

分类号: (O231.3)

密 级: 公开

单位代码: 10363

学 号: 2211020138

题 目 网络环境下几类网络化离散系统
的模糊集员滤波问题研究

英文并列

题 目 Research on Fuzzy Set-Member Filtering
for Several Kinds of Networked Discrete
Systems in Network Environment

学生姓名: 董鹏博

指导教师: 刘宏建 教授

专 业: 数学

研究方向: 随机控制理论及应用

论文答辩日期: 2024 年 5 月 29 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：董鹏博

日期：2024 年 6 月 3 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：董鹏博

日期：2024 年 6 月 3 日

指导教师签名：刘宏建

日期：2024 年 6 月 3 日

网络环境下几类网络化离散系统的模糊集员滤波问题研究

摘 要

网络化控制系统在工业自动化、智能家居、智能交通等领域有着广泛的应用。通常由传感器、执行器、控制器和网络组成，能够实现远程控制、实时监测和数据传输等功能。其通过网络建立通信，可进行长距离的信息传输与处理。但在应用网络环境下，不可避免的导致一部分网络诱导现象的出现，如丢包，时滞等。针对此类现象，人们采用了一系列通信协议来缓解此类现象所带来的影响。如轮询（RR）协议、随机通讯协议（SCP）等等。

在实际生活应用中，大多涉及到的系统为非线性系统，但对非线性系统的滤波器设计相对来说较为困难。而模糊理论可以将非线性系统通过模糊规则约束下近似为线性系统进行研究，其有建模精度高，计算复杂度低的特点。

通过利用模糊集员滤波方法，研究了几类网络环境下离散非线性系统的问题。通过引入改进的 T-S 模糊模型，在每个模糊规则下通过仿射模型实现高度逼近，考虑到实际的系统状态中涉及到的网络诱导因素，针对性的提出相对应的滤波器。

对于离散网络化系统来说，研究了在 RR 协议下的模糊集员滤波问题。基于 RR 协议节省通信资源的特点设计了相对应的集员滤波器。通过采用 LMI 方法、相应的优化算法，使得滤波误差能够被限制在椭球集中，使其满足限制要求。通过求解优化问题得出最小增益矩

阵能满足滤波误差。最后通过数值分析验证了所提出的滤波器的可行性。

关键词：网络化离散非线性系统；集员滤波；通信协议；T-S 模糊模型

RESEARCH ON FUZZY SET-MEMBERSHIP FILTERING FOR SEVERAL KINDS OF NETWORKED DISCRETE SYSTEMS IN NETWORK ENVIRONMENT

ABSTRACT

Networked control system is widely used in industrial automation, intelligent home, intelligent transportation and other fields. It is usually composed of sensors, actuators, controllers and networks, which can realize remote control, real-time monitoring and data transmission. It establishes communication through the network and can carry out long-distance information transmission and processing. However, in the application network environment, it inevitably leads to some network induced phenomena, such as packet loss, time delay and so on. In view of this phenomenon, people have adopted a series of communication protocols to mitigate the impact of this phenomenon. Such as polling (RR) protocol, random communication protocol (SCP) and so on.

In practical applications, most of the systems involved are nonlinear systems, but it is relatively difficult to design filters for nonlinear systems. The fuzzy theory can be used to approximate the nonlinear system to a linear system under the constraint of fuzzy rules, which has the characteristics of high modeling accuracy and low computational complexity.

By using the fuzzy set-membership filtering method, the problems of discrete nonlinear systems in several kinds of network environments are

studied. By introducing an improved T-S fuzzy model, the height approximation is realized by affine model under each fuzzy rule. Considering the network inducement factors involved in the actual system state, the corresponding filter is proposed.

For discrete networked systems, the problem of fuzzy set-membership filtering under RR protocol is studied. Based on the characteristics of RR protocol to save communication resources, the corresponding set-membership filter is designed. By using the LMI method and the corresponding optimization algorithm, the filtering error can be limited to the ellipsoid set, so that it can meet the restriction requirements. The minimum gain matrix can satisfy the filtering error by solving the optimization problem. Finally, the feasibility of the proposed filter is verified by numerical analysis.

Dong Pengbo (Mathematics)

Supervised by Prof. Liu Hongjian

KEY WORDS: Networked Discrete Nonlinear System, Set-membership Filter, Communication protocol, T-S Fuzzy Model

目 录

摘 要	I
ABSTRACT.....	III
第 1 章 绪论.....	1
1.1 课题研究背景及意义	1
1.2 课题研究现状	2
1.2.1 集员滤波的研究现状.....	2
1.2.2 模糊模型的研究现状.....	2
1.2.3 网络环境.....	3
1.3 内容提纲	3
第 2 章 ROUND-ROBIN 协议下网络化离散系统的模糊集员滤波	5
2.1 问题描述	5
2.1.1 非线性系统.....	5
2.2 准备工作	5
2.3 非线性集员滤波器	7
2.4 主要目的	7
2.4.1 主要解决问题.....	7
2.4.2 滤波器设计	8
2.5 数值仿真	13
2.6 本章总结	14
第 3 章 ROUND-ROBIN 协议下网络化饱和时变离散系统的模糊集员滤波	16
3.1 问题描述	16
3.1.1 非线性时变系统.....	16
3.2 准备工作	17

3.3 非线性集员滤波器	19
3.4 主要目的	19
3.4.1 主要解决问题	19
3.4.2 滤波器设计	19
3.5 模拟仿真	25
3.6 本章总结	27
第 4 章 总结与展望	28
4.1 总结	28
4.2 展望	28
参考文献	30
攻读硕士期间取得的学术成果	35
致 谢	36

第 1 章 绪论

1.1 课题研究背景及意义

目前,随着计算机技术、控制技术、网络技术的发展,传统的控制系统也逐渐向着网络化方向变革,网络通信在工业控制系统上的应用也越来越多。网络化控制系统^[1-4]是通过通信网络将传感器与控制器连接,通过控制回路的元件交换资料。其优点是可以在长距离下进行工作,减少了成本及系统的复杂度,在各个控制器间可有效分享资料,增加了系统的灵活性与可靠性。因此广泛在各个领域中得到应用,例如地形勘探和工厂控制^[5-6]等。网络化提高传统控制系统性能的同时,相对应的问题也需要解决。为了不同控制系统之间的信息交流,在网络信息传输过程中的采用各类网络传输协议对信息传输加以限制与约束,此类协议的使用也会导致信息在传输之后出现缺失、滞后等影响。并且,工业传感器器件材料的物理属性限制及各类网络攻击的影响也会对信息传输有一定的限制,从而导致信息残缺。

控制系统的应用中,大多数涉及到离散系统和各类噪声。如何准确获得系统内部的信息而对噪声进行过滤是现如今很多国内外学者所讨论的重点。因此,有关滤波器设计相关的理论得到发展。最著名的有卡尔曼滤波器^[7-9]、 H_∞ 滤波器^[10-12]。但是这类滤波方法需要提前知道相关的统计特征。与此类滤波方法相比,集员滤波^[13-14]所存在的限制就是过程噪声和观测噪声是未知但有界的,这一点在实际系统中通常都能够得到保证。早期椭球集员滤波的研究是由 Schweppe 所提出^[15]。集员滤波的思想主要是对所有容许的有界噪声和测量值,都有一个椭球集包含其所有的真实状态,随着椭球集的逐渐变小,进而得到最优结果。集员滤波的研究在线性系统中有不少的发展,但现如今的大多数应用涉及到的是离散系统,因此引入模糊理论。模糊建模具有高精度建模和低复杂度计算的特点,首先使用 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型逼近非线性系统, T-S 模糊模型基于状态空间的模糊划分,即 IFTHEN 规则。利用模糊建模做到对离散系统的高精度逼近并降低计算复杂度从而更好的解决离散系统的集员滤波问题。

模糊系统^[16-22]因为其在非线性系统中建模精度表现很好而被广泛使用。通常采用 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊模型表达非线性系统。T-S 模糊模型基于对状态空间的模糊划分, 即 IFTHEN 规则。在每个模糊规则下, 形成各个基本系统。模糊模型是由这些基本系统的集合给出的, 即模糊隶属函数加权的基本系统的凸组合。常用的基本系统是线性系统集员滤波问题的研究很多都涉及的是线性系统, 相比之下, 对离散系统的集员滤波设计是很困难的。

工业界提出了多种网络协议用来利用受限制的网络带宽, 如, RR (Round-Robin) 协议^[23-27], SCP (Stochastic Communication Protocol) 协议^[28-32]和 WTOD (Weighted Try-Once-Discard,) 协议^[33-35]等。此类协议为了有效利用受限的网络带宽资源, 在协议机制设计中牺牲信息的完整性, 尽量防止数据在信道传输过程中的数据丢失。

1.2 课题研究现状

1.2.1 集员滤波的研究现状

针对系统中存在的噪声先验假设不同, 而对滤波理论 and 处理方法也有所不同。卡尔曼滤波是基于系统内部存在随机噪声进行研究, 其假设已知或部分已知噪声的特性。然而, 在雷达、电压控制、系统制导与导航、目标跟踪与攻击等实际应用中, 无法获得噪声的相关统计学特性, 只能判断得出噪声是有界的。针对此类噪声有界的情况, 便产生了集员滤波的思想。

集员滤波理论在上世纪 70 年代就有了相关研究, 主要应用于故障检测与信号处理等方面。近年来在机器人等领域也有相应的发展。集员滤波的方法仅需知道噪声是有界的, 无需知道噪声的具体统计学特性。

1.2.2 模糊模型的研究现状

模糊模型理论起源于上世纪 60 年代, 由美国著名计算机与控制专家查德 (L.A.Zadeh) 教授所提出, 并广泛应用于人工智能、模糊控制等领域。

模糊建模是一种处理不确定性和模糊性的数学建模方法, 旨在对那些难以用精确数学方法描述的系统进行建模和分析。在传统的精确建模方法中, 系统

的输入和输出之间的关系通常是通过确定性的数学方程式来描述的，然而在现实世界中，许多系统往往存在各种不确定性和模糊性，这就需要引入模糊建模方法来更好地描述这些系统。

模糊建模的基本思想是利用模糊集合理论中的模糊集合，将不确定性因素用模糊概念来描述，从而构建模糊规则和模糊推理系统，实现对模糊系统的建模和分析。通过模糊建模，可以更灵活地处理模糊和不确定信息，使系统具有更好的鲁棒性和适应性。

目前，模糊建模在各个领域都有着广泛的应用和研究，包括但不限于控制系统、模式识别、决策支持系统、人工智能等。在控制系统领域，模糊控制已经成为一种重要的控制方法，可以有效地处理非线性系统和模糊系统，提高系统的鲁棒性和适应性。在模式识别领域，模糊建模可以用来处理模糊信息和模糊特征，提高模式识别的准确性和鲁棒性。

1.2.3 网络环境

网络化控制，指的是将众多的传感器、执行器、控制器等主要元器件通过网络连接起来，通过网络传输与交换数据信息，从而避免了传统控制系统的专线铺设等问题，提高系统的灵活性与有效性。

在网络控制系统中，通信网络的应用也给相关问题研究带来了新的挑战。由于通信网络本身的网络资源限制，不可避免的会导致网络诱导现象^[36-41]。为了解决这个问题，我们在通信网络中加入了通信协议。其目的是规范传输信道上的数据交换，提高网络资源的利用率和传输灵活性。

到目前为止，已经开发了各种基于协议的控制/估计算法，其中通信协议已经被巧妙地嵌入到网络系统中。常用的协议包括随机通信协议（SCP）、一次尝试丢弃协议（TODP）、轮询协议（Round-Robin）（以下简称 RR 协议）和 FlexRay 协议^[42-43]（FRP）。

1.3 内容提纲

本文研究了在网络协议下不同非线性系统的模糊集员滤波问题。首先，引入模糊理论对非线性系统进行模糊化处理，进而通过考虑在通信协议下不同离

散系统的状态，设计与之对应的滤波器，使得其能有效的约束滤波误差。

本文内容提纲总体概括如下：

第一章内容介绍了课题的研究背景及现状，包括集员滤波的研究背景，模糊建模的研究背景和意义，网络环境等方面的研究现状。

第二章内容研究了在RR协议下网络化离散系统的模糊集员滤波问题，利用RR协议节省通信资源的特点设计了相对应的集员滤波器。通过采用LMI方法、相应的优化算法，使得滤波误差能够被限制在椭球集中，使其满足限制要求。通过求解优化问题得出最小增益矩阵能满足滤波误差。最后，用数值实例模拟验证了所提出的滤波方案的可行性。

第三章内容研究了在RR协议下网络化饱和时滞离散系统的模糊集员滤波问题。在饱和时滞状态下，结合模糊理论设计了相应的滤波器，并求解优化问题得到使滤波误差最小的增益矩阵。

第四章是对全文的总结和展望。

第 2 章 Round-Robin 协议下网络化离散系统的模糊集员滤波

本章研究了在 Round-Robin 协议 (以下简称 RR 协议) 下的网络化离散系统的模糊集员滤波问题。通过在模糊规则下对输入进行近似逼近, 然后考虑了 RR 协议下输出产生的变化, 并通过 LMI、S-chur 等对滤波误差进行分析, 目的是将滤波误差约束到椭球集中。最后, 通过一个算例验证了滤波算法的有效性。

2.1 问题描述

2.1.1 非线性系统

在本节中, 考虑以下非线性离散系统:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k) + B_k w_k, \\ y_k &= C_k x_k + D_k v_k, \end{aligned} \quad (2-1)$$

其中: 系统状态向量 $x_k \in \mathbb{R}^n$, 初始值为 x_0 , y_k 为 k 时刻的测量输出。 $f(\cdot)$ 连续非线性函数, B_k 、 C_k 、 D_k 是已知的适维矩阵。

过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k 满足以下椭球约束

$$\mathcal{W}_k = \{w_k | w_k^T Q_k^{-1} w_k \leq 1\}, \quad (2-2)$$

$$\mathcal{V}_k = \{v_k | v_k^T \mathcal{R}_k^{-1} v_k \leq 1\}, \quad (2-3)$$

其中: $Q_k = Q_k^T > 0$ 与 $\mathcal{R}_k = \mathcal{R}_k^T > 0$ 是已知的适维矩阵。

2.2 准备工作

2.2.1 模糊滤波

本文将模糊滤波算法应用到非线性系统中, 在模糊规则下得出仿射模型。

模糊规则 i : 如果 $x_{1, k}$ 是 $M_{1, i}$, $x_{2, k}$ 是 $M_{2, i}$, ..., $x_{n, k}$ 是 $M_{n, i}$

那么:

$$f_i(x_k) = A_i x_k + b_i, \quad i \in (1, \dots, N) \quad (2-4)$$

其中: $x_k = [x_{1, k}, x_{2, k}, \dots, x_{n, k}]^T$, $M_{h, i}, h \in (1, \dots, n)$ 表示模糊子集的模糊集

合，可以从模糊规则中得出。 N 表示模糊规则个数，假设 A_i 是非奇异的且 $[A_i, C_{k+1}, i \in (1, \dots, N)]$ 是完全可观测的。 A_i 和 b_i 的维数由非线性函数 f 决定。

对所得到的非线性函数 f 对 N 条模糊规则的模糊逼近为

$$f(x_k) = \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) f_i(x_k), \quad (2-5)$$

模糊规则 i 下的归一化权重 $\beta_i(x_k)$ 为

$$\beta_i(x_k) = \frac{\mu_i(x_k)}{\sum_{i=1}^N \mu_i(x_k)},$$

其中： $\mu_i(x_k) \geq 0$ 为模糊隶属函数

因此得到：

$$\beta_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1, \quad (2-6)$$

我们定义 $\hat{x}_0$ 为未定测量值 x_0 的估计值，则 $\hat{x}_k \in \mathbb{X}$ 可由递归得到。以下提出一种模糊集员滤波器。

模糊规则 i ：如果 $\hat{x}_{1, k}$ 是 $M_{1, i}$ ， $\hat{x}_{2, k}$ 是 $M_{2, i}$ ， $\dots$ ， $\hat{x}_{n, k}$ 是 $M_{n, i}$ ，

那么

$$\bar{x}_{k+1} = \sum_{i=1}^N \beta_i(\hat{x}_k) (A_i \hat{x}_k + b_i), \quad (2-7)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + L_{k+1} (y_{k+1} - C_{k+1} \bar{x}_{k+1}), \quad (2-8)$$

其中： $M_{h,i}$ 和 (2-4) 中模糊规则相同， A_i 和 b_i 可对 T-S 模糊模型建模^[44] 得到。

2.2.2 RR 协议

RR 协议作用下，每一个事件周期内，每个节点只允许获得一次网络使用权限。引入变量 θ_k 表示在时刻 k 所获得网络传输权限的节点，由 RR 协议的周期性可知，对所有的 $k \in \mathbb{N}^+$ ，有 $\theta_{k+m} = \theta_k$ ，且对于 $k \in (1, \dots, m)$ ，有 $\theta_k = k$ 。

因此得到：

$$\theta_k = \begin{cases} m & k = 0 \\ \text{mod}(k-1, m) + 1, & k \neq 0 \end{cases} \quad (2-9)$$

定义：

$$\Phi_{\theta_k} = \text{diag}\{\delta(\theta_k - 1), \delta(\theta_k - 2), \dots, \delta(\theta_k - m)\} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \theta_k \in (1, \dots, m)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 满足:

$$\delta(j) = \begin{cases} 1 & j = 0 \\ 0 & j \neq 0 \end{cases} \quad (2-10)$$

$\bar{y}$ 为通过协议后的测量输出。

$$\bar{y}_k = \sum_{l=1}^{m-1} \Phi_{\theta_{k-l}} y_{k-l}, \quad (2-11)$$

其中: y_0 为初始值, 当 $k-l < 0$ 时 $\theta_{k-l} = l$; 当 $k \leq 0$ 时 $y_k = y_0$ 。

不完全测量信息由下述模型表示:

$$\hat{y}_k = \Pi_k \bar{y}_k, \quad (2-12)$$

其中: $\hat{y}_k$ 表示反馈的实际信息, $\Pi_k = \text{diag}\{\pi_{1,k}, \pi_{2,k}, \dots, \pi_{m,k}\}$, $\pi_{i,k} \in [\tilde{\pi}_i, \hat{\pi}_i]$, $0 \leq \tilde{\pi}_i \leq \hat{\pi}_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, m$ 。

$$\begin{cases} \hat{\Pi} = \text{diag}\{\hat{\pi}_1, \hat{\pi}_2, \dots, \hat{\pi}_m\}, \\ \tilde{\Pi} = \text{diag}\{\tilde{\pi}_1, \tilde{\pi}_2, \dots, \tilde{\pi}_m\}, \\ \bar{\Pi} = \text{diag}\{\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2, \dots, \bar{\pi}_m\} = \frac{\tilde{\Pi} + \hat{\Pi}}{2}, \\ \tilde{\Pi} = \text{diag}\{\tilde{\pi}_1, \tilde{\pi}_2, \dots, \tilde{\pi}_m\} = \frac{\hat{\Pi} - \tilde{\Pi}}{2}, \end{cases} \quad (2-13)$$

有 $\Pi_k = \bar{\Pi} + \Delta\Pi_k$ ($\Delta\Pi_k = \text{diag}\{\Delta\pi_{i,k}\}$), 且 $|\Delta\pi_{i,k}| \leq \tilde{\pi}_i$, 则有 $\Delta\Pi_k^2 \leq \tilde{\Pi}^2$ 。

2.3 非线性集员滤波器

基于不完全测量输出 $\hat{y}_k$ 和模糊规则 i , 设计如下集员滤波器:

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + L_{k+1}(\hat{y}_{k+1} - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l}), \quad (2-14)$$

其中: L_{k+1} 为增益矩阵。

2.4 主要目的

2.4.1 主要解决问题

(1) 对于给定的一组矩阵 $P_{k+1} > 0$, 需要保证滤波误差 $e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}$ 满足:

$$e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1, \forall k \in \mathbb{N}^+$$

(2) 在上述问题成立下, 选择适当的增益矩阵 L_{k+1} , 使矩阵的迹最小化。

2.4.2 滤波器设计

引理 2.1^[45] (Shur 补) 若存在适维矩阵 $S_1 (S_1 = S_1^T)$ 、 $S_2 (0 \leq S_2 = S_2^T)$ 和 S_3 , 则 $S_1 + S_3^T S_2^{-1} S_3 < 0$ 等价于:

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_3^T \\ S_3 & -S_2 \end{bmatrix} < 0 \text{ 或 } \begin{bmatrix} -S_2 & S_3 \\ S_3^T & S_1 \end{bmatrix} < 0,$$

引理 2.2^[46] (S-过程) 已知 $\varphi_0(\cdot), \varphi_1(\cdot), \dots, \varphi_p(\cdot)$ 是关于变量 $\delta \in \mathbb{R}^n$ 的函数, 定义 $\varphi_j(\cdot) = \delta^T X_j \delta (j = 1, 2, \dots, p)$, $X_j^T = X_j$, 若存在实数 $\varepsilon_1 \geq 0, \varepsilon_2 \geq 0, \dots, \varepsilon_p \geq 0$ 使得:

$$X_0 - \sum_{j=1}^p \varepsilon_j X_j \leq 0,$$

成立, 则下述成立:

$$\varphi_1(\delta) \leq 0, \varphi_2(\delta) \leq 0, \dots, \varphi_p(\delta) \leq 0 \Rightarrow \varphi_0(\delta) \leq 0$$

定理 2.1: 给定一组对称正定矩阵 P_k , 使得滤波误差 e_k 满足 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1$, 若存在矩阵 P_{k+1} , 增益矩阵 L_{k+1} 及实数 $\varepsilon_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, 10)$ 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_{k+1} & \Omega_k \\ * & -\Theta_k \end{bmatrix} < 0, \quad (2-15)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Omega_k &= [0 \ 1 \ A_i B_k \ -\bar{\Omega}_{1,k+1} \ -\bar{\Omega}_{2,k+1} \ -\bar{\Omega}_{3,k+1} \ -A_i \bar{\Omega}_{4,k+1} \ -\bar{L}_{k+1} \ -\bar{L}_{k+1} \\ &\quad -\bar{L}_{k+1}]^T, \\ \bar{\Omega}_{1,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} \ -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k \ \dots \ -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2}], \\ \bar{\Omega}_{2,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} G_k \ -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k G_{k-1} \ \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} G_{k-m+1}], \\ \bar{\Omega}_{3,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} B_k \ -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k B_{k-1} \ \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} B_{k-m+1}], \\ \bar{\Omega}_{4,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} D_{k+1} \ -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k D_k \ \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} D_{k-m+2}], \\ \bar{Q}_k &= \text{diag}\{\underbrace{Q_k^{-1}, Q_k^{-1}, \dots, Q_k^{-1}}_m\}, \\ \bar{R}_k &= \text{diag}\{\underbrace{R_k^{-1}, R_k^{-1}, \dots, R_k^{-1}}_m\}, \end{aligned}$$

$$\bar{I}_k = \text{diag}\{\underbrace{I_k^{-1}, I_k^{-1}, \dots, I_k^{-1}}_m\},$$

$$\begin{aligned} \Theta_k = \text{diag}\{ & 1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4 - \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_7 + \varepsilon_8 \varphi_1 \\ & + \varepsilon_{10} \varphi_3, -\varepsilon_1 h^2(\hat{x})I, \varepsilon_1 I + \varepsilon_2 P_k^{-1}, \varepsilon_3 Q_k^{-1}, -\varepsilon_4 h^2(\hat{x}_{k-l})I, \varepsilon_4 I \\ & + \varepsilon_5 \bar{I}, \varepsilon_6 \bar{Q}_k, \varepsilon_7 \bar{R}_k + \varepsilon_9 \varphi_2, \varepsilon_8 \bar{I}, \varepsilon_9 \bar{I}, \varepsilon_{10} \bar{I}\}, \end{aligned}$$

G_k 是矩阵 $P_k = G_k G_k^T$ 的因式矩阵, 则矩阵误差 e_{k+1} 可被约束在椭球集 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 中。

证明:

假设在 $k(k > 0)$ 时刻, 状态 x_k 满足 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1, P_k > 0$ 为给定矩阵。

由 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1$ 可知, 存在向量 z_k , 有 $\|z_k\| \leq 1$ 满足:

$$x_k = \hat{x}_k + G_k z_k,$$

其中: G_k 是 $P_k = G_k G_k^T$ 的因式矩阵。

对滤波器的设计中, 模糊隶属函数 $\mu(\cdot)$ 中的 $\beta_i(\cdot)$ 满足局部 *Lipschitz* 连续条件。

$$\|\beta_i(\alpha) - \beta_i(\gamma)\| \leq F_i(\alpha - \gamma), \quad (2-16)$$

其中: $\alpha \in \mathbb{X}, \gamma \in \mathbb{X}$ 。

$$\begin{aligned} e_{k+1} = x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} - L_{k+1} & \left(\Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} \right. \\ & \left. + \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l} \right), \end{aligned}$$

由(2-14)得:

$$\begin{aligned} e_{k+1} = x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} - L_{k+1} & \left(\bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} \right. \\ & + \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} + \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} \\ & \left. + \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} &= \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k)(A_i x_k + b_i) + B_k w_k - \sum_{i=1}^N \beta_i(\hat{x}_k)(A_i \hat{x}_k + b_i) \\
 &= \sum_{i=1}^N (\beta_i(x_k) - \beta_i(\hat{x}_k))(A_i \hat{x}_k + b_i) + \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) A_i e_k + B_k w_k,
 \end{aligned}$$

令：

$$g(x_k, \hat{x}_k) = \sum_{i=1}^N (\beta_i(x_k) - \beta_i(\hat{x}_k))(A_i \hat{x}_k + b_i), \quad (2-17)$$

其中： $\hat{x}_k$, $\beta_i(x_k)$, A_i , b_i , 在 k 时刻是已知的。由于 $\beta_i(x_k)$ 满足局部Lipschitz条件，则存在函数 $h(\hat{x}_k)$ 使得：

$$\|g(x_k, \hat{x}_k)\| \leq h(\hat{x}_k) \|e_k\|, \quad (2-18)$$

其中： $h(\hat{x}_k)$ 的值可通过求解以下优化问题得到。

$$\begin{aligned}
 &\max_{x \in \mathbb{X}} \frac{\|g(x_k, \hat{x}_k)\|}{\|e_k\|}, \\
 &\text{s. t.} \quad \|e_k\| \neq 0, \\
 &(x_k - \hat{x}_k)^T P_k^{-1} (x_k - \hat{x}_k) \leq 1,
 \end{aligned}$$

由(2-17)得：

$$\begin{aligned}
 e_{k+1} &= g(x_k, \hat{x}_k) + \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) A_i e_k + B_k w_k \\
 &\quad - L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} (g(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l})) \\
 &\quad - L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \sum_{i=1}^N \beta_i(x_{k-l}) A_i G_{k-l} z_{k-l} \\
 &\quad - L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} B_{k-l} w_{k-l} \\
 &\quad - \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} B_{k-l} w_{k-l} \\
 &\quad - \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} \hat{x}_{k+1},
 \end{aligned}$$

我们定义：

$$\eta_{1,l}(k+1) = \Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} G_{k+1-l} z_{k+1-l},$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{2,l}(k+1) &= \Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l}, \\
 \eta_{3,l}(k+1) &= \Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \hat{x}_{k+1-l}, \\
 \eta_1(k+1) &= [\eta_{1,0}^T(k+1) \ \eta_{1,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{1,m-1}^T(k+1)]^T, \\
 \eta_2(k+1) &= [\eta_{2,0}^T(k+1) \ \eta_{2,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{2,m-1}^T(k+1)]^T, \\
 \eta_3(k+1) &= [\eta_{3,0}^T(k+1) \ \eta_{3,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{3,m-1}^T(k+1)]^T,
 \end{aligned}$$

再定义：

$$\eta_k = [1 \ g^T(x_k, \hat{x}_k) \ e_k^T \ w_k^T \ \bar{g}^T(x_k, \hat{x}_k) \ \bar{z}_k^T \ \bar{w}_k^T \ \bar{v}_k^T \ \eta_1^T(k+1) \ \eta_2^T(k+1) \ \eta_3^T(k+1)]^T,$$

则：

$$e_{k+1} = \Omega_k \eta_k,$$

其中：

$$\Omega_k = [0 \ I \ A_i B_k \ -\bar{\Omega}_{1,k+1} \ -\bar{\Omega}_{2,k+1} \ -\bar{\Omega}_{3,k+1} \ -A_i \bar{\Omega}_{4,k+1} \ -\bar{L}_{k+1} \ -\bar{L}_{k+1} \ -\bar{L}_{k+1}]^T,$$

因此可得：

$$e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} - 1 = \eta_k^T (\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}) \eta_k,$$

并且，通过(2-13)可得：

$$\begin{aligned}
 &\eta_{1,l}^T(k+1) \eta_{1,l}(k+1) \\
 &= (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \hat{x}_{k+1-l})^T (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \hat{x}_{k+1-l}) \\
 &\leq \hat{x}_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} \hat{x}_{k+1-l}, \\
 &\eta_{2,l}^T(k+1) \eta_{2,l}(k+1) \\
 &= (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} G_{k+1-l} z_{k+1-l})^T (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} G_{k+1-l} z_{k+1-l}) \\
 &\leq z_{k+1-l}^T G_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} G_{k+1-l} z_{k+1-l}, \\
 &\eta_{3,l}^T(k+1) \eta_{3,l}(k+1) \\
 &= (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} D_{k+1-l} v_{k+1-l})^T (\Delta \Pi_{k+1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} D_{k+1-l} v_{k+1-l}) \\
 &\leq v_{k+1-l}^T D_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} D_{k+1-l} v_{k+1-l},
 \end{aligned}$$

进而得到下列不等式：

$$\left\{ \begin{array}{l} g^T(x_k, \hat{x}_k)g(x_k, \hat{x}_k) \leq h^2(\hat{x}_k)e_k^T e_k \\ e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1 \\ w_k^T Q_k^{-1} w_k \leq 1 \\ g^T(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l})g(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l}) \leq h^2(\hat{x}_{k-l})e_{k-l}^T e_{k-l} \\ \|z_{k+1-l}\| \leq 1 \\ \|z_{k+1}\| \leq 1 \\ v_{k+1-l}^T R_k^{-1} v_{k+1-l} \leq 1 \\ \eta_1^T(k+1)\eta_1(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_1 \eta_k \leq 0 \\ \eta_2^T(k+1)\eta_2(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_2 \eta_k \leq 0 \\ \eta_3^T(k+1)\eta_3(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_3 \eta_k \leq 0 \end{array} \right. , (2-19)$$

其中：

$$\bar{\varphi}_1 = \text{diag}\{\varphi_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\bar{\varphi}_2 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \varphi_2, 0, 0, 0\},$$

$$\bar{\varphi}_3 = \text{diag}\{\varphi_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\varphi_1 = \text{diag}\{z_k^T G_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k G_k z_k, z_{k-1}^T G_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} G_{k-1} z_{k-1}, \dots, z_{k-m+2}^T G_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} G_{k-m+2} z_{k-m+2}\}$$

$$\varphi_2$$

$$= \text{diag}\{D_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k D_k, G_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} D_{k-1}, \dots, D_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} D_{k-m+2}\},$$

$$\varphi_3$$

$$= \text{diag}\{\hat{x}_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k \hat{x}_k, \hat{x}_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} \hat{x}_{k-1}, \dots, \hat{x}_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} \hat{x}_{k-m+2}\},$$

那么可进一步改写为：

$$\eta_k^T \Delta_i \eta_k \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 10),$$

其中：

$$\Delta_1 = \text{diag}\{-1, -h^2(\hat{x})I, I, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_2 = \text{diag}\{-1, 0, P_k^{-1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_3 = \text{diag}\{-1, 0, 0, Q_k^{-1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_4 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, -h^2(\hat{x}_{k-l})I, I, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_5 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, \bar{I}, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_6 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{Q}_k, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_7 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{R}_k, 0, 0, 0\},$$

$$\Delta_8 = \text{diag}\{\varphi_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{I}, 0, 0\},$$

$$\Delta_9 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \varphi_2, 0, \bar{I}, 0\},$$

$$\Delta_{10} = \text{diag}\{\varphi_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{I}\},$$

若存在实数 $\varepsilon_j > 0$, ($j = 1, 2, \dots, 10$), 使得下式成立：

$$\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} - \sum_{i=1}^{10} \varepsilon_{i\Delta_i} \leq 0,$$

有 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 也成立。

简写为：

$$\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \Theta_k \leq 0, \quad (2-20)$$

其中： Θ_k 在 (2-15) 中表示。

由引理 2.1 可得，滤波误差 e_{k+1} 可被约束到椭球集 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 中。因此对于 $\forall k \in \mathbb{N}^+$ ，式 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 均成立。

2.5 数值仿真

在本节中，采用下述数值模拟求证本章提出的滤波器的有效性。

考虑由 (2-1) 描述的具有以下参数的离散非线性系统：

$$A_k = \begin{bmatrix} 0.2 + 0.3 \sin k & -0.3 \\ 0.3 - 0.2 \sin k & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0.3 \sin k \\ -0.2 \sin k \end{bmatrix}, C_k = [1 \quad 0],$$

扰动输入选择为

$$w_k = [0.5 \sin(2k+2)] v_k = 0.5 \sin(30k+30).$$

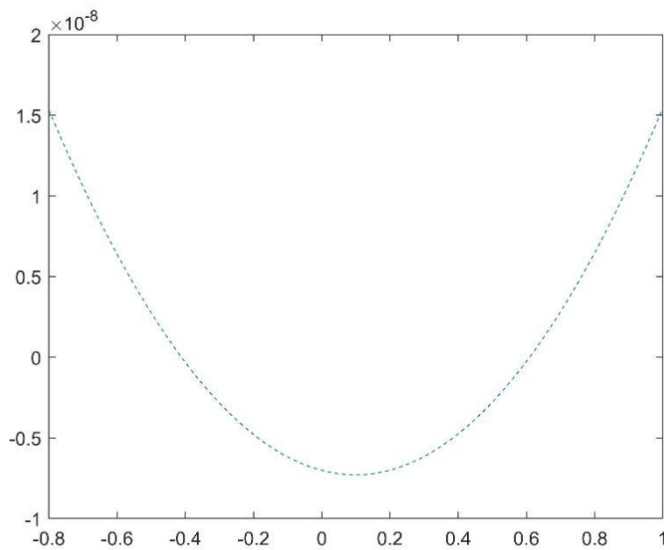


图 2-1 x_k^2 的逼近误差

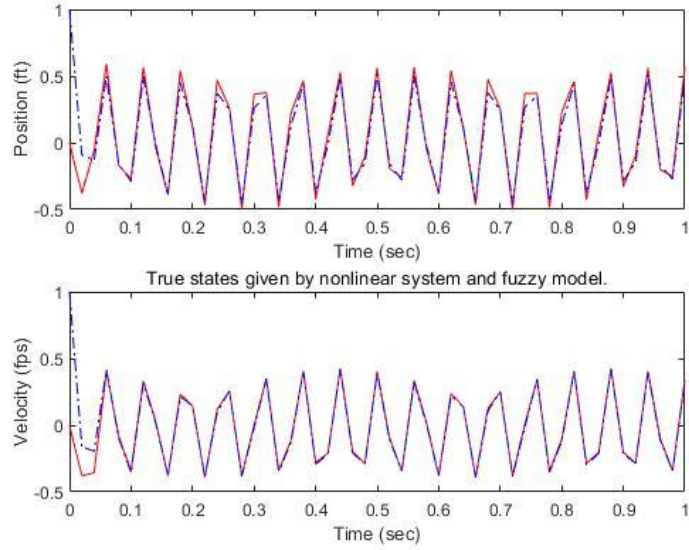


图 2-2 非线性系统和模糊系统的状态值

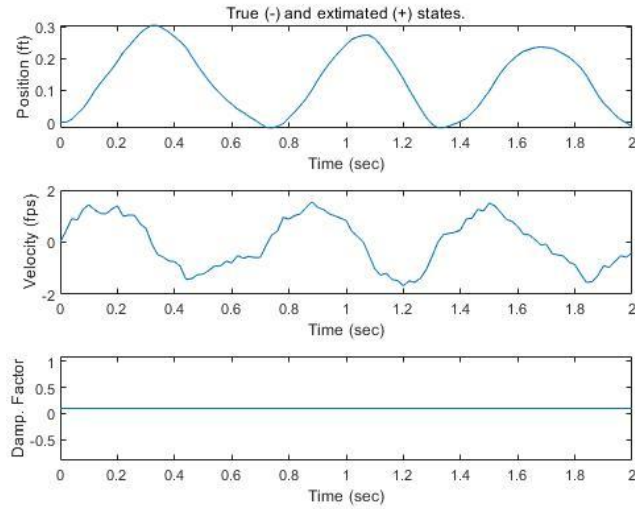


图 2-3 实际状态值和缩减状态值

在模拟中，图 2-1 所示的是状态值的逼近误差。并且讨论的系统是不稳定的。初始估计值选择为 $\hat{x}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$, $P_0 = \text{diag}\{2 \ 2 \ 0.1\}$ 。在图 2-2 中，在逐步逼近的同时，很好地估计和逼近系统状态。

图 2-3 则是实际状态和缩减状态值之间的差值。在 MATLAB.R2022a 和 YALMIP 3.0 的帮助下，通过得到上界 P_k 。可以得出结论，仿真结果体现了所设计的基于 RR 协议的滤波算法的有效性。

2.6 本章总结

本章研究了 RR 协议下网络化离散系统的模糊集员滤波问题。通过模糊规则对输入进行近似模拟，然后分析在 RR 协议下输出的变化，进而将滤波误差约束到椭球集中。最后通过数值仿真验证了所提出的滤波器设计方案的有效性。

第3章 Round-Robin 协议下网络化饱和时变离散系统的模糊集员滤波

本章研究了在 RR 协议 Round-Robin 协议下(以下简称 RR 协议)下的网络化饱和时变离散系统^[47-49]的模糊集员滤波问题。通过在模糊规则下对输入进行近似逼近,然后考虑了 RR 协议下输出产生的变化,并通过 LMI、S-chur 等对滤波误差进行分析,目的是将滤波误差约束到椭球集中。并进一步分析了所提出的约束滤波方案的可行性。最后,通过一个算例验证了滤波算法的有效性。

3.1 问题描述

3.1.1 非线性时变系统

在本节中,考虑以下非线性时变离散系统:

$$x_{k+1} = \sigma(A_k x_k) + E_k x_{k-\tau} + f(x_k) + B_k w_k$$

$$y_k = C_k x_k + D_k v_k$$

$$x_k = \phi_k, \quad k = -\tau, -\tau + 1, \dots, 0$$

其中: 系统状态向量 $x_k \in \mathbb{R}^n$, 初始值为 x_0 , y_k 为 k 时刻的测量输出。 $\tau \in \mathbb{N}^+$ 为时滞项, $f(\cdot)$ 是已知连续非线性函数, A_k 、 B_k 、 C_k 、 D_k 、 E_k 是已知的适维矩阵。

定义 $\sigma(\cdot)$ 为饱和函数:

$$\sigma(\cdot) = [\sigma_1(r_1) \ \sigma_2(r_2) \ \dots \ \sigma_n(r_n)]^T,$$

其中: $\sigma_i(r_i) = \text{sign}(r_i) \min\{r_i, r_{i,\max}\}$, $r_{i,\max}$ 为饱和水平 $r_{\max}$ 的第 i 个分量。

过程噪声 w_k 和测量噪声 v_k 满足以下椭球约束

$$\mathcal{W}_k = \{w_k | w_k^T Q_k^{-1} w_k \leq 1\},$$

$$\mathcal{V}_k = \{v_k | v_k^T \mathcal{R}_k^{-1} v_k \leq 1\},$$

其中: $Q_k = Q_k^T > 0$ 与 $\mathcal{R}_k = \mathcal{R}_k^T > 0$ 是已知的适维矩阵。

对于任意的 $x, y \in \mathbb{R}^n$, 假设系统满足扇形有界条件, 即 $f(\cdot)$ 属于扇形 $[U_1, U_2]$, 则:

$$\begin{aligned} [f(x) - f(y) - U_1(x - y)]^T [f(x) - f(y) - U_1(x - y)] &\leq 0, \\ f(x) &= 0, \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中： U_1 、 U_2 是已知适维矩阵，且有 $U_2 - U_1 > 0$ 。

3.2 准备工作

3.2.1 假设条件

假设 3.1 假设存在矩阵 $H_1 = H_1^T$ 和 $H_2 = H_2^T$ 且 $0 \leq H_1 < I < H_2$ ，使得 $\sigma(A_k x_k)$ 写作：

$$\sigma(A_k x_k) = H_1 A_k x_k + \lambda(A_k x_k), \quad (3-2)$$

其中： $\lambda(A_k x_k)$ 满足(3-1)中 $U_1 = 0$ ， $U_2 = H$ 的非线性函数， $H = H_2 - H_1$ ，即：

$$\lambda^T(A_k x_k)[\lambda(A_k x_k) - H(A_k x_k)] \leq 0.$$

3.2.2 模糊滤波

本文将模糊滤波算法应用到非线性系统中，在模糊规则下得出仿射模型。

模糊规则 i ：如果 $x_{1, k}$ 是 $M_{1, i}$ ， $x_{2, k}$ 是 $M_{2, i}$ ，...， $x_{n, k}$ 是 $M_{n, i}$

那么：

$$f_i(x_k) = A_i x_k + b_i, \quad i \in (1, \dots, N), \quad (3-3)$$

其中： $x_k = [x_{1, k}, x_{2, k}, \dots, x_{n, k}]^T$ ， $M_{h, i}$ ， $h \in (1, \dots, n)$ 表示模糊子集的模糊集合，可以从模糊规则中得出。 N 表示模糊规则个数，假设 A_i 是非奇异的且 $[A_i, C_{k+1}, i \in (1, \dots, N)]$ 是完全可观测的。 A_i 和 b_i 的维数由非线性函数 f 决定。

对所得到的非线性函数 f 对 N 条模糊规则的模糊逼近为

$$f(x_k) = \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) f_i(x_k), \quad (3-4)$$

模糊规则 i 下的归一化权重 $\beta_i(x_k)$ 为

$$\beta_i(x_k) = \frac{\mu_i(x_k)}{\sum_{i=1}^N \mu_i(x_k)},$$

其中： $\mu_i(x_k) \geq 0$ 为模糊隶属函数

因此得到：

$$\beta_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1, \quad (3-5)$$

我们定义 $\hat{x}_0$ 为未定测量值 x_0 的估计值，则 $\hat{x}_k \in \mathbb{X}$ 可由递归得到。以下提出一种模糊集员滤波器。

模糊规则 i ：如果 $\hat{x}_{1,k}$ 是 $M_{1,i}$ ， $\hat{x}_{2,k}$ 是 $M_{2,i}$ ，...， $\hat{x}_{n,k}$ 是 $M_{n,i}$ ，

那么

$$\bar{x}_{k+1} = \sum_{i=1}^N \beta_i(\hat{x}_k)(A_i \hat{x}_k + b_i), \quad (3-6)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{x}_{k+1} + L_{k+1}(y_{k+1} - C_{k+1}\bar{x}_{k+1}), \quad (3-7)$$

其中： $M_{h,i}$ 和(3-4)中模糊规则相同， A_i 和 b_i 可对 T-S 模糊模型建模得到。

3.2.3 RR 协议

RR 协议作用下，每一个事件周期内，每个节点只允许获得一次网络使用权限。引入变量 θ_k 表示在时刻 k 所获得网络传输权限的节点，由 RR 协议的周期性可知，对所有的 $k \in \mathbb{N}^+$ ，有 $\theta_{k+m} = \theta_k$ ，且对于 $k \in (1, \dots, m)$ ，有 $\theta_k = k$ 。

因此得到：

$$\theta_k = \begin{cases} m & k = 0 \\ \text{mod}(k-1, m) + 1, & k \neq 0 \end{cases} \quad (3-8)$$

定义：

$$\Phi_{\theta_k} = \text{diag}\{\delta(\theta_k - 1), \delta(\theta_k - 2), \dots, \delta(\theta_k - m)\} \in \mathbb{R}^{m \times m}, \theta_k \in (1, \dots, m)$$

其中 $\delta(\cdot)$ 满足：

$$\delta(j) = \begin{cases} 1 & j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases} \quad (3-9)$$

$\bar{y}$ 为通过协议后的测量输出， $\bar{y}$ 可以写成以下形式：

$$\bar{y}_k = \sum_{l=1}^{m-1} \Phi_{\theta_{k-l}} y_{k-l}, \quad (3-10)$$

其中：初始测量值为 y_0 ，当 $k-l < 0$ 时 $\theta_{k-l} = l$ ；当 $k \leq 0$ 时 $y_k = y_0$ 。

使用下述模型来描述：

$$\tilde{y}_k = \Pi_k \bar{y}_k, \quad (3-11)$$

其中： $\tilde{y}_k$ 表示反馈的实际信息， $\Pi_k = \text{diag}\{\pi_{1,k}, \pi_{2,k}, \dots, \pi_{m,k}\}$ ， $\pi_{i,k} \in [\tilde{\pi}_i, \hat{\pi}_i]$ ， $0 \leq \tilde{\pi}_i \leq \hat{\pi}_i \leq 1$ ， $i = 1, 2, \dots, m$ 。

$$\begin{cases} \hat{\Pi} = \text{diag}\{\hat{\pi}_1, \hat{\pi}_2, \dots, \hat{\pi}_m\} \\ \check{\Pi} = \text{diag}\{\check{\pi}_1, \check{\pi}_2, \dots, \check{\pi}_m\} \\ \bar{\Pi} = \text{diag}\{\bar{\pi}_1, \bar{\pi}_2, \dots, \bar{\pi}_m\} = \frac{\check{\Pi} + \hat{\Pi}}{2} \\ \tilde{\Pi} = \text{diag}\{\tilde{\pi}_1, \tilde{\pi}_2, \dots, \tilde{\pi}_m\} = \frac{\hat{\Pi} - \check{\Pi}}{2} \end{cases}, (3-12)$$

有 $\Pi_k = \bar{\Pi} + \Delta\Pi_k$ ($\Delta\Pi_k = \text{diag}\{\Delta\pi_{i,k}\}$)，且 $|\Delta\pi_{i,k}| \leq \tilde{\pi}_i$ ，则有 $\Delta\Pi_k^2 \leq \tilde{\Pi}^2$ 。

3.3 非线性集员滤波器

基于不完全测量输出 $\tilde{y}_k$ 和模糊规则 i ，设计如下集员滤波器：

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} = & H_1 A_{k+1} \bar{x}_{k+1} + \lambda(A_{k+1} \bar{x}_{k+1}) + E_{k+1} \bar{x}_{k-\tau} + \bar{x}_{k+1} + L_{k+1}(\tilde{y}_{k+1} \\ & - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l}), \end{aligned} \quad (3-13)$$

其中： L_{k+1} 是待求解的集员滤波器增益矩阵。

3.4 主要目的

3.4.1 主要解决问题

(1) 对于给定的一组矩阵 $P_{k+1} > 0$ ，需要保证滤波误差 $e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1}$ 满足：

$$e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1, \forall k \in \mathbb{N}^+$$

(2) 选择适当的增益矩阵 L_{k+1} ，使矩阵的迹最小化。

3.4.2 滤波器设计

本节利用 S-过程和递推 LMI 方法，给出滤波器误差 e_{k+1} 能被约束在 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 的充分条件，并给出优化滤波误差所在椭球的算法。

引理 3.1 (Shur 补) 若存在适维矩阵 $S_1 (S_1 = S_1^T)$ 、 $S_2 (0 \leq S_2 = S_2^T)$ 和 S_3 ，则 $S_1 + S_3^T S_2^{-1} S_3 < 0$ 等价于：

$$\begin{bmatrix} S_1 & S_3^T \\ S_3 & -S_2 \end{bmatrix} < 0 \text{ 或 } \begin{bmatrix} -S_2 & S_3 \\ S_3^T & S_1 \end{bmatrix} < 0,$$

引理 3.2 (S-过程) 已知 $\varphi_0(\cdot), \varphi_1(\cdot), \dots, \varphi_p(\cdot)$ 是关于变量 $\delta \in \mathbb{R}^n$ 的函数, 定义 $\varphi_j(\cdot) = \delta^T X_j \delta (j = 1, 2, \dots, p)$, $X_j^T = X_j$, 若存在实数 $\varepsilon_1 \geq 0, \varepsilon_2 \geq 0, \dots, \varepsilon_p \geq 0$ 使得:

$$X_0 - \sum_{j=1}^p \varepsilon_j X_j \leq 0,$$

成立, 则下述成立:

$$\varphi_1(\delta) \leq 0, \varphi_2(\delta) \leq 0, \dots, \varphi_p(\delta) \leq 0 \Rightarrow \varphi_0(\delta) \leq 0.$$

定理 3.1: 给定一组对称正定矩阵 P_k , 使得滤波误差 e_k 满足 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1$, 若存在矩阵 P_{k+1} , 增益矩阵 L_{k+1} 及实数 $\varepsilon_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, 10)$ 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_{k+1} & \Omega_k \\ * & -\Theta_k \end{bmatrix} < 0, \quad (3-14)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Omega_k &= \begin{bmatrix} 0 & H_1 A_{k+1} & I E_{k+1} & I A_i B_k & -\bar{\Omega}_{1,k+1} & -\bar{\Omega}_{2,k+1} & -\bar{\Omega}_{3,k+1} & -A_i \bar{\Omega}_{4,k+1} \\ & -\bar{L}_{k+1} & -\bar{L}_{k+1} & -\bar{L}_{k+1} \end{bmatrix}^T, \\ \bar{\Omega}_{1,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} \quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k \quad \dots \quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2}], \\ \bar{\Omega}_{2,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} G_k \quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k G_{k-1} \quad \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} G_{k-m+1}], \\ \bar{\Omega}_{3,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} B_k \quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k B_{k-1} \quad \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} B_{k-m+1}], \\ \bar{\Omega}_{4,k+1} &= [-L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k+1}} C_{k+1} D_{k+1} \quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_k} C_k D_k \quad \dots \\ &\quad -L_{k+1} \bar{\Pi} \Phi_{\theta_{k-m+2}} C_{k-m+2} D_{k-m+2}], \\ \bar{\mathcal{Q}}_k &= \text{diag}\{\underbrace{\mathcal{Q}_k^{-1}, \mathcal{Q}_k^{-1}, \dots, \mathcal{Q}_k^{-1}}_m\}, \\ \bar{\mathcal{R}}_k &= \text{diag}\{\underbrace{\mathcal{R}_k^{-1}, \mathcal{R}_k^{-1}, \dots, \mathcal{R}_k^{-1}}_m\}, \\ \bar{I}_k &= \text{diag}\{\underbrace{I_k^{-1}, I_k^{-1}, \dots, I_k^{-1}}_m\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Theta_k = & \text{diag}\{1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - \varepsilon_4 - \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_7 - \varepsilon_8 - \varepsilon_9 - \varepsilon_{10} + \varepsilon_{11}\varphi_1 \\ & + \varepsilon_{13}\varphi_3, -\varepsilon_1 h^2(\hat{x})I, \varepsilon_2 I, -\varepsilon_3 h^2(\hat{x}_{k-\tau})I, -\varepsilon_4 h^2(\hat{x})I, \varepsilon_1 I + \varepsilon_4 I \\ & + \varepsilon_5 P_k^{-1}, \varepsilon_6 Q_k^{-1}, -\varepsilon_7 h^2(\hat{x}_{k-l})I, \varepsilon_3 I + \varepsilon_7 I + \varepsilon_8 \bar{I}, \varepsilon_9 \bar{Q}_k, \varepsilon_{10} \bar{R}_k \\ & + \varepsilon_{11}\varphi_2, \varepsilon_{11}\bar{I}, \varepsilon_{12}\bar{I}, \varepsilon_{13}\bar{I}\},\end{aligned}$$

G_k 是矩阵 $P_k = G_k G_k^T$ 的因式矩阵, 则矩阵误差 e_{k+1} 可被约束在椭球集 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 中。

证明:

假设在 $k(k > 0)$ 时刻, 状态 x_k 满足 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1, P_k > 0$ 为给定矩阵。

由 $e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1$ 可知, 存在向量 z_k , 有 $\|z_k\| \leq 1$ 满足:

$$x_k = \hat{x}_k + G_k z_k,$$

其中: G_k 是 $P_k = G_k G_k^T$ 的因式矩阵。

对滤波器的设计中, 模糊隶属函数 $\mu(\cdot)$ 中的 $\beta_i(\cdot)$ 满足局部 *Lipschitz* 连续条件。

$$\|\beta_i(\alpha) - \beta_i(\gamma)\| \leq F_i(\alpha - \gamma), \quad (3-15)$$

其中: $\alpha \in \mathbb{X}, \gamma \in \mathbb{X}$ 。

$$\begin{aligned}e_{k+1} = & H_1 A_{k+1}(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) + \lambda(A_{k+1}x_{k+1}) - \lambda(A_{k+1}\bar{x}_{k+1}) + E_{k+1}(x_{k+1-\tau} \\ & - \bar{x}_{k+1-\tau}) + x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} - L_{k+1} \left(\Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} \right. \\ & \left. + \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l} \right),\end{aligned}$$

由(3-12)得:

$$\begin{aligned}e_{k+1} = & H_1 A_{k+1}(x_{k+1} - \bar{x}_{k+1}) + \lambda(A_{k+1}x_{k+1}) - \lambda(A_{k+1}\bar{x}_{k+1}) + E_{k+1}(x_{k+1-\tau} \\ & - \bar{x}_{k+1-\tau}) + x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} - L_{k+1} \left(\bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} \right. \\ & + \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} x_{k+1-l} + \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} \\ & \left. + \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \bar{\Pi} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \bar{x}_{k+1-l} \right),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{k+1} - \bar{x}_{k+1} &= \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k)(A_i x_k + b_i) + B_k w_k - \sum_{i=1}^N \beta_i(\hat{x}_k)(A_i \hat{x}_k + b_i) \\
 &= \sum_{i=1}^N (\beta_i(x_k) - \beta_i(\hat{x}_k))(A_i \hat{x}_k + b_i) + \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) A_i e_k + B_k w_k,
 \end{aligned}$$

令：

$$g(x_k, \hat{x}_k) = \sum_{i=1}^N (\beta_i(x_k) - \beta_i(\hat{x}_k))(A_i \hat{x}_k + b_i), \quad (3-16)$$

其中： $\hat{x}_k$, $\beta_i(x_k)$, A_i , b_i , 在 k 时刻是已知的。由于 $\beta_i(x_k)$ 满足局部Lipschitz条件，则存在函数 $h(\hat{x}_k)$ 使得：

$$\|g(x_k, \hat{x}_k)\| \leq h(\hat{x}_k) \|e_k\|, \quad (3-17)$$

其中： $h(\hat{x}_k)$ 的值可通过求解以下优化问题得到。

$$\begin{aligned}
 &\max_{x \in \mathbb{X}} \frac{\|g(x_k, \hat{x}_k)\|}{\|e_k\|}, \\
 &\text{s. t.} \quad \|e_k\| \neq 0 \\
 &(x_k - \hat{x}_k)^T P_k^{-1} (x_k - \hat{x}_k) \leq 1,
 \end{aligned}$$

由(3-16)得：

$$\begin{aligned}
 e_{k+1} &= H_1 A_{k+1} g(x_k, \hat{x}_k) + \lambda(A_{k+1} x_{k+1}) - \lambda(A_{k+1} \bar{x}_{k+1}) + E_{k+1} g(x_{k-\tau}, \hat{x}_{k-\tau}) \\
 &+ g(x_k, \hat{x}_k) + \sum_{i=1}^N \beta_i(x_k) A_i e_k + B_k w_k \\
 &- L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} (g(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l})) \\
 &- L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} \sum_{i=1}^N \beta_i(x_{k-l}) A_i G_{k-l} Z_{k-l} \\
 &- L_{k+1} \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} C_{k+1-l} B_{k-l} w_{k-l} \\
 &- \bar{\Pi}_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} B_{k-l} w_{k-l} \\
 &- \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} D_{k+1-l} v_{k+1-l} - \Delta \Pi_{k+1} \sum_{l=0}^{m-1} \Phi_{\theta_{k+1-l}} \hat{x}_{k+1}.
 \end{aligned}$$

我们定义：

$$\begin{aligned}
 \tilde{\lambda}(e_k) &= \lambda(A_{k+1}x_{k+1}) - \lambda(A_{k+1}\bar{x}_{k+1}), \\
 \eta_{1,l}(k+1) &= \Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}G_{k+1-l}Z_{k+1-l}, \\
 \eta_{2,l}(k+1) &= \Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}D_{k+1-l}, \\
 \eta_{3,l}(k+1) &= \Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}\hat{x}_{k+1-l}, \\
 \eta_1(k+1) &= [\eta_{1,0}^T(k+1) \ \eta_{1,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{1,m-1}^T(k+1)]^T, \\
 \eta_2(k+1) &= [\eta_{2,0}^T(k+1) \ \eta_{2,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{2,m-1}^T(k+1)]^T, \\
 \eta_3(k+1) &= [\eta_{3,0}^T(k+1) \ \eta_{3,1}^T(k+1) \ \cdots \ \eta_{3,m-1}^T(k+1)]^T,
 \end{aligned}$$

再定义：

$$\begin{aligned}
 \eta_k &= [1 \ g^T(x_k, \hat{x}_k) \ \tilde{\lambda}^T(e_k) \ g^T(x_{k-\tau}, \hat{x}_{k-\tau}) \ g^T(x_k, \hat{x}_k) \ e_k^T \ w_k^T \ \bar{g}^T(x_k, \hat{x}_k) \ \bar{z}_k^T \ \bar{w}_k^T \ \bar{v}_k^T \ \eta_1^T(k+1) \ \eta_2^T(k+1) \ \eta_3^T(k+1)]^T,
 \end{aligned}$$

则：

$$e_{k+1} = \Omega_k \eta_k$$

其中：

$$\begin{aligned}
 \Omega_k &= [0 \ H_1 A_{k+1} \ I \ E_{k+1} \ I \ A_i B_k \ -\bar{\Omega}_{1,k+1} \ -\bar{\Omega}_{2,k+1} \ -\bar{\Omega}_{3,k+1} \ -A_i \bar{\Omega}_{4,k+1} \ -\bar{L}_{k+1} \\
 &\quad -\bar{L}_{k+1} \ -\bar{L}_{k+1}]^T,
 \end{aligned}$$

因此可得：

$$e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} - 1 = \eta_k^T (\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}) \eta_k,$$

并且，通过(3-13)可得：

$$\begin{aligned}
 &\eta_{1,l}^T(k+1)\eta_{1,l}(k+1) \\
 &\quad = (\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}\hat{x}_{k+1-l})^T(\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}\hat{x}_{k+1-l}) \\
 &\quad \leq \hat{x}_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} \hat{x}_{k+1-l}, \\
 &\eta_{2,l}^T(k+1)\eta_{2,l}(k+1) \\
 &\quad = (\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}G_{k+1-l}Z_{k+1-l})^T(\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}G_{k+1-l}Z_{k+1-l}) \\
 &\quad \leq Z_{k+1-l}^T G_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} G_{k+1-l} Z_{k+1-l}, \\
 &\eta_{3,l}^T(k+1)\eta_{3,l}(k+1) \\
 &\quad = (\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}D_{k+1-l}v_{k+1-l})^T(\Delta\Pi_{k+1}\Phi_{\theta_{k+1-l}}C_{k+1-l}D_{k+1-l}v_{k+1-l}) \\
 &\quad \leq v_{k+1-l}^T D_{k+1-l}^T C_{k+1-l}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k+1-l} D_{k+1-l} v_{k+1-l},
 \end{aligned}$$

进而得到下列不等式：

$$\left\{ \begin{array}{l} g^T(x_k, \hat{x}_k)g(x_k, \hat{x}_k) \leq h^2(\hat{x}_k)e_k^T e_k \\ e_k^T P_k^{-1} e_k \leq 1 \\ w_k^T Q_k^{-1} w_k \leq 1 \\ g^T(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l})g(x_{k-l}, \hat{x}_{k-l}) \leq h^2(\hat{x}_{k-l})e_{k-l}^T e_{k-l} \\ g^T(x_{k-\tau}, \hat{x}_{k-\tau})g(x_{k-\tau}, \hat{x}_{k-\tau}) \leq h^2(\hat{x}_{k-\tau})e_{k-\tau}^T e_{k-\tau} \\ \|z_{k+1-l}\| \leq 1 \\ \|z_{k+1}\| \leq 1 \\ v_{k+1-l}^T R_k^{-1} v_{k+1-l} \leq 1 \\ \eta_1^T(k+1)\eta_1(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_1 \eta_k \leq 0 \\ \eta_2^T(k+1)\eta_2(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_2 \eta_k \leq 0 \\ \eta_3^T(k+1)\eta_3(k+1) + \eta_k^T \bar{\varphi}_3 \eta_k \leq 0 \end{array} \right. , (3-18)$$

其中:

$$\bar{\varphi}_1 = \text{diag}\{\varphi_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\bar{\varphi}_2 = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \varphi_2, 0, 0, 0\},$$

$$\bar{\varphi}_3 = \text{diag}\{\varphi_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},$$

$$\varphi_1 = \text{diag}\{z_k^T G_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k G_k z_k, z_{k-1}^T G_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} G_{k-1} z_{k-1}, \dots, z_{k-m+2}^T G_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} G_{k-m+2} z_{k-m+2}\}$$

$$\varphi_2$$

$$= \text{diag}\{D_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k D_k, G_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} D_{k-1}, \dots, D_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} D_{k-m+2}\},$$

$$\varphi_3$$

$$= \text{diag}\{\hat{x}_k^T C_k^T \tilde{\Pi}^2 C_k \hat{x}_k, \hat{x}_{k-1}^T C_{k-1}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-1} \hat{x}_{k-1}, \dots, \hat{x}_{k-m+2}^T C_{k-m+2}^T \tilde{\Pi}^2 C_{k-m+2} \hat{x}_{k-m+2}\},$$

那么可进一步改写为:

$$\eta_k^T \Delta_i \eta_k \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 10),$$

其中:

$$\Delta_1 = \text{diag}\{-1, -h^2(\hat{x})I, 0, 0, 0, I, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_2 = \text{diag}\{-1, 0, I, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_3 = \text{diag}\{-1, 0, 0, -h^2(\hat{x}_{k-\tau})I, 0, 0, 0, 0, I, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_4 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, -h^2(\hat{x})I, I, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_5 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, P_k^{-1}, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_6 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, Q_k^{-1}, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_7 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -h^2(\hat{x}_{k-l})I, I, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_8 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{I}, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_9 = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{Q}_k, 0, 0, 0\}$$

$$\Delta_{10} = \text{diag}\{-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{\mathcal{R}}_k, 0, 0\}$$

$$\Delta_{11} = \text{diag}\{\varphi_1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{I}, 0, 0\}$$

$$\Delta_{12} = \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \varphi_2, 0, \bar{I}, 0\}$$

$$\Delta_{13} = \text{diag}\{\varphi_3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \bar{I}\}$$

若存在实数 $\varepsilon_j > 0, (j = 1, 2, \dots, 13)$, 使得下式成立:

$$\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \text{diag}\{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\} - \sum_{i=1}^{13} \varepsilon_{i\Delta_i} \leq 0,$$

有 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 也成立。

简写为:

$$\Omega_k^T P_{k+1}^{-1} \Omega_k - \Theta_k \leq 0, \quad (3-19)$$

其中: Θ_k 在 (3-14) 中表示。

由引理 3.1 可得, 滤波误差 e_{k+1} 可被约束到椭球集 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 中。因此对于 $\forall k \in \mathbb{N}^+$, 式 $e_{k+1}^T P_{k+1}^{-1} e_{k+1} \leq 1$ 均成立, 证明完毕。

3.5 模拟仿真

在本节中, 采用下述数值模拟求证本章提出的滤波器的有效性。

考虑由 (3-1) 描述的具有以下参数的离散非线性系统:

$$\begin{aligned} A_k &= \begin{bmatrix} a_k^1 & 0.25 & 0 & 0 \\ -0.1 & a_k^2 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & -0.15 & a_k^3 \\ 0 & 0.1 & 0.1 & 1 \end{bmatrix}, \\ B_k &= \begin{bmatrix} 0.13 + 0.2 \sin(10k) \\ 0.15 - 0.2 \cos(2k) \\ 0.2 \\ -0.15 \end{bmatrix}, \\ C_k &= \begin{bmatrix} c_k^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \\ D_k &= \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.17 + 0.27 \cos(k) \\ 0.12 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中:

$$a_k^1 = 0.82 + 0.2 \sin(10k),$$

$$a_k^2 = 0.16 - 0.2 \cos(2k),$$

$$a_k^3 = -0.1 \sin(4k),$$

$$c_k^1 = 6 + 0.3 \cos(-2k),$$

$$c_k^2 = 1.8 - 0.1 \cos(3k),$$

扰动输入选择为:

$$w_k = [0.3 \sin(-k)] \quad v_k = 0.15 \cos(2k)$$

离散时滞 $\tau = 2$ 。

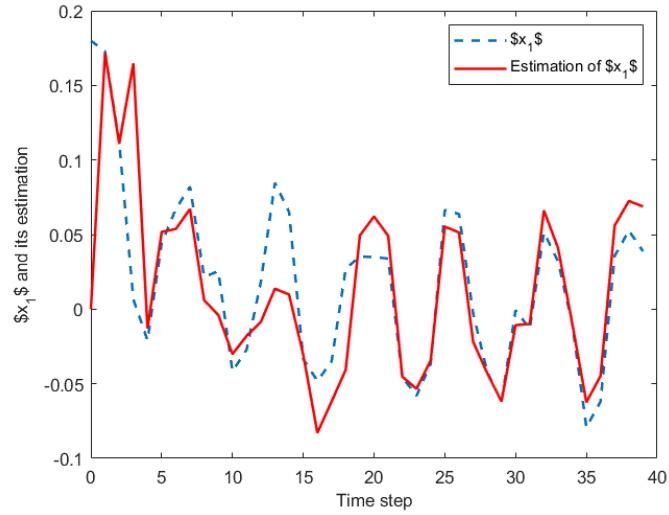


图 3-1 状态 x_1 及其估计

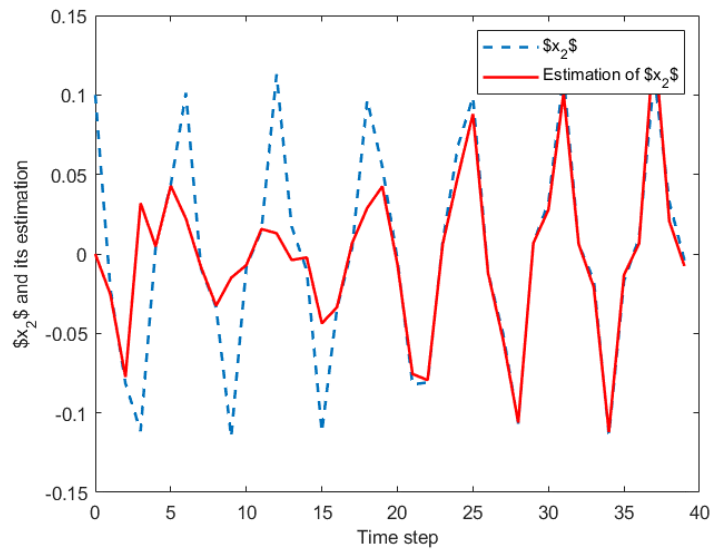
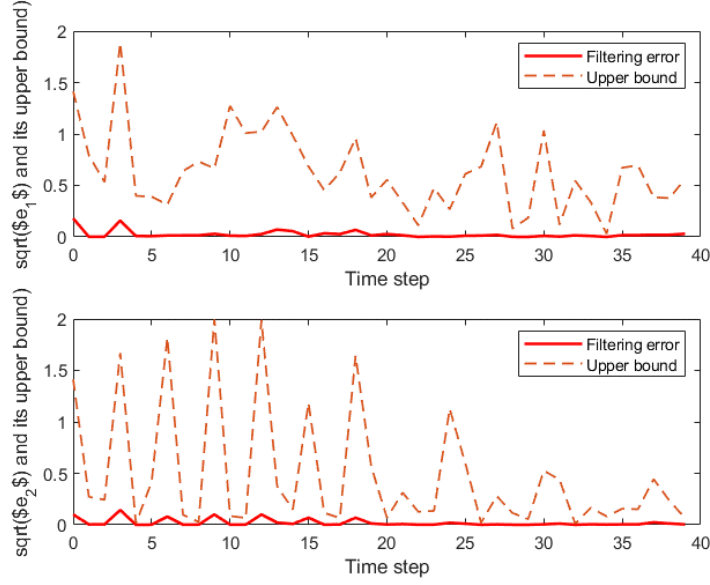


图 3-2 状态 x_2 及其估计


 图 3-3 滤波误差 e_1 和 e_2 及其上界曲线

在模拟中，图 3-1 所示的是状态值 x_1 及其逼近误差，图 3-2 所示的是状态值 x_2 及其逼近误差。初始状态 $x_0 = [0.15 \ 0.16 \ 0.1 \ -0.2]^T$ 和 $[0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。在逐步逼近的同时，很好地估计和逼近系统状态。

图 3-3 则是滤波误差 e_1 和 e_2 及其上界曲线。在 MATLAB.R2022a 和 YALMIP 3.0 的帮助下，通过得到上界 P_k 。可以得出结论，仿真结果体现了所设计的基于 RR 协议的滤波算法的有效性。

3.6 本章总结

本章对在 RR 协议下网络化饱和时变离散系统的模糊集员滤波问题进行讨论。首先引入模糊规则对输入近似逼近，然后考虑到在 RR 协议下饱和时变离散系统的变化，提出一个新的滤波器。通过采用 S-过程、shur 补、LMI 方法对滤波误差进行分析，通过计算使得滤波误差能够约束在最小椭球集中，并分析了所提出的滤波器的可行性。

第 4 章 总结与展望

4.1 总结

本文研究了在不同网络环境下的非线性系统的模糊集员滤波问题，并分别对不同的网络诱导因素下的滤波器进行研究设计，得出滤波误差满足收束条件的滤波器。

首先，对 RR 协议下的非线性系统进行研究，首先通过对输入信息的模糊化处理，将非线性系统计算难度大的问题进行简化，然后根据在 RR 协议下输出信息有波动的情况下设计满足要求的滤波器，通过线性矩阵不等式等方法进行求解，使得滤波误差能够收束到椭球集中。最后通过数值仿真验证所提出的滤波器的有效性。

本文的研究重点如下：

第一，目前对于网络环境下非线性系统滤波的研究不少，但在对网络环境下非线性系统的模糊集员滤波的研究还相对较少。因此，考虑网络环境下对非线性系统的模糊集员滤波研究，对相应条件进行分析，设计了相应的滤波器，使得滤波误差能收束到我们需要的地步，并计算了优化问题，并通过数值仿真验证了所设计滤波器的有效性。

第二，对相同网络环境下不同非线性系统进行研究，同样的对相应条件进行分析，设计对应滤波器，并计算优化问题。

4.2 展望

本文通过对网络环境下的不同非线性系统模糊集员滤波进行研究，然而，由于本人学术能力水平有限，对问题的分析程度不够周全，还需要更进一步的学习与研究。下面是针对将来课题进行的一些思考：

1. 本文中研究的是网络环境下的两种非线性系统的模糊集员滤波。我们知道，网络通信协议有缓解网络拥堵，减轻网络负载等特点，然而，实际中，网络通信协议多种多样，如 FlexRay 协议、Try-once-discard 协议等。时延、丢包等网络诱导因素在实际中也经常发生。针对此类网络通信协议及网络诱导因素

下的滤波问题的研究也是值得探究的课题。

2. 本文所研究是模糊集员滤波，模糊滤波的特点是将非线性系统通过模糊模型近似逼近为多个线性系统，极大程度上减少了计算难度并提高滤波性能。但如何方便快捷的对模糊系统进行建模目前还是一个较为困难的研究问题。

3. 本文目前的研究尚处于理论阶段，如何将现有研究成果运用到实际地形勘测、工厂控制等实际场景中仍是个值得探究的课题。

参考文献

- [1] Wang F Y, Liu D R. Networked Control Systems: Theory and Applications[M]. Springer: London, 2008: 26-38.
- [2] Bemporad A, Heemels M, Johansson M. Networked Control Systems[M]. Springer: London, 2010: 55-62.
- [3] Zhang W, Branicky M, Phillips S. Stability of Networked Control Systems[J]. IEEE Control Systems, 2001, 21(1): 84-99.
- [4] Walsh G C, Ye H, Bushnell L G. Stability Analysis of Networked Control Systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [5] Repele L, Muradore R, Quaglia D, et al. Improving Performance of Networked Control Systems by Using Adaptive Buffering[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 61(9): 4847-4856.
- [6] Zhang L X, Ning Z P, Shi P. Input-Output Approach to Control for Fuzzy Markov Jump Systems with Time-Varying Delays and Uncertain Packet Dropout Rate[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(11): 2449-2460.
- [7] Knudsen T, Leth J. A new continuous discrete unscented Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 64(5): 2198-2205.
- [8] Ding D, Han Q L, Wang Z, et al. Recursive filtering of distributed cyber-physical systems with attack detection[J]. IEEE transactions on systems, man, and cybernetics: Systems, 2020, 51(10): 6466-6476.
- [9] Yildiz R, Barut M, Zerdali E. A comprehensive comparison of extended and unscented Kalman filters for speed-sensorless control applications of induction motors[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(10): 6423-6432.
- [10] Koch G G, Maccari L A, Oliveira R C L F, et al. Robust H_{∞} State Feedback Controllers Based on Linear Matrix Inequalities Applied to Grid-Connected Converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 66(8): 6021-6031.
- [11] Zhao J, Mili L. A decentralized H-infinity unscented Kalman filter for dynamic state estimation against uncertainties[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 10(5): 4870-4880.

-
- [12]Gao H, Meng X, Chen T. A Parameter-Dependent Approach to Robust H_{∞} Filtering for Time-Delay Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(10): 2420-2425.
 - [13]Ge X, Han Q L, Wang Z. A dynamic event-triggered transmission scheme for distributed set-membership estimation over wireless sensor networks[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2017, 49(1): 171-183.
 - [14]Zou L, Wang Z, Han Q L, et al. Full information estimation for time-varying systems subject to round-robin scheduling: A recursive filter approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 51(3): 1904-1916.
 - [15]Schweppe F C. Recursive State Estimation: Unknown But Bounded Errors and System Inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(1): 22-28.
 - [16]Dong J, Wang S. Robust H_{∞} -tracking control design for T–S fuzzy systems with partly immeasurable premise variables[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(10): 3919-3944.
 - [17]Liu Y, Guo B Z, Park J H, et al. Event-based reliable dissipative filtering for T–S fuzzy systems with asynchronous constraints[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2017, 26(4): 2089-2098.
 - [18]Huang S J, Zhang D Q, Guo L D, et al. Convergent estimation mechanism design for nonlinear fuzzy systems with faults[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 50(5): 2176-2185.
 - [19]Wang Y, Karimi H R, Lam H K, et al. Fuzzy output tracking control and filtering for nonlinear discrete-time descriptor systems under unreliable communication links[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2019, 50(6): 2369-2379.
 - [20]Zhao Y, Gao H, Qiu J. Fuzzy observer based control for nonlinear coupled hyperbolic PDE-ODE systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 27(7): 1332-1346.
 - [21]Chang W, Li Y, Tong S. Adaptive fuzzy backstepping tracking control for flexible robotic manipulator[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2018, 8(12): 1923-1930.
 - [22]Li W, Xie Z, Cao Y, et al. Sampled-data asynchronous fuzzy output feedback control for active suspension systems in restricted frequency domain[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 8(5): 1052-1066.
 - [23]Xu Y, Lv W, Lin W, et al. On extended state estimation for nonlinear uncertain systems with round-robin protocol[J]. Automatica, 2022, 138: 110154.

-
- [24] Song X, Rong L, Li B, et al. Joint state and fault estimation for nonlinear systems with missing measurements and random component faults under Round-Robin Protocol[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2023, 154: 109437.
 - [25] Sakthivel R, Kwon O M, Choi S G, et al. Observer-based state estimation for discrete-time semi-Markovian jump neural networks with round-robin protocol against cyber attacks[J]. *Neural Networks*, 2023, 165: 611-624.
 - [26] Wang J, Liang J, Yang J. Nonfragile dynamic output-feedback control for positive singular systems under the switched mechanism and Round-Robin protocol[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2023, 47: 101292.
 - [27] Maheshwari C, Srikant S, Chatterjee D. Stabilization under round-robin scheduling of control inputs in nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2021, 134: 109912.
 - [28] Alsaadi F E, Wang Z, Wang D, et al. Recursive fusion estimation for stochastic discrete time-varying complex networks under stochastic communication protocol: The state-saturated case[J]. *Information Fusion*, 2020, 60: 11-19.
 - [29] Wang F, Wang Z, Liang J, et al. Recursive distributed filtering for two-dimensional shift-varying systems over sensor networks under stochastic communication protocols[J]. *Automatica*, 2020, 115: 108865.
 - [30] Liu H, Wang Z, Fei W, et al. On finite-horizon H_∞ state estimation for discrete-time delayed memristive neural networks under stochastic communication protocol[J]. *Information Sciences*, 2021, 555: 280-292.
 - [31] Chen S, Ma L, Ma Y. Distributed set-membership filtering for nonlinear systems subject to round-robin protocol and stochastic communication protocol over sensor networks[J]. *Neurocomputing*, 2020, 385: 13-21.
 - [32] Liu S, Wang Z, Wang L, et al. On quantized H_∞ filtering for multi-rate systems under stochastic communication protocols: The finite-horizon case[J]. *Information Sciences*, 2018, 459: 211-223.
 - [33] Shen Y, Wang Z, Shen B, et al. Fusion estimation for multi-rate linear repetitive processes under weighted try-once-discard protocol[J]. *Information Fusion*, 2020, 55: 281-291.
 - [34] Zou L, Wang Z, Gao H. Set-membership filtering for time-varying systems with mixed time-delays under round-robin and weighted try-once-discard protocols[J]. *Automatica*, 2016, 74: 341-348.
 - [35] Ljesnjanin M, Quevedo D E, Nesic D. Controllability of discrete-time networked

- control systems with try once discard protocol[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 3758-3763.
- [36]Zhang X M, Han Q L, Ge X. A novel approach to H_∞ performance analysis of discrete-time networked systems subject to network-induced delays and malicious packet dropouts[J]. Automatica, 2022, 136: 110010.
- [37]Sun H, Sun J, Chen J. Analysis and synthesis of networked control systems with random network-induced delays and sampling intervals[J]. Automatica, 2021, 125: 109385.
- [38]Xu X, Liu Z, Wang F, et al. Trajectory tracking control based on the dual-motor autonomous steering system with time-varying network-induced time delay[J]. Control Engineering Practice, 2021, 116: 104915.
- [39]Jiang T, Zhang Y, Zeng Y, et al. Finite-time analysis for networked predictive control systems with induced time delays and data packet dropouts[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2021, 581: 126209.
- [40]丁德锐. 具有网络诱导复杂性的几类离散随机系统的性能分析与综合[D]. 东华大学, 2014:2-10.
- [41]韩聪. 通信协议下网络化离散系统的集员滤波研究[D]. 哈尔滨理工大学, 2022.
- [42]Xiong W, Ho D W C, Wen S. A periodic iterative learning scheme for finite-iteration tracking of discrete networks based on FlexRay communication protocol[J]. Information Sciences, 2021, 548: 344-356.
- [43]Lange R, Vasques F, de Oliveira R S, et al. A scheme for slot allocation of the FlexRay Static Segment based on response time analysis[J]. Computer Communications, 2015, 63: 65-76.
- [44]Mao J, Meng X, Ding D. Fuzzy set-membership filtering for discrete-time nonlinear systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2022, 9(6): 1026-1036.
- [45]Liu S, Wang Z, Wei G, et al. Distributed set-membership filtering for multirate systems under the round-robin scheduling over sensor networks[J]. IEEE transactions on cybernetics, 2019, 50(5): 1910-1920.
- [46]Yang F, Li Y. Set-membership filtering for discrete-time systems with nonlinear equality constraints[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(10): 2480-2486.
- [47]Castro M F F, Seuret A, Leite V J S, et al. Robust local stabilization of discrete

- time-varying delayed state systems under saturating actuators[J]. *Automatica*, 2020, 122: 109266.
- [48]Silva L F P, Leite V J S, Castelan E B, et al. Local stabilization of nonlinear discrete-time systems with time-varying delay in the states and saturating actuators[J]. *Information Sciences*, 2020, 518: 272-285.
- [49]Qian Y, Xiang Z, Karimi H R. Disturbance tolerance and rejection of discrete switched systems with time-varying delay and saturating actuator[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2015, 16: 81-9

攻读硕士期间取得的学术成果

- [1] 董鹏博, 刘宏建, 王奕. Round-Robin 协议下网络化离散系统的模糊集员滤波[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)

致 谢

时光飞逝，恍如昨日，转眼间已是毕业时节。回首过往，三年时光，虽不短暂，但也不漫长。在为人处世方面，对所经历之事，所遇见之人，虽偶有遗憾，但相对而言，也算坦然。一路走来，步履匆匆，真的很感谢在生活中所遇到的每一个人，尤其是身边的老师、朋友和家人。你们适时给予的肯定与鼓励，是我在前行途中勇于面对挫折与挑战的力量源泉。

由衷地感谢导师刘宏建教授，在研究生的三年学习时光里，刘老师在治学上的精益求精，待学术的严谨态度，对职责工作的事必躬亲，使我受益匪浅，终身难忘。在论文的撰写过程中，老师总是很有耐心地进行授业解惑，而且在问题上的独特见解，让我醍醐灌顶，茅塞顿开。授人以鱼不如授人以渔，在学习上，老师时常督促我关注新文章，要多看、多读、多思考，注重良好阅读习惯的养成，不断拓宽认知水平、提高学术理解与推理能力；在生活上，老师物物而不物于物、知世故而不世故入的为人处世之道，让我感受深刻，感悟很多。

人海茫茫，相遇是一种缘分，相逢终会有别离。感谢潘德发、章冉等同门师兄弟，感谢室友李亮、杨铭、张东元同学，三年时光，有你们相伴身旁，在学习上问题相商，在生活中困难相帮，相处融洽，此生难忘，临近毕业，想必也定不会匆匆散场。

谁言寸草，何以回报？很感谢我的家人们，感谢爸爸、妈妈感谢你们的无偿付出，适时的鼓励与支持，给了我很大的勇气和信心，让我得以无惧困难，无畏前行。

最后，感谢我的老婆杨小楠。在研究生阶段，我与相识相恋 9 年的她共同步入了婚姻殿堂，在漫长的生活中，她给我带来了数不清的欢乐与道不尽的幸福。在学习生活中，每当我遇到烦恼与困难，都会有她的陪伴与鼓励。因为有她，让我更加有勇气面对社会，面对未来。

最后，感谢各位参与评审工作的老师们，感谢你们在百忙之中抽时间审阅我的论文。祝你们身体健康，工作顺心！