

分类号：O35

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2211410102

题 目 上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式与机理研究

题 目 A Study of the Entrainment Mode and Mechanism of
Rising Bubbles across an Immiscible Liquid-Liquid
Interface

学生姓名： 杨在贺

指导教师： 廖斌

专 业： 应用力学与工程结构

研究方向： 流体力学

论文答辩日期： 2024 年 5 月 27 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：杨在贺

日期：2024年5月27日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：杨在贺

日期：2024年5月27日

指导教师签名：廖斌

日期：2024年5月27日

上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式与机理研究

摘 要

在注气冶炼金属、气泡浮选矿浆以及纳米乳液制备等工程实际中对生产效率需求提升的大背景下,开展上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式与机理研究具有明显的工程实际意义和学术价值。鉴于目前国内外针对气-液-液三相流条件下气泡穿过液-液界面的动力学特性研究,尤其是夹带动力学特性的相关工作较少。本文采用 **Fluent** 商业软件的三相流数值模型,通过改变液体属性以及气泡尺寸等参数以实现较大的参数范围,系统研究了韦伯数 We (主要表征上升气泡的动力学作用强弱) 和莫顿数 Mo (主要表征气泡在液体中移动时形变幅度的强弱) 参数条件下上升单气泡及双气泡穿过不相溶液-液界面的夹带动力学特性 (主要包括气泡上升速度 v 、气泡排水时间 T_s 、气泡排水高度 H_s 及夹带面积比 V_h)。本文的主要工作如下:

首先,对上升单气泡穿过不相溶液-液界面的夹带动力学特性进行了系统研究。结果表明,在 Mo 固定,改变 We 的工况下, v 随着 We 的增大而增大; 气泡的形变幅度随着 We 的增大先减小后增大; 气泡的 T_s 不随 We 的变化而发生明显变化; 气泡的 H_s 及 V_h 随着 We 的增大而不断增加。在 We 固定,改变 Mo 的工况下,气泡在界面上方轻质液体中的 v 随着 Mo 的减小而不断增大; 气泡形变幅度随 Mo 的不断增大而减小; 气泡的 T_s 随着 Mo 的增大而增大,气泡的 H_s 随着 Mo 的增大而减小; 在气泡穿过界面初期,气泡的 V_h 随着 Mo 的减小而增大,在气泡上升一段时间后,气泡的 V_h 逐渐减小,减小幅度随 Mo 的减小而增

大。

其次，基于大量数值结果总结归纳出了上升单气泡穿过不相溶液-液界面的三种典型夹带模式。在 $We = 0 - 100$ ， $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 的参数范围内建立了三种典型模式与 $We - Mo$ 的依赖关系图谱，并对典型夹带模式所在的 $We-Mo$ 范围进行了详细划定。此外，建立了上升单气泡撞击不相溶液-液界面的理论模型，并通过 Matlab 编程求解得出气泡上升速度、气泡与液-液界面间的薄膜压力和薄膜厚度等参考信息。

最后，对上升双气泡穿过不相溶液-液界面的夹带动力学特性进行了系统研究。结果表明，在 Mo 固定，改变 We 的工况下，上气泡的 v 随 We 的增大而增大，下气泡的 v 呈现同样趋势；上气泡的形状变化幅度随着 We 的增大而减小，下气泡的形状变化幅度随着 We 增加先减小后增大；上气泡的 T_s 、 H_s 并不随 We 的变化发生明显变化；两气泡的 V_h 随着 We 的增大而增大。在 We 固定，改变 Mo 的工况下，两气泡在界面上方轻质液体中的 v 均随 Mo 的减小而增大；两气泡的形变幅度均随着 Mo 的减小而增大；上气泡的 T_s 、 H_s 随 Mo 的增大而增大；两气泡的 V_h 随着 Mo 的增大而减小。此外，基于大量数值结果总结归纳出了上升双气泡穿过不相溶液-液界面的三种典型夹带模式。在 $We = 0 - 100$ ， $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 的范围建立了三种典型模式与 $We - Mo$ 的依赖关系图谱，并对典型夹带模式所在的 $We - Mo$ 范围进行了详细划定。

关键词：液-液界面，上升气泡，韦伯数，莫顿数，典型夹带模式

A STUDY OF THE ENTRAINMENT MODE AND MECHANISM OF RISING BUBBLES ACROSS AN IMMISCIBLE LIQUID-LIQUID INTERFACE

ABSTRACT

Considering the increasing demand for production efficiency in the engineering practices of gas injection metal smelting, bubble flotation slurry, and nano-emulsion preparation, a study on the entrainment mode and mechanism of rising bubbles across an immiscible liquid-liquid interface has obvious engineering practical significance and academic value. However, there are few studies on the kinetic properties of bubbles crossing the liquid-liquid interface under gas-liquid-liquid three-phase flow conditions, especially on the kinetic properties of entrainment. In this paper, the three-phase flow numerical model of Fluent commercial software is used to systematically investigate the entrainment dynamics (mainly including bubble rise velocity v , bubble drainage time T_S , bubble drainage height H_S , and entrained area ratio V_h) of rising single and double bubbles across the immiscible liquid-liquid interface under the parameters of Weber number We (mainly characterizing the strength of the dynamics of the rising bubbles) and Morton number Mo (mainly characterizing the strength of the magnitude of the deformation of the bubbles as they move through the liquid). The large parameter ranges of We and Mo are realized by changing the liquid properties and the size of the bubbles. The main works in this paper are as follows.

Firstly, the entrainment dynamics of a rising single bubble across an

immiscible liquid-liquid interface have been systematically investigated. It can be found that when Mo is fixed and We is varied, and 70, v increases with the increase of We ; the deformation amplitude of the bubble decreases and then increases with the increase of We ; T_S does not change significantly with the change of We ; and H_S and V_h of bubbles keep increasing with the increase of We . When We is fixed and Mo is varied, v in the light liquid above the interface increases continuously with decreasing Mo ; the magnitude of bubble deformation decreases with increasing Mo ; T_S increases with increasing Mo , and H_S decreases with increasing Mo . At the initial stage of the bubble crossing the interface, V_h increases with decreasing Mo , and after the bubble rises for a while, V_h decreases gradually. The magnitude of the decrease increases with decreasing Mo .

Secondly, based on a large number of numerical results, three typical entrainment modes of a rising single bubble across the immiscible liquid-liquid interface are summarized and generalized. The dependence patterns of the above three typical modes on We - Mo are established in the parameter ranges of $We = 0-100$ and $Mo = 10^{-1}-10^{-8}$, and the We - Mo ranges where the typical entrainment modes are located are delineated in detail. In addition, a theoretical model of a rising single bubble impinging on an immiscible liquid-liquid interface is established, and the reference information such as bubble rising velocity, film pressure between the bubble and the liquid-liquid interface, and film thickness are derived by the Matlab programming solution.

Finally, the entrainment dynamics of rising double bubbles across an immiscible liquid-liquid interface have been systematically investigated. It can be found that when Mo is fixed and We is varied, v of the upper bubble

increases with the increase of We , and v of the lower bubble shows the same trend; the deformation amplitude of the upper bubble decreases with the increase of We , which of the lower bubble decreases firstly and then increases with the increase of We ; T_S and H_S of the upper bubble do not change significantly with the change of We ; and V_h of the two bubbles increases with the increase of We . When We is fixed and Mo is varied, v of both bubbles in the light liquid above the interface increases with decreasing Mo ; the deformation amplitude of both bubbles increases with decreasing Mo ; T_S and H_S of the upper bubble increase with increasing Mo ; and V_h of both bubbles decreases with increasing Mo . In addition, three typical entrainment modes of rising double bubbles across the immiscible liquid-liquid interface are summarized and generalized. The dependence patterns of the above three typical modes on We - Mo are established in the parameter ranges of $We = 0-100$ and $Mo = 10^{-1}-10^{-8}$, and the We - Mo ranges where the typical entrainment modes are located are delineated in detail.

KEY WORDS: liquid-liquid interface, rising bubble, Weber number, Morton number, liquid entrainment, typical entrainment modes

目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景与意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 气泡在单相液体中的上升运动	2
1.2.2 上升气泡与气-液界面的相互作用	6
1.2.2 上升气泡穿过液-液界面的动力学特性	9
1.3 本文主要研究内容	12
第 2 章 气-液-液三相流数值计算方法.....	15
2.1 控制方程	15
2.2 多相流模型	16
2.2.1 拉格朗日离散相模型	17
2.2.2 VOF 模型.....	18
2.2.3 Mixture 模型.....	20
2.2.4 欧拉模型	22
2.3 层流模型	22
2.4 本章小结	23
第 3 章 上升单气泡穿过不相溶液-液界面	24
3.1 单气泡数值模型的建立	24
3.1.1 单气泡计算域及相关参数	24
3.1.2 网格划分及无关性验证	25
3.1.3 模型验证	26
3.1.4 无量纲参数	28
3.1.5 参数范围	29
3.2 We 对单气泡运动的影响.....	31
3.3 Mo 对单气泡运动的影响	35
3.4 上升单气泡穿过液-液界面的典型夹带模式	39
3.4.1 截留模式	40

3.4.2 拖尾夹断模式	41
3.4.3 长拖尾模式	42
3.4.4 上升单气泡工况下的 <i>We-Mo</i> 模式图	43
3.5 上升气泡碰撞液-液界面的理论模型	45
3.5.1 上升气泡与界面发生碰撞过程	45
3.5.2 理论模型	46
3.5.3 模型验证	48
3.6 本章小结	51
第 4 章 上升双气泡穿过不相溶液-液界面	53
4.1 双气泡数值模型的建立	53
4.1.1 双气泡计算域及相关参数	53
4.1.2 网格划分及无关性验证	54
4.1.3 无量纲参数及参数范围	55
4.2 <i>We</i> 对双气泡运动的影响	57
4.3 <i>Mo</i> 对双气泡运动的影响	64
4.4 上升双气泡穿过液-液界面的典型夹带模式	71
4.4.1 双气泡聚并拖尾模式	71
4.4.2 双气泡分离拖尾夹断模式	73
4.4.3 双气泡长拖尾模式	74
4.4.4 双气泡工况下 <i>We-Mo</i> 模式图	75
4.5 本章小结	77
第 5 章 结论与展望	79
5.1 结论	79
5.2 主要创新点	81
5.3 不足与展望	81
参考文献	83
硕士研究生期间取得的工作成果	90
致谢	92

第 1 章 绪论

1.1 研究背景与意义

气-液-液三相流动系统是不仅在日常生活和自然环境中广泛存在，也存在于许多工业运用中^[1-3]。在世界工业化不断前进的今天，如何更有效的提高冶金工艺成为广受关注的问题。之前关于气泡穿过不相溶液-液界面的大量研究与二次精炼、铜转化和钢包精炼相关^[4-6]。在冶炼过程中，熔渣界面对于提高反应速度和精炼效率有着重要作用。在这过程中，熔融金属和熔渣会分开形成两个不相溶的液体层并在不相溶液-液界面处发生复杂的化学反应，产生脱磷、脱碳等多种结果^[7]。考虑到这两种不混融液体所涉及的高温，为了提高生产效率，通常采用注气的方式将两者混合^[8]。因此，当气泡被金属覆盖后穿过熔渣时，气泡的运动特性直接影响到冶炼的反应速率。气泡穿过不相溶液-液界面后形成的夹带现象扩大了化学反应发生的有效表面积。因此，在冶金领域，上升气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性已经引起了大范围的关注与研究，此研究对于优化工艺流程、及提高生产效率有显著的影响。

其次，气-液-液三相系统在选矿业中也普遍存在^{[9]、[10]}。由于经济发展对于矿物的需求越来越大，我国矿产资源逐渐表现出“贫、细、杂、难”的特点。矿石浮选作为涉及到流体力学与选矿业的交叉学科，越来越受到科研工作者的关注。矿物浮选是一个非常复杂的过程，存在许多影响因素，主要存在以下四个阶段：气泡与矿粒进行碰撞、气泡与矿粒粘附、矿粒脱附在气泡上、气泡和矿粒形成的集合体上浮^[11]。使用气泡群浮选的方式不仅可以对矿浆进行粗选，也可以对铜、铅等重金属进行精选，并且具备选矿效率较高，场地占地小，前期投入低的优势，在矿物加工领域的应用较为广泛。显然，上升气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性对于浮选工艺具有一定的理论指导意义，对提高浮选生产工艺、提高浮选质量以及提高生产效能有着非常重要促进作用。

再者，在生物医药领域也存在气-液-液三相系统。较于传统乳剂，纳米材料具有材料体积小，表面积体积比大，反应效率高等优势。将一些功能材料加入到纳米乳液中时，需要考虑材料间的物理化学作用，因此气泡在空气/油/水与

表面活性剂的复合界面上发生破裂，将亚微米油滴分散到水中形成纳米乳剂^[12]是一种成本低、稳定性高的生产工艺。这种工艺为下一步生成多功能纳米乳液提供了便利性，这些纳米乳剂在药品输送、功能性保健食品^[13]等许多不同的应用中都发挥着重大的作用。上升气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性对于纳米乳剂的生产工艺同样具有一定的理论指导意义。

综上所述，对于三相流中上升气泡穿过不相溶液-液界面动力学特性的系统性研究具有较为明显的学术价值以及工程实际意义。通过对于气泡上升特性的研究，有助于提高冶金业中的生产效率。而对于气泡夹带模式的研究，有助于降低冶金、选矿及纳米乳液生产过程中的生产成本。一方面可以为三相流中气泡动力学特性补充一些相关机理认识，另一方面可以为实际工程应用中的相关问题提供理论指导。

1.2 国内外研究现状

一个多世纪以来，气泡在环境液体中的上升运动一直吸引着研究人员的注意力。达芬奇是第一个对大气泡未能遵循直线上升路径进行科学报告的人，这一发现后来被称为达芬奇悖论^[14]。直到他死后的数个世纪，这种现象才被确定是由尾流不稳定引起的。在十九世纪，Young^[15]在他对流体-流体界面形状的定性研究中引入了表面张力的概念。一年后，通过对 Young 的理论进行数学描述，Laplace 推导出了影响后世的 Young-Laplace 方程^[16]。近些年来，随着技术的不断发展，国内外对于多相流中气泡与液体介质之间的动力学特性进行了大量的研究。主要的研究内容包括气泡在单相液体中的上升运动、上升气泡与气-液界面的相互作用以及上升气泡穿过液-液界面的动力学特性等几个方面。

1.2.1 气泡在单相液体中的上升运动

气泡在单相液体中上升运动是一种非常常见的物理现象。但真正意义上系统性、科学性的探讨则起始于二十世纪。自那时起，研究者们通过不懈的努力和持续的创新，目前已经构建起了一套较为完整、系统的理论体系，为深入剖析气泡在流体中的复杂行为提供了坚实的理论基础。

气泡形状对气泡上升速度、传热、传质等行为有着较为重要的影响。由于气泡的界面具有可变形的特点，受到外部流场的作用时会产生变形^[17]。通常认

为，在流体中气泡上升运动时的形状与以下无量纲参数有关：

$$\text{Reynolds 数: } Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (1-1)$$

$$\text{Eötvös 数: } Eo = \frac{\rho g D^2}{\sigma} \quad (1-2)$$

$$\text{Morton 数: } Mo = \frac{g \mu^4}{\rho \sigma^3} \quad (1-3)$$

$$\text{纵横比: } E = \frac{d_v}{d_h} \quad (1-4)$$

其中， ρ 指密度； v 指气泡速度； D 指气泡直径； σ 指表面张力； g 指重力加速度； d_v 和 d_h 分别指气泡在垂直方向上的直径和在水平方向上的直径。

早在 1978 年，Clift^[18]在大量实验的基础上，对气泡形状与相关无量纲参数（雷诺数 Re 、伊特渥思数 Eo 、莫顿数 Mo ）之间的关系进行了较为详细的描述，总结出了气泡的三种典型形状：球形、椭球形、球帽形，并绘制了详细的气泡形状图谱。除此之外，Chen^[19]使用改进的流体体积（VOF）方法总结了其他形状的气泡，这些形状的气泡可以看作上述三种气泡形状的变形，分别为裙状气泡、摇摆气泡等。

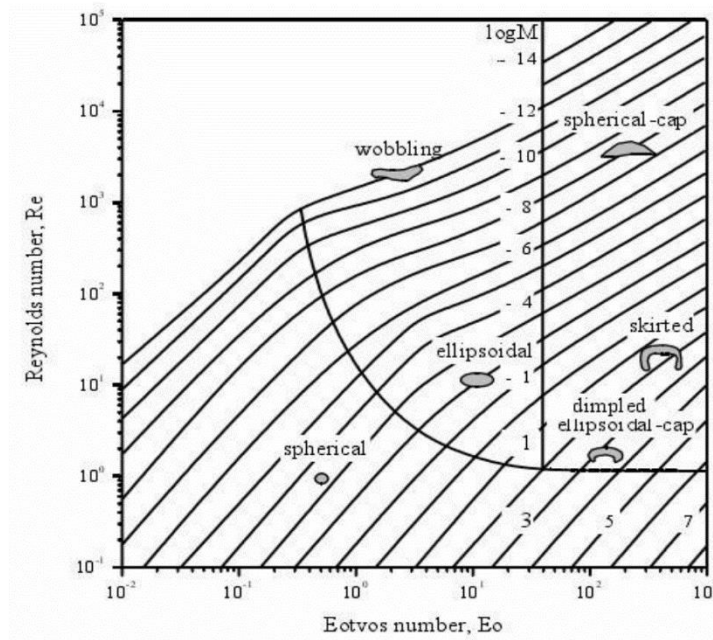


图 1-1 Clift 等提出的气泡上升运动的形状区域图^[18]

在 Clift 等人的研究基础上, 后续众多学者针对上升气泡的形状这一方向做出了更加深入的研究。Annaland 等^[20]提出了一种基于分段线性界面表示的三维流体体积方法, 用于处理密度大、粘度比大和表面张力较大条件下的计算, 计算结果与实验观察到的气泡形状相比非常相似。为了模拟气泡在静止粘性液体中上升运动的过程, Hua 等^[21]提出了改进的前沿跟踪数值算法, 在追踪气泡下轨迹及形状的同时进行体积校正, 具有较高的数值稳定性和模拟鲁棒性, 仿真结果与实验结果较为相似, 可用于对气泡形状发展机制的研究。Sanada 等^[22]通过实验对超纯水中单个上升气泡的形状进行研究, 研究了椭圆形气泡末端速度和阻力系数, 对气泡形状在气泡运动的影响进行了讨论。Li 等^[23]对不同尺寸的单个气泡在四种不同浓度的甘油中的上升规律进行研究, 结果表明, 液体性质和气泡直径对气泡形状有较大影响。粘度越小, 气泡的变形幅度越大。并通过对压力和速度分布进行分析来解释和预测气泡变形趋势。

在气泡上升运动轨迹方面, 国内外众多学者也进行了深入的研究。Bhaga 和 Weber^[24]使用将摄像机以与气泡相同的速度向上移动的方式拍摄上升的气泡, 并利用氢泡追踪技术对上升气泡周围的流场进行可视化处理, 对气泡在粘性液体中的形状、尾迹和流线等进行观测, 并对研究结果进行了无量纲化处理, 可为球形气泡的轨迹提供较为合理的预测。Saffman^[25]研究了等效半径在 0.5 - 4.0mm 范围内的气泡在水中的运动, 给出了在牛顿流体中, 不同直径的气泡在上升时的不同轨迹的范围, 当气泡半径 $R < 0.7\text{mm}$ 时会发生直线运动; 当 $0.7\text{mm} < R < 1\text{mm}$ 时会出现锯齿形运动; 当 $1\text{mm} < R < 1.8\text{mm}$ 时, 气泡的上升运动轨迹呈锯齿形和螺旋形, 通过分析得出是由于直线运动的不稳定性和尾迹的周期性震荡相互作用导致气泡上升路径为锯齿形。Bohm 等^[26]通过改变通道深度、气泡大小、液体流速和液体流变性等参数, 分别将水(牛顿流体)和黄原胶溶液(非牛顿流体)作为连续相来模拟单个气泡上升行为。正如预期的那样, 气泡在黄原胶溶液中主要遵循直线上升路径, 几乎没有震荡发生, 但是与水中的气泡相比上升速度较低, 增大气泡尺寸会提高上升速度, 在水中会明显的导致振荡增强。除此之外, 他们还使用 PIV 对气泡在水和黄原胶溶液中的流场进行了更加深入的研究^[27]。经过对上升气泡附近流场的定性讨论, 划分出两种流动结构模型。明德智等^[28]对添加了电场下的单个气泡的上升过程进行数值模拟, 得

到结论：在电场作用下，气泡会发生随着电场力的增大而增大的剧烈变形及震荡，除此之外气液相之间的表面张力较小也会使气泡失稳。

此外，在对上升气泡的形状及轨迹进行研究的同时，许多学者对单相液体中上升气泡的速度也进行了广泛而深入的研究。Garner 等人^[29]早在 1954 年就对沿中轴线方向的椭球形和球帽形气泡的上升速度方程进行了推导。Ellingsen^[30]采用实验的方法对静水中气泡上升进行了研究，结果表明，气泡在经过初始加速阶段后，形状保持不变，近似于椭球体，速度大小恒定，并结合气泡速度对液体流场进行了分析。Hua 等^[31]对文献^[21]给出的算法进行了进一步的改进，可用于模拟在粘性液体中上升的三维气泡，使用移动参考系对 Naiver-Stokes 方程进行求解，并使用非结构化三角形网格对气泡表面进行追踪，模拟结果与实验结果在气泡形状和气泡速度方面进行了比较，吻合度较高。此模型还可以模拟液体中上升的两个气泡之间的相互作用。陈斌^[32]将 Front Tracking 方法的直接数值模拟方法进行了拓展，可用于模拟垂直壁面附近的单个气泡上升过程，结果表明，数值模拟对气泡的运动和变形可以进行非常准确的再现，经验公式与不同 Re 数下气泡上升速度的结果非常接近，该方法对中低 Re 数情况下的气泡运动模拟非常有效。王焕然等^[33]采用直接数值模拟计算，对黏性液体中气泡的上升运动进行了三维模拟，使用 Level Set 方法对气泡的变形进行追踪，对上升气泡的形状变化和上升速度进行提取，并与气泡形状图谱进行了比较。Fan 等^[34]通过大量的实验，对流体的性质对气泡上升速度的影响进行了总结，表达式为：

$$u_b' = u_b \left(\frac{\rho_l}{\sigma g} \right)^{1/4} = \left[\left(\frac{M_o^{-1/4}}{K_b} d_b'^2 \right)^{-n} + \left(\frac{2c}{d_b'} + \frac{d_b'}{2} \right)^{-n/2} \right]^{-1/n} \quad (1-5)$$

其中， K_b 指气泡周围的黏度； c 指表面张力的修正系数； n 指液体的污染程度。

这三个参数由实验进行测定。 d_b' 指气泡的无量纲直径，表达式为：

$$d_b' = d_b \left(\frac{\rho_l g}{\sigma} \right)^{1/2} \quad (1-6)$$

Tomiyama 等^[35]在实验和理论两个方面对单个气泡在由表面张力主导下的液体中的上升终端速度进行了研究，推导了适用于高 Re 数情况下的理论模型，得

出了表面活性剂浓度的差异不是造成终端速度差异的根本原因，气泡的性质和速度受气泡的初始形状的影响较大的结论。综上所述，国内外对气泡在单项液体中的上升运动研究时间较长，通过丰富的实验及理论研究，对于气泡的运动特性、形变规律、上升运动轨迹以及气泡上升机理都取得了较为丰富的研究成果。

1.2.2 上升气泡与气-液界面的相互作用

早在上世纪四十年代，上升气泡与气-液界面的相互作用就已经引起了国外诸多学者的关注。在 1940 年，Davies^[36]通过实验发现在自由水平面上，每个气泡在接近水面时都会把水面推高，气泡的形状为半球形，气泡的形状由气泡内外的压力差决定，表达式为：

$$p_1 - p_0 = \frac{4\gamma}{r} \quad (1-7)$$

式中， r 指气泡在气-液界面时液膜的直径，对于较小的气泡，气泡内外的压力差较大，在液体界面上发生破裂后会使气泡中心线处的液滴发生发射的现象；而对于较大的气泡，气泡内外的压力差较小，在界面处发生破裂后不会产生足够大的动量使液滴发生发射现象。Davies 还发现，在低压条件下达到自由液面的气泡的平均尺寸比高压条件下到达的气泡大的多。液滴射流形成的机理可以分为四个步骤：（1）气泡在流体界面发生破裂后产生的压力差使气泡边缘的流体涌入气泡存在时区域；（2）由于边缘流体涌入的影响，在中心的流体发生抬升的现象；（3）中心的流体被抛射；（4）在发生抛射后，抛射发生夹断，由于液体表面张力的影响，被夹断后的液体形成液滴。Davies 对于气泡夹带现象的研究具有较高的开创性，他的研究对后来的学者关于夹带形状、尺寸和速度的研究提供了较大的启发。

通过与 Davis 相似的研究方法，Zen 和 Weil^[37]对夹带粒子受力平衡进行科学分析，提出了一种计算流化床中夹带率的方法，并且提出了可以计算夹带粒子所能上升的高度的估算方程：

$$h = \frac{(v_0 + v_g)^2}{2g} \quad (1-8)$$

其中， v_0 指粒子离开流化床的速度； v_g 指表层气体速度； g 指重力加速度。并将

拟合得到的数值与实验数据进行了对比，得到的公式具有较高的一致性。

对于气泡在液面破裂后由液膜形成的较小液滴和较大的射流液滴组成的夹带液滴量的理论模型的研究，Isao 和 Ishii^[38]将通过试验研究得出的大量数据与力学模型相结合，建立了气泡液体夹带量的关系式。分析表明，从液体表面开始，由上到下可将液体液滴夹带分为三个区域。第一个区域为靠近液体表面的近液面区域，该区域中距表面高度和气体流速对液滴夹带并无影响；从上往下第二个区域为动量控制区，这个区域中，液滴的上升主要受到气体动量的影响，液滴的夹带量会随着气体流量速度的增加而增大夹带量会随着距自由液面距离的增大而减少；最后一个区域为沉积控制区，夹带会受到液滴沉积的影响，该区域中液滴的夹带量与气体流速呈正相关。该研究还分别为每个区域的液体夹带量拟合出了与大量实验数据吻合较好的计算模型。

位于近液面区时液体夹带计算模型表达式为：

$$E_{nsr} = 4.84 \times 10^{-3} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{-1} \quad (1-9)$$

近液面区与动量控制区之间的过渡边界表达式为：

$$h_{nsr}^* = 1.038 \times 10^3 \cdot j_g^* \cdot N_{\mu g}^{0.5} \cdot D_H^{*0.42} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{0.23} \quad (1-10)$$

而进入动量控制区后的夹带会受气体流速影响，表达式为：

$$\frac{j_g^*}{h^*} \leq 6.39 \times 10^{-4} \quad (1-11)$$

所以边界可使用气体流速进行判定，在边界范围内属于较低流速区域，在该区域中液体夹带计算表达式为：

$$E_{mcr_{low}} = 2.21 \cdot N_{\mu g}^{1.5} \cdot D_H^{*1.25} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{-0.31} \cdot \frac{j_g^*}{h^*} \quad (1-12)$$

气泡继续上升进入动量控制区中的较高流速区域，夹带率计算表达式为：

$$E_{mcr_{int}} = 5.42 \times 10^6 \left(\frac{j_g^*}{h^*} \right)^3 N_{\mu g}^{1.5} \cdot D_H^{*1.25} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{-0.31} \cdot \frac{j_g^*}{h^*} \quad (1-13)$$

动量控制区与沉积控制区之间的过渡边界表达式为：

$$h_{nsr}^* = 1.97 \times 10^3 \cdot N_{\mu g}^{1/3} \cdot D_H \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{-0.23} \quad (1-14)$$

进入到沉积控制区的液体夹带率表达式为：

$$E_{dcr} = 7.13 \times 10^{-4} j_g^* N_{\mu g}^{0.5} \cdot \left(\frac{\rho_g}{\Delta \rho} \right)^{-1} \cdot e^{-0.205 \frac{h}{D_H}} \quad (1-15)$$

Aybers 和 Dagsoz^[39]采用高速摄像机对气泡在液面附近的破裂情况进行了研究，气泡的产生来自于多孔介质，并使用显微镜对气泡破裂后的射流液滴直径进行了测量，结果如下：气泡会在气液界面维持一段时间才会发生破裂，气泡破裂后射流速度表达式为：

$$U = \frac{3}{4} \frac{(P_0 + \frac{2\sigma}{R})}{R \rho_w} \quad (1-16)$$

射流液滴的直径表达式为：

$$D_j = 0.53 D_d \quad (1-17)$$

其中， σ 指液体的表面张力； R 指气泡半径； P_0 指参考压力； D_j 指射流液滴半径； ρ_w 指液滴密度； D_d 指气泡直径。

Suzuki 等^[40]采用了与 Aybers 相同的实验方法，对在不同液体的液面破裂的气泡产生的射流液滴速度、数量和气泡初始直径的关系进行了研究。与 Blandchard^[41]得出的第二个射流液滴直径大于第一个射流液滴直径的结论不同，Suzuki 研究发现，在射流液滴中，第一个液滴的速度和直径均比其他的射流液滴的速度和直径大，这一结论与 Garner^[42]的研究结果一致。他还发现：（1）射流液滴的直径与气泡初始直径成正比，而射流的初始速度与气泡初始直径成反比；（2）气泡破裂产生的液滴数量和射流中液滴的数量随着流体的表面张力增大而增多；（3）流体的粘度对射流液滴的产生影响并不明显，但是射流液滴的速度会随着粘度的增大而增大，射流液滴的直径会随着粘度的增大而减小。

Zhang 等^[43]对以往关于气泡在自由液面表面发生破裂后液滴夹带的研究进行了回顾总结，使用统一的长度尺度对气泡直径进行归一化，通过曲线拟合，得到了用于对气-液两相流中自由液面气泡破裂产生液滴数目的表达式，这个方程还将临界气泡的大小与液体的物理性质产生了关联，具有较高的通用性。

在诸多学者对气泡在液体自由表面处破裂产生的液滴射流的液滴直径、液滴数量及液滴夹带率进行详细研究的同时，还有些学者对气泡在自由液面的存在寿命进行了研究。Struthwolf 和 Blanchard^[44]采用控制毛细管喷嘴的直径和气体注入速率生成不同大小的气泡，通过旋转水箱生成均匀大小的气泡，使用秒表对气泡在液体分别为自来水和海水液面的存在寿命进行测量，使用一个科学的公式对气泡在液面的真实寿命进行计算，表达式为：

$$T_B = \left(\frac{L}{2\pi R} \right) T \quad (1-18)$$

其中， T_B 指气泡寿命； L 指气泡的运动轨迹长度； T 指周期，通过对水箱旋转一周的时间进行测量得出。通过实验得到了结论：气泡越小，气泡在液体表面存在寿命越短，海水中的气泡碰撞后不会发生合并的说法，只适用于直径大于 80 毫米的气泡。

Poulain 等^[45]通过控制温度、盐浓度、挥发性和环境中空气饱和度等液相流体性质参数，对气泡在液面表面处液膜的老化及气泡存在寿命进行了探究。该研究考虑到气泡与周围空气之间耦合引起的马兰戈尼流，推导出了一个适用性较强的气泡帽排水模型，并进行了验证。对气泡帽上的破裂主要从底部区域开始的原因进行动力学解释，得出了结论：水中的污染物导致了气泡的产生，随后使气泡发生老化，最终导致气泡的破裂。

在对于气泡对液体自由界面的影响，张阿漫等^[46]发现气泡在近自由液面运动时，会与液面发生强烈的作用，进而产生复杂的现象。为了对该规律进行系统的探索，张阿漫通过高速摄像设备对采用电火花放电生成的气泡与液面之间的相互作用进行了实验研究。通过对大量数据的分析，得到了相关结论：（1）气泡的运动特性会受到自由界面影响，气泡离液面越近，射流发生的时间越早，射流的宽度越大；（2）拟合出气泡直径与电火花电压的函数关系式；（3）归纳出了 6 种典型的水冢模式；（4）对不同水冢的发生条件进行了无量纲分析。综上所述，国内外诸多学者上升气泡与气-液界面的相互作用进行了较为详细的研究，对气泡夹带现象及液滴射流等方面同样取得了丰富的研究成果。

1.2.2 上升气泡穿过液-液界面的动力学特性

相较于气泡在单相液体中的上升运动以及上升气泡与气-液界面的相互作用

两方面较为丰富的研究过程，在单个气泡穿过液-液界面的流体动力学特性方面研究成果较少。而且，此方面研究成果主要是采用实验方法或者数值计算方法得到的，理论工作较为有限。在理论研究方面，1963 年，Szekely^[47]通过假设气泡到达之前以非定常状态传递，推导出了用于计算搅拌状态下气泡在不混溶液体之间传热传质速率的表达式。Greene 等^{[48],[49]}建立了一个静态模型，通过将气泡承受的浮力与界面张力相等，用于预测气泡穿过不相溶液体界面所需的最小体积 v ，表达式为：

$$v = \left(\frac{3.9\sigma_1}{g(\rho_T - \rho_g)} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1-19)$$

式中， σ_1 指界面张力； g 指重力加速度； ρ_T 和 ρ_g 分别指顶部液体的密度和气体的密度。Hashimoto 和 Kawano^[50]建立了一个适用广泛的理论模型，用于预测气泡壳的形成。他们使用浮力、阻力、附加质量力和弹力四种力来模拟气泡轨迹。长度和时间分别用气泡半径 R 和 $\sqrt{R/g}$ 表示，将这四种力的和等于零，推导出无量纲位移 z^* 与无量纲时间 t^* 的函数关系式：

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z^*}{dt^{*2}} = & 2 - 3\alpha \frac{(2 + h^* - z^*)(h^* + z^*)}{(1 + h^*)^3} - \frac{2}{\beta} \frac{dz^*}{dt^*} \frac{f}{1 + (f + 1)h^*} \\ & \left(1 - \left(\frac{1 - z^*}{1 + h^*} \right) \right) - \frac{6f}{\gamma} \frac{dz^*}{dt^*} \end{aligned} \quad (1-20)$$

式中， f 为雷诺数在 1-3 之间的比例因子； h^* 指无量纲膜厚； α, β 和 γ 为无量纲参数，表达式为：

$$\alpha = \frac{\sigma_1}{R^2 \rho_B g} \quad (1-21)$$

$$\beta = \frac{\rho_B (R^3 g)^{\frac{1}{2}}}{\mu_B} \quad (1-22)$$

$$\gamma = \frac{\rho_B (R^3 g)^{\frac{1}{2}}}{\mu_T} \quad (1-23)$$

式中， ρ_B 指底层液体密度； R 指气泡半径； μ_T 和 μ_B 分别指顶层液体和底层液体

的粘度。第一个无量纲参数是底部界面邦德数的倒数，后两个无量纲参数是基于阿基米德数变化得来的。假设气泡周围的薄膜为球形且厚度均匀，则薄膜减

薄率 $\frac{dh^*}{dt^*}$ 的无量纲表达式为：

$$\frac{dh^*}{dt^*} = \frac{-\frac{f}{2} \frac{dz^*}{dt^*} (2-z^*) (h^*+z^*) h^* - h^* \frac{dz^*}{dt^*}}{2h^*+z^*} \quad (1-24)$$

将上述两个方程联立求解，可得到气泡的运动和薄膜厚度随时间变化的函数。Natsui 等^[51]采用光滑粒子流体力学（SPH）模型对上升气泡在非混相两液体界面的瞬态行为进行研究，采用拉格朗日粒子模型，对气相和液相的运动进行直接追踪，在不同条件下进行数值模拟，对预测的变化及气泡的界面形状进行了验证。

在实验研究方面，Greene 等^{[48],[49]}通过使用九种不同的流体对气泡在两种不混相液体层之间的界面上垂直上升引起的底层液体夹带现象进行了讨论。结果表明，夹带体积会随着底层液体密度的增加或顶层液体密度的降低而显著减小；界面张力对夹带的影响相对较少，但是会对夹带的开始时间产生影响；底层液体的粘度较低时，夹带量明显增加，但是顶层液体粘度的变化对夹带量的影响并不明显。Reiter 和 Schwerdtfeger^[52]使用高速摄影仪对气泡通过液-液界面时发生的现象进行了研究，采用了多种液-液体系的组合，获得了停留时间、膜厚、射流长度、界面面积、液滴数量、液滴尺寸等定量数据，得到了底层液体被气泡拖入顶层液体的体积随气泡的大小而增加，并很大程度上取决于液-液组合的物理性质的结论。Singh 等^[53]通过实验方法对单个气泡与液-液界面的相互作用进行了研究，旨在对气泡在两种初始静止的不混溶液体之间的界面附近发生的反弹现象提供实验证据，通过改变液体密度、气泡直径和上升高度进行实验获得的数据表明，当气泡的接近速度小于一个基于界面张力和底层液体粘度的阈值时，气泡会在液-液界面发生反弹。Dietrich 等^[54]使用高速摄像机和粒子图形测速（PIV）系统对液-液界面上的气泡通道进行了研究，实验使用了两种不同粘度的液体作为顶端液体。结果表明，气泡的大小和顶部液体的粘度对气泡在界面处的滞留时间、气泡速度、夹带长度以及液-液界面处的速度场存在较明显的影响。

数值模拟也被用于对气泡穿过液-液界面的现象进行模拟, Manga 和 Stone^[55]使用边界积分计算对气泡、液滴和刚性球体通过液-液界面的通道。该研究对粘度比和邦德数对液滴和界面变形的影响情况和气泡的破裂进行了讨论。Bonhomme 等^[56]通过数值模拟的方法研究了两种牛顿不混相液体在初始静止状态下通过水平界面时的气泡动力学, 气泡大小及两种液体之间的粘度比分别变化超过一个数量级和四个数量级。可以得到多种流动模式, 在大多数情况下, 气泡可以成功地穿过界面, 并且会在一定时间内出现夹带现象。并根据现有的理论, 对计算中突出的物理参数, 特别是两种流体之间的密度差和粘度差以及表面张力进行了分析和讨论。Singh 和 Bart^[57]用数值模拟方法对单个气泡穿过两种不混相液体界面的现象进行了研究, 利用通过验证的模型进行了参数化分析, 研究了气泡的保留时间和保留高度等与气泡直径和液体物理性质的关系, 提出了保留时间和保留高度之间的无量纲关系式。Bo 等^[58]采用计算流体力学-确定性粒子轨道模型-流体体积模型 (CFD-DPTM-VOF), 对单个气泡和双气泡条件下的三相流动、粒子运动和夹带过程进行了模拟, 仿真结果与实验结果对比吻合度较好。实验结果表明, 与单气泡相比, 双气泡有两次夹带过程, 夹带的颗粒数量更多, 颗粒可被携带到更高的高度。

综合以上研究现状, 目前国内外对于单相液体中气泡的上升及对气泡在气液界面处的动力学两方面成果较为成熟, 但是对于气-液-液三相流特别是气泡穿过不相溶液-液界面的研究相对较少, 实验条件存在一定的局限性; 针对液-液体系中上升气泡的液体夹带研究参数化研究范围较窄, 而且深入的定量分析工作相对匮乏, 缺乏对于上升气泡穿过液-液体系的液体夹带模式的现象认识和规律化总结, 并且相关现象之间的转捩机制尚不明确。因此, 本文拟开展以单个及两个上升气泡穿过不相溶液-液界面过程中气泡动力学特性以及液体夹带特性研究工作。研究成果可一定程度地揭示上升气泡穿过不相溶液-液界面动力学特性和液体夹带特性变化规律, 拓展无量纲参数与液体夹带典型模式之间依赖关系的机理认识。

1.3 本文主要研究内容

本文研究的思路是以数值模拟为主要方法, 充分发挥其计算结果信息丰富、

参数设置灵活、提取数据方便等优势下对三相流工况下上升气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性及夹带变化特性进行系统的分析研究。首先分别建立适用于研究该问题具有较高精确度的单气泡和双气泡三相流数值模型。在于实验数据对比验证精确度的基础上,通过改变相关参数,发掘不同液体属性、气泡尺寸等参数对气泡动力学特性及液体夹带的影响规律,并且考虑到前人所做研究中参数化研究范围过窄的特点,以较广泛的参数条件下揭示液体夹带的典型模式。在此基础上,将上述参数进行无量纲化,揭示无量纲参数与液体夹带典型模式之间的依赖关系。并通过理论分析,建立一个单气泡上升冲击液-液界面的理论模型。最后,对上升气泡穿过不相溶液-液界面时的流场信息进行深入分析,揭示气泡穿过不相溶液-液界面的主导因素与作用机制。本文的研究成果一方面可以为工程实际中冶金以及气泡选矿效率的提高提供有价值的参考数据,另一方面可为工程实际中降低多气泡制造纳米乳液的成本提供数据支撑。本文主要研究内容如下:

(1) 单气泡上升穿过不相溶液-液界面的动力学特性及夹带特性研究。首先构建较为适用且求解精度较高的气-液-液三相流数值模型。在于实验数据进行对比验证的基础上,以前人较少涉及到的上升气泡穿过不相溶液-液界面为切入点,通过调整气-液密度比、界面张力、气-液粘度比、气泡尺寸等参数来获取上升气泡穿过不相溶液-液界面的大量实验数据。提取不同无量纲参数工况下气泡上升速度、气泡形状、排水时间、排水高度及夹带面积变化的数值结果。分析无量纲参数对气泡上升运动及夹带能力的影响规律。并从中发掘气泡穿过不相溶液-液界面的全新现象和典型模式。

(2) 建立单气泡上升穿过不相溶液-液界面典型模式与无量纲参数的依赖关系以丰富气泡穿过液-液界面相关理论的认识。前人对于上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式研究有明显的不足,有着很大的进步空间。本文在较广的参数基础上开展气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式数值研究。通过较大范围无量纲参数建立典型模式与无量纲参数的依赖关系是对前人相关研究成果的丰富拓展,也是气泡穿过液-液界面相关理论认识的有效补充。并建立单气泡上升冲击液-液界面的理论模型,以对气泡顶部液膜厚度及压力等数据进行计算提取。

(3) 双气泡上升穿过不相溶液-液界面的动力学特性及夹带特性研究。首

先构建较为适用且求解精度较高的三相流数值模型，在固定两气泡位置的前提下，通过改变气泡尺寸、液体密度、表面张力等相关液体参数后的大量计算，提取出大量实验数据，得到不同无量纲参数工况下气泡上升速度、气泡形状、排水时间、排水高度及夹带面积变化的变化规律。总结出双气泡上升穿过不相溶液-液界面的典型模式并构建其与无量纲参数的依赖关系。

第2章 气-液-液三相流数值计算方法

数值计算方法与理论推导、实验方法构成科学研究工作的完备体系，早先的研究主要以理论推导及实验方法为主，随着近些年来计算机的飞速发展，数值计算方法应运而生。数值计算方法是指通过数值近似和计算技术来求解科学和工程问题中的数学方程的方法，在流体力学领域被称为计算流体力学（Computational Fluid Dynamics, CFD）。数值计算方法是一种与解析方法不同，不直接寻找问题的封闭解，而是寻找近似解的研究方法，具有易获得，计算成本相对廉价的特点，可以有效的规避客观因素的影响。本文使用商业软件 Fluent 对上升气泡穿过不相溶液-液界面的三相流动过程进行数值模拟，通过使用适合的基本守恒方程（质量方程、动量方程），结合设置相关边界条件，对于各种复杂的多相流动进行较为准确的模拟。

2.1 控制方程

在 CFD 中，模拟流动的基础为控制方程，控制方程主要是由守恒定律派生出来的，控制方程如下：

（1）质量守恒方程

质量守恒方程是流体力学中的基本方程之一，用于表示在流体流动中质量的守恒。可表述为：在微观尺度上，该方程表达了一个小的流体控制体积内部，无论流体是怎样流动的，其质量都是守恒的。根据这一定义，具体方程如下：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2-1)$$

式中， $\mathbf{v}$ 指质量平均流速，表达式为： $\mathbf{v} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i \mathbf{v}_i}{\rho}$ ， α_i 、 ρ_i 、 $\mathbf{v}_i$ 分别指相 i 的体

积分数、密度和平均流速； ρ 指流体材料的平均密度，表达式为： $\rho = \sum_{i=1}^n \alpha_i \rho_i$ ；

n 指相的个数。

（2）动量守恒方程

动量守恒方程是流体力学中描述流体流动的基础方程之一，主要用于表示

在流体流动中动量的守恒。这个方程实际上是牛顿的第二定律（力等于质量乘以加速度）在流体元素上的应用。具体方程如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + F_u \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{v}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} + F_v \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{w}) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial x} + F_w \end{cases} \quad (2-2)$$

式中， P 指流体压力； u 、 v 、 w 分别指 x 、 y 、 z 三个方向的速度分量； τ_{xx} 、 τ_{yy} 、 τ_{zz} 等指因黏性力产生的在微元体表面上的黏性应力 τ 的分量； F_u 、 F_v 、 F_w 分别指在 x 、 y 、 z 三个方向上的体积力的分量。

(3) 能量守恒方程

在流体力学中，能量守恒方程描述了流体中能量如何被传递、转换和保存。这个方程反映了热量传递、机械工作和流体内部能量变化之间的平衡关系。具体方程如下：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i(\rho E + p)) = \frac{\partial}{\partial x_i}(k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \sum_{j'} h_{j'} J_{j'} + u_j (\tau_{ij})_{eff}) + S_h \quad (2-3)$$

式中， ρ 指流体的密度； p 指流体的压力； T 指流体微元的温度； k_{eff} 指有效热传导系数， $k_{eff} = \sum_{i=1}^n \alpha_i (k_i + k_t)$ ， k_i 指相 i 的热传导系数， k_t 指湍流热传导系数； $J_{j'}$ 指组分 j' 的扩散通量； $(\tau_{ij})_{eff}$ 指由于粘性因素引起的能量耗散系数； S_h 指由于体积力、粘性等效效应产生的能量源项。 E 指流体的总内能（包括内部能量和动能），表达式为：

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{u_i^2}{2} \quad (2-4)$$

其中，理想气体的显焓定义为：

$$h = \sum_{j'} m_{j'} h_{j'} \quad (2-5)$$

2.2 多相流模型

在流体力学的仿真中，多相流是一个复杂且重要的领域，涉及两种或更多的相（如气体、液体或固体）在同一流体域内的互相作用。随着计算流体力学

的不断发展，目前连续介质力学方法是最常用的方法，可以分为两大类求解方式：欧拉-拉格朗日方法和欧拉-欧拉方法。其中欧拉-拉格朗日方法将流体区分为连续相和离散相两部分。其中，连续相基于时均方程计算，离散相则依据计算流场中的粒子轨迹得出。这两相之间存在动量、质量和能量交换。颗粒动力学模型及颗粒群轨迹模型均采用此方法，限制条件是离散相占比不超过总体的15%。而在欧拉-欧拉方法中不同的相都看作连续介质进行处理，因为其中任一相所占的体积都无法被其他相取代，所以引入了相体积率这一概念。目前多相流研究中常用的均相模型、分相模型和多流体模型均基于欧拉-欧拉方法。Fluent 软件内设有三种基于此方法的多相流模型：混合（Mixture）模型、流体体积（Volume of Fluid, VOF）模型以及欧拉（Eulerian）模型。

2.2.1 拉格朗日离散相模型

在拉格朗日描述中，流动是从单个流体粒子或质点的角度来追踪和描述的。这意味着，系统的每一个部分（例如颗粒、滴液或气泡）都会被单独追踪。使用该模型可以对上述这些部分的轨迹及热量、质量传递等进行计算，可以模拟多种涉及到离散相的问题。

（1）作用力平衡方程

通过对拉格朗日坐标系下的颗粒作用力微分方程进行积分，可以对离散相模型的轨迹进行求解，作用力平衡方程如下：

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(v - v_p) + \frac{g_x(\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F_x \quad (2-6)$$

式中， $F_D(v - v_p)$ 指单位颗粒的阻力，表达式为：

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re}{24} \quad (2-7)$$

式中， v 指流体相的速度； v_p 指颗粒的速度； ρ 指流体相的密度； μ 指流体的粘度； ρ_p 指颗粒的密度； d_p 指颗粒的直径； Re 指相对雷诺数，表达式为：

$$Re \equiv \frac{\rho d_p |u_p - u|}{\mu} \quad (2-8)$$

C_D 指阻力系数，表达式为：

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2} \quad (2-9)$$

在一定的雷诺数范围内，上式中的 a_1, a_2, a_3 为常数^[59]。 C_D 也可以用下述表达式定义：

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + b_1 Re^{b_2}) + \frac{b_3 Re}{b_4 + Re} \quad (2-10)$$

式中：

$$b_1 = \exp(2.3288 - 6.4581 + 2.4486\phi^2) \quad (2-11)$$

$$b_2 = 0.0964 + 0.5565\phi \quad (2-12)$$

$$b_3 = \exp(4.905 - 13.8944\phi + 18.4222\phi^2 - 10.2599\phi^3) \quad (2-13)$$

$$b_4 = \exp(1.4681 + 12.2584\phi - 20.7322\phi^2 + 15.8855\phi^3) \quad (2-14)$$

式中， ϕ 指形状系数，表达式如下：

$$\phi = \frac{s}{S} \quad (2-15)$$

式中， s 指与颗粒体积相同的球形的表面积； S 指颗粒的实际表面积。

(2) 附加质量力

平衡方程中包含的附加质量力 F_x 在某些情况下会起到相当大的作用，它主要是由颗粒周围的流体加速引起的。表达式为：

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{d}{dt} (u - u_p) \quad (2-16)$$

在 $\rho > \rho_p$ 的情况下，附加质量力就会起到较大的影响。另一个附加质量力是由于流场中的压力引起的，表达式为：

$$F_x = \left(\frac{\rho}{\rho_p} \right) u_p \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2-17)$$

2.2.2 VOF 模型

VOF 模型是指一种在对网格单元下流体体积进行追踪的方法，可以用与对一种或多种不相溶流体之间的界面进行追踪。此方法中，不同的流体相共用同一套动量方程，对计算域中所有的计算单元进行计算，对各流体相所占的体积

率进行记录。

在每个计算单元中，所有相的体积分数和为 1，引入相体积分数 α_q 表示第 q 相流体所占的体积分数，当 $\alpha_q = 0$ 时，第 q 相在该网格单元中不存在；当 $\alpha_q = 1$ 时，该网格单元中只存在第 q 相；当 $0 < \alpha_q < 1$ 时，该网格单元中存在第 q 相和其他多相流体。

(1) 体积分数方程

相之间界面的追踪是通过求解单相或多相的体积分数方程来完成的，表达式为：

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \alpha_q = 0 \quad (2-18)$$

通过线性插值可以解出流体的密度 ρ 和粘度 μ ，表达式为：

$$\rho = \rho_1 \alpha_1 + (1 - \alpha_1) \rho_2 \quad (2-19)$$

$$\mu = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_1) \mu_2 \quad (2-20)$$

式中，下标 1 和 2 分别表示两相流系统中的两种流体相。

(2) 动量方程

VOF 方法中的动量方程取决于密度和粘度占所在相的体积分数，表达式为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2-21)$$

式中， ρ 指流体相的密度， μ 指流体相的粘度。

(3) 能量方程

与 VOF 方法中的动量方程一样，不同组分的流体相公用一组能量方程，表达式为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) \quad (2-22)$$

式中的能量和温度在处理时可看作质量平均量，表达式为：

$$E = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k E_k}{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k} \quad (2-23)$$

式中， n 指相数；本文中 $n = 3$ ； k 指某一相

(4) 表面张力

在流体力学中，表面张力有着非常重要的影响，它描述的是液体表面分子之间的吸引力，它使液体尽量减小其自身的表面积。Brackbill 等^[60]提出了连续表面张力模型（Continuum Surface Force Model），该模型使用体积力 F_s 对表面张力的作用进行描述。假定表面张力为恒定常数且在气液界面的作用方向为界面的法相方向，将表面张力转化为体积力的表达式为：

$$F_s = \sum_{i < j} \sigma_{ij} \frac{F_i \rho_i \nabla F_j + F_j \rho_j \kappa_i \nabla F_i}{\frac{1}{2}(\rho_g + \rho_l)} \quad (2-24)$$

式中， κ 指界面曲率，可以使用自由界面出的单位曲面法向量的散度表示，表达式为：

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{n}) = \frac{1}{|\vec{n}|} \left[\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \cdot \nabla |\vec{n}| - (\nabla \cdot \vec{n}) \right] \quad (2-25)$$

式中， $\hat{n} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}$ ， $n = \nabla F_g$ 。

当网格单元中只计算气液两相时，那么 $\kappa_g = \kappa_l$ ， $\nabla F_g = \nabla F_l$ ，表面张力表达式可简化为：

$$F_s = \sigma \frac{\rho \kappa \nabla F}{\frac{1}{2}(\rho_g + \rho_l)} \quad (2-26)$$

2.2.3 Mixture 模型

Mixture 模型也是一种常用于处理多相流计算的简化模型，适用于对各相运动速度不同或没有离散相相对速度的均匀多相流进行模拟，与 VOF 模型的区别在于：在对多相流进行模拟时，允许相与相之间进行混合，求解的方程是混合相的连续方程，并且使用了相对速度的概念，允许各相以不同的速度流动，以此实现相之间的离散。

(1) 连续性方程

Mixture 模型的连续性方程表达式为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m) = 0 \quad (2-27)$$

其中, ρ_m 指混合相的密度, 表达式为:

$$\rho_m = \alpha_l \rho_l + \alpha_g \rho_g \quad (2-28)$$

$\vec{v}_m$ 指混合相的质量平均速度, 表达式为:

$$\vec{v}_m = \frac{\alpha_l \rho_l \vec{v}_l + \alpha_g \rho_g \vec{v}_g}{\rho_m} \quad (2-29)$$

(2) 动量方程

Mixture 模型的动量方程是通过对所有相的动量方程进行求和得到的, 表达式为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \vec{v}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m \vec{v}_m) = & -\nabla p + \nabla \cdot (\mu_m (\nabla \vec{v}_m + \nabla \vec{v}_m^T)) \\ & + \rho_m \vec{g} + \vec{F} + \nabla \cdot (\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \vec{v}_{dr,k} \vec{v}_{dr,k}) \end{aligned} \quad (2-30)$$

其中, n 指相数; $\vec{F}$ 指体积力; μ_m 指混合相的粘度, 表达式为:

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k \quad (2-31)$$

$\vec{v}_{dr,k}$ 指第二相的相对速度, $k = g$, 表达式为:

$$\vec{v}_{dr,k} = \vec{v}_g - \vec{v}_m \quad (2-32)$$

(3) 能量方程

Mixture 模型的能量方程表达式为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=1}^n (\alpha_k \rho_k E) + \nabla \cdot \sum_{k=1}^n (\alpha_k \vec{v}_k (\rho_k E_k + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) \quad (2-33)$$

其中, k_{eff} 指有效热传导系数, 表达式为:

$$k_{eff} = \sum \alpha_k (k_k + k_l) \quad (2-34)$$

其中, k_l 指湍流有效热传导系数, 根据使用的湍流模型确定。

对于可压缩相, E_k 的表达式为:

$$E_k = h_k - \frac{p}{\rho_k} + \frac{u_k^2}{2} \quad (2-35)$$

对于不可压缩相, $E_k = h_k$, 其中 h_k 指第 k 相的热焓。

(4) 第二相的体积分数方程

根据第二相的连续性方程, 可以得到第二相的体积分数方程, 表达式为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_m) = -\nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \vec{v}_{dr,g}) \quad (2-36)$$

2.2.4 欧拉模型

相较于 VOF 模型和 Mixture 模型, 欧拉模型的求解较为复杂, 这以模型将各个相都看做独立的连续介质, 并针对每个相求解一组动量方程和连续性方程。每一相的密度、速度、压力等都独立于其他相。并且对于颗粒流(流-固模型)的处理与非颗粒流(液-液模型)不同, 可以通过分子流动理论来获得流场信息。所以欧拉模型可以用于计算相与相之间较为复杂的相互作用, 对于任意组合的气、液、固三相都可以使用。由于欧拉模型将每一相都要进行单独的处理, 所以对计算设备有较高的要求, 从而影响计算的效率, 因此使用欧拉模型时应注意控制相的数量。

2.3 层流模型

层流是一种流场内流体粒子沿平行线移动的现象, 其中流速分布是规律且平滑的。层流模型通常用于雷诺数较低的情况, 日常生活中许多气液流动都属于层流。除此之外, 层流对于实际工程及科学应用也有其独到的适用场景。具体包括在生物医学和化学分析中, 使用尺寸较小、流速极低的微流体芯片进行 DNA 测序, 在制造塑料薄膜或纤维时, 具有高粘性、低流速的聚合物熔体通过小口径的喷嘴挤出, 也适用于层流模型。所以说在数值模拟中, 层流模型具有非常重要的作用。综上所述, 本文将对 Fluent 中的层流模型进行较为具体的阐述。

层流模型的控制方程表达式为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (2-37)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i + F_i \quad (2-38)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho E + p)u_i] = \nabla \cdot (k \nabla T) + S \quad (2-39)$$

式中， u_i 指流体的速度矢量； E 指包括内能和动能的总能量； F_i 指其他体积力； S 指其他额外的热源； τ_{ij} 指应力张量，表达式为：

$$\tau_{ij} = \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (2-40)$$

式中， u_i 和 u_j 分别指沿 i 和 j 方向的流体速度分量， δ_{ij} 指克罗内克符号，用于表达 i 和 j 是否相等（如果 $i=j$ ，则 $\delta_{ij}=1$ ，否则 $\delta_{ij}=0$ ）。

2.4 本章小结

本章主要对 Fluent 中用于计算气-液-液三相流的理论模型进行了介绍，具体对气-液-液三相流计算中涉及到的控制方程、多相流模型以及层流模型进行了阐述。本文选用了层流模型结合 VOF 模型对各个工况进行计算。

第 3 章 上升单气泡穿过不相溶液-液界面

目前国内外关于上升气泡穿过液-液界面的研究以实验及理论分析居多，实验条件仍然具备一定的局限性。针对液-液体系中上升气泡的液体夹带研究参数化研究范围较窄，而且深入的定量分析工作相对匮乏，缺乏对于上升气泡穿过液-液体系的液体夹带模式的现象认识和规律化总结。针对于先前研究工作的不足，本章拟从研究单个上升气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性及夹带特性出发，在较广的参数（主要包括不相溶两种液体的密度、粘度、表面张力以及气泡直径）范围内对上升单气泡穿过不相溶液-液界面的气泡上升规律及液体夹带进行了数值研究，对不同无量纲参数条件下气泡的运动现象以及夹带轨迹进行了探索，拟探明液体夹带的典型模式。最后通过建立模式图来揭示液体夹带典型模式与无量纲参数的依赖关系。

3.1 单气泡数值模型的建立

3.1.1 单气泡计算域及相关参数

图 3-1(a)展示了用于模拟的二维轴对称计算域。由于使用的液体为粘性液体，所以计算中的雷诺数远低于液体中上升气泡可能会遵循振荡流动路径的下限，所以在本研究中，假定气泡沿直线上升是合理的。为了减小计算域的大小对气泡动力学特性的影响，计算域采用边长为 $12R \times 45R$ 的矩形区域；右边界为对称轴，下边界和左边界均为无滑移壁面，为了对实验环境进行较为准确的模拟，上边界条件设置为压力出口，出口外为标准大气压。下半部分为重质液体，中间部分为轻质液体，顶部和气泡为空气。其中重质液体用下标 1 标识，密度和粘度为 ρ_1 和 μ_1 ，重质液体所在区域为 $[0, 12R] \times [0, 20R]$ ；轻质液体用下标 2 标识，密度和粘度为 ρ_2 和 μ_2 ，轻质液体所在区域为 $[0, 12R] \times [20R, 40R]$ ；空气用下标 3 标识，密度和粘度为 ρ_3 和 μ_3 ，空气所在区域为 $[0, 12R] \times [40R, 45R]$ ； g 为重力加速度。气泡初始位置与液-液界面的距离为 $15R$ ，半径为 R 。

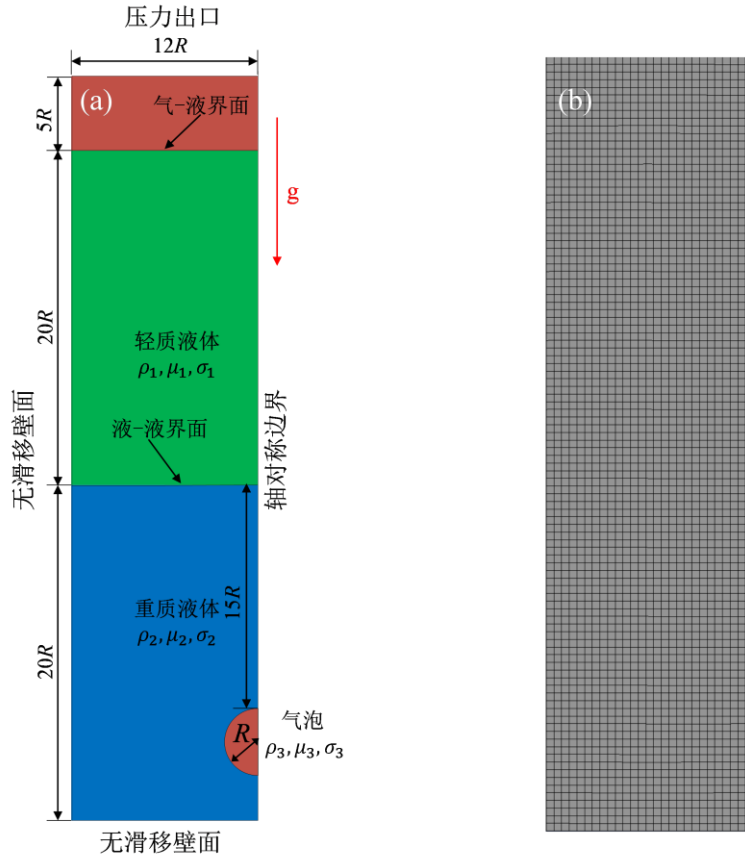


图 3-1 (a)计算域示意图 (b)模型划分网格图

本章采用基于压力的显性求解器和 SIMPLE 算法用来耦合压力和速度；采用一阶迎风格式；由于气泡上升过程中对应的雷诺数较小，计算采用层流模型，结合 VOF 多相流模型对上述工况下气泡动力学特性进行研究。

3.1.2 网格划分及无关性验证

采用商业软件 ICEM 对几何模型进行建模。考虑到气泡的形状会随时间变化及气泡与液-液界面之间相互作用的复杂性。这里采用结构化的网格对模型进行划分，如图 3-1(b)所示。此外，由于网格的质量以及数量都会对数值模拟的结果产生重大的影响，也将会影响数值模拟计算的速度和数值结果的精度。为了提高计算的效率，对气泡以及界面现象进行清晰的描述。本文先对网格无关性进行验证，具体分别采用约为 4 万、25 万、60 万、和 100 万的四种网格数进行计算，并且都划分了高质量的网格。将液-液界面在对称轴上的初始坐标定义为上升气泡坐标原点，气泡顶点抵达液-液界面初始位置的时刻为零时刻，通过对比气泡顶点对应的纵向坐标随时间的变化来实现网格无关性验证，计算结果

如图 3-2 所示。

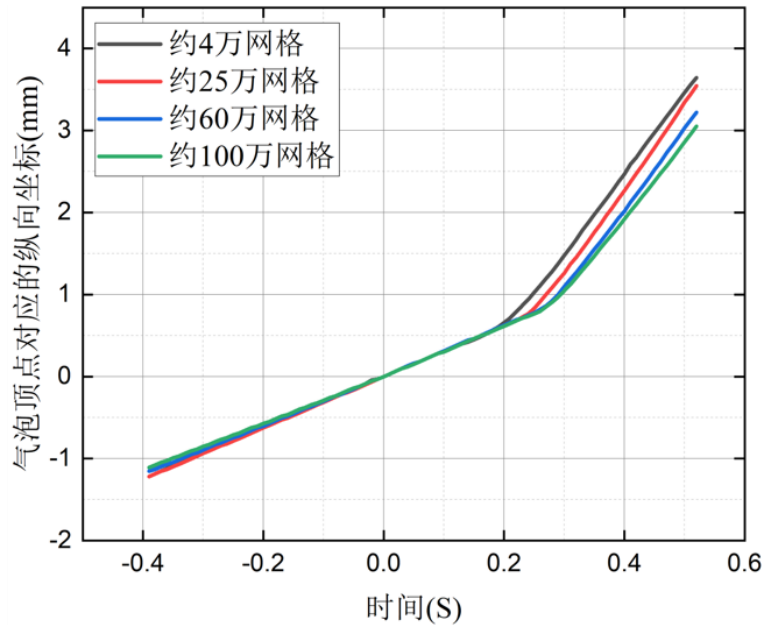


图 3-2 不同网格划分下气泡顶点坐标对比图

结果显示，气泡在到达液-液界面之前，纵向坐标的位置较为相似，在经过液-液界面的初始位置后，4 万和 25 万网格与最大网格数得出的数值模拟结果相差较大，60 万网格数气泡纵向坐标的曲线轨迹与最大网格数的曲线轨迹十分接近，因此，本章最终选用网格数为 60 万的数值模型对单气泡上升穿过不相溶液-液界面的气-液-液三相流动进行模拟。需要说明的是，网格无关性验证中计算域的尺寸与气泡大小成比例关系。在计算的数值模型中，气泡所占的网格数不会随着气泡大小的变化发生增加或减少。

3.1.3 模型验证

为了对数值模型的可靠性进行验证，选取 Kemiha 等^[61]的实验作为参考，底层液体为 Emkarox 64%(wt)（密度为 1052 kg/m^3 ，粘度为 $0.625 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，表面张力为 38.7 mN/m ）和上层液体为硅油（密度为 965 kg/m^3 ，粘度为 $0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，表面张力为 20.2 mN/m ）之间的不相溶液-液界面上进行了上升气泡（直径为 5.1 mm ）的穿过实验。两种液体之间的表面张力为 14.2 mN/m 。将数值模型得到的结果与实验结果进行对比，结果如图 3-3 和图 3-4 所示。

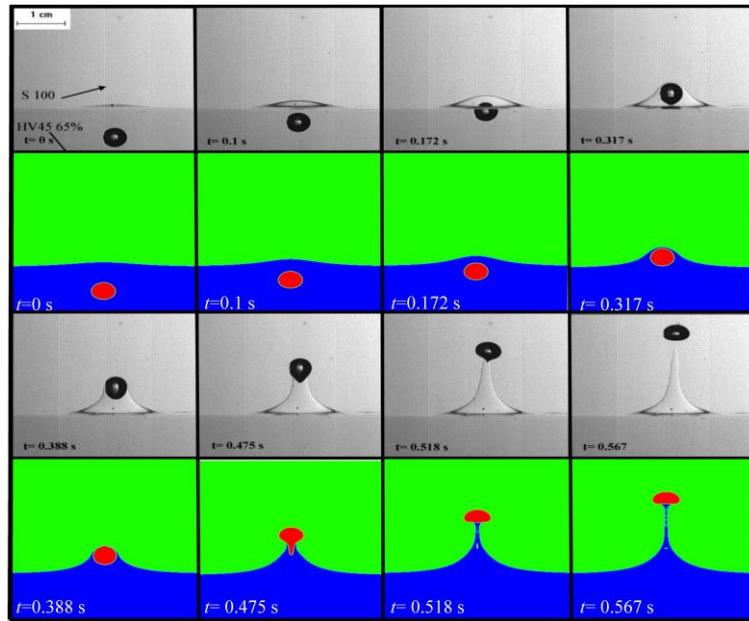


图 3-3 实验图像与模拟云图对比图

在图 3-4 中将模拟得到的气泡顶点对应的纵向坐标和实验得到的数据进行对比。

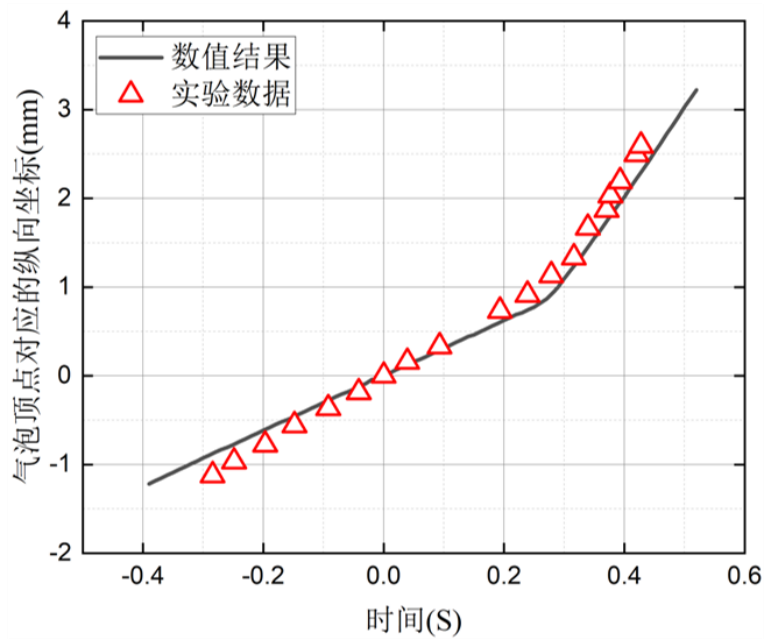


图 3-4 实验和模拟的气泡顶点位置随时间变化的比较

从图 3-3 和图 3-4 中可以看出，数值结果与实验图像相似度较高。具体表现在：当气泡上升还未到达液-液界面时界面已经发生了变形，在穿过界面的过程中，气泡前端由重质液体构成的液膜逐渐变薄，数值结果与实验中气泡的形状都从接近圆形变成椭圆形，在穿过界面后夹带的高度、破裂位置基本相同。数

值结果中气泡在即将到达液界面和穿过界面后的纵向坐标与实验数据吻合较好。气泡在液体中的上升运动为三维运动。因此,采用二维轴对称模型,减小计算误差。除此之外,对流体性质进行测量时,尤其是测量液体的表面张力时,也会产生一些误差。虽然数值模型计算出的结果与实验结果相比吻合度较高,可以较为准确的得到气泡的形状等相关结果,但是上述误差还是会导致界面变形等产生一些差异。由此可知,本文建立的模型对模拟上升气泡穿过不相溶液-液界面问题具有较好的适用性和较高的准确度。

3.1.4 无量纲参数

气泡穿过界面时所发生的各种现象主要取决于对它发生作用的各种力。推动气泡上升穿过气泡的可以称为动力,而对气泡上升起到阻止作用的力可以称为阻力。其中阻力主要来自于表面张力,表面张力的作用是试图恢复因为气泡穿过而发生变形的界面。它的大小主要取决于两种液体之间的表面张力。所以说,影响气泡穿过液-液界面现象的重要参数是两种液体之间的表面张力。气泡的动力是气泡在接近界面时速度相对应的惯性力。重质液体的密度和粘度以及气泡的尺寸是影响气泡接近界面时速度的主要参数。因此,重质液体的密度、粘度和气泡尺寸对气泡穿过界面存在重大影响。在气泡穿过界面时,气泡(起初是它的一部分,后来是完整气泡)周围的液体会发生变化。两种液体的密度和粘度都会影响气泡的上升过程。对于气泡在粘性液体中的上升,它的上升速度和周围液体的密度成正比,与液体的粘度成反比。如果在界面上,轻质液体和重质液体的液体参数使得气泡在轻质液体中的上升速度大于在之前液体中的上升速度,则气泡周围液体变化相对应的力是对气泡的动力。如果气泡在轻质液体中上升速度小于重质液体中的上升速度,则周围液体变化对气泡产生阻力。因此轻质液体的密度和粘度也是气泡穿过液-液界面现象产生影响的重要参数。

为实现计算参数的无量纲化,文献中使用了许多无量纲参数,如雷诺数(Re)、韦伯数(We)、弗劳德数(Fr)和邦德数(Bo)。除此之外,一些论文还使用了阿基米德数(Ar)^[62]和拉普拉斯数(La)/毛细数(Ca)^[63]。本文拟通过使用 Weber 数(简称 We)以及 Moton 数(简称 Mo)来表征上升气泡与不相溶液-液界面的相互作用强度以及对后续液体夹带不同模式的变化进行描述。

正如上文所说, We 可以用于表达特定气泡与不相溶液-液界面的相互作用

强度：

$$We = \frac{\rho_B v^2 D}{\sigma_1} \quad (3-1)$$

其中： ρ_B 表示重质液体密度； v 表示气泡的速度； σ_1 表示两种流体之间的表面张力， D 表示气泡的体积等效直径，通常表示气泡的初始直径。

We 表示气泡的动能相对于界面变形阻力的量度的量度，所以本文在这个数值中考虑了底部液体和界面的性质。在 We 的定义中，两种液体之间的界面张力代表了气泡受到的界面阻力的尺度。在计算中，气泡本身的密度被忽略了，这是由于气泡与其他所以液体的密度差较大，这种简化不会对计算结果产生较大的影响。

Mo 用来描述气泡在连续相中移动时的外形，只受到液体的性质和重力影响，可以通过 Re 、 Fr 和 We 表示^[64]：

$$Mo = \frac{We^3}{Re^4 Fr} \quad (3-2)$$

式中， We 、 Re 和 Fr 都与重质液体在轻质液体中的运动有关，因此上式可以表示为：

$$We = \frac{(\rho_B - \rho_T) v^2 L}{\sigma_T} \quad (3-3)$$

$$Re = \frac{\rho_T v L}{\mu_T} \quad (3-4)$$

$$Fr = \frac{v^2}{gL} \quad (3-5)$$

式中， v 指气泡在顶部液体中的气泡速度； L 指特征长度，可表示为气泡直径；下标 B 和 T 分别指底部液体和顶部液体。将以上方程代入 Mo 的表达式，并且进行化简，可以得到一个 Mo 的简单表达式：

$$Mo = \frac{g(\rho_B - \rho_T)^3 \mu_T^4}{\rho_T^4 \sigma_T^3} \quad (3-6)$$

综上所述， Mo 的表达式只包含了液体的性质和重力，有助于简化分析。

3.1.5 参数范围

本文采用基于改变 We 和 Mo 的数值方法，对这两个无量纲参数对气泡穿过不相溶液-液界面的影响进行计算并分析。而通过更改液体的相关参数可以方便的得到计算所需的参数条件，是实验中很难实现的，这也是数值计算的主要优点之一。通过改变与无量纲参数相关的参数数值，使无量纲参数在一定范围内发生变化，这些参数数值有的会发生变化，有的保持不变。这些参数包括液相和气相的物理性质参数以及气泡直径。本研究中流体参数的变化范围由表 3-1 所示。

表 3-1 模拟使用的参数范围

参数	符号	值或范围	单位
底部液体的密度	ρ_B	1200	(kg/m ³)
底部液体的粘度	μ_B	0.03-0.15	(Pa·s)
底部液体的表面张力	σ_B	0.07	(N/m)
顶部液体的密度	ρ_T	900-1050	(kg/m ³)
顶部液体的粘度	μ_T	0.01-1	(Pa·s)
顶部液体的表面张力	σ_T	0.01-0.1	(N/m)
两种液体之间的表面张力	σ_1	0.01-0.1	(N/m)
气泡的密度	ρ_g	1	(kg/m ³)
气泡的粘度	μ_g	0.02	(mPa·s)
气泡半径	D	3-9	(mm)
韦伯数	We	3-95	
莫顿数	Mo	10^{-8} - 10^{-1}	

图 3-5 表示气泡周围薄膜排水的演变过程，它代表了排水发生前和排水发生时($t=0.271$ s)气泡及周边液体的相指数。在 $t = 0.23$ s 时，气泡前沿周围和气泡前沿顶端周围的区域的相指数约为 0.5，这说明气泡前沿顶端仍存在重质液体。当 $t = 0.26$ s 时，该区域中相指数减小，气泡前沿顶端前面依然存在重质液体，但是可以看到重质液体的体积已经减少。在 $t = 0.271$ s 时，气泡前沿顶端的前面已经不再出现重质液体，对气泡中间进行轴向提取数据，气泡前沿顶端的相指数从 2（对应空气）变为 1.5（对应空气与轻质液体的平均值），然后变为 1（对应轻质液体）。这种情况的第一次发生被认为是排水事件，与之对应的气泡高度为排水高度 H_S ，与之对应的时间为排水时间 T_S 。

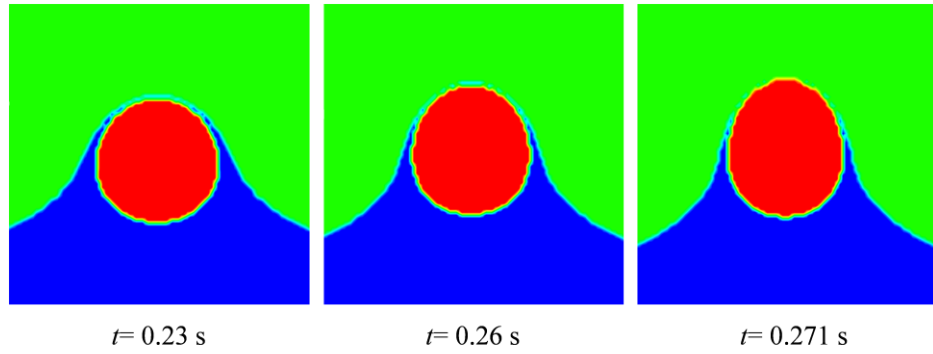


图 3-5 膜排水时气泡前沿周围区域的相位数随时间的变化

当气泡穿过液-液界面进入轻质液体中后，会将一部分重质液体带入轻质液体中，形成一条由重质液体组成的夹带，气泡的夹带量就是指与气泡相连接的重质液体的量。当气泡穿过界面进入轻质液体中时，气泡下方出现由重质液体组成的夹带，随着气泡上升高度的不断增加，夹带被逐渐拉长并变细。当气泡上升到一定高度时，重质液体组成的夹带发生破裂，与底部的重质液体分离，气泡会携带部分液体继续上升。通过 Maltlab 软件对数值图像进行后处理，解析获得气泡表面积 V_B ，重质液体表面积 V_2 ，则反应气泡在某一时刻夹带面积比 V_h 的表达式为 $V_h = V_B/V_2$ 。

3.2 We 对单气泡运动的影响

在 Mo 为 1.54×10^{-3} 的条件下选择 $We = 5, 15, 30, 45, 70$ 五种工况进行模拟。当气泡从初始位置，即从重质液体中开始以初速度为零做上升运动运动时，气泡的上升速度逐渐增加，如图 3-6 所示。为了对气泡的上升速度进行精准的描述，坐标轴的横坐标采用了无量纲的上升间距 R 定义气泡上沿所处位置。当气泡接近液-液界面时，气泡上升速度会减小。气泡速度最低值出现在穿过界面初始位置之后，这是因为气泡在上升过程中会将一部分重质液体推进轻质液体中，随着气泡上升高度的逐渐增加，气泡顶部的重质液体逐渐变薄，气泡就又开始做加速运动。值得注意的是，在气泡穿出液-液界面的过程中， $We = 5$ 的工况出现了气泡上升速度为 0 的现象，这一现象主要归因于在较小 We 工况下，气泡在液-液界面受到较大的阻力。当气泡在轻质液体中上升时，其上升速度随着 We 的增加而明显提高，但在多数情况下气泡在轻质液体中的上升速度最大值小于重质液体中的上升速度最大值，这是因为不仅密度对气泡上升速度存在影响，

轻质液体较大的粘度使气泡速度较小。而 $We = 70$ 的工况下气泡在轻质液体中的速度明显大于在重质液体中的速度，这是由于气泡在上升过程中受到了较小的阻力并且气泡较大的尺寸抵消了轻质液体较大的粘度造成的影响。

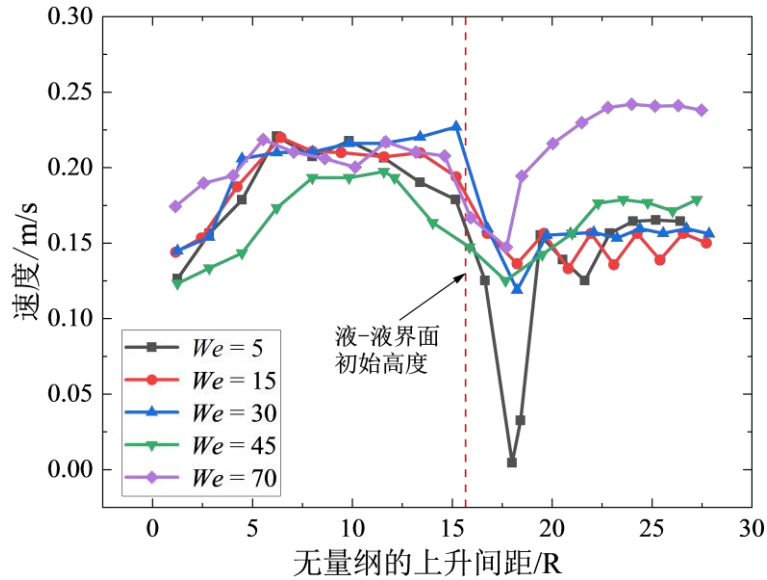


图 3-6 不同 We 工况下气泡上升过程速度变化趋势

在气泡上升过程中，气泡的形状会随高度发生明显的形变。由于重力、表面张力、粘性力的不同，气泡可以形成球形、扁球形、帽形等形状。将气泡的上升过程分为三个不同的阶段，分别为在重质液体中的运动阶段（第一阶段）、液体接近界面受到两种液体影响的运动阶段（第二阶段）以及气泡完全进入轻质液体中的运动阶段（第三阶段）。分别提取不同 We 工况下的气泡在上升过程中的形状轮廓变化如图 3-7 所示。其中气泡的上升高度同样采用气泡上沿的无量纲上升间距 R 来表示。气泡会在上升接近液-液界面的过程中逐渐变为椭球形， $We = 70$ 的工况中由于气泡的半径较大，会先变为帽型，并在上升接近液-液界面的过程中变为较扁的帽型。在气泡穿过界面的过程中，会短暂的恢复圆形。在完全穿过界面进入轻质液体中后，会继续变为椭球形，直至稳定。

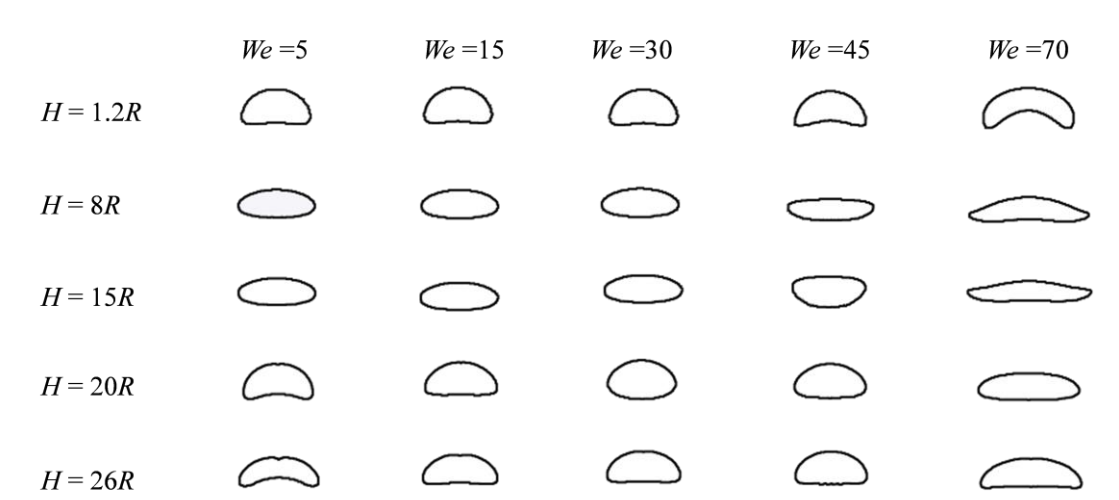


图 3-7 不同 We 工况下气泡上升过程中的轮廓

对于一组给定的液体参数，包裹气泡的重质液体形成的薄膜的排水性质主要取决于重质液体的体积和将薄膜排出的力这两个因素。在随着 We 的增大，促进薄膜排水的力逐渐增大，同时，包裹气泡的薄膜中重质液体的体积也随之增大。相对地，在较低 We 工况下，尽管被包裹在薄膜中的重质液体体积较少，但相应的排水作用力也较小。因此，排水时间的变化并不随 We 的变化而呈现单调变化的趋势。图 3-8 展示了 We 变化对气泡排水时间的影响，其中气泡排水时间的起点定义为气泡上沿到达液-液界面初始位置的时刻。从图中可以看出，在 $We < 45$ 的工况下，气泡排水时间并不随 We 的增加而单调递增，但在 We 达到 70 时，排水时间出现了明显的增长，为保证数据的真实性，额外计算一组 $We = 60$ 工况下的排水时间数据，发现排水时间增加幅度确实较为明显，此现象的原因在于，较大的 We 对应的气泡尺寸更大，因而周围包裹的较重质量液体的体积增加显著，远超过排水动力增加的比例。这一机制导致在较大的韦伯数条件下，气泡排水时间呈现出明显的延长趋势。

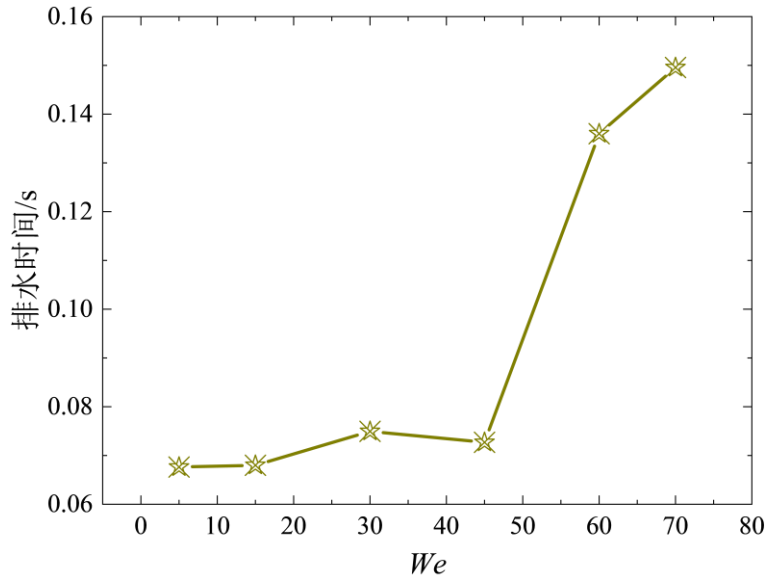


图 3-8 不同 We 工况下气泡排水时间

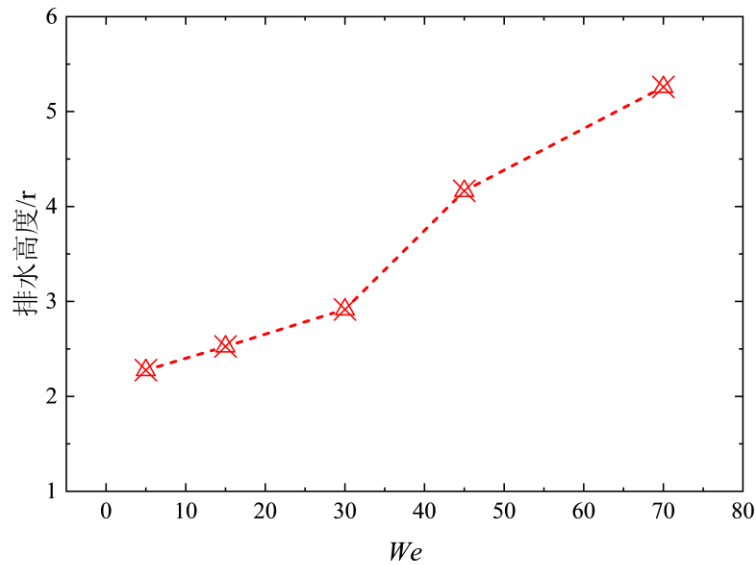


图 3-9 不同 We 工况下气泡排水高度变化趋势

We 对气泡排水高度的影响如图 3-9 所示。其中对气泡的排水高度进行描述所使用的量化刻度为 $H_s = h/r$ ，式中 h 指穿过液-液界面后的气泡上升高度， r 指气泡的半径。采用此公式能够对气泡的排水能力进行更科学的量化分析。分析表明，气泡前沿的重质液体留存的时间随着 We 的增加呈现出单调递增的趋势。这是因为 We 越大代表越小的表面张力，导致被气泡带上的重质液体收缩的更慢。因此，两种液体之间的表面张力增加时，薄膜的排水位置也会逐渐接近界面的初始位置。在气泡穿过界面的过程中，重质液体被拉升到的高度不仅依赖于气泡的速度，还与其在界面的停留时间有关。鉴于气泡穿越界面时的速度随

着 We 的增加而提高，而排水时间却并未出现相应的减少，因此导致了排水高度的相应增加。

接下来对五个时刻下不同 We 工况下的气泡夹带体积进行了统计。夹带的液体量由被夹带的重质液体与单个气泡面积之比来表示。模拟结果的处理使用了 Matlab 软件进行图像分析，结果如图 3-10 所示。随着 We 的增加，气泡所能夹带的重质液体也呈现单调递增趋势，气泡夹带量会先随时间的增加而增多，在到达一个临界点时减小。由于 We 的大小不同，夹带量的减少可以分为两个不同的原因。在 We 较小的工况下（如 $We = 5, 15$ ），气泡所携带的有重质液体组成的夹带会发生收缩破裂，导致在一定时刻后气泡所携带的夹带量减小趋势较大。而在较大的 We 工况下（如 $We = 30, 45, 70$ ），由于气泡的通过能力较强，气泡在穿出轻质液体进入空气时所携带的夹带也并不会发生破裂，但是所携带的夹带量也会发生明显的减小，这是因为在气泡上升的过程中，夹带会受到液体的表面张力和本身的重力影响而发生收缩现象，导致了夹带量的减小。因此，气泡在穿过液-液界面后所携带的夹带量会随着 We 的增加而增加。

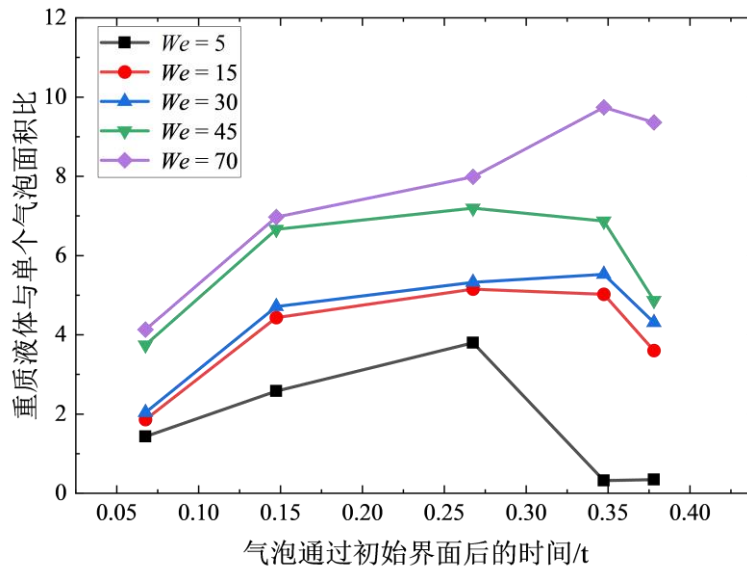


图 3-10 不同 We 工况下气泡夹带面积比的变化

3.3 Mo 对单气泡运动的影响

为研究 Mo 的变化对单气泡上升穿过液-液界面动力学特性及夹带特性的影响，本节选择在 $We = 12$ 条件下 Mo 分别为 1×10^{-2} , 1×10^{-4} , 1.2×10^{-5} , 5.4×10^{-7} 及 1×10^{-8} 五种工况进行模拟并提取数据，对它们的行为现象进行了分析。

从图 3-11 中可以看出, Mo 的变化对气泡在重质液体中的上升能力的影响相对较小。在考察的五种不同工况下, 气泡的上升速度呈现出较为一致的趋势。随着气泡逐渐上升接近液-液界面时, 其受到的外界作用力发生变化, 由只被重质液体影响转变为被重质液体和轻质液体同时影响, 从而导致气泡的运动能力出现显著的变化。在较大 Mo 工况下 (例如 $Mo = 1 \times 10^{-2}$), 由于轻质液体本身的粘度较大, 而液体的粘度是影响气泡运动的一项重要参数, 同时气泡受到了两种界面之间表面张力的影响, 所以气泡的上升速度发生明显的减小, 并在穿过界面后开始做加速运动, 当气泡完全进入轻质液体中后的速度明显小于在重质液体中的速度。随着 Mo 的逐渐降低, 气泡在上升过程中受到的阻力也相应地减少, 但是其总体的运动变化趋势较为一致。在所有工况下, 当气泡接近液-液界面时, 都首先经历减速运动, 随后转为加速运动。值得关注的是, 在 Mo 较小的工况下 (例如 $Mo = 1 \times 10^{-8}$), 气泡在轻质液体中的上升动力显著超过在重质液体中的动力。气泡的上升速度明显大于在重质液体中的上升速度, 这也是液体密度和粘度共同作用的结果。

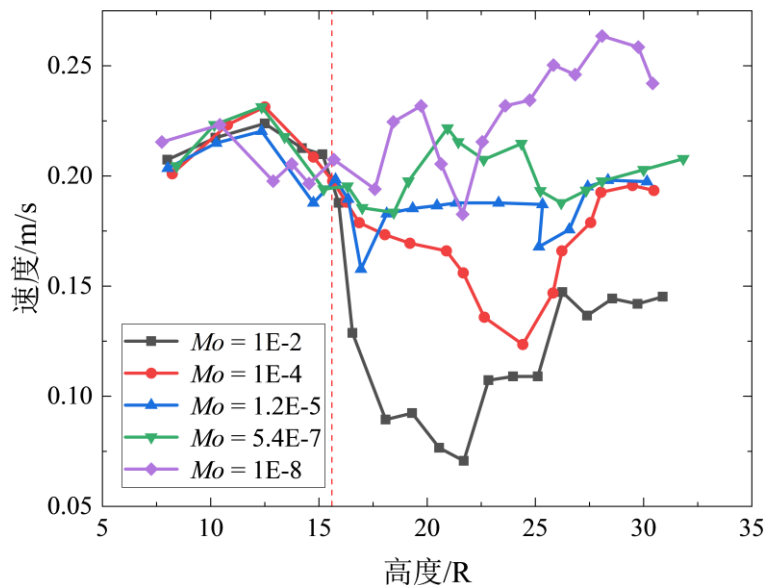


图 3-11 不同 Mo 数工况下气泡上升过程中速度变化趋势

图 3-12 展示了在不同 Mo 工况下, 上升单气泡穿过不相溶液-液界面时的形状变化。与对速度变化趋势中进行的分析相对应, 所有工况下气泡在重质液体中上升过程的界面轮廓基本相同, 都是先变成帽型, 再变成椭球形。当气泡接近液-液界面时, 由于受到轻质液体的作用, 气泡的形状会发生新的变化。在 Mo 较大的工况下 (例如 $Mo = 1 \times 10^{-2}$), 气泡的界面轮廓会恢复为帽型。随着 Mo

的减小（例如 $Mo = 5.4 \times 10^{-7}$ 和 1×10^{-8} ），气泡穿过液-液界面后的形状变化更为显著，表现为气泡从椭球形继续变形，其纵向高度逐渐减小而横向宽度增加，最终形成扁球形。

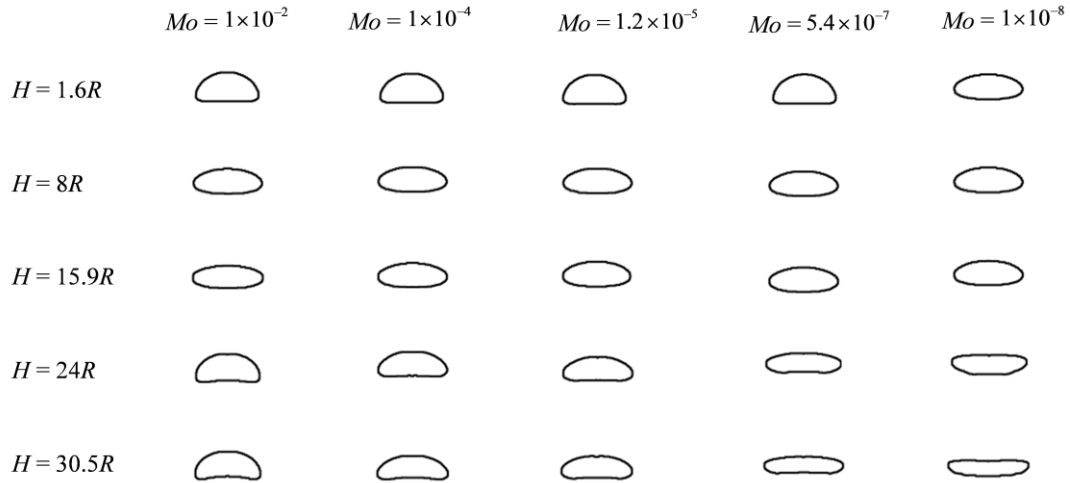


图 3-12 不同 Mo 数工况下气泡上升过程中的轮廓

图 3-13 显示了通过改变 Mo 来改变气泡上升条件时，不同的 Mo 对气泡排水时间的影响。随着 Mo 的减小，气泡的排水时间减小趋势明显，其中在 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 减小到 $Mo = 1 \times 10^{-4}$ 的工况下，排水时间的减小幅度较大。随着 Mo 的递减，轻质液体的粘度亦呈现递减趋势，从而导致气泡的上升速度相应地增加。这一速度的增加以及较低的粘度的共同作用，使得气泡的排水时间随 Mo 的减小而缩短。如图 3-12 所展示，对于较大 Mo 工况下，气泡在穿过液-液界面时的形变幅度较小，被重质液体包裹的时间较长，也导致了气泡的排水时间的增长。

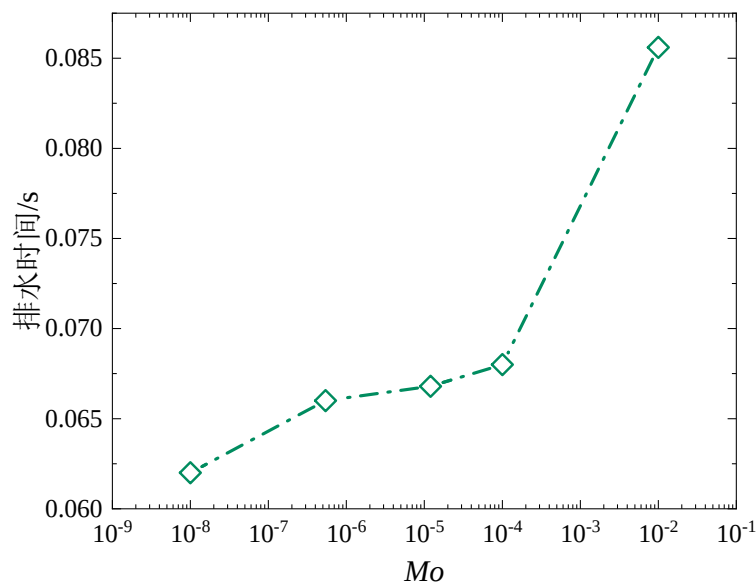


图 3-13 不同 Mo 工况下气泡排水时间变化趋势

图 3-14 显示了不同的 Mo 对气泡排水高度的影响。当 Mo 较小时，气泡的排水高度较大，随着 Mo 的增大，排水高度先是急剧降低，然后降低速度放缓。这可以归功于气泡在轻质液体中的上升速度的不断减小，其对于重质液体的夹带倾向也随之减小。此外，随着 Mo 的增大，轻质液体中本身的粘度也随之增大，当气泡试图将重质液体拉升时，轻质液体也提供了较大的阻力。在这两种因素的共同作用下，气泡排水高度减小较为明显。另一方面，随着轻质液体的粘度的增加，两种液体之间的粘度比也发生了变化，较重的液体在被气泡拉升时相对粘度降低，气泡周围薄膜更容易变薄和破裂，也会使得气泡的排水高度发生变化。

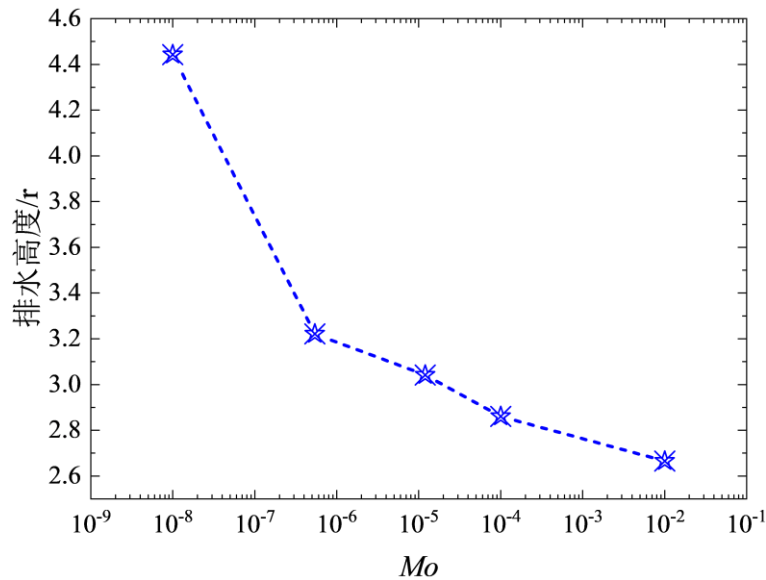


图 3-14 不同 Mo 工况下气泡排水高度变化趋势

对于不同 Mo 工况下气泡夹带能力随上升时间的变化，如图 3-15 所示。可以看到，气泡夹带能力随着 Mo 的减小而增大，其中在 Mo 较小的工况下（例如 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-4}$ ），气泡夹带面积比先是增大，在气泡上升一段时间后，由于多种力的复合作用，气泡所携带的重质液体组成的夹带逐渐收缩变窄，夹带量逐渐减少。而在 Mo 较小的工况中（例如 $Mo = 5.4 \times 10^{-7}$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-8}$ ），气泡夹带量在前期与其余工况一致，都是逐渐增加，但在到达一个临界时间点，气泡夹带量减幅度剧烈，这主要是因为较小的 Mo 条件下，气泡在轻质液体中的上升速度较快，轻质液体的粘度也较小，气泡拉升重质液体所受到的阻力较小。所以在夹带前期， Mo 较小的工况中气泡的夹带量明显较多，随着气泡的上升高度的增加，气泡上升速度较快的工况下气泡夹带最先发生破裂，造成

了气泡夹带量的急剧下降，气泡夹带量的下降幅度也随 Mo 的减小而增大，也是由上述原因导致的。

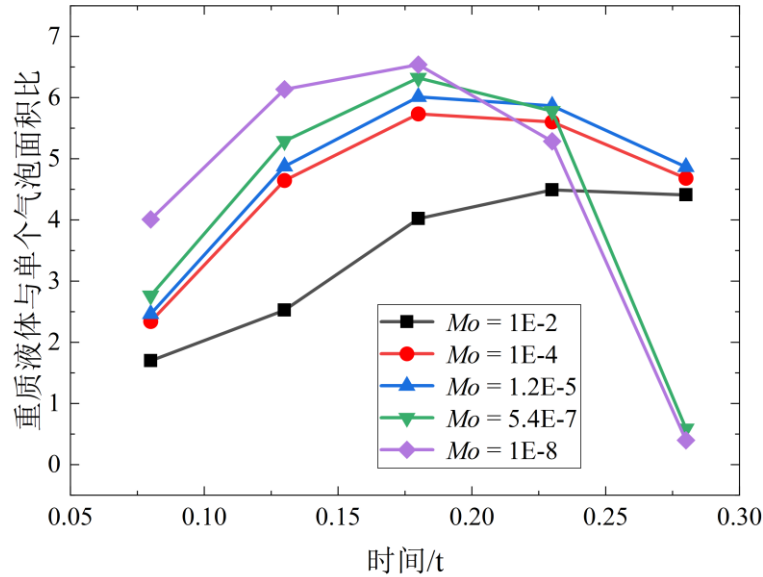


图 3-15 不同 Mo 工况下气泡夹带面积比的变化

3.4 上升单气泡穿过液-液界面的典型夹带模式

上升气泡与不相溶液-液界面相互作用及液体夹带总体示意如图 3-16 所示。首先，由于明显的密度差，气泡受到底层重液体的浮力作用发生上升运动（图 3-16(a)）。气泡将向上做加速运动，在加速的过程中阻力逐渐增大，在阻力与浮力平衡时气泡开始近乎匀速运动。最终，气泡将冲击液体之间的水平界面。当气泡上升与不相溶液-液界面发生相互作用时（图 3-16(b)），受界面张力作用，气泡上升运动受到抵制，此时会在气泡与液-液界面之间形成一层薄薄的液膜。在碰撞过程上，由于气泡上升运动强度与界面张力之间势必存在一定的竞争机制^[65]，将大致出现如图 3-16(c-e)所示的三种液体夹带情况。当气泡上升运动强度较弱时，气泡被液-液界面困住，没有穿过液膜即没有出现液体夹带现象（图 3-16(c)）；当气泡上升强度较强时，气泡穿过液-液界面并附有明显的拖尾形态的液体夹带（图 3-16(e)）。而在上述两种液体夹带演变模式之间显然会存在一种过渡模式，如（图 3-16(d)）所示。通过大量的计算，单个气泡穿过不相溶液-液界面的三种典型流动模式被确定：（1）截留模式；（2）拖尾夹断模式；（3）长拖尾模式。这些结果与前人^[63]的研究中发现的模式存在相似的部分。

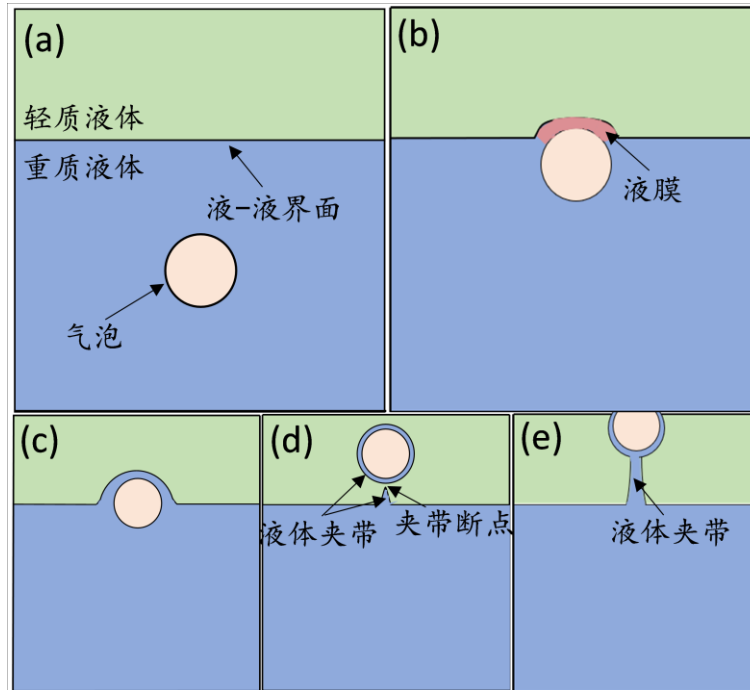


图 3-16 上升气泡与不相溶液-液界面相互作用及液体夹带示意图

3.4.1 截留模式

当上升的气泡接近水平液-液界面时，在某些情况下，气泡不能穿过液-液界面并且在液-液界面发生反弹，当气泡的动能不足以使气泡穿过液-液界面进入上层液体时，就会发生这种被称为截留的状态。参考 Emery^[63]所做研究以及考虑到计算时间等因素，这里将气泡上沿在液-液界面处停留 1 毫秒左右且不发生穿透界面的现象定义为气泡截留。当气泡尺寸相对较小或阻力相对较大时，就会发生这种情况。如果气泡的大小相对较小，则受到的浮力就会较小；因此气泡的速度和动能将会很小，不足以穿过液-液界面。另一方面，如果两种液体之间的表面张力或上层液体的粘度相对较大，会产生较大的阻力阻碍气泡上升。在某些特殊的工况下，气泡的速度会在一段时间内变为负值。在气泡穿过界面时也会观察到类似现象，气泡会在界面上发生数次反弹现象^[66]。在气泡发生反弹现象时，气泡的速度变为负值，发生逆重力运动。然而，在本研究中，气泡虽然略有反弹，但它仍然会逐渐靠近界面，然后会在界面上停留一段时间。在停留的这段时间里，气泡与液-液界面之间的薄膜受到浮力和与浮力相反的界面张力的挤压。最终，薄膜达到临界厚度并发生破裂，气泡就穿过了液-液界面并继续在轻质液体中上升。这种现象一般会出现在液体之间界面张力较大的工况

中。

截留模式数值模拟结果即气液三相分布如图 3-17 所示，对应的无量纲参数条件为 $We = 6$ 和 $Mo = 9.48 \times 10^{-2}$ 。气泡在重质液体中做初速度为零的上升运动，在气泡到达液-液界面之前，界面就发生了变形。当气泡接近液-液界面时，气泡顶端形成了由重质液体组成的薄膜，气泡的速度开始减小并直至为零，在 0.66 - 0.67s 之间（约 10 ms 时间间隔）气泡出现被液-液界面截留的现象，随后气泡进入轻质液体继续上升。此外，从图中可以看出，在重质液体中气泡的形状为扁球形，在轻质液体中气泡的形状近似为球形，这是因为在图 3-18 的计算工况下，轻质液体的粘度大于重质液体的粘度，使得气泡保持了较为标准的球形，这也与上文中的研究得出的结论相符。

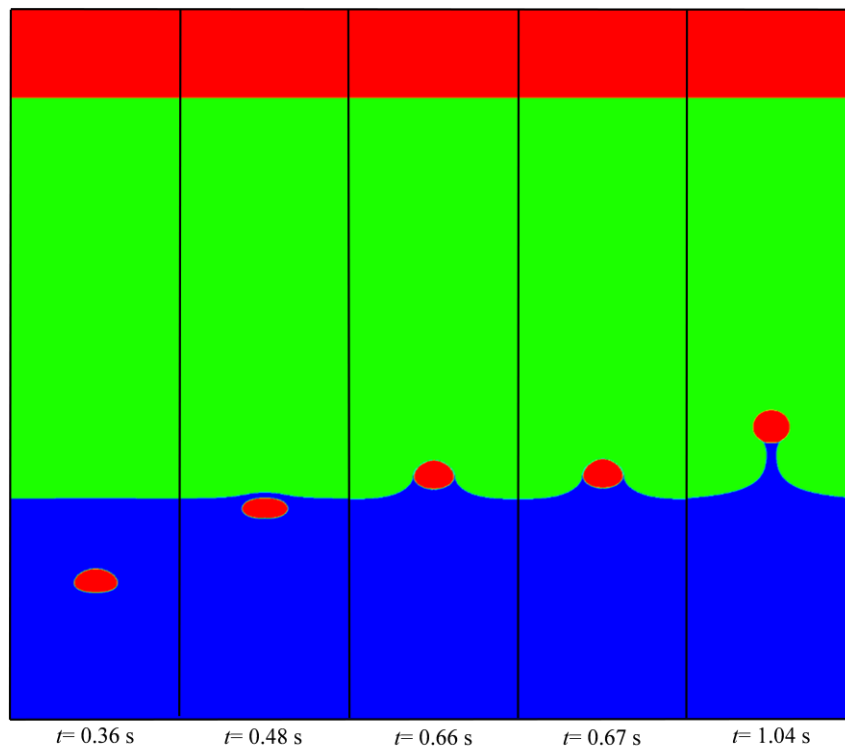


图 3-17 $We = 6$ 和 $Mo = 9.48 \times 10^{-2}$ 条件下截留模式气液三相分布时序图

3.4.2 拖尾夹断模式

如果气泡不发生截留现象并将重质液体拖到轻质液体中并在底部形成与重质液体相连的夹带，在气泡上升一定高度后由重质液体组成的夹带发生破裂，就称为拖尾夹断模式。在这种情况下，气泡到达界面后速度逐渐减慢，气泡与液-液界面之间形成一层薄薄的液膜，随着气泡的不断上升液膜逐渐变薄，得益

于气泡较大的直径以及液体参数的影响，气泡的动能大于液-液界面和轻质液体的阻力，所以气泡的速度不会为零。当气泡继续穿过界面并上升时，气泡周围的薄膜会继续变薄并拉伸，形成在气泡和重质液体相连接的夹带。由于两种液体密度差并不是很大，重质液体可以轻松在轻质液体中向上移动。随着气泡的上升，夹带会由于受到液体之间的界面张力、粘性力和自身重力的影响而逐渐收缩变窄，并在到达一定的高度后发生破裂，气泡会继续上升穿过轻质液体，气泡底部会夹带部分重质液体组成的拖尾。

在 $We = 27.4$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 参数条件下，拖尾夹断模式模拟结果即气液三相分布如图 3-18 所示，气泡自由上浮，经过薄膜排液后穿过液-液界面进入轻质液体中，底端由重质液体构成的夹带随着气泡的上升逐渐拉伸和变薄，在上升到一定高度时，气泡下方的液体柱就会发生缩颈并与底部破裂，气泡会携带液体夹带继续上升。

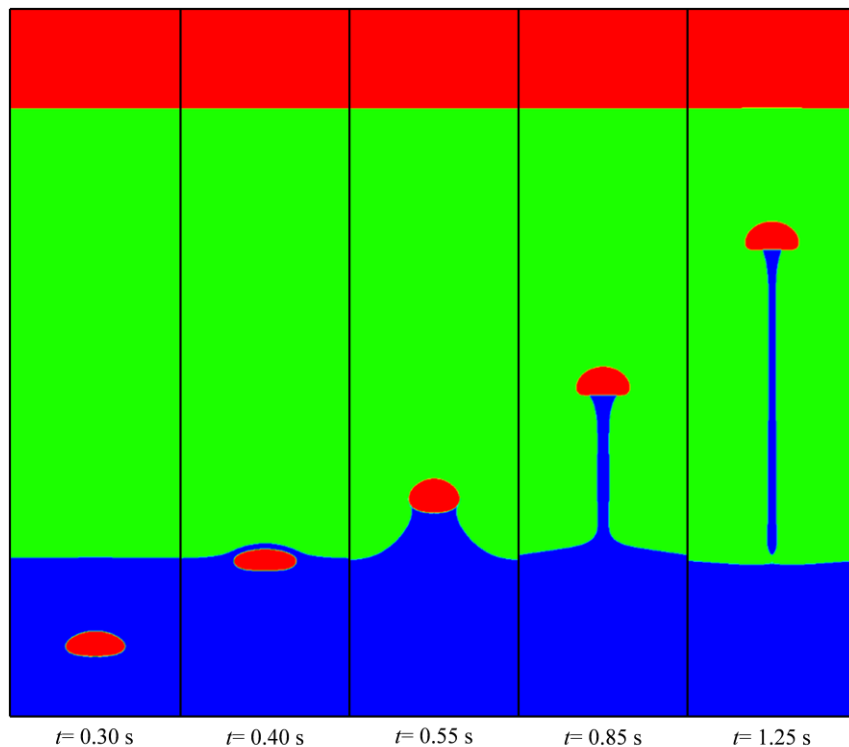


图 3-18 对应 $We = 27.4$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 条件下拖尾夹断模式气液三相分布时序图

3.4.3 长拖尾模式

如果气泡的穿过条件更加有利，气泡在轻质液体中与重质液体之间连接的夹带并不发生破裂，而是随气泡穿出轻质液体形成长夹带，那么就发生了长拖

尾模式。长拖尾模式模拟结果即气液三相分布如图 3-19 表示，对应的条件为 $We = 47$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 。这种模式与拖尾夹断模式有相似的部分，但也有些不同的部分：气泡上升并到达液-液界面，同时在气泡和液-液界面之间形成液膜。当气泡穿过液-液界面时，气泡不发生截留并夹带重质液体进入轻质液体中。夹带会随着气泡上升逐渐变窄，但是在气泡和重质液体之间保持连接，直到气泡穿出轻质液体进入空气中。可以归结为表面张力、相对粘度和液体之间的密度差造成了这种现象，较低的表面张力使气泡只需要非常小的浮力就可以穿过液-液界面。与轻质液体相比，重质液体粘度相对较高，这种高粘度减缓了气泡附近薄膜的排液，使得夹带在气泡移动了一段较长的距离后仍保持宽度。最后，较小的液体密度差将更进一步的促进这种现象的形成。

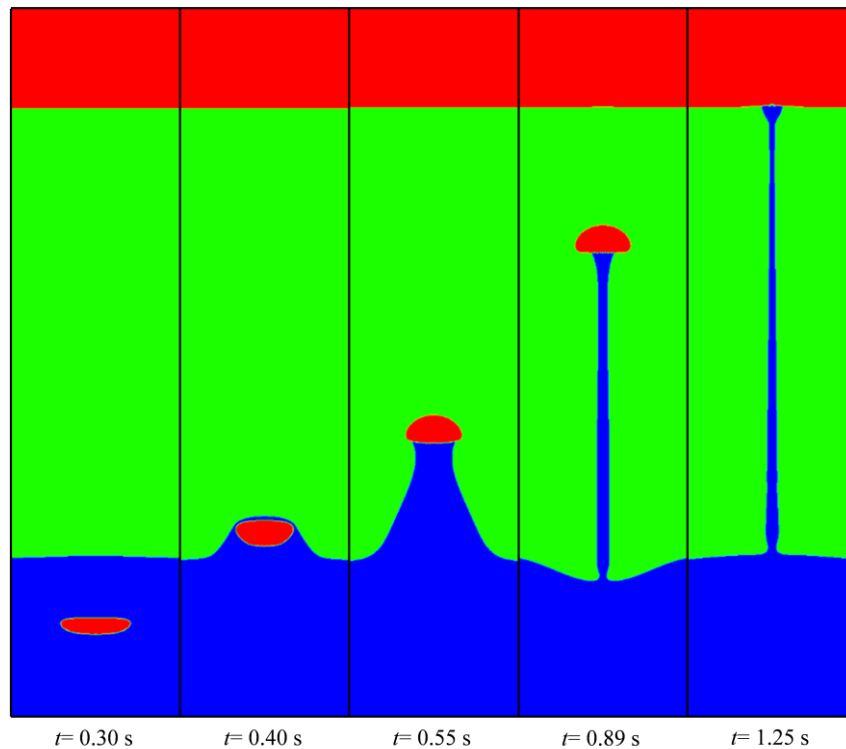


图 3-19 对应 $We = 47$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 条件下长拖尾模式气液三相分布时序图

3.4.4 上升单气泡工况下的 We - Mo 模式图

为了在较广的参数条件下来确定上升气泡穿透不相溶液-液界面液体夹带模式的出现条件，这里给出了将 $We = 0 - 100$ 范围， $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 范围内截留、长拖尾和拖尾夹带模式三种模式与 $We - Mo$ 的依赖关系图谱，具体结果如图 3-20 所示。

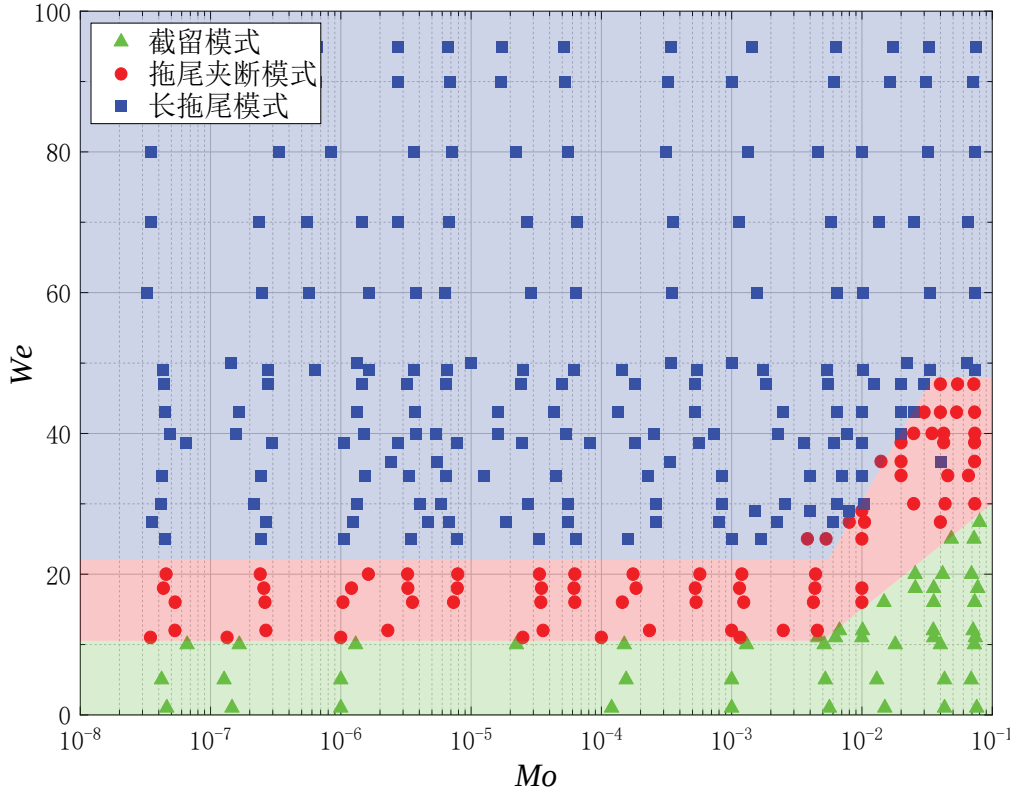


图 3-20 单气泡夹带模式与无量纲参数的对应关系图

从图 3-20 中可以看出，截留模式出现在 We 较低或者 Mo 较高的位置， We 小代表气泡穿过液-液界面的能力低，或者液体间的表面张力较大。因此，气泡穿过界面和夹带重质液体的能力较弱，主要原因在于气泡的半径小，底部液体的粘度较高。通过 We 关系式可以看出，气泡的直径对于 We 的影响最大。 Mo 高代表气泡在轻质液体中受到的阻力较大，所以较大的 Mo 会导致气泡的穿过能力和携带夹带的能力较小，所以较小的气泡尺寸更容易出现截留模式。 Mo 对气泡的穿过模式有非常大的影响，除了较小的 We 外，较大的 Mo 也会导致截留模式的出现。在 Mo 较小的情况中，气泡夹带底层液体的能力较大，容易出现长拖尾模式。当 We 和 Mo 为中间值时会出现拖尾夹带模式。

在 We 较小 ($We < 10$) 时， Mo 对气泡的穿过模式几乎没有影响，在所有 Mo 下都出现截留模式。当 $10 < We < 29$ 时，气泡的速度与夹带能力增大，气泡在穿过液-液界面时开始出现拖尾夹断模式，但在 Mo 较大 ($We < 205.263 Mo + 9.473$) 时气泡在轻质液体的移动受到了较大阻力，还是会出现截留模式。此外，对于较高的 We ($We > 47$) 时， Mo 几乎不对夹带模式造成影响，全部出现长拖尾模式。在 We 较小 ($20 < We < 47$) 时，满足 $We > 881.355 Mo + 17.152$ 条件下的算

例也会出现长拖尾模式。在 $20 < We < 47$ 时，在 $Mo < 5.5 \times 10^{-3}$ 的区域会出现拖尾夹断模式，在 $Mo > 5.5 \times 10^{-3}$ 时，需要满足 $205.263 Mo + 9.473 < We < 881.355 Mo + 17.152$ 的区域才会出现拖尾夹断模式。

3.5 上升气泡碰撞液-液界面的理论模型

从上述研究内容及结果中可以看出，气泡上升运动穿过不相溶液-液界面是一个非常复杂的现象。虽然使用已有的基于网格的有限元仿真软件可以对这一过程进行建模并进行较为精确度计算，但这些计算对网格数量以及计算资源的要求较高，并且所需时间较长，对计算设备也具有较高的要求。因此采取基于 Reynolds（以下简称 Re ）和 Weber 数（以下简称 We ）简化的 Navier-Stokes 方程进行计算是非常有必要的^[67]。这种计算方法不仅可以精确的预测气泡运动轨迹，在对气泡接近液-液界面附近时的薄膜演变方面也可以进行较为精准的预测。在本节中，本文将建立气-液-液三相流模式下的气泡上升接近液-液界面时的运动理论模型，并与 Fluent 中的模拟结果进行比对验证。

3.5.1 上升气泡与界面发生碰撞过程

在本章的工况中，气泡在两种不同密度的不混合分层液体中做上升运动，重质液体位于下层，当气泡在重质液体中时，气泡本身与周围重质液体之间存在的较大密度差使得气泡受到恒定的浮力 F_f ，使得气泡由静止发生自由上浮。在气泡上升的过程中，会受到周围液体引起的阻力 F_z ，阻力 F_z 会在出现的一段时间后与浮力相平衡，如图 3-21(a)所示。此外，在气泡进行变速运动时，周围的液体的速度也会随之发生变化，因此产生了额外的质量力 F_m 。在气泡上升一段时间后，将会冲击液体层之间的界面，气泡会受到界面张力的作用，在气泡与界面之间形成一层液膜，气泡以及界面都会发生变形，如图 3-21(b)所示。在气泡冲击界面的过程中，气泡会受到由气泡与液-液界面之间的薄膜施加的薄膜力 F_l 。

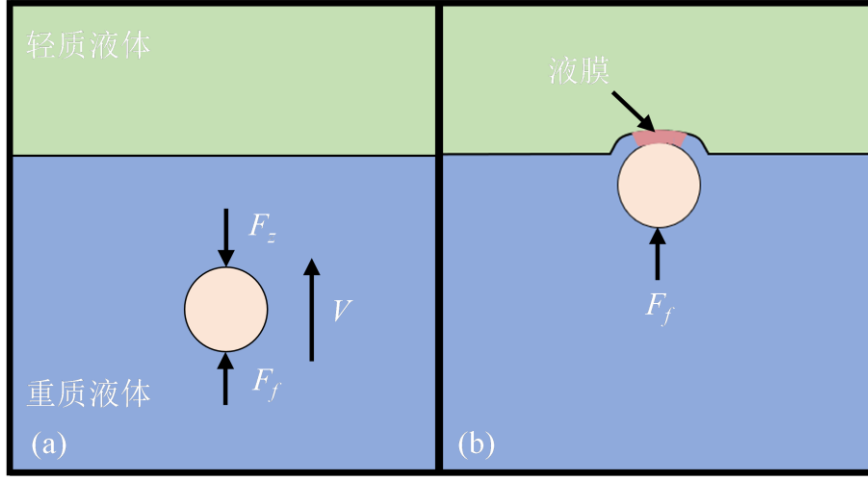


图 3-21 (a)单气泡上升示意图 (b)气泡与界面发生碰撞示意图

3.5.2 理论模型

本节中主要介绍使用数值模型确定气泡的运动方程，通过浮力 (F_f)、阻力 (F_z)、质量力 (F_m) 和薄膜力 (F_l) 四种力的平衡建立。将气泡质量近似为 0，可以得到：

$$F_f + F_z + F_m + F_l = ma \approx 0 \quad (3-7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 g - C_D Re \frac{\pi}{4} \mu_2 R V - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 C_m \frac{dV}{dt} + \frac{2}{3}R^3 \rho \frac{dC_m}{dH} V^2 \\ & - \int_0^\infty 2\pi r p dr = 0 \end{aligned} \quad (3-8)$$

其中 C_m 指质量系数，固定值为 0.5； Re 表达式为： $Re = \frac{\rho V R}{\mu}$ ； C_D 指阻力系数，

为了适应较大范围的计算工况，采用 Loth^[68]提出的理论进行计算，在这个理论中，阻力系数表达式为：

$$C_D = \frac{C_D^* - C_{D,We \rightarrow 0}^*}{C_{D,We \rightarrow \infty}^* - C_{D,We \rightarrow 0}^*} \quad (3-9)$$

$$C_{D,We \rightarrow \infty}^* = \frac{8}{3} + \frac{16}{Re} \quad (3-10)$$

当 Re 小于 100 时，阻力系数表达式为：

$$C_D = \tanh(0.021 We^{1.6}) \quad (3-11)$$

当 Re 大于 100 时，阻力系数的计算根据 We 的数值大小进行划分，对于 We 大于 5 时，表达式为：

$$C_D = 2.5 \tanh(0.2We) - 1.5 \quad (3-12)$$

当 We 小于 3 时, 则使用 Moore^[69] 基于气泡长径比 λ 的理论, 表达式为:

$$C_D = \frac{48}{Re} G(\lambda) \left(1 + \frac{K(\lambda)}{Re} \right) \quad (3-13)$$

$$G(\lambda) = \frac{1}{3} \lambda^{\frac{4}{3}} (\lambda^2 - 1)^{\frac{3}{2}} \frac{\left[\sqrt{\lambda^2 - 1} - (2 - \lambda^2) \sec^{-1}(\lambda) \right]}{\left[\lambda^2 \sec^{-1}(\lambda) - \sqrt{\lambda^2 - 1} \right]} \quad (3-14)$$

$$K(\lambda) = 0.0195\lambda^4 - 0.2134\lambda^3 + 1.7026\lambda^2 - 2.1461\lambda - 1.5732 \quad (3-15)$$

纵横比的确定则基于 Loth^[68] 提出的经验拟合公式, 表达式为:

$$\frac{1}{\lambda} = 1 - (1 - E_{min}) \tanh(c_E We) \quad (3-16)$$

$$E_{min} = 0.25 + 0.55 \exp(-0.09 Re) \quad (3-17)$$

$$c_E = 0.165 + 0.55 \exp(-0.3 Re) \quad (3-18)$$

由式(3-8)中可以看出, 气泡上升过程中的浮力、阻力以及质量力的数值是通过重质液体的参数求解获得的。在气泡与液-液界面的距离较远时, 这一数值是准确的, 但当气泡不断上升接近液-液界面时, 这些力会受到轻质液体影响而发生变化, 这是由于当气泡接近液-液界面时, 不仅带动重质液体运动, 轻质液体也会开始加速运动。这种情况很难用一个简单的力学模型进行描述, 因此这些力同样使用重质液体的液体参数进行计算。

气泡与液-液界面之间的液膜中的压力 p 是通过液-液界面与气泡表面之间法向力的平衡求得的, 将计算假定为轴对称模型, 使用 Young-Laplace 方程进行求解, 液-液界面形状 z_l 的表达式为:

$$\frac{\sigma_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial z_l}{\partial r} \right) = \Delta \rho g z_l - p + \tau_v \quad (3-19)$$

式中, 右侧第一项指静水压力; p 指薄膜内部压力; τ_T 指轻质液体造成的法向粘性应力, 表达式为:

$$\tau_T = -2\mu_T \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (3-20)$$

式中, u_z 指液-液界面处液体在 z 轴方向的速度。气泡表面性质 z_2 表达式为:

$$\frac{\sigma_2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial z_2}{\partial r} \right) = -\frac{2\sigma_2}{R} + p \quad (3-21)$$

式中, $\frac{2\sigma_2}{R}$ 指气泡的拉普拉斯压力。

气泡与液-液界面之间的薄膜厚度 H 就可以表示为:

$$H = z_1 - z_2 \quad (3-22)$$

将式(3-19)和式(3-21)联立起来, 则压力 p 的表达式为:

$$p = \frac{2\sigma'}{R} + \frac{\sigma'}{\sigma_1} \tau_T + \frac{\sigma'}{\sigma_1} \Delta \rho g z_1 - \frac{\sigma'}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (3-23)$$

为了简化分析, 假设液-液界面的边界条件是不动的, 气泡表面发生变化, 以便于对薄膜的排水速度 v' 进行确定。通过参考 Reynold^[70]推导出的经典润滑理论, 得出的表达式如下:

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = \frac{1}{3\mu_2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rh^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (3-24)$$

要想分别求出 $V(t)$ 、 $z_1(r,t)$ 、 $p(r,t)$ 和 $H(r,t)$ 的数值, 需要对式(3-8)、(3-19)、(3-23)和(3-24)进行求解。这四个变量的求解需要初始条件, 假设 h_0 为气泡前沿与液-液界面的初始距离, 则膜厚、压力、界面性质和速度的初始条件为:

$$H(r,0) = h_0 + \frac{r^2}{2R}, p(r,0) = 0, z_1(r,0) = 0, V(0) = 0 \text{ or } V_1 \quad (3-25)$$

在对模型进行完善后, 通过 Matlab 编程进行求解。

3.5.3 模型验证

为验证该数值模型的准确性, 参考文献^[71]中所做的 PP11 和水组成的气泡碰撞液-液界面实验中的液体参数, 具体参数如表 3-2 所示。

在同样的工况下使用 Fluent 和理论模型进行计算并提取数据, 将 Fluent 计算得出的数值结果与理论模型的结果进行比对, 结果如图 3-22 所示, 图中横坐标代表气泡上升的时间, 纵坐标代表气泡质心上升间距, 可以看到, 相似度较高, 该理论模型在模拟气泡冲击液-液界面方面具有一定的参考价值。

表 3-2 模拟使用的流体参数

参数	值	单位
底部液体的密度	2030	(kg/m ³)
底部液体的粘度	0.0192	(Pa·s)
底部液体的表面张力	0.0215	(N/m)
顶部液体的密度	1000	(kg/m ³)
顶部液体的粘度	0.001	(Pa·s)
顶部液体的表面张力	0.072	(N/m)
两种液体之间的表面张力	0.047	(N/m)
气泡的密度	1	(kg/m ³)
气泡的粘度	0.0178	(mPa·s)
气泡半径	1.8	(mm)

在同样的工况下使用 Fluent 和理论模型进行计算并提取数据，将 Fluent 计算得出的数值结果与理论模型的结果进行比对，结果如图 3-22 所示，图中横坐标代表气泡上升的时间，纵坐标代表气泡质心上升间距，可以看到，相似度较高，该理论模型在模拟气泡冲击液-液界面方面具有一定的参考价值。

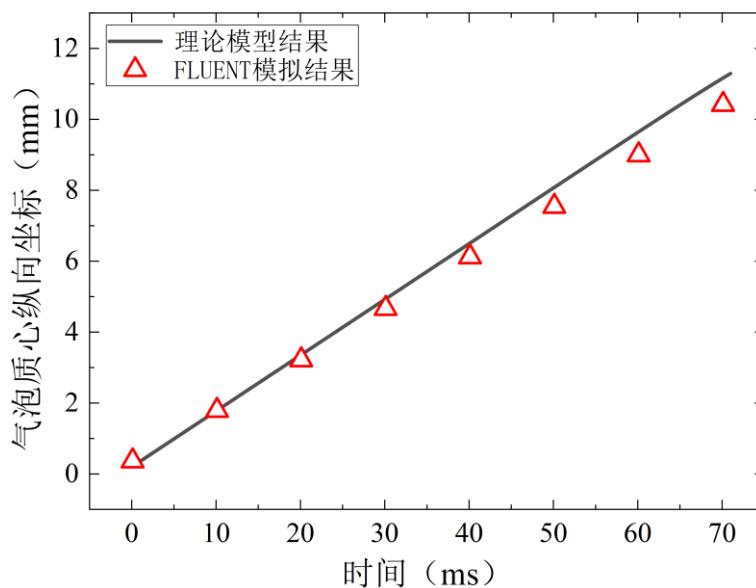


图 3-22 Fluent 模拟结果与理论模型结果对比图

该数值模型可以对碰撞过程中实验以及数值模拟软件难以提取到的一些数据进行提取，例如气泡与液-液界面之间的液膜厚度以及液膜压力等。使用表 3-2 中的液体参数进行理论模型计算，所得出的气泡上升速度如图 3-23 所示，气泡在刚开始做近似匀速运动，并在接近液-液界面时发生较为明显的减速运动。

而图 3-24 表示的是气泡在上升过程中与液-液界面间的薄膜厚度变化情况，其中横坐标代表气泡表面与气泡对称轴之间的间距，可以看出，随着气泡的不断上升，气泡与液-液界面的间距不断变小，气泡边缘与液-液界面间的液膜相较于对称轴位置相对较厚。气泡与液-液界面之间的液膜压力如图 3-25 所示，可以看到，当气泡上升时间较短时（例如 5ms 和 25ms）薄膜压力变化较为不明显，但仍存在一定的差距，随着气泡上升时间的增加，薄膜的压力逐渐增大，并且呈现从对称轴向外逐渐减小的趋势，随着气泡距离液-液界面越近，变化的幅度越明显。

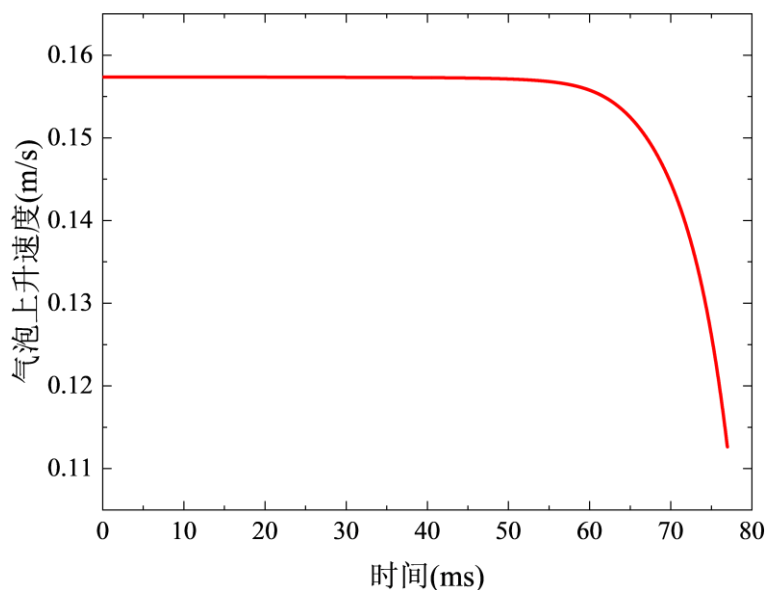


图 3-23 通过理论模型计算的气泡上升速度变化云图

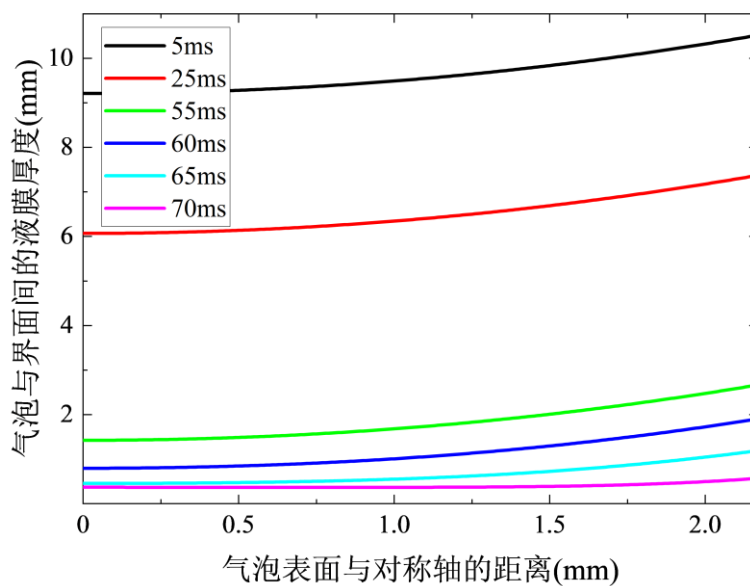


图 3-24 通过理论模型计算的液膜厚度变化云图

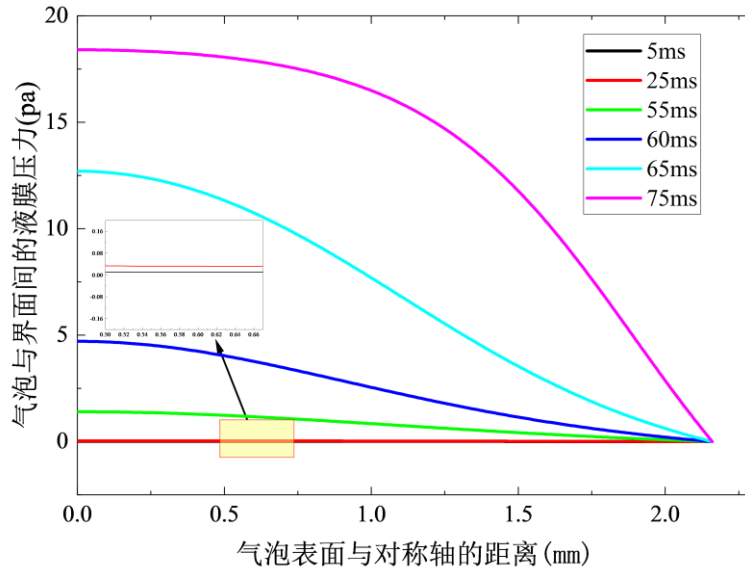


图 3-25 通过理论模型计算的液膜压力变化云图

3.6 本章小结

本章首先构建了上升气泡穿过不相溶液-液界面的气-液-液三相流动的二维轴对称数值模型。通过与 Kemiha 所做的气泡上升运动穿过液-液界面的实验数据进行对比，对所使用的数值模型的精确度和可行性进行了验证。完成上述工作后，通过改变液体参数以及气泡尺寸，并定义了用于表征上升气泡的动能大小的 We 以及气泡与不相溶液-液界面的相互作用的 Mo ，设定了多种工况以对 We 和 Mo 对气泡上升以及夹带能力的影响进行了研究，并总结出了三种典型夹带模式。具体工作包括：分别改变 We 和 Mo ，气泡上升速度、气泡轮廓形变、气泡的排水高度、排水时间以及气泡夹带体积的变化规律，对气泡上升穿过液-液界面的夹带典型模式进行了总结，对模式发生的内在机理进行了揭示，与无量纲参数建立了对应关系。所得出的主要结论如下：

(1) 当其他条件不变，只对 We 进行改变的工况下，气泡在穿过液-液界面进入轻质液体的过程中， We 较小的工况会出现气泡停留的现象，随着 We 的增加，气泡在轻质液体中的上升速度逐渐增加；气泡的形变在 We 较大及较小的工况下较为明显，处于中间数值的 We 工况下气泡形变幅度较小；气泡的排水时间和排水高度与 We 的数值正向相关；气泡的夹带面积先是增加，在气泡上升一段时间后由于夹带收缩变窄而明显减少，并且气泡的夹带能力随 We 的增大而增强。

(2) 当其他条件不变，只改变 Mo 的工况下，气泡在轻质液体中的上升速

度随着 Mo 的减小而增加；气泡的形变幅度随 Mo 的减小而不断增大；气泡的排水时间随着 Mo 的增加而增加，气泡的排水高度随着 Mo 的增加而减小；气泡的夹带体积比在一定的时间内（0.15s），随着 Mo 的减小而增大，在上升一段时间后， Mo 较小的气泡夹带体积下降较为明显。

（3）经过在不同初始条件下大量的计算，总结出了气泡穿过不相溶液-液界面的三种典型夹带模式：截留模式、拖尾夹断模式和长拖尾模式，气泡的夹带能力以及上升能力随着三种模式依次递增。在 $We = 0 - 100$ 的范围， $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 的范围对气泡三种典型模式与 We 和 Mo 建立了对应关系，在 We 较低（ $We < 10$ ）时，在所有 Mo 下都出现截留模式，当 $10 < We < 29$ 时， Mo 较大（ $We < 205.263 Mo + 9.473$ ）的范围内会出现截留模式，其余为拖尾夹带模式，当 $We > 47$ 时，只会出现长拖尾模式。

（4）建立了气泡上升冲击液-液界面的理论模型，采用 Matlab 编程的方式进行计算，对气泡上升运动接近液-液界面的工况进行计算，可以得出气泡质心位置、气泡上升速度、气泡与液-液界面间的薄膜厚度以及薄膜压力等数据，大大节省了计算资源和时间，并与数值模拟得出的计算结果进行比对，吻合度较高。

第 4 章 上升双气泡穿过不相溶液-液界面

在第三章中对上升单气泡穿过不相溶液-液界面的夹带及动力学特性进行了系统性的研究，得到了气泡的上升速度、排水高度和夹带模式等的变化规律。但在实际的工业应用上，气泡的出现一般都是成群结队，并非单独出现。因此为了更好的贴近工业实际，得出更具普适性的研究成果。本章拟对上升双气泡穿过不相溶液-液界面时的动力学特性及夹带特性进行研究，通过在较广的范围内改变气泡的大小、液体密度、粘度及表面张力等相关参数，对双气泡穿过界面后的夹带相关模式进行总结及机理性探讨。本章的研究成果可以丰富上升双气泡穿过不相溶液-液界面的相关规律认识，也可望为工业实际应用提供一定的理论指导。

4.1 双气泡数值模型的建立

4.1.1 双气泡计算域及相关参数

本章构建的上升双气泡穿过不相溶液-液界面的数值模型如图 4-1(a)所示。由于本章中采用的同样为粘性液体，并且气泡的雷诺数较小，气泡将会沿直线轨迹上升，因此本章同样采用二维轴对称模型，以得到精准的计算结果。为了减小双气泡工况下计算域的大小对计算结果的影响，参考了 Emery^[63]的研究中多气泡上升运动的实验条件。同时为了实现参数的无量纲化，计算域设置为 $16R \times 55R$ 的矩形区域；左边界及下边界为无滑移壁面，右边界为对称轴，为保证计算调节贴近实验环境和工程实际，上边界设置为压力出口，设置为标准大气压值。计算模型下半部分为重质液体，中间为轻质液体，最上部分和气泡为空气。重质液体的标识为下标 1，密度和粘度为 ρ_1 和 μ_1 ，对应的区域为 $[0, 16R] \times [0, 32R]$ ；轻质液体的标识为下标 2，密度和粘度分别为 ρ_2 和 μ_2 ，对应的区域为 $[0, 16R] \times [32R, 50R]$ ；空气的标识为下标 3，密度和粘度分别为 ρ_3 和 μ_3 ，顶部的空气相对应的区域为 $[0, 16R] \times [50R, 55R]$ ，靠上气泡的初始位置与液-液界面的距离为 $9R$ ，初始位置靠下的气泡上沿距靠上气泡的下沿距离同样为 $9R$ ，气泡的半径都为 R 。

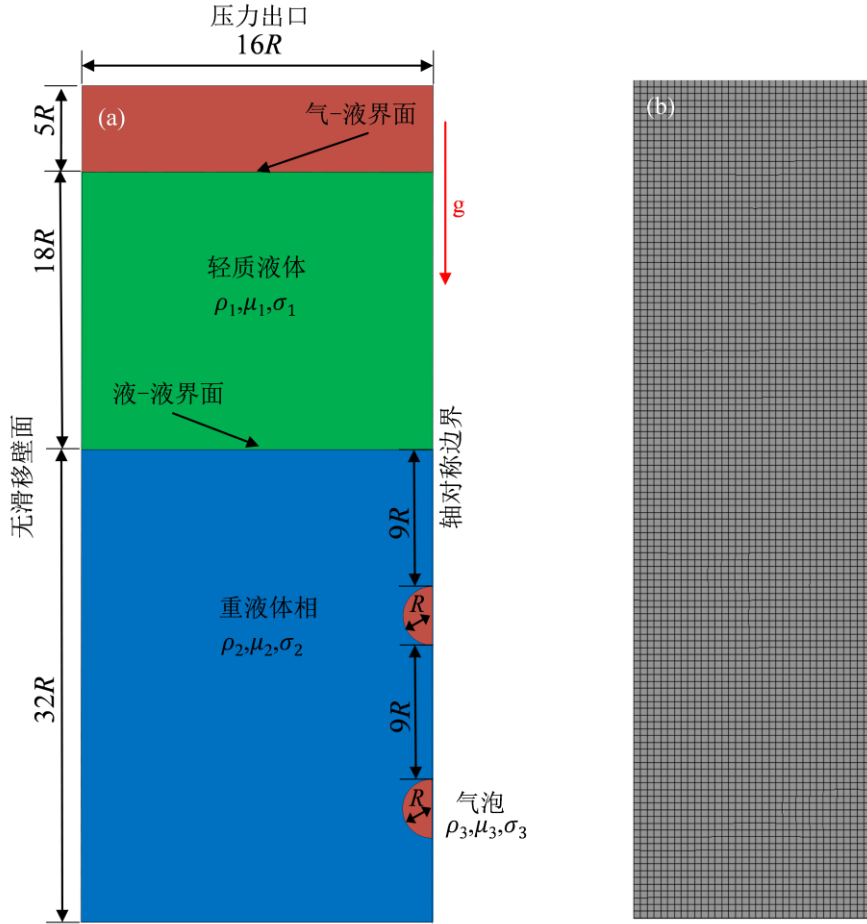


图 4-1 (a)双气泡数值计算模型示意图 (b) 模型划分网格图

4.1.2 网格划分及无关性验证

本章研究中采用 SIMPLE 算法以及层流模型来对模型进行精准的计算。考虑到气泡动力学特性的复杂性，对于网格无关性验证，如图 4-1(b)所示，采用结构化网格，使用 ICEM 软件进行网格划分。分别采用网格数约为 35 万、51 万、114 万、140 万的四种网格数进行计算。之所以选择较大数目的网格，是因为本章所使用的数值模型尺寸较大，需要使用更多的网格保证计算结果的精度。以靠上气泡上沿的初始位置为数据起点，以液-液界面在轴上的初始坐标定义为气泡坐标原点，以靠上气泡前沿抵达液-液界面初始位置的时间为零时刻，通过对比靠上气泡顶点对应的纵向坐标随时间的变化来实现网格无关性验证，计算结果如图 4-2 所示。从计算结果中可以看出，气泡在重质液体上升时，140 万网格与 114 万网格结果相接近，与 35 万网格和 51 万网格的计算结果相差较远，随着气泡的不断上升，计算结果之间的差距逐渐减小，在靠近液-液界面的初始位置

附近时四种网格计算的结果基本相同。当气泡继续上升穿过液-液界面后，气泡上升趋势再次发生变化，140 万网格与 114 万网格计算结果较为相近，气泡运动变化趋势也较为相似，与 35 万和 51 万网格计算结果相差较大。因此，为兼顾计算结果的精准度和合理的计算时间考虑，选用 114 万网格数的数值模型对双气泡上升穿过不相溶液-液界面的运动特性进行模拟，并且随着气泡大小的改变，计算域与网格也会相应重新划分，保持现有比例不变，以获取可靠性较高的数值模型用于精确获得模拟结果。

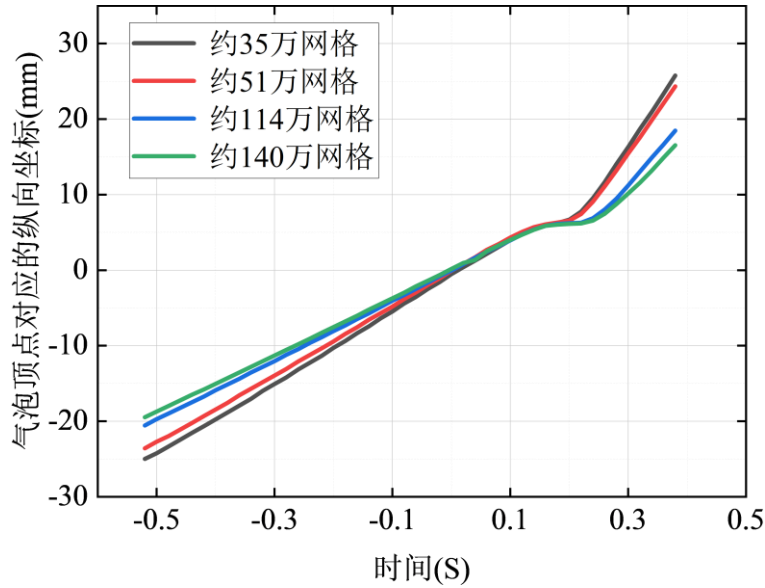


图 4-2 不同网格划分下气泡顶点坐标对比图

4.1.3 无量纲参数及参数范围

为了对双气泡上升穿过不相溶液-液界面这一研究内容进行较为科学而严谨的量化分析，本章继续采用两个无量纲参数对双气泡上升穿过液-液界面的不同状态进行描述，分别为对气泡克服液-液界面阻力的能力进行描述的 We ，以及对两种液体之间的不同状态之间的关系进行描述的 Mo 。

其中， We 用于描述上升气泡在穿过液-液界面时克服阻力的能力，表达式为：

$$We = \frac{\rho_B v_1^2 D}{\sigma_1} \quad (4-1)$$

式中： ρ_B 表示重质液体密度； v_1 表示初始位置靠上的气泡的速度； σ_1 表示两种流体之间的表面张力， D 表示气泡的体积等效直径，通常表示气泡的初始直径。

之所以使用初始位置靠上的气泡的速度对双气泡上升穿过不相溶液-液界面的研究进行描述，是因为在双气泡上升的系统中，某些特定的工况下初始位置靠下的气泡会在初始位置靠上的气泡穿过液-液界面前与初始位置靠上的气泡发生聚并，这种情况会在下文中详细描述。并且由于两个气泡尺寸相同，两气泡的初始位置固定，周围液体的形状相同，因此两个气泡在重质液体中的稳定上升速度也会相同，综上所述，使用初始位置靠上的气泡对气泡穿过液-液界面时受到的阻力进行量化是合理的。

用于对两种液体之间的不同状态之间的关系进行描述的 Mo 表达式为：

$$Mo = \frac{g(\rho_B - \rho_T)^3 \mu_T^4}{\rho_T^4 \sigma_T^3} \quad (4-2)$$

式中， g 指重力加速度； ρ_T 指轻质液体的密度； μ_T 指轻质液体的粘度； σ_T 指轻质液体的表面张力系数。使用此无量纲参数，可以对气泡周围液体的变化进行精确的量化。

本章使用改变液体不同参数以及气泡尺寸的方法对上述无量纲参数 We 和 Mo 进行较为精确的调整，以满足对双气泡上升穿过不相溶液-液界面的研究的需要。这些参数的变化都处于在合理的范围内，具体数值如表 4-1 所示。

表 4-1 模拟使用的参数范围

参数	符号	值或范围	单位
底部液体的密度	ρ_B	1200	(kg/m ³)
底部液体的粘度	μ_B	0.02-0.151	(Pa·s)
底部液体的表面张力	σ_B	0.07	(N/m)
顶部液体的密度	ρ_T	850-1050	(kg/m ³)
顶部液体的粘度	μ_T	0.01-1	(Pa·s)
顶部液体的表面张力	σ_T	0.01-0.1	(N/m)
两种液体之间的表面张力	σ_1	0.01-0.1	(N/m)
气泡的密度	ρ_g	1	(kg/m ³)
气泡的粘度	μ_g	0.02	(mPa·s)
气泡半径	D	3-9	(mm)
两气泡之间的间距	H	9	(D)
韦伯数	We	1-95	
莫顿数	Mo	10 ⁻⁸ -10 ⁻¹	

4.2 We 对双气泡运动的影响

为了对上升双气泡穿过不相溶液-液界面的动力学特性及夹带特性进行研究, 在 $Mo = 1.53 \times 10^{-3}$ 的工况下分别对 $We = 5, 15, 34, 47, 73$ 五种工况进行模拟分析。

图 4-3 展示了不同 We 工况下初始位置靠上的气泡上升速度的变化, 图中的横坐标为气泡上沿距离气泡初始位置的上升距离, 纵坐标为气泡的瞬时速度。从图中可以看出, 当 $We = 5$ 工况下的气泡由静止在重质液体中开始逐步上升时, 首先会经历一段加速运动, 后在速度达到最大值时转为匀速运动, 在匀速运动经过一段距离至接近液-液界面初始位置时, 由于受到界面张力的影响, 会逐渐发生减速运动。在接近液面初始位置的过程中, 气泡会顶起重质液体进入轻质液体中, 气泡受到的界面张力、重质液体的表面张力的影响大于本身上升的动力, 因此在上升间距 $11.8R$ 和 $11.5R$ 的位置时的速度降为 0, 在气泡继续上升摆脱表面张力的影响后, 又会开始加速运动, 并达到近似匀速运动, 与单气泡上升系统不同, 气泡会在上升间距为 $20R$ 的位置发生第二次急剧减速, 随后恢复减速前的速度继续上升。这主要是由于双气泡系统提高了气泡夹带重质液体的能力, 在气泡运动至接近 $20R$ 的位置时, 重质液体受自身重力及表面张力的影响产生了向下运动的较大阻力, 阻碍了气泡的上升, 使得气泡产生了较为明显的减速。

随着 We 的增大, 气泡的上升速度出现了新的变化。其中 $We = 15, 34, 47$ 工况下气泡的运动趋势较为相似, 所以在此一并进行说明。与 $We = 5$ 的工况相似, 这三种工况下的气泡在上升的最初距离下都在做加速运动, 并在上升间距为 $5R$ 附近时开始做近似匀速运动, 并在靠近液-液界面的初始位置时受到表面张力的作用而逐渐减速, 与 $We = 5$ 工况下的情况不同, $We = 15, 34, 37$ 工况下的气泡在穿过界面时并不会出现气泡为 0 的时刻, 但是气泡的速度会出现明显的下降, 并且出现下降的位置与 $We = 5$ 工况下出现气泡停留的位置相同。这是因为随着 We 的增大, 气泡在穿过液-液界面时所受的阻力逐渐减小, 由于气泡受到的阻力远小于气泡本身上升的动力, 所以在上升过程中不会出现静止的现象, 不过气泡的速度还是会出现短暂的下降, 下降的幅度也随着 We 的增大而减

小。其中 $We = 47$ 工况下气泡速度的下降幅度最小， $We = 15$ 工况下气泡速度的下降幅度最大。在经历一段时间的相对低速运动后，在上升间距 $H = 12.5R$ 时，气泡的速度开始增加，并进行近似匀速运动，但在轻质液体中的运动速度明显小于重质液体中的运动速度，主要原因在于在该工况下轻质液体的粘度较大，阻碍了气泡的运动，使得气泡的运动速度较小。在 $H = 20R$ 附近时，气泡的运动速度又出现了急剧减小，但较大幅度同样小于 $We = 5$ 的工况，其中 $We = 34$ 和 47 工况下气泡减速出现的更早。在穿过该区域后，气泡的速度很快增加，并保持近似匀速继续上升。与其他工况不同， $We = 73$ 工况下气泡的运动速度较为平稳，气泡在重质液体中的加速时间更短，并且由于较小的表面张力以及气泡本身具有较强的动力，在靠近液-液界面时气泡不会发生减速，并且以匀速穿出界面，在进入轻质液体后，气泡的速度也保持近似匀速，在其他工况出现第二次减速的位置也并未出现减速运动，这主要得益于气泡较大的浮力以及较小的阻力，并且气泡较大的尺寸带来的动力抵消了轻质液体较大粘度产生的影响。

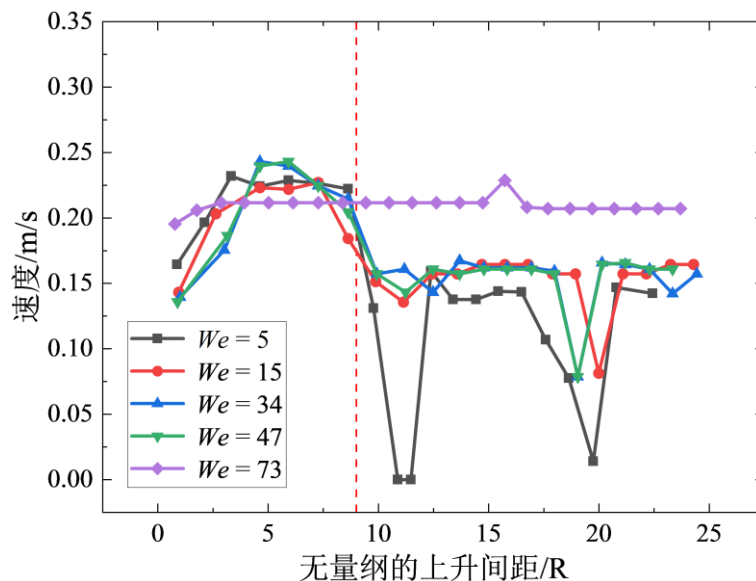


图 4-3 不同 We 工况下初始位置靠上的气泡上升过程速度变化趋势

图 4-4 展示的是初始位置靠下的气泡在不同上升间距的速度，由于气泡初始位置较低，气泡距离液-液界面初始位置的间距为 $20R$ ，与初始位置靠上的气泡相比在重质液体中运动的路径较长。各个气泡在重质液体中的运动速度轨迹较为相似，都是先近似匀速运动至上升间距为 $10R$ 后的位置，随后 $We = 5$ 工况下的气泡最先开始加速运动，后保持较快的速度接近液-液界面，其中速度最先开始增加的工况为 $We = 5$ ，最晚开始加速运动的工况为 $We = 73$ ， $We = 34$ 和 27 这

两个工况在气泡穿过界面初始位置前的运动速度变化基本相同。所有气泡都在接近界面初始位置的间距附近开始减速，与初始位置靠上的气泡在界面附近速度变化趋势不同，初始位置靠下的气泡在穿过界面时出现气泡速度为 0 的工况不止是 $We = 5$ 的算例， $We = 75$ 的工况下也出现了气泡速度为 0 的时刻，而其他工况下的气泡虽然出现了明显的减速运动趋势，但气泡上升速度并不降为 0。各个气泡出现低速运动的间距区间也远大与初始位置靠上的气泡的低速区间，该现象的主要原因在于，由于初始位置较高的气泡先穿过液-液界面，并携带一些重质液体进入到轻质液体中。所以，当初始位置较低的气泡开始其上升并穿过液-液界面时，界面本身也随之上升，导致该气泡穿过界面所需时间增长。此外，所有考察的工况中都观察到了一种现象：气泡穿过界面后，其速度先增加至较高值（约为 0.25m/s ），随后逐渐减小。这一速度变化趋势很可能是由于重质液体在上升一定距离后开始收缩，对气泡的上升造成了阻碍。

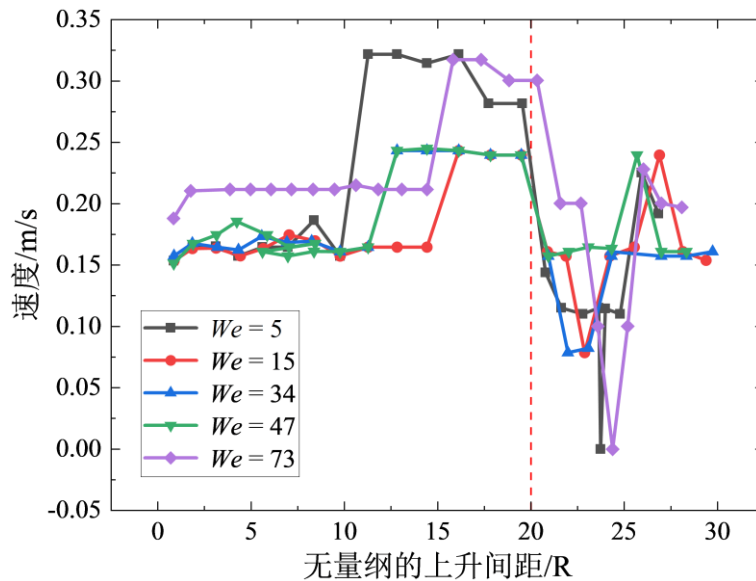


图 4-4 不同 We 工况下初始位置靠下的气泡上升过程速度变化趋势

图 4-5 是 We 分别为 5, 15, 34, 47 和 73 的条件下初始位置靠上的气泡在上升穿过液-液界面时的形状轮廓变化图。从图中可以看到，在气泡刚开始上升时，气泡会很快发生形变，由球形变为半球形，并且 $We = 73$ 的工况下变形更加剧烈。在上升一段距离后，气泡的形状变为较扁的椭球形，并保持这个形状到达液-液界面附近，在气泡穿出界面的过程中，气泡的形状会像球形靠拢，例如气泡在 $H = 12.4R$ 位置时，越小的 We 工况下气泡的形状越接近球形，并随着 We 的增大而逐渐变扁，这主要是因为气泡在穿出界面进入轻质液体的过程中气泡的

顶部先进入轻质液体中，上升速度会大于气泡底部的上升速度，因此气泡被拉长，形状像球形靠拢。随着 We 的增大，气泡通过界面的能力越来越强，气泡上下部分的速度差逐渐减小，所以气泡的形变也在随着 We 的增大而减小。在气泡继续上升的过程中，除 $We = 5$ 的算例外，其他条件下的气泡会变为底部较平的椭球形。

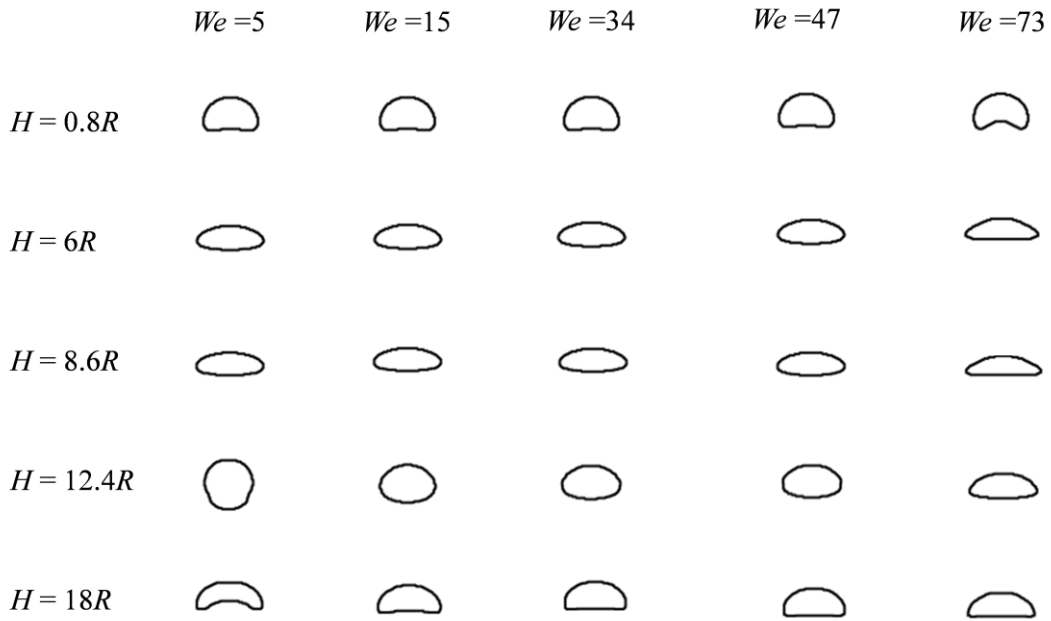


图 4-5 不同 We 工况下初始位置靠上的气泡上升过程中的轮廓

图 4-6 展示的是不同 We 工况下初始位置靠下的气泡在上升过程中的形状轮廓变化图。与初始位置靠上的气泡变化的相似，在刚开始上升时，气泡变形为类似半球形，并在上升一段距离后变为椭球形，并保持形状至达到液-液界面初始位置，在继续上升的过程中，由于初始位置靠上的气泡在上升过程中夹带其重质液体进入轻质液体中，所以初始位置靠下的气泡在上升过程中的形变也会发生新的变化，在气泡位于 $H = 23R$ 位置时， $We = 5$ 工况下的气泡形状变为倒挂的水滴形，气泡顶部较尖，底部较圆，造成这一现象的原因是初始位置靠上的气泡后面所夹带的重质液体由于较大的界面张力已经发生破裂，初始位置靠下的气泡在穿过界面进入轻质液体时受到了较大的阻力，先由一小部分穿过界面，并且由于进入轻质液体产生的气泡上下部分的速度差，气泡顶端的速度较快，使气泡的纵向长度变长。而随着 We 的增大， $We = 15, 34$ 和 47 工况下的气泡在上升至 $23R$ 位置时形状变为顶部有些凹陷的椭球形，在上升至 $26.8R$ 时变形为

更接近球形的椭球形。 $We = 73$ 工况下的气泡形变更为特殊，在上升一段距离变为帽型后保持了较长的一段距离，在上升 $26.8R$ 时才变为顶部较平的椭球形，与该工况下初始位置靠上气泡的上升动能较大有关。

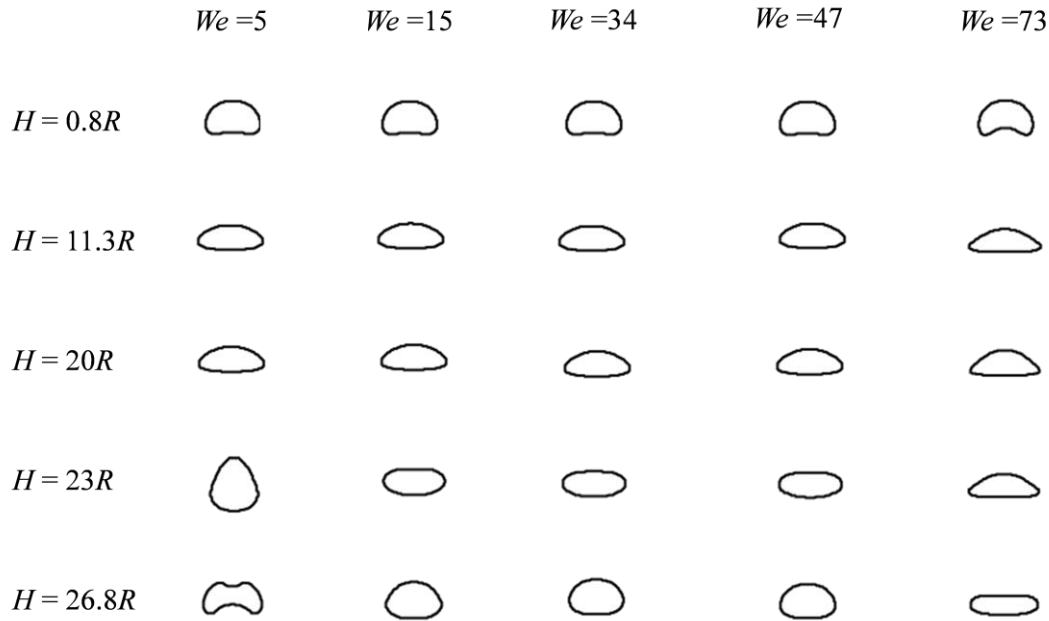


图 4-6 不同 We 工况下初始位置靠下的气泡上升过程中的轮廓

图 4-7 清晰的展示了不同 We 工况下的初始位置靠上的气泡排水时间的变化。从图中可以看到，排水时间可能并不随 We 的变化而发生单调变化。在进行模拟的五组工况中， $We = 73$ 的工况下气泡的排水时间最长。对于气泡上升穿过不相溶液-液界面的工况来说，气泡在穿过界面过程中顶起的由重质液体组成的薄膜的排水速度主要取决于液体体积和将薄膜排开的力。较大的界面张力会使得气泡上升拉起的重质液体的收缩速度增加，这看起来与模拟结果相矛盾，在气泡穿过界面的过程中， We 越小，气泡穿过界面所需的时间越长，对于较低的 We 工况下，气泡受到较大的阻力，几乎会停止上升，它会在界面附近等待由重质液体组成的薄膜逐渐消失，然后再向上移动。这就导致了随着较小的 We 对应的气泡排水时间较长，虽然随着 We 的增大，气泡穿过界面的速度逐渐加快，但较小的界面张力导致重质液体组成的薄膜保留时间更长，也会使得气泡排水时间发生变化，因此在双气泡上升穿过液-液界面的过程中，气泡的排水时间 We 的增大呈现整体增大的趋势。

We 对双气泡上升过程中初始位置靠上的气泡的排水高度的影响如图 4-8 所

示。可以看到，排水高度和排水时间一样，它并不随着 We 的变化而发生单调变化，其中排水高度最低的工况为 $We = 5$ ，排水高度为 $2.23R$ ，排水高度最高的工况为 $We = 73$ ，对应的排水高度为 $2.83R$ ，而在中间三个工况下，气泡的排水高度先是增加，然后减小，这是单气泡系统变为双气泡系统产生的不同的结果，气泡排水高度的变化由单气泡系统的随 We 的增加而增加转变为随 We 的增大呈现整体增大的趋势。

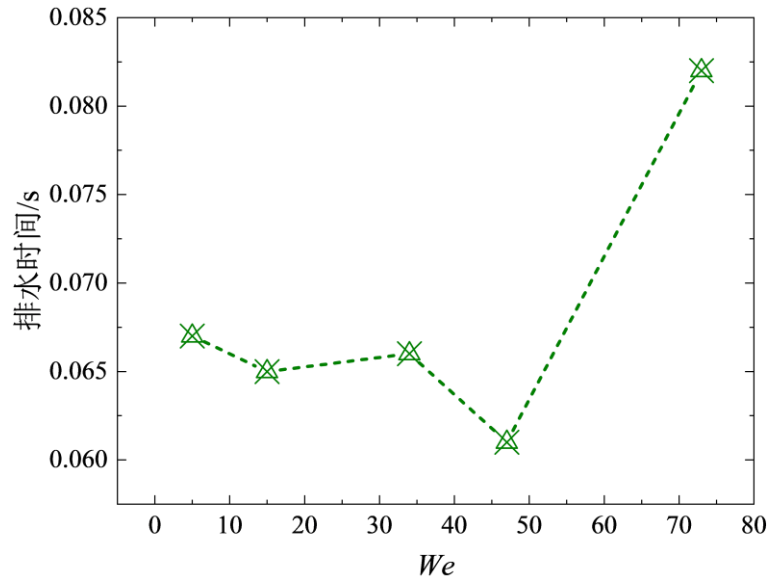


图 4-7 不同 We 工况下初始位置靠上的气泡排水时间

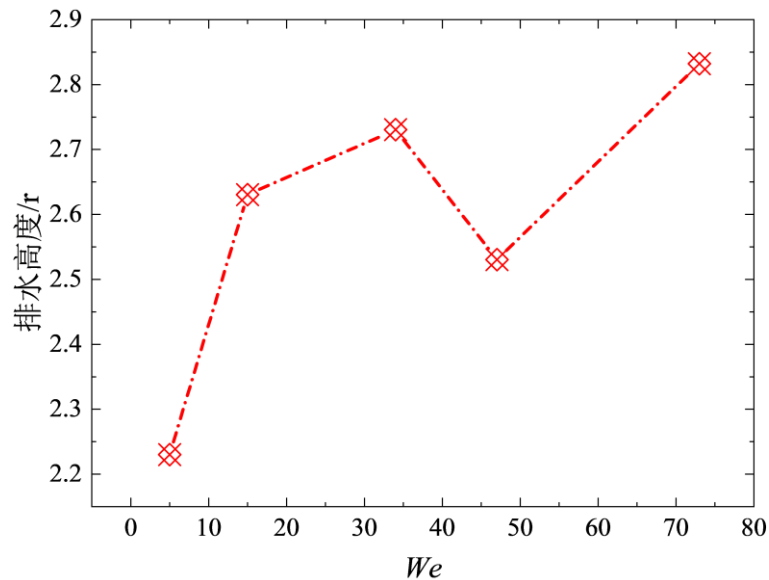
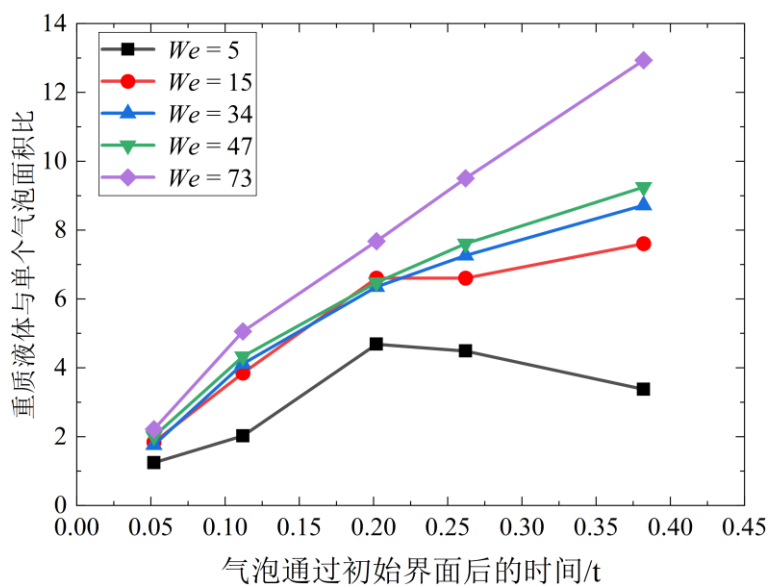


图 4-8 不同 We 工况下初始位置靠上的气泡排水高度

双气泡系统在上升过程中夹带重质液体进入的轻质液体与单个气泡的面积比如图 4-9 所示。之所以选择单个气泡的面积作为面积比的基准，是因为在双气

泡的上升过程中，在初始位置靠上的气泡刚通过初始界面后的一段时间里，初始位置靠下的气泡并未穿过初始界面，而是会在气泡穿过界面一段时间后才穿过初始界面，因此选用单气泡的面积对重质液体的夹带量进行量化，有助于展示气泡上升所夹带重质液体的真实夹带量。从图中可以看出，在刚穿过界面后的 $0.05s$ 时，气泡夹带重质液体的能力随着 We 的单调递增而增加，这是因为较大的 We 对应气泡在穿过液-液界面的过程中具有较强的通过能力，并受到了较小的阻力，增强了气泡的夹带能力，并且较小的界面张力使得重质液体收缩的更慢，可以更加顺利的跟随气泡进入轻质液体中。所以在气泡刚通过初始界面的位置后，气泡所夹带的重质液体的量随 We 的增加而增多。随着气泡的逐渐上升，所夹带的重质液体量开始发生变化，其中 $We = 5$ 工况下夹带的液体量最少， $We = 15, 34, 47$ 工况下气泡的夹带量较为相似，但是依旧遵循 We 越大夹带量越多的规律，在气泡通过界面 $0.25s$ 时， $We = 5$ 和 15 的工况下夹带的液体量开始下降，这是因为在这两种工况下，初始位置靠下的气泡刚穿过初始，还未夹带较多的重质液体，并且由于较大的界面张力，重质液体开始收缩，导致夹带量发生下降，而随着两个气泡都穿过初始界面，初始位置靠下的气泡液夹带了重质液体进入轻质液体中，这就导致 $We = 14, 34, 47$ 工况下的夹带量继续增加，并不会受到重质液体收缩的影响导致夹带量显著减小。而较小的 We （例如 $We = 5$ ）工况下的夹带量随时间的下降幅度远小于单气泡工况下的夹带量下降幅度，这得益于双气泡增强了气泡的夹带能力，使得气泡可以夹带更多的重质液体。

图 4-9 不同 We 工况下双气泡夹带面积比的变化

4.3 Mo 对双气泡运动的影响

在本节中,选取了 $We = 14.4$ 的工况下,调整 Mo 的数值分别为 1×10^{-2} , 3.2×10^{-4} , 5.23×10^{-6} , 2.41×10^{-7} 以及 1.2×10^{-8} ,旨在探讨在 We 不变的条件下,不同的 Mo 对双气泡上升运动规律以及对液体夹带的影响。

为得到气泡上升的运动变化规律,初始位置靠上的气泡随着上升距离的变化速度变化趋势如图 4-10 所示。

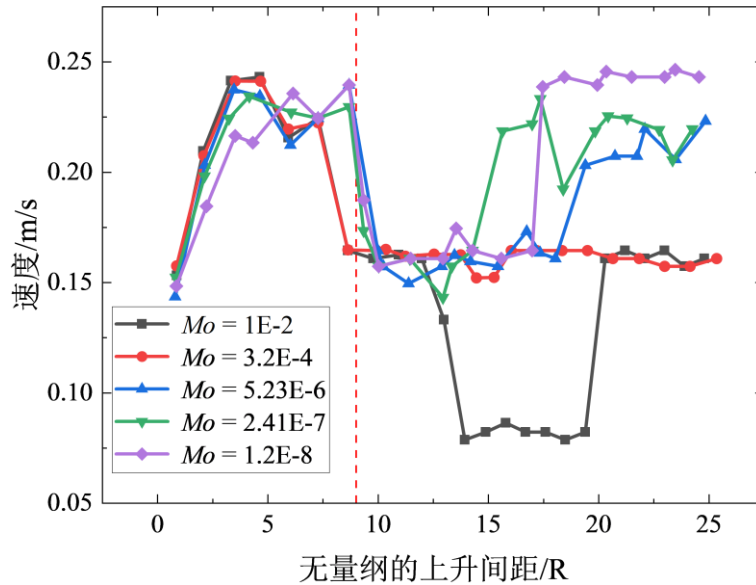


图 4-10 不同 Mo 工况下初始位置靠上的气泡上升过程速度变化趋势

在气泡上升到达液-液初始界面以前,不同 Mo 工况下的气泡上升速度较为相似,都经历了先加速后维持近似匀速的状态,在靠近界面时,会逐渐减速,其中最先开始减速的工况为 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 和 3.2×10^{-4} ,在气泡上升至 $7R$ 附近时就开始了减速,剩下的三个工况在上升至 $9R$ 附近才开始做减速运动,这都是因为受到了液体间的界面张力造成的阻力,在经历了一段时间的减速后, $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 的工况气泡速度减小幅度最为明显,在很长的一段距离中速度约为 0.075 m/s ,是因为较大的 Mo 代表轻质液体的较大粘度,液体的粘度阻碍了气泡的顺利上升。而随着 Mo 的减小,轻质液体的粘度也随之减小,气泡在上升过程中遇到了阻力逐渐变小,气泡的速度随之增加,从图中可以看到,在上升间距超过 $20R$ 后,气泡的运动现象会变为保持近似匀速上升,气泡的上升速度与 Mo 的数值大小呈现负相关,上升速度最大的为 $Mo = 1.2 \times 10^{-8}$,最小的为 $Mo = 1 \times 10^{-2}$,这是因为在气泡上升进入轻质液体后,受到了轻质液体的不同的粘度和密

度的影响，上升的速度发生了分化，这说明双气泡上升穿过液-液界面的模型下，较小的 Mo 有利于提高初始位置靠上的气泡的通过能力。

双气泡系统下初始位置靠下的气泡的速度在上升过程中的速度变化规律如图 4-11 所示。从图中可以看出， Mo 的变化对气泡在重质液体中的运动规律影响较小，在不同 Mo 工况下的气泡运动速度以及变化趋势较为相似，在初始位置靠下的气泡上升靠近液-液界面附近时，气泡的上升速度开始发生变化，其中 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 的工况在上升至 $17.1R$ 时开始减速，这是受到了液体之间界面张力的影响。随着 Mo 的减小， $Mo = 3.2 \times 10^{-4}$ 、 $Mo = 5.23 \times 10^{-6}$ 以及 $Mo = 2.41 \times 10^{-7}$ 的工况下气泡开始发生减速的高度位置逐渐增高，分别为 $19.52R$ ， $20.47R$ ， $21.78R$ 和 $21.77R$ ，都位于液-液界面初始位置（ $20R$ ）之后。但在 $Mo = 1.2 \times 10^{-8}$ 工况下气泡发生减速的位置在 $Mo = 3.2 \times 10^{-4}$ 工况下气泡发生减速位置之前。这是由于在 Mo 较大时（例如 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ ），初始位置靠上的气泡在穿过不相溶液-液界面时，受到了轻质液体较大的粘度、表面张力以及液-液界面的界面张力的影响，上升过程受到了较大的阻碍，气泡运动速度降低较为明显，气泡在穿过液-液界面后到达的高度较低，因此导致初始位置靠下的气泡发生减速运动的上升高度也较低。随着 Mo 的逐渐减小（例如 $Mo = 3.2 \times 10^{-4}$ ， 5.23×10^{-6} 和 2.41×10^{-7} ），初始位置靠上的气泡在上升穿过液-液界面后受到的阻力逐渐减小，气泡的运动速度随着 Mo 的单调递减而递增，因此液-液界面的位置高度逐渐增加，初始位置靠下的气泡接近液-液界面所需的上升高度逐渐增加，气泡发生减速的位置高度随之增加。但是随着 Mo 的进一步减小（例如 $Mo = 1.2 \times 10^{-8}$ ），气泡发生减速的位置高度却变为 $18.82R$ ，这是由于初始位置靠上的气泡在上升穿过液-液界面后，较小 Mo 工况下的轻质液体对气泡上升的阻力较小，气泡在同时间的上升高度高于 Mo 较大的工况，在初始位置靠下的气泡上升接近液-液界面初始位置时，初始位置的气泡已经上升较长一段距离，所夹带的重质液体也收到表面张力以及自身重力的影响发生了下降，液-液界面的位置高度低于 Mo 较大的工况，因此气泡在上升高度较低时就受到了液-液界面的阻力影响，导致气泡发生减速的上升高度较低。在气泡继续上升的过程中，由于 Mo 较大的工况下气泡在轻质液体中收到的阻力较大，所以 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 工况下的气泡在上升高度为 $22.9R$ 时速度降低幅度较大，与其他工况下的气泡速度较小幅度的比较为明显，其余四个

工况下的气泡在这段高度下的上升速度较为相似，在气泡继续上升至 $25R$ 附近时，气泡速度开始增加，并且会经过一段距离的加速后保持近似匀速的速度继续上升，在这段上升过程中，气泡的上升速度与 Mo 的数值呈反比， Mo 越大，气泡上升速度越小。

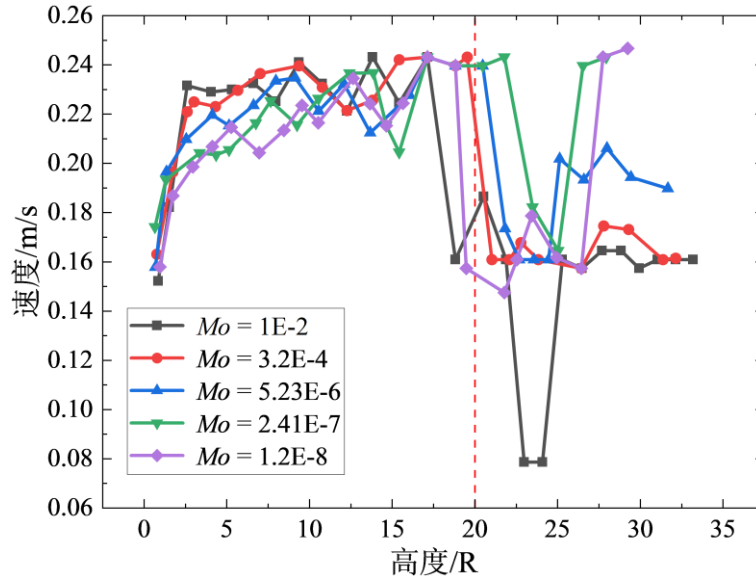


图 4-11 不同 Mo 工况下初始位置靠下的气泡上升过程速度变化趋势

通过对不同 Mo 工况下的算例进行计算并提取数据，可以得到在 Mo 发生变化条件下的初始位置靠上的气泡在不同上升高度下的形状轮廓变化图如 4-12 所示。从图中可以看到，在气泡在重质液体上升时，性状变化基本相同。这主要是因为 Mo 主要改变的是轻质液体的性状，对气泡在重质液体的上升运动影响较小。直到气泡运动至液-液界面的初始位置，不同 Mo 工况下的气泡形状也还是较为相似，说明 Mo 的变化对于气泡在液-液界面之前的形状变化影响较小，这主要是在不同 Mo 工况下的气泡受到的阻力较为相似，致使气泡发生形变的幅度也就较为相似。在气泡继续上升进入轻质液体中后，情况发生了变化，不同 Mo 工况下的气泡形状出现了分化。例如在气泡的上升高度位置为 $16R$ 时， $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 工况下的气泡形状近似于半圆形，在 $Mo = 3.2 \times 10^{-4}$ 工况下气泡在该位置的形状为底部更平坦的半球形，气泡相较于初始形状变形幅度较小。随着 Mo 的不断减小，气泡在该位置的变形幅度不断增大，气泡的宽度也在不断增加。造成这种现象的主要原因是随着 Mo 的减小，对应的轻质液体的粘度也在逐渐减小，使得气泡较难维持原有的形状，并且较低的粘度使得所对应气泡的上升速度逐渐增加，也会使得气泡在上升过程中发生较大的形变。在气泡继续上升至

22R 位置时, 气泡的形变规律发生了新的变化, 其中 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 以及 $Mo = 3.2 \times 10^{-4}$ 这两种工况下的气泡与上升高度为 16R 位置时的形状相比无明显变化, 这代表气泡上升运动基本保持稳定。而随着 Mo 的减小, 气泡的形状与上一位置相比发生的形变越大, 气泡的形状也会随着 Mo 的减小而变得更加扁平, 气泡的变形幅度进一步加大。

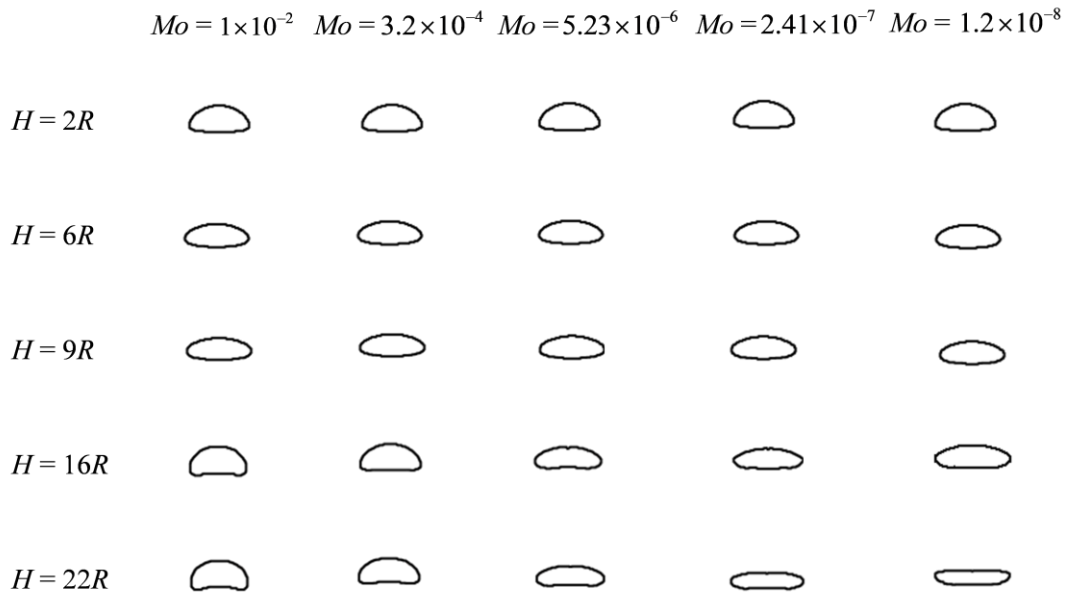


图 4-12 不同 Mo 工况下初始位置靠上的气泡上升过程中的轮廓

初始位置靠下的气泡随着 Mo 变化的形状变化规律如图 4-13 所示。可以看出, 与初始位置靠上的气泡相同, 在气泡上升穿过不相溶液-液界面之前, Mo 的变化对于气泡的形状变化并无较为显著的影响, 各个工况下的气泡形状基本保持一致。情况与初始位置靠上的气泡相似, 在气泡继续上升穿过液-液界面初始位置后, 气泡在上升至同样高度时的形状发生变化。在气泡上升高度为 24.5R 时, $Mo = 1 \times 10^{-2}$ 工况下的气泡形状为近似球形, 随着 Mo 的减小, 气泡的形状会逐渐变为椭球形, 气泡的宽度会逐渐增加, 气泡的纵向高度会逐渐减小。当气泡继续上升至 26R 时, 可以看到, $Mo = 1 \times 10^{-2}$, 3.2×10^{-4} 和 5.23×10^{-6} 工况下气泡的形状变化幅度明显较小, 在剩下的两种工况下, 气泡会发生更加明显的形变, 形变的幅度与 Mo 的数值大小呈负相关。

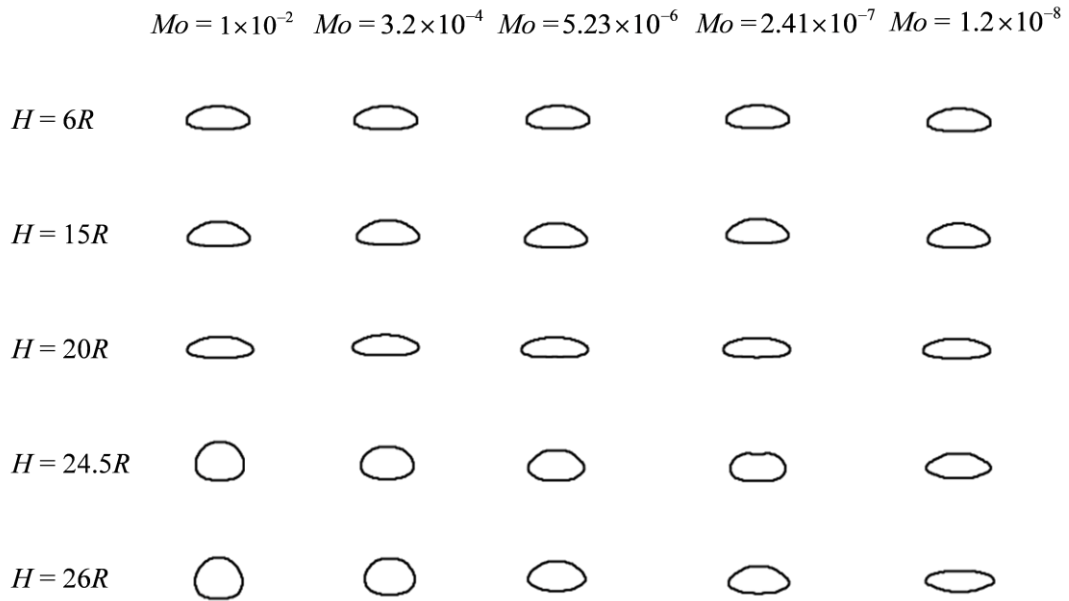


图 4-13 不同 Mo 工况下初始位置靠下的气泡上升过程中的轮廓

通过对五种工况下的实验数据进行提取，可以得出随着 Mo 的变化，初始位置靠上的气泡排水时间的变化趋势如图 4-14 所示。 Mo 的变化对气泡排水时间影响与 We 的变化对于排水影响不同。随着 Mo 的减小，气泡的排水时间变化幅度较为明显，气泡的排水时间逐渐减小。较大的 Mo 对应轻质液体较大的粘度以及轻质液体与重质液体较大的粘度比。正如上文所述， Mo 的变化对于初始位置靠上气泡在轻质液体中的运动影响较小，气泡在接近液-液初始界面时的速度基本相同，而不同 Mo 工况下的气泡在受到液-液界面的界面张力所造成的阻力是相同的，因此气泡排水时间的变化主要的由于 Mo 变化导致的。较大的 Mo 对应轻质液体较大的粘度，气泡在穿过界面时受到的阻力较大，气泡的上升速度较小，负责使薄膜分散的惯性力也较小，同时气泡所夹带的由重质液体组成的薄膜也受到轻质液体以及自身表面张力的影响，当 Mo 逐渐减小时，轻质液体对应的粘度也在逐渐减小，使得粘度比减小，更有利于气泡继续上升，而较小的粘度也使得轻质液体对于气泡的阻力较小，这与单个气泡上升穿过液-液界面时气泡排水时间的变化规律相同，这说明双气泡系统下的初始位置靠上气泡排水时间的变化规律不受另一气泡运动的影响。

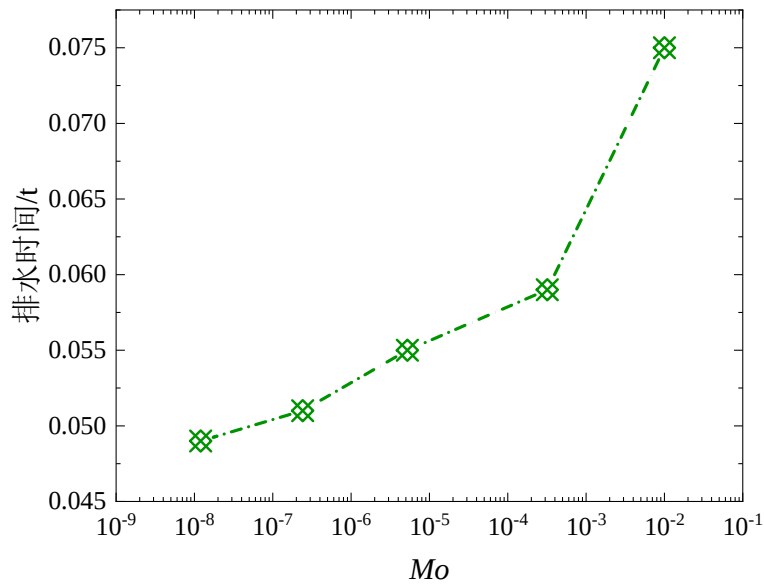


图 4-14 不同 Mo 工况下初始位置靠上的气泡排水时间

与此同时，我们也同样得到了初始位置靠上的气泡排水高度随 Mo 变化而发生变化的高度数据，如图 4-15 所示。其中 $Mo = 1 \times 10^{-2}$, 3.2×10^{-4} , 5.23×10^{-6} , 2.41×10^{-7} 和 1.2×10^{-8} 工况下所对应的气泡排水高度数值与气泡半径的比值分别为 2.89, 2.67, 2.62, 2.44, 2.4。可以看出，随着 Mo 的减小，气泡的排水高度也在逐渐减小，重质液体包裹气泡的能力逐渐下降，这一现象的发生与气泡的接近速度无关。这一规律与单气泡系统下的排水高度变化规律相反，其出现的原因， Mo 较大工况对应的排水时间较长，从上文中的气泡速度变化规律可以看到，初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面继续上升的过程中，速度降低幅度较大，使得初始位置靠下的气泡在上升过程中与初始位置靠上的气泡之间的距离逐渐缩短，在初始位置靠上的气泡继续上升的过程中，初始位置靠下的气泡由于与它越来越接近，也会顶起一部分重质液体进入轻质液体中，并且得益于二者之间间距较小，靠下的气泡所顶起的重质液体会延缓初始位置靠上的气泡排水的效率，使得其顶部的重质液体的薄膜破裂受到了较大的阻力，其包裹气泡继续上升的高度较高。使得所对应的排水高度较高。随着 Mo 的减小，初始位置靠上的气泡穿过界面进入轻质液体的过程更为顺利，与初始位置靠下的气泡之间的间距逐渐增加，导致下方的气泡在上升过程中顶起的重质液体形成的上升速度难以影响气泡顶部由重质液体组成的薄膜。同时， Mo 较小的工况下所对应的气泡上升速度较大，使得薄膜受到的惯性力增大，也有利于气泡排水的发生。综上所述，由于受到初始位置靠下的气泡造成的影响，双气泡系统下的气

泡排水时间变化规律与单气泡系统下的变化规律相反。

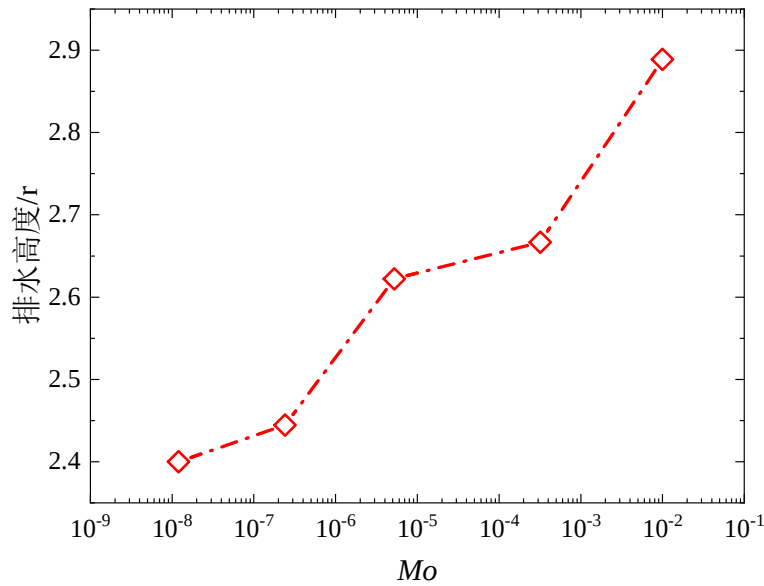


图 4-15 不同 Mo 工况下初始位置靠上的气泡排水高度

对以上五种 Mo 工况下的气泡夹带面积比数据进行提取，结果如图 4-16 所示。从图中可以看到，在初始位置靠上的气泡刚穿过液-液界面后，由于不同 Mo 初始条件下受到了阻力不同，气泡的上升速度也不同，并且 Mo 较大工况下的轻质液体对气泡所夹带的重质液体存在较大的阻力，较大的粘度比使得重质液体进入轻质液体的体积较少，也影响了气泡夹带重质液体的能力。从夹带体积变化趋势来看，在 $Mo = 1 \times 10^{-2}$ ， 3.2×10^{-4} 以及 5.23×10^{-6} 工况下，随着气泡在轻质液体中逐步上升，气泡所夹带的重质液体的体积也在上升，与单气泡系统下的气泡夹带规律不同，双气泡系统下的气泡夹带体积不会在气泡上升高度较高时发生减少的现象，而是随着气泡的上升持续增加，造成这一现象的原因是在气泡上升至一定的时间后，所携带的夹带会由于表面张力以及液体粘度的影响而逐渐回落，但在双气泡系统下，当气泡上升一段时间后，初始位置靠下的气泡会上升接近液-液界面，并在后续的上升过程中顶起重质液体继续上升，并且也携带了由重质液体组成的夹带，所以增强了气泡夹带重质液体的能力。在 Mo 较小时（例如 $Mo = 2.41 \times 10^{-7}$ 和 1.2×10^{-8} ），气泡的夹带体积会在气泡上升时间为 0.25s 时先减小，然后再增加，所夹带的体积超过了 Mo 较大工况所夹带的体积。这主要是因为，在较小的 Mo 工况下，气泡在穿过液-液夹带进入轻质液体时收到了较小的阻力，有利于气泡的上升运动，所以在相同的时间里，气泡上升的高度更高，所夹带的重质液体会更早的发生收缩现象，所以在上升时

间为 0.25s 时，气泡所夹带的体积会出现下降。在气泡继续上升的过程中，初始位置靠下的气泡也穿过液-液界面，并且携带夹带进入轻质液体中，所顶起的重质液体也减缓了上方的气泡夹带收缩造成的体积减小，在时间为 0.3s 时，这两种工况下气泡的夹带体积又开始增加并超过其他三种工况。可以得出结论，与单气泡系统下的气泡夹带能力相比，双气泡系统下气泡在上升时间较长时的夹带能力显著增强，也不易收到重质液体收缩造成的影响。

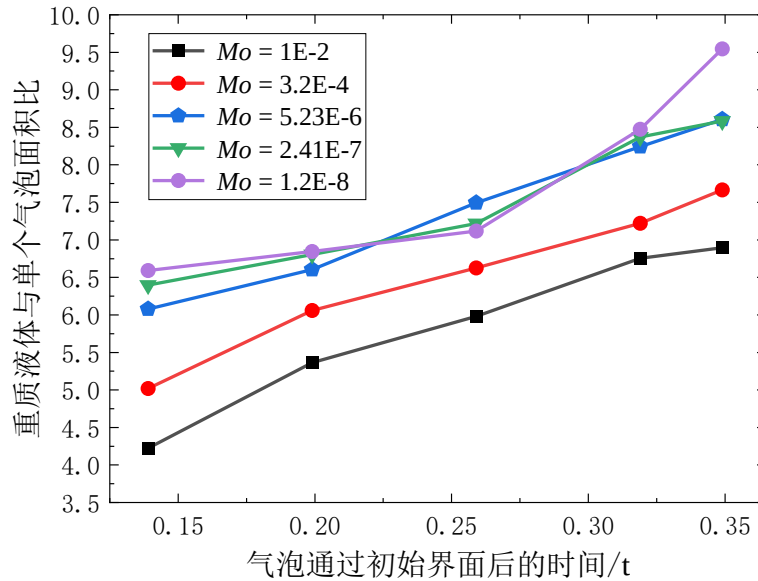


图 4-16 不同 Mo 工况下双气泡夹带面积比的变化

4.4 上升双气泡穿过液-液界面的典型夹带模式

4.4.1 双气泡聚并拖尾模式

在双气泡系统中，初始位置靠上的气泡最先接近液-液界面，随后穿过界面继续上升。在它受到液体之间的界面张力以及由液体粘度、表面张力等组成的阻力所阻碍上升时，上升速度会发生减小。而初始位置靠下的气泡由于距离液面较远，会保持相对较快的速度上升接近液面，这样两个气泡之间的间距就会缩短。在初始位置靠上的气泡穿过界面后，就会受到轻质液体的影响，上升速度会发生新的变化，如果当初始位置靠上的气泡在上升过程中，受到了较大的阻力阻碍使得上升速度较小，而初始位置靠下的气泡具有较大的上升速度，在上升的过程中气泡之间的距离逐渐减小，并在上升至一定高度后两气泡发生接触，然后就融合为一个气泡，这种状态就称为气泡聚并模式。当液体之间的表面张力或者重质液体的粘度相对较大，以及气泡的大小相对较小时，就容易出

现这种现象。如果液体之间的界面张力较大或者气泡的尺寸较小，则气泡在界面处就会受到较大的阻力，气泡的速度减小幅度较大，使得气泡之间的距离减小较为明显。如果轻质液体的粘度较大，则气泡在轻质液体中的上升速度较小，而初始位置靠上的气泡在上升过程中会夹带重质液体进入轻质液体中，在初始位置靠下的气泡穿过液-液界面的初始位置后，会在夹带中继续上升，它的上升就会受到重质液体的影响，两气泡会逐渐靠近，直至发生聚并。

双气泡聚并拖尾模式的模拟结果如图 4-17 所示，所对应的无量纲条件为 $We = 7.2$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-4}$ 。两个气泡首先在重质液体中上升运动，再初始位置靠上的气泡接近液-液界面之前，界面就发生了形变。当初始位置靠上的气泡上升穿过液-液界面在轻质液体中继续上升时，会携带由重质液体组成的夹带，初始位置靠下的气泡由于在上升过程中受到的阻力较小，速度相较于另一气泡而言较大。两气泡之间存在由重质液体组成的夹带，进一步使得初始位置靠下的气泡受到的阻力相对较小。随着两气泡的继续上升，由于存在速度差，两气泡之间的间距逐渐缩短，最终初始位置靠下的气泡追赶上另一气泡，在 $0.7s$ 时发生了聚并。在发生聚并后，两个气泡合为一个气泡然后继续上升。

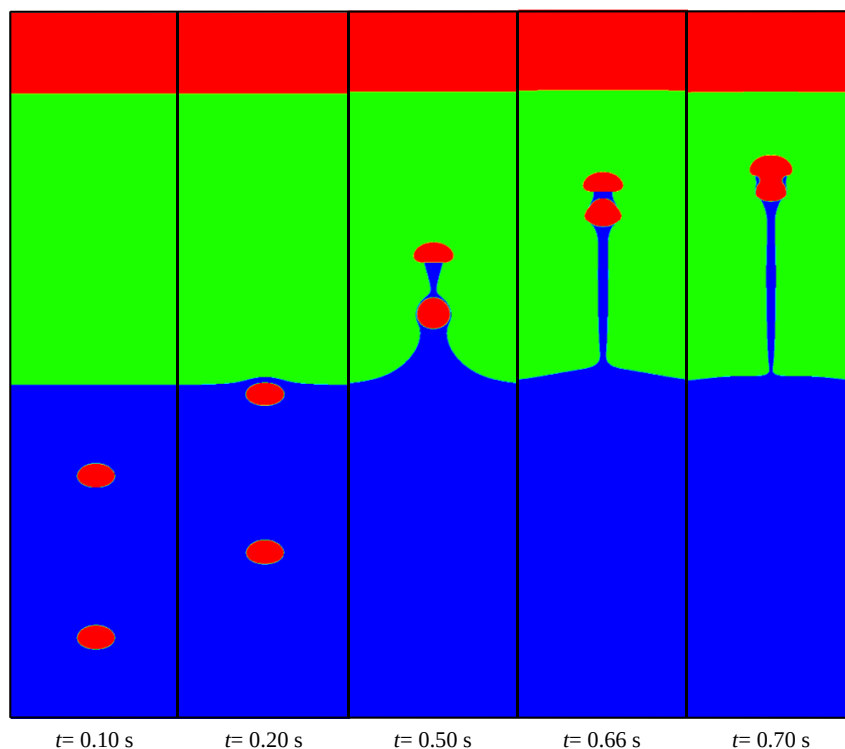


图 4-17 $We = 7.2$ 和 $Mo = 1 \times 10^{-4}$ 条件下双气泡聚并拖尾模式气液三相分布时序图

4.4.2 双气泡分离拖尾夹断模式

在气泡的上升过程中，如果两气泡之间的速度差较小，使得在初始位置靠上的气泡穿出轻质液体进入空气之前并未发生聚并现象，同时又由于气泡在上升至一定高度后气泡间以及气泡与重质液体之间由重质液体组成的夹带发生破裂，两气泡之间和气泡与重质液体之间不存在相互连接的夹带，就称为气泡分离夹断模式。在这种模式中，初始位置靠上的气泡克服液-液界面之间的阻力进入轻质液体所需的时间较短，并且在轻质液体中的上升没有受到较大的阻力作用，上升速度与初始位置靠下的气泡相比差距并不是非常明显，这就使得两气泡之间保持较远的距离，这主要得益于气泡较大的尺寸及在轻质液体中具有较大的动能。在两气泡都进入轻质液体中后，两气泡之间以及初始位置靠下的气泡与重质液体之间都存在由重质液体组成的夹带，随着气泡的上升逐渐收缩变窄，并在气泡上升至一定的高度后发生破裂。在两气泡之间的夹带在发生破裂后，一部分跟随初始位置靠上的气泡继续上升，另一部分刚开始会逐渐下落，会受到初始位置靠下的气泡上升的影响而继续上升。

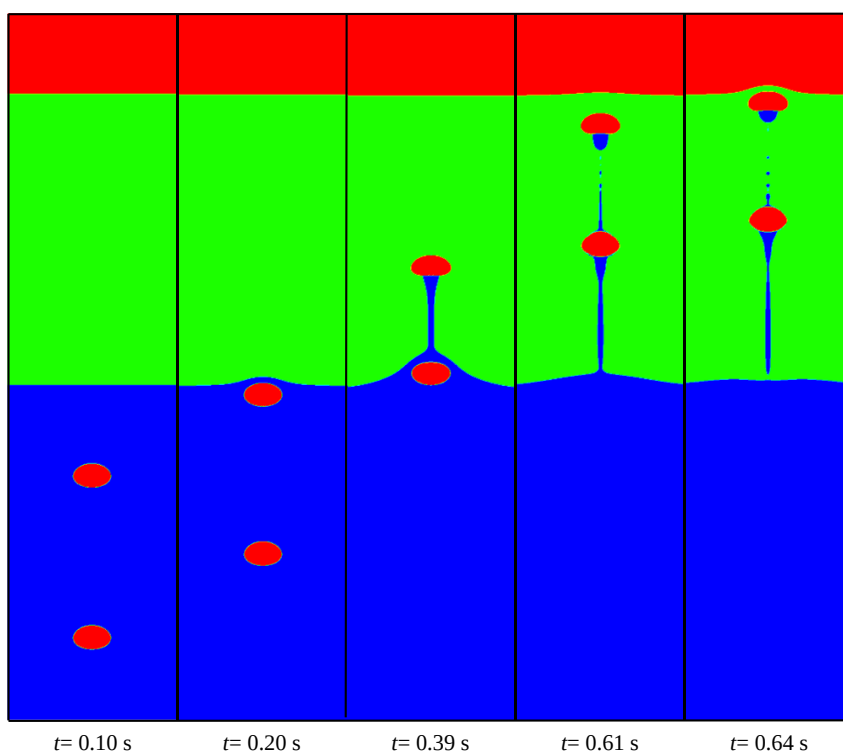


图 4-18 $We = 9$ 和 $Mo = 3 \times 10^{-3}$ 条件下气泡分离模式气液三相分布时序图

在 $We = 9$ 和 $Mo = 3 \times 10^{-3}$ 的参数条件下，气泡分离夹断模式模拟结果即气液

三相分布云图如图 4-18 所示，气泡先是上升运动，气泡分别穿过液-液界面进入轻质液体中后，都会携带由重质液体组成的夹带，随着气泡的逐渐上升，这两条夹带逐渐拉长并变细，在上升一段时间后，两气泡之间的夹带最先发生破裂，然后气泡会携带重质液体继续上升，并在一段时间后气泡与重质液体之间的液体夹带也同样发生破裂，气泡会分别携带夹带继续上升。

4.4.3 双气泡长拖尾模式

当气泡的上升能力更强，穿过条件更加有利，气泡之间以及气泡与重质液体之间相互连接的夹带并不发生夹带，直至初始位置靠上的气泡穿出轻质液体形成长夹带，就发生了双气泡长拖尾模式。在这种模式下，气泡的尺寸较大，液体的粘度以及表面张力较小，使得气泡在上升过程中有着较大的动力，并且重质液体发生收缩的幅度也较小，有利于夹带的存在。双气泡长拖尾模式模拟结果如图 4-19 所示，所对应的参数条件为 $We = 38$ 和 $Mo = 2.5 \times 10^{-6}$ 。

这种模式与单气泡系统下的长拖尾模式较为相似。当初始位置靠上的气泡穿过液-液界面后，发生的减速较小，气泡携带了较大体积的重质液体进入轻质液体中，初始位置靠下的气泡在上升过程中的运动更进一步加强了夹带的能力，随着两气泡的逐渐上升，气泡之间以及气泡与重质液体之间的夹带会逐渐收缩变窄，但是始终在三者之间保持连接，直到初始位置靠上的气泡进入空气相中。这种模式的发生，归结于双气泡系统下气泡拥有较强的夹带能力，液体之间较小的粘度差以及液体之间的密度差都有助于这种模式的出现，较低的界面张力使得气泡在上升过程中受到的阻力较小，而轻质液体相较于重质液体具有较小的粘度，使得重质液体发生收缩下降的趋势减小，使得夹带可以跟随气泡上升至较高的高度仍可保持一定的宽度，同时，较大的气泡直径可以使得气泡具有较强的动力及夹带能力，同样有助于这种模式的出现。

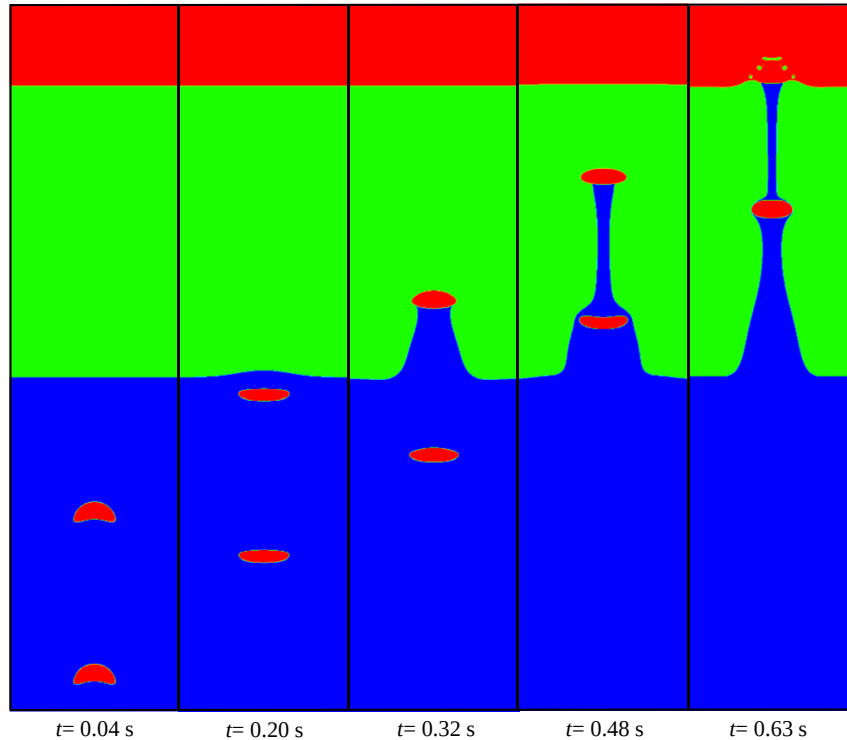


图 4-19 $We = 38$ 和 $Mo = 2.5 \times 10^{-6}$ 条件下双气泡长拖尾模式气液三相分布时序图

4.4.4 双气泡工况下 $We-Mo$ 模式图

通过大量的工况计算，得出了双气泡上升穿过不相溶液-液界面液体夹带模式在较广的参数条件下的发生条件，与单气泡上升系统相似，这里给出了 $We = 0 - 100$ 范围， $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 范围内双气泡聚并拖尾、双气泡分离拖尾夹带和双气泡长拖尾模式三种模式与 $We-Mo$ 的依赖关系图谱，具体结果如图 4-20 所示。

从图 4-20 中可以看出，与单气泡系统下 We 较低时只会出现单一流动模式不同，在 We 较低 ($We < 10$) 的区域容易出现的模式为双气泡聚并拖尾和双气泡分离拖尾夹断两种模式，这两种模式的出现规律与 Mo 的关系较大，其中在 Mo 较大的区域，容易出现双气泡聚模式，当 Mo 较小 ($We < -9090.01 Mo + 18.18$) 时，双气泡聚模式不再出现，开始出现双气泡分离拖尾夹断模式。在 We 较低条件下出现多种夹带模式的原因主要在于气泡之间的相互影响，在 Mo 较高的计算条件下，气泡穿过液-液界面的能力低，还在轻质液体中受到了较大的阻力，并且气泡本身的尺寸较小，使得初始位置靠上的气泡在上升过程中受到了较大的阻碍，而初始位置靠下的气泡受到了另一气泡的夹带所影响，受到的阻力相对较小，上升速度影响较为不明显，所以两气泡之间存在速度差，使得气泡之

间的距离逐渐接近，最后发生聚并。随着 Mo 的减小，气泡在上升过程中受到的轻质液体的阻力也逐渐减小，因此气泡之间的速度差减小，使得气泡不会在穿出轻质液体之前发生聚并，但是由于液体本身参数导致气泡夹带的能力较弱，夹带的收缩变窄发生的较为剧烈，因此会使得气泡之间以及气泡与重质液体之间的夹带发生破裂。在 We 较大的位置，双气泡系统下气泡的夹带能力相较于单气泡系统有了显著的提升，在 $We > 10$ 的条件下，就出现了双气泡长拖尾模式，在 $10 < We < 20$ 区域内，在 $We < -279411764.71 Mo + 43.53$ 的区域内出现了双气泡分离拖尾夹断模式，这主要是因为 Mo 较小的情况下虽然气泡在上升过程中受到的阻力较小，以及液体参数也有助于提高气泡的夹带能力，但在该区域内，初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面进入轻质液体后，所受阻力较小，气泡上升速度较快，而初始位置靠下的气泡则在液-液界面附近受到了较大的阻力，使得两气泡之间的距离越来越远，并且由于液-液界面之间的界面张力较大，重质液体容易发生收缩下落，所以导致气泡与气泡之间的液体夹带发生破裂，这就导致了双气泡分离拖尾夹断模式的发生。

当 We 较大 ($20 < We < 53$) 时，气泡的速度与夹带能力增大，不再出现双气泡分离拖尾夹断模式，气泡的穿过模式就主要受到 Mo 的影响，在 Mo 较大 ($We > 246153.84615 Mo - 70.07692$) 时，会出现双气泡聚并拖尾模式，这主要是因为初始位置靠上的气泡在虽然在液-液界面处受到的阻力较小，但是在轻质液体中受到了较大的阻力，而初始位置靠下的气泡受到了被夹带液体的影响，对速度的影响较小。随着 Mo 的减小，气泡在轻质液体中的上升较为顺利，就出现了双气泡长拖尾模式。在 $We > 53$ 时， Mo 的变化对于气泡上升模式几乎不会造成影响，气泡会全部出现双气泡长拖尾模式。

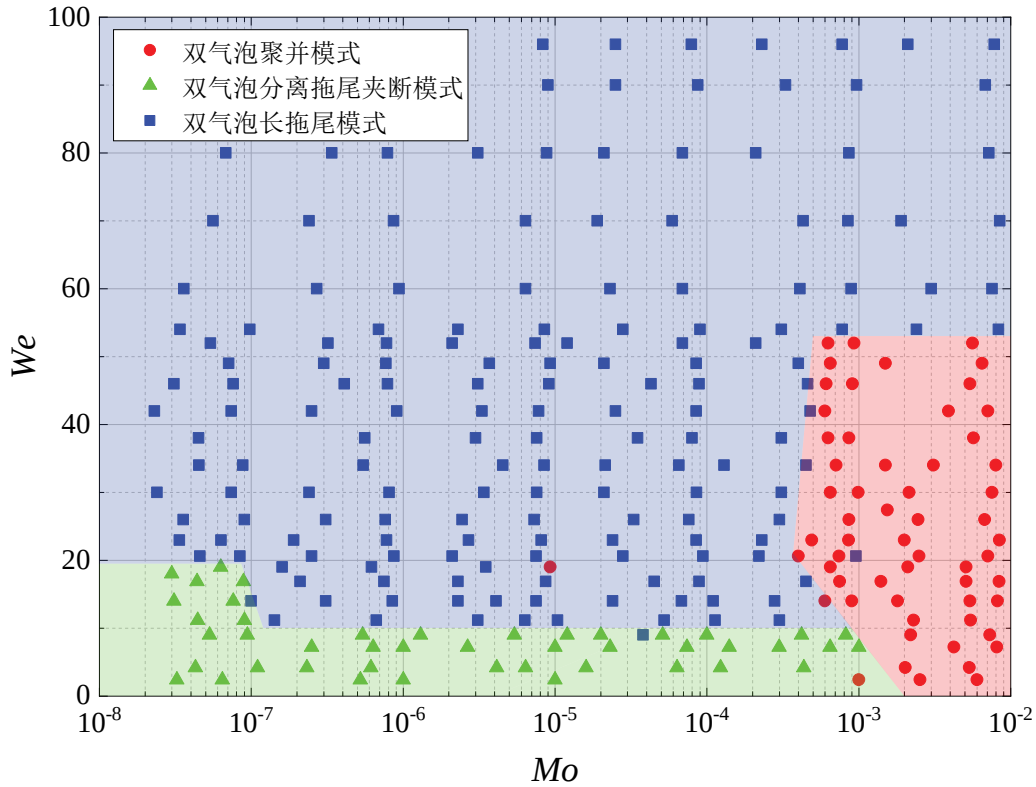


图 4-20 双气泡夹带模式与无量纲参数的对应关系图

4.5 本章小结

本章首先构建了气-液-液三相流下的双气泡上升穿过不相溶液-液界面的二维轴对称数值模型。后续对 Mo 和 We 的变化对气泡的上升能力以及夹带能力的影响进行了深入探讨，通过大量的计算总结出了四种典型模式，并给出了四种模式与 $We - Mo$ 的依赖关系图谱。具体工作包括：探讨 We 和 Mo 单个发生变化对气泡上升速度、气泡形状轮廓、气泡排水时间、排水高度、气泡夹带面积比的影响规律；并总结出了三种典型模式以及三种模式与 $We - Mo$ 的依赖对应关系。所得出主要结论如下：

(1) 在只改变 We 的工况下，初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面后的上升速度会随 We 的增加而不断增大，不同工况下的气泡速度差距较为明显，而初始位置靠下的气泡在穿过液-液界面后的上升速度在不同 We 工况下的差距较小；初始位置靠上的气泡在 We 较小时的形状变化较为剧烈，而初始位置靠下的气泡在 We 较小和 We 较大的工况下形变幅度较大；气泡的排水时间与排水高度与 We 的变化趋势并无明显对应；气泡的夹带面积随着 We 的增大而显著增加，并不会

在气泡上升至一段高度后发生明显的夹带面积减小现象。

(2) 在只改变 Mo 的工况下, 初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面后的上升速度与 Mo 的大小呈负相关, 初始位置靠下的气泡在穿过界面后的速度差距更小; 初始位置靠上的气泡的形状变化幅度随 Mo 的减小而增大, 而初始位置靠下的气泡的形变幅度随着上升高度的增加呈现先变大后减小的趋势; 气泡的排水高度和排水时间都随 Mo 的增加而增大; 气泡的夹带能力随着 Mo 的减小而增加, 也不会出现夹带面积剧烈减小的现象。

(3) 通过改变 We 和 Mo , 总结出了三种气泡夹带典型模式: 双气泡聚并拖尾模式、双气泡分离拖尾夹断模式、以及双气泡长拖尾模式。并且得出了与 We 和 Mo 的依赖关系图, 其中较小的 We ($We < 10$) 有利于双气泡聚并拖尾模式的出现, 随着 Mo 的减小 ($We < -9090.01 Mo + 18.18$), 会出现气泡分离夹断模式; 当 $20 < We < 53$ 时, 则只会出现双气泡聚并拖尾模式和双气泡长拖尾模式, 其中双气泡聚并拖尾模式出现在 Mo 较大 ($We > 246153.84615 Mo - 70.07692$) 的区域, 当 $We > 53$ 时, Mo 的变化对于夹带模式的变化影响较小, 只会出现双气泡长拖尾模式。而在 $20 < We < 53$ 的区域内, 当 $We > -9090.01 Mo + 18.18$ 的范围内会出现双气泡聚并拖尾模式, 当 $We < -279411764.71 Mo + 43.53$ 时会出现双气泡分离拖尾夹断模式, 其余的范围为双气泡长拖尾模式。

第5章 结论与展望

5.1 结论

本文使用 Fluent 中的 VOF 多相流模型结合层流模型对单气泡上升穿过不相溶液-液界面及双气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式、产生机理和气泡的夹带能力进行了系统研究。具体研究了气泡上升速度、气泡上升过程中的外部形状轮廓、气泡排水时间、气泡排水高度、气泡夹带面积比，并进一步揭示了单气泡和双气泡穿过液-液界面典型夹带模式能力的变化规律。后续基于大量数值计算结果，对单气泡和双气泡的夹带典型模式以及典型模式与 We - Mo 的对应关系的影响规律进行了对应。所取得的主要研究结论如下：

(1) 在单气泡上升运动的工况下，通过改变气泡尺寸和液体之间的表面张力、液体的密度、粘度等条件，设定了多种数值模拟工况并以气泡上升速度、排水时间、夹带面积等多相指标对气泡上升穿过不相溶液-液界面的气泡动力学特性、夹带特性进行了系统性的研究，并使用 We 和 Mo 这两个无量纲参数对计算条件进行了定义。结果表明：在只改变 We 的工况下，气泡的上升能力及夹带能力发生明显变化， We 较小 ($We = 5$) 的工况下气泡会在液-液界面处受到较大的阻力，在较为短暂的时间内会出现气泡上升速度为 0 的现象，随着 We 的不断增大，气泡的通过能力逐渐增强，气泡在轻质液体中的上升速度也逐渐增加；由于受到液体挤压以及液-液界面的阻力作用，气泡在上升过程中会发生较为明显的形变。气泡形变在 We 较大 ($We = 70$) 以及 We 较小 ($We = 5$) 的工况下幅度较大；气泡的排水时间和排水高度的变化趋势与 We 的变化趋势呈正相关；气泡在穿过液-液界面后携带的夹带面积比呈现先增加后减小的趋势，气泡的夹带能力随着 We 的增大而不断增强，气泡的夹带能力随着 We 的增加而增大；当其他条件不变，只改变 Mo 的工况下，气泡的上升能力以及夹带能力也会呈现出相应的规律。气泡在轻质液体中的上升速度会随 Mo 的减小而增加；随着 Mo 的增大，由于气泡受到了周围液体的较大阻力，气泡在上升过程中的形变幅度不断减小；气泡的排水时间随着 Mo 的增大而增加，与之相反，气泡的排水时间随着 Mo 的增大而减小；气泡的夹带面积比会在气泡穿出界面后的一段时间内（约为

0.15s) 先是增加, 并在继续上升的过程中夹带体检下降幅度较为明显, 气泡的夹带能力随着 Mo 的增大而减小;

(2) 经过改变计算条件后的大量计算, 总结出了三种气泡夹带典型模式: 截留模式、拖尾夹断模式和长拖尾模式。这三种模式是气泡在不同条件下的夹带能力以及上升能力的体现; 在 $We = 0 - 100$ 的范围, $Mo = 10^{-1} - 10^{-8}$ 的范围对气泡三种典型模式与 We 和 Mo 之间的建立了对应关系, 其中在 We 较低 ($We < 10$) 时, 所有的 Mo 都只出现截留模式, 当 $10 < We < 29$ 时, Mo 较大 ($We < 205.263 Mo + 9.473$) 的范围内会出现截留模式, 其余为拖尾夹带模式, 当 $We > 47$ 时, 只会出现长拖尾模式。在 $20 < We < 47$ 时, 满足 $We > 881.355 Mo + 17.152$ 条件下的算例也会出现长拖尾模式。在 $20 < We < 47$ 时, 在 $Mo < 5.5 \times 10^{-3}$ 的区域会出现拖尾夹断模式, 在 $Mo > 5.5 \times 10^{-3}$ 时, 要满足 $205.263 Mo + 9.473 < We < 881.355 Mo + 17.152$ 的才会出现拖尾夹断模式。通过 Matlab 编程后进行计算的方式, 建立了气泡上升冲击液-液界面的理论模型, 可以对气泡上升运动接近液-液界面的工况进行计算, 得出了一些实验和有限元方法难以提取的数据, 例如气泡质心位置、气泡上升速度、气泡与液-液界面间的薄膜厚度以及薄膜压力等, 可以为今后的数值模拟提供一定的参考。

(3) 在双气泡上升运动的工况下, 通过改变气泡尺寸、液体的粘度、密度、表面张力等条件, 设定了多种模拟工况并以气泡上升速度、排水时间、夹带面积等多相指标对双气泡上升穿过不相溶液-液界面的动力学特性、夹带特性进行了系统性的研究, 并通过 We 和 Mo 对计算条件进行了定义。结果表明: 在只改变 We 的工况下, 初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面后的上升速度会随 We 的增加而不断增大, 不同工况下的气泡速度差距较为明显, 而初始位置靠下的气泡在穿过液-液界面后的上升速度在不同 We 工况下的差距较小; 初始位置靠上的气泡在 We 较小时的形状变化较为剧烈, 而初始位置靠下的气泡在 We 较小和 We 较大的工况下形变幅度较大; 气泡的排水时间与排水高度与 We 的变化趋势并无明显对应; 气泡的夹带面积随着 We 的增大而显著增加, 并不会在气泡上升至一定高度后发生明显的夹带面积减小现象。在只改变 Mo 的工况下, 初始位置靠上的气泡在穿过液-液界面后的上升速度与 Mo 的大小呈负相关, 初始位置靠下的气泡在穿过界面后的速度差距更小; 初始位置靠上的气泡的形状变化幅度

随 Mo 的减小而增大，而初始位置靠上的气泡的形变幅度随着上升高度的增加呈现先变大后减小的趋势；气泡的排水高度和排水时间都随 Mo 的增加而增大；气泡的夹带能力随着 Mo 的减小而增加，也不会出现夹带面积剧烈减小的现象。

(4) 通过改变 We 和 Mo ，总结出了三种气泡夹带典型模式：双气泡聚并拖尾模式、双气泡分离拖尾夹断模式以及双气泡长拖尾模式。通过改变计算条件进行了大量的计算，得出了与 We 和 Mo 的依赖关系图，其中较小的 We ($We < 10$) 有利于双气泡聚并拖尾模式的出现，随着 Mo 的减小 ($We < -9090.01 Mo + 18.18$)，会出现气泡分离夹断模式；当 $20 < We < 53$ 时，则只会出现双气泡聚并拖尾模式和双气泡长拖尾模式，其中双气泡聚并拖尾模式出现在 Mo 较大 ($We > 246153.84615 Mo - 70.07692$) 的区域，当 $We > 53$ 时， Mo 的变化对于夹带模式的变化影响较小，只会出现双气泡长拖尾模式。而在 $20 < We < 53$ 的区域内，当 $We > -9090.01 Mo + 18.18$ 的范围内会出现双气泡聚并拖尾模式，当 $We < -279411764.71 Mo + 43.53$ 时会出现双气泡分离拖尾夹断模式，其余的范围为双气泡长拖尾模式。

5.2 主要创新点

(1) 基于简化的 Navier-Stokes 方程，对单气泡碰撞不相溶液-液界面过程进行受力分析，并将气泡碰撞液-液界面涉及的四种作用力具体化，建立适用的力学理论模型并通过 Matlab 编程求解。理论模型获得的结果与数值计算结果较为吻合。

(2) 基于大量数值算例数据获得的上升单气泡和双气泡穿过不相溶液-液界面典型夹带模式与无量纲参数的依赖关系图谱对现有的相关研究成果进行了有效的补充，一定程度地丰富了上升气泡穿过不相溶液-液界面动力学特性的物理认知，可望为其内在机理的进一步揭示提供有价值的参考信息。

5.3 不足与展望

本文通过数值手段针对上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式以及夹带能力进行了系统性的研究。取得了较为丰富的研究成果，但是由于受到了实验

条件等相关因素的限制，在研究工作方面仍然存在较大的进步空间。在后续研究工作中，可以从以下几个方面继续进行深入探讨：

（1）本文针对气泡数量的研究工况较少，仅选择了两种气泡数量的工况进行分析，与实际工况下的工程实例还存在一定的区别。此外，相比于工程实际，本文对于气泡之间的间距设置较为单一。为了得到更多精确的气泡规律，后续需要设置更多气泡以及更多气泡之间间距比值进行深入研究。

（2）本文研究工作主要采用了数值模拟的计算方法，其可靠性以及数据的准确程度需要通过科学的实验数据进行验证，后续工作可采用搭建实验平台与数值模拟相结合的研究方式。

（3）本文仅对单气泡上升冲击液-液界面的工况建立了理论模型，并且理论模型采用了多种近似计算。对于实际应用中的工况，还需进一步完善，例如对气泡上升穿过界面的理论模型进行建立，以及考虑到多气泡上升的工况。如果能够对这些进行完善，所建立的理论模型肯定更加具有参考价值。

参考文献

- [1] Sultan R A, Alfarek S, Rahman M A, et al. CFD and experimental approach on three phase gas-liquid-solid Newtonian fluid flow in horizontal pipes[J]. International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, 2018, 7(1): 33-44.
- [2] Lv J, Wang P, Bai M, et al. Experimental visualization of gas-liquid two-phase flow during reciprocating motion[J]. Applied Thermal Engineering, 2015, 79: 63-73.
- [3] Razzak S A. Flow characteristic studies on the gas-liquid-solid circulating fluidized bed based on system stability[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2019, 113: 279-288.
- [4] HIRASAWA M, MORI K, SANO M, et al. Rate of mass transfer between molten slag and metal under gas injection stirring[J]. Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, 1987, 27(4): 277-282.
- [5] Kim S H, Fruehan R J. Physical modeling of liquid/liquid mass transfer in gas stirred ladles[J]. Metallurgical transactions B, 1987, 18: 381-390.
- [6] Song D Y, Maruoka N, Gupta G S, et al. Modeling of ascending/descending velocity of metal droplet emulsified in Pb-salt system[J]. Metallurgical and Materials Transactions B, 2012, 43: 973-983.
- [7] Natsui S, Takai H, Kumagai T, et al. Multiphase particle simulation of gas bubble passing through liquid/liquid interfaces[J]. Materials Transactions, 2014, 55(11): 1707-1715.
- [8] 周小宾, 赵占山, 汪万行. 等. 渣-金界面气泡夹带行为数值物理模拟[J]. 金属学报, 2023, 59(11): 1523-1532.
- [9] 李振, 刘炯天, 王永田等. 浮选技术的发展现状及展望[J]. 金属矿山, 2008(01): 1-6.
- [10] 樊晓鹏, 刘开平, 谭晨曦等. 浮选气泡矿化机理研究[J]. 矿业快报, 2005(07): 12-14+26.

- [11] 曾克文, 余永富. 浮选矿浆紊流强度对矿物浮选的影响[J]. 金属矿山, 2000(09): 17-20.
- [12] Feng J, Roché M, Vigolo D, et al. Nanoemulsions obtained via bubble-bursting at a compound interface[J]. Nature physics, 2014, 10(8): 606-612.
- [13] Feng J, Nunes J K, Shin S, et al. A Scalable Platform for Functional Nanomaterials via Bubble - Bursting[J]. Advanced Materials, 2016, 28(21): 4047-4052.
- [14] Prosperetti A. Bubbles[J]. Physics of fluids, 2004, 16(6): 1852-1865.
- [15] Young T. III. An essay on the cohesion of fluids[J]. Philosophical transactions of the royal society of London, 1805 (95): 65-87.
- [16] Laplace P S. Traité de mécanique céleste, 1[M]. Typ. Crapelet, 1823.
- [17] Ohta M, Imura T, Yoshida Y, et al. A computational study of the effect of initial bubble conditions on the motion of a gas bubble rising in viscous liquids[J]. International journal of multiphase flow, 2005, 31(2): 223-237.
- [18] Clift R, Grace J R, Weber M E. Bubbles, drops, and particles[J]. 1978.
- [19] Chen L, Garimella S V, Reizes J A, et al. The development of a bubble rising in a viscous liquid[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, 387: 61-96.
- [20] van Sint Annaland M, Deen N G, Kuipers J A M. Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluid method[J]. Chemical engineering science, 2005, 60(11): 2999-3011.
- [21] Hua J, Lou J. Numerical simulation of bubble rising in viscous liquid[J]. Journal of Computational Physics, 2007, 222(2): 769-795.
- [22] Sanada T, Sugihara K, Shirota M, et al. Motion and drag of a single bubble in super-purified water[J]. Fluid dynamics research, 2008, 40(7-8): 534.
- [23] Li X, Zhang P, Li J, et al. Analysis of deformation and internal flow patterns for rising single bubbles in different liquids[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2019, 27(4): 745-758.
- [24] Bhaga D, Weber M E. Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities[J]. Journal of fluid Mechanics, 1981, 105: 61-85.
- [25] Saffman P G. On the rise of small air bubbles in water[J]. Journal of Fluid Mech

- anics, 1956, 1(3): 249-275.
- [26] Böhm L, Kurita T, Kimura K, et al. Rising behaviour of single bubbles in narrow rectangular channels in Newtonian and non-Newtonian liquids[J]. International journal of multiphase flow, 2014, 65: 11-23.
- [27] Böhm L, Brehmer M, Kraume M. Comparison of the single bubble ascent in a Newtonian and a non - Newtonian liquid: a phenomenological PIV study[J]. Chemie Ingenieur Technik, 2016, 88(1-2): 93-106.
- [28] 明德智, 李强, 刘佳琳等. 基于电流体动力学的气泡浮升行为分析[J]. 高校化学工程学报, 2022, 36(06): 793-800.
- [29] Garner F H, Hammerton D. Circulation inside gas bubbles[J]. Chemical Engineering Science, 1954, 3(1): 1-11.
- [30] Ellingsen K, Risso F. On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced velocity[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 440: 235-268.
- [31] Hua J, Stene J F, Lin P. Numerical simulation of 3D bubbles rising in viscous liquids using a front tracking method[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(6): 3358-3382.
- [32] 陈斌. 高粘度流体中上升气泡的直接数值模拟[J]. 工程热物理学报, 2006(02): 255-258.
- [33] 王焕然, 李彦鹏, 杨栋等. 黏性液体中单个气泡上升的形状特性[J]. 工程热物理学报, 2009, 30(09): 1492-1494.
- [34] Fan L S, Brenner H, Tsuchiya K. Bubble wake dynamics in liquids and liquid-solid suspensions [M]. Boston: Butterworth-Heinemann, 1990: 39-43.
- [35] Tomiyama A, Celata G P, Hosokawa S, et al. Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime[J]. International journal of multiphase flow, 2002, 28(9): 1497-1519.
- [36] Davis R F. The physical aspect of steam generation at high pressures and the problem of steam contamination[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1940, 144(1): 198-216.

-
- [37] Zenz F A, Weil N A. A theoretical-empirical approach to the mechanism of particle entrainment from fluidized beds[J]. *AIChE Journal*, 1958, 4(4): 472-479.
 - [38] Isao K, Mamoru I. Mechanistic modeling of pool entrainment phenomenon[J]. *International journal of heat and mass transfer*, 1984, 27(11): 1999-2014.
 - [39] Aybers N M, Dagsöz A K. The mechanism of drop formation from gas or vapour bubbles[J]. *Wärme-und Stoffübertragung*, 1968, 1(2): 80-86
 - [40] Suzuki T, Mitachi K, Fukuda A, et al. Experimental Study on Droplet Ejection Due to Gas Bubble Bursting on Liquid Surface (Basic Study for its Application to Particle Production)[C]//*ICLASS 97 Proceedings of the Seventh International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Begel House Inc., 1997.
 - [41] Blanchard D C. The size and height to which jet drops are ejected from bursting bubbles in seawater[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1989, 94(C8): 10999-11002.
 - [42] Garner F H, Ellis S R M, Lacey J A. The size distribution and entrainment of droplets[J]. *Trans. Inst. Chem. Eng*, 1954, 32: 222-235.
 - [43] Zhang J, Chen J J J, Zhou N. Characteristics of jet droplet produced by bubble bursting on the free liquid surface[J]. *Chemical engineering science*, 2012, 68(1): 151-156.
 - [44] Struthwolf M, Blanchard D C. The residence time of air bubbles < 400 μm diameter at the surface of distilled water and seawater[J]. *Tellus B: Chemical and Physical Meteorology*, 1984, 36(4): 294-299.
 - [45] Poulain S, Villermaux E, Bourouiba L. Ageing and burst of surface bubbles[J]. *Journal of fluid mechanics*, 2018, 851: 636-671.
 - [46] 张阿漫, 王超, 王诗平等. 气泡与自由液面相互作用的实验研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(08): 300-312.
 - [47] Szekely J. Mathematical model for heat or mass transfer at the bubble-stirred interface of two immiscible liquids[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1963, 6(5): 417-422.
 - [48] Greene G A, Chen J C, Conlin M T. Onset of entrainment between immiscible li

- p>
quid layers due to rising gas bubbles[J]. International journal of heat and mass transfer, 1988, 31(6): 1309-1317.
- [49] Greene G A, Chen J C, Conlin M T. Bubble induced entrainment between stratified liquid layers[J]. International journal of heat and mass transfer, 1991, 34(1): 149-157.
- [50] Hashimoto H, Kawano S. A study on encapsulated liquid drop formation in liquid-liquid-gas systems: fundamental mechanism of encapsulated drop formation[J]. JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties, 1990, 33(4): 729-735.
- [51] Natsui S, Nashimoto R, Takai H, et al. SPH simulations of the behavior of the interface between two immiscible liquid stirred by the movement of a gas bubble[J]. Chemical Engineering Science, 2016, 141: 342-355.
- [52] Reiter G, Schwerdtfeger K. Observations of physical phenomena occurring during passage of bubbles through liquid/liquid interfaces[J]. ISIJ international, 1992, 32(1): 50-56.
- [53] Singh K K, Gebauer F, Bart H J. Bouncing of a bubble at a liquid-liquid interface[J]. AIChE Journal, 2017, 63(7): 3150-3157.
- [54] Dietrich N, Poncin S, Pheulpin S, et al. Passage of a bubble through a liquid-liquid interface[J]. AIChE journal, 2008, 54(3): 594-600.
- [55] Manga M, Stone H A. Low Reynolds number motion of bubbles, drops and rigid spheres through fluid-fluid interfaces[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1995, 287: 279-298.
- [56] Bonhomme R, Magnaudet J, Duval F, et al. Inertial dynamics of air bubbles crossing a horizontal fluid-fluid interface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2012, 707: 405-443.
- [57] Singh K K, Bart H J. Passage of a single bubble through a liquid-liquid interface [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2015, 54(38): 9478-9493.
- [58] Bo Y, Wu X, Zhou Y, et al. CFD-DPTM-VOF numerical simulation of particle motion and entrainment under the action of single and double bubbles[J]. Flow Me

- pasurement and Instrumentation, 2022, 85: 102156.
- [59] Morsi S A J, Alexander A J. An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems[J]. Journal of Fluid mechanics, 1972, 55(2): 193-208.
- [60] Brackbill J U, Kothe D B, Zemach C. A continuum method for modeling surface tension[J]. Journal of computational physics, 1992, 100(2): 335-354.
- [61] Kemiha M, Olmos E, Fei W, et al. Passage of a gas bubble through a liquid– liquid interface[J]. Industrial & engineering chemistry research, 2007, 46(19): 6099-6104.
- [62] Bonhomme R, Magnaudet J, Duval F, et al. Inertial dynamics of air bubbles crossing a horizontal fluid–fluid interface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2012, 707: 405-443.
- [63] Emery, Travis S. Bubble Interactions at Multi-Fluid Interfaces. Rochester Institute of Technology, 2019.
- [64] Ruzicka M C. On dimensionless numbers[J]. Chemical Engineering Research and Design, 2008, 86(8): 835-868.
- [65] Chesters A K, Hofman G. Bubble coalescence in pure liquids[C]//Mechanics and Physics of Bubbles in Liquids: Proceedings IUTAM Symposium, held in Pasadena, California, 15–19 June 1981. Springer Netherlands, 1982: 353-361.
- [66] Zawala J, Krasowska M, Dabros T, et al. Influence of bubble kinetic energy on its bouncing during collisions with various interfaces[J]. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 2007, 85(5): 669-678.
- [67] Manica R, Klaseboer E, Chan D Y C. The impact and bounce of air bubbles at a flat fluid interface[J]. Soft Matter, 2016, 12(13): 3271-3282.
- [68] Loth E. Quasi-steady shape and drag of deformable bubbles and drops[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2008, 34(6): 523-546.
- [69] Moore D W. The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1965, 23(4): 749-766.
- [70] Reynolds O. IV. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp tower’s experiments, including an experimental determination of the viscosity

of olive oil[J]. Philosophical transactions of the Royal Society of London, 1886 (177): 157-234.

- [71] Vakarelski I U, Manica R, Li E Q, et al. Coalescence dynamics of mobile and im mobile fluid interfaces[J]. Langmuir, 2018, 34(5): 2096-2108.

硕士研究生期间取得的工作成果

已发表论文：

1. Bin Liao, Zaihe Yang, Shanqun Chen. On the rupture of a liquid film formed by a shocked drop-in-liquid[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2022, 157: 104264. (SCIE 收录);
2. Bin Liao, Zaihe Yang, Shanqun Chen. Numerical Investigation of Two In-Line Two-Dimensional Bubbles Rising in a Two-Dimensional Quiescent Ambient Liquid by a Conservative Phase-Field Lattice Boltzmann Method[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2022, 2022: 4090324. (SCIE 收录);
3. 廖斌,杨在贺,卜洋等.高液压水体中近壁面空化气泡坍塌的动力学特性研究[J].振动与冲击,2023,42(11):11-18+26.DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2023.11.002. (EI 收录)
4. 杨在贺, 张龙飞, 姚乐, 陈善群, 廖斌.上升气泡穿过不相溶液-液界面的液体夹带模式[J]. 安徽工程大学学报. (已录用)

主持与参与的科研项目：

1. 2022.01-2022.12 作为项目参与人参加安徽省高校研究生科研项目《重力作用下弯管内气液两相流的流动模拟及压力损失特性研究》，项目编号 JS20210454；（已结题）
2. 2022.01-2022.12 作为项目参与人参加安徽省高校自然科学项目《非规则压电双向功能梯度层板的等几何建模及其形状控制一体化设计研究》，项目编号 KJ2021A0506；（已结题）
3. 2022.01-2022.12 主持安徽工程大学研究生实践与创新项目《上升气泡穿过不相溶液-液界面的夹带模式与机理研究》，项目编号 YJS2023CX018；（已结题）
4. 2023.09- 至今 作为项目参与人参加安徽省自然科学基金项目《冲击激励下屈服应力型流体中裹挟气泡的动力学行为机理研究》，项目编号 2308085MA28。（在研）

获奖情况：

1. 2022 年获得美国大学生数学建模竞赛三等奖，授予单位为美国数学及其应用联合会。

致谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼间，我的硕士研究生生涯即将画上圆满的句号。回首过去的日子，心中充满感激与不舍。在此，我谨向所有给予我帮助、支持和鼓励的人致以最诚挚的谢意。

首先，我要衷心感谢我的导师廖斌副教授。廖老师学识渊博，治学严谨，无论是在学业上还是在做人方面，都给予了我极大的帮助和指导。在论文的写作过程中，廖老师倾注了大量的心血和精力，从选题、构思到修改，都给予了我耐心的指导和宝贵的建议。廖老师严谨的学术态度和深厚的学术造诣，让我受益终身。同时，我还要感谢陈善群教授。陈老师从我入学之初就对我的学业和成长付出了巨大的心血。在研究过程中，陈老师给予了我极大的帮助和支持，让我能够顺利地完成研究工作。陈老师的耐心和细心以及严谨的工作态度，是我以后前进的方向。

当然，我还要感谢我的父母。他们一直以来给予我无限的支持和鼓励，是我最坚实的后盾。在我遇到困难时，他们总是给我最温暖的拥抱和最有力的支持，让我能够勇往直前。

此外，我还要感谢我同窗刘锋、徐文智、何雨、朱龙飞，在实验室里相互帮助，共同成长。感谢我的师姐田菁艾、汪冰和师兄解明明、卢港伟、夏雨、张阿祥在学术上给我的帮助，在我研究生生涯中，他们一直陪伴在我身边，给予我关心和帮助。我们一起探讨学术问题，一起分享生活点滴，一起度过了许多难忘的时光。他们的陪伴让我的研究生生涯更加丰富多彩。

最后特别感谢我高三班主任康传秋老师，康老师教学能力出众，教学方法多样，为人和善，师风师德高尚，在我人生中最关键的时期给予了无尽的关怀和指导，为我现在的成就奠定了基础，我深感自己的成长离不开康老师的悉心教导和关怀。在此，再次向康老师表示衷心的感谢和崇高的敬意。

再次感谢所有给予我帮助和支持的人，你们的关心和帮助是我前进的动力。我将永远铭记这段美好的时光，继续前行，为实现自己的人生目标而努力奋斗。

杨在贺

二零二四年于芜湖