

分类号: (F224.0, O211.6)

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2211020135

题 目 不确定环境下基于最优动态契约的公司
投资问题研究

英文并列

题 目 Research on Firm Investment Problem
Based on Optimal Dynamic Contract
under Uncertain Environment

学生姓名: 李亮

指导教师: 费为银 教授

专 业: 数学

研究方向: 金融数学

论文答辩日期: 2024 年 5 月 29 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：李锐

日期：2024 年 6 月 3 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：

日期：2024 年 6 月 3 日

指导教师签名：

日期：2024 年 6 月 3 日

不确定环境下基于最优动态契约的公司投资问题研究

摘 要

近年来，短期和长期主义成了公司金融和企业管理领域关注的焦点。顾名思义，短期主义投资者追求的是眼前利益，本质是量变；而长期主义投资者追求的是长期利益，本质是质变。但在实际的公司管理和决策中，短期和长期主义投资问题要复杂得多，并非一味地追求短期或者长期财务业绩是公司的最佳选项。尤其是在复杂且不确定性充斥的现实场景中，公司的最优投资决策问题将是一个依赖于代理冲突和公司特征的动态调整过程。

另一方面，代理冲突问题一直是契约理论和现代企业关系中普遍讨论的话题，其主要是由委托代理双方之间的博弈导致的，也就是委托代理双方之间的利益和意见冲突。在 Knight 不确定环境下和企业考虑低碳转型发展和绿色技术投资的现实场景中，委托代理问题将变得更加突出，从而会影响公司或企业的最优短期和长期主义投资决策。因此，本文在不确定环境下建立考虑 Knight 不确定因素和企业绿色转型发展的最优动态金融契约模型，分析 Knight 不确定性对公司投资短期和长期主义行为的影响，以及企业兼顾环保表现和长短期财务绩效时最优投资决策的动态演化过程。

首先，本文在绪论章节阐明了研究背景和意义，并对国内外研究

现状进行了综述，接着给出了全文的框架结构。

其次，本文考虑将 G-布朗运动作为噪声源引入到动力学方程中，以此为基础建立次线性期望下满足激励相容条件的最优动态金融契约模型。接着，对委托人的价值函数求一阶条件得出第一最佳短期和长期投资。同时，利用伊藤引理和 G-动态规划原理推导出满足委托人期望收益最大化的 G-HJB 方程，并求解得出代理冲突下的最优短期和长期投资同时与第一最佳情形进行比较。最后，结合数值模拟分析 Knight 不确定对公司最优短期和长期主义投资决策的影响。

然后，本文考虑将企业环保理念和绿色技术投资引入到最优动态契约模型的设计中，利用标准 Wiener 过程刻画金融市场上连续性的不确定冲击，作为产生代理冲突的根本来源。随后，利用伊藤引理和动态规划原理对模型进行推导和求解，并结合数值计算和仿真技术绘制企业最优投资决策的演化轨迹。在此基础上，研究不确定环境下兼顾企业环保表现和长短期财务绩效的最优投资决策问题，并分析不同随机因素冲击之间的相关性对企业的三种投资决策的影响。

最后，对全文进行了总结和研究展望。

关键词：Knight 不确定；动态金融契约模型；动态规划原理；代理冲突；短期和长期投资；绿色技术投资

RESEARCH ON FIRM INVESTMENT PROBLEM BASED ON OPTIMAL DYNAMIC CONTRACT UNDER UNCERTAIN ENVIRONMENT

ABSTRACT

In recent years, short- and long term doctrine has become the focus of attention in the field of corporate finance and business management. As the name implies, short-termism investors pursue immediate interests, the essence is quantitative change; Long-termism investors pursue long-term interests, the essence of which is qualitative change. However, in actual corporate management and decision-making, short- and long-term investment issues are much more complicated, and it is not the best option for a company to blindly pursue short- or long-term financial performance. Especially in complex and uncertain real scenarios, the optimal investment decision of a company will be a dynamic adjustment process that depends on agency conflicts and corporate characteristics.

On the other hand, agency conflict has always been a common topic of discussion in contract theory and modern enterprise relations, which is mainly caused by the game between the principal and the agent, that is, the conflict of interests and opinions between the principal and the agent.

Under the environment of Knightian uncertainty and the realistic scenario in which enterprises consider low-carbon transformation development and green technology investment, the principal-agent problem will become more prominent, which will affect the optimal short- and long-term investment decisions of companies or enterprises. Therefore, this paper establishes an optimal dynamic financial contract model considering Knightian uncertainty factors and green transformation development of enterprises under uncertain environment, analyzes the impact of Knightian uncertainty on short- and long-term investment behavior of enterprises, and the dynamic evolution process of optimal investment decision when enterprises take into account environmental performance and long-term and short-term financial performance.

First of all, this paper clarifies the research background and significance in the introduction chapter, and combs the research status at home and abroad, and then gives the framework of the full text.

Secondly, the G-Brownian motion is introduced into the dynamic equation as a noise source. On this basis, the optimal dynamic financial contract model satisfying the incentive compatibility condition under the sublinear expectation is established. Then, the first order conditions of the value function of the principal are obtained to obtain the first best short- and long-term investment. At the same time, using Ito lemma and G-dynamic programming principle, the G-HJB equation is derived to

maximize the expected return of the principal, and the optimal short- and long-term investment under agent conflict is solved and compared with the first best case. Finally, the effects of Knightian uncertainty on optimal short- and long-term investment decisions are analyzed by numerical simulation.

Thirdly, this paper considers the introduction of corporate environmental protection concept and green technology investment into the design of the optimal dynamic contract model, and uses the standard Wiener process to depict the continuous uncertainty impact in the financial market as the fundamental source of agency conflicts. Then, Itô lemma and dynamic programming principle are used to deduce and solve the model, and the evolutionary trajectory of the optimal investment decision is drawn by combining numerical calculation and simulation technology. The optimal investment decision problem that takes into account the environmental performance and the long and short term financial performance of the enterprise under uncertain environment is studied, and the impact of the correlation between different random factors on the three kinds of investment decisions of the enterprise is analyzed.

Finally, the paper summarizes and looks forward to the research.

Li Liang (Applied Mathematics)

Supervised by Fei Weiyin

KEY WORDS: Knightian uncertainty, Dynamic financial contract model,

Dynamic programming principle, Agency conflicts, Short- and long term investment, Green technology investment

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景和意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 短期和长期主义投资问题的相关研究.....	2
1.2.2 Knight 不确定问题的相关研究	3
1.2.3 动态金融契约模型的相关研究.....	4
1.2.4 绿色技术投资的相关研究.....	5
1.3 论文内容及安排.....	6
第 2 章 Knight 不确定性对公司投资短期和长期主义行为的影响	8
2.1 基本模型框架.....	8
2.1.1 公司现金流和资本存量动力学.....	9
2.1.2 最优性问题.....	13
2.2 公司的最优投资策略.....	14
2.2.1 第一最佳短期和长期投资.....	14
2.2.2 激励相容契约设计.....	14
2.2.3 代理冲突下的最优短期和长期投资.....	18
2.3 数值模拟和经济学解释.....	21
2.3.1 参数设置.....	21
2.3.2 绝对短期和长期主义投资决策.....	21
2.3.3 相对短期（长期）主义投资决策.....	23
2.3.4 委托人预期收益与代理人延续价值的关系.....	24
2.5 本章小结.....	25
第 3 章 兼顾企业环保表现和长（短）期财务绩效的投资问题研究.....	27
3.1 基本模型框架.....	27
3.1.1 兼顾环保表现和长短期财务绩效的动力学.....	27
3.1.2 最优性问题.....	31
3.2 模型的解.....	32
3.2.1 第一最佳短期和长期投资.....	32
3.2.2 最优性问题的解.....	33
3.2.3 代理冲突下的最优投资策略.....	37
3.2.4 非零相关性情形下的最优投资决策.....	40
3.3 数值模拟与经济学解释.....	42
3.4 本章小结.....	51
第 4 章 总结和展望.....	52
4.1 研究结论.....	52

4.2 研究展望.....	54
参考文献.....	56
附 录.....	61
附录 A.....	61
附录 B.....	69
硕士期间发表的论文.....	71
致 谢.....	72

第 1 章 绪论

1.1 研究背景和意义

近年来，投资的短期和长期主义行为成了公司金融与管理领域关注的焦点之一。短期主义是指公司过分注重短期业绩，而忽视长期利益（比如投资者面临的短期业绩压力会导致其过度关注季度收益，而对长期战略目标的关注较少）；长期主义则是指相对于短期利益来说，公司更加注重长远的利益和未来的发展。因此，公司在运营和发展过程中通常会在短期和长期主义投资行为之间进行权衡。

然而，在具体的公司管理决策当中，短期和长期主义问题要复杂得多，并非一味地追求短期或者长期业绩是公司投资的最佳选项。特别是在复杂且不确定性充斥的现实场景下，公司的短期和长期主义投资决策将是一个依赖于代理冲突和公司特征的动态调整过程。因此，面临现实世界的不确定因素冲击时，能否在恰当的时机做出合理的短期或长期主义投资决策是公司谋求生存和实现可持续发展的重要一环。

在契约理论中，代理冲突问题主要反映委托代理双方之间的博弈，也就是委托代理双方之间的利益和意见冲突。在现代公司和企业中，委托人和代理人建立雇佣关系，代理人在受托负责公司的日常经营过程中会采取委托人无法捕捉到的隐藏行动。由于委托人和代理人的利益并不完全一致，在委托人处于信息劣势的情况下，代理人有可能为了自身的利益或故意偷懒，做出有损于委托人利益的行为。这种代理冲突问题也称之为道德风险，它对委托人或公司来说是有百害而无一利的。另一种代理冲突问题指的是代理人在精心为委托人经营公司的过程中所做出的决策与委托人指定的并不完全一致。这种决策是代理人通过技术分析和深入研究做出的科学可行的方案，虽然违背了委托人的意愿，但并不破坏公司的实际价值，并有可能对公司带来一定的裨益。前者可以通过设计出一种具有激励相容性的契约来消除，后者则是我们关注和讨论的焦点，它也是公司产生短期和长期主义的内在驱动因素。因此本文考虑设计出一种满足委托代理双方利益一致的激励相容契约，并基于最优动态契约研究公司的最优投资决策问题，探索公司在哪个范围更加关注短期投资是最优的，在哪个范围则要侧重于公司

的长期投资。

实际上，我们在研究现实世界中的实际问题时往往会面临各种各样的不确定性，研究契约理论相关的问题亦是如此，这种不确定性大致可以分为概率不确定和 Knight 不确定。概率不确定是指不确定的随机变量其概率分布是明确的，而 Knight 不确定指的是不确定的随机变量其概率分布是未知的，也称为模型不确定。因此，我们在研究实际问题时避免不了要考虑 Knight 不确定因素的影响。所以本文选择在 Knight 不确定环境下基于最优动态契约研究公司的最优投资决策问题，以便向公司提供与现实市场更加契合的投资决策建议。

另外，现如今气候变化及气候灾难已成为经济学家、投资者和政策制定者共同关注的核心问题。如何保护和改善生态环境以实现可持续发展也渐渐成为企业所思考的问题。随着 ESG（Environmental、Social & Governance）理念的迅速普及以及绿色低碳发展的观念深入人心，企业在保护和改善生态环境等方面的表现和绿色技术投资水平逐渐成为评判企业是否具有发展可持续性和社会价值的参考标准。然而，企业为了谋求自身的短期生存和长期发展也会极力追求短期利润的创造和长期资本的累积。并且由于信息不对称的存在，企业中的委托代理双方在追求自身利益最大化的过程中可能会产生代理冲突问题，从而导致企业损失甚至破产。在这样的背景下，综合考虑企业的特征和代理冲突问题合理地调整企业的绿色技术投资、短期投资和长期资本性投资成为企业生存和实现可持续发展的立足点。故本文新颖地将绿色技术投资作为企业的决策变量引入到动态契约模型中，探索企业在兼顾环保表现和长短期财务绩效情形下最优投资决策的变化。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 短期和长期主义投资问题的相关研究

目前已经有很多文献对公司投资的短期和长期主义行为进行了研究，其中大多数文献都关注于短期主义是否会破坏公司的长期利益。一方面，短期主义经常被批评为损害公司长期利益的行为（Hackbarth 等^[1]）。Bolton 等^[2]通过实证研究发现，股票市场压力会导致经理人以牺牲公司的长期价值为代价来提高公司

的短期收益。王海明和曾德明^[3]基于股东短期利益压力的视角,以沪深两市 A 股上市公司为对象,采用多元回归分析就管理者短视偏差与企业短期投资间的关系及其对企业未来盈利能力、业绩水平和财务困境的影响进行了研究。实证结果表明,管理者短视偏差企业进行的短期投资降低了企业未来盈利能力和业绩水平。胡楠等^[4]采用文本分析和机器学习技术构建出管理者短视主义指标并对其进行实证检验,研究结果发现,管理者短视主义导致的研发支出减少和资本投资效率降低会损害企业的未来绩效。

另一种观点认为,公司如果想要追求更长远的发展,就必须投资于未来,但他们也必须在今天产生短期收益,以支付这样做的费用。与此观点一致的是, Thakor^[5]构建了一个契约模型,在他的模型中,短期主义是有效的,因为它限制了管理租金的提取,并且使得经理人更好地分配到项目中。Giannetti 和 Yu^[6]的实证结果表明,在改变行业经济环境的冲击之后,拥有更多的短期机构投资者的公司在投资上的跌幅较小,并且比其他同类公司具有更好的长期业绩。

1.2.2 Knight 不确定问题的相关研究

Knight 不确定指的是不确定的随机变量其概率分布是未知的(即概率统计模型本身的不确定)。Knight 认为,在经济和管理领域中,概率统计模型本身的不确定性是本质的、不能被消除的(参见 Knight^[7])。因此,我们在研究实际问题时避免不了要考虑 Knight 不确定性的影响,以期在 Knight 不确定环境下做出更加符合现实状况的决策。

到目前为止,已经有很多学者研究了 Knight 不确定环境下的金融经济相关的问题。Chen 和 Epstein^[8]基于多先验效用连续时间跨期模型分析了风险溢价和模糊溢价的区别,认为不确定溢价中模糊溢价是不可忽略的,并给出 Knight 不确定框架下的资产定价理论。Fei^[9]刻画了 Knight 不确定和非适应预期下投资者的最优消费与投资策略。Fei^[10]利用倒向随机微分方程刻画了最大最小预期效用(α -MEU),并且在此基础上分析了 Knight 不确定下的最优消费与投资组合。随后,费为银和李淑娟^[11]利用倒向随机微分方程理论对 Knight 不确定投资者的 α -maxmin 期望效用进行了刻画,分析了含糊和通胀等因素对最优消费和投资决策的影响。此外, Mao 等^[12]的研究发现, Knight 不确定性对系统性风险的影响

取决于经济状况。在正常状态下, Knight 不确定性的增加会减少市场流动性, 从而增加系统性风险, 但在危机状态下, Knight 不确定性的增加会减少杠杆, 从而降低系统性风险。

此外, 在面临概率统计模型不确定问题时, 彭实戈提出了非线性期望这样一个更加基础、深刻的理论来解决在概率模型本身还无法确定的情况下, 对各种风险进行稳健的定量分析和计算(参考 Peng^[13])。他在总结了自己之前的理论研究成果的基础上, 综述性地介绍了非线性期望的理论、方法及意义, 系统阐述了如何利用 G-布朗运动以及以此为基础建立起的非线性随机分析理论研究 Knight 不确定环境下的金融经济相关问题(彭实戈^[14]), 为金融学和经济学的研究开辟了一个崭新的研究领域。其中, 利用 G-布朗运动构建次线性期望下的经济学模型的思想为一些学者的研究提供了启发。费晨^[15]根据次线性期望空间上的 G-布朗运动性质, 建立了非线性期望框架下随机控制问题的最优性原理, 并利用 HJB 方程推导出的验证定理研究了一个具有波动模糊性的最优消费和投资组合决策。孙多好等^[16]考虑到投资者的投资效率冲击具有 Knight 不确定性, 利用 G-布朗运动构建平台生产力动力学, 分析了 Knight 不确定对投资者最优投资以及平台的特许经营价值的影响。因此, 本文在次线性期望的理论框架下, 借助 G-布朗运动来刻画模型的不确定性, 并以此为基础构建公司现金流和资本存量动力学方程, 从而建立起 Knight 不确定环境下的动态金融契约模型。这也是本文与 Gryglewicz 等^[17]最本质的区别。

1.2.3 动态金融契约模型的相关研究

以下这些研究 Knight 不确定下的最优动态金融契约相关问题的理论成果对于我们的研究问题的提出以及研究方法的确立提供了一定的启发和理论依据。费晨等^[18]从概率统计模型存在的不确定性的角度, 研究了代理人的道德风险对契约的执行过程和契约存续情况的影响。费晨等^[19]在 Knight 不确定框架下研究了连续时间下存在道德风险的委托代理问题, 分析了低道德水平代理人逆向选择对高道德水平代理人延续价值和动态最优契约执行过程的影响。Wang 等^[20]在 Knight 不确定性条件下, 利用次线性期望理论, 基于委托人的期望利润和代理人的期望效用函数, 构建了最优委托代理契约模型。Niu 等^[21]考虑了一个连续时

间内具有有限承诺的鲁棒契约，其中委托人是模糊厌恶的。研究发现，有限承诺的存在不仅减弱了模型不确定性对企业价值的负面影响，而且使企业不那么悲观。Yu 和 Kong^[22]把鲁棒契约设计问题转化为一个简单的基于鲁棒优化的优化问题，并证明了线性契约是唯一对参数不确定性具有鲁棒性的契约类型，而其他形式的契约（包括非线性契约），对参数不确定性既不是最优的，也不是鲁棒的。凌爱凡等^[23]提出了一个动态鲁棒契约模型来捕捉委托代理问题中委托人对代理人信息披露存在模糊厌恶的允许提前终止契约问题。Wu 等^[24]通过引入模型的不确定性扩展了与有限承诺相关的动态契约模型。研究表明，模糊性在契约设计中起着至关重要的作用，并可能产生新的决策机制。Xu 等^[25]基于系统思维和利益相关者理论，构建了 ESG 评级 Knight 不确定性下具有模糊厌恶的连续时间委托代理模型，并且分析了 ESG 评级 Knight 不确定性程度对最优契约的影响。

1.2.4 绿色技术投资的相关研究

绿色技术是旨在改善生态环境，促进资源和能源集约利用的各种技术、工艺或产品的总称（Yi 等^[26]），主要包括环境工程和科学技术、绿色能源技术、绿色数字和信息技术、绿色金融与经济、绿色和可持续材料等等（Wu 和 Strezov^[27]）。它是一种将生态环境保护与经济发展相结合的新技术，是促进企业绿色发展的重要技术路径。绿色技术创新是技术创新与生态系统的融合，包括绿色技术从源头研发到成果转化再到最终市场化的全过程（Song 和 Wang^[28]）。通过推动绿色技术的研究与开发以及推广应用，有利于提高企业在节水、节能、节材、节地等方面的效率和效益（Franceschini 和 Pansera^[29]）。而绿色技术投资（GTI），简单地说，指的就是企业投入资金用于绿色技术创新和研发的过程。Saunila 等^[30]则把绿色技术投资定义为：花费资金、知识等资源用于获取或者有效利用与废旧产品回收、能源节约、绿色产品设计、污染预防、环境管理有关的技术，其目的是减少供应链各个环节的污染排放和资源浪费（Wu 等^[31]）。

目前，世界范围内的很多地区都已经积极开展绿色技术研发和投资，其中北欧地区的一些国家颁布相应政策，积极鼓励可再生能源和节能设备的研发支出，开发当地的绿色技术市场，使新企业能够创造新的绿色就业机会（参见 Khattak 等^[32]以及 Ahmed 等^[33]）。谢荣辉^[34]在区分污染型技术和绿色技术的基础上，通

过将绿色技术引入污染排放方程构建理论模型，研究了绿色技术进步及其双重外部性特征对环境污染排放的影响机理，并采用固定效应模型和差分 GMM 方法，对理论假设进行了实证检验，结果表明绿色技术进步有效减少了环境污染的排放，是改善环境质量的关键手段。

因而，企业进行绿色技术投资对于实现自身的绿色转型以及整个社会的可持续发展乃至全球生态环境系统的改善都具有极其重要的意义，是企业顾全多方利益相关者的利益、具备社会责任感和承担社会责任的重要体现（Freeman 等^[35]）。因此本文将绿色技术投资作为企业的核心决策变量之一，并纳入到我们的模型中，探究企业在考虑环保表现的情况下收益与成本的变化。

1.3 论文内容及安排

基于上述分析，本文考虑在 Gryglewicz 等^[17]的动态契约模型中分别引入 G-布朗运动和绿色技术投资，得到 Knight 不确定环境和企业兼顾环保表现和长短期财务绩效情形下满足激励相容性的最优动态金融契约，并在此基础上分析 Knight 不确定性对公司最优短期和长期主义投资决策的影响，以及各种随机因素冲击之间的相关性对企业短期、长期和绿色技术投资的影响，从而得出一些具有一定实际意义的经济学结论，以向公司提供合理的管理和决策建议。

与 Gryglewicz 等^[17]以及其他参考文献相比，本文的创新之处主要体现在以下三个方面：

（1）就研究问题而言，尽管已经有大量文献从契约理论的视角出发研究了公司金融与经济学问题（参见 DeMarzo 和 Sannikov^[36]；Sannikov^[37]；Lopomo 等^[38]；DeMarzo 等^[39]；Cvitanic 和 Zhang^[40]；费晨等^[18]；费晨等^[19]；Wang 等^[20]；Niu 等^[21]；Yu 和 Kong^[22]；Hackbarth 等^[1]；Wu 等^[24]；Xu 等^[25]），但很少有文献从契约理论的角度研究公司的最优短期和长期主义投资决策问题，并且鲜少有文献考虑企业兼顾绿色发展和环保表现下最优契约的设计问题。另外，尽管已经有文献研究了公司的短期和长期主义投资问题（参见 Bolton 等^[2]；Flammer 和 Bansal^[41]；Gryglewicz 等^[17]；Keum^[42]；Li 等^[43]），但他们没有考虑 Knight 不确定性的影响。此外，即便已有相关文献研究了企业兼顾环保表现和财务绩效对企业各方面表现的影响（参见 Endrikat 等^[44]；Lee 等^[45]；Vastola 等^[46]），但他们没有分析企业

最优投资策略的非线性动态变化过程。

(2) 在研究方法方面, 与其他研究绿色技术投资的实证类文献迥异 (参见 Franceschini 和 Pansera^[29]; Song 和 Wang^[28]; Yi 等^[26]; Wu 等^[31]; Khattak 等^[32]; Ahmed 等^[33]; Le^[47]), 我们将绿色技术投资作为企业的决策变量之一 (与短期投资和长期资本性投资并列), 将代理冲突引入到模型中, 并将其划分为短期、长期和绿色代理冲突, 将委托人授予代理人的激励相应地分为短期、长期和绿色激励, 并利用随机微分方程构造动力学模型, 从而建立起一个更加丰富的模型框架。

(3) 从管理学意义上看, 我们提出企业应当同时注重自身的生存和绿色转型发展, 不能将财务业绩和环保表现视为对立方。并且企业的短期、长期和绿色技术投资决策并不是一成不变的, 而是一个综合考虑 Knight 不确定程度、企业的财务宽松程度以及经理人股权稀释等方面的多任务决策机制。这就需要企业对市场和环境的变化以及企业自身的状况更加敏感, 并且及时有效地做出相应的最优决策, 从而实现在短期和长期内同时盈利的目标与可持续的绿色发展。

本文结构安排如下:

第 1 章 绪论, 主要说明了本课题的研究背景和意义、国内外关于该课题的研究现状和进展、文章的创新之处以及论文的总体规划。

第 2 章 基于次线性期望框架, 构建 Knight 不确定环境下的动态多任务金融契约模型, 并借助非线性随机分析和随机控制的理论方法对模型进行推导和求解。接着, 采用数值模拟方法绘制出最优短期和长期主义投资水平随代理人延续价值变化的图像, 并结合图像分析给出一定的经济学解释和研究结论。

第 3 章 将 Wiener 过程作为驱动企业现金流、资本存量和绿色技术投资收益演化过程的噪声源, 构建兼顾企业环保表现和长短期绩效情形下的动态金融契约。在满足激励相容条件下, 以代理人的延续价值作为状态变量, 利用动态规划原理推导出委托人预期收益满足的 HJB 方程, 并求解出最优投资水平以及第一最佳投资水平。最后, 利用 Matlab 软件进行数值模拟, 结合图像分析企业在兼顾环保表现和长短期财务业绩情形下的最优投资决策, 以及不同冲击之间的相关性对最优决策的影响。

第 4 章 对全文进行总结和展望。

第 2 章 Knight 不确定性对公司投资短期和长期主义行为的影响

基于次线性期望理论研究 Knight 不确定性对最优契约设计的影响的理论研究已经相当成熟，研究成果也颇为丰硕。在此基础上，为了进一步分析 Knight 不确定性对公司最优短期和长期主义投资决策的影响，本章考虑基于次线性期望框架，构建 Knight 不确定环境下的动态多任务金融契约模型并进行求解。同时结合数值模拟和图像分析得到研究结果，并进一步总结出一系列丰富的经济学结论。具体来说，首先，利用 G-布朗运动作为噪声源刻画公司现金流和资本存量演化的随机微分方程，并建立满足委托人预期收益最大化的价值函数；其次，利用 G-鞅表示定理推导出代理人的延续价值过程作为动态系统的状态变量，并构造使委托代理双方利益一致的激励相容条件；接着，借助非线性随机分析和随机控制的理论方法推导出最优性问题的 Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB)方程，并利用一阶条件(First-Order Condition, FOC)求解出最优短期和长期主义投资水平；最后，采用数值模拟方法绘制出最优短期和长期主义投资水平随代理人延续价值变化的图像，并结合图像分析给出一定的经济学解释和研究结论。

2.1 基本模型框架

本文主要考虑建立连续时间下的动态多任务金融契约模型。假定在 0 时刻，一名风险中性的股东(委托人)雇佣一名风险中性的经理人(代理人)负责公司的经营，并在内生停时 τ 将其解聘(此时公司面临清算)。公司的业绩取决于经理人(她)的努力程度，本文将经理人做出的短期和长期投资决策表示为经理人付出的努力，相应地用短期和长期投资水平来刻画经理人努力程度的大小，并且长期投资主要影响公司的资本累积(即长期收益)，而短期投资是公司现金流收益(即短期收益)的来源。另外我们假设经理人所执行的长短期投资决策是股东(他)无法观测到的，同时委托代理双方具有信息不对称，因此可能存在委托代理双方的代理冲突问题。

2.1.1 公司现金流和资本存量动力学

在本文中，不确定性由带流的次线性期望空间 $(\Omega, H, \mathcal{H}, \hat{E})$ 刻画。其中， Ω 是给定的基本事件的集合，而其上的一个向量格 H 是定义在 Ω 上的实值函数所组成的一个线性空间， H_t 包含时间 t 之前的所有信息，满足通常的条件， $\mathcal{H} = \{H_t: t \geq 0\}$ ， $\hat{E}$ 表示次线性期望，Peng^[13]和彭实戈^[14]给出了如下次线性期望的定义。

定义 1 一个次线性期望 $\hat{E}$ 是定义在随机变量空间 H 上的满足以下两个性质的（非线性）泛函 $\hat{E}: H \mapsto R$ ：

- (1) 单调性，即对于所有满足 $X \geq Y$ 的随机变量 $X, Y \in H$ ，都有 $\hat{E}[X] \geq \hat{E}[Y]$ ；
- (2) 保常性，即 $\hat{E}[c] = c$ ；
- (3) 次可加性，即 $\hat{E}[X + Y] \leq \hat{E}[X] + \hat{E}[Y]$ ， $\forall X, Y \in H$ ；
- (4) 正齐次性， $\hat{E}[\lambda X] = \lambda \hat{E}[X]$ ， $\forall X, Y \in H, \lambda \geq 0$ 。

我们令 $\mathcal{E}$ 表示下期望，也就是说，对于任意一个随机变量 X ，我们有 $\mathcal{E}[X] = -\hat{E}[-X]$ 。

在给定的次线性期望框架下，假设委托人和代理人都是风险中性的，并且具有相同的次线性期望 $\hat{E}$ （即委托人和代理人具有相同的先验概率测度集）。公司的业绩取决于经理人的实际投资，这种投资细分为短期投资和长期投资，并且需要一定的成本。同时，公司通过授予经理人一定的公司股权，使代理人的利益与公司的利益挂钩。代理冲突问题的产生一方面是因为公司的投资决策被完全委派给了经理人，而经理人可能挪走一部分分配给投资的资金用于自身的消费；另一方面是公司在面临有利的短期和长期冲击时，代理人可能违背委托人的意愿做出有利于公司的短期和长期投资过度的决策。前者我们一般称之为“道德风险”，而后者我们认为是公司产生短期和长期主义的内在驱动因素。

该公司利用资本生产产品，其产品价格标准化为 1。在任何 $t \geq 0$ 的时间点，公司的现金流收益 X_t 与资本存量 Y_t 成比例，并受到市场冲击的影响。这种冲击的不确定性包括多方面因素（例如公司自身的运营状况、公司与公司之间的竞争以及宏观政策因素），并且无法确定这种不确定的概率分布、期望以及波动情况，故被称为 Knight 不确定，受到 G-期望下的布朗运动的干扰。所谓 G-期望下的

布朗运动（也称为 G-布朗运动），Peng^[13]和彭实戈^[14]同样给出了明确的定义：

定义 2 我们称定义在一个次线性期望空间 $(\Omega, H, \mathbb{H}, \hat{E})$ 中的随机过程 $B_t(\omega)(t \geq 0)$ 为关于 $\hat{E}$ 的布朗运动，如果对每一个 $n \in N$ 和 $0 \leq t_1, \dots, t_n < \infty$ ，都有：

$$(1) B_0(\omega) = 0;$$

(2) (B_t) 具有独立平稳增量，即对于每一个 $t, s \geq 0, B_{t+s} - B_t \stackrel{d}{=} B_s$ ，并且对于所有 $n \in N$ 和 $t_1, \dots, t_n \in [0, t]$ ， $B_{t+s} - B_t$ 独立于 $(B_{t_1}, B_{t_2}, \dots, B_{t_n})$ ；

$$(3) |B_t|^3 \in H \text{ 且 } \lim_{t \rightarrow 0} \hat{E}[|B_t|^3] / t \rightarrow 0。$$

并且 $B(1)$ 服从 G-正态分布 $N(0, [\underline{\sigma}^2, \bar{\sigma}^2])$ ， $\underline{\sigma}^2$ 和 $\bar{\sigma}^2$ 分别为 Knight 不确定下的最小波动率和最大波动率，与整个行业发展前景的不确定性有关。我们假定委托代理双方都是 Knight 不确定厌恶的。

在模型中，不确定的冲击改变了公司的长期前景，并通过影响公司资本存量永久性地影响公司的现金流。因此，参考 DeMarzo 等^[39]以及 Gryglewicz 等^[17]的模型并结合我们自身的研究问题，假设公司的资本存量 $Y = \{Y_t\}_{t \geq 0}$ 满足如下所示的 G-布朗运动驱动过程：

$$dY_t = (l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_Y Y_t dB_t. \quad (1)$$

式中： $\mu > 0$ 为常数，表示长期投资效率； $\delta > 0$ 为资本折旧率； $\sigma_Y > 0$ 为常值扩散系数，反映委托代理双方的长期代理冲突问题； $B = \{B_t\}_{t \geq 0}$ 为 G-布朗运动； l_t 是公司的长期投资选择。假设 $l_t \in [0, l_{\max}]$ 以及 $l_{\max} < (r + \delta) / \mu$ ，以保证长期投资是内部的，其中 $r \geq 0$ 是股东的折现率。（1）式说明了长期投资会给公司带来一定的资本积累，进而给公司带来长期的资本增值，但公司也需要考虑资本折旧。需要指出的是，当 $\sigma_Y = 0$ 时，公司不会面临市场中存在的长期随机因素的干扰，并且 Knight 不确定问题也暂时忽略，也就是说委托代理双方具有完全相同的信息，对应的是第一最佳情形，即“风险共担”，此时不存在委托代理双方的长期代理冲突问题，正如 Cvitanic 和 Zhang^[40]所阐述的）。

另一方面，公司的现金流 X_t 也会受到不确定冲击的影响，并且与资本存量 Y_t 成比例，受如下过程控制：

$$dX_t = Y_t dA_t = Y_t (s_t \alpha dt + \sigma_X dB_t). \quad (2)$$

式中： A 为 t 时刻单位资本的累积生产率； α 是严格为正的常数，表示短期

投资效率； $\sigma_x > 0$ 反映委托代理双方的短期代理冲突问题； $s_t \in [0, s_{\max}]$ 是公司的短期投资选择。（2）式反映了短期投资可以给公司带来一定的短期收益，但这些收益也会受到短期内随机因素的干扰。同样地，当 $\sigma_x = 0$ 时，公司的现金流收益过程不会面临市场中存在的短期随机因素的干扰，此时委托代理双方具有完全相同的信息，即不存在委托代理双方的短期代理冲突问题，对应于第一最佳情形。

除此之外，投资需要成本 $I(Y_t, s_t, l_t)$ ，假设投资成本关于资本存量 Y_t 是一阶齐次的，即 $I(Y_t, s_t, l_t) = Y_t C(s_t, l_t)$ 。这里假定 C 是递增的凸函数，为了分析的方便，我们考虑投资成本为二次函数

$$C(s_t, l_t) = \frac{1}{2} (\lambda_s s_t^2 \alpha + \lambda_l l_t^2 \mu). \quad (3)$$

式中： λ_s 为短期投资比重； λ_l 表示长期投资比重。即随着短期或长期投资效率或者投资水平的提高，投资所需要的成本越高。（3）式表明代理人提高努力水平的前提是委托人必须提供足够的激励来补偿代理人高昂的投资成本。

经理人在受雇为公司的经营出谋划策的过程中会得到一定的薪酬 dC_t ，而委托人出于公司的利益考虑会向经理人施压并且提供建议的短期和长期投资决策 s_t 和 l_t ，同时结合经理人的表现给予相应的奖励和处罚（如加薪或减薪、升职或降职）。然而，经理人受到有限责任的保护，不接受来自委托人的负付款 dC_t ，并且经理人不能被要求自掏腰包支付 $I(Y_t, s_t, l_t) = Y_t C(s_t, l_t)$ 的投资成本。换言之，在经理人执行建议投资决策 s_t 和 l_t 之前，委托人必须将资金分配给经理人。因此，在时间区间 $[t, t+dt]$ 上，委托人向代理人支付 $dC_t + Y_t C(s_t, l_t)dt$ ，并且扣除投资成本的工资支付 dC_t 必须非负，即 $dC_t \geq 0$ 。

在任何时间 t ，经理人对投资 s_t 和 l_t 有完全的自由裁量权，并可以将委托人移交到自己手中用于投资的资金 $Y_t C(s_t, l_t)$ 转移。换句话说，经理人出于自身的利益考虑，可能将委托人建议的短期（相应地是长期）投资 s_t （相应地是 l_t ）更改任意数量 η^s （相应地是 η^l ），即做出投资决策 $\hat{s}_t = s_t - \eta^s$ （相应地是 $\hat{l}_t = l_t - \eta^l$ ），从而保持实际投资成本与已分配资金之间的差额 θ_t ，并将节省的投资成本用于自身的消费（如购买豪车、豪宅等），即

$$\theta_t = Y_t [C(s_t, l_t) - C(s_t - \eta^s, l_t - \eta^l)].$$

另外，假设经理人拥有足够的私有资金，使得她也可以在有利的市场冲击下

相应地提高委托人建议的短期和长期投资水平，即实施投资 $\hat{s}_t > s_t$ 或 $\hat{l}_t > l_t$ 。这种假设提供了两方面好处：一方面，它大大简化了分析；另一方面，它使模型更容易地与 DeMarzo 等^[39]的现有模型联系在一起，并且清楚地说明了短期和长期代理冲突的结合如何导致短期和长期主义。具体来说，公司过度投资的资金来源是经理人的私有资金。当公司处在有利的经济市场环境下，经理人结合技术分析和基本面分析判断此时加大短期或长期投资力度将很有可能给公司带来相当可观的收益和资本增值。因此，出于公司的利益以及自身的价值增值考虑，经理人会自愿将自己的一部分私有资金甚至将自己持有的公司股权变现，投入于公司投资的资产池，以提高短期或长期投资水平，从而可能会产生公司投资的短期或长期主义。而此时经理人的股权也会被稀释，因此需要委托人给予经理人一定的股权激励，以缓解公司面临的股权稀释风险（参见 Gryglewicz 等^[17]的描述）。

正如 DeMarzo 和 Sannikov^[36]以及 DeMarzo 等^[39]所言，我们通常认为代理人普遍比委托人更不耐烦，也就是说，代理人要求的折现率 γ 要高于委托人的折现率 r ，即 $\gamma > r$ 。因此，委托人不能无限期延迟向代理人付款。代理人拥有一个标准化为零的外部期权，由于代理人受到有限责任的保护，因此她的延续价值永远不会低于她的外部期权，否则，她将从离开公司中获利。公司对她的雇佣从时间 $t = 0$ 开始，并在 τ 时刻将她解雇，此时公司被清算。在清算时，委托人收回 $R > 0$ 的一部分资产，价值为 RY_τ ，即公司的清算价值。清算效率低，并且会产生无谓的损失。

以上我们给出了由 G-布朗运动驱动的刻画公司资本存量和现金流演化过程的动力学方程，将短期投资和长期投资作为公司产生即期收益和长期资本增值的技术，同时我们考虑了高昂的投资成本。需要强调的是，本文主要关注两种类型的代理冲突问题：其中一种也称道德风险，需要我们设计出一种激励相容契约将其消除；而对于另一种代理冲突问题，我们考虑将其保留在最优契约的设计中，因为它是公司做出最优投资决策的内因，同时也是产生公司投资短期和长期主义的必要条件。最后我们假设代理人比委托人更不耐烦。在这些假定条件下，接下来我们给出 Knight 不确定下的动态金融契约问题。

2.1.2 最优性问题

为了使公司的价值最大化，委托人在 $t = 0$ 时刻向代理人提供一份完全承诺契约，即委托人正式开始雇佣代理人。该契约规定了工资支付 $\{C\}$ ，建议投资 $\{s\}$ 和 $\{l\}$ ，以及契约终止时间 τ 。由于代理人不能被支付任何扣除投资成本的负金额，并且过程 $\{C\}$ 是非减的，因此，对于所有的 $t \geq 0$ ，有 $dC_t \geq 0$ 。此外，该契约规定，不能强制要求代理人为投资提供资金，故代理人在时刻 t 从委托人手中获得投资成本 $I(Y_t, s_t, l_t)$ 。我们用 $\Pi = (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \tau)$ 四元组表示该契约，其中所有的元素关于 $\mathcal{H}$ 都是循序可测的。代理人的实际短期和长期投资选择为 $\{\hat{s}\}$ 和 $\{\hat{l}\}$ ，对于所有的 $t \geq 0$ ，如果 $s_t = \hat{s}_t$ 并且 $l_t = \hat{l}_t$ ，那么称该契约具有激励相容性。本文重点考虑激励相容契约，并且用 $\mathcal{IC}$ 表示这些契约的集合。由于只考虑集合 $\mathcal{IC}$ 中的契约，所以本文不会正式地区分建议投资和实际投资。

如前文所述，假设契约签订双方都是 Knight 不确定厌恶的，那么委托人和代理人的预期收益取得都是稳健的下期望算子 $\mathcal{E}$ 。因此，对于一份激励相容契约 Π ，定义代理人在 $t \geq 0$ 时刻的期望收益为

$$W_t = W_t(\Pi) \equiv \mathcal{E}_t \left[\int_t^\tau e^{-\gamma(u-t)} dC_u \right]. \quad (4)$$

$W_t = W_t(\Pi)$ 表示代理人从 $t \geq 0$ 开始遵循推荐路径所获得的承诺价值。 $W_0 = W_0(\Pi)$ 是代理人在初始时刻的期望收益。(4) 式表示代理人的财富主要来源于委托人给予的工资支付的累积。另一方面，委托人收到扣除投资成本的公司现金流，并支付给经理人报酬。因此，给定激励相容契约 Π ，委托人的期望收益可以表示为

$$\hat{V}(W, Y) \equiv \mathcal{E} \left[\int_0^\tau e^{-rt} (dX_t - Y_t C(s_t, l_t) dt - dC_t) + e^{-r\tau} RY_\tau \mid W_0 = W, Y_0 = Y \right]. \quad (5)$$

委托人的目标是最大化公司的现金流加上扣除分配给代理人的投资成本以及支付给代理人的薪酬与终止价值的现值。我们通常假设委托人拥有完全的议价能力，故委托人（投资者）的最优性问题可以写成

$$V(W, Y) \equiv \max_{\Pi \in \mathcal{IC}} \mathcal{E} \left[\int_0^\tau e^{-rt} (dX_t - Y_t C(s_t, l_t) dt - dC_t) + e^{-r\tau} RY_\tau \mid W_0 = W, Y_0 = Y \right], \quad (6)$$

使得对于所有的 $t \geq 0$ ， $W_t \geq 0$ 以及 $dC_t \geq 0$ 成立。

2.2 公司的最优投资策略

本节首先推导出了在没有短期和长期代理冲突情况下（即当 $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ，没有噪声掩盖代理人的行为时）的公司价值和最优短期和长期投资水平，此时市场冲击效应和 Knight 不确定性不存在于模型中。本文将这种情形称为第一最佳（Fest-Best）结果，对应的最优短期和长期投资称为第一最佳短期和长期投资，而将 $s < s^{FB}$ 和 $l < l^{FB}$ 分别称作为短期和长期投资不足，将 $s > s^{FB}$ 和 $l > l^{FB}$ 称为短期和长期投资过度，也叫做短期和长期主义。

2.2.1 第一最佳短期和长期投资

给定公司最优性问题的平稳性，假定 s 和 l 的选择是时不变的并且没有代理冲突，此时公司的现金流和资本存量过程的随机扩散项消失，则（6）式退化为

$$V^{FB}(Y) = \max_{(s,l) \in [0, s_{\max}] \times [0, l_{\max}]} \frac{Y}{r + \delta - \mu l} \left[\alpha s - \frac{1}{2} (\lambda_s \alpha s^2 + \lambda_l \mu l^2) \right] \equiv Y v^{FB}. \quad (7)$$

我们称 $V^{FB}(Y)$ 为第一最佳公司价值， v^{FB} 为没有代理冲突下的比例公司价值，其中短期和长期投资选择 $\{s^{FB}, l^{FB}\}$ 使公司的价值（即委托人的预期收益）最大。接下来我们可以利用（7）式求解出在没有代理冲突情形下公司的第一最佳短期和长期投资水平。下面的命题给出了这一重要结论，其推导详见附录 A 中命题 1 的证明。

命题 1 假设对于 $i \in \{s, l\}$ 的边界 $i_{\max}$ 足够大，使得第一最佳的解是内部的，那么以下结论成立：

（1）第一最佳 (FB) 短期投资满足：

$$s^{FB} = \frac{1}{\lambda_s}. \quad (8)$$

（2）第一最佳 (FB) 长期投资满足：

$$l^{FB} = \frac{1}{\mu} \left[r + \delta - \sqrt{(r + \delta)^2 - \mu \alpha / (\lambda_s \lambda_l)} \right] = v^{FB} / \lambda_l. \quad (9)$$

2.2.2 激励相容契约设计

由于该契约规定了公司的投资政策 $\{s\}$ 和 $\{l\}$ ，支付给代理人的工资 C ，以及契约终止时间 τ ，这些都是关于公司利润历史的函数。因此，给定一份激励相容

契约和截止到 t 时刻的历史，代理人未来薪酬的期望价值的折现值由 W_t 给出。与费晨等^[18]以及 Wang 等^[20]中所讨论的类似，为了刻画代理人延续价值的动力学方程，可以借助以下引理，其证明详见附录 A 中引理 1 的证明。

引理 1 假设 W_t 表示代理人的延续价值过程，那么存在次线性期望下可积的适应过程 $\{\beta_t^s\}_{t \geq 0}$ 和 $\{\beta_t^l\}_{t \geq 0}$ 以及一个零初值非增连续 G -鞅 $\{\Psi_t\}_{t \geq 0}$ 。基于代理人的工资支付 C_t 、公司的现金流过程 X_t 以及公司资本存量过程 Y_t ，代理人延续价值 W_t 服从如下随机微分方程

$$dW_t = \gamma W_t dt - dC_t + \beta_t^s (dX_t - \alpha s_t Y_t dt) + \beta_t^l (dY_t - (\mu l_t - \delta) Y_t dt) - d\Psi_t. \quad (10)$$

方程 (10) 表明，代理人的延续价值必须以 γ 为速率增长，以补偿其对时间的偏好。此外，薪酬必须对公司的业绩足够敏感，这种敏感性由过程 $\beta_t^s = dW_t / dX_t$ 和 $\beta_t^l = dW_t / dY_t$ 来刻画，以保持激励相容性。

为了理解为什么这样的激励方案可以使委托代理双方的利益一致，假设经理人做出的长期投资决策 $\hat{l}_t$ 遵从委托人建议的长期投资 l_t （即 $l_t = \hat{l}_t$ ），而偏离委托人建议的短期投资 s_t 并且在瞬时区间 $[t, t + dt]$ 内做出短期投资决策 $\hat{s}_t = s_t - \eta^s$ 。通过这样做，她节省了一定的投资成本用于自己的私人消费（如前文所述）

$$Y_t (C(s_t, l_t) - C(s_t - \eta^s, \hat{l}_t)) dt \simeq Y_t C_s(s_t, l_t) \eta^s dt = Y_t \alpha \lambda_s s_t \eta^s dt.$$

然而与此同时，她也降低了公司的平均现金流 $dX_t = Y_t \alpha \eta^s dt$ ，所以她的整体薪酬降低了

$$dW_t = \beta_t^s \cdot dX_t = Y_t \alpha \eta^s \beta_t^s dt.$$

因而，如果代理人通过减少短期投资所降低的投资成本恰好等于其降低的薪酬，即

$$Y_t \alpha \lambda_s s_t \eta^s dt = Y_t \alpha \eta^s \beta_t^s dt,$$

那么经理人不会偏离委托人所规定的短期投资。因此我们可以得到其中一种激励相容条件

$$\beta_t^s = \lambda_s s_t. \quad (11)$$

另一方面，如果经理人实施的实际短期投资决策 $\hat{s}_t$ 遵从委托人建议的短期投资 s_t （即 $s_t = \hat{s}_t$ ），而偏离委托人建议的长期投资 l_t 并且在瞬时区间 $[t, t + dt]$

内做出长期投资决策 $\hat{l}_t = l_t - \eta^l$ 。那么她所节省的投资成本为

$$Y_t(C(s_t, l_t) - C(\hat{s}_t, l_t - \eta^l))dt \simeq Y_t C_t(s_t, l_t) \eta^l dt = Y_t \mu \lambda_t l_t \eta^l dt.$$

由于经理人降低了部分长期投资，公司的资本存量也随之减少了 $dY_t = Y_t \mu \eta^l dt$ ，因此她的整体薪酬降低了

$$dW_t = \beta_t^l \cdot dY_t = Y_t \mu \eta^l \beta_t^l dt.$$

也就是说，假如代理人通过减少长期投资所节省的投资成本恰好等于其降低的薪酬，即

$$Y_t \mu \lambda_t l_t \eta^l dt = Y_t \mu \eta^l \beta_t^l dt,$$

那么经理人不会偏离委托人所建议的长期投资。故我们得到了使委托代理双方利益一致的另一种激励相容条件，即

$$\beta_t^l = \lambda_t l_t. \quad (12)$$

从而我们推导出了最优契约所需要满足的激励相容条件，这里的 $\beta_t^s = \lambda_s s_t$ 以及 $\beta_t^l = \lambda_l l_t$ 分别为委托人给予代理人的短期和长期激励，二者分别与代理人的短期和长期投资水平成正比。也就是说，代理人的投资水平越高（或者说代理人的努力程度越大），委托人给予代理人的补偿也越多。当激励相容条件满足时，第一种类型的代理冲突问题从我们的模型中消失，即此时不存在道德风险问题。

值得注意的是，以上推导出的激励相容条件指的是经理人不会扣除委托人分配的投资资金用于自己的私人消费，但仍然可能存在委托代理双方的意见分歧，即经理人可能会将自己的私有资金用于公司的投资，这是我们为什么假设经理人拥有足够的私有资金的原因。正如前文所述，当经理人捕获到市场上的有利信号时，考虑到“正和博弈”（即不仅可以给公司带来收益也可以提高自己名誉的博弈，从而实现互利共赢），会自主稀释她的公司股权用于公司的实际投资，这种有利的投资决策又会给公司带来一定的收益和规模增长，从而促进公司股票价值进一步提高。接着，公司通过出售新股扩大市场规模，这又会导致经理人在公司的所有权比例下降，也就是说经理人股权将再次被稀释。而从委托人的角度看，代理人的股权被稀释对公司来说也是不利的（因为经理人的利益与公司的利益“脱钩”）。这时就需要委托人向经理人提供更强有力的激励来缓解经理人股权面临的稀释，从而降低公司面临的股权稀释风险。这种代理冲突问题（经理

人的过度投资动机)对于公司来说可能是有益的,我们认为是驱动公司产生短期或长期主义倾向的根本原因。

在最优契约中,委托人的价值函数由 $V(W, Y)$ 给出,也就是给定 Y 和 W 时委托人所能获得的最高期望收益。尽管在模型中有两个状态变量,但公司环境的比例不变性(参考 DeMarzo 等^[39]和 Gryglewicz 等^[17])允许我们写出 $V(W, Y) = Yv(w)$, 因而可以将该问题化简为单一状态变量: $w \equiv W/Y$, 它的含义是委托人按比例承诺支付给代理人的薪酬。

为了描述最优补偿策略及其对委托人比例价值函数 $v(w)$ 的影响,需要指出的是,委托人始终可以用现金补偿代理人,使得 w 每增加 1 元的成本最多为 1 元,并且 $v'(w) \geq -1$ 。此外,如 (10) 所示,延迟补偿提高了 W 和 w 的增长率,从而降低了清算风险,但由于代理人的不耐烦(即 $\gamma > r$),所以这样做的成本很高。因此,对于较低的 w ,最优契约设 $dc \equiv dC/Y$ 为 0,并且在公司积累了充足的财务宽松后才向经理人承诺支付薪酬。也就是说,存在一个临界值 $\bar{w}$, 使得

$$v'(\bar{w}) = -1 \text{ 以及 } dc = \max\{0, w - \bar{w}\}. \quad (13)$$

其中,最优支出边界由下式给出

$$v''(\bar{w}) = 0. \quad (14)$$

当 w 降至零时,契约终止,公司将面临清算,因此

$$v(0) = R. \quad (15)$$

R 表示公司的清算价值。

当 $w \in [0, \bar{w}]$, 代理人的补偿被延迟,并且 $dc = 0$ 。接下来,我们给出委托人比例价值函数 $v(w)$ 满足的 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程。

命题 2 最优契约 $\Pi \equiv (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \tau)$ 将由以下委托人比例价值函数的 G-HJB 方程给出

$$(r + \delta)v(w) = \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \left\{ \alpha s - c(s, l) + v'(w)w(\gamma + \delta - \mu l) + \mu lv(w) + \frac{v''(w)}{2} \left[((\beta^s \sigma_x + \beta^l \sigma_y)^2 + (w \sigma_y)^2) \bar{\sigma}^2 - 2w \sigma_y (\beta^s \sigma_x + \beta^l \sigma_y) \underline{\sigma}^2 \right] \right\}. \quad (16)$$

其边界条件满足 (13) — (15) 式,并且受到激励相容条件 (11) — (12) 的约

束。其证明详见附录 A 中命题 2 的证明。

为了方便起见，以下我们将 Y 标准化为单位 1，并将 $v(w)$ 称为委托人的期望收益，而不是按比例计算的期望收益。需要指出的是，在本文中 w 有两层含义。一方面， w 代表公司的财务宽松程度，当 w 接近于 0 时，公司接近清算，此时公司面临财务困境；当 w 接近于 $\bar{w}$ 时，公司资金充裕，财务较为宽松。另一方面，总体价值 $V(W, Y) + W$ 在委托人和经理人之间进行划分，其中经理人获得总体价值的一部分

$$\mathcal{P}(w) = \frac{W}{V(W, Y) + W} = \frac{w}{v(w) + w}.$$

由于对于所有的 $w \in (0, \bar{w})$ ， $\mathcal{P}'(w) > 0$ ，比例延续价值 w 对应于总体公司价值中经理人所占的部分，因此，我们也称 w 为代理人或经理人在公司中的股份。当经理人的股份 w 降为 0 时，她没有留下来的动机从而会选择离开公司；而当 w 接近于 $\bar{w}$ 时，经理人持有较多的公司股份。下面的命题总结了我们关于最优契约的结论。

命题 3 设 $\Pi \equiv (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \tau)$ 为求解问题 (6) 的最优契约。则下面的结论成立：

(1) 存在 $\mathbb{F}$ -循序可测过程 $\{\beta_t^s\}_{t \geq 0}$ 和 $\{\beta_t^l\}_{t \geq 0}$ 使得代理人的延续价值 W_t 满足方程 (10)。最优契约是激励相容的，因为受到激励相容条件 (11) — (12) 的约束，其中 $\{s\}$ 和 $\{l\}$ 分别是公司的最优短期和长期投资决策；

(2) 公司价值与公司规模成正比，即 $V(W, Y) = Yv(w)$ 。比例公司价值 $v(w)$ 是方程 (16) 在 $[0, \bar{w}]$ 上满足边界条件 (13) — (15) 的唯一解。对于 $w > \bar{w}$ ，比例价值函数满足 $v(w) = v(\bar{w}) - (w - \bar{w})$ ；

(3) 函数 $v(w)$ 在 $[0, \bar{w}]$ 上是严格的凹函数。

2.2.3 代理冲突下的最优短期和长期投资

接下来，在给定的 G-HJB 方程的基础上，我们考虑代理冲突下的最优短期和长期投资。如前文所述，假设成本函数为 $\mathcal{C}(s_t, l_t) = \frac{1}{2}(\lambda_s s_t^2 \alpha + \lambda_l l_t^2 \mu)$ ，并且这些参数使得投资水平 s 和 l 是内部的，也就是说，对于 $i \in \{s, l\}$ 的边界 $i_{\max}$ 足够大。接着对方程 (16) 中的右边表达式关于 s 求偏导数并令其等于零，并且利用激励相容条件 (11)，可以得到最优短期投资 $s(w)$ 满足的一阶条件 (FOC)：

$$s(w) = \frac{\alpha + v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_s\lambda_l l(w)\bar{\sigma}^2 - v''(w)w\sigma_x\sigma_y\lambda_s\underline{\sigma}^2}{\lambda_s\alpha - v''(w)(\lambda_s\sigma_x)^2\bar{\sigma}^2}. \quad (17)$$

其中 α 表示短期投资的直接收益， $\lambda_s\alpha$ 表示短期投资的直接成本， $-v''(w)(\lambda_s\sigma_x)^2\bar{\sigma}^2$ 表示短期代理成本， $v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_s\lambda_l l(w)\bar{\sigma}^2 - v''(w)w\sigma_x\sigma_y\lambda_s\underline{\sigma}^2$ 表示短期和长期投资之间的外部性，其中 $-v''(w)w\sigma_x\sigma_y\lambda_s\underline{\sigma}^2$ 表示降低股权稀释风险效应。

通过最优短期投资的表达式可知，当公司不存在短期和长期代理冲突时，即 $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ， $s(w) = s^{FB}$ ；当公司只存在短期代理冲突而不存在长期代理冲突时，即 $\sigma_x > 0$ ， $\sigma_y = 0$ ，除了在边界 $\bar{w}$ 处以外，短期投资严格低于第一最佳情形下的最优短期投资（即 s^{FB} ），此时短期投资不足。因为对于 $0 < w < \bar{w}$ ，由于 $v(w)$ 的凹性， $v''(w) < 0$ ，故 $-v''(w)(\lambda_s\sigma_x)^2\bar{\sigma}^2 > 0$ ，因此 $s(w) < s^{FB} = \frac{1}{\lambda_s}$ 并且 $s(\bar{w}) = s^{FB}$ （ $v''(\bar{w}) = 0$ ）。从而，可以初步推断出公司产生短期主义（即 $s(w) > s^{FB}$ ）的必要条件是公司同时存在短期和长期代理冲突，即 $\sigma_x > 0$ ， $\sigma_y > 0$ ，或者更准确地说产生短期主义的前提条件是公司一定存在长期代理冲突。如（17）式所示，当 $\sigma_x > 0$ ， $\sigma_y > 0$ 时，出现了新的影响最优投资水平的项 $v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_s(\lambda_l l(w)\bar{\sigma}^2 - w\underline{\sigma}^2)$ 。这是因为 $s(w)$ 与 $l(w)$ 相互依赖，也就是说，最优短期和长期投资之间存在直接外部性。另一方面，随着公司价值的提高，公司必须采取短期激励措施来缓解代理人股权面临的稀释，从而降低公司的股权稀释风险。由（17）式可得，如果 $\lambda_l l(w)\bar{\sigma}^2 > w\underline{\sigma}^2$ ，外部性是负值；反之，外部性为正值。并且外部性 $v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_s(\lambda_l l(w)\bar{\sigma}^2 - w\underline{\sigma}^2)$ 值的大小与价值函数的曲率 $v''(w)$ 成比例。因而，随着代理人延续价值的提高，契约的终止风险越来越小，外部性就会相对较弱，公司产生短期主义的可能性很小；反之，当 w 足够小并且公司的清算风险很大时，外部性就会相对较强，公司的短期主义倾向越大。

另外，对方程（16）中的右边表达式关于 l 求偏导数并令其等于零，并且利用激励相容条件（12），可以得到满足委托人目标函数最大化条件的最优长期投资 $l(w)$ 的表达式：

$$l(w) = \frac{\mu(v(w) - v'(w)w) + v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_l\lambda_s s(w)\bar{\sigma}^2 - v''(w)w\lambda_l\sigma_y^2\underline{\sigma}^2}{\lambda_l\mu - v''(w)(\sigma_y\lambda_l)^2\bar{\sigma}^2}. \quad (18)$$

其中 $\mu(v(w) - v'(w)w)$ 表示长期投资的直接收益, $-v''(w)w\lambda_l\sigma_y^2\sigma^2$ 表示降低股权稀释风险效应, $\lambda_l\mu$ 表示长期投资的直接成本, $v''(w)\sigma_x\sigma_y\lambda_l\lambda_s s(w)\sigma^2$ 表示短期和长期投资之间的外部性, $-v''(w)(\sigma_y\lambda_l)^2\sigma^2$ 代表长期投资的代理成本。

由 (18) 式可知, 只有当公司同时面临短期和长期代理冲突时, 才会产生长期主义。当从模型中移除长期代理冲突 (即 $\sigma_y = 0$) 时, 长期投资 l 是可观测的, 此时长期投资满足: $l(w) = (v(w) - v'(w)w)/\lambda_l < v^{FB}/\lambda_l = l^{FB}$, 即长期投资不足; 当从模型中移除短期代理冲突 (即 $\sigma_x = 0$) 时, 公司不会面临暂时性的市场冲击, 因此会授予经理人相对较低的股份, 这限制了潜在的股权稀释效应。也就是说, 这一策略将减少经理人面临的风险, 并仍然向经理人提供足够的激励, 从而公司不需要给予更多的短期和长期激励 β^s 和 β^l 来缓解经理人股权面临的稀释, 由于 $\beta^s = \lambda_s s$, $\beta^l = \lambda_l l$, 这又可能会导致短期投资 s 和长期投资 l 不足。

接下来, 为了更具体地分析公司的最优短期和长期投资政策的变化, 联立 (17) 和 (18) 式, 求解得出最优短期和长期投资的最终表达式:

$$s^* = \frac{v''(w)(v(w) - v'(w)w)\mu\sigma_x\sigma_y\lambda_l\lambda_s^2\sigma^2(\alpha - v''(w)\lambda_s\sigma_x^2\sigma^2) + \mathcal{A} + \mathcal{B} + \lambda_l\lambda_s\mu\alpha^2}{(\lambda_l\lambda_s(\mu\alpha - v''(w)(\mu\lambda_s\sigma_x^2 + \alpha\lambda_l\sigma_y^2)\sigma^2)(\lambda_s\alpha - v''(w)(\lambda_s\sigma_x)^2\sigma^2))}, \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} \mathcal{A} = (v''(w))^2\sigma_x^2\sigma_y\lambda_s^2\lambda_l\sigma^2(\alpha\sigma_y\lambda_l\sigma^2 + w\mu\sigma_x\lambda_s\sigma^2), \\ \mathcal{B} = -v''(w)\alpha\lambda_l\lambda_s(w\mu\sigma_x\sigma_y\lambda_s\sigma^2 - (\mu\lambda_s\sigma_x^2 + \alpha\lambda_l\sigma_y^2)\sigma^2). \end{cases}$$

以及

$$l^* = \frac{\mu(v(w) - v'(w)w)(\lambda_s\alpha - v''(w)(\lambda_s\sigma_x)^2\sigma^2) + v''(w)\alpha\lambda_l\lambda_s\sigma_y(\sigma_x\sigma^2 - w\sigma_y\sigma^2)}{\lambda_l\lambda_s(\mu\alpha - v''(w)(\mu\lambda_s\sigma_x^2 + \alpha\lambda_l\sigma_y^2)\sigma^2)}. \quad (20)$$

将 s^* 和 l^* 的表达式代入到 G-HJB 方程 (16) 中, 得到如下的常微分方程 (ODE):

$$\begin{aligned} (r + \delta)v(w) = & \alpha s^* - \frac{1}{2}(\lambda_s s^{*2} + \lambda_l l^{*2}\mu) + v'(w)w(\gamma + \delta - \mu l^*) \\ & + \mu l^* v(w) + \frac{v''(w)}{2} [((\lambda_s s^*\sigma_x + \lambda_l l^*\sigma_y)^2 + (w\sigma_y)^2)\sigma^2 \\ & - 2w\sigma_y(\lambda_s s^*\sigma_x + \lambda_l l^*\sigma_y)\sigma^2]. \end{aligned} \quad (21)$$

该方程满足边界条件 (13) — (15) 式。

由于隐式方程 (21) 无法给出解析解, 因此在下一节中利用 Matlab 软件进行数值模拟, 求解出 $v(w)$ 、 $v'(w)$ 、 $v''(w)$ 的数值解, 进而得到最优短期和长期

投资策略 s^* 和 l^* 的数值解。

2.3 数值模拟和经济学解释

本节通过 Matlab 软件进行数值模拟，重点探究委托代理双方的 Knight 不确定厌恶程度对公司最优短期和长期投资选择的影响，以及公司特征与最优投资水平之间的关系。

2.3.1 参数设置

首先给出相关参数的设置。引用 Gryglewicz 等^[17]参数的取值，参数的含义和取值详见附录 B 中的表 1。在此基础上，设定 $\underline{\sigma} = 1$ ，并且分别设置 $\bar{\sigma}_1 = 1$ 、 $\bar{\sigma}_2 = 1.06$ 、 $\bar{\sigma}_3 = 1.09$ ，其中 $\bar{\sigma}_1 = 1$ 对应于文献^[17]中命题 7 的情形。结合（8）—（9）式、（13）—（15）式以及（19）—（21）式，利用 Matlab 数学软件进行数值模拟，结果如图 2-1—2-6 所示。

2.3.2 绝对短期和长期主义投资决策

图 2-1—2-3 分别为公司的最优短期投资/第一最佳短期投资（即 s^*/s^{FB} ）、最优长期投资/第一最佳长期投资（即 l^*/l^{FB} ）以及公司的相对短期（长期）主义（即 $(s^*/s^{FB})/(l^*/l^{FB})$ ）关于公司的财务宽松程度（即代理人的延续价值 w ）的变化曲线。

结合图 2-1 和图 2-2 中的结果可以看出，当 $\bar{\sigma}_1 = 1$ 时，公司在资金充裕的情况下会同时产生短期主义和长期主义倾向，即 $s^* > s^{FB}$ ， $l^* > l^{FB}$ 。这是因为当经理人在公司中的股份很大（即 w 接近 $\bar{w}_1$ ）时，经理人股权被稀释的程度更高。为了降低这种稀释风险，委托人会采取激励措施向经理人提供强有力的短期和长期激励，即 $\beta^s = \lambda_s s$ 和 $\beta^l = \lambda_l l$ ，从而进一步促进代理人进行更多的短期和长期投资。这与文献^[17]命题 7 中当短期和长期冲击之间的相关性为正值情形下所得出的结论是一致的。即短期和长期激励都抵消了代理人股份的不利稀释，因此缓解股权稀释风险的愿望转化为强有力的激励，并相应地转化为短期和长期的过度投资。此时公司不仅考虑自身的短期绩效，也兼顾了公司的未来发展。

与 Gryglewicz 等^[17]不同的是,本文新颖地讨论了 Knight 不确定对公司短期和长期投资的影响。图 2-1 显示了 Knight 不确定性对公司最优短期投资的影响机制。注意到,当代理人的延续价值较低(即 $w \in [0, w_1^*]$)时,随着 Knight 不确定程度增大,公司的最优短期投资水平提高。我们认为,当公司的财务状况较差或者说代理人的延续价值很低时, Knight 不确定厌恶的代理人对市场环境的担忧会使其采取短期行为,即更侧重于眼前利润,并且 Knight 不确定厌恶程度越大,意味着代理人的短期投资倾向越大,从而会相应地提高最优短期投资水平。需要注意的是,公司的这种短期行为并非前文所提到的短期主义,因为在这一范围中, $s^* < s^{FB}$ 恒成立。而随着代理人延续价值的提高以及公司的财富积累,对应于图 2-1 中 $w \in [w_1^*, \bar{w}_i]$, $i \in \{1, 2, 3\}$ 的部分,公司会产生短期主义倾向(即相比于第一最佳短期投资的过度投资)来缓解代理人股份的不利稀释,并且 Knight 不确定程度越大,代理人股份面临的稀释效应越强,因此需要更长时间周期的短期激励来缓解这种稀释效应,相应地也就会延长公司短期主义的时效性。我们还可以认为,由于公司的资金较为充裕,并且代理人的经验和投资技术更加成熟,此时面临经济市场的有利冲击时(如股票市场的利好消息、政府对某一行业的大力支持等),代理人更具有信心进行过度投资,这将给公司带来更多的现金流和收益。同样在这一范围内,注意到随着 Knight 不确定程度增大,公司的最优短期投资水平减小。这是由于高价值代理人或者说经验丰富的代理人在面临不确定的市场冲击时会采取更加审慎且稳健的投资策略,来应对行业未来发展的不确定性,进而会考虑将自己的一部分用于投资短期项目的私有资金转向于投资公司的长期项目。这很好地体现了《吕氏春秋》中“谋时而动、顺势而为”的理念。

图 2-2 则展示了 Knight 不确定性对公司最优长期投资的影响。与短期投资的情形相同,公司在财务松弛程度较小时总会出现长期投资不足,即 $l^* < l^{FB}$,并且随着 Knight 不确定程度的增大,公司的最优长期投资水平在提高。这是因为当代理人在公司中的股份较小时,代理人股权面临的稀释风险较小,因此 Knight 不确定厌恶的委托人在面临现实世界中的不确定时更加倾向于公司的未来增长,于是会将一部分用于缓解经理人稀释风险的资金用于投资更有利于公司未来发展的长期项目(如投资研发新技术),从而提高最优长期投资水平。值得注意的是,与短期投资的情形相比,公司的长期投资决策有以下两方面区别:一方面,

当 w 接近甚至是等于 $\bar{w}_i, i \in \{1, 2, 3\}$ (即支付边界) 时, 最优长期投资严格低于第一最佳水平, 即 $l^*/l^{FB} < 1$ 。这是由于当 w 接近支付边界时, $v''(w) \simeq 0$ 并且 $v'(w) \simeq -1$, 而投资的直接收益 $v(w) - v'(w)w \simeq v(w) + w < v^{FB}$ 因代理问题诱发的公司清算的存在而减少, 这意味着 $l^* = (v(w) + w)/\lambda_l < v^{FB}/\lambda_l = l^{FB}$, 即长期投资不足。另一方面, 当代理人的延续价值较高时, 即 $w \in [w_2^*, \bar{w}_i], i \in \{1, 2, 3\}$, Knight 不确定性会导致公司的长期投资不足。注意到, 当 $\bar{\sigma}$ 取值为 1 时, 公司在某个范围内会产生长期主义倾向, 而当 $\bar{\sigma}$ 取值为 1.06、1.09 时, 公司会避免出现长期主义。我们认为, 正是由于 Knight 不确定性的存在, 公司对短期和长期投资政策的权衡变得愈加谨慎, 而委托人认为代理人股权面临的稀释可能被同一范围内的由过度短期投资所引起的更多的短期激励缓解, 因此相应地会减少对代理人的长期激励, 从而导致公司的长期投资不足。

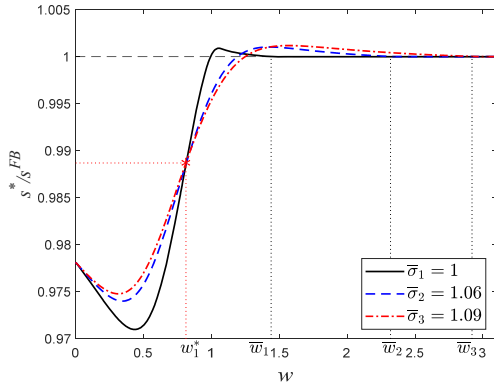


图 2-1 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下的公司最优短期投资/第一最佳短期投资随公司财务宽松程度的变化

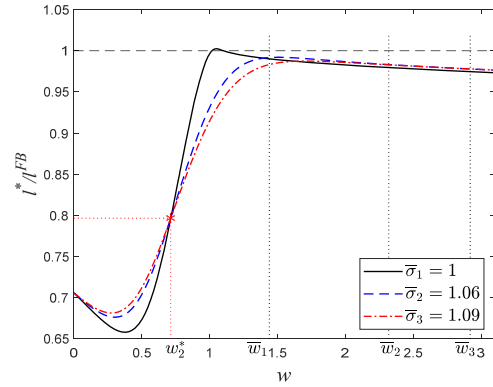


图 2-2 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下的公司最优长期投资/第一最佳长期投资随公司财务宽松程度的变化

2.3.3 相对短期（长期）主义投资决策

另外, 图 2-3 显示了 Knight 不确定性对公司的相对短期（长期）主义的影响。所谓相对短期（长期）主义, 是指与长期（短期）投资相比, 公司投资向短期（长期）扭曲。从表达式上看, 当 $(s^*/s^{FB})/(l^*/l^{FB}) > 1$ 时, 意味着公司投资向短期项目偏移, 即出现相对短期主义; 反之, 当 $(s^*/s^{FB})/(l^*/l^{FB}) < 1$ 时, 则表示公司更具有长期目的性, 即产生投资的相对长期主义。由图可知, 当公司财务宽松程度较低时, 即 $w \in [0, w_3^*]$, 公司投资更偏向于短期项目, 此时代理人更具有短期内盈利的倾向, 并且随着 Knight 不确定程度增大, 这种短期偏移的倾向在

减小。我们认为虽然在这一范围内 Knight 不确定厌恶的代理人一方面在相应地提高短期投资水平（参照图 2-1），但另一方面她也需要考虑公司的可持续性发展，因此她的这种短期情绪在逐渐减弱。而随着公司的增值以及代理人自身价值的提高，公司投资开始逐渐向长期项目偏移，并且在某一阶段出现相对长期主义，即 $(l^*/l^{FB}) > (s^*/s^{FB})$ ，有趣的是，与此同时，公司也产生了投资的绝对长期主义，即 $l^* > l^{FB}$ 。与（绝对）长期主义的情形相同，当 $\bar{\sigma}$ 取值为 1 时，公司会产生相对长期主义倾向，而当 $\bar{\sigma}$ 取值为 1.06、1.09 时，公司会避免出现相对长期主义，这与图 2-2 中的结果可以相互印证。

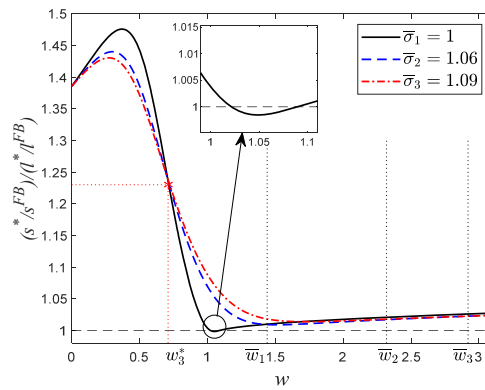
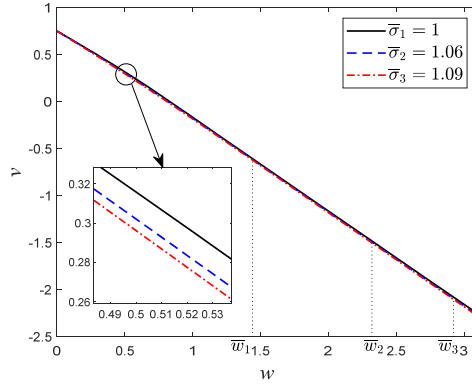
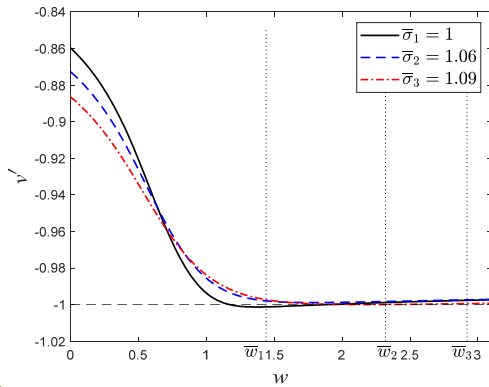
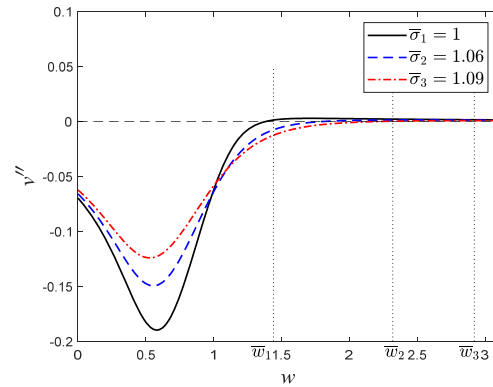


图 2-3 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下公司的相对短期（长期）主义随公司的财务宽松程度的变化

2.3.4 委托人预期收益与代理人延续价值的关系

最后，我们简要分析 Knight 不确定对委托人预期收益的影响。图 2-4 描述了 Knight 不确定环境下代理人的延续价值与委托人预期收益的关系。由图可知，随着 Knight 不确定程度的增大，委托人的价值曲线略微向下漂移，并且结合图 2-5 和图 2-6，看到代理人的支付边界 $\bar{w}$ 被延长。这与凌爱凡等^[23]近期的研究成果所得出的结论是一致的。即当委托人是 Knight 不确定厌恶（或模糊厌恶）时，其对代理人管理公司的能力产生怀疑，会产生信息摩擦和惩罚费用，从而降低了委托人的一部分收益。并且更大的 $\bar{\sigma}$ 对应于委托人更大的 Knight 不确定厌恶程度，即委托人更加质疑代理人的能力。此时委托人会要求代理人分担由于 Knight 不确定性引起的惩罚费用，因此会相应地延长支付边界。


 图 2-4 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下的委托人预期收益随公司的财务宽松程度的变化

 图 2-5 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下的委托人预期收益的变化速率随公司的财务宽松程度的变化

 图 2-6 不同参数 $\bar{\sigma}$ 下的委托人价值函数的曲率随公司的财务宽松程度的变化

2.5 本章小结

本章基于次线性期望理论框架研究了 Knight 不确定环境下具有代理冲突公司的最优投资问题，并借助数值模拟技术分析出公司的最优投资水平，将模拟数据和图像与 Gryglewicz 等^[17]的结果进行比较，并且经过实证检验，得出了一些新颖的经济学结论，以便于向公司提供一些合理化的管理和政策建议。

本章假设委托代理双方是风险中性和 Knight 不确定厌恶的，将 G-布朗运动作为驱动公司现金流和资本存量演化过程的噪声源，以次线性期望构建委托代理双方的期望收益与价值函数，在满足激励相容条件下，以代理人的延续价值作为状态变量，利用 G-动态规划原理和 G-Itô 公式推导出委托人预期收益满足的 G-HJB 方程并求解出最优短期和长期投资水平以及第一最佳情形下的最优短期和长期投资。最后，利用 Matlab 软件设定不同的 Knight 不确定参数值并绘图，结合图像分析委托代理双方的 Knight 不确定厌恶程度对公司最优短期和长期投

资选择的影响，以及公司特征与最优投资水平之间的关系。

研究结果表明：首先，当公司的财务松弛程度较低时，随着 Knight 不确定程度增大，公司应当相应地提高短期和长期投资水平，但要避免公司的短期和长期主义倾向，即控制短期和长期投资水平严格低于第一最佳水平；其次，当公司的财务松弛程度较高时，随着 Knight 不确定程度增大，公司相应地降低短期和长期投资水平是最优的，而此时公司应当更侧重于短期投资，即成为短期主义者，同时委托人应给予代理人足够的短期激励，以缓解代理人股权面临的稀释；最后，本文还表明，随着公司的财务宽松程度增大或者说代理人延续价值的提高，代理冲突问题会导致公司做出最优短期和长期主义投资决策。

第3章 兼顾企业环保表现和长（短）期财务绩效的投资问题研究

本章从契约理论的视角出发，考虑设计出一种兼顾改善环境和实现企业长短期财务业绩的满足激励相容性的最优动态金融契约，并在此基础上探究企业的最优投资策略随企业特征的变化。首先，将 Wiener 过程作为驱动企业现金流、资本存量和绿色技术投资收益演化过程的噪声源，以刻画市场上连续性的不确定冲击，并构建委托代理双方的期望收益价值函数。其次，在满足激励相容条件下，以代理人的延续价值作为状态变量，利用动态规划原理推导出委托人预期收益满足的 HJB 方程，并求解出最优投资水平以及第一最佳投资水平。最后，利用 Matlab 软件进行数值模拟，结合图像分析企业在兼顾环保表现和长短期财务业绩情形下的最优投资决策，以及不同冲击之间的相关性对最优决策的影响。

3.1 基本模型框架

本章仍然考虑在连续时间的假设前提下进行建模。假定一家兼顾企业环保表现和财务业绩的股东雇佣一名经理人负责企业的日常经营，企业的长短期财务业绩和环保表现取决于自身的投资决策，而投资决策由经理人全权负责，投资方向主要分为三个部分：（1）绿色技术投资；（2）短期投资；（3）长期资本性投资（以下简称为长期投资）。并且我们假设委托代理双方都是风险中性的。委托人对代理人的雇佣从 0 时刻开始，并在内生停时 τ 结束，此时经理人被解雇，企业面临清算。

3.1.1 兼顾环保表现和长短期财务绩效的动力学

借鉴 DeMarzo 等^[39]、Bolton 等^[2]以及 Gryglewicz 等^[17]，假设企业的资本存量演化过程 $Y = \{Y_t\}_{t \geq 0}$ 由以下的随机微分方程刻画：

$$dY_t = (l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_Y Y_t dW_t^Y. \quad (22)$$

其中， $\{W_t^Y\}_{t \geq 0}$ 是定义在完备的带流概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, P)$ 上的一维标准 Wiener 过程， $\mathbb{F}^Y = \{\mathcal{F}_t^Y : t \geq 0\}$ 是关于 Wiener 过程 $\{W_t^Y\}_{t \geq 0}$ 的域流，包含 t 时刻之前的所有信

息。(22)式的漂移项由两部分组成: 其中 l_t 是企业的长期投资, $\mu > 0$ 表示长期投资效率; $\delta > 0$ 为资本折旧率。漂移项说明了长期投资会给企业带来一定的资本积累, 进而给企业带来长期的收益, 但企业也需要考虑资本折旧, 这将会损失一部分收益。(22)式的扩散项则由 Wiener 过程驱动, 其中 $\sigma_Y > 0$ 为扩散系数, 反映委托代理双方的长期代理冲突问题(如果 $\sigma_Y = 0$, 那么企业不会面临市场中存在的随机因素的干扰, 也就是说委托代理双方具有完全相同的信息, 对应的是第一最佳情形, 即“风险共担”, 此时不存在委托代理双方的长期代理冲突问题。此外, 为了更好地定义该问题, 参考 Gryglewicz 等^[17], 假设 $l_t \in [0, l_{\max}]$ 以及 $l_{\max} < (r + \delta) / \mu$, 其中 r 是严格为正的常数, 表示委托人的折现率。

另一方面, 结合 DeMarzo 等^[39]以及 Gryglewicz 等^[17]的模型以及我们自身的研究问题, 假设企业的现金流 $X = \{X_t\}_{t \geq 0}$ 随如下所示的随机微分方程演化:

$$dX_t = Y_t dA_t = Y_t (s_t \alpha dt + \sigma_X dW_t^X). \quad (23)$$

式(23)中, A_t 为企业的累积生产率, 反映企业的生产力水平。 $s_t \in [0, s_{\max}]$ 是企业的短期投资选择。 $\alpha > 0$ 表示短期投资效率。 $\sigma_X > 0$ 为常值波动率参数, 反映委托代理双方的短期代理冲突问题。同样地, $\{W_t^X\}_{t \geq 0}$ 是定义在 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, P)$ 上的一维标准 Wiener 过程, $\mathbb{F}^X = \{\mathcal{F}_t^X : t \geq 0\}$ 是 Wiener 过程 $\{W_t^X\}_{t \geq 0}$ 生成的信息流, 满足通常的条件。也就是说, 我们假设企业生产率的增量受两方面因素的影响。一方面, dA_t 与短期投资水平成正相关, 同时短期投资效率越高, 累积生产率越大。另一方面, 企业的累积生产率也会受到市场噪声的干扰。与 Gryglewicz 等^[17]一致, 我们假设企业的现金流与资本存量 Y_t 成比例。同样地, 当 $\sigma_X = 0$ 时, 企业的现金流过程不会受到市场上的短期随机因素的干扰, 此时委托代理双方具有完全相同的信息, 即不存在短期代理冲突问题。

需要指出的是, 以上我们所提到的企业短期和长期投资项目仅仅是关注自身的财务绩效, 并不考虑对生态环境的影响和绿色技术研发投资, 我们将这种情形下的企业称为“棕色”(B)型企业, 而将考虑环保表现(即进行绿色技术投资和绿色转型)的企业称为“绿色”(G)型企业。现在我们考虑企业的绿色技术投资及其建模。根据利益相关者理论(Freeman 等^[35]), 我们假设企业并不是一味地追求短期财务上的收益和长期资本性的累积等自身利益, 还会同时兼顾环境、社会以及其他利益相关者的利益以期得到各个利益相关者的支持(Taliento

等^[48]），也就是说，企业会主动承担一部分社会责任（Le^[47]）。本文主要考虑企业在环境保护方面所承担的责任，即企业会拿出一部分资金用于绿色技术投资以帮助企业和社会实现绿色转型和可持续发展，从而改善生态环境，进而对外界产生一种“正外部性”（Pástor 等^[49]），即给社会带来积极影响。即便这类投资可能给企业带来的经济上的收益较少（Yi 等^[26]），但却可以给企业带来诸多非经济收益（Li 等^[50]），如政府的支持、公众的认可、媒体的关注与宣传等等，同时被 ESG 评级机构认定为高 ESG 表现的企业。如此一来，企业将会获得更多具备 ESG 理念的投资者的关注，成为他们的投资标的，从而融得更多资金用于自身的经营和发展，同时降低了融资成本（Cheng 等^[51]）。因此，企业很乐意将自己的一部分资金用于绿色技术投资。由此，我们定义企业的绿色技术投资给企业带来的收益（以下简称“绿色技术投资收益”） $Z = \{Z_t\}_{t \geq 0}$ 关于股本 Y_t 成比例（考虑规模效应），并且服从如下所示的过程：

$$dZ_t = Y_t(e_t \kappa dt + \sigma_z dW_t^Z), \quad (24)$$

其中， $e_t \in [0, e_{\max}]$ 表示企业的绿色技术投资水平。 κ 代表绿色技术投资效率。 σ_z 是恒大于 0 的波动率参数，反映委托代理双方之间的绿色代理冲突问题。 $\{W_t^Z\}_{t \geq 0}$ 同样是定义在 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, P)$ 上的一维标准 Wiener 过程， $\mathbb{F}^Z = \{\mathcal{F}_t^Z : t \geq 0\}$ 是 $\{W_t^Z\}_{t \geq 0}$ 生成的域流，满足通常的条件，并且我们有 $\mathbb{F}^X = \mathbb{F}^Y = \mathbb{F}^Z$ 。（24）式的扩散项则表示市场上的随机因素对企业绿色技术投资收益的冲击。当 $\sigma_z = 0$ 时，企业的绿色技术投资所产生的收益不会受到意外冲击的影响，此时委托代理双方具有完全相同的信息，代理人关于企业的绿色技术投资和绿色发展与委托人具有一致性，即不存在绿色代理冲突问题。

另外，我们假定 $\{W_t^X\}_{t \geq 0}$ 、 $\{W_t^Y\}_{t \geq 0}$ 和 $\{W_t^Z\}_{t \geq 0}$ 两两之间都是相关的，即

$$dW_t^X dW_t^Y = \rho_{x,y} dt, dW_t^X dW_t^Z = \rho_{x,z} dt, dW_t^Y dW_t^Z = \rho_{y,z} dt,$$

这里， $\rho_{m,n} \in [-1, 1]$ ， $m, n \in \{X, Y, Z\}$ 。

投资需要成本 $H(Y_t, s_t, l_t, e_t)$ ，假设投资成本关于资本存量 Y_t 是一阶齐次的，也就是说， $H(Y_t, s_t, l_t, e_t) \equiv Y_t h(s_t, l_t, e_t)$ 。这里假定 h 是递增的凸函数，为了分析的便捷性，我们考虑投资的二次成本

$$h(s_t, l_t, e_t) = \frac{1}{2}(\lambda_s s_t^2 \alpha + \lambda_l l_t^2 \mu + \lambda_e e_t^2 \kappa), \quad (25)$$

其中, λ_s 为短期投资权重, λ_l 表示长期投资权重, λ_e 表示绿色技术投资权重。

由 (25) 式可以看出, 随着企业三方面投资效率的提高或投资力度的加大, 企业所需要的成本越高。也就是说, 代理人提高努力水平的前提是委托人必须提供足够的激励来补偿代理人高昂的投资成本。

经理人受有限责任保护, 不接受来自委托人的负付款 dC_t , 并且经理人不能被要求自掏腰包支付 $H(Y_t, s_t, l_t, e_t) \equiv Y_t h(s_t, l_t, e_t)$ 的投资成本。换言之, 在经理人执行投资决策 s_t , l_t 和 e_t 之前, 委托人必须将投资所需的资金分配给经理人。因此, 在时间区间 $[t, t+dt]$ 上, 委托人向经理人支付 $dC_t + Y_t h(s_t, l_t, e_t)dt$, 并且扣除投资成本的工资支付 dC_t 必须非负, 即 $dC_t \geq 0$ 。在任意时间 t , 经理人对投资 s_t , l_t 和 e_t 有完全的自由裁量权, 并且可能将委托人移交到自己手中的资金 $Y_t h(s_t, l_t, e_t)$ 转移。具体地说, 经理人出于自身的利益考虑, 可能将委托人建议的短期投资 s_t (相应的是长期投资 l_t 和绿色技术投资 e_t) 更改任意数量 η^s (相应的是 η^l 和 η^e), 从而保持实际投资成本与已分配资金之间的差额 Δ_t , 接着, 经理人将节省的投资成本用于自身的消费, 即

$$\Delta_t = Y_t [h(s_t, l_t, e_t) - \tilde{h}(s_t - \eta^s, l_t - \eta^l, e_t - \eta^e)].$$

此外, 我们假设经理人拥有足够的私有资金, 使得她在原则上也可以促进企业的投资, 即实施投资 $\tilde{s}_t > s_t$, $\tilde{l}_t > l_t$ 以及 $\tilde{e}_t > e_t$ 。也就是说, 经理人可能会将自己的私有资金用于企业的投资, 而这取决于经理人对市场走势的判断。当企业处在有利的经济市场环境下, 经理人结合技术分析和基本面分析判断此时加大投资力度将很有可能给企业带来相当可观的收益和资本增值。因此, 出于企业的利益以及自身的价值增值考虑, 经理人会主动将自己的一部分私有资金甚至将自己持有的企业股权转让或变现, 投入于企业投资的资产池, 以提高投资水平, 从而可能会产生过度投资。而此时经理人的股权也会面临很大程度的稀释。因此需要委托人给予经理人一定的股权激励, 以缓解经理人股权的稀释, 从而降低企业面临的股权稀释风险 (Gryglewicz 等^[17])。

需要指出的是, 我们通常认为代理人比委托人更不耐烦。也就是说, 代理人要求的折现率 r 总是大于委托人的折现率 r 。因此, 委托人不能无限期推迟向代理人付款。代理人拥有一个标准化为零的外部期权, 由于代理人受到有限责任的保护, 因此她的延续价值永远不会低于她的外部期权, 否则, 她将从离开企业中

获利。企业对她的雇佣从时间 $t = 0$ 时刻开始，并在 τ 时刻将她解雇，此时企业面临清算。在清算时，委托人收回 $R > 0$ 的一部分资产，价值为 RY_τ 。

3.1.2 最优性问题

为了使企业的预期收益最大化，股东（委托人）向经理人（代理人）提供建议的短期，长期和绿色技术投资 $\{s\}$ ， $\{l\}$ 以及 $\{e\}$ 。并且在 $t=0$ 时刻向经理人提供一份完全承诺契约，该契约规定了给予经理人的工资支付 $\{C\}$ ，建议投资 $\{s\}$ ， $\{l\}$ 和 $\{e\}$ ，以及契约终止时间 τ 。由于经理人不能被支付任何扣除投资成本的负金额，并且过程 $\{C\}$ 是非减的，因此，对于所有的 $t \geq 0$ ，我们有 $dC_t \geq 0$ 。此外，该契约规定，不能要求代理人为投资提供资金。因此，经理人在 t 时刻从委托人手中获得投资成本 $h(Y_t, s_t, l_t, e_t)$ 。我们用 $\phi = (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \{e\}, \tau)$ 五元组表示该契约，其中所有的元素关于 $\mathcal{F}$ 都是循序可测的。需要注意的是，经理人的实际投资选择为 $\{\tilde{s}\}$ ， $\{\tilde{l}\}$ 和 $\{\tilde{e}\}$ 。对于所有的 $t \geq 0$ ，如果 $s_t = \tilde{s}_t$ ， $l_t = \tilde{l}_t$ 以及 $e_t = \tilde{e}_t$ ，那么称该契约具有激励相容性。由于本文的重点之一是设计出一种激励相容契约，并且用 Φ 表示这些契约的集合，所以在后文中我们不会正式地区分建议投资和实际投资。

给定一份激励相容契约 ϕ ，我们定义代理人在 $t \geq 0$ 时刻的期望收益（即她的延续价值）为

$$J_t = J_t(\phi) \equiv E_t \left[\int_t^\tau e^{-\gamma(u-t)} dC_u \right].$$

其中， $J_t = J_t(\phi)$ 等于代理人从 $t \geq 0$ 开始遵循推荐路径所获得的承诺价值。

$J_0 = J_0(\phi)$ 是代理人在初始时刻的期望收益。 $E_t[\cdot]$ 表示条件期望。

另一方面，股东收到扣除投资成本的企业现金流和绿色技术投资收益，并支付给经理人报酬。因此，给定契约 ϕ ，企业的预期收益可以表示为

$$\hat{V}(J, Y) \equiv E \left[\int_0^\tau e^{-rt} \left(\underbrace{dX_t}_{\text{现金流}} - \underbrace{Y_t h(s_t, l_t, e_t)}_{\text{投资成本}} + \underbrace{dZ_t}_{\text{绿色技术投资收益}} - \underbrace{dC_t}_{\substack{\text{支付给} \\ \text{经理人的薪酬}}} \right) + \underbrace{e^{-r\tau} RY_\tau}_{\substack{\text{契约} \\ \text{终止价值}}} \middle| J_0 = J, Y_0 = Y \right].$$

企业的最终目标是最大化企业现金流加上绿色技术投资收益并扣除支付给经理人的薪酬和投资成本的终止价值的现值。其中我们通常假设委托人拥有完全的议价能力。故企业的最优性问题可以表示为

$$V(J, Y) \equiv \max_{\phi \in \Phi} E \left[\int_0^{\tau} e^{-rt} (dX_t - Y_t h(s_t, l_t, e_t)) dt + dZ_t - dC_t \right] + e^{-r\tau} RY_{\tau} \Big| J_0 = J, Y_0 = Y \Big], \quad (26)$$

s.t. 对于所有的 $t \geq 0$, $J_t \geq 0$ 以及 $dC_t \geq 0$ 成立。

3.2 模型的解

本节首先推导出了在没有代理冲突情况下（即当 $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ ，没有噪声掩盖代理人的行为时）的企业价值函数和最优短期、长期和绿色技术投资水平，此时市场上的随机冲击效应不存在于我们的模型中。本文将这种情形称为第一最佳（Fest-Best）结果，对应的最优短期、长期和绿色技术投资称为第一最佳短期、长期和绿色技术投资（ s^{FB} 、 l^{FB} 和 e^{FB} ），而将 $s < s^{FB}$ 、 $l < l^{FB}$ 和 $e < e^{FB}$ 称作投资不足，将 $s > s^{FB}$ 、 $l > l^{FB}$ 和 $e > e^{FB}$ 称为过度投资。

3.2.1 第一最佳短期和长期投资

给定企业最优性问题的平稳性，假定决策变量 s 、 l 和 e 的选择是时不变的并且没有代理冲突，此时企业的现金流、资本存量以及绿色技术投资收益过程的随机扩散项消失。则（26）式退化为

$$V^{FB}(Y) = \max_{(s, l, e) \in [0, s_{\max}] \times [0, l_{\max}] \times [0, e_{\max}]} \frac{Y}{r + \delta - \mu l} \left[as + \kappa e - \frac{1}{2} (\lambda_s a s^2 + \lambda_l \mu l^2 + \lambda_e \kappa e^2) \right] \equiv Y v^{FB}. \quad (27)$$

我们称 $V^{FB}(Y)$ 为第一最佳企业价值， v^{FB} 为没有代理冲突下的比例企业价值，其中短期、长期和绿色技术投资选择 $\{s^{FB}, l^{FB}, e^{FB}\}$ 使企业的价值（即委托人的预期收益）最大。接下来我们可以利用（27）式求解出在没有代理冲突情形下企业的第一最佳投资水平。下面的命题给出了这一重要结论，其推导可以参考附录 A 中命题 1 的证明。

命题 4 假设对于 $i \in \{s, l, e\}$ 的边界 $i_{\max}$ 足够大，使得第一最佳的解是内部的，那么以下结论成立：

（1）第一最佳（FB）短期投资满足：

$$s^{FB} = 1 / \lambda_s. \quad (28)$$

（2）第一最佳（FB）长期投资满足：

$$l^{FB} = \frac{1}{\mu} \left[r + \delta - \sqrt{(r + \delta)^2 - \mu(\alpha \lambda_e + \kappa \lambda_s) / (\lambda_s \lambda_l \lambda_e)} \right] = v^{FB} / \lambda_l. \quad (29)$$

(3) 第一最佳 (FB) 绿色技术投资满足:

$$e^{FB} = 1/\lambda_e. \quad (30)$$

3.2.2 最优性问题的解

现在我们开始求解具有短期、长期和绿色代理冲突的模型，即假设 $\sigma_x > 0$ 、 $\sigma_y > 0$ 以及 $\sigma_z > 0$ 。由于该契约规定了企业的投资决策 $\{s\}$ 、 $\{l\}$ 和 $\{e\}$ ，支付给代理人的工资 C ，以及契约终止时间 τ ，这些都是关于企业利润历史的函数，因此，给定一份激励相容契约和截止到 t 时刻的历史，代理人未来薪酬的期望价值的折现值由 J_t 给出。与 DeMarzo 和 Sannikov^[36]、Sannikov^[37] 以及 Gryglewicz^[17] 中所讨论的类似，为了刻画代理人延续价值的动力学方程，可以借助以下引理。其证明详见附录 A 中引理 2 的证明。

引理 2 假设 J_t 表示代理人的延续价值过程，那么存在可积的适应过程 $\{\beta_t^s\}_{t \geq 0}$ 、 $\{\beta_t^l\}_{t \geq 0}$ 以及 $\{\beta_t^e\}_{t \geq 0}$ ，基于代理人的工资支付 C_t 、企业的现金流过程 X_t 、企业的资本存量过程 Y_t 以及绿色技术投资收益过程 Z_t ，代理人延续价值 J_t 服从如下的随机微分方程：

$$dJ_t = \gamma J_t dt - dC_t + \beta_t^s (dX_t - \alpha s_t Y_t dt) + \beta_t^l (dY_t - (\mu l_t - \delta) Y_t dt) + \beta_t^e (dZ_t - \kappa e_t Y_t dt). \quad (31)$$

方程 (31) 表明，代理人的延续价值必须以 γ 为速率增长，以补偿其对时间的偏好。此外，薪酬必须对企业的业绩足够敏感，这种敏感性由过程 $\beta_t^s = dJ_t / dX_t$ 、 $\beta_t^l = dJ_t / dY_t$ 以及 $\beta_t^e = dJ_t / dZ_t$ 来刻画，以保持激励相容性，同时我们称 β_t^s 、 β_t^l 和 β_t^e 分别为委托人给与代理人的短期、长期和绿色激励。

为了理解为什么这样的激励方案可以使委托代理双方的利益一致，首先我们假设经理人做出的长期投资决策 $\tilde{l}_t$ 和绿色技术投资决策 $\tilde{e}_t$ 遵从委托人建议的长期投资 l_t 和绿色技术投资 e_t （即 $l_t = \tilde{l}_t$ 和 $e_t = \tilde{e}_t$ ），而偏离委托人建议的短期投资 s_t 并且在瞬时区间 $[t, t+dt]$ 内做出短期投资决策 $\tilde{s}_t = s_t - \eta^s$ 。通过这样做，她节省了一定的投资成本用于自己的私人消费（如前文所述）：

$$Y_t (h(s_t, l_t, e_t) - h(s_t - \eta^s, \tilde{l}_t, \tilde{e}_t)) dt \simeq Y_t h_s(s_t, l_t, e_t) \eta^s dt = Y_t \alpha \lambda_s s_t \eta^s dt.$$

然而与此同时，她也降低了平均现金流 $dX_t = Y_t \alpha \eta^s dt$ ，所以她的整体薪酬降低了

$$dJ_t = \beta_t^s \cdot dX_t = Y_t \alpha \eta^s \beta_t^s dt.$$

因而，如果代理人通过减少短期投资所降低的投资成本恰好等于其降低的薪酬，即

$$Y_t \alpha \lambda_s s_t \eta^s dt = Y_t \alpha \eta^s \beta_t^s dt.$$

那么经理人不会偏离委托人所规定的短期投资。因此我们得到了第一个激励相容条件

$$\beta_t^s = \lambda_s s_t. \quad (32)$$

另一方面，如果经理人实施的实际短期和绿色技术投资决策 $\tilde{s}_t$ 和 $\tilde{e}_t$ 遵从委托人的建议，即 $s_t = \tilde{s}_t$ 和 $e_t = \tilde{e}_t$ ，而偏离委托人建议的长期投资 l_t 并且在瞬时区间 $[t, t + dt]$ 内做出长期投资决策 $\tilde{l}_t = l_t - \eta^l$ 。那么她所节省的投资成本为：

$$Y_t (h(s_t, l_t, e_t) - h(\tilde{s}_t, \tilde{l}_t - \eta^l, \tilde{e}_t)) dt \simeq Y_t h_l(s_t, l_t, e_t) \eta^l dt = Y_t \mu \lambda_l l_t \eta^l dt.$$

由于经理人降低了部分长期投资，企业的资本存量也随之减少了 $dY_t = Y_t \mu \eta^l dt$ ，因此她的整体薪酬降低了

$$dJ_t = \beta_t^l \cdot dY_t = Y_t \mu \eta^l \beta_t^l dt.$$

也就是说，假如代理人通过减少长期投资所节省的投资成本恰好等于其降低的薪酬，即

$$Y_t \mu \lambda_l l_t \eta^l dt = Y_t \mu \eta^l \beta_t^l dt.$$

那么经理人不会偏离委托人所建议的长期投资。故我们得到了使委托代理双方利益一致的第二个激励相容条件，即

$$\beta_t^l = \lambda_l l_t. \quad (33)$$

最后，如果经理人实施的实际短期和长期投资决策 $\tilde{s}_t$ 和 $\tilde{l}_t$ 与委托人建议的投资水平一致，即 $s_t = \tilde{s}_t$ 和 $l_t = \tilde{l}_t$ ，而偏离委托人建议的绿色技术投资 e_t 并且在瞬时区间 $[t, t + dt]$ 内做出投资决策 $\tilde{e}_t = e_t - \eta^e$ 。那么她所节省的投资成本为：

$$Y_t (h(s_t, l_t, e_t) - h(\tilde{s}_t, \tilde{l}_t, \tilde{e}_t - \eta^e)) dt \simeq Y_t h_e(s_t, l_t, e_t) \eta^e dt = Y_t \kappa \lambda_e e_t \eta^e dt.$$

这样做的同时，她也降低了绿色技术投资收益 $dZ_t = Y_t \kappa \eta^e dt$ ，所以她的整体薪酬降低了

$$dJ_t = \beta_t^e \cdot dZ_t = Y_t \kappa \eta^e \beta_t^e dt.$$

同理，如果满足

$$Y_t \kappa \lambda_e e_t \eta^e dt = Y_t \kappa \eta^e \beta_t^e dt.$$

那么经理人不会偏离委托人所建议的绿色技术投资。故我们得到了使委托代理双方利益一致的第三个激励相容条件，即

$$\beta_t^e = \lambda_e e_t. \quad (34)$$

从而我们推导出了最优契约所需要满足的激励相容条件，这里的 $\beta_t^s = \lambda_s s_t$ 、 $\beta_t^l = \lambda_l l_t$ 和 $\beta_t^e = \lambda_e e_t$ 分别为委托人给予代理人的短期、长期和绿色激励，并且分别与代理人的短期、长期和绿色技术投资水平成正比。也就是说，代理人的投资水平越高（或者说代理人的努力程度越大），委托人给予代理人的补偿也越多。当激励相容条件满足时，第二最佳情形（参见 Cvitanić 和 Zhang^[40]）从我们的模型中消失，即此时不存在道德风险问题。

在最优契约中，委托人的价值函数由 $V(J, Y)$ 给出，也就是给定 Y 和 J 时委托人所能获得的最高期望收益。尽管我们的模型中有两个状态变量，但企业环境的比例不变性允许我们写出 $V(J, Y) = Yv(j)$ ，因而可以将该问题化简为单一状态变量： $j \equiv J/Y$ ，它的含义是委托人按比例承诺支付给代理人的薪酬。

为了描述最优补偿策略及其对委托人比例价值函数 $v(j)$ 的影响，需要指出的是，委托人始终可以用现金补偿代理人，使得 j 每增加 1 元的成本最多为 1 元，并且 $v'(j) \geq -1$ 。此外，如 (31) 所示，延迟补偿提高了 J 和 j 的增长率，从而降低了清算风险，但由于代理人的不耐烦（即 $\gamma > r$ ），所以这样做的成本很高。因此，对于较低的 j ，最优契约设 $dc \equiv dC/Y$ 为 0，并且在企业积累了充足的财务宽松后才向经理人承诺支付薪酬。也就是说，存在一个临界值 $\bar{j}$ ，使得

$$v'(\bar{j}) = -1 \text{ 以及 } dc = \max\{0, j - \bar{j}\}. \quad (35)$$

其中，最优支出边界由下式给出

$$v''(\bar{j}) = 0. \quad (36)$$

当 j 降至零时，契约终止，企业将面临清算，因此

$$v(0) = R. \quad (37)$$

R 表示企业的清算价值。

当 $j \in [0, \bar{j}]$ ，代理人的补偿被延迟，并且 $dc = 0$ 。接下来，我们给出委托人比例价值函数 $v(j)$ 满足的 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程。

命题 5 最优契约 $\phi \equiv (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \{e\}, \tau)$ 将由以下委托人比例价值函数的 HJB 方程给出

$$\begin{aligned} (r + \delta)v(j) = & \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} \left\{ s\alpha + e\kappa - \frac{1}{2}(\lambda_s s^2 \alpha + \lambda_l l^2 \mu + \lambda_e e^2 \kappa) \right. \\ & + jv'(j)(\gamma + \delta - \mu l) + \mu l v(j) + \frac{1}{2}v''(j)[(\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^l \sigma_y)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 \\ & \left. + 2\sigma_y(\beta^l - j)(\beta^s \sigma_x \rho_{x,y} + \beta^e \sigma_z \rho_{y,z}) + 2\beta^s \beta^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} - j\sigma_y^2(2\beta^l - j)] \right\}, \end{aligned} \quad (38)$$

其边界条件满足 (35) — (37) 式，并且受到激励相容条件 (32) — (34) 的约束。其证明详见附录 A 中命题 5 的证明。

为了方便起见，以下我们将 Y 标准化为单位 1，并将 $v(j)$ 称为委托人的期望收益，而不是按比例计算的期望收益。需要指出的是，在本文中 j 有两层含义。一方面， j 代表企业的财务宽松程度，当 j 接近于 0 时，企业接近清算，此时企业面临财务困境；当 j 接近于 $\bar{j}$ 时，企业资金充裕，财务较为宽松。另一方面，总体价值 $V(J, Y) + J$ 在委托人和代理人之间进行划分，其中代理人获得总体价值的一部分

$$Q(j) = \frac{J}{V(J, Y) + J} = \frac{j}{v(j) + j}.$$

由于对于所有的 $j \in (0, \bar{j})$ ， $Q'(j) > 0$ ，比例延续价值 j 对应于总体企业价值中代理人所占的部分，因此，我们也称 j 为代理人在企业中的股份。当代理人的股份 j 降为 0 时，她没有留下来的动机从而会选择离开企业；而当 j 接近于 $\bar{j}$ 时，代理人在企业中所持有的股份较大，此时她所面临的股权稀释风险越高。下面的命题总结了我们关于最优契约的结论：

命题 6 设 $\phi \equiv (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \{e\}, \tau)$ 为求解问题 (26) 的最优契约。则下面的结论成立：

(1) 存在 $\mathcal{F}$ -循序可测过程 $\{\beta_t^s\}_{t \geq 0}$ 、 $\{\beta_t^l\}_{t \geq 0}$ 和 $\{\beta_t^e\}_{t \geq 0}$ 使得代理人的延续价值 J_t 满足方程 (31)。最优契约是激励相容的，因为受到激励相容条件 (32) — (34) 的约束，其中 $\{s\}$ 、 $\{l\}$ 和 $\{e\}$ 分别是企业的最优短期、长期和绿色技术投资

决策；

(2) 企业价值与企业规模成正比，即 $V(J, Y) = Yv(j)$ 。比例企业价值 $v(j)$ 是方程 (38) 在 $[0, \bar{j}]$ 上满足边界条件 (35) — (37) 的唯一解。对于 $j > \bar{j}$ ，比例价值函数满足 $v(j) = v(\bar{j}) - (j - \bar{j})$ ；

(3) 函数 $v(j)$ 在 $[0, \bar{j}]$ 上是严格的凹函数。

3.2.3 代理冲突下的最优投资策略

接下来，在给定的 HJB 方程的基础上，我们考虑代理冲突下企业的最优投资决策。首先考虑短期现金流、长期资本以及绿色技术投资收益受到的冲击之间的相关性为零的情形（即 $\rho_{x,y} = \rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ）。从而，HJB 方程 (38) 简化为：

$$(r + \delta)v(j) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} \left\{ s\alpha + e\kappa - \frac{1}{2}(\lambda_s s^2 \alpha + \lambda_l l^2 \mu + \lambda_e e^2 \kappa) + jv'(j)(\gamma + \delta - \mu l) + \mu l v(j) + \frac{1}{2}v''(j)[(\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^l \sigma_y)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 - j\sigma_y^2(2\beta^l - j)] \right\}. \quad (39)$$

如前文所述，假设这些参数使得投资水平 s 、 l 和 e 是内部的，也就是说，对于 $i \in \{s, l, e\}$ 的边界 $i_{\max}$ 足够大。接着对方程 (39) 中的右边表达式分别关于 s 、 l 和 e 求偏导数并令其等于零，并且利用激励相容条件 (32) — (34)，则可以得到最优短期、长期和绿色技术投资满足的一阶条件 (FOC)，从而得出最优投资水平 $s^*(j)$ 、 $l^*(j)$ 以及 $e^*(j)$ 。下面的命题总结了我们关于最优投资水平的结论。

命题 7 当冲击之间的相关性为零（即 $\rho_{x,y} = \rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ）时，最优短期投资水平 $s^*(j)$ 由如下所示的表达式给出：

$$s^*(j) = \frac{\alpha}{\lambda_s \alpha - v''(j)(\lambda_s \sigma_x)^2}. \quad (40)$$

其中 α 表示短期投资的直接收益， $\lambda_s \alpha$ 表示短期投资的直接成本， $-v''(j)(\lambda_s \sigma_x)^2$ 表示短期投资的代理成本。

最优长期投资 $l^*(j)$ ：

$$l^*(j) = \frac{\mu(v(j) - v'(j)j) - v''(j)j\lambda_l \sigma_y^2}{\lambda_l \mu - v''(j)(\lambda_l \sigma_y)^2}. \quad (41)$$

其中 $\mu(v(j) - v'(j)j)$ 表示长期投资的直接收益， $-v''(j)j\lambda_l \sigma_y^2$ 表示降低股权稀释风

险效应, $\lambda_l \mu$ 表示长期投资的直接成本, $-v''(j)(\lambda_l \sigma_y)^2$ 表示长期投资的代理成本。

以及最优绿色技术投资 $e^*(j)$:

$$e^*(j) = \frac{\kappa}{\lambda_e \kappa - v''(j)(\lambda_e \sigma_z)^2}. \quad (42)$$

其中 κ 表示企业进行绿色技术投资所产生的直接收益, $\lambda_e \kappa$ 表示绿色技术投资的直接成本, $-v''(j)(\lambda_e \sigma_z)^2$ 表示绿色技术投资的代理成本。

从 (40) 式中可以看到, 除了在边界处 $\bar{j}$ 以外 (此时 $v''(\bar{j}) = 0$), 最优短期投资始终处于投资不足的状态, 也就是说, 当 $0 < j < \bar{j}$, $s^* < s^{FB}$ 恒成立。这与 Gryglewicz 等^[17]的结论相同。

由 (41) 式可知, 只有当企业面临长期代理冲突时, 才会产生长期的过度投资, 这与我们的假设一致。当从模型中移除长期代理冲突 (即 $\sigma_y = 0$) 时, 长期投资 l 是可观测的, 且长期合同是可签订的, 此时长期投资满足: $l^*(j) = (v(j) - v'(j)j)/\lambda_l < v^{FB}/\lambda_l = l^{FB}$, 即长期投资不足。

与 Gryglewicz 等^[17]相比, 我们的贡献在于给出了企业考虑环保表现而做出的绿色技术投资的表达式。(42) 式揭示了绿色技术投资水平与各参数之间的关系。由 (42) 式可知, 绿色代理冲突会导致企业的绿色技术投资不足。也就是说, 当 $\sigma_z \neq 0$ 时, 对于 $0 < j < \bar{j}$, $e^*(j) < e^{FB}$ 恒成立。这与短期投资的情形类似。当 $j = \bar{j}$ 时, $v''(j) = 0$, 此时 $e^*(j) = e^{FB}$; 而当 $0 < j < \bar{j}$ 时, 由委托人收益的价值函数 $v(j)$ 的凹性 (Sannikov^[37]) 可知, $v''(j) < 0$ 成立。因此, $-v''(j)(\lambda_e \sigma_z)^2 > 0$ 恒成立。即 $e^*(j) < e^{FB} = e^*(\bar{j})$ 。此外, 我们可以看出, 企业一旦提高绿色技术投资的效率 κ 进而增加投资带来的收益, 不仅会增加直接的货币成本 $\lambda_e \kappa$, 还会增加一部分代理成本。因为代理人更高的投资水平对应于委托人更高的激励 (由 $\beta^e = \lambda_e e$ 可知)。因此, 代理人的股权会变得更加不稳定, 这会增加成本高昂的清算风险, 从而导致内生代理成本或投资的激励成本。

值得注意的是, 与短期投资和绿色技术投资的情形相比, 最优长期投资的表达式多出了 $-v''(j)j\lambda_l \sigma_y^2$ 这一项, 该项表示降低股权稀释风险效应。也就是说, 当随机因素冲击之间的相关性为零时, 长期投资可以缓解代理人股权的稀释。并且由于 $v''(j) < 0$, 这种效应明显地提高了长期投资。为了理解这一效应的来源, 我们可以借助以下引理。其证明详见附录 A 中引理 3 的证明。

引理 3 假设冲击之间的相关性为零（即 $\rho_{x,y} = \rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ）， J_t 表示代理人的延续价值， j_t 表示代理人的比例延续价值，并且 $j_t = J_t / Y_t$ ，基于企业的现金流过程 X_t 、企业的资本存量过程 Y_t 以及绿色技术投资收益过程 Z_t ，并且在给定 (31) 式的基础上，代理人的比例延续价值过程 j_t 服从如下的随机微分方程：

$$dj_t = (\gamma + \delta - \mu l_t)j_t dt + \beta_t^s \sigma_x dW_t^x + \beta_t^e \sigma_z dW_t^z + (\beta_t^l - j_t) \sigma_y dW_t^y. \quad (43)$$

此时，代理人比例延续价值增量 dj_t 的瞬时方差为：

$$\Sigma(j) \equiv \frac{\text{Var}(dj_t)}{dt} = (\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 + (\beta^l - j)^2 \sigma_y^2. \quad (44)$$

借鉴 Gryglewicz 等^[17]的分析。从方程 (43) 中我们可以看到，正向的永久性冲击 dW^y 对代理人的薪酬有两种相反的影响。首先，代理人因为较好的业绩表现而受到奖励，通过敏感性 β^l 来实现，并被承诺会得到未来更高的薪酬 J 。这使 $j = J/Y$ （通过它的分子）增加了 $\beta^l \sigma_y dW^y$ ，并且 $\beta^l \sigma_y dW^y = \lambda_l l \sigma_y dW^y$ 。其次，企业规模 Y 的增长超过了预期，从而使代理人的股份 $j = J/Y$ （通过它的分母）减少了 $j \sigma_y dW^y$ 。我们将因正向冲击 $dW^y > 0$ 而导致的代理人股份的减少称作为稀释，并且将由这种效应产生的波动（即 $-j \sigma_y$ ）称作为稀释风险。由于基于绩效的薪酬和稀释作用是相反的，使 j 在两个完全相反的方向上移动，因此长期激励 β^l 缓解了稀释效应，在其他条件不变的情况下，这也降低了风险（由 (44) 式可以看出），因此是有益的。这使得签订长期投资契约变得更便宜，并且提高了长期投资 l 。

更一般地说，我们的模型表明，经理人的薪酬应当随企业规模的增加而增加。事实上，企业规模的增加（由于正向的永久性冲击 $dW^y > 0$ ）提高了企业的未来现金流率和未来现金流冲击的幅度。因此，企业不仅变得更有利可图，而且面临的风险（按绝对值计算）也更大。这两种效应都要求提高经理人的延续价值，这将更好地协调经理人和委托人的利益，并有助于签订长期投资契约。

从代理成本的角度来看这一影响更具有说明性。只要 $\beta^l < j$ ，提高 β^l 就会降低 j 的波动性，和瞬时方差 $\Sigma(j)$ ，从而降低清算风险。因此，长期投资的有效（边际）代理成本由风险的净变化来控制，即

$$-v''(j)l(\lambda_l \sigma_y)^2 + v''(j)j\lambda_l \sigma_y^2 = -v''(j)\sigma_y^2 \lambda_l (\lambda_l l - j).$$

其中 $-v''(j)\sigma_y^2 \lambda_l (\lambda_l l - j)$ 表示有效代理成本。与投资的代理成本的情形一样，缓解

稀释风险的好处取决于 j 的波动性对投资者价值函数的影响程度有多大, 即关于委托人的有效风险规避 $-v''(j)$ 。因此, 当比例价值函数的凹性最大时, 通过长期激励 β' 缓解稀释最为有利。这种效应在 $j = \bar{j}$ (此时 $v''(\bar{j}) = 0$) 处消失。当 j 趋近于 $\bar{j}$ 时, 并因此 $v''(j) \simeq 0$ 以及 $v'(j) \simeq -1$, 企业总是投资不足, 因为投资的直接收益 $v(j) - v'(j)j \simeq v(j) + j < v^{FB}$ 因道德风险和代理诱导的企业清算的存在而减少, 这意味着 $l(j) = (v(j) + j) / \lambda_l < v^{FB} / \lambda_l = l^{FB}$ 。

3.2.4 非零相关性情形下的最优投资决策

接下来, 我们考虑短期现金流、长期资本以及绿色技术投资收益受到的冲击之间的相关性非零的情形 (即 $\rho_{m,n} \neq 0, m, n \in \{X, Y, Z\}$, 且 $m \neq n$)。与前文的操作相同, 对方程 (38) 分别关于 s 、 l 和 e 求偏导数并令其等于零, 并且利用激励相容条件 (32) — (34), 则可以得到最优短期、长期和绿色技术投资满足的一阶条件, 从而得出相关性非零情形下的最优投资水平。下面的命题给出了我们关于该情形下的最优投资水平的结论。

命题 8 当冲击之间的相关性非零时, 最优短期投资水平 $s(j)$ 由如下所示的表达式给出:

$$s(j) = \frac{\alpha + v''(j)\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y\lambda_s(\lambda_l l(j) - j) + v''(j)\rho_{X,Z}\sigma_X\sigma_Z\lambda_s\lambda_e e(j)}{\lambda_s\alpha - v''(j)(\lambda_s\sigma_X)^2}. \quad (45)$$

其中 α 表示短期投资的直接收益, $\lambda_s\alpha$ 表示短期投资的直接成本, $-v''(j)(\lambda_s\sigma_X)^2$ 表示短期投资的代理成本, $v''(j)\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y\lambda_s(\lambda_l l(j) - j)$ 表示短期和长期投资之间的外部性, 并且 $-jv''(j)\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y\lambda_s$ 表示降低股权稀释风险效应, $v''(j)\rho_{X,Z}\sigma_X\sigma_Z\lambda_s\lambda_e e(j)$ 表示短期投资和绿色技术投资之间的外部性。

最优长期投资 $l(j)$:

$$l(j) = \frac{\mu(v(j) - jv'(j)) + v''(j)\sigma_Y\lambda_l(\lambda_s s(j)\rho_{X,Y}\sigma_X + \lambda_e e(j)\rho_{Y,Z}\sigma_Z) - v''(j)j\lambda_l\sigma_Y^2}{\lambda_l\mu - v''(j)(\lambda_l\sigma_Y)^2}. \quad (46)$$

其中 $\mu(v(j) - jv'(j))$ 表示长期投资的直接收益, $-v''(j)j\lambda_l\sigma_Y^2$ 表示降低股权稀释风险效应, $\lambda_l\mu$ 表示长期投资的直接成本, $v''(j)\sigma_Y\lambda_l(\lambda_s s(j)\rho_{X,Y}\sigma_X + \lambda_e e(j)\rho_{Y,Z}\sigma_Z)$ 表示短期和绿色技术投资关于长期投资之间的外部性, $-v''(j)(\lambda_l\sigma_Y)^2$ 表示长期投资

的代理成本。

最优绿色技术投资 $e(j)$ ：

$$e(j) = \frac{\kappa + v''(j)\rho_{Y,Z}\sigma_Y\sigma_Z\lambda_e(\lambda_l l(j) - j) + v''(j)\rho_{X,Z}\sigma_X\sigma_Z\lambda_e\lambda_s s(j)}{\lambda_e\kappa - v''(j)(\lambda_e\sigma_Z)^2}. \quad (47)$$

其中 κ 表示绿色技术投资的直接收益， $\lambda_e\kappa$ 表示绿色技术投资的直接成本， $-v''(j)(\lambda_e\sigma_Z)^2$ 表示绿色技术投资的代理成本， $v''(j)\rho_{Y,Z}\sigma_Y\sigma_Z\lambda_e(\lambda_l l(j) - j)$ 表示绿色技术投资和长期投资之间的外部性，其中 $-jv''(j)\rho_{Y,Z}\sigma_Y\sigma_Z\lambda_e$ 表示降低股权稀释风险效应， $v''(j)\rho_{X,Z}\sigma_X\sigma_Z\lambda_e\lambda_s s(j)$ 表示绿色技术投资和短期投资之间的外部性。

由 (45) — (47) 式可知，当冲击之间的相关性非零时短期投资和绿色技术投资也可以缓解由于正向冲击 $dW^Y > 0$ 导致的代理人股权的稀释。正如前文所讨论的，在没有相关性的情况下，委托人通过将代理人的薪酬与长期现金流冲击挂钩并增加长期激励来抵消这种稀释效应。而当不同来源的冲击成正（负）相关时，也可以通过更高（更低）的短期（绿色）投资所触发的短期（绿色）激励来降低稀释风险。为了更清楚地分析企业投资策略的变化，联立 (45) — (47) 式，求解出关于最优投资决策的最终表达式：

$$\hat{e}^*(j) = \frac{(b_1b_2 + b_4b_5)(b_2b_3 + b_4b_6) + (b_4b_8 + b_1b_3)(b_4b_7 - b_2^2)}{(b_4b_9 - b_3^2)(b_4b_7 - b_2^2) - (b_2b_3 + b_4b_6)^2}, \quad (48)$$

以及

$$\hat{l}^*(j) = \frac{(b_1b_2 + b_4b_5) + (b_2b_3 + b_4b_6)\hat{e}^*(j)}{b_4b_7 - b_2^2}, \quad (49)$$

以及

$$\hat{s}^*(j) = \frac{b_1 + b_2\hat{l}^*(j) + b_3\hat{e}^*(j)}{b_4}. \quad (50)$$

其中

$$b_1 = \alpha - v''(j)\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y\lambda_s j,$$

$$b_2 = v''(j)\rho_{X,Y}\sigma_X\sigma_Y\lambda_s\lambda_l,$$

$$b_3 = v''(j)\rho_{X,Z}\sigma_X\sigma_Z\lambda_s\lambda_e,$$

$$b_4 = \lambda_s \alpha - v''(j)(\lambda_s \sigma_x)^2,$$

$$b_5 = \mu(v(j) - jv'(j)) - v''(j)j\lambda_l \sigma_y^2,$$

$$b_6 = v''(j)\rho_{y,z}\sigma_y\sigma_z\lambda_l\lambda_e,$$

$$b_7 = \lambda_l\mu - v''(j)(\lambda_l\sigma_y)^2,$$

$$b_8 = \kappa - v''(j)\rho_{y,z}\sigma_y\sigma_z\lambda_e j,$$

$$b_9 = \lambda_e\kappa - v''(j)(\lambda_e\sigma_z)^2.$$

将 (40) — (42) 式代入到 HJB 方程 (39) 中, 并且结合激励相容条件 (32) — (34), 我们可以得到冲击之间的相关性为零情形下的非线性常微分方程 (ODE):

$$\begin{aligned} (r + \delta)v(j) = & s^*\alpha + e^*\kappa - \frac{1}{2}(\lambda_s s^{*2}\alpha + \lambda_l l^{*2}\mu + \lambda_e e^{*2}\kappa) + jv'(j)(\gamma + \delta - \mu l^*) \\ & + \mu l^*v(j) + \frac{1}{2}v''(j)[(\lambda_s s^*\sigma_x)^2 + (\lambda_l l^*\sigma_y)^2 + (\lambda_e e^*\sigma_z)^2 - j\sigma_y^2(2\lambda_l l^* - j)]. \end{aligned} \quad (51)$$

将 (48) — (50) 式代入到 HJB 方程 (38) 中, 并且结合激励相容条件 (32) — (34), 得到冲击之间的相关性非零情形下的非线性常微分方程:

$$\begin{aligned} (r + \delta)v(j) = & \hat{s}^*\alpha + \hat{e}^*\kappa - \frac{1}{2}(\lambda_s \hat{s}^{*2}\alpha + \lambda_l \hat{l}^{*2}\mu + \lambda_e \hat{e}^{*2}\kappa) \\ & + jv'(j)(\gamma + \delta - \mu \hat{l}^*) + \mu \hat{l}^*v(j) + \frac{1}{2}v''(j)[(\lambda_s \hat{s}^*\sigma_x)^2 + (\lambda_l \hat{l}^*\sigma_y)^2 \\ & + (\lambda_e \hat{e}^*\sigma_z)^2 + 2\sigma_y(\lambda_l \hat{l}^* - j)(\lambda_s \hat{s}^*\sigma_x\rho_{x,y} + \lambda_e \hat{e}^*\sigma_z\rho_{y,z}) \\ & + 2\lambda_s \hat{s}^*\lambda_e \hat{e}^*\sigma_x\sigma_z\rho_{x,z} - j\sigma_y^2(2\lambda_l \hat{l}^* - j)]. \end{aligned} \quad (52)$$

由于隐式方程 (51) 和 (52) 无法给出解析解, 因此我们将在下一节中利用 Matlab 软件进行数值模拟, 求解出 $v(j)$ 、 $v'(j)$ 、 $v''(j)$ 的数值解, 进而得到 s^* 、 l^* 、 e^* 、 $\hat{s}^*$ 、 $\hat{l}^*$ 和 $\hat{e}^*$ 的数值解。

3.3 数值模拟与经济学解释

本节通过 Matlab 软件进行数值模拟, 重点探究在冲击之间的相关性不同的情形下企业最优短期、长期和绿色技术投资决策的变化趋势, 以及企业特征与最优投资水平之间的关联机制。并且我们还对比了企业考虑绿色发展 (即进行绿色

技术投资，对应于“G”状态）和不考虑环保表现（即不进行绿色技术投资，对应于“B”状态）情形下企业的价值和代理成本的变化。

我们的分析大致分为以下几种情形：

- （i）短期收益、长期资本和绿色收益冲击之间的相关性为零；
- （ii）短期收益和长期资本冲击之间为负相关，短期收益和绿色收益冲击为零相关，长期资本和绿色收益冲击为零相关；
- （iii）短期收益和长期资本冲击之间为正相关，短期收益和绿色收益冲击为零相关，长期资本和绿色收益冲击为零相关；

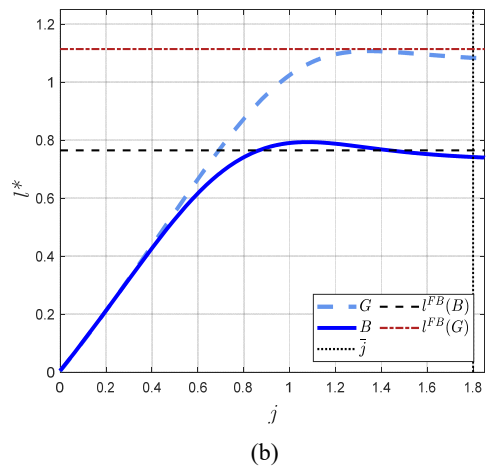
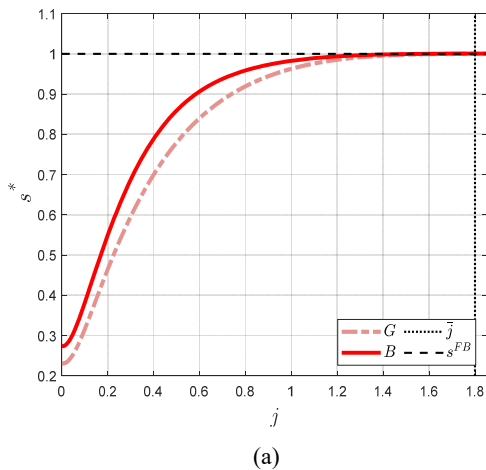
首先给出相关参数的设置。对于情形（i），设定 $\rho_{x,y} = \rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ，其他参数引用 Gryglewicz 等^[17]相关参数的取值，参数的含义和取值详见附录 B 中的表 2。对于情形（ii），设定 $\rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ， $\rho_{x,y} = -0.75$ ，其他参数的取值详见附录 B 中的表 3。对于情形（iii），设定 $\rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$ ， $\rho_{x,y} = 0.75$ ，其他参数的取值与情形（ii）一致。结合（28）—（30）式、（32）—（34）式、（35）—（37）式、（40）—（42）式、（48）—（50）式以及（51）—（52）式，利用 Matlab 数学软件进行数值模拟，结果如图 3-1—3-6 所示。

图 3-1—3-2 为冲击之间的相关性为零情形下企业的最优投资决策、有效代理成本以及企业预期收益关于企业的财务宽松程度（即代理人的延续价值 j ）的变化曲线。其中图 3-1（a）、（b）、（c）分别为企业的短期、长期和绿色技术最优投资决策。由图 3-1（a）可以看出，不论是在 G 状态还是 B 状态下，企业的短期投资始终处于投资不足（即 $s^* < s^{FB}$ ），并且随着财务松弛程度 j 增大，企业的短期投资水平逐渐提高。即企业在财务状况紧张时或者说代理人的延续价值较低时，保持较低的短期投资水平是最优的，也就是说企业应当避免侧重于眼前利益的短期主义倾向；而随着企业财富的积累以及代理人延续价值的提高，企业以递减的速率提高短期投资水平是最优的。从另一个角度来说，这种策略也防止了代理人急功近利、不顾企业的绿色转型和长远发展的“暴力”投资行为。因为在代理人延续价值较低时（此时代理人接近被解雇），代理人更偏好投资于具有较低成本且能够更快取得成效的短期项目，而放弃更具获利性但是成本较高且需长期见效的项目（包括绿色投资项目和长期资本）。

由图 3-1（b）可知，企业考虑绿色转型和绿色新技术的研发会明显提高长期资本性投资水平。这是因为企业需要建造更多的厂房、购置更加先进的设备、

引进更多具有绿色创新意识的研发人员来支撑企业进行绿色技术研发，因而促使企业提高长期投资水平。同时这种长期投资水平提高的现象出现在企业财务宽松程度较高的情况下，即 j 介于 0 和 $\bar{j}$ 的中间水平。另外，在 B 状态下，企业在某个范围内会出现过度的长期投资，即存在 $j^p < j^q$ ，对于 $j^p < j < j^q$ ，有 $l^* > l^{FB}$ ，但在 G 状态下企业不存在这种长期的过度投资行为。我们认为正是由于兼顾了绿色转型和发展，企业也更加重视长期投资的效率，同时也会考虑尽量降低代理成本，因为更多的长期投资意味着更高的长期激励（由 $\beta^{l^*} = \lambda_l l^*$ 可知）。

从图 3-1 (c) 中可以观察到，最优绿色技术投资水平与最优短期投资水平的曲线接近，均呈现出“先凸后凹”的变化趋势，但绿色技术投资的曲线更为平缓。这说明相比于短期投资来说，企业对绿色技术的投资应当循序渐进，不可“用力过猛，操之过急”。因为绿色技术投资给企业带来的收益并不稳定（Yi 等^[26]），甚至绿色技术投资项目也可能失败，即企业所开发的绿色新技术并不可用（参见 Hoffmann 和 Pfeil^[52]）。因此，企业不能盲目追求绿色发展而忽视了企业本身的生存能力，尤其是在企业财务状况刚刚得到改善的时候，更要注意投资的科学性、循序性。另外，图 3-1 (d) 反映了三种投资决策在数量上的关系。在企业财务宽松程度较低时（即 j 接近于 0），最优短期投资的曲线在其他两种投资决策的曲线之上，也就是说，在这种情况下企业应当更侧重于短期生存；而随着企业资金的累积和财务状况的改善（即 j 接近于 $\bar{j}$ ），企业的投资逐渐向绿色技术研发和长期资本积累的方向转移，正所谓“穷则独善其身，达则兼济天下”。



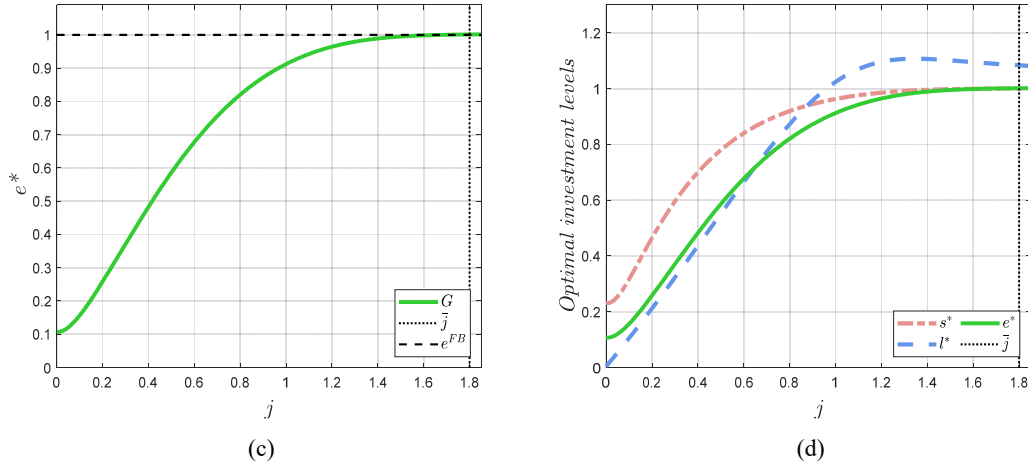


图 3-1 冲击之间的相关性为零时最优投资水平随企业的财务宽松程度的变化

图 3-2 (a)、(b) 分别刻画了企业的有效代理成本 $A(j)$ 和企业价值 v 。由图 3-2 (a) 可得，G 状态下的有效代理成本曲线在 B 状态之上，这表明考虑绿色技术创新和研发会提高企业的代理成本。这是因为经理人在努力为企业提高财务绩效的同时还要筹划企业的绿色转型和发展的绿色战略性投资，这无疑增加了经理人的负担，因此需要委托人向经理人提供额外的补偿激励，从而提高了代理成本。而由图 3-2 (b) 可以看出，G 状态下的绿色型企业价值曲线显著高于 B 状态下的棕色性企业，换句话说，企业考虑绿色可持续发展会给企业带来额外的价值增值。这种价值增值不仅仅是经济上的收益，还有诸多非经济效益，如获得政府的支持、社会公众的赞赏以及 ESG 评级机构的肯定，从而被 ESG 评级机构认定为高 ESG 表现的企业并且获得更多具备 ESG 理念的机构投资者的关注和投资，进而增强了企业的融资能力和盈利能力，这又会进一步提高企业的经济收益。从另一个角度看，这也说明了我们的模型所求解的最优投资决策是有效的。图 3-2 (c)、(d) 则反映了委托人预期收益的变化速率和曲率的变化趋势。当 $j = \bar{j}$ 时， $v'(j) = -1$ ， $v''(j) = 0$ ，即满足方程 (51) 的边界条件（即 super-contact condition）。而当 $j > \bar{j}$ ，委托人将 $j - \bar{j}$ 的部分一次性以现金的形式支付给经理人。

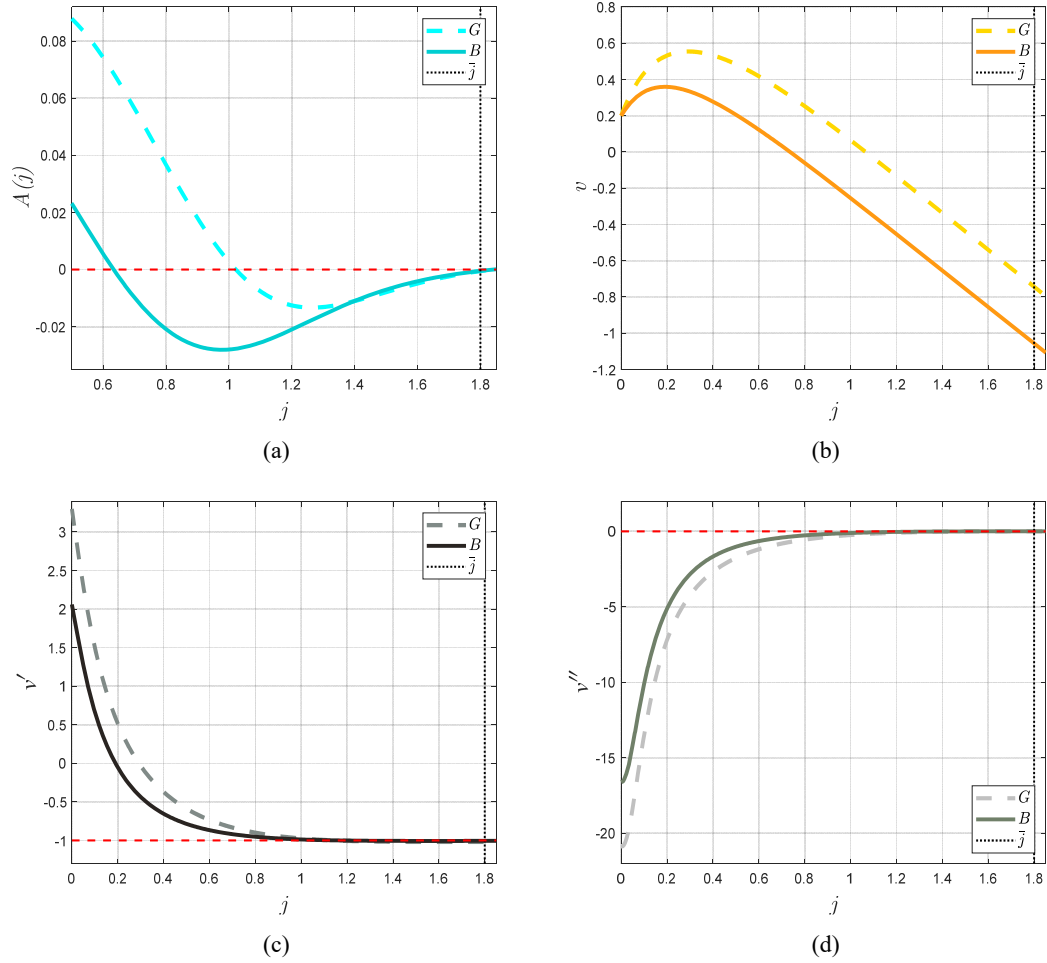


图 3-2 冲击之间的相关性为零时有效代理成本以及委托人的预期收益随企业的财务宽松程度的变化

图 3-3—3-4 为短期和长期冲击之间的相关性为负相关（即 $\rho_{x,y} = -0.75$ ）情形下企业的最优投资决策/第一最佳投资（即 $i^*/i^{FB}, i \in \{\hat{s}^*, \hat{l}^*, \hat{e}^*\}$ ）、最优激励（即 $\beta^i, i \in \{\hat{s}^*, \hat{l}^*, \hat{e}^*\}$ ）以及企业预期收益关于企业的财务宽松程度（即代理人的延续价值 j ）的变化曲线。从图 3-3（a）中可以看出，当财务状况较差时，企业会产生短期内的过度投资，即对于 $j \rightarrow 0$ ，有 $\hat{s}^* > s^{FB}$ 。在困境中，企业为了求生进行过度投资以产生（短期）利润，而在强劲的业绩表现之后，企业的投资逐渐向长期项目转移，并且产生了过度的长期投资（由图 3-3（b）可以捕获这一信号）。正是由于短期和长期冲击之间负相关性，企业的最优短期和长期投资决策也根据市场冲击因素进行调整，出现了“此消彼长”的变化趋势。同时我们注意到，企业考虑环保表现的情形下，最优短期和长期投资水平均有所下降，以维持企业投资总量的动态平衡。结合图 3-3（c）可以看出，企业在兼顾绿色技术投资时，即便面临财务困境，也会牺牲一部分短期利润，将投资资金用于绿色产品研发，

以塑造绿色形象获得公众的好感。并且图 3-3 (b) 反映了企业在 G 状态下过度的长期投资行为也不复存在，这与相关性为零情形下（由图 3-1 (b) 所刻画）的结论一致。另外，结合图 3-3 (d) 我们发现，在这种情形下企业应当更侧重于长期资本性投资，对绿色技术研发的投入在数量上甚微，而对短期项目的投资力度则介于二者之间。

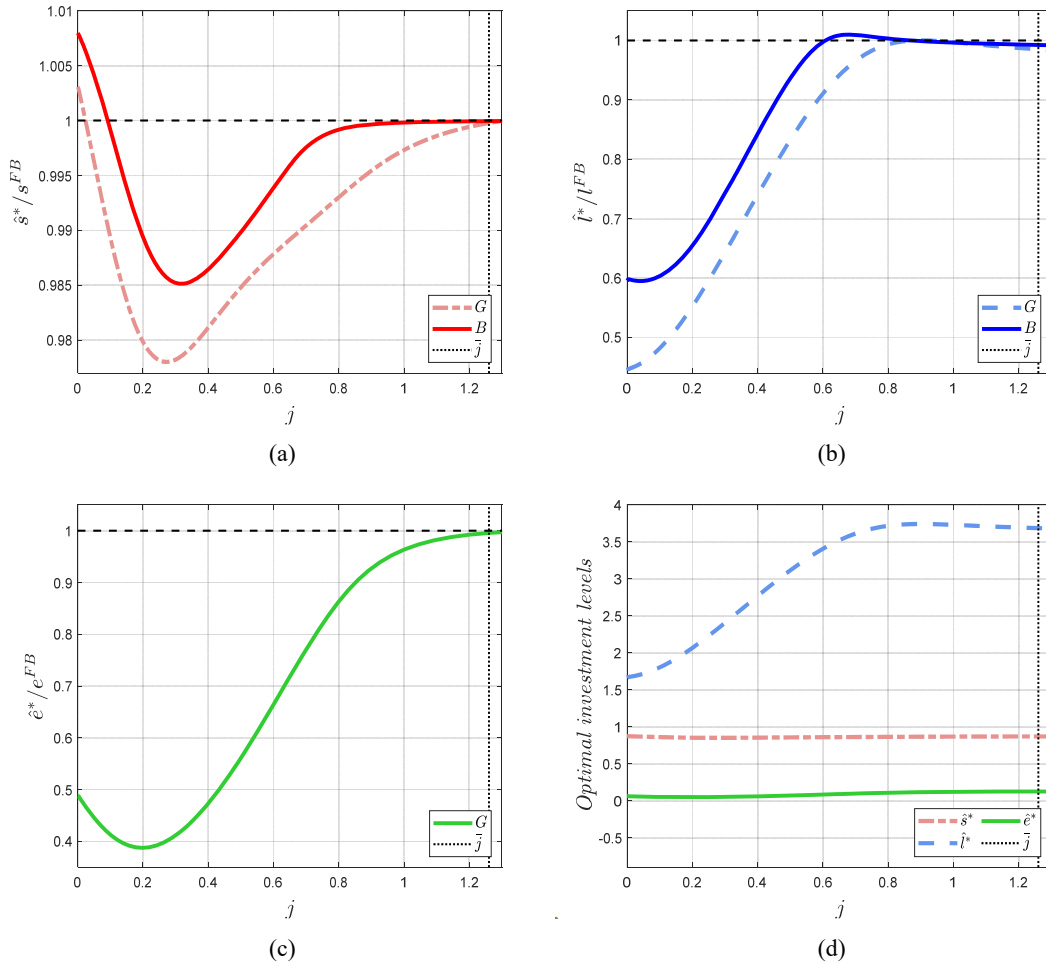


图 3-3 短期和长期冲击之间的相关性为负时企业最优投资决策的变化

图 3-4 (a)、(b) 分别为最优激励水平和企业的预期收益关于企业的财务宽松程度的变化曲线。图 3-4 (c)、(d) 则刻画了支付边界。由图 3-4 (a) 可知，最优短期激励始终处于很高的水平，而绿色激励和长期激励则随着代理人的延续价值增加而增加。这是因为当代理人的延续价值较低或者说企业面临财务困境时，由于受到短期内积极的市场因素的冲击，代理人会加大短期投资力度，甚至有可能主动稀释所持有的企业股权用于投资短期项目以获取可观的短期利润，而此时委托人会面临很高的股权稀释风险，即代理人的利益与企业的利益脱

钩。为了缓解代理人股权的稀释同时也为了激励代理人持续地为企业创造利润，委托人必须向代理人提供足够的短期激励。

另外，对比绿色激励和长期激励的曲线并结合图 3-3 (d) 我们可以看出，即便企业的绿色投资水平远低于长期投资，但委托人向代理人所提供的绿色激励水平却与长期激励旗鼓相当，甚至在某一范围内超过了长期激励水平。这是因为绿色技术研发是一项浩大的技术工程，例如发明一种既不会加剧气候变化，也不会破坏臭氧层的新型替代品，需要历经数年、耗资数亿美元的研发投入，从时间周期上看已经远远超过了企业进行的一般长期资本性投资所花费的时间。代理人在短期内如果看不到研发成果可能会产生懈怠甚至放弃这项绿色技术的研发和投资。因而委托人需要向代理人提供持续性的绿色激励，鼓励代理人继续开展绿色新技术的研发和投资。最后，图 3-4 (b) 则表明最优短期、长期和绿色技术投资决策可以有效提高企业的价值，这与冲击之间的相关性为零情形下所得出的结论一致。

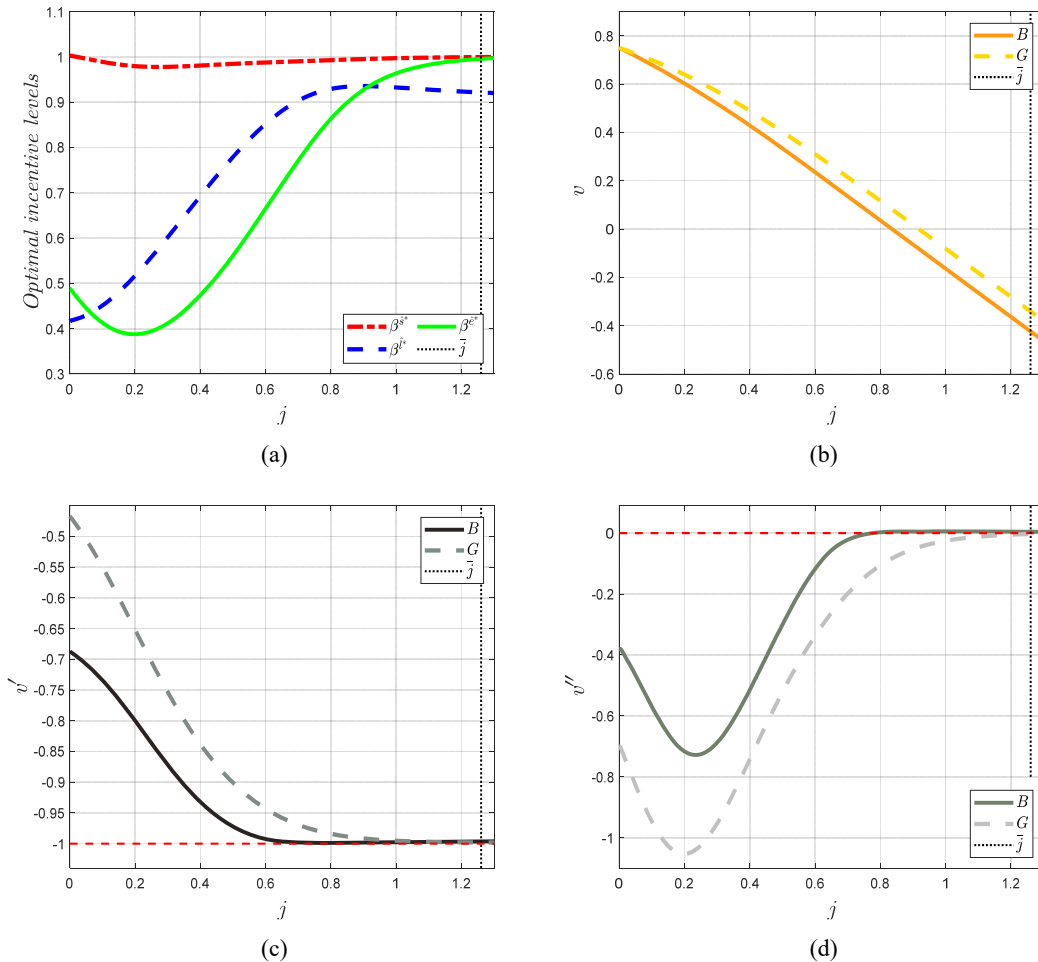
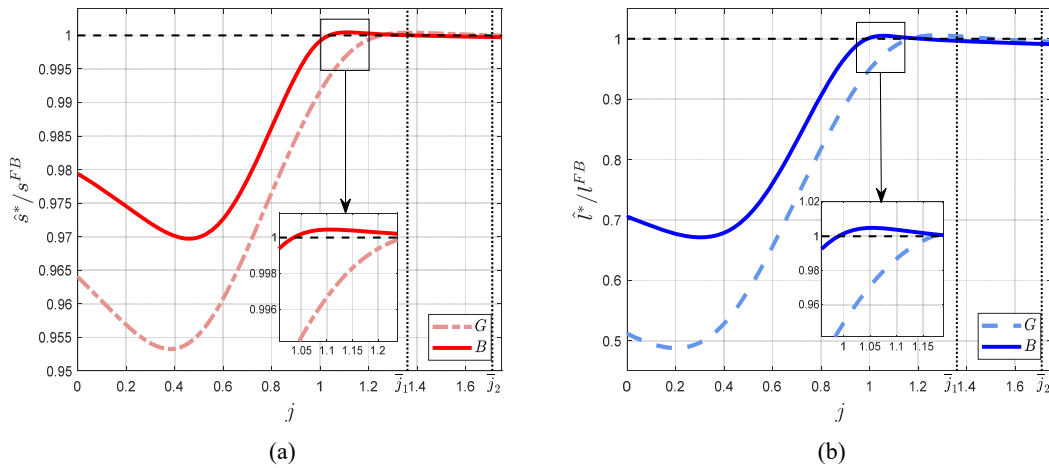


图 3-4 短期和长期冲击之间的相关性为负时最优激励水平和企业预期收益的变化

图 3-5—3-6 为短期和长期冲击之间的相关性为正相关（即 $\rho_{x,y} = 0.75$ ）情形下企业的最优投资决策/第一最佳投资（即 $i^*/i^{FB}, i \in \{\hat{s}^*, \hat{l}^*, \hat{e}^*\}$ ）、最优激励以及企业价值关于企业的财务宽松程度（即代理人的延续价值 j ）的变化曲线。图 3-5（a）和（b）说明了当短期和长期冲击之间的相关性为正相关时，企业在某个范围内会同时产生短期和长期的过度投资，并且在企业考虑环保表现（G 状态）的情况下，这种过度投资效应依然存在。这发生在当代理人在企业中所持有的股份很高时，此时代理人的股权面临更高的稀释，相应地企业也面临着更高的稀释风险。为了降低这种稀释风险，委托人向代理人提供强有力的短期和长期激励。需要指出的是，当短期和长期冲击之间的相关性为正时，非预期的资本增长冲击 $dW^Y > 0$ 会触发平均非预期现金流 $\rho_{x,y} dW^Y$ ，从而给代理人带来激励 $(\beta^{\hat{l}^*} + \rho_{x,y} \beta^{\hat{s}^*}) dW^Y$ 。因此，短期和长期激励都抵消了代理人股份的不利稀释，从而缓解稀释风险的目标转化为强有力的短期和长期激励 $\beta^{\hat{s}^*} = \lambda_s \hat{s}^*$ 和 $\beta^{\hat{l}^*} = \lambda_l \hat{l}^*$ ，并相应地转化为短期和长期两个时间范围内的过度投资。图 3-5（c）、（d）分别刻画了在这种情形下企业的最优绿色技术投资水平的变化以及三种投资决策在数量上的关系，并且图中所反映的情况与冲击之间的相关性为负相关情形下基本一致，即 $\hat{l}^* > \hat{s}^* > \hat{e}^*$ 。



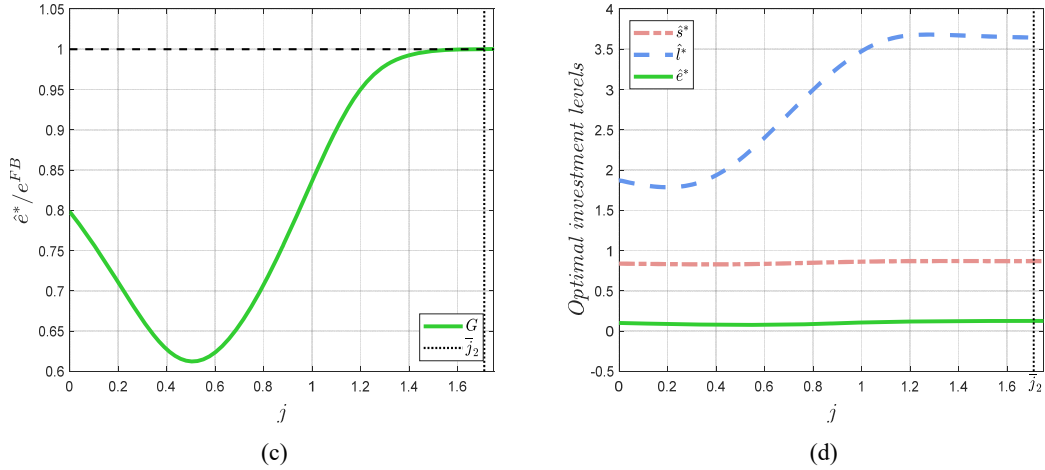
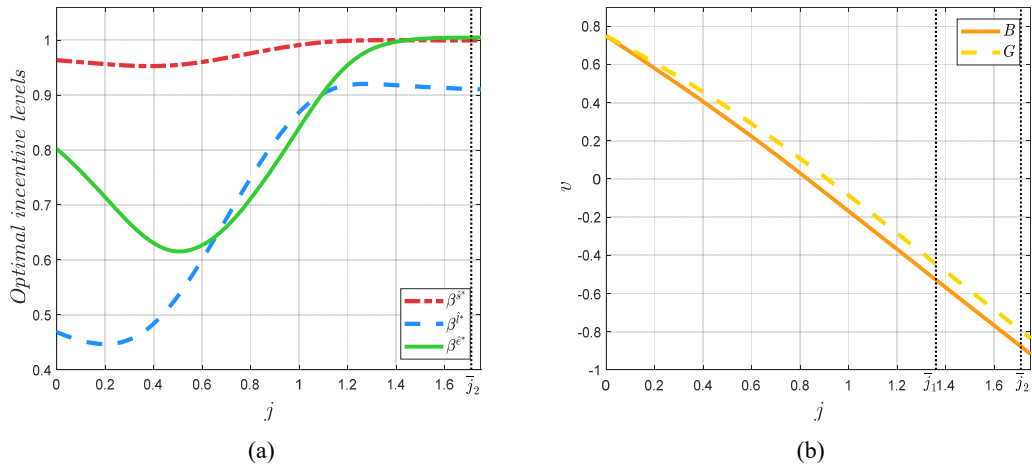


图 3-5 短期和长期冲击之间的相关性为正时企业最优投资决策的变化

与负相关情形的另一个不同之处在于，我们发现在短期和长期冲击之间的相关性为正相关时企业考虑绿色转型和绿色发展会延长代理人的支付补偿边界。从图 3-5 (a, b) 以及图 3-6 (b, c, d) 中均可以观察到这一现象，即在 B 状态下，支付边界为 $\bar{j}_1$ ，而在 G 状态约束下，支付边界向右平移到了 $\bar{j}_2$ 的位置。我们认为这是由于企业增加了对代理人绿色投资绩效或环保表现的考察。当企业的绿色绩效不足或环保表现较差（例如企业的碳排放强度仍然很高，污染型材料的使用依旧超量），委托人对代理人的绿色治理能力产生怀疑，因此会要求代理人共担更多的由于污染环境引起的额外支出费用（例如碳税），因此代理人会有更长的延期支付边界 $\bar{j}_2$ 。另外，图 3-6 (a)、(b) 显示了最优激励水平和企业的预期收益关于企业的财务宽松程度的变化曲线。图 3-6 (a) 同样说明了企业应当保持较高的绿色激励水平和短期激励水平，图 3-6 (b) 则表明企业遵循最优决策路径可以有效提高企业价值。



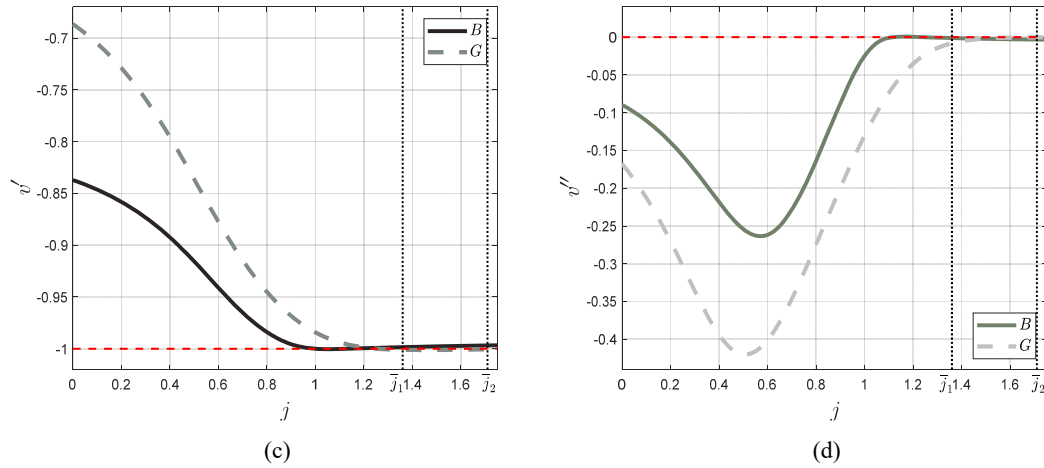


图 3-6 短期和长期冲击之间的相关性为正则最优激励水平和企业预期收益的变化

3.4 本章小结

本章建立了不确定环境下兼顾企业环保表现和长短期财务绩效的动态金融契约模型。经理人通过制订和实施短期投资、长期资本性投资以及绿色技术投资决策来影响企业的当前收益、企业规模的增长（即未来收益）以及绿色技术投资收益。相应地我们把委托代理双方的意见冲突（代理冲突）划分为短期代理、长期代理冲突和绿色技术投资代理冲突，并且我们将代理冲突视作企业产生过度投资行为的潜在驱动因素。我们假设企业的短期现金流收益和绿色技术投资收益都关于资本存量（企业规模）成比例，其中资本存量是随机的，受到一些不确定因素的干扰。并且，短期收益和绿色技术投资收益也受制于代理冲突和随机因素的冲击。经过建模与求解，我们得出了一系列丰富的结论。

研究结果表明：企业在兼顾环保表现和长短期财务绩效的情况下可以有效提高企业价值和委托人的预期收益，但前提是必须向代理人提供足够的激励，尤其是绿色激励，以鼓励代理人持续开展绿色新技术的研发和投资，这势必将会提高一部分代理成本。此外，企业在制订绿色技术投资、短期投资和长期资本性投资的决策时也必须根据企业自身的运营状况、代理人的延续价值、代理人股权的稀释、以及不同的市场冲击因素适当地进行调整，以促进企业在长短期获利和改善环境的双重目标的实现。

第 4 章 总结和展望

4.1 研究结论

本文以 Gryglewicz 等^[17]所建立的连续时间下的动态多任务金融契约模型为基础, 分别引入 Knight 不确定因素和绿色技术投资, 构建了不确定环境下的动态多任务金融契约模型并进行求解, 利用数值模拟和仿真技术分析公司的最优投资决策, 进一步总结出一系列丰富的经济学结论, 以便向公司和企业提供更加符合现实状况的管理和决策建议。

一方面, 利用 G-布朗运动作为噪声源刻画公司现金流和资本存量演化的随机微分方程, 并建立满足委托人预期收益最大化的价值函数。接着, 利用 G-鞅表示定理推导出代理人的延续价值过程作为动态系统的状态变量, 并构造使委托代理双方利益一致的激励相容条件。随后, 借助非线性随机分析和随机控制的理论方法推导出最优性问题的 HJB 方程, 并利用一阶条件求解出最优短期和长期主义投资水平。最后, 采用数值模拟方法绘制出最优短期和长期主义投资水平随代理人延续价值变化的图像, 并结合图像分析给出一定的经济学解释和研究结论。研究结果表明:

(1) 当公司的财务松弛程度较低时, 随着 Knight 不确定程度增大, 公司应当相应地提高短期和长期投资水平, 但要避免公司的短期和长期主义倾向, 即控制短期和长期投资水平严格低于第一最佳水平;

(2) 当公司的财务松弛程度较高时, 随着 Knight 不确定程度增大, 公司相应地降低短期和长期投资水平是最优的, 而此时公司应当更侧重于短期投资, 即成为短期主义者, 同时委托人应给予代理人足够的短期激励, 以缓解代理人股权面临的稀释;

(3) 随着公司的财务宽松程度增大或者说代理人延续价值的提高, 代理冲突问题会导致公司做出最优短期和长期主义投资决策。

另一方面, 将 Wiener 过程作为驱动企业现金流、资本存量和绿色技术投资收益演化过程的噪声源, 以刻画市场上连续性的不确定冲击, 并构建委托代理双方的期望收益价值函数。接着, 在满足激励相容条件下, 以代理人的延续价值作

为状态变量，利用动态规划原理推导出委托人预期收益满足的 HJB 方程，并求解出最优投资水平以及第一最佳投资水平。最后，利用 Matlab 软件进行数值模拟，结合图像分析企业在兼顾环保表现和长短期财务业绩情形下的最优投资决策，以及不同冲击之间的相关性对最优决策的影响。研究结果表明：

（1）当短期收益、长期资本和绿色收益冲击之间的相关性为零且代理人的延续价值较低时，保持较低的短期投资水平是最优的，也就是说企业应当避免侧重于眼前利益的短期主义倾向，而随着企业财富的积累以及代理人延续价值的提高，企业以递减的速率提高短期投资水平是最优的。同时，由于绿色技术投资给企业带来的收益并不稳定，企业对绿色技术的投资应当循序渐进。而随着企业资金的累积和财务状况的改善，企业的投资逐渐向绿色技术研发和长期资本积累的方向转移；

（2）当短期收益和长期资本冲击之间为负相关，短期收益和绿色收益冲击为零相关，且长期资本和绿色收益冲击为零相关时，企业在财务宽松程度较低的情况下可以适当进行过度投资以产生（短期）利润，而在强劲的业绩表现之后，企业的投资应当逐渐向长期项目转移。并且在企业考虑环保表现的情形下，最优短期和长期投资水平均有所下降，以维持企业投资总量的动态平衡；

（3）当短期收益和长期资本冲击之间为正相关，短期收益和绿色收益冲击为零相关，且长期资本和绿色收益冲击为零相关时，企业在某个范围内会同时产生短期和长期的过度投资，以缓解代理人股份的不利稀释。同时，企业考虑绿色转型和绿色发展会延长代理人的支付补偿边界，以考察代理人实际的绿色投资绩效或环保表现；

（4）企业考虑绿色可持续发展会给企业带来额外的价值增值，但同时也会产生更多的代理成本，这就要求委托人向经理人提供更高的激励水平（特别是绿色激励）。

简而言之，我们的研究结论所阐述的本质是：公司（或企业）实现长短期财务绩效目标和贯彻绿色可持续发展的宗旨并不是顾此失彼的取舍问题，而是“你中有我，我中有你”的辩证统一。能够同时兼顾二者，并且考虑复杂、模糊且不确定的现实状况适当地进行调整，这又何尝不是公司永葆活力的真正的长期主义呢？我们的观点与霍尼韦尔公司前董事长兼首席执行官 David Cote 所著的《长期主义：关注短期业绩，更要投资长期增长》一书中所体现的思想不谋而合。

基于上述研究结论，本文提出以下管理和政策建议：

（1）如今生态环境和能源消耗与短缺问题日益严峻，而绿色技术创新和投资是符合可持续发展的一种技术路径，涵盖环境友好型技术、节能技术以及可再生能源技术的创新和投资等，是引领企业绿色发展的首要动力。因此，企业应提高对环境责任的认识，把投资于绿色新技术研发、发展绿色产业、开展绿色工业生产方式绿色转型作为首要任务，在保障自身生存和长期发展的情况下主动肩负起节能减排、改善和保护生态环境的重要使命。

（2）实际上，企业为了设计新产品、研发新功能并占据市场资源也会进行研发投入，这类投入在会计报表上用“R&D”（Research and Development）指标来度量，作为企业长期投资的一种策略。而我们所讨论的企业绿色技术创新和研发也属于企业的长期战略，这就产生了界定不清和模糊的问题。企业可能通过“漂绿”行为博取投资者的好感以及社会各界的认可。也就是说，企业吹嘘自己在绿色创新和环境保护方面的表现，用亮眼的 R&D 指标数据博人眼球，但这些投资可能是非绿色的。因此，会计部门和 ESG 评级等相关机构更加细致地区分传统研发和绿色研发，制订更为具体和全面的绿色技术研发和投资指标，从而精确度量企业在环境保护和绿色转型方面的努力程度和投资力度。

4.2 研究展望

基于本文的研究基础上，可以在未来拓展以下几个方面工作：

（1）考虑到现实的经济市场环境可能会面临突发事件的冲击（例如气候变化导致的飓风、野火、海啸等自然灾害），这些灾难会对企业的资本存量造成无法估量的破坏，并且会影响企业的现金流收益。因此可以考虑构建一个跳扩散环境下的最优动态金融契约模型，分析气候变化因素和自然灾害冲击对企业最优投资决策的影响；

（2）本文假设企业进行的绿色技术投资是有效的，即企业研发新技术一定可以给企业带来收益，但在现实情况中企业研发新技术是否成功是不确定的，而是会受到由泊松过程控制的外生技术冲击的影响（参见 Hoffmann 和 Pfeil^[52]）。并且对于绿色技术创新而言，相比一般技术创新其成本更高、周期更长、风险更大，且受到外部环境规制等因素的影响更大。因此，可以研究企业绿色技术研发

和投资的有效性对最优契约设计和最优投资决策的影响；

（3）在改善和保护环境的大背景下，未来还可以考虑将 ESG（Environmental、Social & Governance）因素纳入到最优动态契约的设计中，并探究环境保护型企业在牺牲一部分收益用于脱碳减排支出情况下公司最优短期和长期投资行为的变化；

（4）如今俄乌冲突、巴以冲突及全球供应链脱钩的加速，很多国家或浅或深地陷入高通胀泥潭，而企业作为微观经济主体，其长短期生存发展和绿色转型也会受到通货膨胀的影响。因此，我们可以构建通胀不确定情形下考虑绿色转型和发展的动态契约模型，探究通胀不确定因素对企业的生存和绿色发展的影响机制。

参考文献

- [1] Hackbarth D, Rivera A, Wong T. Optimal short-termism[J]. Management Science, 2022, 68(9): 6477-6505.
- [2] Bolton P, Scheinkman J, Xiong W. Executive compensation and short-termist behaviour in speculative markets[J]. The Review of Economic Studies, 2006, 73(3): 577-610.
- [3] 王海明, 曾德明. 管理者短视偏差对企业投资行为影响研究——一个基于股东短期利益压力视角的实证[J]. 财经理论与实践, 2013, 34(1): 34-38.
- [4] 胡楠, 薛付婧, 王昊楠. 管理者短视主义影响企业长期投资吗? ——基于文本分析和机器学习[J]. 管理世界, 2021, 37(5): 139-160.
- [5] Thakor R. A theory of efficient short-termism[J]. Available at SSRN 2821162, 2016.
- [6] Giannetti M, Yu X. Adapting to radical change: The benefits of short-horizon investors[J]. Management Science, 2021, 67(7): 4032-4055.
- [7] Knight F. Risk, Uncertainty and Profit[M]. Houghton Mifflin Company, 1921.
- [8] Chen Z, Epstein L. Ambiguity, risk, and asset returns in continuous time[J]. Econometrica, 2002, 70(4): 1403-1443.
- [9] Fei W. Optimal consumption and portfolio choice with ambiguity and anticipation[J]. Information Sciences, 2007, 177(23): 5178-5190.
- [10] Fei W. Optimal portfolio choice based on α -MEU under ambiguity[J]. Stochastic Models, 2009, 25(3): 455-482.
- [11] 费为银, 李淑娟. Knight 不确定下带通胀的最优消费和投资模型研究[J]. 工程数学学报, 2012, 29(6): 799-806.
- [12] Mao J, Shen G, Yan J. A continuous-time macro-finance model with Knightian uncertainty[J]. Pacific-Basin Finance Journal, 2023, 77: 101929.
- [13] Peng S. Nonlinear Expectations and Stochastic Calculus under Uncertainty[M]. Springer Nature, 2019.
- [14] 彭实戈. 非线性期望的理论, 方法及意义[J]. 中国科学: 数学, 2017, 47(10): 1223-1254.

- [15] 费晨. G-布朗运动驱动随机系统的最优控制和最优消费投资组合[J]. 应用数学学报, 2021, 44(3): 355-382.
- [16] 孙多好, 费为银, 邓寿年. Knight 不确定下基于代币的平台运营管理[J]. 系统管理学报, 2022, 31(4): 699-708.
- [17] Gryglewicz S, Mayer S, Morellec E. Agency conflicts and short-versus long-termism in corporate policies[J]. Journal of Financial Economics, 2020, 136(3): 718-742.
- [18] 费晨, 余鹏, 费为银, 等. 道德风险下带有 Knight 不确定的最优动态契约设计[J]. 管理科学学报, 2019, 22(6): 86-96.
- [19] 费晨, 余鹏, 费为银, 等. 奈特不确定下考虑逆向选择的最优动态契约设计[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(9): 2302-2313.
- [20] Wang K, Fei C, Fei W. Optimal contract for the principal-agent under Knightian uncertainty[J]. Journal of the Operations Research Society of China, 2020, 8(4): 637-654.
- [21] Niu Y, Yang J, Zou Z. Robust contracts with one-sided commitment[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2020, 117: 103942.
- [22] Yu Y, Kong X. Robust Contract Designs: Linear Contracts and Moral Hazard[J]. Operations Research, 2020, 68(5): 1457-1473.
- [23] 凌爱凡, 谢林利, 胡志军, 等. 允许契约提前终止的鲁棒动态金融契约模型[J]. 中国科学: 数学, 2022, 52(10): 1203-1236.
- [24] Wu W, Niu Y, Wu Y, et al. Ambiguity, limited commitment, and the q theory of investment[J]. The North American Journal of Economics and Finance, 2022, 60: 101639.
- [25] Xu Y, Fei C, Fei W. Optimal dynamic contract with Knightian uncertainty of ESG rating[J]. International Journal of General Systems, 2024, 53(3): 381-402.
- [26] Yi M, Fang X, Wen L, et al. The heterogeneous effects of different environmental policy instruments on green technology innovation[J]. International Journal of Environmental Research and Public Health, 2019, 16(23): 4660.
- [27] Wu J, Strezov V. Green technologies and sustainability: A new trend[J]. Green Technologies and Sustainability, 2023, 1(1): 100008.

- [28] Song M, Wang S. Market competition, green technology progress and comparative advantages in china[J]. *Management Decision*, 2018, 56(1): 188-203.
- [29] Franceschini S, Pansera M. Beyond unsustainable eco-innovation: The role of narratives in the evolution of the lighting sector[J]. *Technological Forecasting and Social Change*, 2015, 92: 69-83.
- [30] Saunila M, Rantala T, Ukko J, et al. Why invest in green technologies? Sustainability engagement among small businesses[J]. *Technology Analysis & Strategic Management*, 2019, 31(6): 653-666.
- [31] Wu H, Xu B, Zhang D. Closed-loop supply chain network equilibrium model with subsidy on green supply chain technology investment[J]. *Sustainability*, 2019, 11(16): 4403.
- [32] Khattak S, Ahmad M, Haq Z, et al. On the goals of sustainable production and the conditions of environmental sustainability: Does cyclical innovation in green and sustainable technologies determine carbon dioxide emissions in G-7 economies[J]. *Sustainable Production and Consumption*, 2022, 29: 406-420.
- [33] Ahmed N, Areche F, Nieto D, et al. Nexus between cyclical innovation in green technologies and CO₂ emissions in nordic countries: Consent toward environmental sustainability[J]. *Sustainability*, 2022, 14(18): 11768.
- [34] 谢荣辉. 绿色技术进步、正外部性与中国环境污染治理[J]. *管理评论*, 2021, 33(6): 111-121.
- [35] Freeman R, Phillips R, Sisodia R. Tensions in stakeholder theory[J]. *Business & Society*, 2020, 59(2): 213-231.
- [36] DeMarzo P, Sannikov Y. Optimal security design and dynamic capital structure in a continuous-time agency model[J]. *The Journal of Finance*, 2006, 61(6): 2681-2724.
- [37] Sannikov Y. A continuous-time version of the principal-agent problem[J]. *The Review of Economic Studies*, 2008, 75(3): 957-984.
- [38] Lopomo G, Rigotti L, Shannon C. Knightian uncertainty and moral hazard[J]. *Journal of Economic Theory*, 2011, 146(3): 1148-1172.
- [39] DeMarzo P, Fishman M, He Z, et al. Dynamic agency and the q theory of

- investment[J]. *The Journal of Finance*, 2012, 67(6): 2295-2340.
- [40] Cvitanic J, Zhang J. *Contract Theory in Continuous-time Models*[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [41] Flammer C, Bansal P. Does a long-term orientation create value? Evidence from a regression discontinuity[J]. *Strategic Management Journal*, 2017, 38(9): 1827-1847.
- [42] Keum D. Innovation, short-termism, and the cost of strong corporate governance[J]. *Strategic Management Journal*, 2021, 42(1): 3-29.
- [43] Li L, Fei C, Fei W. Research on investment incorporating both environmental performance and long (short) term financial performance of firms[J]. *International Journal of Systems Science*, 2024, 55(2): 273-299.
- [44] Endrikat J, Guenther E, Hoppe H. Making sense of conflicting empirical findings: a meta-analytic review of the relationship between corporate environmental and financial performance[J]. *European Management Journal*, 2014, 32(5): 735-751.
- [45] Lee K, Min B, Yook K. The impacts of carbon (CO₂) emissions and environmental research and development (R&D) investment on firm performance[J]. *International Journal of Production Economics*, 2015, 167: 1-11.
- [46] Vastola V, Russo A, Vurro C. Dealing with cultural differences in environmental management: exploring the CEP-CFP relationship[J]. *Ecological Economics*, 2017, 134: 267-275.
- [47] Le T. How do corporate social responsibility and green innovation transform corporate green strategy into sustainable firm performance?[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2022, 362: 132228.
- [48] Taliento M, Favino C, Netti A. Impact of environmental, social, and governance information on economic performance: evidence of a corporate ‘sustainability advantage’ from Europe[J]. *Sustainability*, 2019, 11(6): 1738.
- [49] Pástor L', Stambaugh R, Taylor L. Sustainable investing in equilibrium[J]. *Journal of Financial Economics*, 2021, 142(2): 550-571.
- [50] Li R, Fei C, Pan H, Fei W. Analysis of investment and decision-making based on

ESG token platform under jump-diffusion[J]. International Journal of Systems Science, 2023, 54(4): 907-928.

[51]Cheng B, Ioannou I, Serafeim G. Corporate social responsibility and access to finance[J]. Strategic Management Journal, 2014, 35(1): 1-23.

[52]Hoffmann F, Pfeil S. Dynamic multitasking and managerial investment incentives[J]. Journal of Financial Economics, 2021, 142(2): 954-974.

[53]Shreve, S. Stochastic Calculus for Finance II Continuous-Time Models[M]. Springer, 2004.

附录

附录 A

命题 1 的证明

证明：由 $V^{FB}(Y) = \max \hat{V}^{FB}(Y) = \max[Y\hat{v}^{FB}(s, l)]$ ，而

$$\hat{v}^{FB}(s, l) = \frac{1}{r+\delta-\mu l} [\alpha s - C(s, l)], \quad C(s, l) = \frac{1}{2}(\lambda_s \alpha s^2 + \lambda_l \mu l^2),$$

故 $\hat{v}^{FB}(s, l) = \frac{1}{r+\delta-\mu l} [\alpha s - \frac{1}{2}(\lambda_s \alpha s^2 + \lambda_l \mu l^2)]$ ，从而

$$\hat{v}^{FB}(s, l) = -\frac{1}{2(r+\delta-\mu l)} \lambda_s \alpha s^2 - \frac{1}{2(r+\delta-\mu l)} \lambda_l \mu l^2 + \frac{1}{r+\delta-\mu l} \alpha s$$

令

$$\begin{cases} \hat{v}_s^{FB}(s, l) = \frac{\alpha}{r+\delta-\mu l} - \frac{\lambda_s \alpha s}{r+\delta-\mu l} = 0 \\ \hat{v}_l^{FB}(s, l) = \frac{\mu \alpha s}{(r+\delta-\mu l)^2} - \frac{2\mu \lambda_s \alpha s^2}{4(r+\delta-\mu l)^2} - \frac{4\lambda_l \mu(r+\delta)-2\mu^2 \lambda_l l^2}{4(r+\delta-\mu l)^2} = 0 \end{cases}$$

化简整理得

$$\begin{cases} s^{FB} = \frac{1}{\lambda_s} \\ l^{FB} = \frac{1}{\mu} [r + \delta - \sqrt{(r + \delta)^2 - \mu \alpha / (\lambda_s \lambda_l)}] \end{cases}$$

而 $C_l(s^{FB}, l^{FB}) = \lambda_l \mu l^{FB}$ ，并且 $\mu v^{FB} = C_l(s^{FB}, l^{FB})$ ，故 $v^{FB} = \lambda_l l^{FB}$ ，即 $l^{FB} = v^{FB} / \lambda_l$ 。
证毕。

引理 1 的证明

证明：假设支付过程满足平方可积性，即 $E[(\int_0^\tau e^{-\gamma z} dC_z)^2] < \infty$ ，代理人在时刻 t 总预期收益服从以下方程

$$g_t = g_0 + \int_0^t e^{-\gamma z} dC_z + e^{-\gamma t} W_t, \quad 0 \leq t < \tau$$

根据经济学原理，易知 $\{-g_t\}_{t \geq 0}$ 是 G-鞅。由彭实戈^[14]的 G-鞅表示定理，可得

$$-g_t = -g_0 - \int_0^t e^{-\gamma z} \sigma_x \beta_z^s Y_z dB_z - \int_0^t e^{-\gamma z} \sigma_y \beta_z^l Y_z dB_z + \tilde{\Psi}_t, \quad 0 \leq t < \tau$$

其中 $\{\tilde{\Psi}_t\}_{t \geq 0}$ 是一个零初值非增连续 G-鞅，并且

$$B_t = \frac{1}{\sigma_X Y_t} (X_t - \int_0^t \alpha s_z Y_z d_z) = \frac{1}{\sigma_Y Y_t} (Y_t - \int_0^t (\mu l_z - \delta) Y_z d_z)$$

是 G-布朗运动。从而

$$\begin{aligned} dg_t &= e^{-\gamma t} \sigma_X \beta_t^s Y_t dB_t + e^{-\gamma t} \sigma_Y \beta_t^l Y_t dB_t - d\tilde{\Psi}_t \\ &= e^{-\gamma t} dC_t - \gamma e^{-\gamma t} W_t dt + e^{-\gamma t} dW_t \end{aligned}$$

则

$$dW_t = \gamma W_t dt + \beta_t^s \sigma_X Y_t dB_t + \beta_t^l \sigma_Y Y_t dB_t - dC_t - d\tilde{\Psi}_t e^{\gamma t}$$

令 $d\Psi_t = d\tilde{\Psi}_t e^{\gamma t}$ ，易知 $\{\Psi_t\}_{t \geq 0}$ 是零初值非增连续 G-鞅。证毕。

命题 2 的证明

证明: 根据 DeMarzo 等^[39]以及 Gryglewicz 等^[17]，有 $V(W, Y) = Yv(w) = Yv(W/Y)$ ，其中 $W, Y > 0$ 。类似 Sannikov^[37]中引理 1 讨论 HJB 方程解的凹性的思路，可以得出 $v(w)$ 是凹函数的结论，即 $v''(w) < 0$ 。因此可以求出 $V(W, Y)$ 关于变量 W 和 Y 的各阶偏导数

$$\begin{aligned} V_W &= v'(w), \quad V_Y = v(w) - wv'(w), \quad V_{WW} = v''(w)/Y, \quad V_{WY} = -wv''(w)/Y, \\ V_{YY} &= w^2 v''(w)/Y, \end{aligned}$$

另外，如前文所述， V 具有以下边界条件

$$V(0, Y) = RY, \quad V(W, 0) = 0, \quad V_W(\bar{W}, Y) = -1, \quad V_{WW}(\bar{W}, Y) = 0,$$

则可以得到 $v(w)$ 的边界条件

$$v(0) = R, \quad v'(\bar{w}) = -1, \quad v''(\bar{w}) = 0,$$

由 (6) 式可得

$$\begin{aligned} V(W_t, Y_t) &= \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \mathcal{E}_t \left\{ \int_t^\tau e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dB_u) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] + e^{-r(\tau-t)} RY_\tau \right\} \end{aligned}$$

由动态规划原理，得

$$\begin{aligned} V(W_t, Y_t) &= \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \mathcal{E}_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dB_u) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] + e^{-rdt} V(W_{t+dt}, Y_{t+dt}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

又

$$V(W_{t+dt}, Y_{t+dt}) = V(W_t, Y_t) + dV(W_t, Y_t) \quad (\text{A.2})$$

将 (A.2) 代入到 (A.1) 中, 得

$$\begin{aligned} V(W_t, Y_t) = \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \mathcal{E}_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dB_u) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] + e^{-rdt} (V(W_t, Y_t) + dV(W_t, Y_t)) \right\} \end{aligned}$$

两边同乘以 e^{rdt} , 得

$$\begin{aligned} (e^{rdt} - 1)V(W_t, Y_t) = \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \mathcal{E}_t \left\{ e^{rdt} \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dB_u) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] + dV(W_t, Y_t) \right\} \quad (\text{A.3}) \end{aligned}$$

由 G-Itô 公式, 得

$$\begin{aligned} dV(W_t, Y_t) &= V_W(W_t, Y_t) dW_t + V_Y(W_t, Y_t) dY_t + \frac{1}{2} [V_{WW}(W_t, Y_t) d\langle W \rangle_t \\ &\quad + 2V_{WY}(W_t, Y_t) dW_t dY_t + V_{YY}(W_t, Y_t) d\langle Y \rangle_t] \\ &= V_W(\gamma W_t dt + \beta_t^s \sigma_X Y_t dB_t + \beta_t^l \sigma_Y Y_t dB_t - d\Psi_t) \\ &\quad + V_Y[(l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_Y Y_t dB_t] + \frac{1}{2} \{ V_{WW} [(Y_t \beta_t^s \sigma_X)^2 \\ &\quad + (Y_t \beta_t^l \sigma_Y)^2 + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_X \sigma_Y Y_t^2] d\langle B \rangle_t + 2V_{WY} (\beta_t^s \sigma_X \sigma_Y Y_t^2 \\ &\quad + \beta_t^l \sigma_Y^2 Y_t^2) d\langle B \rangle_t + V_{YY} (\sigma_Y^2 Y_t^2) d\langle B \rangle_t \} \end{aligned}$$

将 $dV(W_t, Y_t)$ 的表达式代入到 (A.3) 中, 得

$$\begin{aligned} (e^{rdt} - 1)V(W_t, Y_t) &= \max_{s, l, \beta^s, \beta^l} \mathcal{E}_t \left\{ e^{rdt} \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dB_u) \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] \\ &\quad + V_W(\gamma W_t dt + \beta_t^s \sigma_X Y_t dB_t \\ &\quad + \beta_t^l \sigma_Y Y_t dB_t - d\Psi_t) \\ &\quad + V_Y[(l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_Y Y_t dB_t] \\ &\quad + \frac{1}{2} [V_{WW} [(Y_t \beta_t^s \sigma_X)^2 + (Y_t \beta_t^l \sigma_Y)^2 \\ &\quad + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_X \sigma_Y Y_t^2] d\langle B \rangle_t \\ &\quad + 2V_{WY} (\beta_t^s \sigma_X \sigma_Y Y_t^2 + \beta_t^l \sigma_Y^2 Y_t^2) d\langle B \rangle_t \\ &\quad \left. + V_{YY} (\sigma_Y^2 Y_t^2) d\langle B \rangle_t] \right\} \end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned}\mathcal{E}[V_{WW}d\langle B\rangle_t] &= V_{WW}\bar{\sigma}^2dt \ (V_{WW} < 0), \quad \mathcal{E}[V_{WY}d\langle B\rangle_t] = V_{WY}\underline{\sigma}^2dt \ (V_{WY} > 0), \\ \mathcal{E}[V_{YY}d\langle B\rangle_t] &= V_{YY}\bar{\sigma}^2dt \ (V_{YY} < 0), \quad \mathcal{E}[dB_t] = 0, \quad \mathcal{E}[d\Psi_t] = 0,\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}(e^{rdt} - 1)V(W_t, Y_t) &= \max_{s,l,\beta^s,\beta^l} \left\{ e^{rdt} \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u s_u \alpha du \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu) du] \\ &\quad + V_W \gamma W_t dt + V_Y (l_t \mu - \delta) Y_t dt \\ &\quad + \frac{1}{2} [V_{WW} ((Y_t \beta_t^s \sigma_X)^2 + (Y_t \beta_t^l \sigma_Y)^2 \\ &\quad + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_X \sigma_Y Y_t^2) \bar{\sigma}^2 dt + 2V_{WY} (\beta_t^s \sigma_X \sigma_Y Y_t^2 \\ &\quad + \beta_t^l \sigma_Y^2 Y_t^2) \underline{\sigma}^2 dt + V_{YY} (\sigma_Y^2 Y_t^2) \bar{\sigma}^2 dt] \Big\}\end{aligned}$$

两边同时除以 dt ，并且令 $dt \rightarrow 0$ ，得

$$\begin{aligned}rV(W, Y) &= \max_{s,l,\beta^s,\beta^l} \left\{ \alpha s Y - \frac{1}{2} Y (\lambda_s s^2 \alpha + \lambda_l l^2 \mu) + V_W \gamma W + V_Y (\mu l - \delta) Y \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} [V_{WW} ((\beta^s \sigma_X Y)^2 \bar{\sigma}^2 + (\beta^l \sigma_Y Y)^2 \bar{\sigma}^2 + 2\sigma_X \sigma_Y \beta^s \beta^l Y^2 \bar{\sigma}^2) \\ &\quad + 2V_{WY} (\sigma_X \sigma_Y \beta^s Y^2 \underline{\sigma}^2 + \beta^l (\sigma_Y Y)^2 \underline{\sigma}^2) + V_{YY} (\sigma_Y Y)^2 \bar{\sigma}^2] \Big\}\end{aligned}$$

将 $V(W, Y)$ 、 V_W 、 V_Y 、 V_{WY} 、 V_{WW} 、 V_{YY} 的表达式代入到上式中并且化简整理，得

$$\begin{aligned}(r + \delta)v(w) &= \max_{s,l,\beta^s,\beta^l} \left\{ \alpha s - \frac{1}{2} (\lambda_s s^2 \alpha + \lambda_l l^2 \mu) + v'(w) w (\gamma + \delta - \mu l) + \mu l v(w) \right. \\ &\quad + \frac{v''(w)}{2} [((\beta^s \sigma_X + \beta^l \sigma_Y)^2 + (w \sigma_Y)^2) \bar{\sigma}^2 - 2w \sigma_Y (\beta^s \sigma_X + \beta^l \sigma_Y) \underline{\sigma}^2] \Big\}\end{aligned}$$

证毕。

引理 2 的证明

证明：假定敏感性 $\{\beta^s\}$ ， $\{\beta^l\}$ 和 $\{\beta^e\}$ 几乎必然有界，即存在 $M > 0$ ，对于每个 $t \geq 0$ ，有 $P(\beta_t^N < M) = 1$ ，其中 $N \in \{s, l, e\}$ ，并且 $M < \infty$ 任意大。此外，委托人给予代理人的薪酬支付过程 $\{C_t\}_{t \geq 0}$ 满足平方可积性，即

$$E^{s,l,e} \left[\left(\int_0^\tau e^{-\gamma u} dC_u \right)^2 \right] < \infty$$

其中， $E^{s,l,e}$ 为由代理人的投资策略 s, l 和 e 所产生的概率测度 $P^{s,l,e}$ 下的期望。

与 Sannikov^[37]和 Gryglewicz 等^[17]中所讨论的类似，在时刻 t 给定的信息下，代理人从契约 $\phi \equiv (\{C\}, \{s\}, \{l\}, \{e\}, \tau)$ 获得的总预期收益

$$\psi_t = \int_0^t e^{-\gamma u} dC_u + e^{-\gamma t} J_t(\phi), \quad 0 \leq t < \tau$$

是一个 $P^{s,l,e}$ -鞅。由鞅表示定理（参见 Shreve^[53]），可得

$$\psi_t = \psi_0 + \int_0^t e^{-\gamma u} \sigma_x \beta_u^s Y_u dW_u^x + \int_0^t e^{-\gamma u} \sigma_y \beta_u^l Y_u dW_u^y + \int_0^t e^{-\gamma u} \sigma_z \beta_u^e Y_u dW_u^z, \quad 0 \leq t < \tau$$

其中

$$W_t^x = \frac{1}{\sigma_x Y_t} (X_t - \int_0^t \alpha s_u Y_u d_u), \quad W_t^y = \frac{1}{\sigma_y Y_t} (Y_t - \int_0^t (\mu l_u - \delta) Y_u d_u) \text{ 以及}$$

$$W_t^z = \frac{1}{\sigma_z Y_t} (Z_t - \int_0^t \kappa e_u Y_u d_u)$$

是概率测度 $P^{s,l,e}$ 下的标准 Wiener 过程。对于 ψ_t 的表达式关于 t 求导，可得

$$\begin{aligned} d\psi_t &= e^{-\gamma t} \sigma_x \beta_t^s Y_t dW_t^x + e^{-\gamma t} \sigma_y \beta_t^l Y_t dW_t^y + e^{-\gamma t} \sigma_z \beta_t^e Y_t dW_t^z \\ &= e^{-\gamma t} dC_t + d(e^{-\gamma t} J_t) \\ &= e^{-\gamma t} dC_t - \gamma e^{-\gamma t} J_t dt + e^{-\gamma t} dJ_t \end{aligned}$$

化简整理，得

$$dJ_t = \gamma J_t dt - dC_t + \beta_t^s (dX_t - \alpha s_t Y_t dt) + \beta_t^l (dY_t - (\mu l_t - \delta) Y_t dt) + \beta_t^e (dZ_t - \kappa e_t Y_t dt)$$

证毕。

命题 5 的证明

证明：根据 DeMarzo 等^[39]以及 Gryglewicz 等^[17]，有 $V(J, Y) = Yv(j) = Yv(J/Y)$ ，其中 $J, Y > 0$ 。类似 Sannikov^[37]中引理 1 讨论 HJB 方程解的凹性的思路，可以得出 $v(j)$ 是凹函数的结论，即 $v''(j) < 0$ 。

因此可以求解出 $V(J, Y)$ 关于状态变量 J 和 Y 的各阶偏导数

$$\begin{aligned} V_J &= v'(j), \quad V_Y = v(j) - jv'(j), \quad V_{JJ} = v''(j)/Y, \quad V_{JY} = -jv''(j)/Y, \\ V_{YY} &= j^2 v''(j)/Y, \end{aligned}$$

另外，如前文所述， V 具有以下边界条件

$$V(0, Y) = RY, \quad V(J, 0) = 0, \quad V_J(\bar{J}, Y) = -1, \quad V_{JJ}(\bar{J}, Y) = 0,$$

则可以得到 $v(j)$ 的边界条件

$$v(0) = R, \quad v'(j) = -1, \quad v''(\bar{j}) = 0,$$

由于 $dc \equiv dC/Y = 0$ ，并且成本函数 $h(s, l, e) = \frac{1}{2}(\lambda_s s^2 \alpha + \lambda_l l^2 \mu + \lambda_e e^2 \kappa)$ ，那么 (26) 式可以写成

$$V(J_t, Y_t) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} E_t \left\{ \int_t^\tau e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dW_u^X) + Y_u (e_u \kappa du + \sigma_Z dW_u^Z) - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] + e^{-r(\tau-t)} R Y_\tau \right\}$$

由动态规划原理，得

$$V(J_t, Y_t) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dW_u^X) + Y_u (e_u \kappa du + \sigma_Z dW_u^Z) - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] + e^{-rdt} V(J_{t+dt}, Y_{t+dt}) \right\} \quad (A.4)$$

又

$$V(J_{t+dt}, Y_{t+dt}) = V(J_t, Y_t) + dV(J_t, Y_t) \quad (A.5)$$

将 (A.5) 代入到 (A.4) 中，得

$$V(J_t, Y_t) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dW_u^X) + Y_u (e_u \kappa du + \sigma_Z dW_u^Z) - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] + e^{-rdt} (V(J_t, Y_t) + dV(J_t, Y_t)) \right\}$$

两边同乘以 e^{rdt} ，得

$$e^{rdt} V(J_t, Y_t) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{rdt} \cdot e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dW_u^X) + Y_u (e_u \kappa du + \sigma_Z dW_u^Z) - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] + V(J_t, Y_t) + dV(J_t, Y_t) \right\}$$

即

$$\begin{aligned} (e^{rdt} - 1)V(J_t, Y_t) = & \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{rdt} \cdot e^{-r(u-t)} [Y_u (s_u \alpha du + \sigma_X dW_u^X) \right. \\ & + Y_u (e_u \kappa du + \sigma_Z dW_u^Z) - \frac{1}{2} Y_u (\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] \\ & \left. + dV(J_t, Y_t) \right\} \quad (A.6) \end{aligned}$$

由 Itô 公式，得

$$\begin{aligned} dV(J_t, Y_t) = & V_J(J_t, Y_t) dJ_t + V_Y(J_t, Y_t) dY_t + \frac{1}{2} [V_{JJ}(J_t, Y_t) d\langle J \rangle_t \\ & + 2V_{JY}(J_t, Y_t) dJ_t dY_t + V_{YY}(J_t, Y_t) d\langle Y \rangle_t] \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} d\langle J \rangle_t = & [(\beta_t^s \sigma_X)^2 + (\beta_t^l \sigma_Y)^2 + (\beta_t^e \sigma_Z)^2 + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_X \sigma_Y \rho_{X,Y} \\ & + 2\beta_t^s \beta_t^e \sigma_X \sigma_Z \rho_{X,Z} + 2\beta_t^l \beta_t^e \sigma_Y \sigma_Z \rho_{Y,Z}] Y_t^2 dt \end{aligned}$$

$$dJ_t dY_t = (\beta_t^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta_t^l \sigma_y^2 + \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) Y_t^2 dt$$

$$d\langle Y \rangle_t = \sigma_y^2 Y_t^2 dt$$

故

$$\begin{aligned} dV(J_t, Y_t) = & V_J(J_t, Y_t)(\gamma J_t dt + \beta_t^s \sigma_x Y_t dW_t^X + \beta_t^l \sigma_y Y_t dW_t^Y + \beta_t^e \sigma_z Y_t dW_t^Z) \\ & + V_Y(J_t, Y_t)((l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_y Y_t dW_t^Y) \\ & + \frac{1}{2} \{ V_{JJ}(J_t, Y_t) [(\beta_t^s \sigma_x)^2 + (\beta_t^l \sigma_y)^2 + (\beta_t^e \sigma_z)^2 + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} \\ & + 2\beta_t^s \beta_t^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} + 2\beta_t^l \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}] \\ & + 2V_{JY}(J_t, Y_t)(\beta_t^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta_t^l \sigma_y^2 + \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) \\ & + V_{YY}(J_t, Y_t) \sigma_y^2 \} Y_t^2 dt \end{aligned} \quad (A.7)$$

将 (A.7) 代入到 (A.6) 中, 得

$$\begin{aligned} (e^{rdt} - 1)V(J_t, Y_t) = & \max_{s,l,e,\beta^s,\beta^l,\beta^e} E_t \left\{ \int_t^{t+dt} e^{rdt} \cdot e^{-r(u-t)} [Y_u(s_u \alpha du + \sigma_x dW_u^X) + Y_u(e_u \kappa du + \sigma_z dW_u^Z) \right. \\ & - \frac{1}{2} Y_u(\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] + V_J(J_t, Y_t)(\gamma J_t dt + \beta_t^s \sigma_x Y_t dW_t^X \\ & + \beta_t^l \sigma_y Y_t dW_t^Y + \beta_t^e \sigma_z Y_t dW_t^Z) + V_Y(J_t, Y_t)((l_t \mu - \delta) Y_t dt + \sigma_y Y_t dW_t^Y) \\ & + \frac{1}{2} \{ V_{JJ}(J_t, Y_t) [(\beta_t^s \sigma_x)^2 + (\beta_t^l \sigma_y)^2 + (\beta_t^e \sigma_z)^2 + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} \\ & + 2\beta_t^s \beta_t^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} + 2\beta_t^l \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}] + 2V_{JY}(J_t, Y_t)(\beta_t^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta_t^l \sigma_y^2 + \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) \\ & \left. + V_{YY}(J_t, Y_t) \sigma_y^2 \} Y_t^2 dt \right\} \end{aligned}$$

由于 $E[dW_t^i] = 0, i = X, Y, Z$, 故

$$\begin{aligned} (e^{rdt} - 1)V(J_t, Y_t) = & \max_{s,l,e,\beta^s,\beta^l,\beta^e} \left\{ \int_t^{t+dt} e^{rdt} \cdot e^{-r(u-t)} [Y_u s_u \alpha du + Y_u e_u \kappa du \right. \\ & - \frac{1}{2} Y_u(\lambda_s s_u^2 \alpha + \lambda_l l_u^2 \mu + \lambda_e e_u^2 \kappa) du] \\ & + V_J(J_t, Y_t)(\gamma J_t dt) + V_Y(J_t, Y_t)((l_t \mu - \delta) Y_t dt) \\ & + \frac{1}{2} (V_{JJ}(J_t, Y_t) [(\beta_t^s \sigma_x)^2 + (\beta_t^l \sigma_y)^2 + (\beta_t^e \sigma_z)^2 + 2\beta_t^s \beta_t^l \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} \\ & + 2\beta_t^s \beta_t^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} + 2\beta_t^l \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}] \\ & + 2V_{JY}(J_t, Y_t)(\beta_t^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta_t^l \sigma_y^2 + \beta_t^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) \\ & \left. + V_{YY}(J_t, Y_t) \sigma_y^2) Y_t^2 dt \right\} \end{aligned}$$

两边同时除以 dt ，并且令 $dt \rightarrow 0$ ，得

$$\begin{aligned}
 rV(J, Y) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} \Big\{ & Ys\alpha + Ye\kappa - \frac{1}{2}Y(\lambda_s s^2\alpha + \lambda_l l^2\mu + \lambda_e e^2\kappa) \\
 & + V_J \gamma J + V_Y(l\mu - \delta)Y + \frac{1}{2}[V_{JJ}((\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^l \sigma_y)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 \\
 & + 2\beta^s \beta^l \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + 2\beta^s \beta^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} + 2\beta^l \beta^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) \\
 & + 2V_{JY}(\beta^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta^l \sigma_y^2 + \beta^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) + V_{YY} \sigma_y^2] Y^2 \Big\} \quad (A.8)
 \end{aligned}$$

将 $V(J, Y)$ 、 V_J 、 V_Y 、 V_{JJ} 、 V_{JY} 、 V_{YY} 的表达式代入到 (A.8) 中，得

$$\begin{aligned}
 rv(j)Y = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} \Big\{ & Ys\alpha + Ye\kappa - \frac{1}{2}Y(\lambda_s s^2\alpha + \lambda_l l^2\mu + \lambda_e e^2\kappa) \\
 & + v'(j)\gamma jY + (v(j) - jv'(j))(l\mu - \delta)Y + \frac{1}{2}[v''(j) \cdot \frac{1}{Y}((\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^l \sigma_y)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 \\
 & + 2\beta^s \beta^l \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + 2\beta^s \beta^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} + 2\beta^l \beta^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) \\
 & - 2jv''(j) \cdot \frac{1}{Y}(\beta^s \sigma_x \sigma_y \rho_{x,y} + \beta^l \sigma_y^2 + \beta^e \sigma_y \sigma_z \rho_{y,z}) + j^2 v''(j) \cdot \frac{1}{Y} \sigma_y^2] Y^2 \Big\}
 \end{aligned}$$

化简整理，得

$$\begin{aligned}
 (r + \delta)v(j) = \max_{s, l, e, \beta^s, \beta^l, \beta^e} \Big\{ & s\alpha + e\kappa - \frac{1}{2}(\lambda_s s^2\alpha + \lambda_l l^2\mu + \lambda_e e^2\kappa) \\
 & + jv'(j)(\gamma + \delta - \mu l) + \mu l v(j) + \frac{1}{2}v''(j)[(\beta^s \sigma_x)^2 + (\beta^l \sigma_y)^2 + (\beta^e \sigma_z)^2 \\
 & + 2\sigma_y(\beta^l - j)(\beta^s \sigma_x \rho_{x,y} + \beta^e \sigma_z \rho_{y,z}) + 2\beta^s \beta^e \sigma_x \sigma_z \rho_{x,z} - j\sigma_y^2(2\beta^l - j)] \Big\}
 \end{aligned}$$

证毕。

引理 3 的证明

证明：假设 $dc \equiv dC/Y = 0$ ，那么 (35) 式可以简化为

$$dJ_t = \gamma J_t dt + \beta_t^s(dX_t - \alpha s_t Y_t dt) + \beta_t^l(dY_t - (\mu l_t - \delta)Y_t dt) + \beta_t^e(dZ_t - \kappa e_t Y_t dt)$$

令 $f(Y_t) = \frac{1}{Y_t}$ ，由 Itô 公式，得

$$\begin{aligned}
 df(Y_t) &= d\left(\frac{1}{Y_t}\right) = f'(Y_t)dY_t + \frac{1}{2}f''(Y_t)d\langle Y \rangle_t \\
 &= -\frac{1}{Y_t^2}dY_t + \frac{1}{Y_t^3}d\langle Y \rangle_t
 \end{aligned}$$

而

$$\begin{cases} dY_t = (l_t \mu - \delta)Y_t dt + \sigma_y Y_t dW_t^y \\ d\langle Y \rangle_t = dY_t \cdot dY_t = \sigma_y^2 Y_t^2 dt \end{cases}$$

故

$$\begin{aligned} d\left(\frac{1}{Y_t}\right) &= -\frac{1}{Y_t^2} [(l_t\mu - \delta)Y_t dt + \sigma_Y Y_t dW_t^Y] + \frac{1}{Y_t^3} \sigma_Y^2 Y_t^2 dt \\ &= \frac{1}{Y_t} [(\sigma_Y^2 + \delta - l_t\mu) dt - \sigma_Y dW_t^Y] \end{aligned}$$

由于 $j_t = J_t / Y_t$ ，利用 Itô 乘积法则，可得

$$\begin{aligned} dj_t &= d\left(\frac{J_t}{Y_t}\right) = J_t d\left(\frac{1}{Y_t}\right) + \frac{1}{Y_t} dJ_t + dJ_t \cdot d\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\ &= \frac{J_t}{Y_t} [(\sigma_Y^2 + \delta - l_t\mu) dt - \sigma_Y dW_t^Y] \\ &\quad + \frac{1}{Y_t} [\gamma J_t dt + \beta_t^S \sigma_X Y_t dW_t^X + \beta_t^I \sigma_Y Y_t dW_t^Y + \beta_t^E \sigma_Z Y_t dW_t^Z] + dJ_t \cdot d\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\ &= j_t [(\sigma_Y^2 + \delta - l_t\mu) dt - \sigma_Y dW_t^Y] \\ &\quad + [\gamma j_t dt + \beta_t^S \sigma_X dW_t^X + \beta_t^I \sigma_Y dW_t^Y + \beta_t^E \sigma_Z dW_t^Z] + dJ_t \cdot d\left(\frac{1}{Y_t}\right) \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} dJ_t \cdot d\left(\frac{1}{Y_t}\right) &= (\gamma J_t dt + \beta_t^S \sigma_X Y_t dW_t^X + \beta_t^I \sigma_Y Y_t dW_t^Y + \beta_t^E \sigma_Z Y_t dW_t^Z) \cdot \frac{1}{Y_t} [(\sigma_Y^2 + \delta - l_t\mu) dt - \sigma_Y dW_t^Y] \\ &= -\beta_t^S \sigma_X \sigma_Y \rho_{X,Y} dt - \beta_t^I \sigma_Y^2 dt - \beta_t^E \sigma_Y \sigma_Z \rho_{Y,Z} dt \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} dj_t &= j_t [(\sigma_Y^2 + \delta - l_t\mu) dt - \sigma_Y dW_t^Y] + \gamma j_t dt + \beta_t^S \sigma_X dW_t^X + \beta_t^I \sigma_Y dW_t^Y + \beta_t^E \sigma_Z dW_t^Z \\ &\quad - \beta_t^S \sigma_X \sigma_Y \rho_{X,Y} dt - \beta_t^I \sigma_Y^2 dt - \beta_t^E \sigma_Y \sigma_Z \rho_{Y,Z} dt \end{aligned}$$

当 $\rho_{X,Y} = \rho_{X,Z} = \rho_{Y,Z} = 0$ ，且 σ_Y 足够小时（即 $\sigma_Y^2 \rightarrow 0$ ），可得

$$dj_t = (\gamma + \delta - l_t\mu) j_t dt + \beta_t^S \sigma_X dW_t^X + \beta_t^E \sigma_Z dW_t^Z + (\beta_t^I - j_t) \sigma_Y dW_t^Y$$

证毕。

附录 B

各类表格

表 1 模型参数设置

参数符号	参数含义	参数取值
r	委托人的期望折现率	0.046
γ	代理人的期望折现率	0.047
δ	折旧率	0.125
α	短期投资效率	0.25

μ	长期投资效率	0.025
λ_s	短期投资比重	1.15
λ_l	长期投资比重	0.25
σ_x	短期代理冲突	0.15
σ_y	长期代理冲突	0.5
R	公司的清算价值	0.75

表 2 基本参数设置 ($\rho_{x,y} = \rho_{x,z} = \rho_{y,z} = 0$)

符号	参数	数值
r	委托人的期望折现率	0.046
γ	代理人的期望折现率	0.048
δ	折旧率	0.125
α	短期投资效率	0.25
μ	长期投资效率	0.025
κ	绿色技术投资效率	0.1
λ_s	短期投资权重	1
λ_l	长期投资权重	1
λ_e	绿色技术投资权重	1
σ_x	短期代理冲突	0.2
σ_y	长期代理冲突	0.25
σ_z	绿色代理冲突	0.2
R	企业的清算价值	0.75

表 3 基本参数设置 ($\rho_{m,n} \neq 0, m, n \in \{X, Y, Z\}, m \neq n$)

符号	参数	数值
r	委托人的期望折现率	0.046
γ	代理人的期望折现率	0.047
δ	折旧率	0.125
α	短期投资效率	0.25
μ	长期投资效率	0.025
κ	绿色技术投资效率	0.12
λ_s	短期投资权重	1.15
λ_l	长期投资权重	0.25
λ_e	绿色技术投资权重	0.8
σ_x	短期代理冲突	0.15
σ_y	长期代理冲突	0.5
σ_z	绿色代理冲突	0.15
R	企业的清算价值	0.75

硕士期间发表的论文

- [1] Li L, Fei C, Fei W. Research on investment incorporating both environmental performance and long (short) term financial performance of firms[J]. International Journal of Systems Science, 2024, 55(2): 273-299.
- [2] Li L, Li J, Pan H, Fei W. Influence of carbon emission reduction of enterprises on economic growth under climate warming[J]. Systems Science & Control Engineering, 2024, 12(1): 2288163.
- [3] 李亮, 李任重, 费为银. 气候风险对经济金融的影响研究进展[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)
- [4] Fei C, Li L, Fei W, Li R. Influence of Knightian uncertainty on short and long-termism of firm investment: From the perspective of dynamic financial contract. International Review of Financial Analysis. (在审稿)

致 谢

行文至此，落笔为终。在这“草色遥看近却无”的早春时节，我也即将完成我的硕士研究生课题。回想整个研究生学习和科研生涯，我收获了无数的帮助和支持，我想借此机会向所有关心、支持和帮助过我的人表示最诚挚的感谢。

首先，我要由衷地感谢我的恩师——费为银教授。在整个硕士研究生期间，费老师给予了我无私的指导和支持，不仅在学术上向我提供了宝贵的指导和建议，还在生活上给予了我无微不至的关心和照顾。科研方面，从查找文献、阅读文献这些基础工作开始，到发现问题、思考问题、寻找创新点，再到数学模型与公式的推导、数值模拟以及经济学解释，最后形成一篇完整的研究论文并对其进行逐字逐句地修改和完善，这一整个过程中，费老师始终引导着我、鞭策着我、激励着我，使我的科研能力、学习能力、独立思考能力以及分析和解决问题的能力都得到了前所未有的提高。并且导师严谨负责的治学态度和科研精神深深影响着我，在他的引导下，我甚至为一个词语的选取是否恰当而琢磨半天，为数学模型背后所反映的金融经济学意义而思考良久。渐渐地，我也对科研有了更深的理解并且也产生了更为浓厚的兴趣，同时我也养成了严谨、踏实、专注等良好的学习和工作习惯。生活方面，费老师也经常主动关心和了解我的思想、身体和家庭状况，并且在我经济困难时给予我经济上的援助和支持，帮助我解决一些生活上的问题，让我能够更加专注于自己的学习和工作。并且，在我申博过程中，费老师也给予我最大的支持和帮助。师恩浩荡，感激不尽！

同时，我要深深地感谢各位教授我研究生课程的辛勤的园丁们。感谢教我《金融随机分析引论》课程的梁勇老师，感谢您引领着我敲开了金融数学的大门；感谢带我《经济控制论》课程的夏登峰老师，感谢您对我的严格要求，激发了我学好数学、做好科研的斗志；感谢教授我《金融数学》课程的沈明轩老师，感谢您帮助我夯实了金融数学和随机分析的基础；感谢辅导我数值计算和仿真的邓寿年老师，感谢帮助我巩固基础数学知识的姜培华老师和何俊老师，感谢潘海峰老师、李志民老师、张伟老师、张玥老师、刘大俊老师、魏晴晴老师等等。师恩难忘，铭记于心！

其次，我要感谢各位帮助过我的优秀的师兄师姐们。感谢孙多好、黄玉喜两位师兄和王良熠师姐，在我研究生刚入学时向我解答了各种读研过程中可能面

临的问题，帮助我摆脱迷茫，确定目标。感谢李任重和谢成成两位师兄，在我学习 Matlab 软件和做数值模拟的过程中，向我分享了宝贵的学习经验和技巧，帮助我快速全面地掌握了数值模拟的关键技术。感谢李婧雅和鲍琳琳两位师姐，在我推导数学模型和公式的过程中遇到问题时总是耐心地向我答疑解惑。感谢王昆仑、李文瑞和朱家路师兄以及费晨师姐，在我申博过程中向我提供了很多宝贵的信息和及时的帮助。得遇你们，何其有幸！

此外，我也要感谢图书馆 1805 自习室的各位小伙伴们。感谢你们自始至终在学习和生活上的支持和陪伴，与你们同行的日子里，阳光格外灿烂，风景分外妖娆！

最后，我要特别感谢我的父亲。感谢您在我整个学习生涯中一直给予我无限的支持和理解，始终是我最强有力的后盾。也感谢您教会我很多做人的道理，让我懂得感恩，明辨是非。养育之恩，无以为报！我会继续加油，努力成为您的骄傲。

谨以此文，献给所有支持和帮助过我的人，再次表示最诚挚的感谢。