
- [4] IPCC. Climate Change 2021: the Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change[R]. 2021.
- [5] Knight F H. Risk, uncertainty and profit[M]. Houghton Mifflin Company, 1921.
- [6] Kelly D L, Kolstad C D. Bayesian learning, growth, and pollution[J]. Journal of Economic Dynamics and control, 1999, 23(4): 491-518.
- [7] Kelly D L, Tan Z. Learning and climate feedbacks: Optimal climate insurance and fat tails[J]. Journal of Environmental Economics and Management, 2015, 72: 98-122.
- [8] Bansal R, Ochoa M. Welfare costs of long-run temperature shifts[R]. National Bureau of Economic Research, 2011.
- [9] Dell M, Jones B F, Olken B A. Temperature and income: reconciling new cross-sectional and panel estimates[J]. American Economic Review, 2009, 99(2): 198-204.
- [10] Dell M, Jones B F, Olken B A. Temperature shocks and economic growth: Evidence from the last half century[J]. American Economic Journal: Macroeconomics, 2012, 4(3): 66-95.
- [11] Burke M, Hsiang S M, Miguel E. Global non-linear effect of temperature on economic production[J]. Nature, 2015, 527(7577): 235-239.
- [12] Crost B, Traeger C P. Optimal CO₂ mitigation under damage risk valuation[J]. Nature Climate Change, 2014, 4(7): 631-636.

- [13] Jensen S, Traeger C P. Optimal climate change mitigation under long-term growth uncertainty: Stochastic integrated assessment and analytic findings[J]. *European Economic Review*, 2014, 69: 104-125.
- [14] Ackerman F, Stanton E A, Bueno R. Epstein-Zin utility in DICE: Is risk aversion irrelevant to climate policy?[J]. *Environmental and Resource Economics*, 2013, 56: 73-84.
- [15] Lenton T M, Rockstrom J, Gaffney O, etc. Climate tipping points—too risky to bet against[J]. *Nature*, 2019, 575(7784): 592-595.
- [16] Lontzek T S, Cai Y, Judd K L, etc. Stochastic integrated assessment of climate tipping points indicates the need for strict climate policy[J]. *Nature Climate Change*, 2015, 5(5): 441-444.
- [17] Pindyck R S, Wang N. The economic and policy consequences of catastrophes[J]. *American Economic Journal: Economic Policy*, 2013, 5(4): 306-339.
- [18] Martin I W, Pindyck R S. Averting catastrophes: The strange economics of Scylla and Charybdis[J]. *American Economic Review*, 2015, 105(10): 2947-2985.
- [19] 廖华, 郑国梁. 气候经济复杂系统中的不确定性及其建模研究进展[J]. *中国管理科学*, 2025, 33(1): 273-286.
- [20] Hambel C, Kraft H, Schwartz E. Optimal carbon abatement in a stochastic equilibrium model with climate change[J]. *European Economic Review*, 2021, 132: 103642.
- [21] Hong H, Wang N, Yang J. Welfare consequences of sustainable finance[J]. *The Review of Financial Studies*, 2023, 36(12): 4864-4918.
- [22] 费为银, 费晨, 夏登峰, 等. 模型不确定下带通胀的最优消费和投资组合问题研究[J]. *管理工程学报*, 2017, 31(2): 177-184.
- [23] 费晨, 杜宏俊, 费为银, 等. 通胀风险下的企业家投资—消费和对冲问题[J]. *系统工程学报*, 2019, 34(3): 383-394.
- [24] 费为银, 张繁红, 杨晓光. 通胀对高管的股权激励和工作努力策略的影响[J]. *中国管理科学*, 2020, 28(11): 1-11.
- [25] 王光臣, 吴臻. 一类终端财富期望效用最大化问题: 通货膨胀情形[J]. *应用概率统计*, 2009, 25(4): 345-353.

- [26] 欧辉, 黄娅, 杨向群, 等. 通胀风险下的鲁棒最优投资组合与再保险问题研究 (英文) [J]. 应用概率统计, 2016, 32(1): 89-100.
- [27] 费为银, 张桂银, 费晨. 通胀不确定环境下政府最优税收和债务问题研究[J]. 计量经济学报, 2024, 4(4): 1064-1090.
- [28] 费为银, 蔡振球, 夏登峰. 跳扩散环境下带通胀的最优动态资产配置[J]. 管理科学学报, 2015, 18(8): 83-94.
- [29] 费为银, 夏登峰, 刘鹏. 模型不确定和极端事件冲击下带通胀的最优投资组合选择问题研究[J]. 应用概率统计, 2014, 30(3): 322-336.
- [30] 费为银, 卢琴云, 胡慧敏, 等. 突发事件冲击下带通胀的动态资产配置问题研究[J]. 工程数学学报, 2016, 33(3): 234-242.
- [31] Chen Z J, Epstein L G. Ambiguity, risk, and asset returns in continuous time[J]. Econometrica, 2002, 70(4): 1403-1443.
- [32] Fei W Y. Optimal consumption and portfolio choice with ambiguity and anticipation[J]. Information Sciences, 2007, 177(23): 5178-5190.
- [33] Fei W Y. Optimal portfolio choice based on α -MEU under ambiguity[J]. Stochastic Models, 2009, 25(3): 455-482.
- [34] 费为银, 夏登峰, 唐仕冰. Knight 不确定与随机汇率下外商投资决策[J]. 管理科学学报, 2016, 19(6): 125-135.
- [35] Miao J, Rivera A. Robust contracts in continuous time. Econometrica, 2016, 84(4): 1405-1440.
- [36] Berger L, Emmerling J, Tavoni M. Managing catastrophic climate risks under model uncertainty aversion[J]. Management Science, 2017, 63(3): 749-765.
- [37] 费为银, 费晨, 夏登峰, 等. 模型不确定下带通胀的最优消费和投资组合问题研究[J]. 管理工程学报, 2017, 31(2): 177-184.
- [38] 费晨, 余鹏, 费为银, 等. 道德风险下带有 Knight 不确定的最优动态契约设计[J]. 管理科学学报, 2019, 22(6): 86-96.
- [39] 费晨, 余鹏, 费为银, 等. 奈特不确定下考虑逆向选择的最优动态契约设计[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(9): 2302-2313.
- [40] 费晨. G-布朗运动驱动随机系统的最优控制和最优消费投资组合[J]. 应用数学学报, 2021, 44(3): 355-382.

- [41] 凌爱凡, 谢林利, 胡志军, 等. 允许契约提前终止的鲁棒动态金融契约模型[J]. 中国科学: 数学, 2022, 52(10): 1203-1236.
- [42] 牛英杰, 杨金强. 基于模糊厌恶的企业家最优投资消费与定价问题研究[J]. 计量经济学报, 2022, 2(1): 150-163.
- [43] Huang H H, Sun Y Z, Wang Y J, etc. The impact of ambiguity-Loving attitude on market participation and asset pricing[J]. *Economic Modelling*, 2023, 128(5): 106527.
- [44] Lucas J, Robert E, Edward C P. Investment under uncertainty[J]. *Econometrica*, 1971, 39: 659-681.
- [45] Hayashi F. Tobin's marginal q and average q : A neoclassical interpretation[J]. *Econometrica*, 1982, 50: 215-224.
- [46] Jermann U J. Asset pricing in production economies[J]. *Journal of Monetary Economics*, 1998, 41(2): 257-275.
- [47] Duffie D, Epstein L G. Stochastic differential utility[J]. *Econometrica*, 1992, 60: 353-394.
- [48] Peng S G. *Nonlinear Expectations and Stochastic Calculus under Uncertainty*[M]. Berlin: Springer, 2019.
- [49] Hong H, Wang N, Yang J Q. Mitigating disaster risks in the age of climate change[J]. *Econometrica*, 2023, 91(5): 1763-1802.

附录

附录 1

1.1 脱碳资本存量折现

设 $\tilde{\mathbf{N}}_t$ 为总的的名义的脱碳资本存量，其动力学为：

$$\frac{d\tilde{\mathbf{N}}_t}{\tilde{\mathbf{N}}_{t-}} = \omega(\tilde{\mathbf{X}}_{t-}/\tilde{\mathbf{N}}_{t-})dt + \sigma dB_t - (1-Z)d\mathcal{J}_t$$

上式中总的的名义脱碳资本 $\tilde{\mathbf{N}}$ 的积累的控制 $\tilde{\mathbf{X}}_{t-}/\tilde{\mathbf{N}}_{t-}$ 类似于(2.2)式中企业层面名义生产性资本存量的投资资本比率 $\tilde{I}_{t-}/\tilde{K}_{t-}$ 。也就是说，在没有跳时， $d\tilde{\mathbf{N}}_t/\tilde{\mathbf{N}}_{t-}$ 的漂移项 $\omega(\tilde{\mathbf{X}}_{t-}/\tilde{\mathbf{N}}_{t-})$ 和 $d\tilde{K}_t/\tilde{K}_{t-}$ 的漂移项 $\phi(\tilde{I}_{t-}/\tilde{K}_{t-})$ 是相似的。和 $\phi(\cdot)$ 一样，我们假设 $\omega(\cdot)$ 是递增并且是凹的。这种规范表明了快速改变 $\mathbf{N}$ 比缓慢改变 $\mathbf{N}$ 的成本更高。假设 $\mathbf{N}_t$ 为总的实际的脱碳资本存量，即 $\mathbf{N}_t = \tilde{\mathbf{N}}_t / P_t$ ，结合(2.1)式并使用伊藤引理，得：

$$\begin{aligned} d\mathbf{N}_t = d\left(\frac{\tilde{\mathbf{N}}_t}{P_t}\right) &= (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 + \omega(\mathbf{X}_{t-}/\mathbf{N}_{t-}) - \sigma\sigma_P\rho_P)\mathbf{N}_{t-}dt \\ &\quad - \sigma_P\mathbf{N}_{t-}dB_t^P + \sigma\mathbf{N}_{t-}dB_t - (1-Z)\mathbf{N}_{t-}d\mathcal{J}_t + (e^{-\xi} - 1)\mathbf{N}_{t-}d\mathcal{J}_t^P \end{aligned}$$

即第二章中的(2.6)式。

1.2 投资组合收益折现

设 $\tilde{\mathbf{Q}}_t^j$ 表示 j 类投资组合的名义的市场价值，其中包括所有 j 类企业。令 $\mathbf{D}_t^j$ 表示 j 类投资组合的名义的股息。状态 $\mathcal{S}$ 下 j 类投资组合名义的均衡附带股息的收益动力学为：

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathbf{Q}}_t^j + \tilde{\mathbf{D}}_{t-}^j dt}{\tilde{\mathbf{Q}}_{t-}^j} &= \tilde{r}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt + \sigma dB_t - (1-Z)(d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\ &\quad + \frac{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}(d\tilde{\mathcal{J}}_t - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \end{aligned}$$

结合(2.1)式并使用伊藤引理, 我们得到状态 $\mathcal{S}$ 下 j 类投资组合实际的均衡附带股息的收益动力学方程为:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{Q}_t^j + \mathbf{D}_{t-}^j dt}{\mathbf{Q}_{t-}^j} = & ((\tilde{r}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}) - \mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P) dt \\ & - \sigma_P dB_t^P + \sigma dB_t - (1 - Z)(d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\ & + \frac{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}^j(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})} (d\tilde{\mathcal{J}}_t - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) + (e^{-\xi} - 1)d\mathcal{J}_t^P \end{aligned}$$

即第二章中的(2.22)式。

1.3 代理人财富折现

设 $\tilde{W}_t$ 为代理人的名义财富, 在气候状态 $\mathcal{S}$ 下, 名义的财富动力学方程为:

$$\begin{aligned} d\tilde{W}_t = & [\tilde{r}^f(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})(\tilde{W}_{t-} - \tilde{H}_{t-}) - \tilde{C}_{t-}]dt + \sigma \tilde{H}_{t-} dB_t \\ & + (\tilde{r}^S(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})\tilde{H}_{t-}^S + \tilde{r}^U(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})\tilde{H}_{t-}^U)dt - \tilde{H}_{t-}(1 - Z) \\ & \times (d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) - \tilde{H}_{t-} \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})} (d\tilde{\mathcal{J}}_t - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \end{aligned}$$

类似地, 我们结合(2.1)式并使用伊藤引理, 可得到气候状态 $\mathcal{S}$ 下的实际的财富动力学:

$$\begin{aligned} dW_t = & \left[\tilde{r}^f(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}) \left(\frac{\tilde{W}_{t-}}{P_t} - \frac{\tilde{H}_{t-}}{P_t} \right) - \frac{\tilde{C}_{t-}}{P_t} \right] dt - \rho_P \sigma \sigma_P \frac{\tilde{H}_{t-}}{P_t} dt \\ & + \left(\tilde{r}^S(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}) \frac{\tilde{H}_{t-}^S}{P_t} + \tilde{r}^U(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}) \frac{\tilde{H}_{t-}^U}{P_t} \right) dt + \frac{\tilde{W}_{t-}}{P_t} (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2) dt \\ & + \sigma \frac{\tilde{H}_{t-}}{P_t} dB_t - \frac{\tilde{W}_{t-}}{P_t} \sigma_P dB_t^P - [(1 - Z)(d\mathcal{J}_t - \lambda(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt) \\ & - \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})} (d\tilde{\mathcal{J}}_t - \zeta(\mathbf{n}_{t-}; \mathcal{S})dt)] \frac{\tilde{H}_{t-}}{P_t} + \frac{\tilde{W}_{t-}}{P_t} (e^{-\xi} - 1) d\mathcal{J}_t^P \end{aligned}$$

即第二章中的(2.23)式。

1.4 最优规定下的市场经济

使用(2.23)式给出的气候状态 $\mathcal{S}$ 下的家庭财富动力学, 我们得到下列关于家

庭价值函数 $V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 HJB 方程:

$$\begin{aligned}
 0 = & \max_{C, \pi^S, H} f(C, V; \mathcal{S}) + [(\tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S})\alpha + \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \alpha))H + \tilde{r}^f(\mathbf{n}; \mathcal{S})(W - H) \\
 & - C + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E^Z(Z))H + W(-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2) - \rho_P \sigma \sigma_P H] V_W \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} V_n \\
 & + \frac{1}{2} (\sigma^2 H^2 + \sigma_P^2 W^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P W H) V_{WW} \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^Z[V(W - (1 - Z)H, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \left[V \left(W - \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} H, \mathbf{n}; \mathcal{S}' \right) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) \right] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} H V_W \\
 & + \theta E^\xi [V(e^{-\xi} W, \mathbf{n}; \mathcal{S}) - V(W, \mathbf{n}; \mathcal{S})]
 \end{aligned} \tag{A1}$$

我们关于(A1)式使用均衡条件的性质: $W = H$ 和 $\pi = \alpha$, 即可得到(2.24)式。
关于风险资产 H 的一阶条件, 由下式给出:

$$\begin{aligned}
 0 = & [\alpha \tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \tilde{r}^f(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E^Z(Z)) - \rho_P \sigma \sigma_P] V_W + (\sigma^2 H - \rho_P \sigma \sigma_P W) V_{WW} \\
 & - \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^Z[(1 - Z) V_W(W - (1 - Z)H, \mathbf{n}; \mathcal{S})] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}') - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \left[V_W \left(W - \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} H, \mathbf{n}; \mathcal{S}' \right) \right] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} V_W
 \end{aligned} \tag{A2}$$

1.5 给定规定下的市场均衡

首先, 一个可持续型企业没有动机花费在减灾上的资金超过最小要求额 m 。其次, 在均衡状态下, 家庭将他们全部的财富投资于股票市场而不持有无风险资产: $H = W$ 和 $W = \mathbf{Q}^S + \mathbf{Q}^U$ 。第三, 代表性代理人投资于 S 型投资组合的资金数额等于可持续企业的市场总价值 ($\pi^S = \alpha$), 投资于 U 型投资组合的资金数额等于不可持续企业的市场总价值 ($\pi^U = 1 - \alpha$)。最后, 商品市场出清。如 Pindyck 和 Wang^[17]和 Hong 等^[49]所述, 在市场均衡的条件下, 风险资产持有量为零, 于是我们有: $H = W = \mathbf{Q}^S + \mathbf{Q}^U = q^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}^S + q^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}^U = \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{K}$ 和 $W^J = ZW$ 。此外, 使用 $\pi^\alpha = \alpha$ 和(A2)式, 可以得到:

$$\begin{aligned}
 r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) &= r^f(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + \gamma(\sigma^2 - \rho_P \sigma \sigma_P) + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S}) E^Z[(1 - Z)(Z^{-\gamma} - 1)] \\
 &\quad + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \left[\left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{-\gamma} - 1 \right] \\
 &= \alpha r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S})
 \end{aligned} \tag{A3}$$

因为所有的企业在均衡状态下有相同的托宾 q ，使用投资的 FOC(2.20)式和(2.19)式，我们可以总结得出 S 型企业和 U 型企业具有相同的投资率，即(2.30)式以及

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) &= \frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - m(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 &= \frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}
 \end{aligned} \tag{A4}$$

其中，预期收益率为：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) &= [-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P + \phi(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] - \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - E(Z)) \\
 &\quad - \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \frac{q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{q^j(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \theta E(e^{-\varepsilon} - 1)
 \end{aligned} \tag{A5}$$

使用 $\alpha r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ ， $\mathbf{x} = \alpha m(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 以及(A4)式，我们可以得到：

$$\begin{aligned}
 &\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 &= \frac{\alpha(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - m(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S}))}{\alpha r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 &\quad + \frac{(1 - \alpha)(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \mathbf{n} \mathbf{q}'(\mathbf{n}; \mathcal{S}))}{\alpha r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 &= \frac{\alpha \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})(r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) + (1 - \alpha) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})(r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))}{\alpha(r^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) + (1 - \alpha)(r^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))} \\
 &= \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})
 \end{aligned} \tag{A6}$$

(2.27)式的最优消费法则可以表示为：

$$c(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{C}{\mathbf{K}} = \frac{C}{W} \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \rho^\psi u(\mathbf{n}; \mathcal{S})^{1-\psi} \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \tag{A7}$$

然后我们把(A7)式中的 $c(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和(2.26)式中的值函数代入到(2.24)式的 HJB 方程中，可以得到：

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{1-\psi^{-1}} \left(\frac{c(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \rho \right) + (\alpha \tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1-\alpha) \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \frac{c(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}) \\
 &\quad + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \mathbb{E}^Z(Z)) + (-\mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P) \\
 &\quad + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n}u'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \frac{\gamma}{2} (\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P) \\
 &\quad + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} [\mathbb{E}(Z^{1-\gamma}) - 1] + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}') \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \\
 &\quad + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right) + \frac{\theta}{1-\gamma} \mathbb{E}^\xi [(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1] \\
 &= \frac{1}{1-\psi^{-1}} \left(\frac{c(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \rho \right) \\
 &\quad + (r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \frac{c(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \mathbb{E}^Z(Z)) + \theta g) \\
 &\quad + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n}u'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 &\quad - \frac{\gamma}{2} (\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P) + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} [\mathbb{E}(Z^{1-\gamma}) - 1] \\
 &\quad + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}') \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] + \zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \left(\frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right) \quad (\text{A8}) \\
 &\quad + \frac{\theta}{1-\gamma} \mathbb{E}^\xi [(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned}$$

利用(A6)式和商品市场出清条件, 我们得到:

$$\frac{c(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} = r^M(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{g}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n}q'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \quad (\text{A9})$$

我们把(A9)式代入(A8)式中, 同时使用 $c(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 和(A7)式, 我们得到:

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{1}{1-\psi^{-1}} \left(\frac{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \rho \right) + (-\mu_P + \sigma_P^2 - \sigma \sigma_P \rho_P + \theta g + \phi(i^j(\mathbf{n}; \mathcal{S}))) \\
 &\quad + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \left[\frac{\psi}{1-\psi} \frac{\mathbf{n}q'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \frac{1}{1-\psi} \frac{\mathbf{n}i'(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + \mathbf{n}x'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right] \\
 &\quad - \frac{\gamma}{2} (\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P) + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} [\mathbb{E}(Z^{1-\gamma}) - 1] \\
 &\quad + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1-\gamma} \left[\left(\frac{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}') - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})^\psi}{(A - \mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S})) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')^\psi} \right)^{\frac{1-\gamma}{1-\psi}} - 1 \right] \\
 &\quad + \frac{\theta}{1-\gamma} \mathbb{E}^\xi [(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned}$$

也就是文章正文中的(2.34)式。最后我们将(A3)式代入(A9)式中, 得出均衡状态

下无风险收益率(2.38)式。

1.6 福利最大化的马尔科夫规定

在均衡状态下，使用(2.26)式和 $W = \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})\mathbf{K}$ ，我们可以重新书写关于 $u(\mathbf{n}; \mathcal{S})$ 的 ODE(2.28)式为：

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{1}{1 - \psi^{-1}} \left[\frac{\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \rho \right] + \alpha \tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \frac{\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 & + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \mathbb{E}^Z(Z)) - \mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} u'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S})} - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)}{2} \\
 & + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [\mathbb{E}^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] + \zeta(\mathbf{n}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 & + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}') \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] + \frac{\theta}{1 - \gamma} \mathbb{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned}$$

使用(2.41)式和 $\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) = \frac{1}{\phi'(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))}$ ，得到：

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{\rho}{1 - \psi^{-1}} \left[\left(\frac{A - \mathbf{i} - \mathbf{x}}{b(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\psi^{-1}} - 1 \right] + \alpha \tilde{r}^S(\mathbf{n}; \mathcal{S}) + (1 - \alpha) \tilde{r}^U(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \\
 & - \frac{\mathbf{c}(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})(1 - \mathbb{E}^Z(Z)) - \mu_P + \theta g + \sigma_P^2 - \rho_P \sigma \sigma_P \\
 & + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n}; \mathcal{S}))] \frac{\mathbf{n} u'(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \\
 & - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)}{2} + \frac{\lambda(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} [\mathbb{E}^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] \\
 & + \zeta(\mathbf{n}) \frac{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}) - \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{\mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} + \frac{\zeta(\mathbf{n}; \mathcal{S})}{1 - \gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}') \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S}')}{u(\mathbf{n}; \mathcal{S}) \mathbf{q}(\mathbf{n}; \mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \\
 & + \frac{\theta}{1 - \gamma} \mathbb{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned} \tag{A10}$$

使用(A9)式和(A5)式化简(A10)，得到：

$$\begin{aligned}
 0 = & \frac{\rho}{1-\psi^{-1}} \left[\left(\frac{A-\mathbf{i}-\mathbf{x}}{b(\mathbf{n};\mathcal{S})} \right)^{1-\psi^{-1}} - 1 \right] + \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n};\mathcal{S})) + \theta g - \mu_P + \sigma_P^2 \\
 & - \rho_P \sigma \sigma_P + [\omega(\mathbf{x}(\mathbf{n};\mathcal{S}) / \mathbf{n}) - \phi(\mathbf{i}(\mathbf{n};\mathcal{S}))] \left(\frac{\mathbf{n}u'(\mathbf{n};\mathcal{S})}{u(\mathbf{n};\mathcal{S})} + \frac{\mathbf{n}q(\mathbf{n};\mathcal{S}')}{q(\mathbf{n};\mathcal{S})} \right) \\
 & - \frac{\gamma(\sigma^2 + \sigma_P^2 - 2\rho_P \sigma \sigma_P)}{2} + \frac{\lambda(\mathbf{n};\mathcal{S})}{1-\gamma} [\mathbf{E}^Z(Z^{1-\gamma}) - 1] \\
 & + \frac{\zeta(\mathbf{n};\mathcal{S})}{1-\gamma} \left[\left(\frac{u(\mathbf{n};\mathcal{S}')q(\mathbf{n};\mathcal{S}')}{u(\mathbf{n};\mathcal{S})q(\mathbf{n};\mathcal{S})} \right)^{1-\gamma} - 1 \right] \\
 & + \frac{\theta}{1-\gamma} \mathbf{E}^\xi[(e^{-\xi})^{1-\gamma} - 1]
 \end{aligned}$$

最后，使用 $b(\mathbf{n};\mathcal{S}) = u(\mathbf{n};\mathcal{S}) \times q(\mathbf{n};\mathcal{S})$ ，即可得到(2.42)式。

附录 2

表格

表 2-1 通胀不确定下的参数设定

参数名称	符号	数值
跨期替代弹性	EIS	1.5
时间偏好率	ρ	4.2%
相对风险厌恶系数	γ	0.5
生产力	A	26%
调整成本参数 (N)	η_N	5
调整成本参数 (K)	η_K	5
扩散波动率 (N 和 K)	σ	9%

折旧率（N 和 K）	$\delta_K = \delta_N$	6%
跳基准参数（ $\mathcal{G}$ 到 $\mathcal{B}$ ）	ζ_0	0.02
跳敏感性参数（ $\mathcal{G}$ 到 $\mathcal{B}$ ）	ζ_1	0.1
幂律指数	β	39
$\mathbf{n} = 0$ 时跳基准参数（ $\mathcal{G}$ ）	$\lambda_0^{\mathcal{G}}$	0.05
$\mathbf{n} = 0$ 时跳基准参数（ $\mathcal{B}$ ）	$\lambda_0^{\mathcal{B}}$	2
减灾技术参数	λ_1	0.3
预期通胀率	μ_P	0.02
通胀波动率	σ_P	0.1

表 3-1 Knight 不确定情景下的参数设定

参数名	符号	数值
跨期替代弹性	EIS	1.5
时间偏好率	ρ	4.2%
相对风险厌恶系数	γ	8
生产力	A	26%
调整成本参数	$\eta_N = \eta_K$	5

波动率	σ	9%
折旧率	$\delta_K = \delta_N$	6%
幂律指数	β	39
投资基准参数	λ_1	0.9
脱碳资本基准参数	λ_2	0.05
脱碳资本敏感性参数	λ_3	0.3

硕士期间发表的论文

- [1] Li X Z, Fei C, Fei W Y. The influence of Knightian uncertainty on sustainable financial welfare consequences[J]. Systems Science & Control Engineering, 2025, 13(1): 2467072.
- [2] 李学增, 费晨, 费为银. 带跳的通胀风险对可持续金融福利结果的影响[J]. 应用概率统计. (修回)

致 谢

硕士阶段的旅程即将结束。回望过去三年的时光，我仍然清楚地记得最初来到学校时的场景，彼时简单畅然的心情与当下复杂的情绪形成了鲜明的对比。让我感到幸运的是，一路以来我获得了许许多多的支持和帮助，这在我学习成长的道路上是至关重要且不可磨灭的。

首先，我要感谢我的父母，但所有的言语都无法表达我全部的感激，我会努力变成更好的人来回馈你们的恩情。在三年的硕士生涯里，最要感谢的是我的导师费为银教授。我始终记得 22 年 9 月当我收到费老师同意选他做导师的短信时那兴奋的瞬间，这也是我最正确的选择。在科研上，费老师无论是从研究方向的选择，还是论文的研读、写作、修改以及投稿等过程中都给予了我悉心的指导和帮助。费老师专注严谨、与时俱进的治学精神深深感染了我。生活上，费老师也同样给与了我们最实际的关怀和支持。能够和老师一起学习是我最大的幸运，在未来的日子里，我也会继续努力。

感谢母校安徽工程大学对我的培养。十分感谢学院给我们提供的优质的学习环境和资源。在具体的学术过程中，我要着重感谢师兄李任重、李亮、吴开强等对我的帮助，让我能够更高效的解决所面临的科研难题。感谢同门伙伴张桂银和贵秀子三年以来的并肩同行。感谢所有帮助、鼓励和温暖过我的亲人、老师、同学和朋友，在此向你们表达崇高的敬意和衷心的感谢！

这是一个结束，也是另一个开始，让我们带着希望继续前进。

2025 年 5 月 20 日于图书馆 1801