

---

分类号：O231.3

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2211020127

题 目 基于网络通信协议的网络化离散系统的  
状态估计问题研究

题 目 State Estimation of Networked Discrete  
Time Systems Based on Network Com-  
munication Protocol

学 生 姓 名 : 潘德发

指 导 教 师 : 刘宏建 教授

专 业 : 数学

研 究 方 向 : 随机控制理论及应用

论文答辩日期: 2024 年 5 月 29 日

## 安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：潘德发

日期：2024 年 6 月 3 日

## 安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 \_\_\_\_\_ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：潘德发

指导教师签名：刘宏建

日期：2024年6月3日

日期：2024年6月3日

# 基于网络通信协议的网络化离散系统的状态估计问题研究

## 摘 要

随着网络化控制系统理论和方法的不断发展,对网络化控制系统问题的研究备受学者们的关注。网络化控制系统可以实现诸多优点,如:远程操作能力、低成本以及易于安装、维护等。在学术界,对网络控制系统的安全性、可靠性、实时性和资源利用率进行了大量研究。但是随着网络规模的增加,网络资源中固有的约束,如分组混乱和时间延迟,传统的状态估计策略面临着巨大的挑战。此外,网络控制系统目前有限的通信能力将不可避免地导致网络诱导现象的发生。

在这种情况下,网络通信协议被提出用来解决此类问题,其目的是规范共享信道上的数据交换,提高稀缺网络资源的高效利用率。到目前为止,已经开发了各种基于协议的控制/估计算法,其中通信协议已经被巧妙地嵌入到网络系统中。常用的协议包括随机通信协议、Try-once-discard 协议(TODP)、Round-Robin 协议(RRP)和 FlexRay 协议(FRP)。

本文旨在研究通信协议影响下几类网络化控制系统的状态估计问题,如通信协议影响下时变系统、时滞系统、非线性系统的滤波/状态估计问题。针对这些新的问题,本文提出了一些新的数学模型和方法,例如构造了新的数学模型来描述经过 FRP 调度之后的测量。随后,在前期研究的成果下,采用李雅普诺夫稳定性分析和矩阵理论等方法,研究了一类带有随机时滞的非线性时变系统的状态估计问题。此外,通过引入网络通信协议,减少了通信负载,缓解了网络拥堵,提高了数据调度的灵活性。具体而言,本文工作如下:

在第一部分中,我们着重研究了 FlexRay 网络上一类具有随机时

滞和非线性的时变系统的有限域  $H_\infty$  状态估计问题。本章的主要目的是设计一个状态估计器，使状态估计的误差动力学在给定的  $H_\infty$  性能指标下随机稳定。为了减少通信负载，提高数据调度的灵活性，采用时间触发和事件触发规则控制的 FRP 对信号传输进行循环调节。在 FRP 的影响下，建立了状态估计器传输信号的新表达式。利用李雅普诺夫稳定性理论，建立了在有限时域内保证期望估计性能的充分条件。此外，利用著名的舒尔补引理，在线性矩阵不等式解的基础上得到了期望估计器的增益矩阵。

在第二部分中，我们研究了 FRP 下一类时滞系统的一个新的野值抵抗递归滤波问题。为了减轻通信负担和缓解网络拥塞，在传感器中引入了 FRP，以调度传感器的数据传输顺序。在测量异常值的情况下，在滤波器结构中使用饱和函数来约束被测量异常值污染的新息，从而保持令人满意的滤波性能。借助矩阵差分方程的解，首先获得滤波误差的协方差的上界，然后根据滤波器的增益矩阵来最小化该上界。此外，在均方意义分析了滤波误差动力学的指数有界性。

**关键词：**FlexRay 网络， $H_\infty$  状态估计，时滞，测量异常值，递归滤波

# State Estimation of Networked Discrete Time Systems Based on Network Communication Protocol

## Abstract

With the continuous development of the theory and methods of networked control systems, research on the problems of networked control systems has attracted the attention of scholars. A networked control system is a type of system that utilizes a shared communication network to connect spatially distributed sensors, controllers, and actuators to achieve real-time feedback control of the controlled object. Introducing shared networks in control loops can achieve many advantages, such as reducing installation costs, reducing system wiring, simplifying system maintenance and fault diagnosis, etc. However, with the increase of network size, inherent constraints in network resources, such as grouping chaos and time delay, pose significant challenges to traditional control or state estimation strategies. As is well known, these inevitable network induced phenomena are mainly due to the limited communication capabilities currently faced by network control systems.

In this case, network communication protocols are proposed to solve such problems, with the aim of standardizing data exchange on shared channels and improving the efficient utilization of scarce network resources. So far, various protocol based control/estimation algorithms have been developed, among which communication protocols have been cleverly embedded into network systems. Common protocols include Stochastic Communication protocol, Try once discard protocol, Round Robin protocol, and FlexRay protocol.

This thesis aims to study the state estimation problem of several types of networked control systems under the influence of communication protocols, such as the filtering/state estimation problem of time-varying systems, time-delay systems, and nonlinear systems under the influence of communication protocols. In response to these new issues, this thesis proposes some new research models and methods, such as establishing a new model to describe measurements after scheduling through the FlexRay protocol. Subsequently, based on the results of previous research, the state estimation problem of a class of nonlinear time-varying systems with random time delays has studied using methods such as Lyapunov stability analysis and matrix theory. In addition, by introducing network communication protocols, the communication load is reduced, network congestion is alleviated, and the flexibility of data scheduling is improved. According to the different research content, this thesis can be divided into two parts:

In the first part, we focus on the finite horizon  $H_\infty$  state estimation problem for a class of time-varying systems with random time delays and nonlinearity over FlexRay networks. The main purpose of this chapter is to design a state estimator that makes the error dynamics of state estimation randomly stable under given  $H_\infty$  performance indicators. In order to reduce communication load and improve the flexibility of data scheduling, the FlexRay protocol (FRP) controlled by time triggered and event triggered rules is used to cyclically regulate signal transmission. In order to consider the influence of FRP, a new expression for the transmission signal of the state estimator was established. Using Lyapunov stability theory, sufficient conditions were established to ensure the expected estimation performance within a finite range. In addition, using the famous Schur complement lemma, the gain matrix of the

expected estimator was obtained based on the solution of linear matrix inequality.

In the second part, we investigate a new outlier resistance recursive filtering problem for a class of time-delay systems under the FlexRay protocol. In order to reduce communication burden and alleviate network congestion, the FlexRay protocol has been introduced into sensors to schedule the data transmission order of sensors. In the case of measuring outliers, a saturation function is used in the filter structure to constrain the information contaminated by the measured outliers, thereby maintaining satisfactory filtering performance. By using the solution of the matrix difference equation, the upper bound of the covariance of the filtering error is obtained, and then minimize this upper bound based on the gain matrix of the filter. In addition, the exponential boundedness of filtering error dynamics was analyzed in the mean square sense.

Pan Defa ( Mathematics)

Supervised by Prof. Liu Hongjian

KEY WORDS: FlexRay networks,  $H_\infty$  state estimation, time-delays, measurement outliers, recursive filtering



## 目 录

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| 摘 要 .....                                          | I   |
| ABSTRACT .....                                     | III |
| 符号说明 .....                                         | 1   |
| 第 1 章 绪论 .....                                     | 2   |
| 1.1 课题研究背景 .....                                   | 2   |
| 1.1.1 网络通信协议 .....                                 | 2   |
| 1.1.2 本文所研究的控制热点 .....                             | 3   |
| 1.1.3 本文所研究的系统 .....                               | 4   |
| 1.2 内容提纲 .....                                     | 5   |
| 第 2 章 基于 FLEXRAY 网络的非线性时滞系统的 $H_\infty$ 状态估计 ..... | 7   |
| 2.1 问题描述 .....                                     | 7   |
| 2.1.1 非线性时滞系统 .....                                | 7   |
| 2.2 基于 FLEXRAY 协议的估计器设计 .....                      | 10  |
| 2.3 主要结果 .....                                     | 11  |
| 2.4 数值实例及其仿真 .....                                 | 17  |
| 2.5 本章总结 .....                                     | 21  |
| 第 3 章 基于 FLEXRAY 网络的时滞系统的野值抵抗递推滤波 .....            | 22  |
| 3.1 问题描述 .....                                     | 22  |
| 3.1.1 离散时滞系统 .....                                 | 22  |
| 3.2 基于 FLEXRAY 协议的滤波器设计 .....                      | 26  |
| 3.2.1 滤波器方案的设计 .....                               | 26  |
| 3.3 滤波误差的有界性分析 .....                               | 31  |
| 3.4 数值实例及其仿真 .....                                 | 34  |
| 3.5 本章总结 .....                                     | 37  |

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第 4 章 总结与展望 .....   | 38 |
| 4.1 总结 .....        | 38 |
| 4.2 展望 .....        | 39 |
| 参考文献 .....          | 40 |
| 攻读硕士期间取得的学术成果 ..... | 46 |
| 致 谢 .....           | 47 |

## 符号说明

|                           |                                                        |
|---------------------------|--------------------------------------------------------|
| $\mathbb{R}^n$            | $n$ 维欧几里德空间                                            |
| $\mathbb{R}^{n \times m}$ | $n \times m$ 实矩阵集合                                     |
| $M^T$                     | 实数矩阵 $M$ 的转置                                           |
| $M^{-1}$                  | 方阵 $M$ 的逆                                              |
| $tr\{M\}$                 | 方阵 $M$ 的迹                                              |
| $I$                       | 具有合适维数的单位矩阵                                            |
| $0$                       | 具有合适维数的零矩阵                                             |
| $\text{diag}\{\}$         | 块对角矩阵                                                  |
| $\text{diag}_L\{\}$       | $\text{diag}_L\{A\} = \underbrace{[A, \dots, A]}_L$    |
| $\text{col}_L\{A\}$       | $\text{col}_L\{A\} = \underbrace{[A^T \dots A^T]^T}_L$ |
| $\ M\ $                   | 矩阵 $M$ 的范数且定义为 $\ M\  = \sqrt{\text{trac}(A^T A)}$     |
| $\delta(a)$               | 克罗内克函数, $\delta(a) = I$ 当且仅当 $a = 0$                   |
| $*$                       | 对称分块矩阵中由对称性所决定的项的省略符号                                  |
| $\mathbb{E}\{\alpha\}$    | 随机变量 $\alpha$ 的期望                                      |
| $\text{mod}(a, b)$        | 整数 $a$ 除以整数 $b$ 的余数                                    |

## 第 1 章 绪论

在过去的几十年里，网络控制系统的研究得到很多学者的关注<sup>[1-6]</sup>。并且，已被广泛应用于许多实际领域，如环境感知、智能交通、智能家居等<sup>[7-10]</sup>。这些应用程序的成功很大程度上取决于其独特的远程操作能力、低能耗以及易于安装、维护。在学术研究领域，对网络控制系统的安全性、可靠性、实时性和资源利用率进行了大量研究<sup>[11-16]</sup>。特别是随着网络规模的增加，网络资源中固有的约束，如分组混乱和时间延迟，对传统的控制或状态估计策略提出了巨大的挑战<sup>[17-20]</sup>。众所周知，这些不可避免的网络诱导现象主要是由于网络控制系统目前面临的通信能力有限。

首先，在实际的网络化控制系统中，时滞现象在实际工程场景中很常见，主要由设备性能和信号传输引起，这不可避免地影响传感器的状态估计。另外，实际工程场景中很多系统都不是简单的线性系统。因此，研究具有随机时滞的非线性时变系统的状态估计理论并设计对应的估计器设计方法具有重要的研究价值。

其次，为了有效地降低通信网络中的数据拥堵，我们在通信网络中引入了通信协议。通信协议的引入对网络化系统的性能存在着影响，使得针对传统的网络化系统所设计的状态估计方法无法适用。因此，我们需要设计新的估计方法来解决通信协议影响下网络化系统的状态估计问题。

综上所述，本文基于通信协议下研究了一类网络化控制系统的状态估计问题。

### 1.1 课题研究背景

#### 1.1.1 网络通信协议

在网络化系统中，通信网络的引入虽然使得通信效率得到很大提升，但是随着传输数据的增多，通信网络本身的带宽和通信能力的限制，网络诱导现象也随之而来。在这种情况下，已经提出了许多有效的方案来减轻网络流量（以牺牲某些系统性能为代价）或充分利用不完整的数据（以实现局部最优性能指标）<sup>[21-27]</sup>。通信协议是一种在业界受到欢迎的公认方案，其目的是规范共享信道上的数据交

换,以提高稀缺网络资源的利用效率<sup>[28]</sup>。到目前为止,已经开发了各种基于协议的控制/估计算法,其中通信协议已经被巧妙地嵌入到联网系统中。刘帅<sup>[29]</sup>在 2021 年发表的 FlexRay 网络下的递推集员状态估计就很直观地表现了通信协议在网络化控制系统中的优势。但是,基于通信协议下研究网络化控制系统的状态估计问题依然有大量的难题。虽然目前对领域的研究已经有学者做了初步的工作,得到了部分研究成果,但仍存在着大量挑战亟待解决。

#### 1.1.1.1 FlexRay 协议

在通信协议中,RRP 和随机通信协议采用时间触发策略来选择传感器节点访问共享信道,而 TODP 采用事件触发策略。另一方面,FRP 是一种混合通信协议,同时具有时间触发和事件触发的通信调度规则。具体而言,FRP 为静态段中的时间关键周期数据提供时间触发传输,并为动态段中的事件触发信号提供优先级调度规则,从而显著提高了网络传输的灵活性和可靠性。此外,FRP 在通信周期之间具有交替的静态和动态段。因此,在 FlexRay 网络中,有两种类型的切换规则正在执行:1) 在单个静态(或动态)段之间切换;2) 从静态(动态)分段切换到动态(静态)分段。因此,如何以统一的形式正确地表示这两种切换规则,尤其是在时变环境下,是一个基础性的、开放性的研究课题。

#### 1.1.2 本文所研究的控制热点

状态估计是一种根据系统的输入和输出测量数据来推断系统内部状态变量的技术。这些内部状态变量通常是无法直接测量或测量误差较大,但对于了解和控制系统动态行为至关重要。状态估计被广泛应用于电力系统、航空导航、机器人技术等多个领域<sup>[30-35]</sup>。例如,申雨轩<sup>[36]</sup>发表的多速率多传感器系统在 P-维持 CSMA 协议下随机发生传感器饱和现象的  $H_\infty$  滤波方法描述了通信协议下的  $H_\infty$  滤波方法;梁金玲<sup>[37]</sup>等学者撰写的具有混合不完整信息的时变网络的  $H_\infty$  约束估计,该文章具体研究了一种在网络化系统中带有约束的  $H_\infty$  状态估计研究方法。

动态事件触发是一种优化资源利用并提高系统性能的控制策略。它通过响应系统状态的变化来动态调整事件触发的时刻,从而在保证系统稳定的同时减少通信资源的使用。学者们广泛研究了在多速率时变系统、传感器网络和递归滤波、

分布式滤波等多场景不同系统下的动态事件触发机制的研究<sup>[38-45]</sup>。

测量异常值是在数据分析中常见的问题,指的是那些显著偏离其他观测值的数据点。这些异常值可能由多种原因造成,比如测量误差、数据录入错误或固有的数据变异性。测量异常值的研究涉及了控制理论、神经网络、机器学习和统计学等领域,探讨了如状态估计、滤波、异常值处理等主题<sup>[46-50]</sup>。申雨轩、王子栋等人<sup>[46]</sup>研究了在加权尝试一次丢弃协议下多传感器多速率网络系统的抗异常值递归滤波。Park H<sup>[47]</sup> 研究了基于无分布异常检测和调整参数选择的抗异常值高维回归建模。Mu H.-Q. and Yuen K.-V<sup>[48]</sup>研究了用于在线结构识别的新颖抗异常值扩展卡尔曼滤波器。Vecchia D F and Splett J D<sup>[49]</sup> 开发了用于估计和模型拟合的抗异常值方法。Zhu W, Tang J, Wan S 等人<sup>[50]</sup>设计了基于稀疏贝叶斯学习的抗异常值自适应滤波。处理测量异常值是数据分析和质量控制的重要部分,因为它们可能会对数据分析结果产生不良影响。

### 1.1.3 本文所研究的系统

目前,随着科学技术的进步和工业体系的不断优化,工业对象也变得越来越系统化、复杂化,工业体系自然也可以相应的被描述成各种各样的复杂的系统。在科学体系下研究这些复杂系统具有相当重要的理论价值和实际意义。因此,我们对这些领域进行了初步的研究,下面我们介绍一些本文所研究的系统。

#### 1.1.2.1 时滞系统

在许多实际的工业系统中,受限于工业环境和设备老化,时滞现象不可避免。这可能会导致系统不稳定。目前,对时滞系统的滤波问题进行了大量的研究,是通信工程领域的研究热点之一<sup>[4,14,24,51,52,53]</sup>。王子栋等学者<sup>[4]</sup>研究了基于 Round-Robin 协议的随机内耦合网络有限时域状态估计。侯楠<sup>[14]</sup>研究了衰落信道中具有分布式时滞和随机不确定性的离散时间神经网络的  $H_\infty$  状态估计。刘钰妃<sup>[24]</sup>研究了带有动态事件触发的神经网络的随机时滞问题。李强、沈斌、王志等人<sup>[51]</sup>研究了一类离散时滞复杂动态网络的同步控制:动态事件触发方法。王子栋、弗雷泽等人<sup>[52]</sup>研究了具有离散和分布式延迟的不确定 Hopfield 神经网络的随机稳定性。李杰、王志、董宏丽等人<sup>[53]</sup>研究了一类在具有不确定转移概率的随机通信协议下神经网络的延迟分布依赖状态估计。此外,张旭和韩青<sup>[54]</sup>基于改进的互

惠凸不等式的静态神经网络的具有时变时滞的状态估计。董宏丽、王子栋等人<sup>[55]</sup>研究了基于模糊模型的具有随机混合时延和连续数据包丢失的鲁棒故障检测。基于网络通信协议的滤波问题研究相对还是初步阶段，而且也有一定的限制条件。因此，本文的目的是尝试基于已有理论基础进一步对该问题进行深入研究。

#### 1.1.2.2 非线性系统

在数学意义上，非线性系统是一种输出的状态与输入的状态不是简单的线性相关的系统。在工程实际中，大部分系统都是非线性的，因此，非线性问题的研究是学术界的关注重点。非线性系统的处理分析难度远超线性系统，也很难用数学语言在同一框架进行描述。在工程实际中，由于很难得到系统的准确输出，通常只限于考虑：①系统的稳定性是否符合工程需求。②系统是否产生振荡及其振幅和频率的测算方法。③如何限制系统振荡的区间以至消除它。

在工程上还经常遇到一类弱非线性系统，即系统特性与线性系统基本相似，李伟、孟川、贾宇等人<sup>[56]</sup>研究了使用非线性耦合 UKF 的复杂网络递归滤波。通常我们将非线性系统看做线性系统进行研究，所得出的结果只需要再进行修正化处理即可得到相对精确的结果。

## 1.2 内容提纲

本文研究了基于网络通信协议下的网络化离散系统的状态估计问题。首先，研究了包含随机时滞项和非线性项的离散时变系统的状态估计问题，然后，解决了系统中存在的非线性和时滞问题，提高了系统的稳定性，得到较准确的结果，并设计了期望的野值抵抗滤波器。通过网络通信协议的引入，减轻了网络负担，降低了数据冗余率，数据的传输效率也得到有效提高。本文内容提纲总体概括如下：

第一章介绍了课题的研究背景及现状，包括滤波器的研究背景，网络化控制系统状态估计问题的研究背景和意义，网络控制系统，时滞系统及非线性系统的状态估计等方面的研究现状；最后列出了本文内容提纲。

第二章研究了基于 FlexRay 网络的非线性时滞系统的状态估计问题。本章首先通过引入了 FRP，提高了数据调度灵活性，并利用李雅普诺夫稳定性理论对系统的稳定性进行了动力学分析。然后根据矩阵理论在新的统一框架下，求解有限

时域下的期望估计性能。在此基础上，通过对线性矩阵不等式进行求解，进而得到期望估计器的增益矩阵。最后，用数值实例模拟验证了主要结果的有效性。

第三章研究了基于 FlexRay 网络的时滞系统的野值抵抗递归滤波问题。为了减轻通信负担和缓解网络拥塞，在传感器中引入了 FRP，以调度传感器的数据传输顺序，FRP 利用由时间触发规则和事件触发规则两者支配的规则来以循环方式调节信号传输。为了减少测量异常值对测量信息的影响，本章通过在滤波器结构中使用饱和函数来约束测量信息中的异常值，抑制其对滤波器性能的影响，进而得到合适的滤波性能。针对测量新息的传输情况，分析了相应的数值误差，并建立了误差动力学的数学模型。然后通过矩阵差分方程和递归滤波算法，求出了增益矩阵，设计出了满足期望的滤波器。最后，通过数值实例模拟仿真，验证了滤波器设计的有效性。

第四章是对全文的总结和展望。



## 第2章 基于 FlexRay 网络的非线性时滞系统的 $H_\infty$ 状态估计

本章研究了基于 FlexRay 网络下的一类非线性时滞系统的有限域  $H_\infty$  状态估计问题。本文的主要目的是设计一个状态估计器，使状态估计的误差动力学在给定的  $H_\infty$  性能指标下随机稳定。为了减少通信负载，提高数据调度的灵活性，采用时间触发和事件触发规则控制的 FRP 对信号传输进行循环调节。为了考虑 FRP 的影响，建立了状态估计器输入信号的新表达式。利用李雅普诺夫稳定性理论，建立了在有限范围内保证期望估计性能的充分条件。此外，利用著名的舒尔补引理，在线性矩阵不等式解的基础上得到了期望估计器的增益矩阵。

### 2.1 问题描述

#### 2.1.1 非线性时滞系统

在本节中，考虑以下非线性离散系统：

$$\begin{cases} x(t_{k+1}) = A(t_k)x(t_k) + B(t_k)w(t_k) + F(t_k)x(t_{k-\tau}) + \Gamma(t_k)f(x(t_k)) \\ y(t_k) = C(t_k)x(t_k) + D(t_k)v(t_k) \end{cases} \quad (2-1)$$

其中， $x(t_k) \in \mathbb{R}^n (k \geq 0)$  是不能直接观测到的状态向量， $y(t_k) \in \mathbb{R}^m$  是测量输出，正整数  $\tau$  描述了时间延迟。 $A(t_k), B(t_k), F(t_k), \Gamma(t_k), C(t_k)$  和  $D(t_k)$  是具有兼容维度的时变矩阵。 $w(t_k) = [w_1(t_k) \ w_2(t_k) \ \cdots \ w_q(t_k)]^T$  是满足条件  $w(t_k) \in ([0, N]; \mathbb{R}^p)$  的过程噪声， $v(t_k) = [v_1(t_k) \ v_2(t_k) \ \cdots \ v_p(t_k)]^T$  是满足条件  $v(t_k) \in ([0, N]; \mathbb{R}^q)$  的测量噪声，且都服从高斯分布。除此之外，我们定义  $C(t_k) \triangleq [C_1^T(t_k), C_2^T(t_k), \dots, C_m^T(t_k)]^T$  和  $D(t_k) \triangleq [D_1^T(t_k), D_2^T(t_k), \dots, D_m^T(t_k)]^T$ ，其中  $C_i(t_k) \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  和  $D_i(t_k) \in \mathbb{R}^{1 \times w} (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

**假设 2.1:** 假设非线性函数  $f(\cdot)$  是连续的，并且满足  $f(0) = 0$  和有界条件：

$$\begin{aligned} & (f(x(t_1)) - f(x(t_2))) - \phi_1^f(x(t_1) - x(t_2)) \\ & \times (f(x(t_1)) - f(x(t_2))) - \phi_2^f(x(t_1) - x(t_2)) \leq 0. \end{aligned} \quad (2-2)$$

对于任何  $x(t_1), x(t_2) \in \mathbb{R}$ ，其中  $\phi_1^f$  和  $\phi_2^f$  是两个已知矩阵。

### 2.1.2 离散时变系统的 FlexRay 协议

一般来说，FlexRay 网络（即通过 FlexRay 通信协议调度的网络）由一系列预设的通信周期组成。如图 2-1 所示。每个通信周期包括四个部分：1）静态段；2）动态分段；3）符号窗口；以及 4）网络空闲时间。这四个部分的时间长度分别由  $R_1, R_2, R_3$  和  $R_4$  表示。与静态段和动态段相比，符号窗口的时间长度和网络空闲时间非常短，通常可以忽略不计，即  $R_3=R_4=0$ 。此外，在不失一般性的情况下，我们假设  $R_l = l(l \in 1, \dots, m)$  和  $R_2 = m - l$ 。此外，数据包的传输时间也被忽略了，它主要取决于传输距离和数据包的大小。为此，通信周期的时间长度为  $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = m$ 。下面，在离散时间设置下，我们将详细描述如何精确分配  $R_1$  和  $R_2$  的时间。

**注 1：**正如我们所知，数据包的传输时间主要取决于两个因素：1）传输距离和 2）数据包的大小（即数据包占用的比特）。通常，传输距离越远（或数据包大小越大），传输时间就越长。然而，值得强调的是，FRP 通常是车辆内部设备之间的数据通信而定制的，其中传输距离很短，因此对传输时间的影响可以忽略不计。另一方面，在 FRP 下，每个信道的最大数据速率可以高达 10Mbit/s，这实际上是高速通信总线，并且在车辆中的数据传输期间几乎没有时间延迟，即，与整个通信周期相比，分组的传输时间也可以被忽略。基于以上讨论，我们在本文中排除了传输时间的影响。

为了表达方便，我们定义

$$\begin{aligned}
 y(t_k) &\triangleq [(y^{(1)}(t_k))^T, (y^{(2)}(t_k))^T]^T \\
 \bar{y}(t_k) &\triangleq [(\bar{y}^{(1)}(t_k))^T, (\bar{y}^{(2)}(t_k))^T]^T \\
 y^{(1)}(t_k) &\triangleq [y_1(t_k), y_2(t_k), \dots, y_l(t_k)]^T \\
 y^{(2)}(t_k) &\triangleq [y_{l+1}(t_k), y_{l+2}(t_k), \dots, y_m(t_k)]^T \\
 \bar{y}^{(1)}(t_k) &\triangleq [\bar{y}_1(t_k), \bar{y}_2(t_k), \dots, \bar{y}_l(t_k)]^T \\
 \bar{y}^{(2)}(t_k) &\triangleq [\bar{y}_{l+1}(t_k), \bar{y}_{l+2}(t_k), \dots, \bar{y}_m(t_k)]^T.
 \end{aligned} \tag{2-3}$$

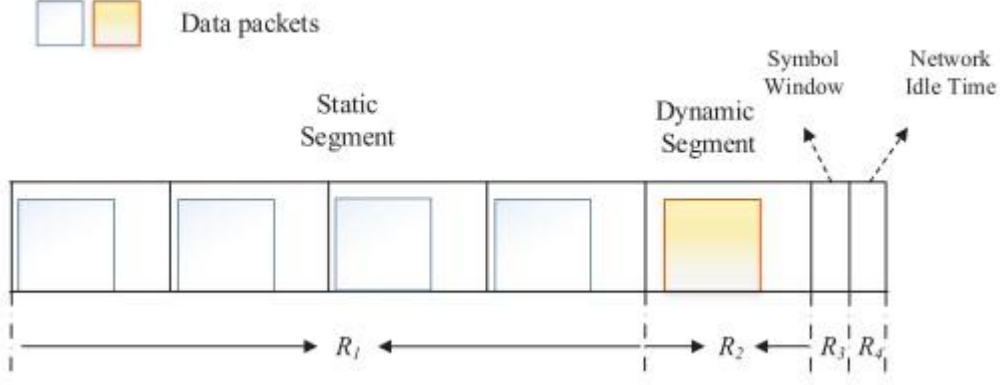


图 2-1 FlexRay 网络的结构

需要注意的是，在本文中，RRP 和 TODP 分别应用于静态和动态段。更具体地说，如图 2-1 所示，在一个通信周期中，首先在时间长度  $R_1$  中执行 RRP，然后在时间长度  $R_2$  中执行 TODP。此外，考虑到对测量信号的不同分量的不同实时性要求，基于 RRP 的调度需要高实时性分量，而基于 TODP 的调度则需要其他分量。在不失一般性的情况下，我们假设由 RRP 调度  $y(t_k)$  的前  $l$  个分量  $y^{(1)}(t_k) \in \mathbb{R}^l$ ，并且由 TODP 安排  $y(t_k)$  的其余  $m-l$  个分量  $y^{(2)}(t_k) \in \mathbb{R}^{m-l}$ 。因此，设是网络传输后的测量输出，其中  $\bar{y}^{(1)}(t_k)$  和  $\bar{y}^{(2)}(t_k)$  分别表示由 RRP 和 TODP 调度的网络传输之后的测量值。更具体地说， $\zeta_{t_k}$ （或  $\mu_{t_k}$ ）用于表示在时间  $t_k$  具有基于 RRP（或 TODP）访问的传输权限的传感器节点，该传输权限可以根据以下规则单独确定。

- 1) RRP: 它是一种基于时间的静态调度算法，其中传输顺序由以下传输规则控制：

$$\zeta_{t_k} \triangleq \text{mod}\left(\frac{t_k}{h}, l\right) + 1, \quad (2-4)$$

其中  $\zeta_{t_k} \in \ell_1 \triangleq 1, 2, \dots, l$ 。从 (2-5) 中可以看出，在时间  $t_k$ ，通过零输入策略，只有  $y(t_k)$  的分量  $y_{\zeta_{t_k}}$  被更新，并且  $y(t_k)$  的其他分量被设置为 0。

- 2) TODP: 它是一种基于事件的动态调度算法，根据以下特定事件分配优先级：

$$\mu_{t_k} \triangleq \max_{i=l+1, \dots, m} (\tilde{y}_i^{(2)}(t_k))^T Q_i(t_k) \tilde{y}_i^{(2)}(t_k), \quad (2-5)$$

其中  $\mu_{t_k} \in \ell_2 \triangleq l+1, \dots, m$  和  $Q_i(t_k) (i \in \ell_2)$  给出了正定矩阵。设

$\tilde{y}_i^{(2)}(t_k) \triangleq y_i^{(2)}(t_k) - \bar{y}_i^{(2)}(t_k - l)$ , 对于零阶保持者,  $\bar{y}_i(t_k)(i \in \ell_2)$  可以表示为以下形式:

$$\bar{y}_i(t_k) = \begin{cases} y_i(t_k) & , \text{如果 } i = \mu_k \\ \bar{y}_i(t_{k-l}) & , \text{其它情况.} \end{cases} \quad (2-6)$$

在详细解释了 FRP 的原理后, 我们将提供离散时变系统的 FlexRay 通信协议的详细数学模型, 然后设计一个基于 FRP 的状态估计器。

**引理 2.1:** 考虑到 RRP 规则 (2-4) 和 TODP 规则 (2-5),  $\bar{y}(t_k)$  可以表示为

$$\bar{y}(t_k) = \hat{C}(t_k)x(t_k) + \tilde{D}(t_k)\bar{v}(t_k) + \mathcal{I}_2(I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}), \quad (2-7)$$

其中, 对于  $i = l+1, \dots, m$ ,  $j = 2, \dots, l$  和  $r = 1, \dots, l$ 。

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &\triangleq [I_{l \times l}, 0_{(m-l) \times l}]^T & \mathcal{I}_2 &\triangleq [0_{l \times (m-l)}, I_{(m-l) \times (m-l)}]^T \\ \hat{C}(t_k) &\triangleq \mathcal{I}_1 \tilde{C}(t_k) + \mathcal{I}_2 \dot{C}(t_k) & \hat{D}(t_k) &\triangleq \mathcal{I}_1 \tilde{D}(t_k) + \mathcal{I}_2 \dot{D}(t_k) \\ \tilde{C}(t_k) &\triangleq [C_l^T(t_k), \dots, C_l^T(t_k)]_{(l) \times (n)}^T & \tilde{D}(t_k) &\triangleq [D_l^T(t_k), \dots, D_l^T(t_k)]_{(l) \times (n)}^T \\ \dot{C}(t_k) &\triangleq \Phi_{\mu_k} \dot{\tilde{C}}(t_k), & \dot{D}(t_k) &\triangleq \Phi_{\mu_k} \dot{\tilde{D}}(t_k) \\ \dot{\tilde{C}}(t_k) &\triangleq [C_{l+1}^T(t_k), \dots, C_m^T(t_k)]_{(m-l) \times (n)}^T & \dot{\tilde{D}}(t_k) &\triangleq [D_{l+1}^T(t_k), \dots, D_m^T(t_k)]_{(m-l) \times (n)}^T \\ \Phi_{\mu_k} &\triangleq \text{col}\{\delta(l+1-\mu_k), \dots, \delta(m-\mu_k)\}. \end{aligned}$$

证明: 根据 RRP (2-4),  $\bar{y}^{(l)}(t_{k+l})$  可以计算为

$$\bar{y}^{(l)}(t_{k+l}) = \tilde{C}(t_k)\bar{x}(t_k) + \tilde{D}(t_k)\bar{v}(t_k), \quad (2-8)$$

并且, 基于 TODP (2-5)

$$\begin{aligned} \bar{y}^{(2)}(t_{k+l}) &= \Phi_{\mu_k} y^{(2)}(t_k) + (I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}) \\ &= \dot{C}(t_k)\bar{x}(t_k) + \dot{D}(t_k)\bar{v}(t_k) + (I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}), \end{aligned} \quad (2-9)$$

从 (2-8) 和 (2-9) 可以清楚地看出,

$$\bar{y}(t_k) = \mathcal{I}_1 \bar{y}^{(l)}(t_k) + \mathcal{I}_2 \bar{y}^{(2)}(t_k). \quad (2-10)$$

## 2.2 基于 FlexRay 协议的估计器设计

在本节中, 为了处理由 (2-7) 中的 ZOH 策略引起的术语  $\bar{y}^{(2)}(t_{k-l})$ , 获得了一个增广系统状态  $\bar{x}(t_k)$  并保留  $\bar{y}^{(2)}(t_{k-l})$  的扩充系统, 如下所示:

$$\begin{cases} \tilde{x}(t_{k+1}) = \tilde{A}(t_k)\tilde{x}(t_k) + \tilde{B}(t_k)\bar{w}(t_k) + \bar{F}(t_k)\tilde{x}(t_{k-\tau}) + \bar{\Gamma}(t_k)f(\tilde{x}(t_k)) \\ \bar{y}(t_k) = \bar{C}(t_k)\tilde{x}(t_k) + \bar{D}(t_k)\bar{w}(t_k) \end{cases}, \quad (2-11)$$

此外，

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} x(t_k)^T, (\bar{y}^{(2)}(t_{k-1}))^T \end{bmatrix}^T, & \bar{w}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} w(t_k) \\ v(t_k) \end{bmatrix} \\ \tilde{A}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} A(t_k) & 0 \\ \dot{C}(t_k) & (I - \Phi_{\mu_k}) \end{bmatrix}, & \tilde{B}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} B(t_k) & 0 \\ 0 & \dot{D}(t_k) \end{bmatrix} \\ \bar{C}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} \hat{C}(t_k) & \mathcal{I}_2(I - \Phi_{\mu_k}) \end{bmatrix}, & \bar{D}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} 0 & \hat{D}(t_k) \end{bmatrix} \\ \bar{F}(t_k) &\triangleq \text{diag}\{F(t_k), 0\}, & \bar{\Gamma}(t_k) &\triangleq \text{diag}\{\Gamma(t_k), 0\}. \end{aligned}$$

然后，根据 (2-7) 和 (2-11) 构建以下时变状态估计：

$$\hat{x}(t_{k+1}) = \tilde{A}(t_k)\hat{x}(t_k) + K(t_k)(\bar{y}(t_k) - \bar{C}(t_k)\hat{x}(t_k)) + \bar{F}(t_k)\hat{x}(t_{k-\tau}) + \bar{\Gamma}(t_k)f(\hat{x}(t_k)). \quad (2-12)$$

其中， $\hat{x}(t_k) \in \mathbb{R}^{n+m-l}$  是  $\tilde{x}(t_k)$  的状态估计， $K(t_k) \in \mathbb{R}^{(n+m-l) \times m}$  是要设计的滤波器参数，并且滤波器的初始值被设置为确定值。

根据 (2-11) 和 (2-12)，估计误差  $e(t_k) = \tilde{x}(t_k) - \hat{x}(t_k)$ ，然后，定义  $f(e(t_k)) = f(\tilde{x}(t_k)) - f(\hat{x}(t_k))$  具有估计误差动力学：

$$\begin{aligned} e(t_{k+1}) &= (\tilde{A}(t_k) - K(t_k)\bar{C}(t_k))e(t_k) + \tilde{B}(t_k)\bar{w}(t_k) \\ &\quad + \bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau}) + \bar{\Gamma}(t_k)f(e(t_k)) - K(t_k)\bar{D}(t_k)\bar{w}(t_k), \end{aligned} \quad (2-13)$$

对于所考虑的能量约束问题，本文致力于实现以下要求：误差动力学在  $[0, N]$  上满足以下有限域  $H_\infty$  指标

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \sum_{t=0}^N \|e(t_k)\|^2 \right\} &< \gamma^2 \sum_{t=0}^N (\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2) \\ &\quad + \gamma^2 \mathbb{E} \left\{ e^T(0) \bar{\mathcal{Q}}_1 e(0) + \tau \max_{t_{k-\tau} \leq s < 0} e^T(s) \bar{\mathcal{Q}}_2 e(s) \right\}, \end{aligned} \quad (2-14)$$

对于给定的扰动衰减水平  $\gamma$  和对称正定的加权矩阵  $\bar{\mathcal{Q}}_1$  和  $\bar{\mathcal{Q}}_2$ 。

**注 2：** 本文在一个统一的框架下研究了非线性项、时延和时变参数对网络化控制系统状态估计的影响。针对 FlexRay 网络的  $H_\infty$  性能优化问题，设计了一个增广系统，以在有限时域内实现所需的  $H_\infty$  特性。

## 2.3 主要结果

在本节中，根据 (2-14) 的动力学用所设计的估计器对  $H_\infty$  性能进行分析。然后，根据所获得的条件推导出矩阵不等式的解，得到期望的估计增益。为了简化计算过程，定义

$$\begin{aligned} A_{t_k} &= \bar{A}(t_k) - K(t_k)\bar{C}(t_k), & F_{t_k} &= \bar{F}(t_k), \\ B_{t_k} &= \bar{B}(t_k) - K(t_k)\bar{D}(t_k), & \Gamma_{t_k} &= \bar{\Gamma}(t_k), \\ D_{t_k} &= -K(t_k)\bar{D}(t_k). \end{aligned}$$

**定理 2.1:** 给定增益矩阵  $K(t_k)$ ，加权矩阵  $\bar{Q}_1$ 、 $\bar{Q}_2$  和干扰衰减水平  $\gamma$ 。估计误差(2-13)的动力学满足期望  $H_\infty$  性能约束(2-14)，如果存在具有初始条件的正标量  $\lambda_{t_k}$  和正定矩阵  $(P_{t_k}, Q_{t_k})(t_k \in [0, N])$

$$P_0 \leq \gamma^2 \bar{Q}_1, Q_s \leq \tau \bar{Q}_2. \quad (2-15)$$

对于  $s = t_{k-\tau}, t_{k-\tau+1}, \dots, t_{k-1}$  使得不等式

$$\Pi_{It} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F & \gamma_{13} & A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k} & A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k} \\ * & \gamma_{22} & F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k} & F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k} & F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k} \\ * & * & \gamma_{33} & \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k} & \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k} \\ * & * & * & \gamma_{44} & B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k} \\ * & * & * & * & \gamma_{55} \end{bmatrix}. \quad (2-16)$$

其中，

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k} - P_{t_k} + Q_{t_k} - \lambda_{t_k} \Phi_1^f + I, & \gamma_{13} &= A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k} + \lambda_{t_k} \Phi_2^f{}^T \\ \gamma_{22} &= F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k} - Q_{t_{k-\tau}}, & \gamma_{33} &= B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k} - \lambda_{t_k} I, \\ \gamma_{44} &= \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k} - \gamma^2 I, & \gamma_{55} &= \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k} - \gamma^2 I, \\ \Phi_1^f &= I \otimes \text{Sym} \frac{1}{2} \phi_1^f{}^T \phi_2^g, & \Phi_2^f &= I \otimes \frac{\phi_1^f + \phi_2^f}{2}. \end{aligned}$$

**证明** 以下是有限域  $H_\infty$  性能的分析。为此，我们根据李雅普诺夫函数，构造了以下动力学函数：

$$V_{e(t_k)} = V_{e1}(t_k) + V_{e2}(t_k), \quad (2-17)$$

其中，

$$V_{e1}(t_k) = e^T(t_k) P_{t_k} e(t_k), \quad V_{e2}(t_k) = \sum_{s=t_{k-\tau}}^{t_{k-1}} e^T(s) Q_s e(s),$$

根据动力学的原理计算  $V_{e1}(t_k)$  和  $V_{e2}(t_k)$ ，以及他们的数学期望，我们可以得

到

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V_{e1}(t_k)\} &= \mathbb{E}\{V_{e1}(t_{k+1}) - V_{e1}(t_k)\} = \mathbb{E}\{e^T(t_{k+1})P_{t_{k+1}}e(t_{k+1}) - e^T(t_k)P_{t_k}e(t_k)\} \\
 &= \mathbb{E}\{(A_{t_k}e(t_k) + B_{t_k}\bar{w}(t_k) + F_{t_k}e(t_{k-\tau}) + \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) \\
 &\quad + D_{t_k}\bar{v}(t_k))^T P_{t_{k+1}}(A_{t_k}e(t_k) + B_{t_k}\bar{w}(t_k) + F_{t_k}e(t_{k-\tau}) \\
 &\quad + \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) + D_{t_k}\bar{v}(t_k)) - e^T(t_k)P_{t_k}e(t_k)\} \\
 &= \mathbb{E}\{e^T(t_k)A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k}e(t_k) + e^T(t_k)A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k}\bar{w}(t_k) \\
 &\quad + e^T(t_k)A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k}e(t_{k-\tau}) + e^T(t_k)A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) \\
 &\quad + e^T(t_k)A_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k}\bar{v}(t_k) + e^T(t_{k-\tau})F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k}e(t_{k-\tau}) \\
 &\quad + e^T(t_{k-\tau})F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k}e(t_k) + e^T(t_{k-\tau})F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) \\
 &\quad + e^T(t_{k-\tau})F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k}\bar{w}(t_k) + e^T(t_{k-\tau})F_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k}\bar{v}(t_k) \\
 &\quad + f^T(e(t_k))\Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) + f^T(e(t_k))\Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k}e(t_k) \\
 &\quad + f^T(e(t_k))\Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k}\bar{w}(t_k) + f^T(e(t_k))\Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k}e(t_{k-\tau}) \\
 &\quad + f^T(e(t_k))\Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k}\bar{v}(t_k) + \bar{w}^T(t_k)B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k}e(t_k) \\
 &\quad + \bar{w}^T(t_k)B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k}\bar{w}(t_k) + \bar{w}^T(t_k)B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) \\
 &\quad + \bar{w}^T(t_k)B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k}e(t_{k-\tau}) + \bar{w}^T(t_k)B_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k}\bar{v}(t_k) \\
 &\quad + \bar{v}^T(t_k)D_{t_k}^T P_{t_{k+1}} A_{t_k}e(t_k) + \bar{v}^T(t_k)D_{t_k}^T P_{t_{k+1}} F_{t_k}e(t_{k-\tau}) \\
 &\quad + \bar{v}^T(t_k)D_{t_k}^T P_{t_{k+1}} B_{t_k}\bar{w}(t_k) + \bar{v}^T(t_k)D_{t_k}^T P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}f(e(t_k)) \\
 &\quad + \bar{v}^T(t_k)D_{t_k}^T P_{t_{k+1}} D_{t_k}\bar{v}(t_k)) - e^T(t_k)P_{t_k}e(t_k)\}. \tag{2-18}
 \end{aligned}$$

并且

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V_{e2}(t_k)\} &= \mathbb{E}\{V_{e2}(t_{k+1}) - V_{e2}(t_k)\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\sum_{s=t_{k+1}-\tau}^{t_k} e^T(s)Q_s e(s) - \sum_{s=t_{k-\tau}}^{t_{k-1}} e^T(s)Q_s e(s)\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{e^T(t_k)Q_t e(t_k) + \sum_{s=t_{k+1}-\tau}^{t_{k-1}} e^T(s)Q_s e(s) - \sum_{s=t_{k+1}-\tau}^{t_{k-1}} e^T(s)Q_s e(s) - e^T(t_{k-\tau})Q_{t_{k-\tau}} e(t_{k-\tau})\right\} \\
 &= \mathbb{E}\{e^T(t_k)Q_t e(t_k) - e^T(t_{k-\tau})Q_{t_{k-\tau}} e(t_{k-\tau})\}. \tag{2-19}
 \end{aligned}$$

定义  $\eta(t_k) = [e^T(t_k)e^T(t_{k-\tau})f^T(e(t_k))\bar{w}^T(t_k)\bar{v}^T(t_k)]^T$ ，然后结合(2-18)和(2-19)得

到

$$\mathbb{E}\{\Delta V_e(t_k)\} = \mathbb{E}\{V_{e1}(t_{k+1}) - V_{e2}(t_{k+1})\} = \mathbb{E}\{\Delta V_{e1}(t_k) - \Delta V_{e2}(t_k)\} = \mathbb{E}\{\eta^T(t_k)\tilde{\Pi}_{It}\eta(t_k)\}. \tag{2-20}$$

其中，

$$\begin{aligned}\tilde{\Xi}_{11} &= A_{t_k}^T P_{t_{k+l}} A_{t_k} - P_{t_k} + Q, & \tilde{\Xi}_{22} &= F_{t_k}^T P_{t_{k+l}} F_{t_k} - Q_{t_{k-\tau}} \\ \Pi_{lt} &= \begin{bmatrix} \tilde{\Xi}_{11} & A_{t_k}^T P_{t_{k+l}} F_{t_k} & A_{t_k}^T P_{t_{k+l}} \Gamma_{t_k} & A_{t_k}^T P_{t_{k+l}} B_{t_k} & A_{t_k}^T P_{t_{k+l}} D_{t_k} \\ * & \tilde{\Xi}_{22} & F_{t_k}^T P_{t_{k+l}} \Gamma_{t_k} & F_{t_k}^T P_{t_{k+l}} B_{t_k} & F_{t_k}^T P_{t_{k+l}} D_{t_k} \\ * & * & \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+l}} \Gamma_{t_k} & \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+l}} B_{t_k} & \Gamma_{t_k}^T P_{t_{k+l}} D_{t_k} \\ * & * & * & B_{t_k}^T P_{t_{k+l}} B_{t_k} & B_{t_k}^T P_{t_{k+l}} D_{t_k} \\ * & * & * & * & D_{t_k}^T P_{t_{k+l}} D_{t_k} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

在下文中，为了揭示 (2-14) 的有限时域  $H_\infty$  性能，让我们引入代价函数

$$J(t_k) = e^T(t_{k+l}) P_{t_{k+l}} e(t_{k+l}) - e^T(t_k) P_{t_k} e(t_k) + \sum_{s=t_{k+l}-\tau}^{t_k} e^T(s) Q_s e(s) - \sum_{s=t_{k-\tau}}^{t_{k-l}} e^T(s) Q_s e(s),$$

由 (2-2) 可知

$$[f(e(t_k)) - (I \otimes \phi_l^f) e(t_k)]^T [f(e(t_k)) - (I \otimes \phi_2^f) e(t_k)] \leq 0.$$

考虑这些限制

$$\mathbb{E}\{J(t_k)\} \leq \mathbb{E}\left\{\eta^T(t_k) \tilde{\Pi}_{lt} \eta(t_k) - \lambda_{t_k} [f(e(t_k)) - (I \otimes \phi_l^f) e(t_k)]^T [f(e(t_k)) - (I \otimes \phi_2^f) e(t_k)]\right\}$$

和

$$\mathbb{E}\left\{\|e(t_k)\|^2 - \gamma^2(\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2) - (\|e(t_k)\|^2 - \gamma^2(\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2))\right\}.$$

把它引入上面不等式的右边可推出

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{J(t_k)\} &\leq \mathbb{E}\left\{\eta^T(t_k) \tilde{\Pi}_{lt} \eta(t_k) - \lambda_{t_k} [f(e(t_k)) - (I \otimes \phi_l^f) e(t_k)]^T [f(e(t_k)) \right. \\ &\quad \left. - (I \otimes \phi_2^f) e(t_k)] + \|e(t_k)\|^2 - \gamma^2(\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2)\right\} \\ &= \mathbb{E}\left\{\eta^T(t_k) \Pi_{lt} \eta(t_k)\right\} - \mathbb{E}\left\{\|e(t_k)\|^2 - \gamma^2(\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2)\right\},\end{aligned}\tag{2-21}$$

这意味着

$$\begin{aligned}\sum_{t_k=0}^N \mathbb{E}\{J(t_k)\} &= \sum_{t_k=0}^N \mathbb{E}\{\Delta V_e(t_k)\} = \mathbb{E}\{V_e(N+1)\} - \mathbb{E}\{V_e(0)\} \\ &\leq \sum_{t_k=0}^N \mathbb{E}\left\{\eta^T(t_k) \Pi_{lt} \eta(t_k)\right\} - \sum_{t_k=0}^N \mathbb{E}\left\{\|e(t_k)\|^2 - \gamma^2(\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2)\right\},\end{aligned}\tag{2-22}$$

注意到条件 (2-15) 和 (2-16)，根据上述不等式不难得到



$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\left\{\sum_{t_k=0}^N (\|e(t_k)\|^2 - \gamma^2 (\|w(t_k)\|^2 + \|v(t_k)\|^2)) - \gamma^2 (e^T(0) \bar{Q}_1 e(0) + \tau \max_{t_{k-\tau} \leq s < 0} e^T(s) \bar{Q}_2 e(s))\right\} \\
 & \leq \mathbb{E}\{V_e(0)\} - \mathbb{E}\{V_e(N+1)\} - \gamma^2 \mathbb{E}\left\{e^T(0) \bar{Q}_1 e(0) + \tau \max_{t_{k-\tau} \leq s < 0} e^T(s) \bar{Q}_2 e(s)\right\} \\
 & \leq \mathbb{E}\left\{e^T(0) P_0 e(0) + \sum_{s=t_{k-\tau}}^{t_k-1} e^T(s) \bar{Q}_s e(s)\right\} \\
 & \quad - \gamma^2 \mathbb{E}\left\{e^T(0) \bar{Q}_1 e(0) + \tau \max_{t_{k-\tau} \leq s < 0} e^T(s) \bar{Q}_2 e(s)\right\} \\
 & < 0.
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

这意味着满足所考虑的性能 (2-14)。

在上述定理中, 已经处理了 (2-14) 的有限域  $H_\infty$  性能。应该指出的是, 所设计的条件只能用于执行性能分析, 而不能用于获得所需的估计器增益。因此, 从传感器网络的工程应用角度来看, 后续问题的核心是设计一种合适的方法来获得所需的矩阵参数。

**引理 2.2:** 给出了参数  $\gamma > 0$  和加权矩阵  $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2$ 。对于所有非零  $w(t_k)$  和  $v(t_k)$  如果存在一个正定矩阵  $P_{t_k} > 0$ ,  $Q_{t_k} > 0$ , 矩阵  $\hat{K}_{t_k}$  和正标量  $\lambda_{t_k}$  满足 (2-15), 则 (2-15) 的动力学满足  $H_\infty$  性能约束 (2-14) 和

$$\begin{bmatrix}
 -P_{t_{k+1}} & \mathcal{M}_{12} & \mathcal{M}_{13} & \mathcal{M}_{14} & \mathcal{M}_{15} & \mathcal{M}_{16} \\
 * & \mathcal{M}_{22} & 0 & \lambda_{t_k} \Phi_2^{g^T} & 0 & 0 \\
 * & * & -Q_{t_{k-\tau}} & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & * & -\lambda_{t_k} I & 0 & 0 \\
 * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\
 * & * & * & * & * & -\gamma^2 I
 \end{bmatrix} < 0, \tag{2-24}$$

其中,

$$\begin{cases}
 \mathcal{M}_{22} = Q_{t_k} - P_{t_k} - \lambda_{t_k} \Phi_1^f + I \\
 \mathcal{M}_{12} = P_{t_{k+1}} A(t_k) - \hat{K}_{t_k} \tilde{C}(t_k), \mathcal{M}_{13} = P_{t_{k+1}} F_{t_k} \\
 \mathcal{M}_{14} = P_{t_{k+1}} \Gamma_{t_k}, \mathcal{M}_{15} = P_{t_{k+1}} B_{t_k}, \mathcal{M}_{16} = -\hat{K}_{t_k} \tilde{D}(t_k)
 \end{cases},$$

当上述不等式成立时, 估计器增益  $K(t_k)$  可以由

$$K(t_k) = P_{t_{k+1}}^{-1} \hat{K}_{t_k}, \tag{2-25}$$

证明: 根据矩阵运算法则, 不等式 (2-16) 等价于

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M}_{22} & 0 & \lambda_{t_k} \Phi_2^{f^T} & 0 & 0 \\ * & -Q_{t_k-\tau} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\lambda_{t_k} I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \Xi_{t_k}^T P_{t_{k+l}} \Xi_{t_k} < 0.$$

其中,  $\Xi_{t_k} = [A_{t_k} \ F_{t_k} \ \Gamma_{t_k} \ B_{t_k} \ \tilde{D}(t_k)]$ 。

根据舒尔补引理, 上述不等式成立当且仅当

$$\begin{bmatrix} -P_{t_{k+l}} & P_{t_{k+l}} A_{t_k} & P_{t_{k+l}} F_{t_k} & P_{t_{k+l}} \Gamma_{t_k} & P_{t_{k+l}} B_{t_k} & P_{t_{k+l}} \tilde{D}(t_k) \\ * & \mathcal{M}_{22} & 0 & \lambda_{t_k} \Phi_2^{f^T} & 0 & 0 \\ * & * & -Q_{t_k-\tau} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\lambda_{t_k} I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-26)$$

成立。定义  $\hat{K}_{t_k} = P_{t_{k+l}} K(t_k)$ , 不等式 (2-26) 可以转化为

$$\begin{bmatrix} -P_{t_{k+l}} & \mathcal{M}_{l2} & \mathcal{M}_{l3} & \mathcal{M}_{l4} & \mathcal{M}_{l5} & \mathcal{M}_{l6} \\ * & \mathcal{M}_{22} & 0 & \lambda_{t_k} \Phi_2^{f^T} & 0 & 0 \\ * & * & -Q_{t_k-\tau} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\lambda_{t_k} I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0.$$

因此, 可以得出, 如果存在一个矩阵  $\hat{K}_{t_k}$ , 使不等式 (2-24) 成立, 则该不等式是正确的。这就完成了证明。

**定理 2.2:** 给定参数  $\gamma$  和加权矩阵  $Q_i (i=1,2)$ 。(2-13) 的动力学满足期望的  $H_\infty$  性能约束 (2-14), 如果存在正定矩阵  $P_{t_k}, Q_{t_k}$  和正标量  $\lambda_{t_k}$  和  $\hat{K}_{t_k}$ , 并且定理 2.1 中的条件 (2-25) 和引理 2.1 中的线性矩阵不等式 (2-14) 成立。

**证明** 首先, 根据矩阵运算法则和舒尔补引理, 我们可以发现, 在  $K(t_k) = P_{t_{k+l}}^{-1} \hat{K}_{t_k}$  的引理 2.1 中, (2-24) 等价于定理 2.1 中的不等式 (2-26)。然后, 考虑初始条件 (2-25), 我们不难发现定理 2.1 成立, 因此 (2-13) 的动力学满足所需的  $H_\infty$  性能约束 (2-14)。这就完成了证明。

**注 2.3:**值得注意的是, 在定理 2.1 中, 借助于构造的李雅普诺夫函数, 建立了 (2-14) 的预定有限域的  $H_\infty$  性能的一组分析条件。显然, 这个定理中的这些条件在滤波器增益  $K(t_k)$  和自由矩阵  $P_{t_k}$  上是非线性的。换句话说, 这些矩阵不等式不能用现有的工具求解, 因此不能可靠地获得所需的矩阵  $K(t_k)$ 。为了克服这一困难, 我们考虑对非线性条件进行约束, 再带入到线性矩阵不等式中进行运算, 应用的主要理论是元素矩阵的变换和舒尔补引理。进而推导出引理 2.2。根据这个引理, 定理 2.2 确实为进行增益设计提供了一组适用的条件。

## 2.4 数值实例及其仿真

在本节中, 用下面的数值模拟实例来证明本文所提出的状态估计方法的有效性。考虑由 (2-1) 描述的具有以下参数的离散时变系统:

$$\begin{aligned}
 A(t_k) &= 1.2 \begin{bmatrix} a_1(t_k) & 0.12 & 0.2 - 0.16 \sin(t_k) & 0.24 \\ 0.5 & 0.6 & 0.24 - 0.12 \cos(t_k) & -0.52 \\ 0.22 & 0.1 & 0.24 - 0.12 \sin(t_k) & -0.36 \\ -0.12 & 0.2 & 0.36 & a_2(t_k) \end{bmatrix} \\
 B(t_k) &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D(t_k) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\
 C(t_k) &= \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0 & 1.2 \\ 0.6 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 1.2 & 0 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad F(t_k) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\
 \Gamma(t_k) &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

其中

$$a_1(t_k) = 0.42 + 0.32 \sin(t_k), \quad a_2(t_k) = 0.52 - 0.24 \cos(t_k).$$

非线性向量值函数  $f(x(t_k))$  取为

$$f(x(t_k)) = \begin{bmatrix} -0.4x_1(t_k) + 0.3x_2(t_k) + \tanh(0.3x_1(t_k)) \\ -0.1x_2(t_k) + 0.2x_3(t_k) \\ 0.1x_1(t_k) + 0.2x_3(t_k) \\ 0.2x_1(t_k) + 0.1x_2(t_k) + 0.2x_4(t_k) - \tanh(0.1x_4(t_k)) \end{bmatrix},$$

那么，很容易看出，条件 (2-2) 可以满足

$$\phi_1^f = \begin{bmatrix} -0.5478 & -1.4095 & -0.8960 & 0.5362 & -0.2751 & -0.1858 \\ 0.2608 & 1.7701 & 0.1352 & -0.7164 & 2.2126 & 0.0089 \\ -0.0132 & 0.3255 & -0.1390 & -0.6556 & 1.5085 & 0.8369 \\ -0.5803 & -1.1190 & -1.1634 & 0.3144 & -1.9451 & -0.7223 \\ 2.1363 & 0.6204 & 1.1837 & 0.1068 & -1.6805 & -0.7215 \\ -0.2576 & 1.2698 & -0.0154 & 1.8482 & -0.5735 & -0.2012 \end{bmatrix}$$

$$\phi_2^f = \begin{bmatrix} -0.0205 & 0.8115 & -2.4490 & -0.0477 & -0.9573 & 0.8076 \\ 0.2789 & 0.6363 & 0.4733 & 0.3793 & 1.2925 & 0.0412 \\ 1.0583 & 1.3101 & 0.1169 & -0.3304 & 0.4409 & -0.7562 \\ 0.6217 & 0.3271 & -0.5911 & -0.4999 & 1.2809 & -0.0891 \\ -1.7506 & -0.6730 & -0.6547 & -0.0360 & -0.4977 & -2.0089 \\ 0.6973 & -0.1493 & -1.0807 & -0.1748 & -1.1187 & 1.0839 \end{bmatrix},$$

扰动输入选择为

$$w(t_k) = \begin{bmatrix} 0.1 \exp(-0.1t_k) \sin(t_k) \\ 0.1 \exp(-0.1t_k) \cos(t_k) \end{bmatrix} \quad v(t_k) = 0.5 \begin{bmatrix} 0.1 \cos(0.2(t_k)) / (t_k) \\ 0.1 \cos(0.1(t_k)) / (t_k) \end{bmatrix}.$$

表 2.1 估计器参数

| $t$ | $K_I(t)$                      |
|-----|-------------------------------|
| 1   | 0.5369 1.0273 0.0009 -0.0575  |
|     | -0.4301 1.1425 0.3073 0.0177  |
|     | 0.0285 0.8662 -0.1419 0.0818  |
|     | 0.1544 0.1602 0.2789 -0.1586  |
|     | -0.0002 0.0002 0.9999 -0.0000 |
|     | 0.0000 -0.0000 0.0000 1.0000  |
| 2   | 0.5485 1.0505 0.0001 -0.0690  |
|     | -0.4208 1.1424 0.2979 0.0116  |
|     | 0.0278 0.8827 -0.1352 0.0714  |
|     | 0.1452 0.1708 0.2908 -0.1724  |
|     | -0.0002 0.0002 0.9999 -0.0000 |
|     | 0.0000 -0.0000 0.0000 1.0000  |
| 3   | 0.5258 1.0248 0.0070 -0.0589  |
|     | -0.4384 1.1456 0.3132 0.0187  |
|     | -0.0018 0.8654 -0.1191 0.0699 |
|     | 0.1402 0.1575 0.2897 -0.1667  |
|     | -0.0002 0.0002 0.9999 -0.0000 |
|     | 0.0000 -0.0000 0.0000 1.0000  |
| ... | ...                           |

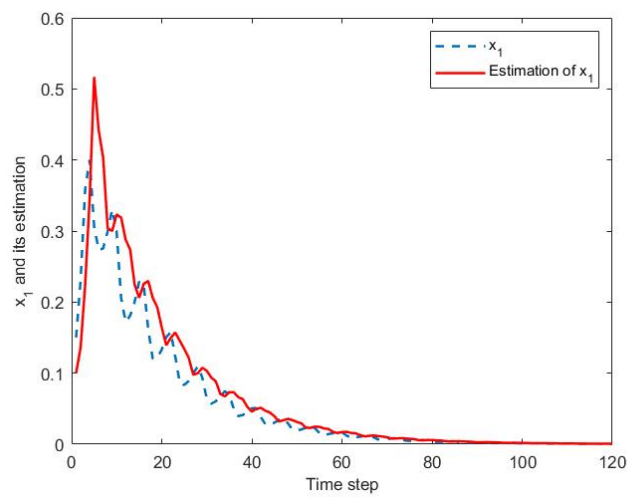


图 2-2 状态  $x_1$  及其估计

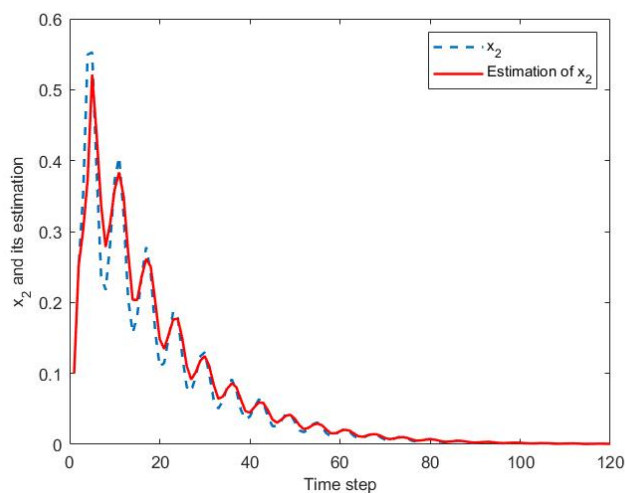


图 2-3 状态  $x_2$  及其估计

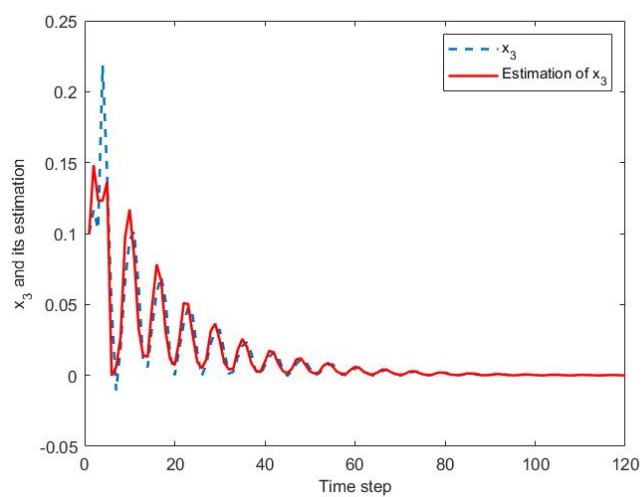


图 2-4 状态  $x_3$  及其估计

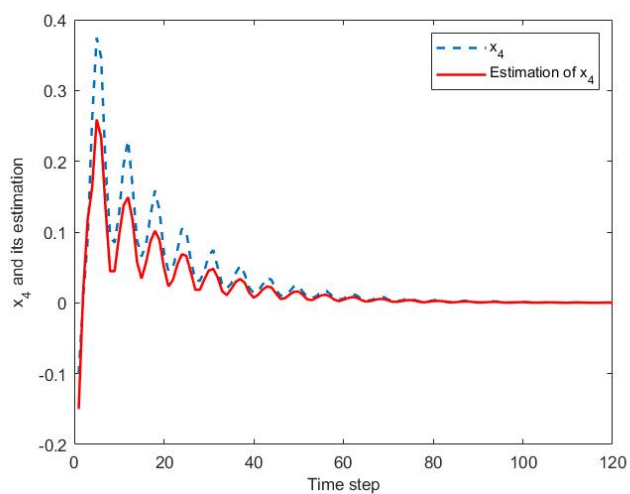


图 2-5 状态  $x_4$  及其估计

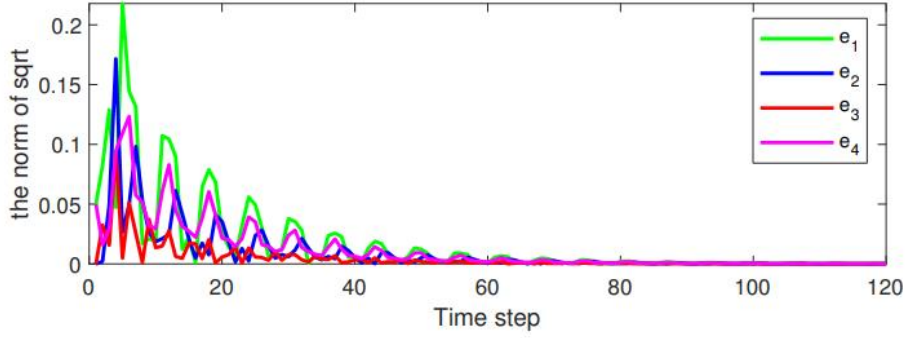


图 2-6 误差的平方根范数

在模拟中，延迟参数取  $\tau = 2$ ，扰动衰减水平取  $\gamma = 6$ 。初始状态及其初始估计分别取  $x(0) = [0.15 \ 0.1 \ 0.1 \ -0.1]^T$  和  $\hat{x}_0(t_k) = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ -0.15]^T$ 。设  $P(t_k)$  的初始值为  $P(0) = I$ 。在 MATLAB 软件 R2022a 和 YALMIP3.0 的帮助下，估计器增益矩阵  $K(t_k)$  通过求解(2-26)示于表 2-1 中。

仿真结果如图 (2-2) - (2-6) 所示。更具体地说，真实状态的曲线及其估计如图 (2-2) - (2-5) 所示。估计误差曲线如图 (2-6) 所示。可以得出结论，仿真结果表明了所设计的基于通信协议的估计器设计方案具有良好的估计性能。

## 2.5 本章总结

本章研究了同时具有时滞和非线性项的离散时变 FlexRay 网络的  $H_\infty$  状态估计问题。并且，已知统计特性的时滞以随机方式发生。通过引入一个新的非线性函数，将初始的非线性系统 (2-1) 转换为线性系统。利用稳定性理论，建立了在有限时域内保证  $H_\infty$  性能的充分条件。此外，在建立条件的基础上，利用舒尔补引理，根据线性矩阵不等式的解，得到了估计量的期望增益。最后，通过一个实例说明了所提出的基于协议的状态估计器设计方案的有效性。

### 第3章 基于 FlexRay 网络的时滞系统的野值抵抗递推滤波

在本章中，我们研究了 FRP 下一类时滞系统的一个新的抗异常递归滤波问题。为了减轻通信负担和缓解网络拥塞，在传感器中实现了 FRP 来过滤信道，以调度传感器的数据传输顺序，FRP 利用由时间触发规则和事件触发规则两者支配的规则来以循环方式调节信号传输。在出现测量异常值的情况下，设计了一个饱和函数来抑制测量异常值对滤波器的影响，从而使滤波性能优异。根据矩阵分析的理论，先求解得到滤波误差协方差的上界，然后基于所获得的滤波器增益得到最小上界。此外，验证了滤波误差的均方指数有界性。最后，通过网络化系统仿真实例验证了该方案的有效性。

#### 3.1 问题描述

##### 3.1.1 离散时滞系统

在本节中，考虑以下非线性离散系统：

$$\begin{cases} x(t_{k+1}) = A(t_k)x(t_k) + B(t_k)w(t_k) + F(t_k)x(t_{k-\tau}) \\ y(t_k) = C(t_k)x(t_k) + D(t_k)v(t_k) \end{cases}, \quad (3-1)$$

其中， $x(t_k) \in \mathbb{R}^n (k \geq 0)$  是不能直接观测到的状态向量， $y(t_k) \in \mathbb{R}^m$  是  $m$  个传感器的测量输出。并且， $w(t_k) = [w_1(t_k) \ w_2(t_k) \ \cdots \ w_q(t_k)]^T$  是满足条件  $w(t_k) \in ([0, N]; \mathbb{R}^p)$  的零均值过程噪声， $v(t_k) = [v_1(t_k) \ v_2(t_k) \ \cdots \ v_p(t_k)]^T$  是满足条件  $v(t_k) \in ([0, N]; \mathbb{R}^q)$  的零均值测量噪声，过程噪声和测量噪声的方差都大于零。正整数  $\tau$  描述了离线预定的时间延迟。 $A(t_k), B(t_k), F(t_k), C(t_k)$  和  $D(t_k)$  是具有兼容维度的时变矩阵。此外，我们定义  $C(t_k) \triangleq [C_1^T(t_k), C_2^T(t_k), \dots, C_m^T(t_k)]^T$  和  $D(t_k) \triangleq [D_1^T(t_k), D_2^T(t_k), \dots, D_m^T(t_k)]^T$ ，其中  $C_i(t_k) \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  和  $D_i(t_k) \in \mathbb{R}^{1 \times w} (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

**假设 3.1:**  $x(t_0), w(t_k)$  和  $v(t_k) (k \geq 0)$  是相互独立的。



### 3.1.2 离散时变系统的 FlexRay 协议

一般来说, FlexRay 网络 (即通过 FlexRay 通信协议调度的网络) 由一系列预设的通信周期组成。如图 3-1 所示。每个通信周期包括四个部分: 1) 静态部分; 2) 动态部分; 3) 符号窗口; 以及 4) 网络空闲时间。这四个部分的时间长度分别由  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  和  $R_4$  表示。与静态段和动态段相比, 符号窗口的时间长度和网络空闲时间非常短, 通常可以忽略不计, 即  $R_3 = R_4 = 0$ 。此外, 在不失一般性的情况下, 我们假设  $R_l = l (l \in 1, \dots, m)$  和  $R_2 = m - l$ 。此外, 数据包的传输时间也被忽略了, 它主要取决于传输距离和数据包的大小。为此, 通信周期的时间长度为  $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = m$ 。下面, 在离散时间设置下, 我们将详细描述如何精确分配  $R_1$  和  $R_2$  的时间。

**注 3.1:** 正如我们所知, 数据包的传输时间主要取决于两个因素: 1) 传输距离和 2) 数据包的大小 (即数据包占用的比特)。通常, 传输距离越远 (或数据包大小越大), 传输时间就越长。然而, 值得强调的是, FRP 通常是车辆内部设备之间的数据通信而定制的, 其中传输距离很短, 因此对传输时间的影响可以忽略不计。另一方面, 在 FRP 下, 每个信道的最大数据速率可以高达 10Mbit/s, 这实际上是高速通信总线, 并且在车辆中的数据传输期间几乎没有时间延迟, 即, 与整个通信周期相比, 分组的传输时间也可以被忽略。基于以上讨论, 我们在本文中排除了传输时间的影响。

为了表达方便, 我们定义

$$\begin{aligned}
 y(t_k) &\triangleq [(y^{(1)}(t_k))^T, (y^{(2)}(t_k))^T]^T \\
 \bar{y}(t_k) &\triangleq [(\bar{y}^{(1)}(t_k))^T, (\bar{y}^{(2)}(t_k))^T]^T \\
 y^{(1)}(t_k) &\triangleq [y_1(t_k), y_2(t_k), \dots, y_l(t_k)]^T \\
 y^{(2)}(t_k) &\triangleq [y_{l+1}(t_k), y_{l+2}(t_k), \dots, y_m(t_k)]^T \\
 \bar{y}^{(1)}(t_k) &\triangleq [\bar{y}_1(t_k), \bar{y}_2(t_k), \dots, \bar{y}_l(t_k)]^T \\
 \bar{y}^{(2)}(t_k) &\triangleq [\bar{y}_{l+1}(t_k), \bar{y}_{l+2}(t_k), \dots, \bar{y}_m(t_k)]^T.
 \end{aligned} \tag{3-2}$$

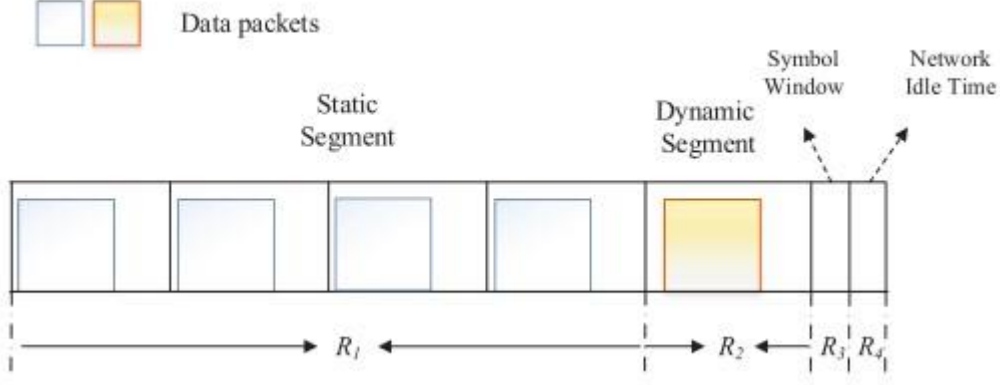


图 3-1 FlexRay 网络的结构

需要注意的是，在本文中，RRP 和 TODP 分别应用于静态和动态段。更具体地说，如图 3-1 所示，在一个通信周期中，首先在时间长度  $R_1$  中执行 RRP，然后在时间长度  $R_2$  中执行 TODP。此外，考虑到对测量信号的不同分量的不同实时性要求，基于 RRP 的调度需要高实时性分量，而基于 TODP 的调度则需要其他分量。在不失一般性的情况下，我们假设由 RRP 调度  $y(t_k)$  的前  $l$  个分量  $y^{(1)}(t_k) \in \mathbb{R}^l$ ，并且由 TODP 安排  $y(t_k)$  的其余  $m-l$  个分量  $y^{(2)}(t_k) \in \mathbb{R}^{m-l}$ 。因此，设  $\bar{y}(t_k)$  是网络传输后的测量输出，其中  $\bar{y}^{(1)}(t_k)$  和  $\bar{y}^{(2)}(t_k)$  分别表示由 RRP 和 TODP 调度的网络传输之后的测量值。更具体地说， $\zeta_{t_k}$ （或  $\mu_{t_k}$ ）用于表示在时间  $t_k$  具有基于 RRP（或 TODP）访问的传输权限的传感器节点，该传输权限可以根据以下规则单独确定。

- 3) RRP: 它是一种基于时间的静态调度算法，其中传输顺序由以下传输规则控制：

$$\zeta_{t_k} \triangleq \text{mod}\left(\frac{t_k}{h}, l\right) + 1, \quad (3-3)$$

其中  $\zeta_{t_k} \in \ell_l \triangleq 1, 2, \dots, l$ 。从 (3-5) 中可以看出，在时间  $t_k$ ，通过零输入策略，只有  $y(t_k)$  的分量  $y_{\zeta_{t_k}}$  被更新，并且  $y(t_k)$  的其他分量被设置为 0。

- 4) TODP: 它是一种基于事件的动态调度算法，根据以下特定事件分配优先级：

$$\mu_{t_k} \triangleq \max_{i=l+1, \dots, m} (\tilde{y}_i^{(2)}(t_k))^T Q_i(t_k) \tilde{y}_i^{(2)}(t_k), \quad (3-4)$$

其中  $\mu_k \in \ell_2 \triangleq l+1, \dots, m$  和  $Q_i(t_k)(i \in \ell_2)$  给出了正定矩阵。设  $\tilde{y}_i^{(2)}(t_k) \triangleq y_i^{(2)}(t_k) - \bar{y}_i^{(2)}(t_k - l)$ ，对于零阶保持者， $\bar{y}_i(t_k)(i \in \ell_2)$  可以表示为以下形式：

$$\bar{y}_i(t_k) = \begin{cases} y_i(t_k) & , \text{如果 } i = \mu_k \\ \bar{y}_i(t_{k-l}) & , \text{其它情况.} \end{cases} \quad (3-5)$$

在详细解释了 FRP 的原理后，我们将提供离散时变系统的 FlexRay 通信协议的详细数学模型，然后设计一个基于 FRP 的状态估计器。

**引理 3.1:** 考虑到 RRP 规则 (3-4) 和 TODP 规则 (3-5)， $\bar{y}(t_k)$  可以表示为

$$\bar{y}(t_k) = \hat{C}(t_k)x(t_k) + \tilde{D}(t_k)\bar{v}(t_k) + \mathcal{I}_2(I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}), \quad (3-6)$$

其中，对于  $i = l+1, \dots, m$ ,  $j = 2, \dots, l$  和  $r = l, \dots, l$ 。

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_l &\triangleq [I_{l \times l}, \theta_{(m-l) \times l}^T]^T \\ \mathcal{I}_2 &\triangleq [\theta_{l \times (m-l)}^T, I_{(m-l) \times (m-l)}]^T \\ \hat{C}(t_k) &\triangleq \mathcal{I}_l \tilde{C}(t_k) + \mathcal{I}_2 \dot{C}(t_k) \\ \hat{D}(t_k) &\triangleq \mathcal{I}_l \tilde{D}(t_k) + \mathcal{I}_2 \dot{D}(t_k) \\ \tilde{C}(t_k) &\triangleq [C_l^T(t_k), \dots, C_l^T(t_k)]_{(l) \times (n)}^T \\ \tilde{D}(t_k) &\triangleq [D_l^T(t_k), \dots, D_l^T(t_k)]_{(l) \times (n)}^T \\ \dot{C}(t_k) &\triangleq \Phi_{\mu_k} \check{C}(t_k), \quad \dot{D}(t_k) \triangleq \Phi_{\mu_k} \check{D}(t_k) \\ \check{C}(t_k) &\triangleq [C_{l+l}^T(t_k), \dots, C_m^T(t_k)]_{(m-l) \times (n)}^T \\ \check{D}(t_k) &\triangleq [D_{l+l}^T(t_k), \dots, D_m^T(t_k)]_{(m-l) \times (v)}^T \\ \Phi_{\mu_k} &\triangleq \text{col}\{\delta(l+1-\mu_k), \dots, \delta(m-\mu_k)\}. \end{aligned}$$

证明：根据 RRP (3-4)， $\bar{y}^{(l)}(t_{k+l})$  可以计算为

$$\bar{y}^{(l)}(t_{k+l}) = \tilde{C}(t_k)\bar{x}(t_k) + \tilde{D}(t_k)\bar{v}(t_k), \quad (3-7)$$

并且，基于 TODP (3-5)

$$\begin{aligned} \bar{y}^{(2)}(t_{k+l}) &= \Phi_{\mu_k} y^{(2)}(t_k) + (I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}) \\ &= \dot{C}(t_k)\bar{x}(t_k) + \dot{D}(t_k)\bar{v}(t_k) + (I - \Phi_{\mu_k})\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}), \end{aligned} \quad (3-8)$$

从 (3-8) 和 (3-9) 可以清楚地看出，

$$\bar{y}(t_k) = \mathcal{I}_1 \bar{y}^{(1)}(t_k) + \mathcal{I}_2 \bar{y}^{(2)}(t_k). \quad (3-9)$$

## 3.2 基于 FlexRay 协议的滤波器设计

### 3.2.1 滤波器方案的设计

在本节中，为了处理由 (3-7) 中的零阶保持者策略引起的  $\bar{y}^{(2)}(t_{k-l})$ ，获得了一个增广系统状态  $\tilde{x}(t_k)$  并保留  $\bar{y}^{(2)}(t_{k-l})$  的扩充系统，如下所示：

$$\begin{cases} \tilde{x}(t_{k+l}) = \tilde{A}(t_k) \tilde{x}(t_k) + \tilde{B}(t_k) \bar{w}(t_k) + \tilde{F}(t_k) \tilde{x}(t_{k-\tau}) \\ \bar{y}(t_k) = \tilde{C}(t_k) \tilde{x}(t_k) + \tilde{D}(t_k) \bar{w}(t_k) \end{cases}, \quad (3-10)$$

此外，

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t_k) &\triangleq [x(t_k)^T, (\bar{y}^{(2)}(t_{k-l}))^T]^T, \quad \bar{w}(t_k) \triangleq \begin{bmatrix} w(t_k) \\ v(t_k) \end{bmatrix} \\ \tilde{A}(t_k) &\triangleq \begin{bmatrix} A(t_k) & 0 \\ \dot{C}(t_k) & (I - \Phi_{\mu_k}) \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}(t_k) \triangleq \begin{bmatrix} B(t_k) & 0 \\ 0 & \dot{D}(t_k) \end{bmatrix} \\ \tilde{C}(t_k) &\triangleq [\hat{C}(t_k) \quad \mathcal{I}_2(I - \Phi_{\mu_k})], \quad \tilde{D}(t_k) \triangleq [0 \quad \hat{D}(t_k)] \\ \tilde{F}(t_k) &\triangleq \text{diag}\{F(t_k), 0\}. \end{aligned}$$

饱和函数的饱和水平由测量信息的先验值来确定。具体来说，我们使用的滤波器具有以下结构：

$$\hat{x}(t_{k+l}) = \tilde{A}(t_k) \hat{x}(t_k) + K(t_k) \sigma((\bar{y}(t_k) - \tilde{C}(t_k) \hat{x}(t_k))) + \tilde{F}(t_k) \hat{x}(t_{k-\tau}), \quad (3-11)$$

其中， $\hat{x}(t_k) \in \mathbb{R}^{n+m-l}$  是  $\tilde{x}(t_k)$  的状态估计， $K(t_k) \in \mathbb{R}^{(n+m-l) \times m}$  是要设计的滤波器参数，并且滤波器的初始值被设置为  $\hat{x}(t_0) = \mathbb{E}\{\tilde{x}(t_0)\}$ 。饱和函数  $\sigma(\cdot): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  被引入，并定义为：

$$\sigma(g) \triangleq [\sigma(g_1) \quad \sigma(g_2) \quad \cdots \quad \sigma(g_m)]^T,$$

其中

$$\sigma(g_i) \triangleq \text{sign}(g_i) \min\{g_{i,\max}, |g_i|\}, \quad (3-12)$$

$\text{sign}(\cdot)$  是符号函数，饱和水平  $g_{i,\max}$  是已知向量  $g_{\max}$  的第  $i$  个元素。

根据 (3-10) 和 (3-11)，估计器误差  $e(t_k) = \tilde{x}(t_k) - \hat{x}(t_k)$ ，具有估计误差动力学：

$$e(t_{k+1}) = \tilde{A}(t_k)e(t_k) + \tilde{B}(t_k)\bar{w}(t_k) + \bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau}) - K(t_k)\tilde{C}(t_k) - K(t_k)\sigma(C(t_k)). \quad (3-13)$$

其中

$$C(t_k) \triangleq \tilde{C}(t_k)e(t_k) + \tilde{D}(t_k)\bar{w}(t_k).$$

本文的主要目的是：1.得到滤波误差协方差  $P(t_k) = \mathbb{E}\{e(t_k)e^T(t_k)\}$  的一个上界  $\Xi(t_k)$  2.求解合适的滤波器增益  $K(t_k)$ 。使得该上界  $\Xi(t_k)$  最小。

**引理 3.2:** [43]对于矩阵  $A = A^T > 0$  和函数  $\phi_k(A) = \phi_k^T(A)$ 。假设

$$\phi_k(A) \leq \phi_k(B), \forall A \leq B,$$

差分方程如下

$$W_{k+1} = \phi_k(W_k), V_{k+1} = \phi_k(V_k), W_0 = V_0,$$

$W_k$  和  $V_k$  的解满足  $V_{k+1} \leq W_{k+1}$ 。

首先，我们将  $C(t_k)$  重写为  $\text{col}\{C_1(t_k), C_2(t_k), \dots, C_m(t_k)\}$ ，其中  $C_i(t_k)$  是  $C(t_k)$  的  $i$  个元素。由 (3-12) 可得

$$\sigma(C_i(t_k)) = \begin{cases} C_i(t_k) & , \text{如果 } |C_i(t_k)| \leq g_{i,\max} \\ \text{sign}(C_i(t_k))g_{i,\max} & , \text{其它情况.} \end{cases}$$

接下来，通过引入具有以下性质的函数  $\lambda(\cdot, \cdot)$ ：

$$\lambda(a, b) = \begin{cases} 0 & , \text{如果 } a \leq b \\ 1 & , \text{其它情况.} \end{cases}$$

$\sigma(C_i(t_k))$  可以改写成

$$\sigma(C_i(t_k)) = (I - \lambda(|C_i(t_k)|, g_{i,\max}))C_i(t_k) + \lambda(|C_i(t_k)|, g_{i,\max})\text{sign}(C_i(t_k))g_{i,\max}$$

此外，饱和函数  $\sigma(C(t_k))$  可以写成

$$\sigma(C(t_k)) = (I - \Lambda(t_k))C(t_k) + \Lambda(t_k)L(t_k). \quad (3-14)$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda(t_k) &\triangleq \text{diag}\{\lambda(|C_1(t_k)|, g_{1,\max}), \lambda(|C_2(t_k)|, g_{2,\max}), \dots, \lambda(|C_m(t_k)|, g_{m,\max})\} \\ L(t_k) &\triangleq \text{col}\{\text{sign}(C_1(t_k))g_{1,\max}, \text{sign}(C_2(t_k))g_{2,\max}, \dots, \text{sign}(C_m(t_k))g_{m,\max}\}, \end{aligned}$$

通过 (3-14)，滤波误差 (3-13) 可以写成

$$\begin{aligned} e(t_{k+1}) &= \mathcal{A}(t_k)e(t_k) + \mathcal{B}(t_k)\bar{w}(t_k) + \bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau}) \\ &\quad + K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{C}(t_k)e(t_k) - K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k) \\ &\quad + K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{C}(t_k)\bar{w}(t_k), \end{aligned} \quad (3-15)$$

其中

$$\mathcal{A} \triangleq \tilde{A}(t_k) - K(t_k)\tilde{C}(t_k), \quad \mathcal{B} \triangleq \tilde{B}(t_k) - K(t_k)\tilde{D}(t_k).$$

根据 (3-15)，在后续的定理 3.1 中，我们求解得到了滤波误差协方差的上界  $\Xi(t_k)$ 。

**定理 3.1:** 定义正值  $\varepsilon_i(t_k)(i=1,2,\dots,13)$ 。如果以下方程

$$\begin{aligned} \Xi(t_{k+l}) = & \eta_1(t_k)\mathcal{A}(t_k)\Xi(t_k)\mathcal{A}^T(t_k) + \eta_2(t_k)\mathcal{B}(t_k)W(t_k)\mathcal{B}^T(t_k) \\ & + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) \\ & + \eta_4(t_k)K(t_k)\Lambda(t_k)\text{tr}\{\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}IK^T(t_k) \\ & + \eta_5(t_k)K(t_k)\Lambda(t_k)\text{tr}\{\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}IK^T(t_k) \\ & + \eta_6(t_k)m\bar{\sigma}K(t_k)K^T(t_k), \end{aligned} \quad (3-16)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta_1(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_1(t_k) + \varepsilon_2(t_k) + \varepsilon_3(t_k) + \varepsilon_4(t_k) \\ \eta_2(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_5(t_k) + \varepsilon_6(t_k) + \varepsilon_7(t_k) \\ \eta_3(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_1^{-1}(t_k) + \varepsilon_8(t_k) + \varepsilon_9(t_k) + \varepsilon_{10}(t_k) \\ \eta_4(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_2^{-1}(t_k) + \varepsilon_5^{-1}(t_k) + \varepsilon_8^{-1}(t_k) + \varepsilon_{11}(t_k) + \varepsilon_{12}(t_k) \\ \eta_5(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_3^{-1}(t_k) + \varepsilon_6^{-1}(t_k) + \varepsilon_9^{-1}(t_k) + \varepsilon_{11}^{-1}(t_k) + \varepsilon_{13}(t_k) \\ \eta_6(t_k) & \triangleq I + \varepsilon_4^{-1}(t_k) + \varepsilon_7^{-1}(t_k) + \varepsilon_{10}^{-1}(t_k) + \varepsilon_{12}^{-1}(t_k) + \varepsilon_{13}^{-1}(t_k). \end{aligned}$$

在初始条件  $\Xi(t_0) = P(t_0)$ ，存在一个正定解  $\Xi(t_{k+l})$ ，它是滤波误差  $P(t_{k+l})$  的协方差的上界  $\Xi(t_{k+l})$ 。

**证明:** 从(3-15)

$$\begin{aligned} P(t_{k+l}) = & \mathcal{A}(t_k)P(t_k)\mathcal{A}^T(t_k) + \mathcal{B}(t_k)\mathbb{E}\{\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\}\mathcal{B}^T(t_k) \\ & + \bar{F}(t_k)P(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) - K(t_k)\tilde{C}(t_k) \\ & + \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\ & + \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{D}(t_k)\bar{w}(t_k)w^T(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\ & + \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\ & + \gamma_1(t_k) + \gamma_1^T(t_k) + \gamma_2(t_k) + \gamma_2^T(t_k) + \gamma_3(t_k) + \gamma_3^T(t_k) \\ & - \gamma_4(t_k) - \gamma_4^T(t_k) + \gamma_5(t_k) + \gamma_5^T(t_k) + \gamma_5(t_k) + \gamma_5^T(t_k) \\ & - \gamma_7(t_k) - \gamma_7^T(t_k) + \gamma_8(t_k) + \gamma_8^T(t_k) + \gamma_9(t_k) + \gamma_9^T(t_k) \\ & - \gamma_{10}(t_k) - \gamma_{10}^T(t_k) + \gamma_{11}(t_k) + \gamma_{11}^T(t_k) - \gamma_{12}(t_k) - \gamma_{12}^T(t_k) - \gamma_{13}(t_k) - \gamma_{13}^T(t_k), \end{aligned} \quad (3-17)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \gamma_1(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{A}(t_k)e(t_k)e^T(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k)\} \\
 \gamma_2(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{A}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\check{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_3(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{A}(t_k)e(t_k)\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_4(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{A}(t_k)e(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_5(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{B}(t_k)\bar{w}(t_k)e^T(t_k)\check{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_6(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{B}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_7(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\mathcal{B}(t_k)\bar{w}(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_8(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau})e^T(t_k)\check{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_9(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau})\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_{10}(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{\bar{F}(t_k)e(t_{k-\tau}))L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_{11}(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{C}(t_k)e(t_k)w^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_{12}(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{C}(t_k)e(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_{13}(t_k) &\triangleq \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{D}(t_k)e(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\}.
 \end{aligned}$$

根据不等式  $ab^T + ba^T \leq \varepsilon aa^T + \varepsilon bb^T$  (其中  $a$  和  $b$  是适当的维向量), 我们知道

$$\begin{aligned}
 \gamma_9(t_k) + \gamma_9^T(t_k) &\leq \varepsilon_9(t_k) \mathbb{E}\{\bar{F}(t_k)P(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k)\} \\
 &\quad + \varepsilon_9^{-1}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 -\gamma_{10}(t_k) - \gamma_{10}^T(t_k) &\leq \varepsilon_{10}(t_k) \mathbb{E}\{\bar{F}(t_k)P(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k)\} \\
 &\quad + \varepsilon_{10}^{-1}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 \gamma_{11}(t_k) + \gamma_{11}^T(t_k) &\leq \varepsilon_{11}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\check{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 &\quad + \varepsilon_{11}^{-1}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 -\gamma_{12}(t_k) - \gamma_{12}^T(t_k) &\leq \varepsilon_{12}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\check{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 &\quad + \varepsilon_{12}^{-1}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 -\gamma_{13}(t_k) - \gamma_{13}^T(t_k) &\leq \varepsilon_{13}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\check{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\check{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 &\quad + \varepsilon_{13}^{-1}(t_k) \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\}.
 \end{aligned}$$

根据假设 3.1, 存在  $\mathbb{E}\{w(t_k)v^T(t_k)\} = \mathbb{E}\{v(t_k)w^T(t_k)\} = 0$ , 并且还存在着

$$\mathbb{E}\{\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\} = \mathbb{E}\left\{\begin{bmatrix} w(t_k)w^T(t_k) & w(t_k)v^T(t_k) \\ v(t_k)w^T(t_k) & v(t_k)v^T(t_k) \end{bmatrix}\right\} = W(t_k),$$

通过矩阵分析理论, 有

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 & \leq K(t_k)\mathbb{E}\{tr\{\Lambda(t_k)\tilde{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)\}I\}K^T(t_k) \\
 & \leq K(t_k)tr\{\mathbb{E}\{\tilde{C}(t_k)e(t_k)e^T(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}\}IK^T(t_k) \\
 & = K(t_k)tr\{\tilde{C}(t_k)P(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}IK^T(t_k).
 \end{aligned}$$

同样，也有

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)\tilde{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 & \leq K(t_k)\mathbb{E}\{tr\{\Lambda(t_k)\tilde{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\Lambda^T(t_k)\}I\}K^T(t_k) \\
 & \leq K(t_k)tr\{\mathbb{E}\{\tilde{D}(t_k)\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}\}IK^T(t_k) \\
 & = K(t_k)tr\{\tilde{D}(t_k)\mathbb{E}\{\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}\}IK^T(t_k)
 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 & \leq K(t_k)\mathbb{E}\{tr\{\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)\}I\}K^T(t_k) \\
 & \leq K(t_k)tr\{\mathbb{E}\{L(t_k)L^T(t_k)\}\}IK^T(t_k),
 \end{aligned}$$

根据  $L(t_k)$  的定义，存在

$$\mathbb{E}\{L(t_k)L^T(t_k)\} \leq \mathbb{E}\{tr\{L(t_k)L^T(t_k)\}I\} = \bar{\sigma}I_m.$$

此外，

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{K(t_k)\Lambda(t_k)L(t_k)L^T(t_k)\Lambda^T(t_k)K^T(t_k)\} \\
 & \leq K(t_k)\mathbb{E}\{tr\{L(t_k)L^T(t_k)\}\}IK^T(t_k) \\
 & \leq K(t_k)m\bar{\sigma}IK^T(t_k) = m\bar{\sigma}K(t_k)K^T(t_k).
 \end{aligned}$$

通过以上讨论，我们可以知道

$$\begin{aligned}
 P(t_{k+1}) & \leq \eta_1(t_k)\mathcal{A}(t_k)P(t_k)\mathcal{A}^T(t_k) + \eta_2(t_k)\mathcal{B}(t_k)W(t_k)\mathcal{B}^T(t_k) \\
 & \quad + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)P(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) \\
 & \quad + \eta_4(t_k)K(t_k)\Lambda(t_k)tr\{\tilde{C}(t_k)P(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}IK^T(t_k) \\
 & \quad + \eta_5(t_k)K(t_k)\Lambda(t_k)tr\{\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}IK^T(t_k) \\
 & \quad + \eta_6(t_k)m\bar{\sigma}K(t_k)K^T(t_k).
 \end{aligned} \tag{3-18}$$

注意 (3-16) - (3-18) 和初始条件  $\Xi(t_0) = P(t_0)$ 。其被引理 3.2 称为

$$\Xi(t_{k+1}) \leq P(t_{k+1}).$$

通过定理 3.1 的证明过程，我们利用矩阵分析理论，得到了上界  $\Xi(t_k)$ 。接下来的定理 3.2 中我们利用滤波器增益  $K(t_k)$  对上界  $\Xi(t_k)$  进行最小化处理。

**定理 3.2:** 选取一个正值  $\varepsilon_i(t_k)(i=1,2,\dots,13)$ ，滤波误差协方差的上界为



$\Xi(t_{k+1})$ ，通过  $K(t_k)$  使得  $\Xi(t_k)$  最小化。

$$K(t_k) = \Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k), \quad (3-19)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi(t_k) &\triangleq \eta_1(t_k)\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k) + \eta_2(t_k)\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_3(t_k)\text{tr}\{\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}I + \eta_4(t_k)\text{tr}\{\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}I \\ &\quad + \eta_5(t_k)m\bar{\sigma}I \\ \Theta(t_k) &\triangleq \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k) + \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k). \end{aligned}$$

在定理 3.1 中给出了  $\eta_i(t_k)(i=1,2,\dots,6)$ 。此外，通过以下公式可以解得  $P(t_k)$

的最小上界：

$$\begin{aligned} \Xi(t_{k+1}) &= -\Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k)\Theta^T(t_k) + \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k) + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k). \end{aligned} \quad (3-20)$$

**证明** 在 (3-16) 中的滤波误差协方差的上界  $\Xi(t_{k+1})$  可以写成

$$\begin{aligned} \Xi(t_{k+1}) &= \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{A}^T(t_k) + \eta_1(t_k)K(t_k)\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k)K^T(t_k) \\ &\quad - \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k)K^T(t_k) - \eta_1(t_k)K(t_k)\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{A}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) + \eta_2(t_k)K(t_k)\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k)K^T(t_k) \\ &\quad - \eta_2(t_k)K(t_k)\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) - \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) + \eta_4(t_k)K(t_k)\text{tr}\{\tilde{C}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{C}^T(t_k)\}IK^T(t_k) \\ &\quad + \eta_5(t_k)K(t_k)\text{tr}\{\tilde{D}(t_k)W(t_k)\tilde{D}^T(t_k)\}IK^T(t_k) + \eta_6(t_k)m\bar{\sigma}K(t_k)K^T(t_k) \\ &= K(t_k)\Pi(t_k)K^T(t_k) - \Theta(t_k)K^T(t_k) - K(t_k)\Theta^T(t_k) \\ &\quad + \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{A}^T(t_k) + \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) \\ &= (K(t_k) - \Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k))\Pi(t_k)(K(t_k) - \Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k))^T \\ &\quad - \Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k)\Theta^T(t_k) + \eta_1(t_k)\tilde{A}(t_k)\Xi(t_k)\tilde{A}^T(t_k) \\ &\quad + \eta_2(t_k)\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) + \eta_3(t_k)\bar{F}(t_k)\Xi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k). \end{aligned}$$

由于  $\Pi(t_k) > 0$ ，我们知道当滤波器增益被选择为  $\Theta(t_k)\Pi^{-1}(t_k)$ 。根据 (3-20) 推导出最小滤波器误差协方差的上界  $\Xi(t_{k+1})$ 。

### 3.3 滤波误差的有界性分析

在本节中，我们分析了滤波器误差动力学的有界性。给出以下定义。

**定义 3.1:** 对于实数  $\phi > 0, \varphi > 0$  和  $0 < \nu < 1$ 。

如果

$$\mathbb{E}\{\|\xi(t_k)\|^2\} \leq \phi \mathbb{E}\{\|\xi(t_0)\|^2\} \nu^k + \varphi,$$

对于所有  $k \geq 0$  为真，则随机过程  $\xi(t_k)$  受均方指数的约束。

以下假设对关键结果的推出至关重要。

**假设 3.2:** 对于所有  $k \geq 0$ ，满足以下条件：

$$\begin{aligned} \|\tilde{A}(t_k)\| &\leq \bar{a}, & \underline{c}^2 I &\leq \tilde{C}(t_k) \tilde{C}^T(t_k) \leq \bar{c}^2 I, \\ \underline{b}^2 I &\leq \tilde{B}(t_k) \tilde{B}^T(t_k) \leq \bar{b}^2 I, & \underline{f}^2 I &\leq \tilde{F}(t_k) \tilde{F}^T(t_k) \leq \bar{f}^2 I, \\ \underline{d}^2 I &\leq \tilde{D}(t_k) \tilde{D}^T(t_k) \leq \bar{d}^2 I, & \underline{\omega} I &\leq W(t_k) \leq \bar{\omega} I, \\ \underline{p} I &\leq \Xi(t_k) \leq \bar{p} I, & \omega &= \bar{\omega}(t_k). \end{aligned}$$

其中  $\bar{a}$  和  $\bar{f} < 1$ ， $\underline{b}$ ， $\bar{b}$ ， $\underline{c}$ ， $\bar{c}$ ， $\underline{d}$ ， $\bar{d}$ ， $\underline{f}$ ， $\underline{\omega}$ ， $\bar{\omega}$ ， $\underline{p}$ ， $\bar{p}$  是正实数。

**定理 3.3:** 对于离散时滞系统的增益 (3-9)。如果假设 3-2 成立，则滤波误差动力学在均方意义上是指数有界的。

**证明:** 首先，滤波误差 (3-13) 可以写成

$$e(t_{k+1}) = \tilde{A}(t_k) e(t_k) + u(t_k) + q(t_k) + r(t_k),$$

其中

$$q(t_k) \triangleq B(t_k) \bar{\omega}(t_k), \quad u(t_k) \triangleq -K(t_k) \sigma(C(t_k)), \quad r(t_k) \triangleq \tilde{F}(t_k) e(t_{k-\tau}).$$

根据假设 3.2 和 (3-19)，很明显

$$\begin{aligned} \|K(t_k)\| &\leq \|\eta_1(t_k) \tilde{A}(t_k) \Xi(t_k) \tilde{C}^T(t_k)\| \times \|(\eta_1(t_k) \tilde{C}(t_k) \Xi(t_k) \tilde{C}^T(t_k))^{-1}\| \\ &\quad + \|\eta_2(t_k) \tilde{B}(t_k) W(t_k) \tilde{D}^T(t_k)\| \times \|(\eta_2(t_k) \tilde{D}(t_k) W(t_k) \tilde{D}^T(t_k))^{-1}\| \\ &\leq \frac{\bar{a} \bar{p} \bar{c}}{\underline{p} \underline{c}^2} + \frac{\bar{b} \bar{\omega} \bar{d}}{\underline{\omega} \underline{d}^2} \triangleq \bar{k}. \end{aligned}$$

根据饱和函数  $\sigma(\cdot)$  的定义，我们得到

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\sigma(C(t_k)) \sigma^T(C(t_k))\} &\leq \mathbb{E}\{tr(\sigma(C(t_k)) \sigma^T(C(t_k)))\} I \\ &\leq \mathbb{E}\left[\begin{matrix} g_{1,\max} & g_{2,\max} & \cdots & g_{m,\max} \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} g_{1,\max} & g_{2,\max} & \cdots & g_{m,\max} \end{matrix}\right]^T I \\ &= \bar{\sigma} I. \end{aligned}$$

此外，从矩阵迹线的性质可以看出

$$\mathbb{E}\{u^T(t_k) u(t_k)\} \leq \mathbb{E}\{\sigma^T(C(t_k)) K^T(t_k) K(t_k) \sigma(C(t_k))\} \Psi(t_k)$$

$$\begin{aligned}
 &= \text{tr}\{K(t_k)\mathbb{E}\{\sigma(\mathcal{C}(t_k))\sigma^T(\mathcal{C}(t_k))\}K^T(t_k)\} \\
 &\leq m\bar{\sigma}\bar{k}^2 := \bar{u},
 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{q^T(t_k)q(t_k)\} &\leq \mathbb{E}\{\bar{w}^T(t_k)\bar{B}^T(t_k)\bar{B}(t_k)\bar{w}(t_k)\} \\
 &= \text{tr}\{\bar{B}(t_k)\mathbb{E}\{\bar{w}(t_k)\bar{w}^T(t_k)\}\bar{B}^T(t_k)\} \\
 &\leq (bm+m)\bar{b}^2 := \bar{q}.
 \end{aligned}$$

接下来，考虑以下迭代矩阵方程

$$\Psi(t_{k+l}) = \bar{A}(t_k)\Psi(t_k)\bar{A}^T(t_k) + \bar{B}(t_k)W(t_k)\bar{B}^T(t_k) + \bar{F}(t_k)\Psi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k) + \kappa I \quad (3-21)$$

$\Psi(t_k)$  的初始值为

$$\Psi(t_0) = \bar{B}(t_0)W(t_0)\bar{B}^T(t_0) + \kappa I,$$

其中  $\kappa > 0$  是标量。它很容易推出

$$\begin{aligned}
 \|\Psi(t_{k+l})\| &\leq \|\bar{A}(t_k)\|^2 \|\Psi(t_k)\| + \|\bar{B}(t_k)W(t_k)\bar{B}^T(t_k)\| + \|\bar{F}(t_k)\Psi(t_{k-\tau})\bar{F}^T(t_k)\| + \kappa I \\
 &\leq \bar{a}^2 \|\Psi(t_k)\| + \bar{b}^2 \bar{\omega} + \bar{f}^2 \|\Psi(t_{k-\tau})\| + \kappa,
 \end{aligned}$$

通过对方程进行迭代，可以得到

$$\|\Psi(t_k)\| \leq \bar{a}^{2k} \|\Psi(t_0)\| + \bar{f}^{2(k-\tau)} \|\Psi(t_0)\| + (\bar{b}^2 \bar{\omega} + \kappa) \sum_{i=0}^{k-l} \bar{a}^{2i}.$$

根据假设 3.2，我们知道  $0 < \bar{a}^2 < 1$ ， $0 < \bar{f}^2 < 1$ ，因此

$$\Psi(t_k) \leq 2\|\Psi(t_0)\| + (\bar{b}^2 \bar{\omega} + \kappa) \sum_{i=0}^{\infty} \bar{a}^{2i} = 2\|\Psi(t_0)\| + \frac{\bar{b}^2 \bar{\omega} + \kappa}{1 - \bar{a}^2}, \quad (3-22)$$

也可从 (3-21) 得到

$$\Psi(t_k) \geq \kappa I, \quad (3-23)$$

基于 (3-22) 和 (3-23)，我们知道存在正标量  $\bar{\psi}$ ，使得  $\kappa I \leq \Psi(t_k) \leq \bar{\psi} I$  对于  $k \geq 0$  是真的。

注意  $V_k(e(t_k)) \triangleq e^T(t_k)\Psi^{-l}(t_k)e(t_k)$ 。对于任意正标量  $\rho$ ，我们有

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{V_k(e(t_{k+l})) | e(t_k)\} - (I + \rho)V_k(e(t_k)) &= \mathbb{E}\left\{\left(\bar{A}(t_k)e(t_k) + u(t_k) + q(t_k) + r(t_k)\right)^T \right. \\
 &\quad \left. \times \Psi^{-l}(t_{k+l})(\bar{A}(t_k)e(t_k) + u(t_k) + q(t_k) + r(t_k))\right\} - (I + \rho)V_k(e(t_k)) \\
 &\leq (I + \rho)\mathbb{E}\{e^T(t_k)(\bar{A}^T(t_k)\Psi^{-l}(t_{k+l})\bar{A}(t_k) \\
 &\quad - \Psi^{-l}(t_k))e(t_k)\} + (I + \rho^{-1})\mathbb{E}\{u^T(t_k)\Psi^{-l}(t_{k+l})u(t_k)\} \\
 &\quad + \mathbb{E}\{q^T(t_k)\Psi^{-l}(t_{k+l})q(t_k)\} + \mathbb{E}\{r^T(t_k)\Psi^{-l}(t_{k+l})r(t_k)\},
 \end{aligned} \quad (3-24)$$

利用矩阵逆引理，可以推断出

$$\begin{aligned}
 & \tilde{A}^T(t_k)\Psi^{-1}(t_{k+1})\tilde{A}(t_k) - \Psi^{-1}(t_k) \\
 &= \tilde{A}^T(t_k)\left(\tilde{A}(t_k)\Psi(t_k)\tilde{A}^T(t_k) + \tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) + \tilde{F}(t_k)\Psi(t_{k-\tau})\tilde{F}^T(t_k) + \kappa I\right)^{-1}\tilde{A}(t_k) - \Psi^{-1}(t_k) \\
 &= -\left(\Psi(t_k) + \Psi(t_k)\tilde{A}^T(t_k)(\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) + \tilde{F}(t_k)\Psi(t_{k-\tau})\tilde{F}^T(t_k) + \kappa I)^{-1}\tilde{A}(t_k)\Psi(t_k)\right)^{-1} \\
 &= -\left(I + \tilde{A}^T(t_k)(\tilde{B}(t_k)W(t_k)\tilde{B}^T(t_k) + \tilde{F}(t_k)\Psi(t_{k-\tau})\tilde{F}^T(t_k) + \kappa I)^{-1}\tilde{A}(t_k)\Psi(t_k)\right)^{-1}\Psi^{-1}(t_k) \\
 &\leq -\left(I + \frac{\bar{a}^2\bar{\psi}}{\underline{b}^2\underline{\omega} + \underline{f}^2\kappa}\right)^{-1}\Psi^{-1}(t_k). \tag{3-25}
 \end{aligned}$$

结合 (3-24) 和 (3-25)，我们可以推导出

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{V_k(e(t_{k+1})) | e(t_k)\} - (I + \rho)V_k(e(t_k)) \\
 &\leq -(I + \rho)\left(I + \frac{\bar{a}^2\bar{\psi}}{\underline{b}^2\underline{\omega} + \underline{f}^2\kappa}\right)^{-1}V_k(e(t_k)) \\
 &\quad + (I + \rho^{-1})\frac{\bar{u}}{\kappa} + \frac{\bar{q} + \bar{r}}{\kappa},
 \end{aligned}$$

上述公式可以进一步被引入

$$\mathbb{E}\{V_k(e(t_{k+1})) | e(t_k)\} \leq \chi V_k(e(t_k)) + \varsigma. \tag{3-26}$$

其中

$$\chi \triangleq -(I + \rho)\left(I + \frac{\bar{a}^2\bar{\psi}}{\underline{b}^2\underline{\omega} + \underline{f}^2\kappa}\right)^{-1}, \quad \varsigma \triangleq (I + \rho^{-1})\frac{\bar{u}}{\kappa} + \frac{\bar{q} + \bar{r}}{\kappa},$$

显然，必须存在  $\rho > 0$ ，使得  $\chi \in (0, 1)$ 。此外，从 (3-26) 中可以看出：

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\|e(t_{k+1})\|^2\} &\leq \frac{\bar{\psi}}{\kappa}\mathbb{E}\{\|e(t_0)\|^2\}\chi^{k+1} + \varsigma\bar{\psi}\sum_{i=0}^k\chi^i \\
 &\leq \frac{\bar{\psi}}{\kappa}\mathbb{E}\{\|e(t_0)\|^2\}\chi^{k+1} + \varsigma\bar{\psi}\sum_{i=0}^{\infty}\chi^i \\
 &= \frac{\bar{\psi}}{\kappa}\mathbb{E}\{\|e(t_0)\|^2\}\chi^{k+1} + \frac{\varsigma\bar{\psi}}{1-\chi}.
 \end{aligned}$$

根据定义 3.1，滤波误差  $e(t_k)$  是均方指数有界的。

### 3.4 数值实例及其仿真

在本节中，给出了网络化系统的数值例子，以验证所提出方法的有效性。考虑有下列参数的离散时滞系统（3-1）

$$A(t_k) = 0.8 \begin{bmatrix} a_1(t_k) & 0.12 & 0.2-0.1\sin(t_k) & 0.24 \\ 0.5 & 0.6 & 0.24-0.12\cos(t_k) & -0.52 \\ 0.62 & 0.1 & 0.24-0.12\sin(t_k) & -0.42 \\ -0.62 & 0.78 & 0.73 & a_2(t_k) \end{bmatrix}$$

$$B(t_k) = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 \\ 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad D(t_k) = \begin{bmatrix} 7\sin(t_k) & 0 \\ 0 & 3\sin(t_k) \\ 4\sin(t_k) & 0 \\ 0 & 6\sin(t_k) \end{bmatrix}$$

$$C(t_k) = \begin{bmatrix} 7\sin(t_k) & 5 & 4 & 7\sin(t_k) \\ 2 & 9\sin(t_k) & 5 & 7\cos(t_k) \\ 3 & 5\cos(t_k) & 6\sin(t_k) & 2 \\ 2 & 4\cos(t_k) & 4 & 5\sin(t_k) \end{bmatrix}$$

$$F(t_k) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

其中

$$a_1(t_k) = 0.24 + 0.12\sin(t_k), \quad a_2(t_k) = 0.52 - 0.18\cos(t_k),$$

扰动输入选择为

$$w(t_k) = \begin{bmatrix} 0.14\exp(-0.1t_k)\sin(t_k) \\ 0.14\exp(-0.1t_k)\cos(t_k) \end{bmatrix}, \quad v(t_k) = 0.14 \begin{bmatrix} 0.1\cos(0.2(t_k))/(t_k) \\ 0.1\cos(0.1(t_k))/(t_k) \end{bmatrix}.$$

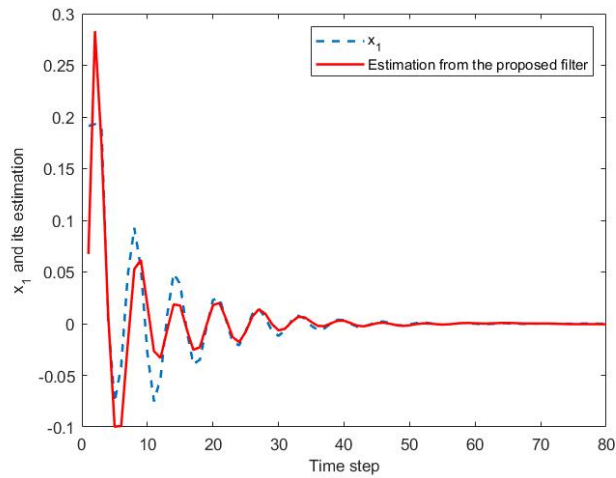


图 3-2 状态  $x_1$  及其估计

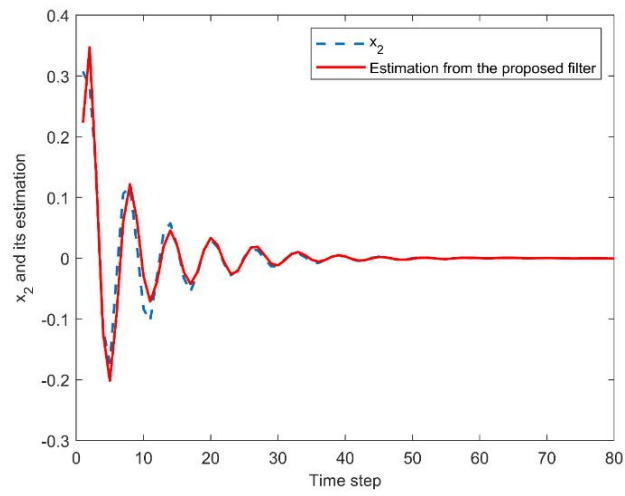


图 3-3 状态  $x_2$  及其估计

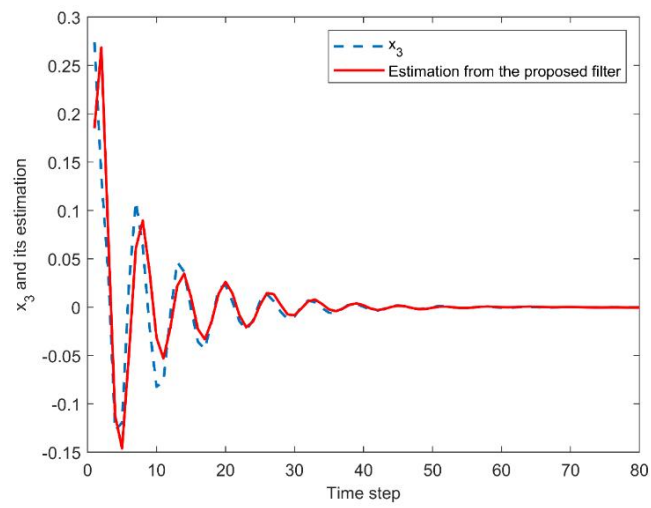


图 3-4 状态  $x_3$  及其估计

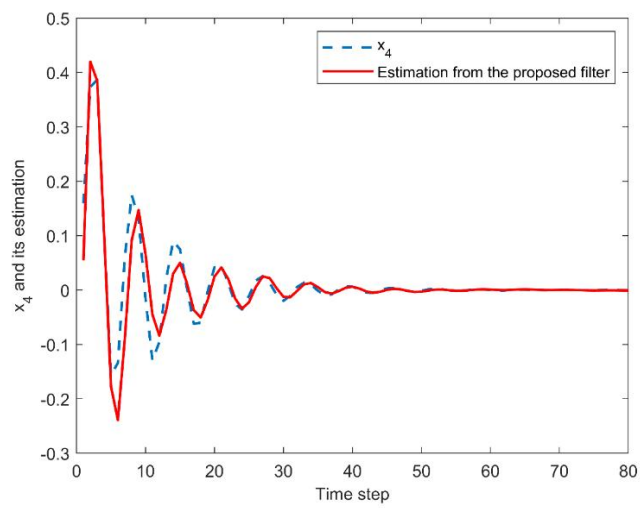
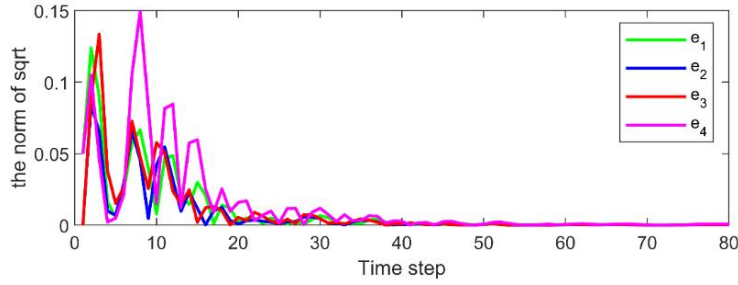


图 3-5 状态  $x_d$  及其估计图 3-6 估计误差  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$  和  $e_4$  的均方差

在模拟中，延迟参数取  $\tau = 2$ ，其它参数水平是  $g_{\max} = [24 \ 16 \ 23 \ 21]^T$ 。初始状态及其初始估计为，分别取  $x(0) = [0.1 \ 0.15 \ 0.1 \ -0.1]^T$  和  $\hat{x}_0(t_k) = [0.1 \ 0.15 \ 0.1 \ -0.15]^T$ 。设  $P(t_k)$  的初始值为  $P(0) = I$ 。在 MATLAB.R2022a 和 YALMIP3.0 的帮助下， $K(t_k)$  通过求解 (3-19) 得到。

仿真结果如图 (3-2) - (3-6) 所示。更具体地说，真实状态的曲线及其估计如图 (3-2) - (3-5) 所示。估计误差均方根曲线如图 (3-6) 所示。可以得出结论，仿真结果体现了所设计的基于协议的滤波算法的有效性。

### 3.5 本章总结

本章研究了具有时滞的离散时变 FlexRay 网络的抗异常递推滤波问题。通过在滤波器中引入一个新的饱和函数，对测量异常值进行约束处理。从仿真结果中我们知道，FlexRay 的调度规则对数据的灵活性和效率性有显著提升，所提出的野值抵抗递推滤波方案也保证了滤波器的性能。因此，证明了所提出的滤波方案有效性。

## 第4章 总结与展望

### 4.1 总结

本文主要研究了基于网络通信协议的网络化离散时滞系统的状态估计问题。分别为以下两类：1.基于 FRP 的非线性时滞系统的状态估计问题；2.基于 FRP 的时滞系统的测量异常值抑制滤波问题。

首先，基于 FRP，研究了一类具有时滞项和非线性项的离散时变系统的状态估计问题，根据线性矩阵不等式的解得到滤波增益，设计了相应的  $H_\infty$  状态估计器；然后构建李雅普诺夫函数对网络化系统进行稳定性分析，设计出了满足要求的  $H_\infty$  状态估计器的估计器算法；最后，通过用数值实例仿真，验证了所提出的  $H_\infty$  状态估计算法的可行性。

其次，主要研究了基于 FRP 的非线性时滞系统的野值抵抗递推滤波问题，在系统中通过引入 FRP，提高了测量信号在网络传输中的效率与灵活性，通过构建饱和函数，约束了测量异常值，降低了其对滤波性能的影响，得到了满足系统稳定性的充要条件，并设计出了满足要求的野值抵抗递推滤波器。最终，通过实例仿真证实了约束滤波方案的有效性。

本文的创新点如下：

第一，目前对于非线性系统的状态估计问题的研究已经相当成熟，但是在混合通信协议下，对存在测量异常值的非线性系统的滤波问题研究较少。因此，本文从工程实际的角度出发，考虑了测量异常值对滤波器的影响，首先，设计了期望的野值抵抗递推滤波器，保证了约束滤波误差协方差的上界，其次，进一步分析了所提出的约束滤波方案的有界稳定性。最后，通过一个算例验证了所设计滤波算法的有效性。

第二，同样对于一个非线性系统。本文采用 FRP，有效降低了数据包在传输过程中的拥堵现象，改善了信号调度问题，提高了数据流灵活传输的效率，考虑了时滞项、非线性项和测量噪声所引起的数据失真现象，设计了相应的状态估计器。



## 4.2 展望

本文通过采用不同的状态估计算法和滤波器设计算法对带有时滞项的离散时变系统的状态估计问题进行了研究，然而，由于本人有限的学术能力水平，加上对问题的分析和考虑不够全面，因此需要进行更多更深入的研究。下面是针对未来潜在的研究课题进行的一些思考：

1. 在本文中，我们的研究主要是线性系统或弱非线性系统，但是在实际工程应用中，由于设备性能和工业环境的限制，研究的系统可能是常规形式非线性系统，由于其系统本身的振荡和混沌。如何确定常规形式的非线性系统的模型结构，并设计估计算法值得更深入的研究。

2. 本文主要研究的 FRP 是基于 RRP 和 TODP 的一种综合考虑动态端和静态端的信号调度的混合式协议。如何保证在节省网络资源的情况下推广至其它通信协议，进一步提高信号调度的灵活性，是值得深入探究的研究课题。

3. 目前，神经网络是学术界的研究热点之一。如何针对神经网络，基于通信协议设计合适的状态估计算法在理论意义和工程实际具有极大价值。

4. 本文目前的研究成果尚处于理论阶段，将本文的现有研究成果应用到无人机侦查、智能网联汽车的自动驾驶等实际工程场景中是值得研究的课题。

## 参考文献

- [1] Basin M, and Hernandez-Gonzalez M. Discrete-time  $H_\infty$  filtering for nonlinear polynomial systems[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(9): 2058-2066.
- [2] Boyd S., Ghaoui L, Feron E, etc. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [3] Caballero-Aguila R, Hermoso-Carazo A, and Linares Perez J. Distributed fusion filters from uncertain measured outputs in sensor networks with random packet losses[J]. Information Fusion , 2017, 34: 70-79.
- [4] Chen Y, Wang Z, Wang L, etc. Finite-horizon  $H_\infty$  state estimation for stochastic coupled networks with random inner couplings using Round-Robin protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3) : 1204-1215.
- [5] Dong H, Bu X, Wang Z, etc. Finite-horizon distributed state estimation under randomly switching topologies and redundant channels[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018 , 50(8): 2938-2947.
- [6] Geng H, Liang Y, Liu Y, etc. Bias estimation for asynchronous multi-rate multi-sensor fusion with unknown inputs[J]. Information Fusion, 2018, 39: 139-153.
- [7] Park J H, Moon C W. Design and Implementation of a FlexRay-CAN gateway for Real-Time Control[J]. The Journal of The Institute of Internet Broadcasting and Communication, 2014, 14(2):53-58.
- [8] Sobotka J, Jii Nova. FlexRay ECU mission critical parameters measurement[J]. Measurement, 2017, 100:213-222.
- [9] Makowitz R and Temple C. FlexRay-A communication network for automotive control systems[J]. IEEE International Workshop on Factory Communication Systems, 2006: 207-212.
- [10] Meyer D. G. A new class of shift-varying operators, their shift-invariant equivalents, and multirate digital systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(4): 429-433.
- [11] Geng H, Wang Z, Zou L, etc. Protocol-based Tobit Kalman filter under integral

- measurements and probabilistic sensor failures[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 546-559.
- [12]Heemels W. P . M. H, Teel A. R, Wouw N. van de, etc. Networked control systems with communication constraints: Tradeoffs between transmission intervals, delays and performance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(8): 1781-1796.
- [13]Hu J, Wang Z, Liu G.-P , etc. Variance-constrained recursive state estimation for time-varying complex networks with quantized measurements and uncertain inner coupling [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(6): 1955-1967.
- [14]Hou N, Dong H, Wang Z, etc.  $H_{\infty}$  state estimation for discrete-time neural networks with distributed delays and randomly occurring uncertainties through fading channels[J]. Neural Networks, 2017,89:61-73.
- [15]Q. Li, Wang Z, Shen B, etc. Recursive distributed filtering over sensor networks on Gilbert-Elliott channels: A dynamic event-triggered approach[J]. Automatica, 2020, 113: 108681.
- [16]Hu S, Yue D, Q. Han L, etc. Observer-based event-triggered control for networked linear systems subject to denial-of-service attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(5): 1952-1964.
- [17]Zhang W.A., Feng G, Yu, L. Multi-rate distributed fusion estimation for sensor networks with packet losses[J]. Automatica, 2012, 48(9): 2016-2028 .
- [18]Liu D, Wang Z, Liu Y, etc. Extended Kalman filtering subject to random transmission delays: Dealing with packet disorders[J]. Information Fusion, 2020, 60: 80-86.
- [19]Chen B, Zhang W A , Yu L . Distributed finite-horizon fusion kalman filtering for bandwidth and energy constrained wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(4):797-812.
- [20]Gu Z, Ahn C.K., Yue D, etc. Event-triggered  $H_{\infty}$  filtering for T-S fuzzy-model-based nonlinear networked systems with multisensors against DoS attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics ,2022, 52(6) : 5311-5321.
- [21]Liu J, Gu Y, Zha L, etc. Event-triggered  $H_{\infty}$  load frequency control for multiarea power systems under hybrid cyber attacks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(8): 1665-1678.

- 
- [22]Liu S, Wang Z, Chen Y, etc. Protocol-based unscented Kalman filtering in the presence of stochastic uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(3): 1303-1309.
  - [23]Makowitz R and Temple C. FlexRay-A communication network for automotive control systems[J]. IEEE International Workshop on Factory Communication Systems, 2006: 207-212.
  - [24]Liu Y, Shen B, and Shu H. Finite-time resilient  $H_\infty$  state estimation for discrete-time delayed neural networks under dynamic event-triggered mechanism[J]. Neural Networks, 2020, 121: 356-365.
  - [25]Shen Y, Wang Z, Shen B, etc. Recursive state estimation for networked multi-rate multi-sensor systems with distributed time-delays under the Round-Robin protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 52(6): 4136-4146.
  - [26]Tang Y, Zhang D, Ho D. W. C, etc. Tracking control of a class of cyber-physical systems via a FlexRay communication network[J]. IEEE transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1186-1199.
  - [27]Zou L, Wang Z, Han Q, etc. Recursive filtering for time-varying systems with random access protocol[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(2): 720–727.
  - [28]Basin M., Shi P. and Calderon-Alvarez D., Joint state filtering and parameter estimation for linear stochastic time-delay systems[J]. Signal Processing, 2011, 91(4): 782–792.
  - [29]Liu S, Wang Z, Wang L , etc. Recursive set-membership state estimation over a FlexRay network[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 99:1-11.
  - [30]Chen B, Hu G, Zhang W, etc. Distributed mixed  $H_2 / H_\infty$  fusion estimation with limited communication capacity[J]. IEEE Transactions on Automatic Control ,2016, 61(3) : 805-810 .
  - [31]Ding D, Wang Z, Shen B, etc.  $H_\infty$  state estimation for discrete-time complex networks with randomly occurring sensor saturations and randomly varying sensor delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(5): 725-736.
  - [32]Xie M, Ding D, Wei G, etc. Reliable  $H_\infty$  Fusion estimation of time-delayed nonlinear systems with energy constraints: the finite-horizon case[J]. Nonlinear

- 
- Dynamics, 2021, 107(3): 2583-2598.
- [33] Liu H., Wang Z., Fei W, etc. Resilient  $H_\infty$  State Estimation for Discrete-Time Stochastic Delayed Memristive Neural Networks: A Dynamic Event-Triggered Mechanism[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3333-3341.
- [34] Li Q, Shen B, Wang Z, etc. An event-triggered approach to distributed  $H_\infty$  state estimation for state-saturated systems with randomly occurring mixed delays[J]. Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics, 2018, 355(6): 3104–3121.
- [35] Li Q, Shen B, Liu Y, etc. Event-triggered  $H_\infty$  state estimation for discrete time neural networks with mixed time delays and sensor saturations[J]. Neural Computing and Applications, 2017, 28(12): 3815–3825.
- [36] Shen Y, Wang Z, Shen B, etc.  $H_\infty$  filtering for multi-rate multi-sensor systems with randomly occurring sensor saturations under the p-persistent CSMA protocol[J]. IET Control Theory Applications, 2020, 14(10):1255-1265.
- [37] Wang F and Liang J. Constrained  $H_\infty$  estimation for time-varying networks with hybrid incomplete information[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(2): 699-715.
- [38] Shen Y, Wang Z, Dong H, etc. Dynamic event-based recursive filtering for multirate systems with integral measurements over sensor networks[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(3): 1374-1392.
- [39] Ghahremani E. and Kamwa I., Local and wide-area PMU-based decentralized dynamic state estimation in multi-machine power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(6): 547–562.
- [40] Li J, Wang Z, Liu H , etc. Communication-protocol-based distributed filtering for general systems over sensor networks: developments and challenges[J]. International Journal of General Systems, 2022, 51(6):608-630.
- [41] Li S, Song Q, Liu Y, Stabilisation of distributed-order nonlinear systems via event-triggered control[J]. International Journal of Systems Science, 2023, 54(6): 1186-1195.
- [42] Geng H, Liang Y, Yang F, etc. The joint optimal filtering and fault detection for multi-rate sensor fusion under unknown inputs[J], Information Fusion, 2016, 29: 57–67.
- [43] Shen B, Wang Z, Wang D, etc. Finite-horizon filtering for a class of nonlinear

- hr/>
- time-delayed systems with an energy harvesting sensor[J]. *Automatica*, 2019 , 100: 144-152.
- [44]Zhao D, Wang Z, Wei G, etc. A dynamic event-triggered approach to observer-based PID security control subject to deception attacks[J]. *Automatica*, 2020, 120: 109128.
- [45]Li Q, Shen B, Wang Z, etc. Recursive distributed filtering over sensor networks on Gilbert-Elliott channels: A dynamic event-triggered approach[J]. *Automatica*, 2020,113: 108681.
- [46]Shen Y, Wang Z, Shen B, etc. Outlier-Resistant Recursive Filtering for Multisensor Multirate Networked Systems Under Weighted Try-Once-Discard Protocol.[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*. 2021, 51(10):4897-4908.
- [47]Park H, Outlier-resistant high-dimensional regression modelling based on distribution-free outlier detection and tuning parameter selection[J]. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2017, 87(9): 1799–1812.
- [48]Mu H.-Q. and Yuen K.-V., Novel outlier-resistant extended Kalman filter for robust online structural identification[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2015, 141(1): 04014100.
- [49]Vecchia D F and Splett J D, Outlier-resistant methods for estimation and model fitting[J]. *ISA Transactions*, 1994, 33(4): 411–420.
- [50]Zhu W, Tang J, Wan S, etc. Outlier-resistant adaptive filtering based on sparse Bayesian learning[J]. *Electronics Letters*, 2014, 50(9): 663–665.
- [51]Li Q, Shen B, Wang Z, etc. Synchronization control for a class of discrete time-delay complex dynamical networks: A dynamic event-triggered approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(5): 1979–1986.
- [52]Wang Z, Liu Y, Fraser K, etc. Stochastic stability of uncertain Hopfield neural networks with discrete and distributed delays[J]. *Physics Letters*, 2006, 354(4): 288-297.
- [53]Li J, Wang Z, Dong H, etc. Delay-distribution-dependent state estimation for neural networks under stochastic communication protocol with uncertain transition probabilities[J]. *Neural Networks*, 2020, 130: 143–151.
- [54]Zhang X and Han Q, State estimation for static neural networks with time-varying delays based on an improved reciprocally convex inequality[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(4): 1376–1381.

- [55]Dong H, Wang Z, Lam J, etc. Fuzzy-model-based robust fault detection with stochastic mixed time delays and successive packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics, 2012, 42(2): 365–376.
- [56]Li W, Meng C, Jia Y, etc. Recursive filtering for complex networks using non-linearly coupled UKF[J]. IET Control Theory & Applications, 2018, 12(4): 549–555.

## 攻读硕士期间取得的学术成果

已发表的学术论文:

- [1] 潘德发(作者), 刘宏建(导师),王奕. 基于 FlexRay 网络的时滞系统的野值抵抗递推滤波[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)



## 致 谢

时光飞逝，恍如昨日，恍惚间已是毕业之时。回首往昔，匆匆三年，虽不漫长，但也如白驹过隙，倏忽之间已然步入尾声，下一段旅途的起点已在前方。在为人处世方面，对所经历之事，虽偶有遗憾，所遇见之人，也有惭愧，但相对而言，也算坦然。一路走来，步履匆匆，真的很感谢在生活中所遇到的每一个人，尤其是身边的老师、朋友和家人。你们适时给予的肯定与鼓励，是我在前行途中勇于面对挫折与挑战的力量源泉。

由衷地感谢导师刘宏建教授和谭海龙副教授，在研究生的三年学习时光里，刘老师和谭老师在治学上精益求精，严谨认真的态度，对职责工作的事必躬亲、认真负责，使我受益匪浅，终身难忘。在论文的撰写过程中，每当推导和理论遇到困难时，两位老师总是很有耐心地进行授业解惑，在繁忙的工作中也时常关心我的研究进展。在学习上，两位老师对我倾力指导，帮我不断拓宽认知视野、提高学术理解与推理能力。不仅提高了我的科研技巧，更是帮助我掌握了学习方法，实是受益匪浅，影响深远；在生活上，两位老师“君子终日乾乾，夕惕若厉。”的生活处事之道，让我感受深刻，也督促我更该踏实勤恳，行在路上，不应半途而废。同样，我要真心感谢申雨轩副教授在论文的推导和数值模拟过程中对我的耐心指导和解答，也非常感谢刘钰妃老师在撰写过程中不厌其烦地对本文进行查缺补漏。此外，特别感谢安徽工程大学，数理与金融学院的所有任课老师，本科和研究生阶段七年的求学生涯，正是你们的悉心帮助和认真栽培，才能安心、稳定地走到这段学术生涯的终点。

人海茫茫，相遇是一种缘分，相逢终会有别离。感谢自习室 507 的章冉、朱一新、张境霏、董鹏博等同届之人和申亚港、王博、李中原、张心怡等学弟学妹们，感谢室友陈林、吴开强、章森同学，好友王龙、李亮、杨铭等同学。三年时光，有你们相伴身旁，在学习上问题相商，在生活中困难相帮，相处融洽，此生难忘，临近毕业，想必也定不会匆匆散场。

谁言寸草，何以回报？很感谢我的家人们，感谢爸爸、妈妈、爷爷、奶奶和弟弟，感谢你们的无偿付出，适时的鼓励与支持，给了我很大的勇气和信心，让我得以无惧困难，无畏前行。

最后，感谢各位参与评审工作的老师们，感谢你们在百忙之中抽时间审阅我的论文。祝你们身体健康，工作顺心！