

分类号: TH133.3

学校代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2210110116



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目

基于热-力耦合的双列角接触球轴承

打滑特性研究

论 文 作 者

杨仁志

指 导 教 师

王风涛 副教授

学 科 (专 业)

机械工程

研 究 方 向

滚动轴承仿真研究

论文提交日期: 2024 年 6 月 1 日

分类号：TH133.3

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2210110116

基于热-力耦合的双列角接触球轴承打滑特性研究

ANALYSIS ON SLIP CHARACTERISTICS OF DOUBLE-ROW
ANGLE CONTACT BALL BEARINGS BASED ON HEAT-
MECHANICAL COUPLING

学生姓名：	<u>杨仁志</u>
指导老师：	<u>王风涛 副教授</u>
专 业：	<u>机械工程</u>
研究方向：	<u>滚动轴承仿真研究</u>

论文答辩日期：2024 年 5 月 25 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：杨志

日期：2024年6月1日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：杨志

指导教师签名：王风涛

日期：2024年6月1日

日期：2024年6月1日

基于热-力耦合的双列角接触球轴承打滑特性研究

摘 要

作为机械系统的关键支承部件，双列角接触球轴承在动力装备中被广泛应用。随着动力装备朝着高转速、高可靠方向发展，双列角接触球轴承打滑问题越来越突出，打滑不但引起轴承发热及磨损增大，甚至引起局部损失以至轴承过早失效。因此，本文针对高速双列角接触球轴承，以热-力耦合模型为核心，开展打滑影响因素分析，揭示了轴承打滑规律变化。主要研究内容包括：

从钢球的一般运动入手，建立轴承坐标系，运用钢球在坐标系中的坐标变换展开对双列角接触球轴承拟静力学模型的计算。基于拟静力学模型展开对双列角接触球轴承研究。对双列角接触球轴承力学和运动学特性进行分析，研究不同工况参数对双列角接触球轴承力学和运动学特性的影响。同时研究了不同工况参数双列角接触球轴承刚度特性和打滑特性的影响。其中工况对双列角接触球轴承钢球和滚道间的相对滑动速度影响与离心力相对应：其中轴向载荷，径向载荷和外力矩的增大对左列钢球的相对滑动速度影响趋势与离心力相反，而转速的变大对左列钢球的相对滑动速度变化趋势与离心力相同；右列钢球与滚道间的相对滑动速度变化趋势与离心力基本相同。

计算轴承服役工作时钢球与各接触部件间的摩擦生热和热传递，利用热量传递的结果计算热阻，建立设定节点的稳态热平衡方程计

算个节点温度。最后将温度变化引起的热变形代入拟静力学中计算，得到热-力耦合模型。在此基础上对不同工况下双列角接触球轴承打滑特性进行了研究。并对双列角接触球轴承服役过程中产生的结构热变形进行分析。再进一步研究轴承刚度和打滑特性的变化，并作出轴承在热耦合与未耦合下的变化对比。

进行实验验证双列角接触球轴承服役过程的生热量与计算热量证明模型正确性。设计了针对不同工况参数和不同润滑油流量大小的四组实验，通过测量双列角接触球轴承的外圈温度，与模型计算温度进行比较，得出双列角接触球轴承的外圈计算温度与实验温度的误差小于 20%，在合理误差范围之内。

关键词：双列角接触球轴承，拟静力学，热-力耦合，刚度，打滑

RESEARCH ON SLIP CHARACTERISTICS OF DOUBLE- ROW ANGLE CONTACT BALL BEARINGS BASED ON HEAT-MECHANICAL COUPLING

ABSTRACT

As a key supporting component of mechanical systems, double row angular contact ball bearings are widely used in power equipment. With the development of power equipment towards high speed and high reliability, the problem of sliding of double row angular contact ball bearings is becoming increasingly prominent. Sliding not only causes bearing heating and increased wear, but also leads to local losses and premature bearing failure. Therefore, this article focuses on high-speed double row angular contact ball bearings, with a thermal mechanical coupling model as the core, and conducts an analysis of the factors affecting slip, revealing the changes in bearing slip patterns. The main research content includes:

Starting from the general motion of steel balls, establish a bearing coordinate system, and use the coordinate transformation of steel balls

in the coordinate system to calculate the quasi-static model of double row angular contact ball bearings. Research on double row angular contact ball bearings based on quasi-static models. Analyze the mechanical and kinematic characteristics of double row angular contact ball bearings, and study the influence of different operating parameters on the mechanical and kinematic characteristics of double row angular contact ball bearings. Further study the influence of different operating conditions on the stiffness and slip characteristics of double row angular contact ball bearings. Among them, the influence of working conditions on the relative sliding speed between steel balls and raceway of double-row angular contact ball bearing corresponds to centrifugal force: the increase of axial load, radial load and external torque has the opposite trend to centrifugal force, while the increase of rotational speed has the same trend to the relative sliding speed of left-row steel balls; The change trend of the relative sliding speed between the right row of steel balls and the raceway is basically the same as the centrifugal force.

Calculate the frictional heat generation and heat transfer between the steel ball and the contact parts during the service operation of the bearing, calculate the thermal resistance by using the results of heat transfer, and establish the steady-state thermal equilibrium equation of the set node to calculate the temperature of each node. Finally, the thermal deformation caused by temperature change is brought into the

quasi-statics to calculate, and the thermal-mechanical coupling model is obtained. On this basis, the slip characteristics of double-row angular contact ball bearings under different working conditions were studied. The structural thermal deformation of double-row angular contact ball bearings during service was analyzed. The changes in stiffness and slip characteristics of the bearings are further studied, and the changes of the bearings under thermal coupling and uncoupling are compared.

Conduct experimental verification to verify the correctness of the model by comparing the generated heat and calculated heat during the service process of double row angular contact ball bearings. Four sets of experiments were designed for different operating parameters and lubricating oil flow rates. By measuring the outer ring temperature of the double row angular contact ball bearing and comparing it with the calculated temperature of the model, it was found that the error between the calculated outer ring temperature of the double row angular contact ball bearing and the experimental temperature was less than 20%, which is within a reasonable error range.

YangRenzhi (mechanical engineering)

Supervised by WangFengtao

KEY WORDS: double row angular contact ball bearings, pseudo-statics, heat-mechanical coupling, stiffness, slip

目录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.1.1 研究背景	1
1.1.2 研究意义	2
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 轴承力学模型研究现状	3
1.2.2 轴承热特性分析研究现状	4
1.2.3 轴承刚度特性研究现状	4
1.2.4 轴承打滑特性研究现状	5
1.3 主要研究内容	6
第 2 章 双列角接触球轴承拟静力学模型	7
2.1 双列角接触球轴承静力学分析	7
2.2 双列角接触球轴承拟静力学模型	7
2.2.1 建立坐标系	8
2.2.2 载荷位移关系分析	8
2.2.3 轴承的运动分析	10
2.2.4 拟静力学平衡方程	11
2.3 双列角接触球轴承受接触载荷力分析	12
2.4 本章小结	15
第 3 章 双列角接触球轴承力学和运动学特性分析	17
3.1 双列角接触球轴承力学特性分析	17
3.1.1 双列角接触球轴承俯仰角的分析	17
3.1.2 双列角接触球轴承陀螺力矩的分析	19
3.1.3 双列角接触球轴承离心力的分析	22
3.2 双列角接触球轴承运动特性分析	24
3.2.1 双列角接触球轴承自转速度的分析	24
3.2.2 双列角接触球轴承公转速度的分析	26

3.3 双列角接触球轴承刚度特性分析	28
3.3.1 工况参数对轴承刚度的影响	29
3.3.2 结构参数对轴承刚度的影响	31
3.4 双列角接触球轴承滑动特性分析	33
3.5 本章小结	35
第 4 章 双列角接触球轴承热-力耦合特性分析	37
4.1 双列角接触球轴承热-力耦合模型	37
4.1.1 生热分析	37
4.1.2 热传递计算	39
4.1.3 模型建立	41
4.2 双列角接触球轴承热-力耦合下滑动特性分析	42
4.3 双列角接触球轴承热变形分析	44
4.3.1 轴向载荷对轴承热变形量影响	44
4.3.2 径向载荷对轴承热变形量影响	46
4.3.3 转速对轴承热变形量影响	48
4.4 双列角接触球轴承热耦合和未耦合时对刚度的影响	50
4.5 双列角接触球轴承热耦合和未耦合时对打滑的影响	52
4.6 本章小结	55
第 5 章 双列角接触球轴承热耦合实验分析	57
5.1 试验台原理	57
5.2 实验原理	60
5.3 实验验证	60
5.4 本章小结	62
第 6 章 总结与展望	64
6.1 主要总结	64
6.2 展望	65
攻读学位期间发表的学术论文目录	66
参考文献	67

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 研究背景

滚动轴承是一种可以限制其轴向移动的支撑设备，作为旋转机械系统中的重要轴承部件，因其具有较长的使用寿命、能承受多种组合载荷、摩擦损耗低以及右众多的类型可供选择等优点，所以滚动轴承一直以来都在生产生活中应用广泛，备受关注，如图 1.1 所示。一个国家的滚动轴承自主研发设计水平和制造水准，是国家高端研发与制造生产的标志^[1]。目前，虽然我国轴承的总体产量较高，但自主生产轴承产品质量较低，高端性能轴承主要依赖进口。在极端苛刻环境条件下，我国高端性能滚动轴承技术无法满足服役要求，这将严重制约高精装备制造业的发展。

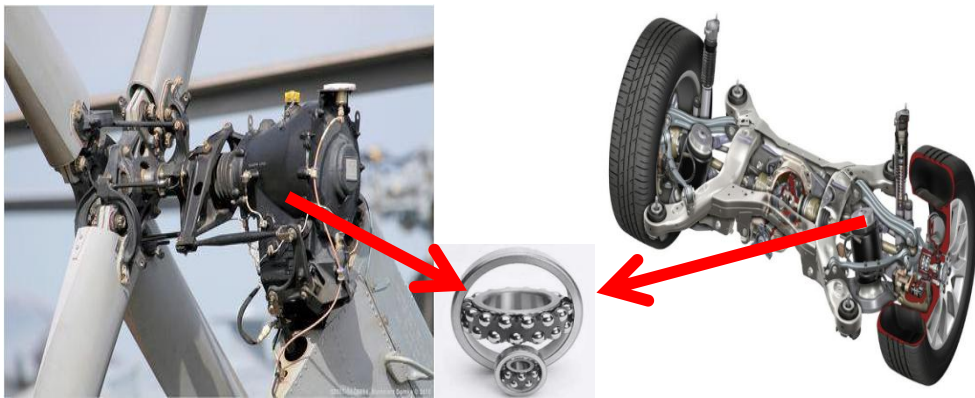


图 1.1 滚动轴承的应用

我国现行的高铁动车组所用轴承大都进口自德国、日本以及瑞典等国，几乎被全部垄断。我国高端性能滚动轴承技术一直处于落后地位：在对轴承的精细指标研究方面也较为落后；在转速性能方面，我国国产轴承的额定转速值仅为国外的一半；在润滑方面，国外已展开了对特殊服役环境下润滑油和润滑脂的研究；在振动和噪声方面，国外已经发明了静音和超静音轴承；国外轴承使用寿命也较我国轴承高。

双列角接触球轴承作为滚动轴承的一种，因其独特的结构特性在工业上受到广泛的应用。双列角接触球轴承能够同时承受较大的径向和轴向载荷，在工业设备中能够提供可靠的支撑和承载能力，在承受较大的组合载荷、力矩和高

转速时仍具有较高的回转精度^[2]。同时双列角接触球轴承能够提供较长的使用寿命和可靠性，其内外圈的接触角度和预加载设计也能够减少疲劳和磨损，从而延长轴承寿命。由于其结构的设计和接触角度的优化，双列角接触球轴承能够保持较低的摩擦和较小的滚动阻力，使得工业设备在高速运转时表现出稳定性和低噪音。双列角接触球轴承对工业设备的正常运行和性能提升起到关键作用，广泛应用于机床主轴、高速发电机、冶金设备和航空航天中。

长期以来，对双列角接触球轴承打滑现象的研究分析经常被忽视。建立角接触球轴承研究轴承服役时的产热，分析产热对轴承部件造成的热变形反作用于轴承的打滑状态。分析轴承在热耦合时与未耦合时的滑动状态，对比分析热变化对轴承服役状态和作用产生的影响，对双列角接触球轴承的设计制造和失效分析具有重要的理论意义。

1.1.2 研究意义

虽然现在已经有了针对双列角接触球轴承的动力学仿真分析^[3]，但对于双列角接触球轴承，动力学计算过于复杂，拟静力学分析则简单又精准^[4]。从实际应用出发，拟静力学模型可以对双列角接触球轴承力学特性和运动学特性进行准确分析，从而认识双列角接触球轴承部件间的运动状态，更好对双列角接触球轴承展开研究。目前国内只有针对单列角接触球轴承的拟静力学分析，且大都不考虑力矩的影响。而对于能够承受较大力矩的双列角接触球轴承无法提供有效的参考。本文从双列角接触球轴承的运动入手，建立坐标系，通过对轴承部件间的位置矢量进行坐标变换建立方程求解，建立仿真模型。

轴承在服役过程中存在有多种失效方式，其中润滑不良导致的摩擦磨损、预紧力过大和配合间隙不当等问题都会导致轴承产品提前失效^[5,6]。双列角接触球轴承在服役中不可避免地会发生打滑现象，轴承滚动体与滚道间的滑动会造成轴承的过度磨损，导致轴承使用寿命降低。同时，打滑会产生摩擦热，这部分摩擦热会使轴承结构尺寸和内部间隙发生微小形变，间接影响双列角接触球轴承各部件间的相互作用，影响整个轴承的运动状态。由此可见，双列角接触球轴承在服役中会受到热、力或者热力耦合的多重作用，影响轴承的精度稳定性和寿命等。研究双列角接触球轴承热-力耦合作用下的打滑特性有着重要意义。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 轴承力学模型研究现状

建立针对轴承的力学分析模型可以有效的对轴承的运动状态进行分析,帮助学者更好的研究轴承性能,利于轴承的设计。R.Stribeck 首次建立了静力学模型^[7]。A.Palmgren 等建立了同时承受多种载荷作用的球轴承静力学模型,对轴承载荷分布和变形进行分析^[8,9]。Rumbarger 建立了止推球轴承的静力学模型,进行了应力和变形分析^[10]。Akturk 利用静力学模型研究了滚动体参数对轴承性能的影响^[11]。

Jones 在静力学分析基础上增加了对轴承滚子旋转运动的研究,得到拟静力学模型分析方法^[12]。Kabus 等将拟静力学模型和高精度弹性半空间理论结合并对滚子轴承疲劳寿命等问题展开了分析^[13]。Harri 考虑润滑剂的作用,并添加了拖动力的经验公式,得到的仿真结果更准确^[14]。Liao 建立了球轴承的三维几何模型,通过计算可得轴承滚子球的离心力^[15]。Jiang 建立模型计算了球和滚道间的振动效应^[16]。Kang 在拟静力学分析中结合了有限元的方法,可以提高仿真分析精确度^[17]。Nelias 等通过构建的圆锥滚子轴承拟静力学模型,重点分析了滚子的倾斜^[18]。李震等建立拟静力学模型对双列圆锥滚子轴承进行载荷和寿命分析^[19]。林国昌等给出了不规则滚道轴承的拟静力学分析方法^[20]。马子魁将润滑油的影响考虑进了拟静力学模型中,结合弹流润滑拖动力公式,改进了球轴承的拟静力学分析模型^[21]。张占立等通过建立拟静力学分析模型研究了径向力对圆柱滚子轴承动力学特性的影响^[22]。

Poplawski 和 Rumbarger 在 Harris 建立的拟动力学分析模型基础上增加了对轴承各组成部分间相互作用的研究^[23-25]。罗祝三等加入了拖动力公式改进了模型^[26]。邓四二等在此基础上考虑了润滑油对轴承性能的影响^[27,28]。Gupta 放开了轴承所有部分的自由度限制,建立了滚动轴承完全动力学模型^[29]。叶振环等在 Gupta 模型的基础上对轴承动态性能进行了研究^[30-32]。徐港辉针对斜齿轮传动系统,进行了齿轮和轴承的耦合动力学建模,并分析系统的振动特性^[33]。

静力学模型难以准确描述轴承的动态性能,而动力学模型考虑的因素太多,求解较为复杂。而拟静力学模型可有效地计算双列角接触球轴承的力学特性和运动学特性,故本文选用拟静力学模型进行分析。

1.2.2 轴承热特性分析研究现状

双列角接触球轴承在服役过程中由于发生各种摩擦会产生大量的热，导致轴承内部部件温度升高，轴承寿命降低^[34]。现在对热特性的分析方法主要有两种：有限元法和热网络法，一般热网络法可用于滚动轴承瞬态和稳态热分析^[35]。

Palmgren 通过多次实验推导出了摩擦力矩的计算公式^[36]。Harris 等利用该公式计算了轴承内部的摩擦生热，提出了针对不同热传递方式下热阻的计算方法，并建立了热网络传热模型^[37]。Nélias 等针对角接触球轴承提出了加入弹流润滑模型的拟动力学模型，对保持架展开了重点研究^[38]。Rumbarger 考虑了轴承腔内润滑油与空气混合摩擦的影响，建立模型计算了润滑油与空气的摩擦功耗^[39]。Jorgensen 建立了考虑热变形的主轴轴承稳态三维传热模型^[40]。

闫卫平针对齿轮传动系统的设计建立了齿轮传动系统的三维模型和有限元温度场仿真模型，进行了干运转下的热分析^[41]。Li 等在建立的动力学模型基础上将热网络法与有限元结合，建立了热分析模型^[42-44]。Pouly 等在建立的模型中考虑了润滑油带走了热量^[45]。杨咸启等用多种不同的方式计算了轴承生热量，并分析了轴承的温度分布^[46,50]。梁群在进行热分析时考虑了润滑油的影响^[51]。

1.2.3 轴承刚度特性研究现状

从结构上讲，双列角接触球轴承可以看作是两个单列角接触球轴承的并联组合，但简单地叠加两个单列角接触球轴承的刚度矩阵不足以得到双列角接触球轴承的刚度值^[52]。

早期学者^[53-55]提出了各种轴承刚度的计算方法，但没有一种能准确计算出轴承的刚度矩阵。后来有学者^[56-59]提出了一种通过球轴承载荷-位移方程的导数或偏导数来计算刚度矩阵的计算方法，这种方法更加精确和适用。Gunduz 和 Singh^[59, 60]计算了平均轴承位移和平均载荷向量，进而计算出轴承刚度，并通过商业程序代码验证了提出的刚度公式。William 等人提供了一种用测量的轴承阻力来表示滚子和滚道之间的润滑膜的方法。结果表明，润滑油膜的形成增加了轴承的刚度和阻尼^[61]。张等考虑了离心力等动态力的影响，然后分析了轴向载荷、转速、接触角等因素对复合轴承预紧力和刚度的影响^[62]。Ehsan Kazeminezhad 等利用非线性有限元程序证明了弹性支座的竖向刚度与支座转动和轴向位移有关^[63]。Yu 等在双列圆柱滚子轴承力学的基础上结合赫兹接触和润

滑油膜，分析了不同外载荷、转速和润滑油动力粘度下的刚度变化特性^[64]。方等提出了一种改进的具有更广泛适用性的球轴承数学模型，后来又分析了游隙对不同工况下轴承刚度变化的影响^[65]。Geng 等和 Xu 等对双列角接触球轴承的研究考虑了内圈角偏差，分析了套圈的偏心对轴承刚度的影响^{[66][67]}。赵心怡等人基于应力-强度理论，考虑到轴承的多种参数建立了一种高效且准确的可靠性评估方法^[68]。

1.2.4 轴承打滑特性研究现状

双列角接触球轴承存在且不可避免地存在滚子球的滑动，滚子球滑动会对轴承刚度产生一定的影响。目前，对双列角接触球轴承滑动特性的研究很少。Hariss^[69,70]提出了高速滚子轴承的滑动预测模型，利用滚道控制技术和准静态方法准确预测滚动轴承的滑动行为，并提出防滑设计准则。Laniado 等人提出了基于有限元法的滚子轴承数值模型，分析了滚子与滚道之间的滑动^[71]。Sharard 建立了一个模型，其中考虑了陀螺仪效应，以分析角接触球轴承在各种外部载荷和变速下的滑动行为，并实现了载荷分布的准静态分析^{[72][73]}。Han 等建立了考虑赫兹接触和弹流润滑的非线性动力学模型来研究滑移现象。结果表明，径向载荷和弯矩都会影响滑动速度^[74,75]。Gao 等提出了一个综合模型来研究和预测滑动机理。通过改变载荷、转速和润滑剂供给条件，实验结果表明新的综合模型比现有模型更精确^[76]。

张涛系统的划分了球轴承的打滑模式，提出了影响打滑的因素并指出预紧力的确定可以有效防止打滑^[77]。黄贤振等利用力学模型分析和试验得到打滑的临界平面，建立打滑的状态方程分析轴承参数对打滑的影响程度。得出轴承滚动体直径的大小对轴承打滑程度影响最大的结论^[78]。高帅等考虑了轴承内部的温升与热弹性变形对打滑的影响^[79]。张振潮等建立了飞轮轴承打滑的动力学模型，并利用高速摄像机测试了不同工况下的角接触球轴承保持架打滑率^[80]。韩静文等建立模型展开了对圆柱滚子轴承打滑特性的研究^[81-83]。彭城等分析了接触角对三点轴承球轴承打滑的影响，结果表明打滑率随接触角的升高而增大^[84]。王宇等研究了倾斜角和轴向预紧力的变化对微涡轮角接触球轴承受力和打滑的影响，并总结了轴承打滑的临界曲线^[85]。

滚动轴承服役中的生热对轴承的打滑特性有较大的影响，本文将着重研究

生热对双列角接触球轴承打滑特性的影响。

1.3 主要研究内容

本文的研究内容主要分为三个部分。

第一部分为建立起双列角接触球轴承的拟静力学模型。从钢球的一般运动入手,运用钢球在坐标系中的坐标变换建立双列角接触球轴承的拟静力学模型。在所建立的模型基础上,研究了不同的工况参数对双列角接触球轴承每列钢球受接触载荷,离心力,陀螺力矩等力学特性以及每列钢球自转速度和公转速度等运动特性的影响分析。研究了不同的工况参数和结构参数对双列角接触球轴承刚度特性的影响,以及不同的工况参数对双列角接触球轴承打滑特性的影响。

第二部分为建立起双列角接触球轴承的热-力耦合模型。计算轴承服役工作时钢球与各接触部件间的摩擦生热和热传递,利用热量传递的结果计算热阻,建立设定节点的稳态热平衡方程计算个节点温度。最后将温度变化引起的热变形带入拟静力学中计算,得到热-力耦合模型。在建立的双列角接触球轴承热-力耦合模型下,分析了在热耦合时不同工况参数对双列角接触球轴承打滑特性的影响。又利用计算的轴承生热量得到轴承部位的热变形量,分析了不同工况时双列角接触球轴承主要部位的热变形量。研究了轴承在热耦合和未耦合下的刚度特性以及打滑特性的对比,分析热耦合对双列角接触球轴承打滑特性的影响。

第三部分为双列角接触球轴承的生热量实验验证。通过实验测量双列角接触球轴承外圈温度,设计了不同轴向载荷,径向载荷,转速和润滑油流量下模型计算温度和实际实验温度的对比,验证本文建立的热-力耦合模型的准确性。

第 2 章 双列角接触球轴承拟静力学模型

本章将从双列角接触球轴承滚子球的一般运动入手，建立轴承的运动坐标系，通过坐标转换建立拟静力学平衡方程，建立双列角接触球轴承的拟静力学模型。并利用拟静力学模型分析不同的工况对轴承所受接触载荷的影响。

2.1 双列角接触球轴承静力学分析

如图 2-1 所示，角接触球轴承受到轴向载荷时其接触角会增大，Harris^[2]给出了静态下角接触球轴承受到轴向载荷作用时接触角 α 的关系式。轴承在外力 F_a 和 F_r 的共同作用下，受载套圈会产生对应方向上的位移 δ_a 和 δ_r 。邓四二等^[87]给出径向和轴向联合载荷作用下双列轴承的各自最大载荷的求解方法，可求得双列角接触球轴承在联合载荷作用下内圈的轴向位移初值 δ_a 和径向位移初值 δ_r 。

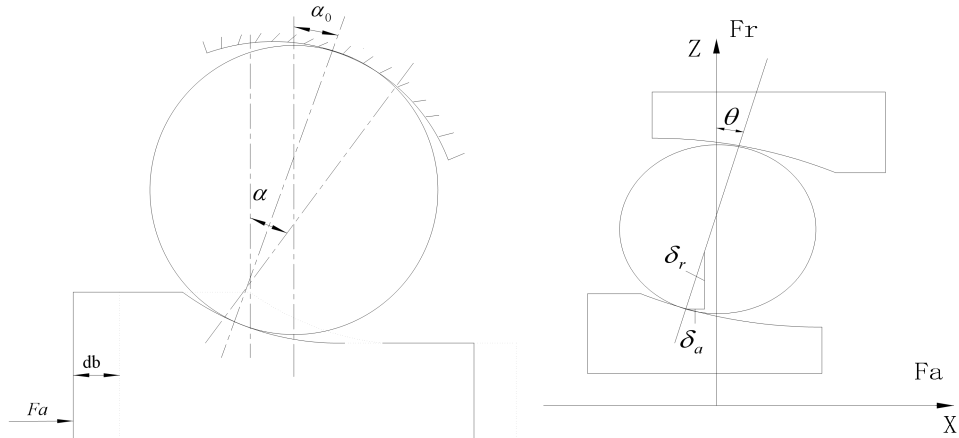


图 2-1 角接触球轴承的位移和接触变形

如图 2-1 所示，角接触球轴承内圈相对于外圈自由偏转角计算公式为^[88]：

$$\theta = \theta_i + \theta_o \quad (2-1)$$

其中： θ_i 为内圈偏转角， θ_o 为外圈偏转角。

2.2 双列角接触球轴承拟静力学模型

本文研究的双列角接触球轴承型号为 3205A，基于此模型建立了一个五自由度的拟静力学模型。如图 2-2 所示，轴承共有 13 个滚动体钢球，第一个钢球位置在图中标出，其余钢球位置依次分布。双列角接触球轴承的载荷矢量为 $F_m = \{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y\}$ ，位移矢量为 $q_m = \{\delta_x, \delta_y, \delta_z, \gamma_y, \gamma_z\}$ ，如图 2-2 所示。

其中 F_x, F_y, F_z 和 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ 分别是 X, Y, Z 轴上所受载荷和产生的唯一, M_y, M_z 和 γ_y, γ_z 分别是 Y 和 Z 方向上所受力矩和产生的角位移。轴承轴可以绕 X 轴旋转, 所以 X 轴所受的力矩和产生的角位移为零。

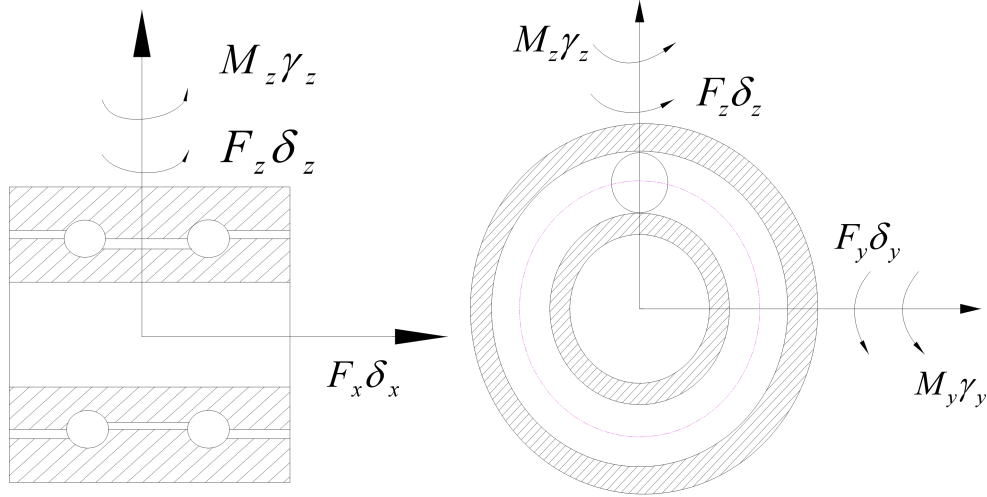


图 2-2 角接触球轴承的受力和位移示意图

2.2.1 建立坐标系

为了准确描述双列角接触球轴承各部件的载荷分布和运动特性, 本文建立四种坐标系: 空间惯性坐标系; 轴承内圈方位坐标系; 球方位坐标系; 球-滚道接触坐标系。其中由空间惯性坐标系转换到轴承内圈方位坐标系的变换矩阵为:

$$[T_{ir}] = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

由惯性坐标系转换到球方位坐标系的变换矩阵为:

$$[T_{ia}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

2.2.2 载荷位移关系分析

双列角接触球轴承在外力载荷作用下, 内部各部件间会产生微小的位移, 滚子球载荷分布也会发生变化。内圈的几何中心在空间惯性坐标系中矢量表示为:

$$r_{gr}^i = (\delta_a \quad 0 \quad \delta_r)^T \quad (2-4)$$

滚子球的几何中心在空间惯性坐标系中的矢量表示为:

$$r_{gb}^i = (x \quad -r \sin \varphi \quad r \cos \varphi)^T \quad (2-5)$$

其中： r ——滚子球几何中心到轴承轴线距离； φ ——滚子球的方位角。

在双列角接触球轴承内圈方位坐标系中，球几何中心相对于内圈几何中心的矢量为：

$$r_{brc}^r = r_{gb}^r - r_{gr}^r = \begin{pmatrix} (x - \delta_a) \cos \varphi - (r \cos \varphi - \delta_r) \sin \varphi \\ -r \sin \varphi \\ (x - \delta_a) \sin \varphi + (r \cos \varphi - \delta_r) \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

轴承内外圈间的夹角为：

$$\varphi' = \arctan\left(\frac{-r_{brc2}^r}{r_{brc3}^r}\right) = \arctan\left(\frac{r \sin \varphi}{(x - \delta_a) \sin \varphi + (r \cos \varphi - \delta_r) \cos \varphi}\right) \quad (2-7)$$

其中 r_{brc2}^r 和 r_{brc3}^r 分别为 r_{brc}^r 的第二和第三个分量。内圈曲率中心相对于内圈几何中心的矢量在内圈方位坐标系中表示为：

$$r_{gc}^r = \left(\frac{L_i}{2} \quad -R \sin \varphi' \quad R \cos \varphi'\right)^T \quad (2-8)$$

其中： R ——内滚道沟曲率轨迹圆半径； L_i ——两列滚道曲率中心距。

则在空间惯性坐标系中，球的几何中心相对于内圈曲率中心的矢量表示为：

$$r_{br}^i = r_{gb}^i - (r_{gr}^i + r_{gc}^i) = \begin{pmatrix} x - \frac{L_i}{2} \cos \theta - \delta_a - R \cos \varphi' \sin \theta \\ -r \sin \varphi + R \cos \varphi' \\ r \cos \varphi + \frac{L_i}{2} \sin \theta - \delta_r - R \cos \varphi' \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

将式(2-9)转换到球的方位坐标系，则：

$$r_{br}^a = [T_{ia}] r_{br}^i = \begin{pmatrix} x - \frac{L_i}{2} \cos \theta - \delta_a - R \cos \varphi' \sin \theta \\ R(\sin \varphi' \cos \varphi - \cos \varphi' \sin \varphi \cos \theta) + \frac{L_i}{2} \sin \theta \sin \varphi - \delta_r \sin \varphi \\ r - R(\sin \varphi' \sin \varphi - \cos \varphi' \cos \varphi \cos \theta) + \frac{L_i}{2} \sin \theta \cos \varphi - \delta_r \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (2-10)$$

由式(2-10)可得滚子球与内套圈间的两个接触角为：

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{r_{br1}^a}{r_{br3}^a}\right) \quad (2-11)$$

$$\alpha_2 = \arctan\left(\frac{-r_{br2}^a}{\sqrt{r_{br1}^a{}^2 + r_{br3}^a{}^2}}\right) \quad (2-12)$$

式中： r_{br1}^a 、 r_{br2}^a 、 r_{br3}^a —— r_{br}^a 的第一、第二、第三分量。则：

$$[T_{ac}] = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & 0 & -\sin \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (2-13)$$

双列角接触球轴承的滚子球与内滚道的接触变形为：

$$\delta = \sqrt{r_{br1}^a{}^2 + r_{br2}^a{}^2 + r_{br3}^a{}^2} - (f_i - 0.5)D \quad (2-14)$$

可得滚子球与内滚道的接触载荷为：

$$\begin{cases} Q_i = 0 & \delta \leq 0 \\ Q_i = K_i \delta^{1.5} & \delta \geq 0 \end{cases} \quad (2-15)$$

滚子球与外滚道的接触载荷 Q_o 以同样方式求得。

2.2.3 轴承的运动分析

双列角接触球轴承在运转时滚子球会以一定的转速绕轴承轴线公转，同时又以另一转速绕自身的轴线自转。如图 2-3 所示， P 点为纯滚动点，滚子球与套圈沟道的接触表面是个椭球面，纯滚动点出现在椭圆长轴上。根据 Gupta^[89] 的研究，在求解滚子球的自转速度 ω_x 、 ω_z 和公转速度 $\dot{\theta}$ 时，需要建立三个方程进行联立求解，第一个方程由控制套圈（假设外圈控制，用 o 表示）纯滚动点 x_0 的滑动速度为 0 得到；第二个方程由控制套圈上沿 $\bar{z}$ 轴方向上相对自旋角速度为 0 得到；第三个方程由对于允许自旋的套圈，球与套圈只在 $x_0=0$ 处接触，此处滑动速度为 0 得到。在滚子球与控制套圈的接触椭圆中，纯滚动点的 x 轴坐标为 $x_p / a = 0.3472936$ 。

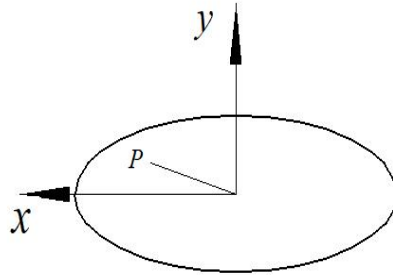


图 2-3 接触椭圆纯滚动点位置示意图

在球-滚道接触坐标系中，套圈的角速度为：

$$\omega_{co} = [T_{ac}] \begin{pmatrix} \omega_o \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_o \cos \alpha_1 \\ 0 \\ \omega_o \sin \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (2-16)$$

滚子球的自转角速度为：

$$\omega_{so} = [T_{ac}] \begin{pmatrix} \omega_x \\ 0 \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_x \cos \alpha_1 - \omega_z \sin \alpha_1 \\ 0 \\ \omega_x \sin \alpha_1 + \omega_z \cos \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

滚子球的公转速度为：

$$\omega_{ro} = [T_{ac}] \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \cos \alpha_1 \\ 0 \\ \dot{\theta} \sin \alpha_1 \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

2.2.4 拟静力学平衡方程

在得到滚子球的自转和公转速度后，可计算球的离心力为：

$$F_c = m r_b \dot{\theta}^2 \quad (2-19)$$

其中： m ——钢球的质量； r_b ——钢球的径向位置。滚子球上的陀螺力矩为：

$$M_g = \dot{J} \times 10^3 \dot{\theta} \sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2} \sin \beta \quad (2-20)$$

其中： $\dot{J}$ ——球的转动惯量， β ——滚子球自转的姿态角，计算公式为：

$$\beta = \arctan \left(\frac{\sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 + \gamma \frac{D}{dm}} \right) \quad (2-21)$$

若内圈为轴承的控制套圈， α_1 为滚子球与内圈的接触角， $\gamma = -1$ ；当外圈为轴承的控制套圈时， α_1 为球与外圈的接触角， $\gamma = 1$ 。

如图 2-4 所示，对于某滚动体，如果为外滚道控制，则球与外滚道间的摩擦力完全抵消球的陀螺力矩 M_{gi} ， $\lambda_{ij} = 0$ ， $\lambda_{oj} = 1$ ；如果为内滚道控制，则球与内外滚道间的摩擦力平均地抵消球的陀螺力矩，此时 $\lambda_{ij} = 0.5$ ， $\lambda_{oj} = 0.5$ 。滚子球与内外滚道间的摩擦阻力为：

$$\begin{cases} F_{gij} = \lambda_{ij} \frac{M_{gj}}{D} \\ F_{goj} = \lambda_{oj} \frac{M_{gj}}{D} \end{cases} \quad (2-22)$$

其中： F_{gij} ， F_{goj} ——角 φ_j 处滚子球分别与内外滚道间的摩擦力。

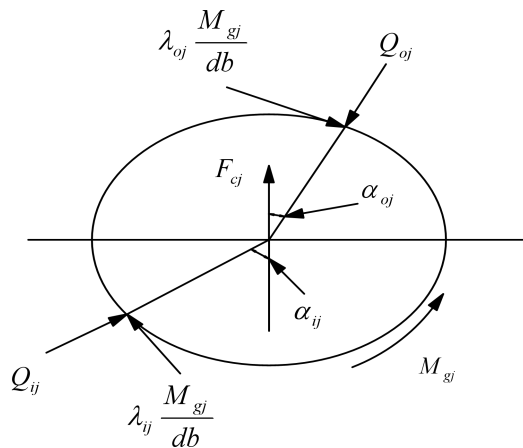


图 2-4 滚子球的受力分析

建立轴承两列各自角位置 φ_j 处滚子球的平衡方程：

$$\begin{cases} Q_{ojk} \sin \alpha_{1ojk} \cos \alpha_{2ojk} - Q_{ijk} \sin \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} + \\ F_{ijk} \cos \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} - F_{ojk} \cos \alpha_{1ojk} \cos \alpha_{2ojk} = 0 \\ Q_{ojk} \cos \alpha_{1ojk} \cos \alpha_{2ojk} - Q_{ijk} \cos \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} + \\ cF_{ijk} \sin \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} - F_{ojk} \sin \alpha_{1ojk} \cos \alpha_{2ojk} = F_c \end{cases} \quad (2-23)$$

式(2-23)为双列角接触球轴承在角 φ_j 处滚子球的平衡方程，当公式为轻载列平衡方程时 $k=1, c=1$ ；公式为重载列方程时 $k=2, c=-1$ 。 Q_{ij} 、 Q_{oj} 分别为球与内外滚道间的接触力， α_{1ijk} 、 α_{1ojk} 、 α_{2ijk} 、 α_{2ojk} 分别为滚子球与内外滚道的两个接触角。式(2-23)所表示方程组最终可求得惯性坐标系中轴承两列滚子球的径向位置 r_{1j} 、 r_{2j} ，轴向位置 x_{1j} 、 x_{2j} 。

对双列角接触球轴承内圈受力分析得： F_{a1j} 、 F_{a2j} 为轴承左右两列在角 φ_j 处滚子球对内圈的轴向作用力：

$$\begin{cases} F_{a1j} = Q_{ij1} \cos \alpha_{1ij1} \cos \alpha_{2ij1} + F_{gij1} \sin \alpha_{1ij1} \cos \alpha_{2ij1} \\ F_{a2j} = Q_{ij2} \cos \alpha_{1ij2} \cos \alpha_{2ij2} - F_{gij2} \sin \alpha_{1ij2} \cos \alpha_{2ij2} \end{cases} \quad (2-24)$$

F_{r1j} 、 F_{r2j} 分别为轴承左右两列在角位置 φ_j 处滚子球对内圈的径向作用力：

$$F_{rkj} = Q_{ijk} \sin \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} - F_{gijk} \cos \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} \quad (2-25)$$

M_{1j} 、 M_{2j} 分别为轴承左右两列在角位置 φ_j 处滚子球对内圈的力矩：

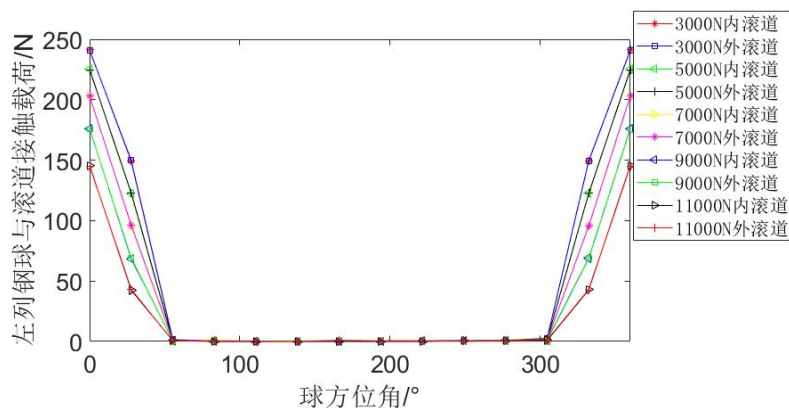
$$M_{kj} = F_{akj} \left(x_{kj} + \frac{D}{2} \sin \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} \right) + F_{rkj} \left(r_{kj} - \frac{D}{2} \cos \alpha_{1ijk} \cos \alpha_{2ijk} \right) \quad (2-26)$$

得到双列角接触球轴承内圈的平衡方程为：

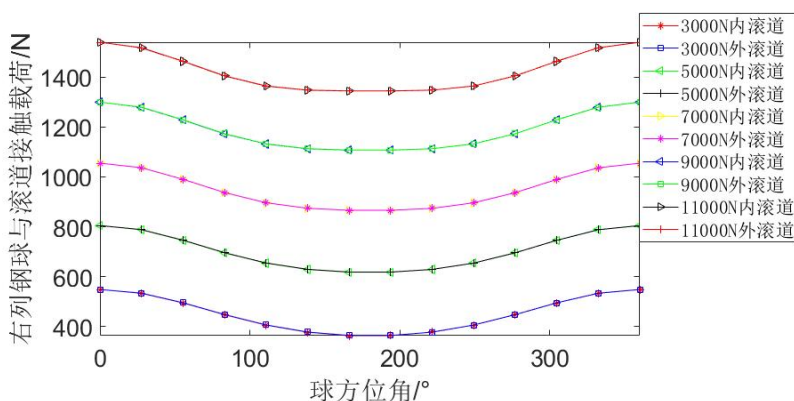
$$\begin{cases} F_x = \sum_{j=1}^{Nb} F_{a2j} - \sum_{j=1}^{Nb} F_{a1j} \\ F_y = \left(\sum_{j=1}^{Nb} F_{r2j} + \sum_{j=1}^{Nb} F_{r1j} \right) \sin \varphi_j \\ F_z = \left(\sum_{j=1}^{Nb} F_{r2j} + \sum_{j=1}^{Nb} F_{r1j} \right) \cos \varphi_j \\ M_y = \sum_{j=1}^{Nb} M_{2j} \cos \varphi_j - \sum_{j=1}^{Nb} M_{1j} \sin \varphi_j \\ M_z = \sum_{j=1}^{Nb} M_{2j} \cos \varphi_j - \sum_{j=1}^{Nb} M_{1j} \cos \varphi_j \end{cases} \quad (2-27)$$

2.3 双列角接触球轴承受接触载荷力分析

如图 2-5 所示为轴向力对双列角接触球轴承中滚道与钢球接触载荷变化的影响示意图，其中每个钢球与内圈和外圈的接触载荷大小相同，对轴承施加的径向力为 1000N，力矩为 1N·m，内圈转速为 1000rpm。图 2-5(a)所示的是轴向力对轴承左列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，其中第 3 至 12 个钢球位于轻载列的非承载区。由图可得承载区的钢球与内外滚道之间的接触载荷随着轴向力的增大而减小，且第 1 个钢球与滚道间的接触载荷下降幅度比第 2 和第 13 个钢球下降幅度小。图 2-5(b)所示的是轴向力对轴承右列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，随着轴向力的增大，钢球和滚道之间的接触载荷也随着增大。同时轴向力越大，接触载荷增加的幅度也越大，但第 6 至 9 个钢球的接触载荷大小也越平稳。图 2-5(a)和(b)比较可得，右列钢球与滚道间的接触载荷始终大于左列。



(a) 轴向载荷对左列接触载荷影响

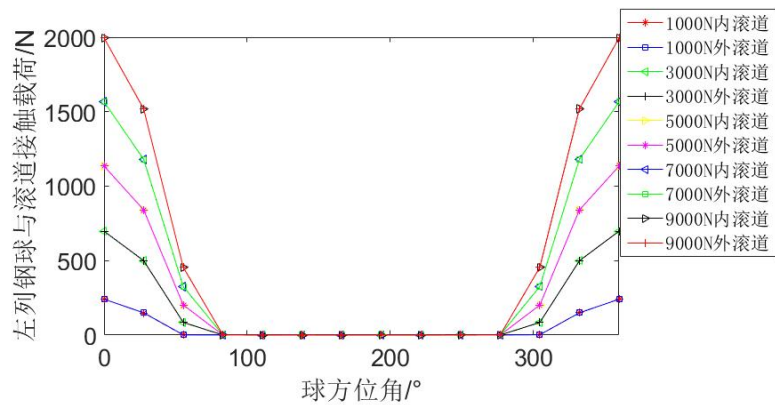


(b) 轴向载荷对右列接触载荷影响

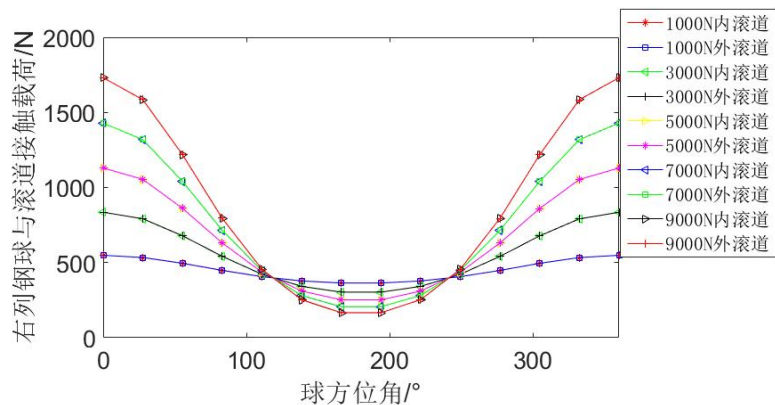
图 2-5 轴向力对接触载荷的影响

如图 2-6 所示为径向力对双列角接触球轴承中滚钢球与滚道接触载荷变化的影响示意图，其中钢球与内圈和外圈的接触载荷大小相同，对轴承施加的轴

向力为 3000N，力矩为 1N·m，内圈转速为 1000rpm。图 2-6(a)所示的是径向力对轴承左列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，随着径向力的增加，原本处在非承载区的第 3 和第 12 个钢球开始承受载荷，承载区的钢球和滚道的接触载荷随着径向力的加大而增大。其中第 1 个钢球的接触载荷增幅最大，越远离第 1 个钢球的位置，钢球接触载荷增幅逐渐较小。图 2-6(b)所示的是径向力对轴承右列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，随着径向力的增大，第 1 至 4 个钢球和第 11 至 13 个钢球与滚道间的接触载荷增加，第 6 至 9 个钢球与滚道间的接触载荷减小，第 5 和第 10 个钢球与滚道间的接触载荷变化不明显。图 2-6(a)和(b)比较可得，当径向载荷超过 5000N 时，左列钢球与滚道之间的接触载荷大小会超过右列。



(a) 径向载荷对左列接触载荷影响

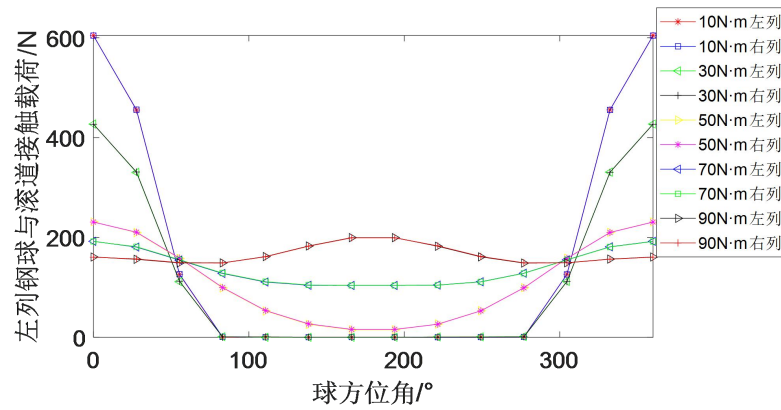


(b) 径向载荷对右列接触载荷影响

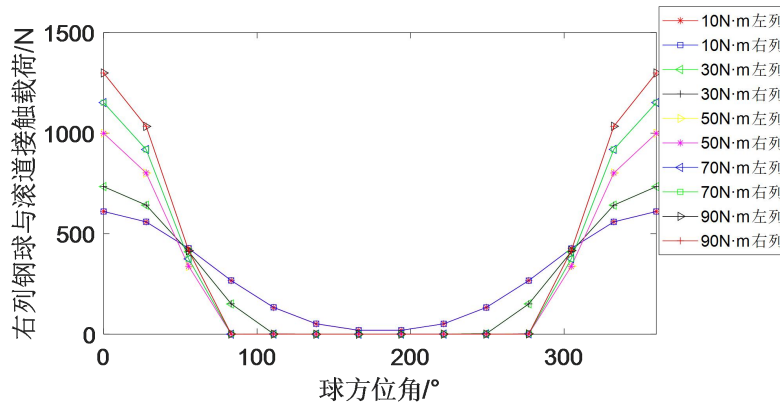
图 2-6 径向力对接触载荷的影响

如图 2-7 所示为力矩对双列角接触球轴承中滚钢球与滚道接触载荷变化的影响示意图，其中钢球与内圈和外圈的接触载荷大小相同，对轴承施加的轴向力为 1000N，径向力为 3000N，内圈转速为 1000rpm。图 2-7(a)所示的是力矩对

轴承左列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，随着力矩的增大，第 1, 2 和 13 个钢球与滚道的接触载荷随着减小，第 3 和第 12 个钢球与滚道的接触载荷变化不大。同时随着力矩的增加，原本位于非承载区的第 4 至 11 个钢球开始承受载荷，且第 7 和第 8 个球的增幅最大。图 2-7(b)所示的是力矩对轴承右列各个钢球与滚道的接触载荷分布的影响示意图，随着力矩的增大，第 1, 2 和 13 个钢球与滚道的接触载荷随着增大，第 3 和第 12 个钢球与滚道的接触载荷变化不大，第 4 至 11 个钢球与滚道的接触载荷逐渐减小直到全部不承受接触载荷。图 2-7(a)和(b)比较可得，左列钢球与滚道间的接触载荷变化趋势与右列相反，但接触载荷大小总是小于右列。



(a) 力矩对左列接触载荷影响



(b) 力矩对右列接触载荷影响

图 2-7 力矩对接触载荷的影响

2.4 本章小结

本章从双列角接触球轴承滚子球的一般运动入手，建立运动坐标系，运用转换矩阵对轴承中的位置矢量在坐标系中进行转换，判断轴承运动时的滚道控

制类型，建立拟静力学平衡方程算得滚子球的运动参数，建立双列角接触球轴承的拟静力学模型。通过所建模型分析不同工况对轴承所受接触载荷的影响。得到结论如下：

轴向载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷增加；径向载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷先减小后增加再减小；力矩载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷先减小后增加再减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷先增加后减小再增加。

第 3 章 双列角接触球轴承力学和运动学特性分析

双列角接触球轴承滚子球在服役时不可避免地会产生滑动。滚子球的滑动会导致滚子球与滚道、滚子球和保持架的接触表面产生较高的表面剪切力，最终使轴承的疲劳失效过早的发生在额定疲劳失效之前。同时打滑也会影响轴承的稳定性，所以研究双列角接触球轴承的打滑特性具有重要意义。为准确分析双列角接触球轴承的打滑特性，本文以 3205A 轴承为研究对象，轴承结构参数如表 3-1 所示。

表 3-1 3205A 轴承基本结构参数

参数	数值
轴承内滚道曲率半径系数 r_i/mm	5.2
轴承外滚道曲率半径系数 r_o/mm	5.2
每列钢球个数 Z	13
钢球直径 d_b/mm	10
轴承节圆直径 d_m/mm	65.7
轴承列间距 d_s/mm	15.1
轴承初始接触角 α_0/deg	32

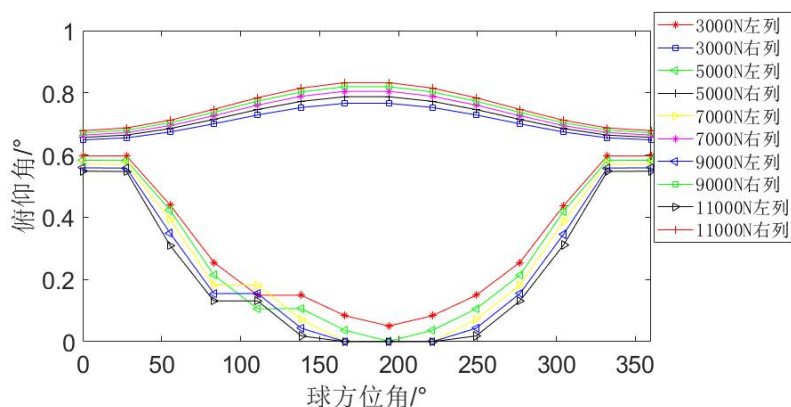
3.1 双列角接触球轴承力学特性分析

3.1.1 双列角接触球轴承俯仰角的分析

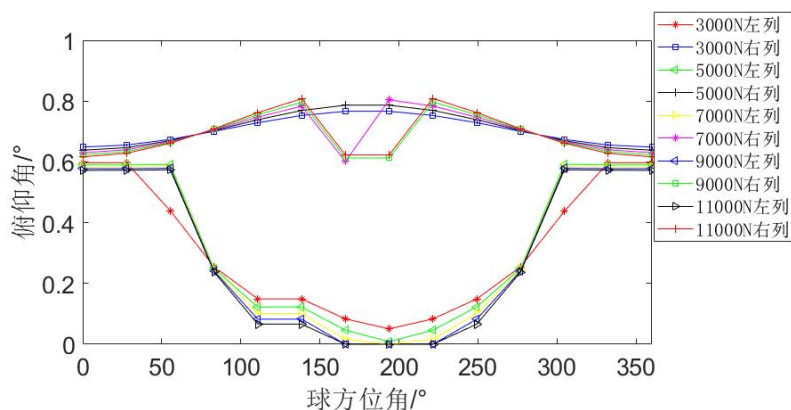
如图 3-1 所示为对双列角接触球轴承施加的外力变化时，钢球俯仰角的变化示意图。图 3-1 中对轴承施加基础条件为轴向力为 3000N，径向力为 3000N，力矩为 10N·m，轴承轴转速为 3000rpm。图 3-1(a)~(d)分别为改变轴向载荷 3000N 至 11000N 和径向载荷 3000N 至 11000N、力矩 0N·m 至 80N·m 和轴承轴转速 3000rpm 至 7000rpm 时钢球自转轴线和公转轴夹角俯仰角的变化示意图。

如图 3-1(a)所示，随着双列角接触球轴承所受轴向力的增加，左列轴承钢球俯仰角总体下降，第 1 至 8 个钢球的俯仰角减小，9 至 13 个钢球的仰角增加。其中第 5 个钢球俯仰角在轴向力 7000N 最大，载荷在 7000N 前后俯仰角都减小。在第 8 个钢球位置处，俯仰角为左列钢球中最小值，并随着轴向力的增加逐渐减小到 0°，第 7 和 9 个钢球俯仰角也会逐渐降低到 0°。右列轴承钢球俯仰角随

着双列角接触球轴承所受轴向力的增加而增大，第 7 和 8 个钢球俯仰角最大，且呈现对称分布。如图 3-1(b)所示为钢球俯仰角随径向力变化示意图，第 1 至 8 个钢球的俯仰角减小，9 至 13 个钢球的俯仰角增加。轴承左列第 1, 2 和 13 个钢球俯仰角随径向力的增加而减小；第 3 和 12 个钢球俯仰角在径向力为 3000N 时突然减小；第 4 和 11 个钢球俯仰角几乎不变；在第 8 个钢球处，俯仰角为左列钢球最小值，并随着轴向力的增加逐渐减小到 0° ，第 7 和 9 个钢球俯仰角也会降低到 0° 。轴承右列第 1 至 3, 12 至 13 个钢球俯仰角随径向力的增加而增大；第 4 至 11 个钢球俯仰角随径向力的增加而减小。但是径向力 7000N 时第 7 个钢球俯仰角骤减，9000N 和 11000N 时第 7 和 8 个钢球俯仰角骤减。



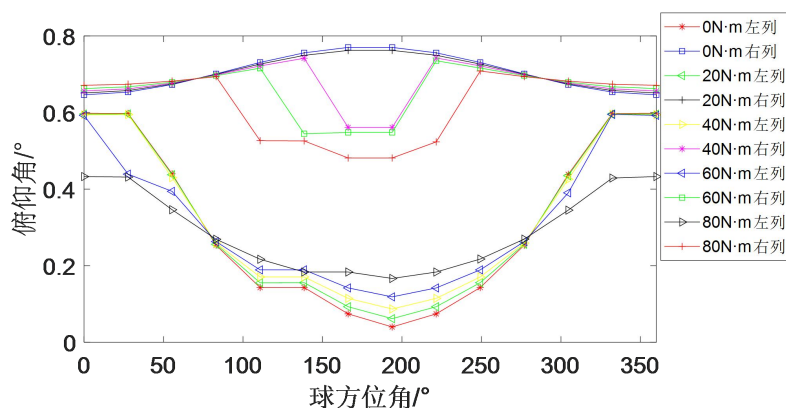
(a) 轴向载荷对钢球俯仰角影响



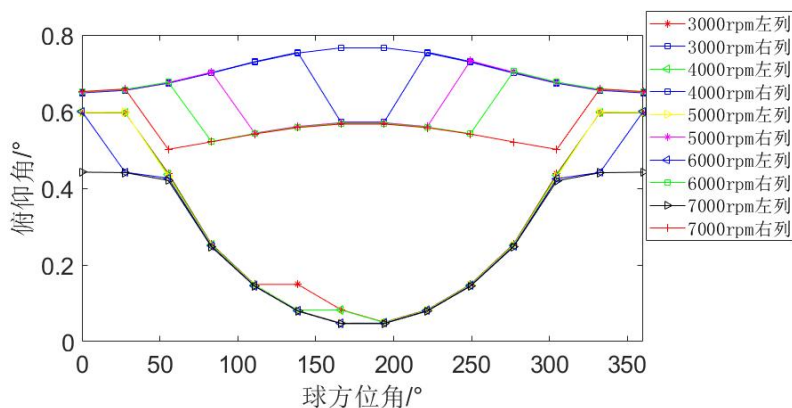
(b) 径向载荷对钢球俯仰角影响

如图 3-1(c)所示为钢球俯仰角随外力矩的变化示意图。轴承左列第 1 至 4, 11 至 13 个钢球在外力矩为 $0\text{N}\cdot\text{m}$ 至 $40\text{N}\cdot\text{m}$ 时俯仰角完全相同，之后俯仰角随着外力矩增大而减小；第 5 至 10 个钢球俯仰角随着外力矩的增大总是增大，每列的第 8 个钢球俯仰角最小。轴承右列第 1 至 3, 12 至 13 个钢球俯仰角随着外力矩的增加而增大；第 4 至 11 个钢球俯仰角随着外力矩的增加而减小，但在施加

的外力矩为 $40\text{N}\cdot\text{m}$ 时，第 7 和 8 个钢球俯仰角会骤降，在施加的外力矩为 $60\text{N}\cdot\text{m}$ 时，第 6, 7 和 8 个钢球俯仰角会骤降，在施加的外力矩为 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 时，第 5 至 9 个钢球俯仰角会骤降。如图 3-1(d)所示为钢球俯仰角随转速的变化示意图。轴承左列钢球在转速为 3000 至 7000rpm 时第 3 至 12 个钢球的俯仰角相同，但转速在 3000rpm 时第 6 和 7 个钢球俯仰角略大，4000rpm 时第 7 个钢球俯仰角略大；第 1, 2 和 13 个钢球在 3000 至 5000rpm 时俯仰角相同，随着转速增大俯仰角再减小。轴承右列钢球俯仰角会随着转速的增加自小而上逐渐减小，且同一个钢球减小的数值相同。



(c) 外力矩对钢球俯仰角影响



(d) 转速对钢球俯仰角影响

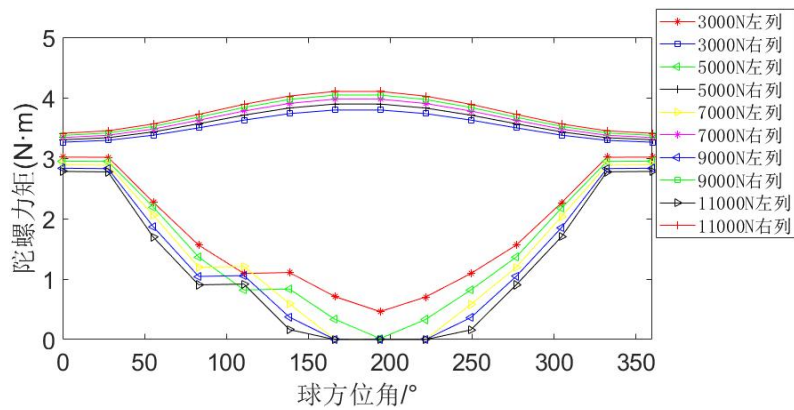
图 3-1 不同工况对俯仰角的影响

3.1.2 双列角接触球轴承陀螺力矩的分析

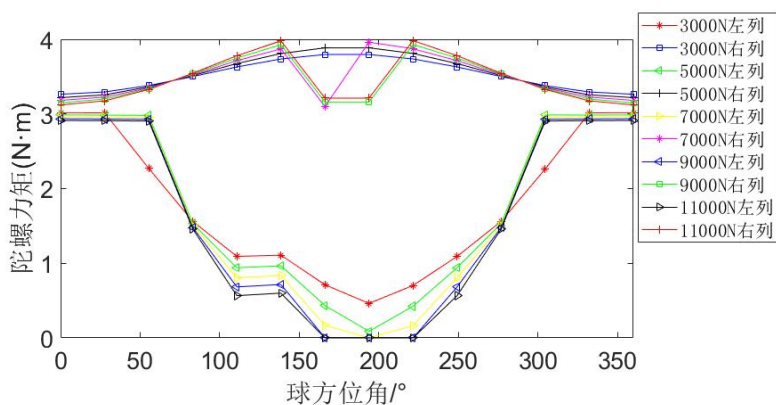
如图 3-2 所示为对双列角接触球轴承施加的外力变化时，钢球所受陀螺力矩的变化示意图。图 3-2 中对轴承施加基础条件为轴向力为 3000N，径向力为 3000N，力矩为 $10\text{N}\cdot\text{m}$ ，轴承轴转速为 3000rpm。如图 3-2(a)~(d)分别为改变轴向载荷 3000N 至 11000N、径向载荷 3000N 至 11000N、力矩 $0\text{N}\cdot\text{m}$ 至 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 和

轴承轴转速 3000rpm 至 7000rpm 时钢球所受陀螺力矩的变化示意图。

由图 3-2(a)可得, 随着轴向力的增加, 左列轴承钢球陀螺力矩总体呈下降趋势, 第 1 至 8 个钢球的陀螺力矩减小, 9 至 13 个钢球陀螺力矩增加。其中第 5 个钢球陀螺力矩在轴向力 7000N 最大, 载荷在 7000N 前后陀螺力矩都减小。在第 8 个钢球位置处, 陀螺力矩为左列钢球中最小值, 并随着轴向力的增加逐渐减小到 0° , 第 7 和 9 个钢球陀螺力矩也会逐渐降低到 0° 。右列轴承钢球陀螺力矩随双列角接触球轴承所受轴向力的增加而增大, 第 7 和 8 个钢球陀螺力矩最大。图 3-2(b)所示为钢球陀螺力矩随径向力变化示意图, 第 1 至 8 个钢球的陀螺力矩减小, 9 至 13 个钢球的陀螺力矩增加。轴承左列第 1, 2 和 13 个钢球陀螺力矩随径向力的增加而减小; 第 3 和 12 个钢球陀螺力矩在径向力为 3000N 时突然减小; 第 4 和 11 个钢球陀螺力矩几乎不变; 第 8 个钢球陀螺力矩为左列钢球最小值, 并随轴向力的增加逐渐减小到 0° , 第 7 和 9 个钢球陀螺力矩也会逐渐降低到 0° 。轴承右列第 1 至 3, 12 至 13 个钢球陀螺力矩随径向力的增加而增大; 第 4 至 11 个钢球陀螺力矩随径向力的增加而减小。但径向力 7000N 时第 7 个钢球陀螺力矩骤减, 9000N 和 11000N 时第 7 和 8 个钢球陀螺力矩骤减。

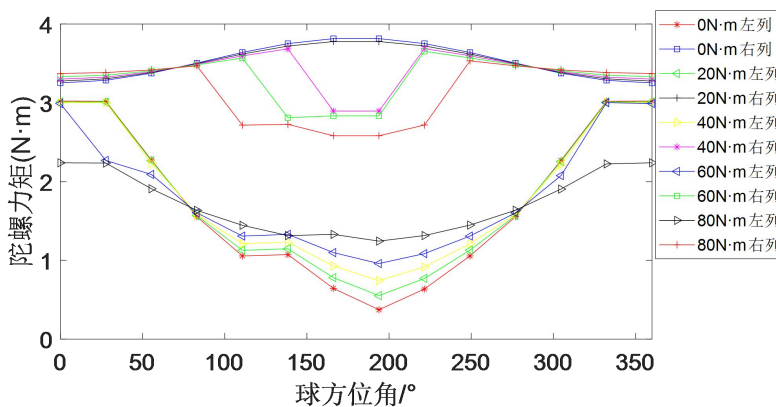


(a) 轴向载荷对钢球陀螺力矩影响

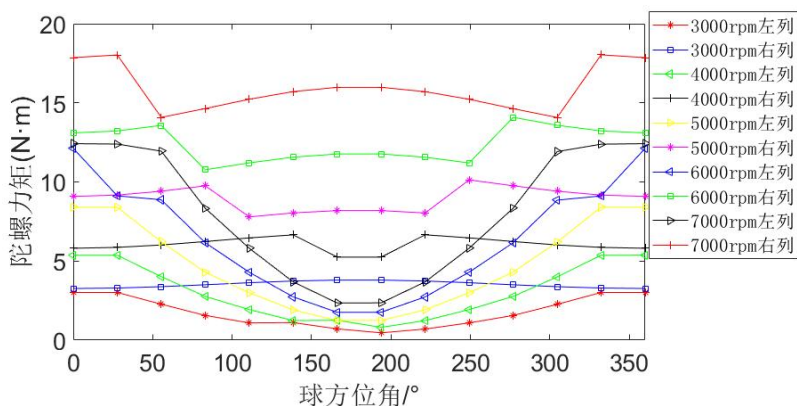


(b) 径向载荷对钢球陀螺力矩影响

如图 3-2(c)所示为钢球陀螺力矩随外力矩的变化示意图。轴承左列第 1 至 4, 11 至 13 个钢球在外力矩为 0 至 $40\text{N}\cdot\text{m}$ 时陀螺力矩完全相同, 之后陀螺力矩随着外力矩增大而减小; 第 5 至 10 个钢球陀螺力矩随着外力矩的增大总是增大, 每列的第 8 个钢球陀螺力矩最小。轴承右列第 1 至 3, 12 至 13 个钢球陀螺力矩随着外力矩的增加而增大; 第 4 至 11 个钢球陀螺力矩随着外力矩的增加而减小, 但在施加的外力矩为 $40\text{N}\cdot\text{m}$ 时, 第 7 和 8 个钢球陀螺力矩会骤降, 在施加的外力矩为 $60\text{N}\cdot\text{m}$ 时, 第 6, 7 和 8 个钢球陀螺力矩会骤降, 在施加的外力矩为 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 时, 第 5 至 9 个钢球陀螺力矩会骤降。如图 3-2(d)所示为钢球陀螺力矩随转速的变化示意图。轴承左列钢球所受陀螺力矩随转速增加而增大, 转速越大钢球的陀螺力矩越对称分布, 不同转速时第 7 和 8 个钢球的陀螺力矩最小。轴承右列钢球所受陀螺力矩也随转速增加而增大。当转速不到 6000rpm 时, 随着转速的增加, 钢球的陀螺力矩先从轴承底部钢球向上逐渐发散减小; 当转速达到 6000rpm 时, 钢球的陀螺力矩先从轴承底部钢球向上逐渐发散增加。



(c) 外力矩对钢球陀螺力矩影响



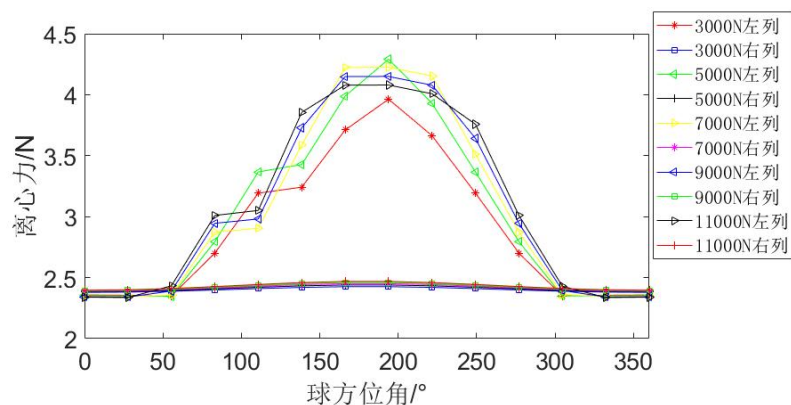
(d) 转速对钢球陀螺力矩影响

图 3-2 不同工况对陀螺力矩的影响

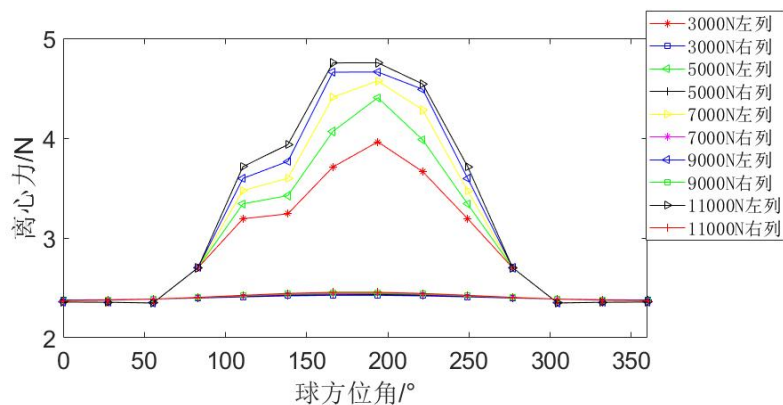
3.1.3 双列角接触球轴承离心力的分析

如图 3-3 所示为对双列角接触球轴承施加的外力变化时，钢球所受离心力的变化示意图。图 3-3 中对轴承施加基础条件为轴向力为 3000N，径向力为 3000N，力矩为 10N·m，轴承轴转速为 3000rpm。如图 3-3(a)~(d)分别为改变轴向载荷 3000N 至 11000N 和径向载荷 3000N 至 11000N、力矩 0N·m 至 80N·m 和轴承轴转速 3000rpm 至 7000rpm 时钢球所受离心力的变化示意图。

图 3-3(a)所示为轴承钢球受到的离心力随轴向载荷变化示意图。随着双列角接触球轴承所受轴向载荷的增加，左列轴承第 1 至 3，12 至 13 个钢球的离心力几乎相同；第 4，6，10 和 11 个钢球的离心力增加；第 5 和 8 个钢球的离心力在轴向载荷为 5000N 之前增加，超过 5000N 后就会减小；第 7 和 9 个钢球的离心力则在轴向载荷为 7000N 之前增加，7000N 之后减小。轴承右列钢球的离心力随轴向载荷增加而增大，其中第 7 和 8 个钢球的离心力最大，其他钢球的离心力以第 7 和 8 个钢球对称分布。图 3-3(b)所示为随着径向载荷的增加，钢球所受离心力的变化示意图。轴承左列第 1 至 4 和 11 至 13 个钢球的离心力几乎不随径向载荷的变化而变化，第 5 至 10 个钢球的离心力随径向载荷的增加不断增大，径向力 7000N 以下第 8 个钢球离心力最大，径向力超过 7000N 第 7 个钢球离心力最大。轴承右列第 5 至 10 个钢球离心力随径向载荷增大而增大，其他钢球离心力大小不变。

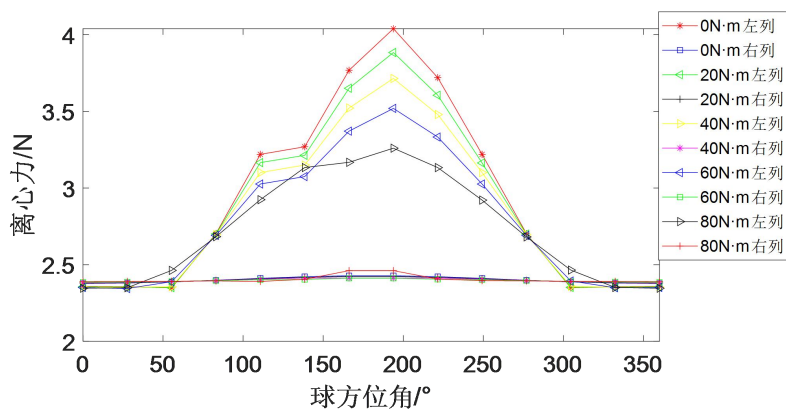


(a) 轴向载荷对钢球离心力影响

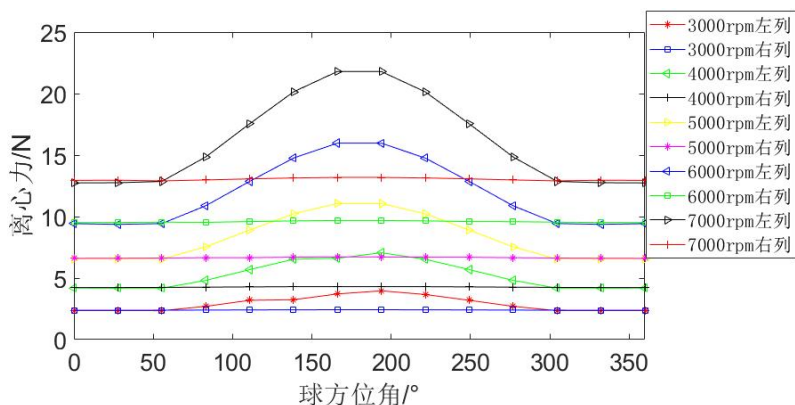


(b) 径向载荷对钢球离心力影响

图 3-3(c)所示为轴承钢球受到的离心力随外力矩变化示意图。轴承左列第 1 至 4 和 11 至 13 个钢球的离心力几乎不随外力矩的变化而变化，其中第 3 和 12 个钢球离心力略有下降；第 5 至 10 个钢球的离心力随外力矩的增加不断增大，且离心力最大值总是在第 8 个钢球处。轴承右列钢球离心力随外力矩变化不大。但外力矩在 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 时，第 7 和 8 个钢球的离心力会有突增。由图 3-3(d)可得，随着轴承转速的增加，双列角接触球轴承左右两列钢球所受离心力都会增加。左列钢球的离心力随轴承转速的增加增速较快，同时越靠近底部的钢球离心力越大；右列钢球的离心力随轴承转速的增加增速则较平稳，且右列每个钢球的离心力大小几乎相同。



(c) 外力矩对钢球离心力影响



(d) 转速对钢球离心力影响

图 3-3 不同工况对离心力的影响

3.2 双列角接触球轴承运动特性分析

3.2.1 双列角接触球轴承自转速度的分析

如图 3-4 所示是轴向力对双列角接触球轴承钢球自转速度的影响示意图，其中对轴承施加的径向力为 3000N，力矩为 10N·m，内圈转速为 3000rpm。在图 3-4 中，轴承左列钢球的自转速度随着轴向力的增加变化为：第 1，2 和 13 个钢球的自转速度几乎不变；第 3 至 12 个位置处的钢球自转速度逐渐增大，但第 3 至 5 个钢球的自转速度增幅逐渐增大，而 10 至 12 个钢球自转速度的增幅逐渐减小；第 6 和第 9 个钢球的自转速度在 7000N 之前增加，7000N 之后减小；第 7 和第 8 个钢球的自转速度在 5000N 之前增加，5000N 之后减小。随着轴向力的增大，左列钢球的自转速度数值的峰逐渐平缓。轴承右列钢球的自转速度几乎不变，但是数值总体小于轴承左列钢球的自转速度数值。如图 3-5 所示是径向力对双列角接触球轴承钢球自转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴

向力为 3000N，力矩为 10N·m，内圈转速为 3000rpm。由图 3-5 可得，随着轴承所受径向力的增大，轴承左列第 1 至 4，11 至 13 个钢球的自转速度几乎不变，但第 3 和第 12 个钢球的自转速度略有下降。直到第 5 个钢球开始，钢球的自转速度才随着径向力的增大开始变化：第 5 至 7 个钢球的自转速度随径向力的增大而增大，增幅逐渐增大；第 8 至 10 个钢球的自转速度也随径向力的增大而增大，但是降幅逐渐减小。且随着径向力的增大，钢球自转速度的数值大小在峰值处逐渐趋向平缓。轴承右列钢球的自转速度随径向力的增大有几乎可忽略不计的增大，且第 1，2 和 13 个钢球的自转速度与左列相同位置钢球的自转速度几乎相同，而第 3 和第 12 个钢球的自转速度略有下降并最终趋向左列的自转速度。

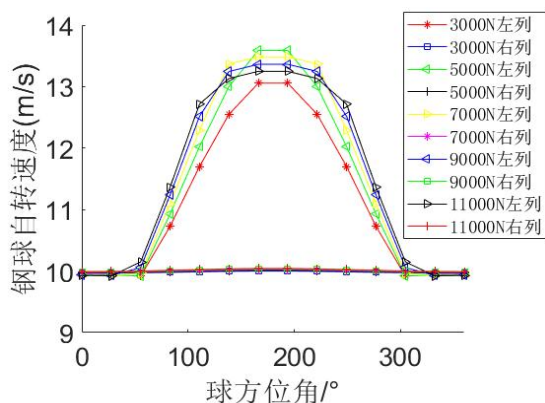


图 3-4 轴向力对钢球自转速度的影响

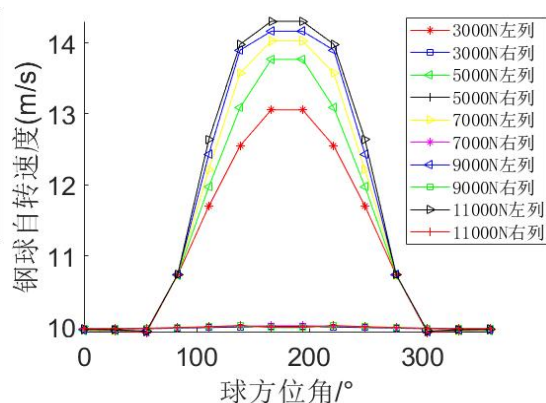


图 3-5 径向力对钢球自转速度的影响

如图 3-6 所示是力矩对双列角接触球轴承钢球自转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴向力为 3000N，径向力为 3000N，内圈转速为 3000rpm。由图 3-6 可得，随着对轴承所施加力矩的增大，轴承左列第 1 至 4，11 至 13 个钢球的自转速度几乎不变，但第 3 和第 12 个钢球的自转速度会略有增加。第 5 至 10 个钢球的自转速度随力矩变化趋势为：第 5 至 7 个钢球的自转速度随力矩的增大而减小，降幅逐渐增大；第 8 至 10 个钢球的自转速度也随径向力的增大而减小，但降幅逐渐减小。且随着力矩的增大，钢球自转速度的数值大小在峰值处逐渐趋向平缓。右列钢球的自转速度随着力矩的增加变化极小，第 1，2 和 13 个钢球的自转速度与左列相同位置钢球的自转速度几乎相同，而第 3 和第 12 个钢球的自转速度略有上升。右列其他钢球的自转速度中总是小于左列的，但在施加的力矩达到 80N·m 时，右列第 7 和第 8 个钢球的自转速度会有一个明显的增加。

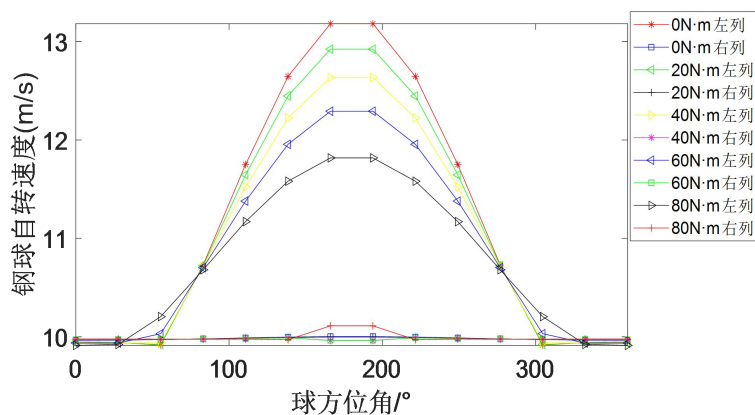


图 3-6 力矩对钢球自转速度的影响

如图 3-7 所示是轴承轴转速对双列角接触球轴承钢球自转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴向力为 3000N，径向力为 3000N，力矩为 10N·m。从图 3-7 中可得，随着轴承内圈转速的增大，轴承左列钢球的自转速度增大。其中第 1 至 3 和第 12 至 13 个钢球的自转速度相同，增幅稳定；第 4 至 7 个钢球的自转速度增幅逐渐增大，第 8 至 11 个钢球的自转速度增幅逐渐减小。右列钢球的自转速度也随轴承轴转速的增大而增大，且每个钢球的自转速度相同，其中第 1 至 3 和第 12 至 13 个钢球的自转速度与左列钢球自转速度相同。

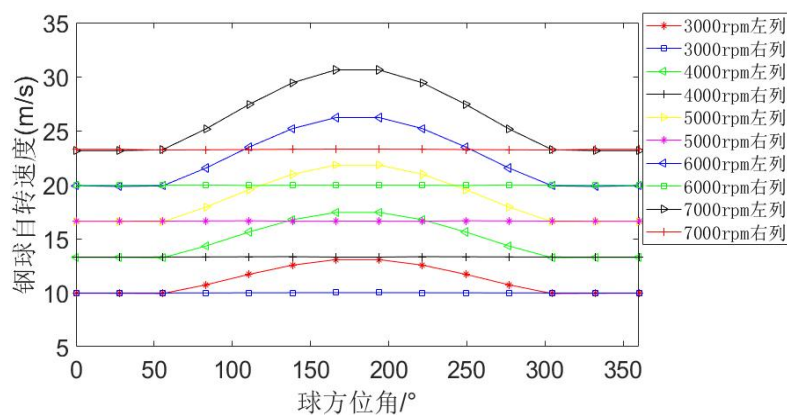


图 3-7 转速对钢球自转速度的影响

3.2.2 双列角接触球轴承公转速度的分析

如图 3-8 所示是轴向力对双列角接触球轴承钢球公转速度的影响示意图，其中对轴承施加的径向力为 3000N，力矩为 10N·m，内圈转速为 3000rpm。在图 3-8 中，轴承左列钢球的公转速度随着轴向力的增加变化为：第 1，2 和 13 个钢球的公转速度几乎不变；第 3 至 12 个位置处的钢球公转速度逐渐增大，但是第 3 至 5 个钢球公转速度的增幅逐渐增大，而 10 至 12 个钢球公转速度的增幅逐渐减小；第 6 和第 9 个钢球的公转速度在 7000N 之前增加，7000N 之后减

小；第 7 和第 8 个钢球的公转速度在 5000N 之前增加，5000N 之后减小。随着轴向力的增大，左列钢球的公转速度数值的峰逐渐平缓。轴承右列钢球的公转速度几乎不变，略有增加，其中第 1，2 和 13 个钢球的公转速度大于左列钢球，第 3 和 12 个钢球公转速度与左列钢球几乎相同，其余钢球公转速度小于轴承左列钢球的自转速度。如图 3-9 所示是径向力对双列角接触球轴承钢球公转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴向力为 3000N，力矩为 10N·m，内圈转速为 3000rpm。由图 3-9 可得，随着轴承所受径向力的增大，轴承左列第 1 至 4，11 至 13 个钢球的公转速度几乎不变，但第 3 和第 12 个钢球的公转速度略有下降。直到第 5 个钢球开始，钢球的公转速度才随着径向力的增大开始变化，第 5 至 7 个钢球的公转速度随径向力的增大而增大，且增幅逐渐增大。第 8 至 10 个钢球的公转速度也随径向力的增大而增大，但是增幅逐渐减小。且随着径向力的增大，钢球公转速度的数值大小在峰值处逐渐趋向平缓。轴承右列钢球的公转速度几乎不随径向力的增大而变化，且第 1，2 和 13 个钢球的公转速度与左列相同位置钢球的公转速度几乎相同。而第 3 和第 12 个钢球的公转速度略有下降并最终趋向左列相同位置处的自转速度。

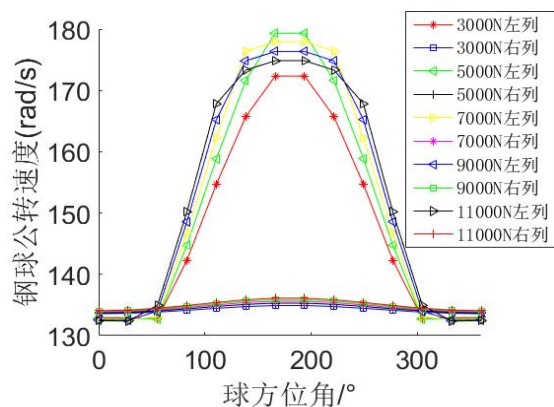


图 3-8 轴向力对钢球公转速度的影响

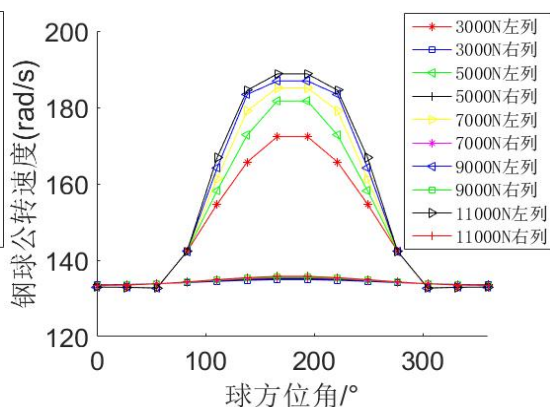


图 3-9 径向力对钢球公转速度的影响

如图 3-10 所示是力矩对双列角接触球轴承钢球公转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴向力为 3000N，径向力为 3000N，内圈转速为 3000rpm。由图 3-10 可得，随着对轴承施加力矩的增大，轴承左列第 1 至 4，11 至 13 个钢球的公转速度几乎不变，但第 3 和第 12 个钢球的公转速度会略有增加。第 5 至 10 个钢球的自转速度随力矩变化趋势为：第 5 至 7 个钢球的自转速度随力矩的增大而减小，且降幅逐渐增大；第 8 至 10 个钢球的公转速度也随径向力的增大而减小，但降幅逐渐减小。且随着力矩的增大，钢球公转速度的数值大小在峰值

处逐渐趋向平缓。右列钢球的公转速度随着力矩的增加变化极小，第 1，2 和 13 个钢球的公转速度比左列相同位置钢球的自转速度略大，而第 3 和第 12 个钢球的自转速度略小。右列其他钢球的公转速度总是小于左列的，但在施加的力矩达到 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 时，右列第 7 和第 8 个钢球的自转速度会有一个明显的增加。

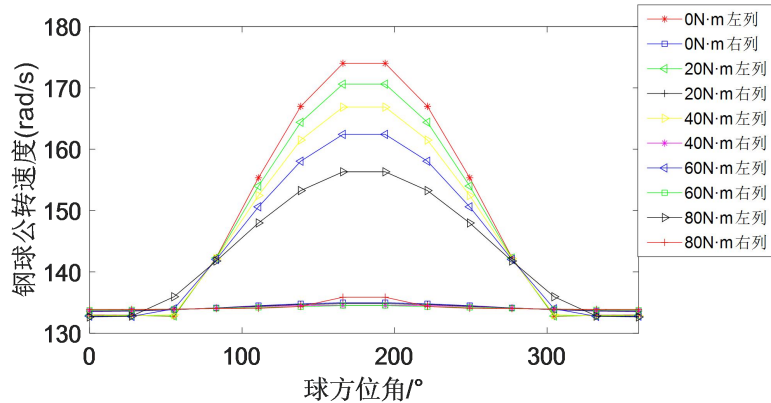


图 3-10 力矩对钢球公转速度的影响

如图 3-11 所示是轴承轴的转速对双列角接触球轴承钢球公转速度的影响示意图，其中对轴承施加的轴向力为 3000N ，径向力为 3000N ，力矩为 $10\text{N}\cdot\text{m}$ 。从图 3-11 中可得，随着轴承内圈转速的增大，轴承左列钢球的公转速度增大。其中第 1 至 3 和第 12 至 13 个钢球的公转速度相同，增幅稳定；第 4 至 7 个钢球的公转速度增幅逐渐增大，第 8 至 11 个钢球的公转速度增幅逐渐减小。右列钢球的公转速度也随轴承轴转速的增大而增大，且每个钢球的公转速度相同，其中第 1 至 3 和第 12 至 13 个钢球的公转速度与左列钢球公转速度相同。

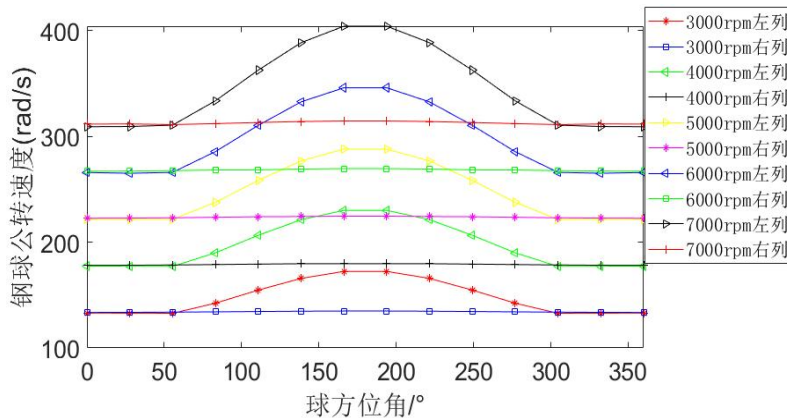


图 3-11 转速对钢球公转速度的影响

3.3 双列角接触球轴承刚度特性分析

双列角接触球轴承的工况参数和结构参数对轴承刚度有很大的影响，探究

双列角接触球轴承不同的工况参数和结构参数对轴承刚度的影响，可对双列角接触球轴承的设计提供有效的参考。本节分析不同工况对轴承刚度的影响，以及在轴向力 3000N，径向力 3000N，力矩 10N·m，转速 1000rpm 的特定工况下，轴承的不同结构参数对轴承刚度的影响。

3.3.1 工况参数对轴承刚度的影响

在径向力 3000N，力矩 10N·m，转速 1000rpm 的工况条件下研究轴向载荷对双列角接触球轴承刚度的影响。如图 3-12(a)所示，随着轴向载荷的增大，轴承的轴向刚度 K_a 、径向刚度 K_r 和角刚度 K_θ 都逐渐增加，这是因为轴向载荷的增加使双列角接触球轴承右列的钢球与滚道间的接触载荷和接触角增大，左列的钢球与滚道间的接触载荷和接触角减小，右列被“压紧”，左列被“放松”，在接触载荷和接触角的共同作用下，左列刚度减小，右列刚度增大，两列综合影响下，双列角接触球轴承的刚度逐渐增大。如图 3-12(b)所示，在轴向力 3000N，力矩 10N·m，转速 1000rpm 的工况条件下，研究径向载荷对双列角接触球轴承刚度的影响。在联合载荷作用下，随着径向力的增加，轴承的轴向刚度、径向刚度和角刚度都出现不同程度的下降，其中轴向刚度下降相对缓慢，轴向刚度与径向刚度的比值逐渐增大。这是因为，在联合载荷作用下，随着径向载荷的增大，双列角接触球轴承内部承载区的滚子球个数逐渐减小。

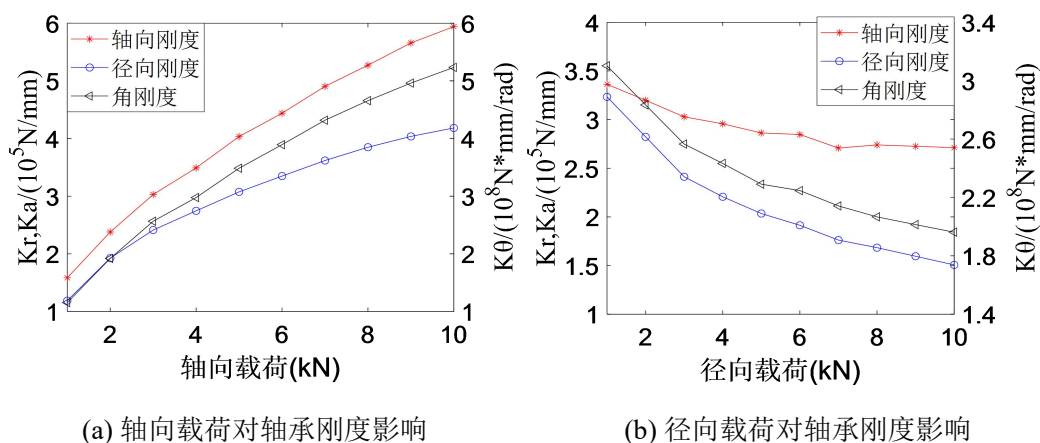


图 3-12 外载荷对轴承刚度的影响

在径向载荷 3000N，轴向载荷 3000N，转速 1000rpm 的工况条件下，研究力矩载荷对双列角接触球轴承的刚度的影响。如图 3-13 所示，随着力矩载荷的增加，径向刚度逐渐减小，减小幅度和逐渐减小，轴向刚度在小于 60N·m 的力矩载荷范围内逐渐下降，在大于 60N·m 的力矩载荷范围内逐渐增加，角刚度在小

于 $70\text{N}\cdot\text{m}$ 的力矩载荷范围内逐渐下降, 在 $70\sim 100\text{N}\cdot\text{m}$ 的力矩载荷范围内逐渐增加。随着力矩的增大, 轴承左列下部钢球的接触载荷减小, 左列的刚度减小, 轴承右列由原来的全部钢球承载变化为部分钢球承载, 右列刚度也会减小, 因此轴承的径向刚度、轴向刚度和角刚度都急剧下降, 随着力矩载荷的继续增大, 轴承左列上部钢球的接触载荷逐渐增大, 而下部钢球的接触载荷不再继续减小, 左列刚度逐渐增加, 右列上部接触载荷逐渐减小后保持不变, 下部的接触载荷逐渐增大, 故右列的刚度呈现先减小后增大的趋势, 综合两列轴承的刚度变化, 双列角接触球轴承轴向刚度、径向刚度和角刚度呈现如此变化。

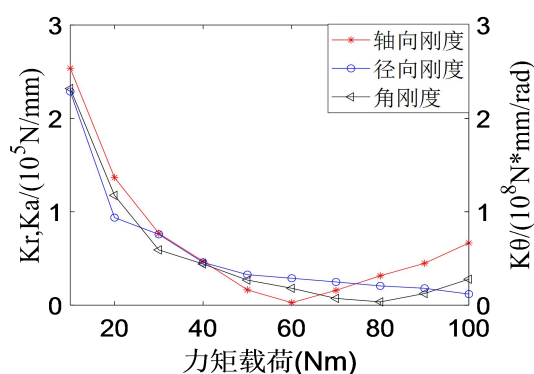


图 3-13 力矩载荷对轴承刚度的影响

在径向载荷 5000N ，轴向载荷 3000N ，力矩载荷 $10\text{N}\cdot\text{m}$ 的条件下研究转速对双列角接触球轴承的影响。如图 3-14 所示，随着转速的增加，双列角接触球轴承的轴向刚度和径向刚度都缓慢减小，在 $1000\sim 4000\text{rpm}$ 角刚度逐渐减小，在 $4000\sim 10000\text{rpm}$ 角刚度逐渐增大。这是由于随着转速的增大，钢球所受的离心力逐渐增大，承载区的钢球逐渐减小，从而使得轴向刚度和径向刚度同时减小。

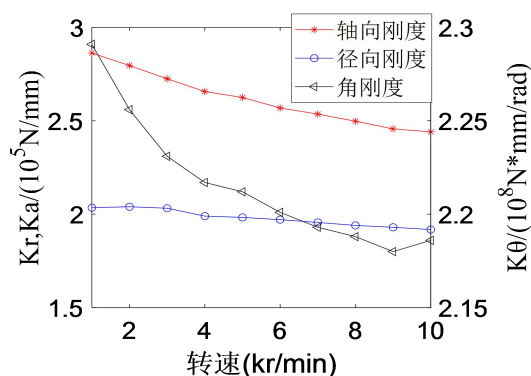
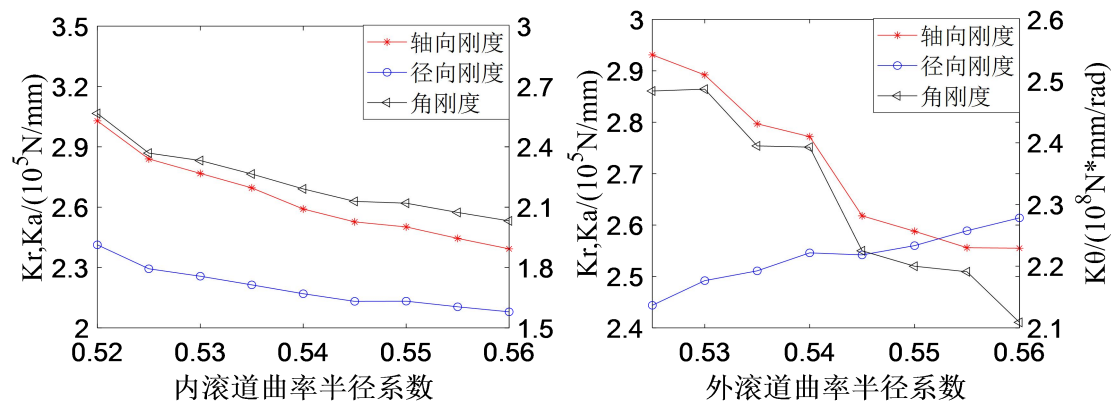


图 3-14 转速对轴承刚度的影响

3.3.2 结构参数对轴承刚度的影响

如图 3-15(a)所示,随着外滚道曲率半径系数值的增大,轴承的轴向刚度和角刚度会逐渐减小,而轴承的径向刚度会逐渐增大。因为外滚道曲率半径系数值的增大会引起钢球与外滚道密合度的减小,从而钢球和外滚道之间的接触角也会随之减小,造成轴承刚度的变化。如图 3-15(b)所示,随着内滚道曲率半径系数值的增大,轴承的轴向刚度、径向刚度和角刚度都会逐渐减小,轴向刚度减小的速度略小于径向刚度减小的速度。内滚道沟曲率系数值增大会导致钢球与内滚道之间密合度的减小,从而使轴承的轴向刚度、径向刚度和角刚度都出现不同程度的下降。因此在双列角接触球轴承设计中,通常沟曲率半径系数值的选取不宜过大。



(a) 外滚道曲率半径系数对轴承刚度影响 (b) 内滚道曲率半径系数对轴承刚度的影响

图 3-15 滚道曲率半径系数对轴承刚度的影响

如图 3-16(a)所示,随着轴向间隙的增大,轴向刚度和角刚度逐渐减小,径向刚度逐渐增大。这是因为随着轴向间隙的增大会同步有接触角的减小,从而会导致轴承角刚度的减小;同时会有承载轴向载荷能力的减弱和承载径向载荷能力的加强,产生如下图所示的轴向刚度的减小和径向刚度的增大。如图 3-16(b)所示,随着径向间隙的增大,径向刚度和角刚度的值整体会出现减小的趋势,轴向刚度值会略有增加。这是因为径向间隙的增大会使外圈接触角增大,内圈接触角减小,从而使轴承承载轴向载荷能力的增加和承载径向载荷能力的减小,但是引起的刚度值变化很小。

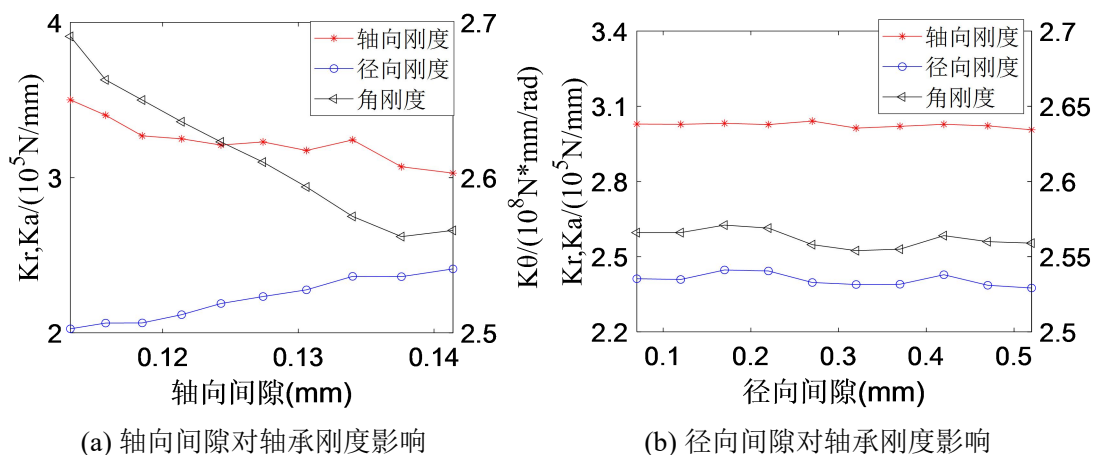


图 3-16 间隙对轴承刚度影响

如图 3-17 所示，在相对倾斜角允许的变化范围内，随着倾斜角的增大，轴承的三个刚度都会减小，且角刚度在倾斜角到达一定角度后停止变化。相对倾斜角的增大会直接导致轴承接触角的减小，轴承承受载荷的能力减小，从而使轴承刚度减小。预载荷对轴承刚度的影响可以通过预变形表现出来，如图 3-18 所示。在图中，随着预变形的增加，轴向刚度、径向刚度和角刚度的值都会随之增大。预载荷的作用会提前让滚动体和内外圈间产生弹性变形，使它们间的接触面积增加，内外圈接触角也会增大，使轴承可以承受的接触载荷增大，进一步会引起三种刚度值的增大。

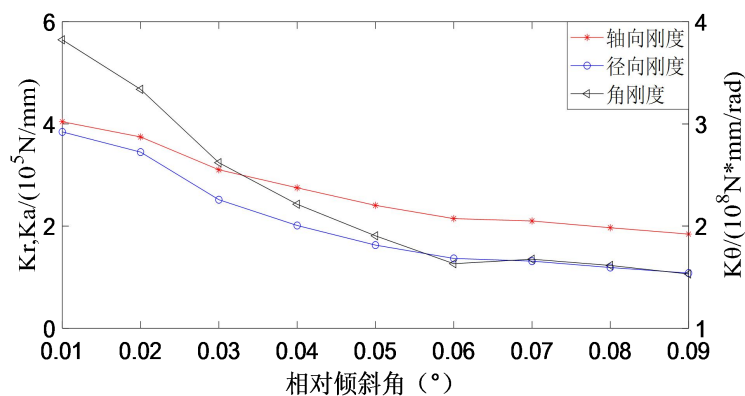


图 3-17 相对倾斜角对轴承刚度的影响

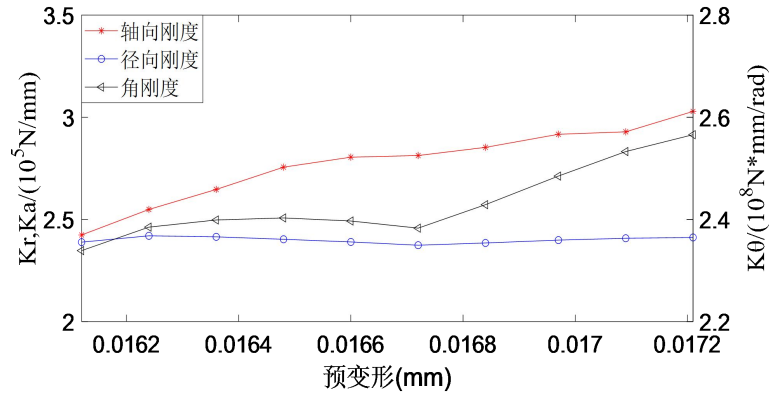


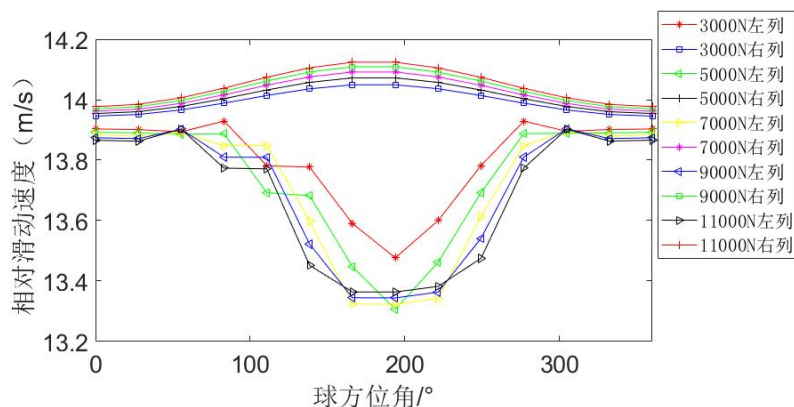
图 3-18 预载荷对轴承刚度的影响

3.4 双列角接触球轴承滑动特性分析

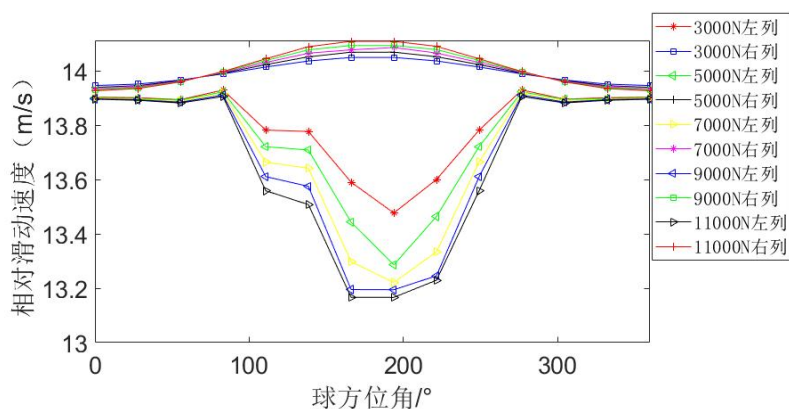
如图 3-19 所示为对双列角接触球轴承施加外力变化时，钢球与滚道间相对滑动速度变化示意图。图 3-19 中对轴承施加基础条件为轴向力 3000N，径向力 3000N，力矩 10N·m，轴承轴转速 3000rpm。如图 3-19(a)~(d)分别为改变轴向载荷 3000N 至 11000N 和径向载荷 3000N 至 11000N、力矩 0N·m 至 80N·m 和轴承轴转速 3000rpm 至 7000rpm 时钢球与滚道间相对滑动速度的变化示意图。

如图 3-19(a)所示，随着轴承受到轴向载荷的增加，轴承左列第 3 和 12 个钢球与滚道间的相对滑动速度变化很小，略有变化；第 5 个钢球在 5000N 之前相对滑动速度减小，在 7000N 时相对滑动速度会突增到最大，随后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间的相对滑动速度减小；第 8 个钢球在 5000N 之前相对滑动速度减小，在 5000N 时达到最小值，5000N 之后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间的相对滑动速度又逐渐增加；而第 7 和 9 个钢球在 7000N 之前相对滑动速度减小，在 7000N 时达到最小值，之后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间的相对滑动速度又逐渐增加；其他位置处钢球相对滑动速度随轴向载荷的增加而减小。轴承右列钢球与套圈间相对滑动速度随轴向载荷的增加而增大，其中第 7 和 8 个钢球的相对滑动速度最大，其他钢球的相对滑动速度以第 7 和 8 个钢球为中心对称分布。如图 3-19(b)所示，轴承左列钢球与滚道间的相对滑动速度随着轴承受到径向载荷的增加而减小，第 5 至 10 个钢球的相对滑动速度的变化较其他钢球大，且径向载荷越大钢球相对滑动速度变化速率越小。轴承右列钢球与滚道间的相对滑动速度随着轴承受到径向载荷的增加变化为：轴承左列第 1 至 3，12 至 13 个钢球与内圈间的相对滑动速度减小，第 4 至 11 个钢球与内圈

间的相对滑动速度增大。

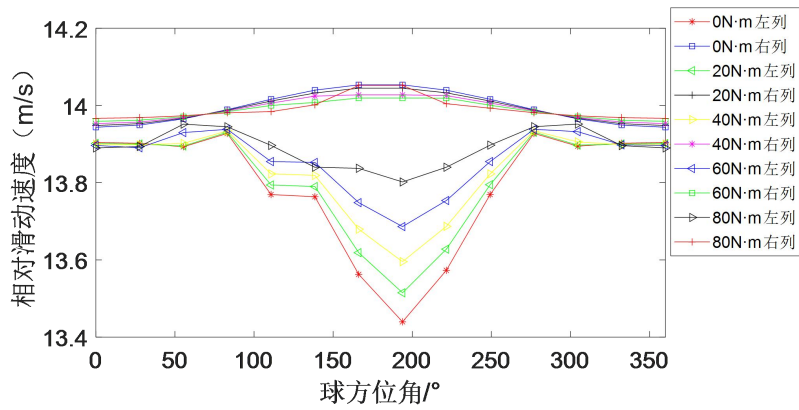


(a) 轴向载荷对钢球滑动速度的影响

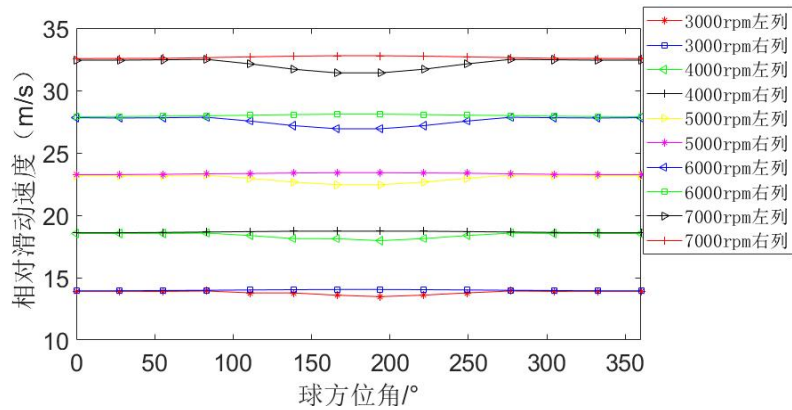


(b) 径向载荷对钢球滑动速度的影响

如图 3-19(c)所示, 随着轴承受到外力矩的增加, 轴承左列第 1 和 2 钢球的相对滑动速度略有减小; 第 3 至 12 个钢球的相对滑动速度增大, 其中第 4 和 11 个钢球相对滑动速度增加速度最小, 越靠近第 8 个钢球相对滑动速度增加幅度越大。轴承右列第 1 至 3, 12 至 13 个钢球的相对滑动速度随外力矩的增加而增加; 第 4 至 11 个钢球的相对滑动速度随外力矩的增加而减小, 但在外力矩为 $80\text{N}\cdot\text{m}$ 时, 第 7 和 8 个钢球的相对滑动速度会突增。如图 3-19(d)所示, 随着轴承转速的增大, 轴承两列钢球的相对滑动速度都在不断增加。轴承左列钢球第 1 至 4, 11 至 13 个钢球的相对滑动速度和轴承右列同位置钢球相对滑动速度相同; 轴承左列钢球第 5 至 10 个钢球的相对滑动速度小于轴承右列同位置钢球的相对滑动速度。



(c)外力矩对钢球滑动速度的影响



(d)转速对钢球滑动速度的影响

图 3-19 不同工况对钢球滑动速度的影响

3.5 本章小结

本章在所建立的拟静力学模型基础上,研究了不同的工况参数对双列角接触球轴承力学和运动学特性的影响分析。通过对双列角接触球轴承力学和运动学特性进行分析,研究双列角接触球轴承刚度特性和打滑特性的影响。得到如下的结论:

(1) 工况对双列角接触球轴承钢球的俯仰角和受到的陀螺力矩影响几乎相同。轴向载荷和径向载荷的增加会减小左列钢球俯仰角和受到的陀螺力矩;轴向载荷的增加导致右列钢球俯仰角和受到的陀螺力矩都增加,但是随着径向载荷的增加右列钢球俯仰角和受到的陀螺力矩先减小后增加再减小。外力矩的增加导致左列列钢球俯仰角和受到的陀螺力矩先减小后增加再减小,右列钢球俯仰角和受到的陀螺力矩先减小后增加再减小。转速对左列钢球俯仰角影响较小,会导致右列钢球俯仰角减小;同时转速会增大左右两列钢球的陀螺力矩。轴向载荷,径向载荷,和转速总体都会增大左右两列的离心力,外力矩的增大会使左

列钢球离心力减小，右列钢球离心力减小，且工况对于左列的影响大于右列。

(2) 双列角接触球轴承左右两列钢球的自转速度和公转速度随工况参数变化相同。轴向载荷，径向载荷的增大会加大左列钢球的速度，但对右列钢球影响不大。外力矩的增大会减小左列钢球的速度，对右列钢球影响也不大。转速的增加会同时增大两列钢球的速度。

(3) 轴向载荷的增大会增大双列角接触球轴承的轴向，径向和角刚度；径向载荷和转速则会减小双列角接触球轴承的三个刚度；随着外力矩的增大轴承的三个刚度先减小后增加。外滚道曲率半径系数和轴向间隙的增加会增大轴承的轴向刚度和角刚度，减小径向刚度。内滚道曲率半径系数，径向间隙和相对倾斜角的增加都会增大轴承的刚度。

(4) 工况对双列角接触球轴承钢球和滚道间的相对滑动速度影响与离心力相对应。其中轴向载荷，径向载荷和外力矩的增大对左列钢球的相对滑动速度影响趋势与离心力相反，而转速的变大对左列钢球的相对滑动速度变化趋势与离心力相同；右列钢球与滚道间的相对滑动速度变化趋势与离心力基本相同。

第 4 章 双列角接触球轴承热-力耦合特性分析

双列角接触球轴承在服役时由于各种摩擦会导致各部件的温度升高，轴承的内部结构产生一定的热变形，这些变形会直接改变双列角接触球轴承钢球和滚道的接触状态，从而影响轴承的动力学特性和热特性。为了更加准确的分析双列角接触球轴承的生热量对轴承运动状态的影响，本章将对双列角接触球轴承进行热分析，并与拟静力学模型结合建立双列角接触球轴承的热-力耦合模型。

4.1 双列角接触球轴承热-力耦合模型

4.1.1 生热分析

相比于总体法对生热量的计算，局部法计算的生热量更加准确。双列角接触球轴承的主要生热来源为：滚子球与滚道间由于相对滑动造成的摩擦热；滚子球由于自旋运动而生成的摩擦热；滚子球在润滑油中的搅油摩擦生热。

(1) 滚子球与滚道相对滑动摩擦生热

在图 4-1 所示的球与滚道的椭圆接触区域内，对一个微小的接触单元体 $d_x d_y$ 进行速度分析，所研究的接触单元体的速度 u_s ：

$$u_s = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (4-1)$$

式中： v_x, v_y 分别为接触单元沿 x 、 y 方向的线速度。

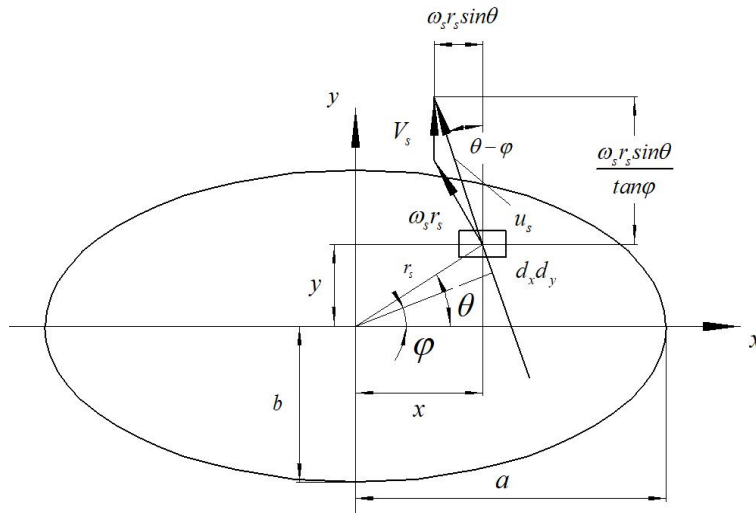


图 4-1 椭圆接触区的摩擦力和相对滑动速度

根据图 4-1 可以得到 φ 的表达式为：

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{y\omega_s}{-x\omega_s + V_s} \right) \quad (4-2)$$

在椭圆接触区域内，任一微小单元的接触应力 τ 可表示为：

$$\tau = \frac{3Q\mu}{2\pi ab} \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{3Q\mu}{2\pi ab} [1 - q^2 - t^2]^{\frac{1}{2}} \quad (4-3)$$

其中： μ ——牵引系数； q ——引入系数； t ——引入系数 $t = y/b$ 。

将接触应力在整个接触椭圆区域内进行二重积分即可得到滚子球与滚道间的摩擦力以及滚子球的自转力矩。摩擦力沿 x 方向的分量为：

$$F_x = \frac{3Q\mu}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1 - q^2 - t^2)^{\frac{1}{2}} \sin \varphi dt dq \quad (4-4)$$

沿 y 方向的分量为：

$$F_y = \frac{3Q\mu}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1 - q^2 - t^2)^{1/2} \cos \varphi dt dq \quad (4-5)$$

球与滚道间的摩擦热可表示为：

$$P_{nj} = \int \tau_{nj} V_{nj} dA_{nj} = a_{nj} b_{nj} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1+q^2}} \tau_{nj} V_{nj} dt dq, n = i, o; j = 1, 2, \dots, Z \quad (4-6)$$

(2) 滚子球因自转生成的摩擦热

滚子球的自转力矩为：

$$M_s = \frac{3Q\mu}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} [(aq)^2 + (bt)^2]^{1/2} (1 - q^2 - t^2)^{1/2} \cos(\theta - \varphi) dt dq \quad (4-7)$$

球因自转生成的摩擦热可表示为：

$$P_s = M_s \omega_s \quad (4-8)$$

(3) 滚子球搅油摩擦生热

在双列角接触球轴承服役过程中，轴承腔存在润滑油和空气组成的混合物，滚子球在经过混合物时会受到来自混合体的搅油阻力。搅油阻力可计算表示为：

$$F_d = \frac{\rho_{eff} C_d}{2} \left(\frac{\omega_c d_m}{2} \right) D \left(\frac{\pi D}{4} - t_c \right) \quad (4-9)$$

其中： ρ_{eff} ——油气混合物的等效密度； C_d ——搅油阻力系数； t_c ——保持架厚度。

油气混合物的等效密度可表示为轴承腔内润滑油体积百分含量 X_{oil} 的函数：

$$\rho_{eff} = X_{oil} \rho_{oil} + (1 - X_{oil}) \rho_{air} \quad (4-10)$$

其中： ρ_{oil} ——润滑油密度； ρ_{air} ——空气密度。

油气混合物中润滑油的体积百分含量表达式为：

$$X_{oil} = 62.8 \frac{m_{oil}^{0.37}}{\rho_{oil}^{0.37} \omega_i D_m^{1.7}} \quad (4-11)$$

其中： m_{oil} ——润滑油的质量流量。

则轴承所有滚子球总的搅油摩擦生热量可表示为：

$$P_{drag} = \sum_{j=1}^Z F_d \omega_c d_m \quad (4-12)$$

4.1.2 热传递计算

双列角接触球轴承内部有三种传热方式：轴承部分间的热传导、轴承部分与润滑油间的热对流和两轴承部分间的热辐射，但热辐射在传热过程中影响较小，可忽略不计。

(1) 对流传热

润滑油从双列角接触球轴承腔体流动时会带走大部分热量，还有少量的热量传递给周围的空气，所以要分别确定轴承与润滑油以及轴承和空气间的对流换热系数。流体经过轴承腔表面带走的热量计算公式为：

$$h_v = Nu \frac{k}{L} \quad (4-13)$$

其中： Nu ——努塞尔常数； L ——固体特征尺寸； k ——流体热传导系数。

双列角接触球轴承轴承腔内的润滑油以固定流速流过，且循环供油。因为轴承腔内润滑油中混合有空气，因此套圈和油气混合物以及滚子球和油气混合物间都是强制对流换热，强制对流换热系数为：

$$h_v = 0.332 \frac{\lambda}{l} R_{e,eff}^{0.5} P_{r,eff}^{1/3} \quad (4-14)$$

其中： λ ——油气混合物热传导系数； $P_{r,eff}$ ——油气混合物普朗克数；

$R_{e,eff}$ ——油气混合物雷诺数； l ——特征长度。

轴承旋转主轴表面与空气间也是强制对流热传导。努塞尔常数 Nu 的计算公式为：

$$\begin{cases} Nu = 30.5Re^{-0.0042} & Re > 9600 \\ Nu = Re^{0.37} & 7300 \leq Re \leq 9600 \\ Nu = 0.00308Re + 4.432 & Re < 7300 \end{cases} \quad (4-15)$$

而双列角接触球轴承的轴承座是固定静止的，因此轴承座表面与空气间是自然对流，其对流换热系数表达式为：

$$h_v = 0.3(T - T_{air})^{0.25} \quad (4-16)$$

其中： T ——轴承座温度； T_{air} 为空气环境温度。

(2) 热传导

双列角接触球轴承在工作过程中，滚子球与套圈、内圈与旋转轴、外圈与轴承座及套圈之间都有热传导。可近似地将双列角接触球轴承各部件看作回转体，把轴承的热传导模型简化为平板传热模型，则计算公式为：

$$P = \frac{kA}{L}\Delta T \quad (4-17)$$

其中： k ——轴承部件的热传导系数； A ——有效面积； L ——有效长度； ΔT ——两传导部件表面温度差。

(3) 润滑系统的传热

双列角接触球轴承的润滑系统为润滑油循环油浴润滑，润滑油流经轴承腔时会带走热量。设定润滑油的流量固定不变，则润滑油带走的热量计算公式为：

$$P = \dot{m}C_p(T_{out} - T_{in}) \quad (4-18)$$

其中： $\dot{m}$ ——质量流量； C_p ——比热容； T_{in} ， T_{out} ——润滑油入油口和出油口的温度。

假设润滑油的温度从入油口到出油口之间均匀分布，所以轴承腔内润滑油的温度可看作两者温度的平均值，可得润滑系统的热平衡方程式：

$$\begin{cases} P = \frac{T_c - T_{in}}{R_{in,c}} = \frac{1}{R_{in,c}} \left(\frac{T_{out} - T_{in}}{2} \right) \\ P = \frac{T_{out} - T_c}{R_{out,c}} = \frac{1}{R_{out,c}} \left(\frac{T_{out} - T_{in}}{2} \right) \end{cases} \quad (4-19)$$

其中： T_c ——轴承腔内润滑油温度； $R_{in,c}$ ， $R_{out,c}$ ——入油口和出油口与腔内之间的热阻。

(4) 确定节点间的热阻

对双列角接触球轴承进行热特性分析时，用热网络法划分轴承内部的节点，热量在各个节点之间的传递过程会受热阻的限制。考虑前面分析的两种传热方式，其中热传导的热阻可表示为：

$$R_t = \frac{L}{kA_t} \quad (4-20)$$

其中： A_t ——热传导面积。而热对流热阻为：

$$R_v = \frac{1}{h_v A_v} \quad (4-21)$$

其中： A_v ——对流换热的有效面积； h_v ——对流换热系数。

联立式(4-18)和(4-19)，可得润滑油系统的热阻：

$$R_{in,c} = R_{out,c} = \frac{1}{2mC_p} \quad (4-22)$$

4.1.3 模型建立

在双列角接触球轴承工作过程中，轴承内部各部件的温度会逐渐升高，各个部件也会发生相应的热变形，这些变形将作用于轴承，直接改变双列角接触球轴承钢球和滚道的接触状态，从而影响双列角接触球轴承的动力学特性。为准确地研究生热对轴承打滑特性的影响，本文将拟静力学模型和热分析模型耦合，建立热-力耦合模型。

轴承各部件的热变形 u 计算公式为：

$$u = \alpha \Delta T d \quad (4-23)$$

其中： α ——轴承各部分热膨胀系数； ΔT ——温度的增加量； d ——各部分直径。

本文建立的模型假设外圈固定，内圈随旋转主轴转动。则内圈的径向热变形计算公式为：

$$u_i = \alpha_i \Delta T_i d_{gi} + [\alpha_s \Delta T_s (1 + \mu_s) - \alpha_i \Delta T_i] \frac{d^2}{d_{gi}} \quad (4-24)$$

其中： α_i ， α_s ——内圈和主轴的热膨胀系数； ΔT_i ， ΔT_s ——内圈和主轴的温度增长量； μ_s ——旋转主轴泊松比； d ——内圈内径； d_{gi} ——内滚道直径。

同时，固定在轴承座上的外圈径向热变形计算公式为：

$$u_o = \alpha_h \Delta T_h (1 + \mu_h) D_{go} \quad (4-25)$$

其中： D_{go} ——外滚道直径。滚子球的热变形计算公式为：

$$u_b = \alpha_b \Delta T_b D \quad (4-26)$$

其中： α_b ——滚子球的热膨胀系数； ΔT_b ——轴承座的温度变化； D ——球直径。

则内外套圈间的径向相对热变形为：

$$u_r = u_o - u_i - 2u_b \quad (4-27)$$

轴向相对热变形为：

$$u_a = (\alpha_h \Delta T_h L_h - \alpha_s \Delta T_s L_s) / 2 \quad (4-28)$$

其中： L_s ， L_h ——旋转主轴的长度和轴承座的长度。

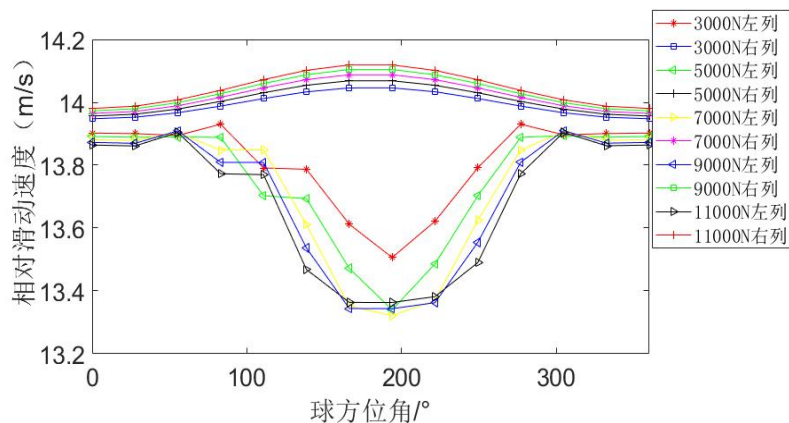
在建立的双列角接触球轴承热-力耦合模型中，通过计算得出节点的温度，将两次计算的节点温度差与设置的阈值进行比较，若则结束循环并输出结果，若不小于则将计算的轴承各部分热变形加到各部件原结构参数中再次计算，直到小于阈值。

4.2 双列角接触球轴承热-力耦合下滑动特性分析

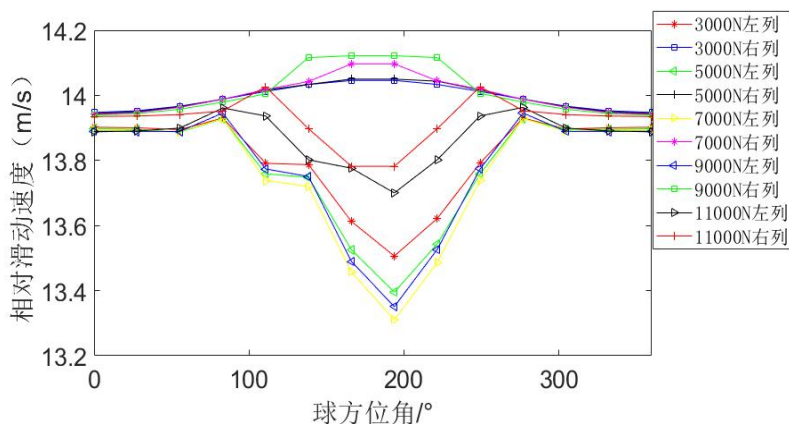
如图 4-2 所示为热耦合下双列角接触球轴承外力变化时，钢球与滚道间相对滑动速度变化示意图。图 4-2 中对轴承施加基础外力条件轴向力为 3000N，径向力 3000N，力矩 10N·m，轴承轴转速 3000rpm。如图 4-2(a)~(d)分别为改变轴向载荷 3000N 至 11000N 和径向载荷 3000N 至 11000N、力矩 0N·m 至 80N·m 和轴承轴转速 3000rpm 至 7000rpm 时钢球与滚道间相对滑动速度的变化示意图。

如图 4-2(a)所示，随着轴承所受轴向载荷的增加，轴承左列第 3 和 12 个钢球与滚道间的相对滑动速度略有变化；第 5 个钢球在 5000N 前相对滑动速度减小，在 7000N 时相对滑动速度突增到最大，随后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间相对滑动速度减小；第 8 个钢球在 7000N 前相对滑动速度减小，在 7000N 时达到最小值，7000N 后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间的相对滑动速度又逐渐增加；而第 7 和 9 个钢球在 9000N 前相对滑动速度减小，在 9000N 时达到最小值，之后随着轴向载荷的增加钢球与滚道间相对滑动速度又逐渐增加；其他位置处钢球相对滑动速度随轴向载荷的增加而减小。轴承右列钢球与套圈间相对滑动速度随轴向载荷的增加而增大，其中第 7 和 8 个钢球的相对滑动速度

最大，其他钢球的相对滑动速度以此为中心呈对称分布。如图 4-2(b)所示，径向载荷在 9000N 前，轴承左列钢球与滚道间的相对滑动速度随着轴承受到径向载荷的增加而减小；径向载荷 9000N 后，钢球与滚道间相对滑动速度突增。轴承右列钢球与滚道间相对滑动速度随着轴承受到径向载荷的增加变化为：径向载荷在 9000N 前，轴承右列钢球与滚道间的相对滑动速度随着轴承受到径向载荷的增加而增大；径向载荷 9000N 之后，钢球与滚道间的相对滑动速度会减小。

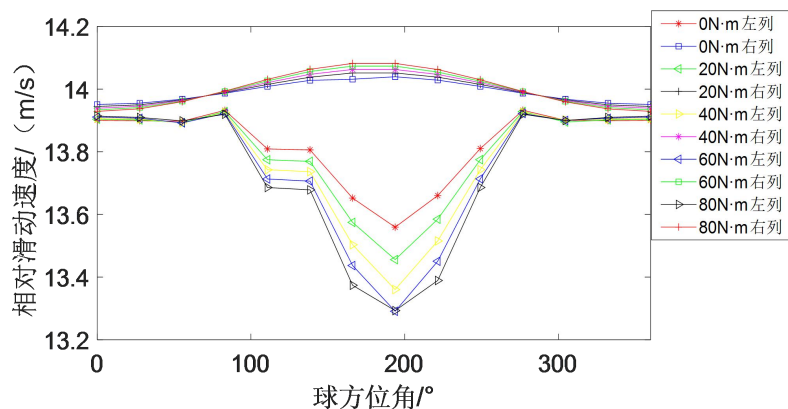


(a) 耦合时轴向载荷对钢球滑动速度的影响

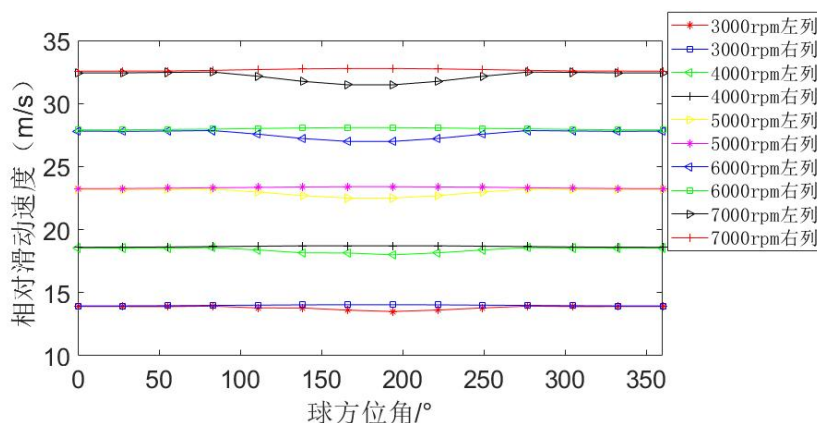


(b) 耦合时径向载荷对钢球滑动速度的影响

如图 4-2(c)所示，随着双列角接触球轴承受到外力矩的增加，轴承左列第 1 和 2 个钢球的相对滑动速度略有减小；第 4 至 11 个钢球的相对滑动速度降低，其中第 3 和 12 个钢球相对滑动速度几乎不变。轴承右列第 1 至 3，12 至 13 个钢球的相对滑动速度随外力矩的增加而减小；第 4 至 11 个钢球的相对滑动速度随外力矩的增大而增加。如图 4-2(d)所示，随着轴承转速的增大，两列钢球的相对滑动速度都在不断增加。轴承左列钢球第 1 至 4，11 至 13 个钢球的相对滑动速度和轴承右列同位置钢球相对滑动速度相同；轴承左列钢球第 5 至 10 个钢球的相对滑动速度小于轴承右列同位置钢球的相对滑动速度。



(c)耦合时外力矩对钢球滑动速度的影响



(d)耦合时转速对钢球滑动速度的影响

图 4-2 耦合时不同工况对钢球滑动速度的影响

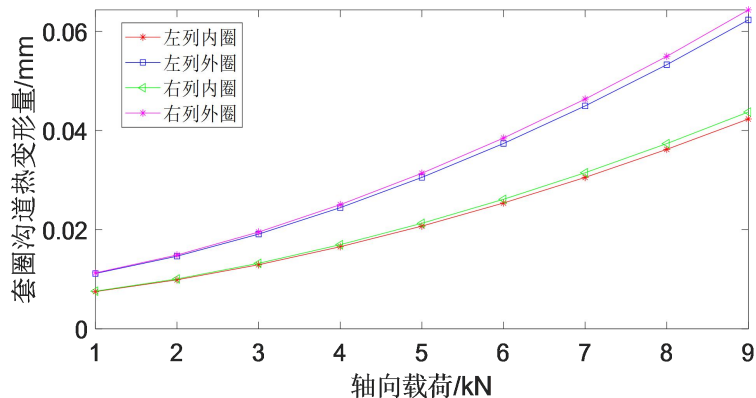
4.3 双列角接触球轴承热变形分析

双列角接触球轴承在不同工况下转动产生不同的热量，轴承的各部分也会发生不同程度的形变量，这些形变量会改变轴承的结构，间接影响轴承的服役效果。下文将研究不同工况的变化对轴承主要部位热变形量的影响。

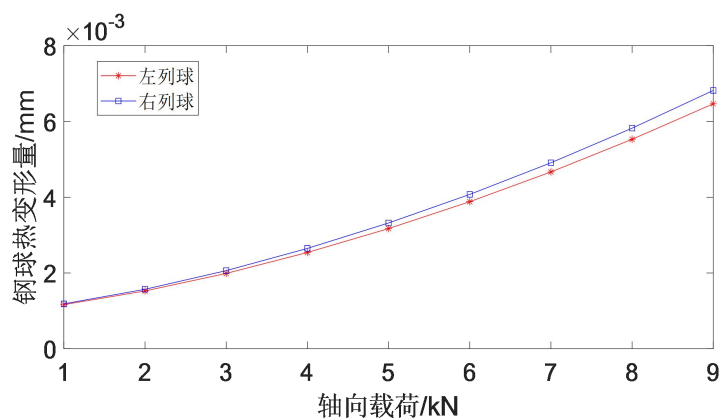
4.3.1 轴向载荷对轴承热变形量影响

如图 4-3 所示，研究轴向载荷从 1000 到 9000N 变化时双列角接触球轴承的热变形量，固定径向载荷为 3000N，力矩载荷为 10N·m，转速为 3000rpm。

从 4-3(a)可得，随着轴向载荷的增大，轴承左右两列的内外套圈沟道热变形量都在增加，且增速逐渐加大。轴承外圈的沟道热变形量大于内圈沟道的热变形量，同时右列相同套圈的热变形量在相同轴向载荷下总是高于左列套圈。图 4-3(b)为轴向载荷对钢球热变形量的影响示意图，随着轴向载荷的增大，左右两列钢球热变形量都增加，增速逐渐增大，且右列钢球热变形量较左列略大。

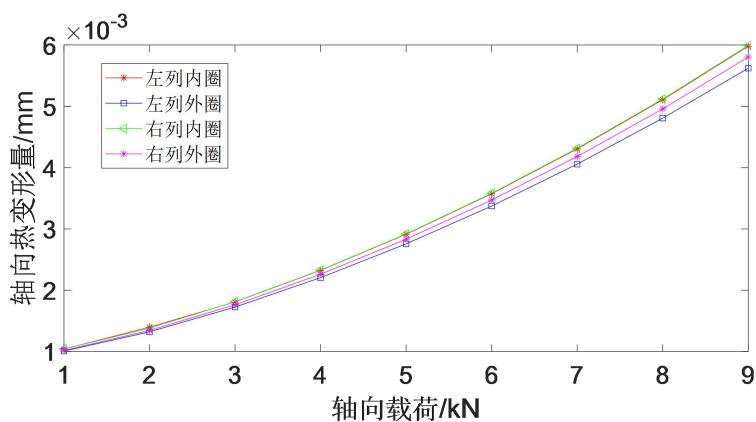


(a)轴向载荷对套圈沟道热变形量的影响

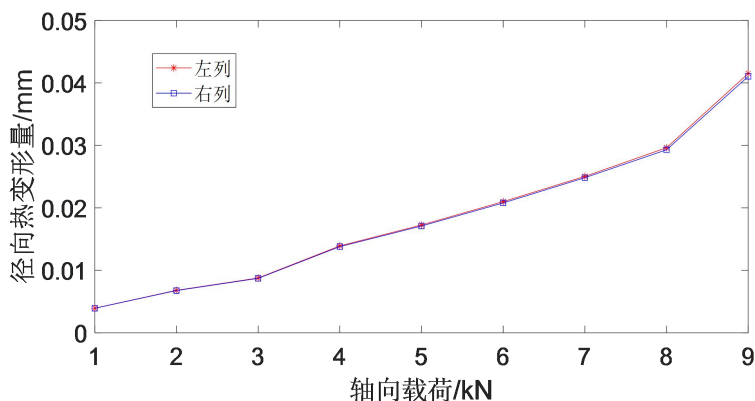


(b)轴向载荷对钢球热变形量的影响

从图 4-3(c)可得：随着轴向载荷的增大，轴承左右两列内圈轴向热变形量都增大，且大小相同；而右列外圈轴向热变形量随轴向载荷增大的增大量大于左列外圈。内圈的轴向热变形量略大于外圈。图 4-3(d)为轴向载荷对轴承径向热变形量的影响示意图。左右两列轴承径向热变形量相同，都随着轴向载荷的增大而增大。



(c)轴向载荷对轴向热变形量的影响



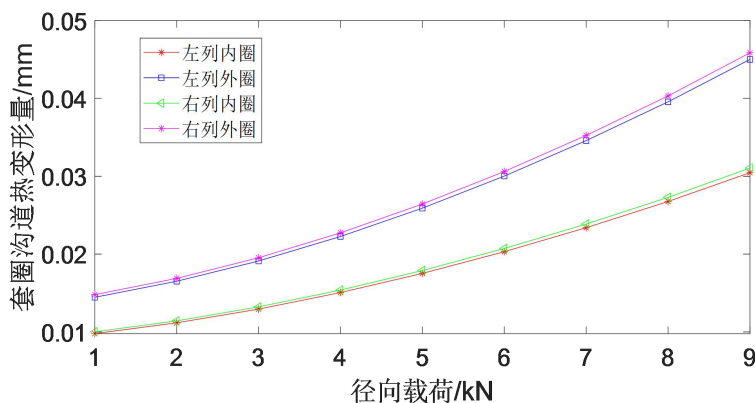
(d)轴向载荷对径向热变形量的影响

图 4-3 轴向载荷对热变形量的影响

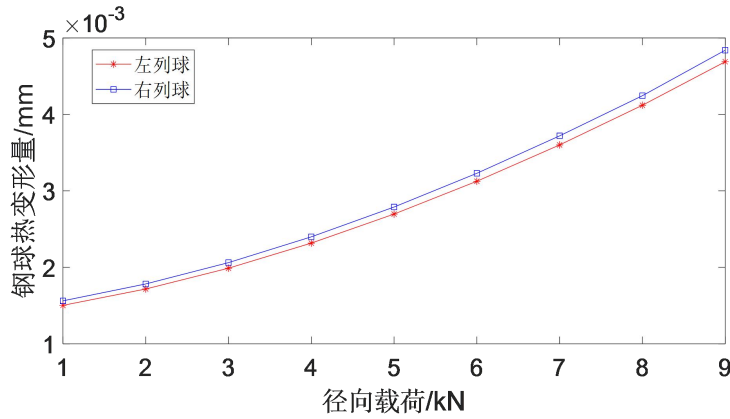
4.3.2 径向载荷对轴承热变形量影响

如图 4-4 所示, 研究径向载荷从 1000 到 9000N 变化时双列角接触球轴承的热变形量, 固定轴向载荷为 3000N, 力矩载荷为 $10\text{N}\cdot\text{m}$, 转速为 3000rpm。

从 4-4(a)可得, 随着径向载荷的增大, 轴承左右两列的内外圈沟道热变形量都在增加, 且增速逐渐加大。轴承外圈的沟道热变形量大于内圈沟道的热变形量, 同时右列相同套圈沟道的热变形量在相同径向载荷下总是高于左列套圈。图 4-4(b)为径向载荷对钢球热变形量影响示意图, 随着径向载荷的增大, 左右两列钢球的热变形量都增加, 增速逐渐增大, 且右列钢球热变形量较左列略大。

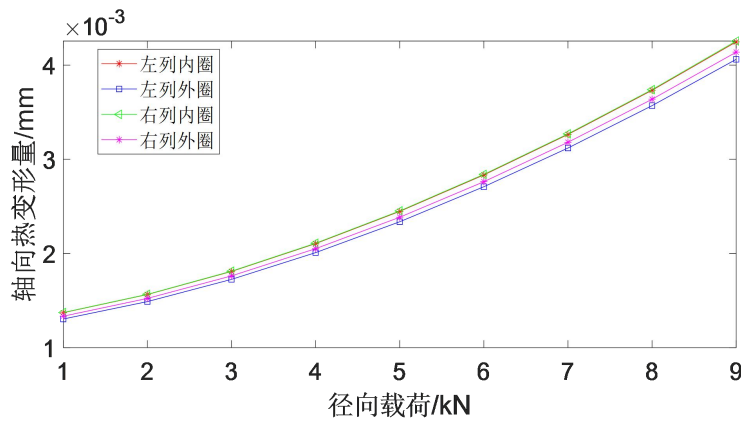


(a)径向载荷对套圈沟道热变形量的影响

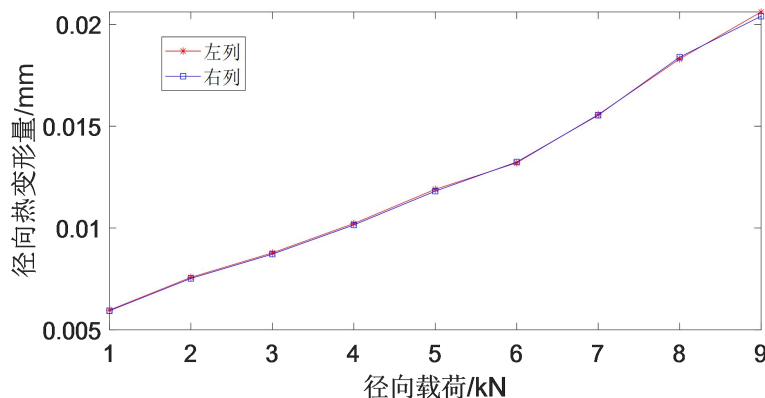


(b) 径向载荷对钢球热变形量的影响

从图 4-4(c)可得：随着径向载荷的增大，轴承左右两列内圈轴向热变形量都增大，且大小相同；而右列外圈轴向热变形量随径向载荷增大的增大量大于左列外圈。内圈的轴向热变形量略大于外圈。图 4-4(d)为径向载荷对轴承径向热变形量的影响示意图。左右两列轴承径向热变形量相同，都随着径向载荷的增大而增大。轴向载荷和径向载荷的增大都会导致套圈沟道热变形量，钢球热变形量，轴承轴向和径向热变形量的增大，两者对热变形量的变化趋势也大致相同，但轴向载荷对热变形的变化量影响明显大于径向载荷。



(c) 径向载荷对轴向热变形量的影响



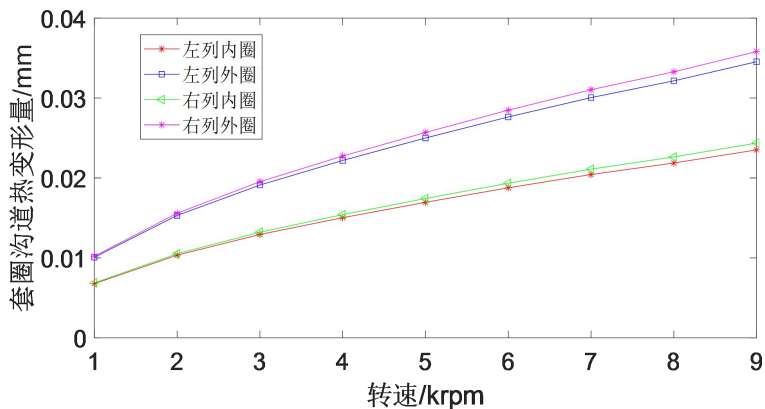
(d)径向载荷对径向热变形量的影响

图 4-4 径向载荷对热变形量的影响

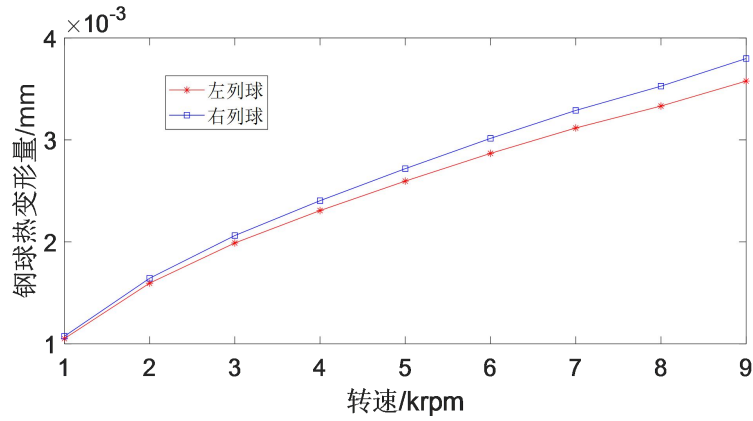
4.3.3 转速对轴承热变形量影响

如图 4-5 所示, 研究转速从 1000 到 9000rpm 变化时双列角接触球轴承的热变形量, 固定轴向载荷 3000N, 径向载荷 3000N, 力矩载荷 10N·m。

如图 4-5(a)所示, 随着轴承转速的增加, 轴承左右两列的内外套圈沟道热变形量都在增加, 但增速逐渐减小。轴承外圈的沟道热变形量大于内圈沟道的热变形量, 同时右列相同套圈沟道的热变形量在相同转速下总是高于左列套圈。图 4-5(b)为转速对钢球热变形量的影响示意图, 随着转速的增大, 左右两列钢球的热变形量都增加, 增速逐渐减小, 且右列钢球热变形量较左列略大。

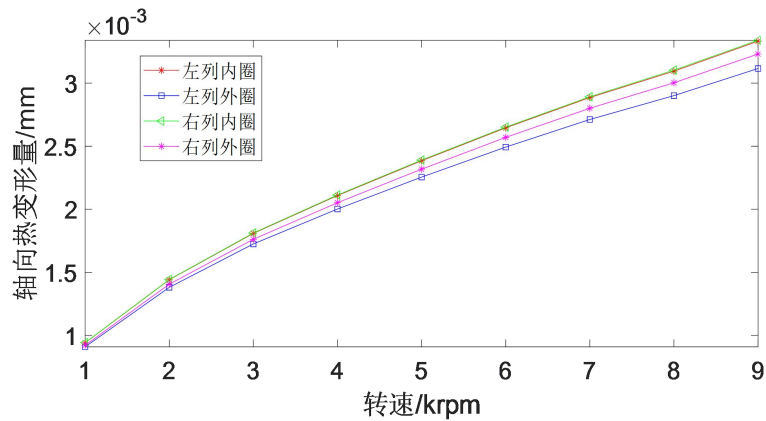


(a)转速对套圈沟道热变形量的影响

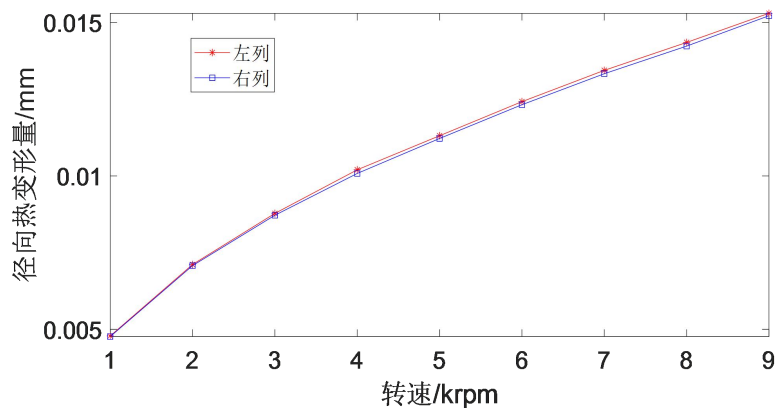


(b)转速对钢球热变形量的影响

从图 4-5(c)可得：随着转速的增大，轴承左右两列内圈轴向热变形量都增大，且大小几乎相同；而右列外圈轴向热变形量随转速增大量大于左列外圈。内圈的轴向热变形量略大于外圈。图 4-5(d)所示为转速对轴承径向热变形量的影响示意图。左右两列轴承径向热变形量相同，都随着径向载荷的增大而增大。



(c)转速对轴向热变形量的影响



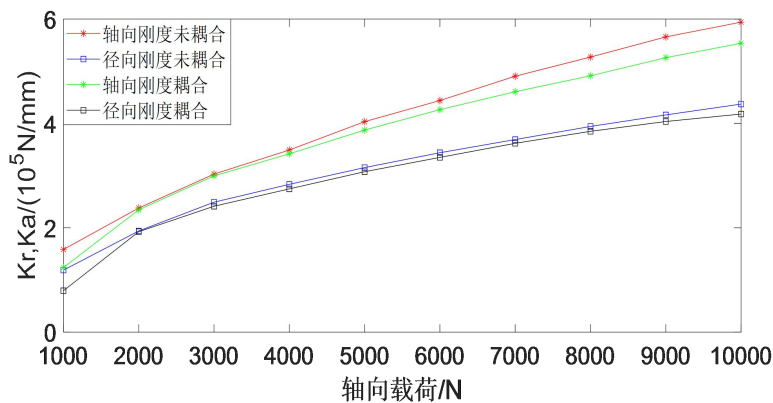
(d)转速对径向热变形量的影响

图 4-5 转速对热变形量的影响

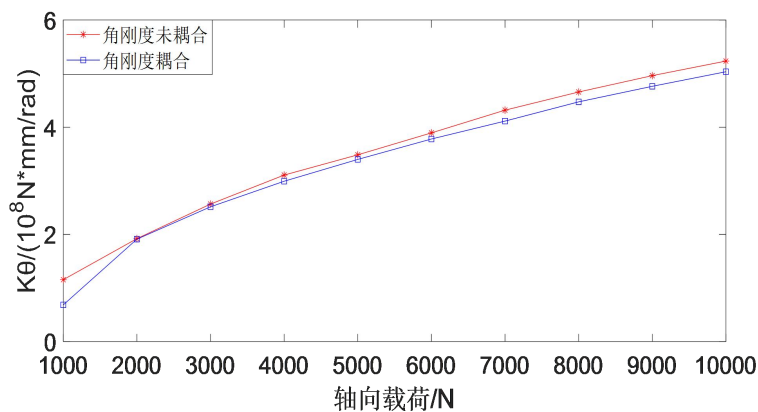
4.4 双列角接触球轴承热耦合和未耦合时对刚度的影响

如图 4-6 所示为热耦合和未耦合时轴向载荷对双列角接触球轴承刚度的影响对比图，径向载荷固定为 3000N，力矩为 10N·m，转速为 1000rpm。

图 4-6(a)为变轴向载荷下热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度变化示意图。随着轴向载荷的增大，轴承热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度都会增大，增速逐渐减小，同时轴向刚度的增速大于径向刚度。热耦合时的轴向和径向刚度都小于未耦合时，且轴向载荷越大，刚度差距越大。如图 4-6(b)所示，角刚度在热耦合和未耦合时都随轴向载荷的增大而增大，但热耦合时的角刚度小于未耦合时的角刚度。



(a)耦合和未耦合时轴向和径向刚度的对比



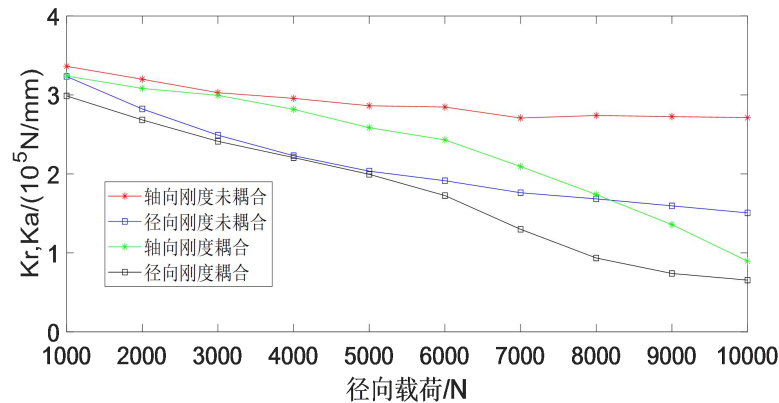
(b)耦合和未耦合时角刚度的对比

图 4-6 耦合和未耦合时轴向载荷对轴承刚度的影响

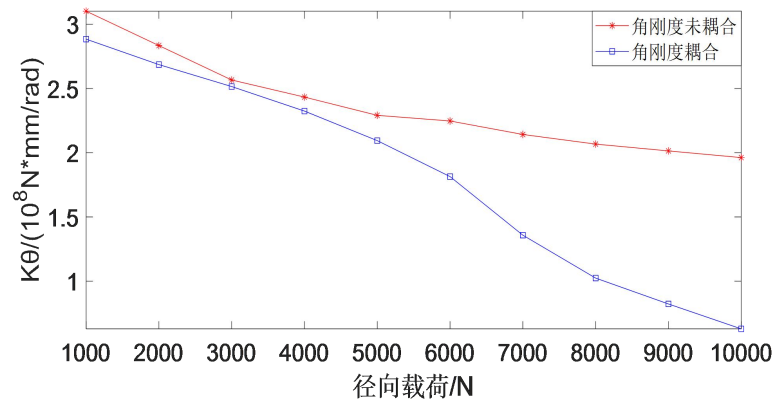
如图 4-7 所示为热耦合和未耦合时径向载荷对双列角接触球轴承刚度的影响对比图，轴向载荷固定为 3000N，力矩为 10N·m，转速为 1000rpm。

图 4-7(a)为变径向载荷下热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度变化示意图。

随着径向载荷的增大，轴承热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度都会减小，热耦合时的降速大于未耦合时，同时轴向刚度的降速大于径向刚度。热耦合时的轴向和径向刚度都小于未耦合时，且径向载荷越大，刚度差距越大。如图 4-7(b) 所示，角刚度在热耦合和未耦合时都随轴向载荷的增大而减小，但热耦合时的角刚度小于未耦合时的角刚度。径向载荷热耦合时对轴承刚度的影响明显小于轴向载荷。



(a) 耦合和未耦合时轴向和径向刚度的对比

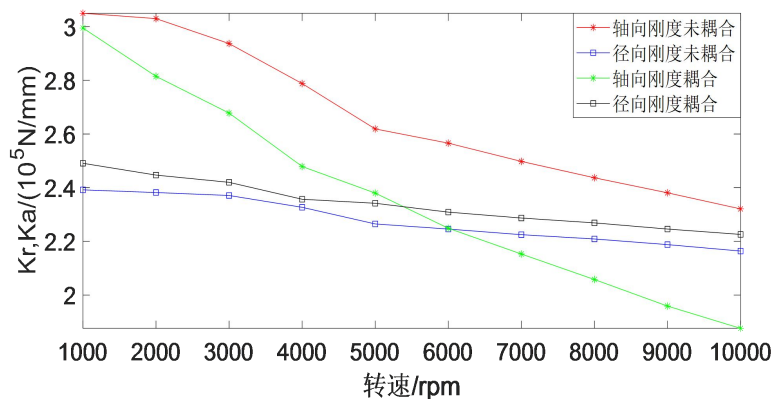


(b) 耦合和未耦合时角刚度的对比

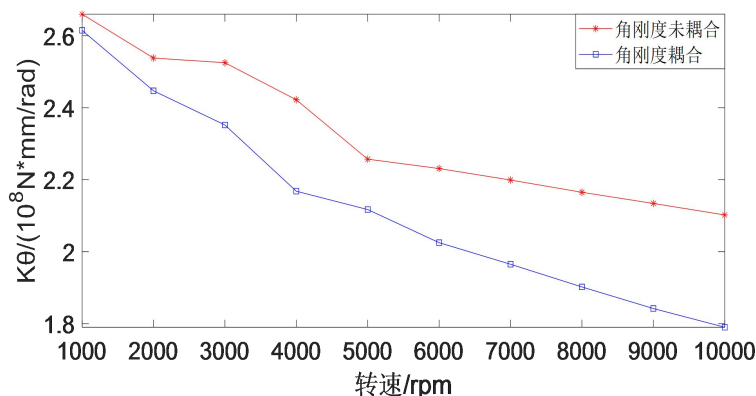
图 4-7 耦合和未耦合时径向载荷对轴承刚度的影响

如图 4-8 所示为热耦合和未耦合时转速对双列角接触球轴承刚度的影响对比图，轴向载荷固定为 3000N，径向载荷为 3000N，力矩为 10N·m。

图 4-8(a) 为变转速下热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度变化示意图。随着轴承转速的增大，轴承热耦合和未耦合时的轴向和径向刚度都在减小，其中轴向刚度热耦合时的降速大于未耦合时，且在热耦合时下降速度远大于径向刚度。热耦合时轴承轴向和径向刚度都小于未耦合时刚度。如图 4-8(b) 所示，角刚度在热耦合和未耦合时都随转速的增大而减小，但热耦合时的角刚度小于未耦合时的角刚度。



(a)耦合和未耦合时轴向和径向刚度的对比



(b)耦合和未耦合时角刚度的对比

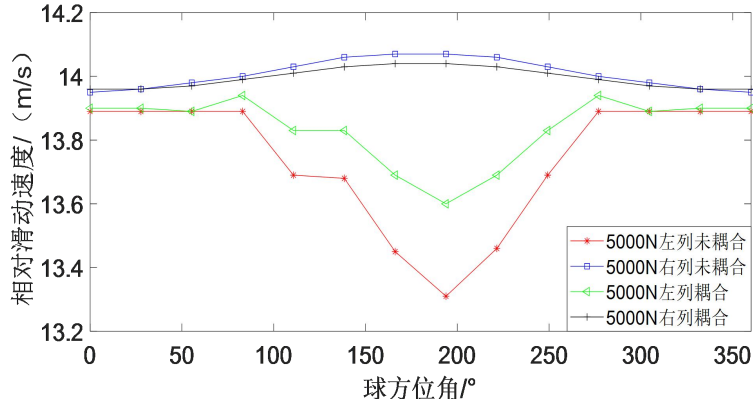
图 4-8 耦合和未耦合时转速对轴承刚度的影响

4.5 双列角接触球轴承热耦合和未耦合时对打滑的影响

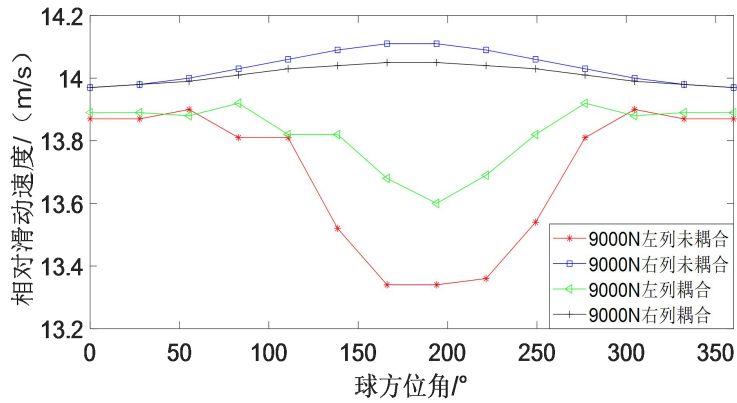
如图 4-9 至图 4-11 中所示为对双列角接触球轴承施加相同外力条件时，钢球与滚道间相对滑动速度在热耦合与未耦合下的对比变化示意图。下图中对轴承施加基础条件为轴向力为 3000N，径向力为 3000N，力矩为 10N·m，轴承轴转速为 3000rpm。如图 4-9 至图 4-11 分别为设定轴向载荷 5000N 和 9000N，径向载荷 5000N 和 9000N 以及轴承轴转速 3000rpm 和 7000rpm 时钢球与滚道间相对滑动速度的变化示意图。

如图 4-9 所示为双列角接触球轴承在加载不同轴向载荷作用时，热耦合和未耦合下钢球与滚道间相对滑动速度的对比图。图 4-9(a)和(b)分别为轴向载荷 5000N 和 9000N 时钢球的相对滑动速度变化图。其中左列轴承热耦合时钢球与滚道间相对滑动速度较未耦合时明显增大，第 1 至 3，12 至 13 个钢球的相对滑动速度较为接近，越靠近第 8 个钢球相对滑动速度增长率越大，分别为 2.18%

和 2.55%。右列轴承热耦合时钢球与滚道间相对滑动速度较未耦合时则相对减小，钢球的相对滑动速度对称分布。同时，随着轴向载荷的增大热耦合时的钢球与滚道间相对滑动速度略有减小。



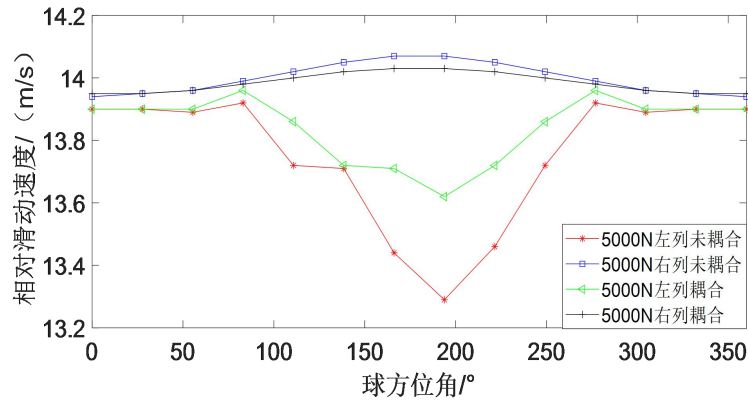
(a) 5000N 轴向载荷下滑动速度的对比



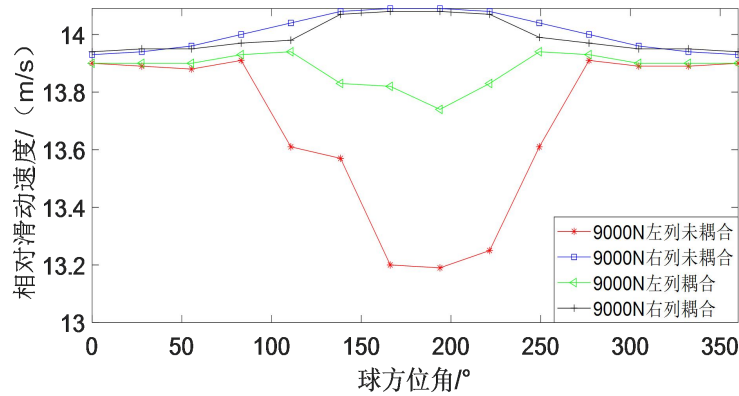
(b) 9000N 轴向载荷下滑动速度的对比

图 4-9 耦合和未耦合时轴向载荷对滑动速度的影响

如图 4-10 所示为双列角接触球轴承在加载不同径向载荷作用时，热耦合和未耦合下钢球与滚道间相对滑动速度的对比图。图 4-10(a)和(b)分别为径向载荷 5000N 和 9000N 时钢球的相对滑动速度变化图。左列轴承热耦合时钢球与滚道间相对滑动速度较未耦合时明显增大，增大率最高分别为 4.17% 和 2.48%，分别为第 7 和 8 个钢球处。右列轴承热耦合时钢球与滚道间相对滑动速度较未耦合时则相对减小，钢球的相对滑动速度对称分布。同时，随着径向载荷的增大热耦合时的钢球与滚道间相对滑动速度会增大。



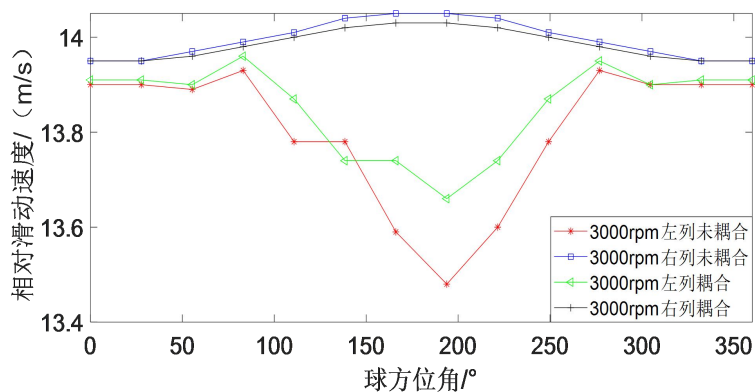
(a) 5000N 径向载荷下滑动速度的对比



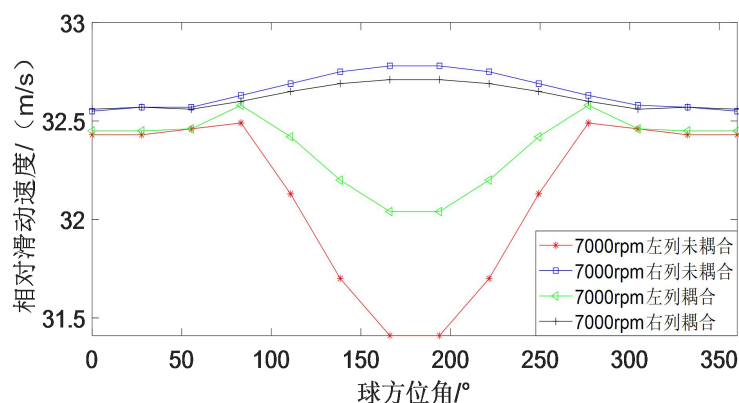
(b) 9000N 径向载荷下滑动速度的对比

图 4-10 耦合和未耦合时径向载荷对滑动速度的影响

如图 4-11 所示为双列角接触球轴承在加载不同转速作用下，热耦合和未耦合下钢球与内滚道间相对滑动速度的对比图。图 4-11(a)和(b)分别为转速 3000rpm 和 7000rpm 时钢球的相对滑动速度变化图。左列轴承热耦合时钢球与内滚道间相对滑动速度较未耦合时明显增大，增大率最高分别为 1.34%和 2.0%，为第 8 个钢球处。右列轴承热耦合时钢球与内滚道间相对滑动速度较未耦合时则相对减小，钢球的相对滑动速度对称分布。同时，随着转速的增大热耦合时的钢球与内滚道间相对滑动速度会明显增大。



(a) 3000rpm 转速下滑动速度的对比



(b) 7000rpm 转速下滑动速度的对比

图 4-11 耦合和未耦合时转速对滑动速度的影响

4.6 本章小结

本章对双列角接触球轴承服役过程中的生热进行了计算。分析了双列角接触球轴承内部的三种热传递方法：热对流，热传导和润滑系统的传热，利用热量传递的结果计算热阻，再利用热阻和生热量建立各个节点的稳态热平衡方程计算个节点温度。最后将温度变化引起的热变形带入拟静力学中计算，建立双列角接触球轴承热-力耦合模型。在此基础上对不同工况下双列角接触球轴承打滑特性进行了研究。并对双列角接触球轴承服役过程中产生的结构热变形进行分析。再进一步研究轴承刚度和打滑特性的变化，并作出轴承在热耦合与未耦合下的变化对比。得到如下结论：

(1) 轴承热-力耦合时，随着轴向载荷，径向载荷和外力矩的增大，左列轴承钢球与滚道相对滑动速度减小，右列钢球与滚道相对滑动速度增大。随着轴承转速的增大，左右两列轴承钢球与滚道相对滑动速度都会增加。

(2) 轴向载荷，径向载荷和轴承转速的增加都会增大双列角接触球轴承的内外套圈沟道热变形量，钢球热变形量，轴承的轴向热变形量和径向热变形量。但是随着轴向载荷和径向载荷的增加，热变形量增速增大，而随着轴承转速的增加，热变形量增速减小。

(3) 随着轴向载荷和径向载荷的增大，热耦合下的双列角接触球轴承轴向，径向和角刚度都小于未耦合下的刚度。但在径向载荷的影响下，轴承热耦合下刚度远小于未耦合。随着转速的增加，热耦合下的双列角接触球轴承轴向刚度和角刚度小于未耦合，径向刚度大于未耦合时的刚度。

(4) 轴向载荷，径向载荷和轴承转速的增加都会增大双列角接触球轴承左列轴承热耦合时的轴向，径向和角刚度，同时减小右列轴承热耦合时的刚度。热耦合下的刚度会随径向载荷和转速的增加而增大，随轴向载荷的增大略有减小。

(5) 在相同外载荷时，双列角接触球轴承左列热耦合时的相对滑动速度小于未耦合，右列热耦合时的相对滑动速度略大于未耦合时。且随着轴向载荷和径向载荷的增大，钢球相对滑动速度略有增加；但随着轴承转速的增大，相对滑动速度明显增大。

第 5 章 双列角接触球轴承热耦合实验分析

为了验证上文中建立的拟静力学-热耦合程序的准确性，本章将利用图 5-1 中的轴承寿命预测试验台进行温度实验验证。实验台系统由钢结构平台、滚动轴承转子系统、高速电机、被试轴承系统、转速转矩传感器、联轴器、润滑油箱、加载油站、径向轴向加载系统以及智能电气控制系统组成。如图 5-2 所示是轴承寿命预测试验台的主要组件分布二维平面示意图。

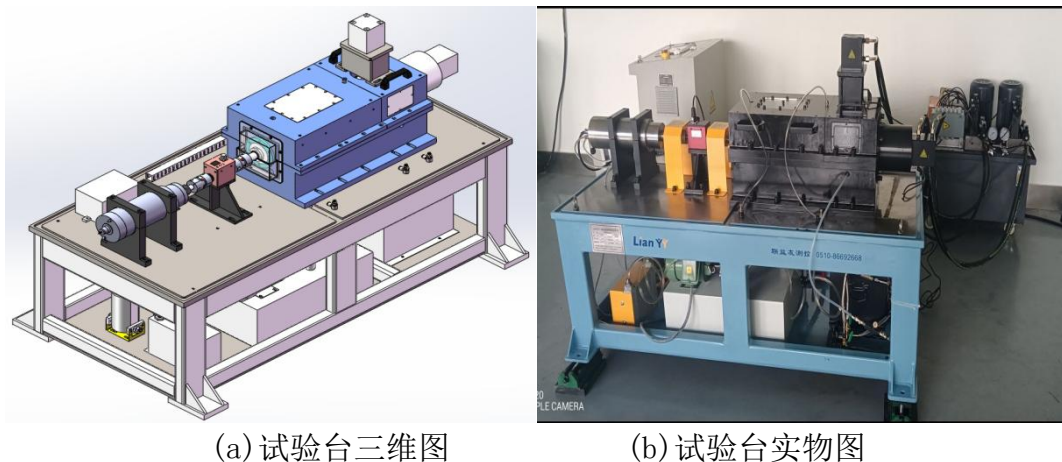


图 5-1 轴承寿命预测试验台

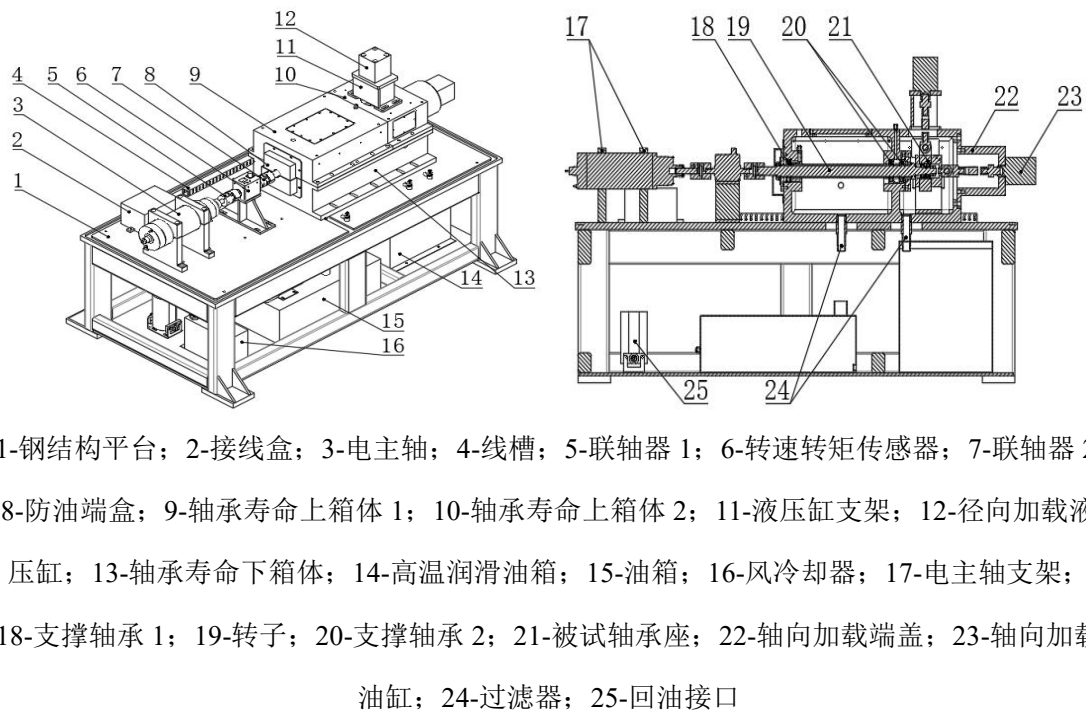


图 5-2 试验台主要组件分布二维图

5.1 试验台原理

试验台原理框架图如图 5-3 所示，实验台由高速电机带动电主轴转动，通过联轴器 1 连接到转速转矩传感器，再通过联轴器 2 连接到转子带动转子的转动，支撑轴承支撑转子的转动。被试轴承安装在转子的末尾处，通过轴向和径向加载油缸对被试轴承进行加载。加载装置为液压缸，采用液压加载方式，配置有液压油站。高速电机的额定电压为 380V，额定功率为 5.5kW，额定频率为 599Hz，最高转速可达 11000rpm。转速转矩传感器的额定转速为 10000rpm，额定容量为 $\pm 20\text{N}\cdot\text{m}$ ，反应性能为 1kHz，信号延迟 0.6ms(50%反应)，滞后为 0.03%。

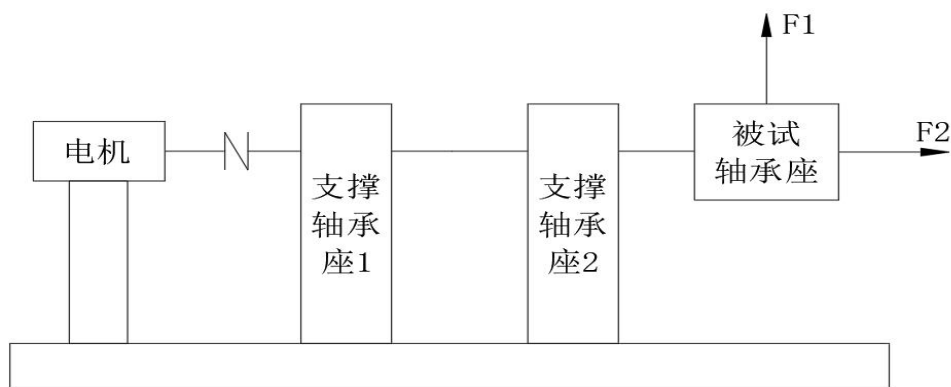


图 5-3 试验台原理框架图

支撑轴承安装示意图如图 5-4 所示，其中支撑轴承 1 部件为 NU208ECP 型号圆柱滚子轴承，支撑轴承 2 部件为两组 7208 型号角接触球轴承。三组支撑轴承的尺寸相同，均为外径为 80mm，内径为 40mm，厚度为 18mm。被试轴承选用 3205 型号的双列角接触球轴承，外径为 52mm,内径为 25mm，厚度为 20.6mm。

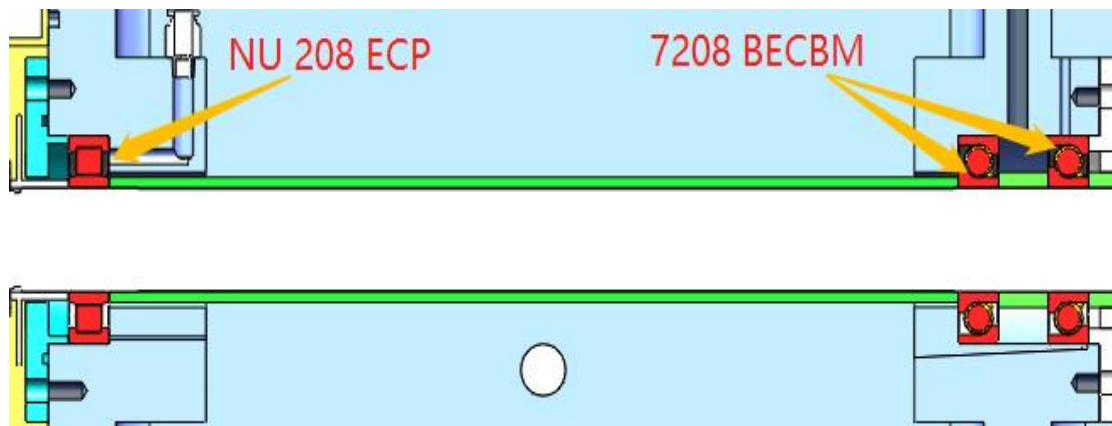


图 5-4 支撑轴承安装示意图

支撑轴承座部分为一体式，由箱体支撑，起到支撑及收集油液作用。同时

为防止支撑轴承服役时产生的热量对被试轴承造成影响，本实验台对支撑轴承与被试轴承各配有一套润滑系统。支撑轴承配备为普通润滑油站，被试轴承配备为加热润滑油站，最大加热温度可达 100°C ，支撑轴承与被试轴承润滑油站均配有节流阀调节流量。如图 5-5 所示，被试轴承座配有两个流量传感器，分别测量两套油路的流量。其中一套油路对被试轴承进行调节，调节量程较大，调节幅度较大；另一套油路对支撑轴承进行调节，调节量程较小，精确调整流量。流量传感器采用黄铜金属壳体和 SrFeO 陶瓷磁体，精度等级 $\pm 2\%$ ，最大压力值 2MPa 。

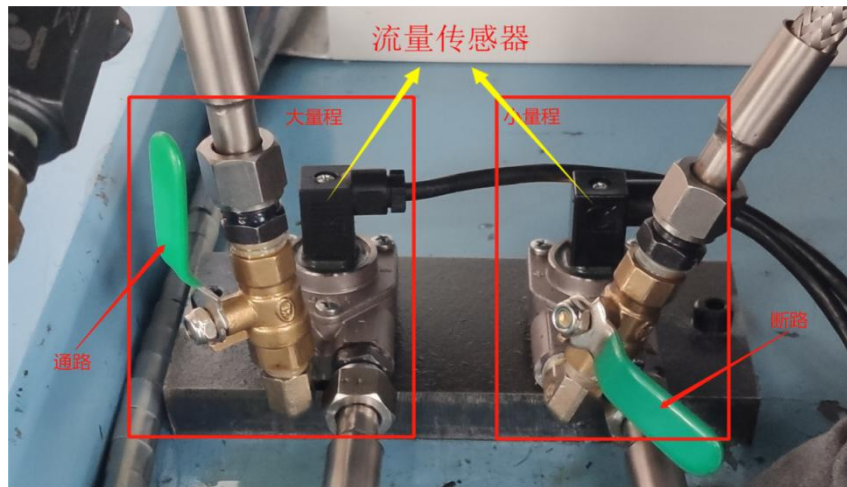


图 5-5 流量传感器安装位置及通断示意图

调节的被试轴承流量数据实时显示在如图 5-6 中的控制柜操作界面上。同时两个支撑轴承的外圈分别配备有一个温度传感器，被试轴承轴承座也安装有一个温度传感器，三个温度传感器的温度数据都显示在控制柜的操作面板上。操作面板主体分为十个部分：控制电机正反转；控制润滑油站和加热油站的启停；设定转速数值；控制电机启动；黄色警告栏；报警信息故障复位按钮；试验台俯视图动画；实时数据参数反馈；径向加载控制区域；轴向加载控制区域。其中压力加载调节与控制采用电动控制，最大加载力为 1.0T ，配有压力传感器量程为 2T 。

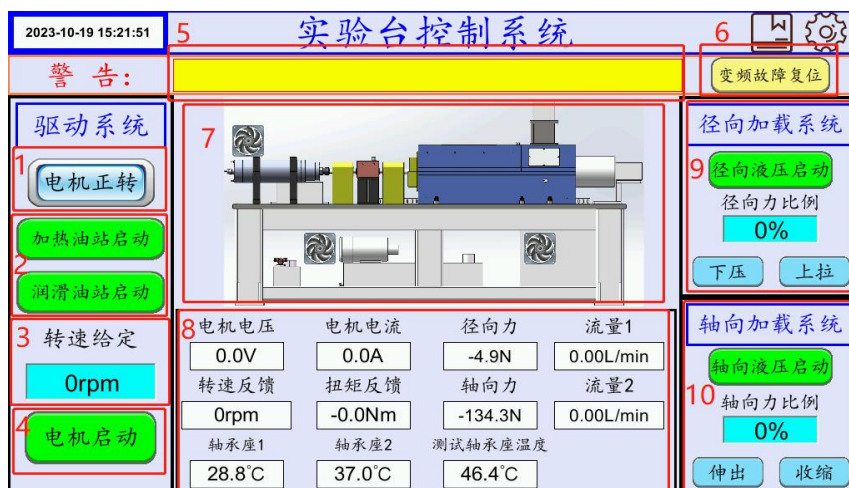


图 5-6 操作界面参考图

5.2 实验原理

为了计算双列角接触球轴承在服役过程中的温度，通过热网格法对轴承进行关键性节点的划分。热网络法主要是在双列角接触球轴承体系上选择建立热节点，这些热节点代表轴承系统空间中相应点位的温度，多个节点间热的传递形成了热网络，然后建立平衡方程组，求得的结果就是各热节点的温度。假设滚子球与滚道间的摩擦生热量平均地分配给球和滚道，可得各节点的稳态热平衡方程：

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_{i-j}} (T_j - T_i) = P_i \quad (5-1)$$

式中： P_i ——节点 i 处的生热量； T_j ——与节点 i 相邻的节点温度； R_{i-j} ——节点 i 和节点 j 之间的热阻。

5.3 实验验证

本实验对双列角接触球轴承外圈温度测量，进行不同轴向载荷，径向载荷，旋转主轴转速和润滑油流量下模型计算温度和实际实验温度的对比实验，来验证本文建立的热-力耦合模型的正确性。每组更换实验载荷工况后运行五分钟后记录数据，再更换下一组工况条件进行实验。每组实验结束后温度会升高，待冷却至室温后才可进行下一轮实验。

如图 5-8 所示为不同轴向载荷时双列角接触球轴承模型计算的外圈温度结

果与实验结果对比图。实验时的外载荷条件为：径向载荷 1500N，旋转主轴转速 2000rpm，润滑油流量 40.8L/h，轴向载荷变化范围为 2000 至 5500N。由于实验时室温低于常温，所以润滑油箱内润滑油初始温度较低，所以实验所得轴承外圈温度低于模型计算温度，轴承外圈计算温度与实际温度温度差随着轴向载荷的增大而加大。其中轴承外圈温度误差最大在轴向载荷 2000N 处，误差为 13.6%，误差在合理范围内。

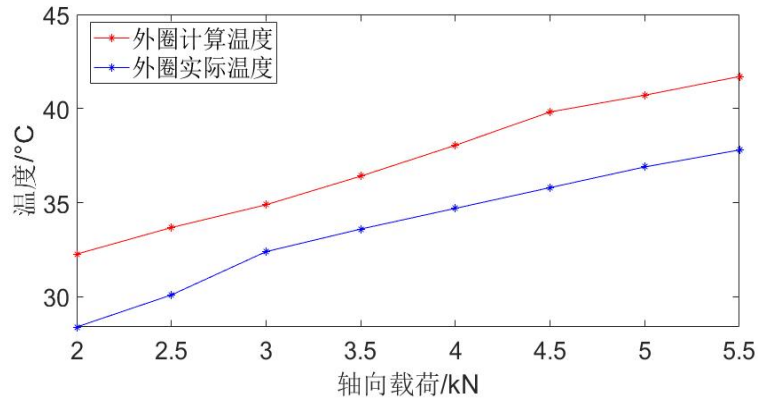


图 5-8 不同轴向载荷时外圈温度对比

图 5-9 所示为轴向载荷 2000N，转速 2000rpm，润滑油流量为 30L/h 时，径向载荷变化为 1000 至 4500N 时双列角接触球轴承外圈温度计算结果与实验结果对比图。实验所得轴承外圈温度低于计算温度，轴承外圈计算温度与实际温度温度差随着径向载荷的增大都逐渐减小。其中轴承外圈温度误差最大在轴向载荷 1000N 处，误差为 12.2%，误差在合理范围内。

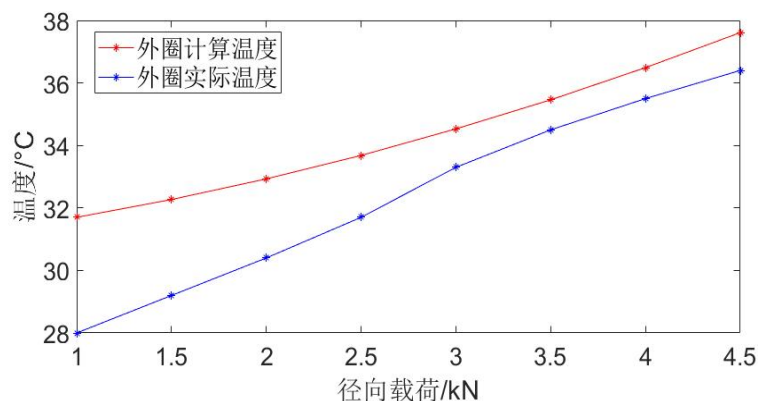


图 5-9 不同径向载荷时外圈温度对比

如图 5-10 所示为轴向载荷 3000N，径向载荷 2500N，润滑油流量为 30L/h 时，轴承轴转速变化为 1000 至 5000rpm 时外圈温度计算结果与实验结果对比图。实验所得轴承外圈的计算温度与实际温度温度差随着转速的增大逐渐减小，轴

承外圈温度低于计算温度。其中轴承外圈计算温度较实验温度误差最大在轴向载荷 1500rpm 处，误差为 16.7%，误差在合理范围内。随着转速的增大，轴承轴的摩擦热和电机热量会被润滑油带出，导致实验测得温度大于计算温度。

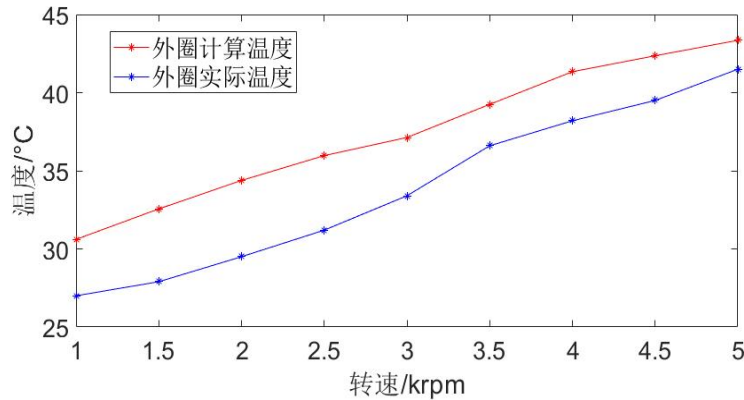


图 5-10 不同转速时外圈温度对比

如图 5-11 所示为不同润滑油流量下轴承外圈的模型计算温度与实验温度。设定轴向载荷为 3000N，径向载荷为 500N，转速为 2000rpm，润滑油流量变换为 55L/h 至 95L/h。实验所得轴承外圈的计算温度随着润滑油流量的增大逐渐减小，实验温度随着润滑油流量的增大而平缓减小。轴承外圈实验温度低于计算温度，但随着润滑油流量增加外圈的实验温度将会高于计算温度。其中轴承套圈计算温度较实验温度误差最大在润滑油流量 65L/h 处，误差为 1.9%，误差在合理范围内。

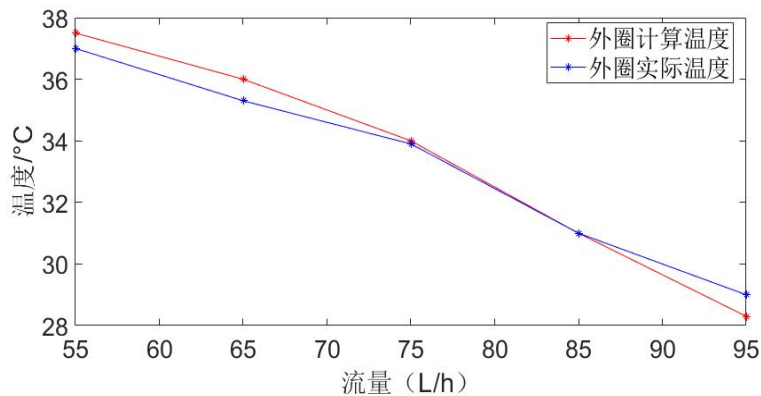


图 5-11 不同润滑油流量时外圈温度对比

5.4 本章小结

本章设计实验测量双列角接触球轴承外圈温度和出油口温度，设计了不同轴向载荷，径向载荷，旋转主轴转速和润滑油流量下模型计算温度和实际实验

温度的对比实验，来验证本文建立的热-力耦合模型的正确性。得到以下结论：

(1) 在进行的不同轴向载荷，径向载荷，旋转主轴转速和润滑油流量四组实验下，双列角接触球轴承的外圈模型计算温度都大于实验测量温度；

(2) 在进行的不同轴向载荷，径向载荷，旋转主轴转速和润滑油流量四组实验下，双列角接触球轴承的外圈模型计算温度与实验温度的误差都小于 20%，在合理误差范围之内。

第6章 总结与展望

6.1 主要总结

本文从双列角接触球轴承滚子球的一般运动入手，通过轴承内部位置矢量的坐标变化建立了双列角接触球轴承的拟静力学模型，结合热特性分析模型，建立了热-力耦合分析模型。基于建立的热-力模型对不同工况参数下双列角接触球轴承力学特性和运动学特性进行了研究，又对双列角接触球轴承刚度特性和打滑特性的影响进行了研究。通过双列角接触球轴承服役过程中产生的结构热变形进行研究，从而进一步研究生热对轴承刚度和打滑特性的影响。得到以下结论：

(1) 轴向载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷增加；径向载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷先减小后增加再减小；力矩载荷的增加会使轴承左列钢球与内外滚道接触载荷先减小后增加再减小，轴承右列钢球与内外滚道接触载荷先增加后减小再增加。

(2) 轴向载荷的增大会增大双列角接触球轴承的轴向，径向和角刚度；径向载荷和转速则会减小双列角接触球轴承的三个刚度；随着外力矩的增大轴承的三个刚度先减小后增加。外滚道曲率半径系数和轴向间隙的增加会增大轴承的轴向刚度和角刚度，减小径向刚度。内滚道曲率半径系数，径向间隙和相对倾斜角的增加都会增大轴承的刚度。

(3) 轴向载荷，径向载荷，和转速总体都会增大左右两列的离心力，外力矩的增大会使左列钢球离心力减小，右列钢球离心力减小，且工况对于左列的影响大于右列。工况对双列角接触球轴承钢球和滚道间的相对滑动速度影响与离心力相对应。其中轴向载荷，径向载荷和外力矩的增大对左列钢球的相对滑动速度变化趋势的影响与对离心力的影响相反，而旋转主轴转速的增加对左列钢球的相对滑动速度变化趋势的影响与对离心力的影响相同；对右列钢球的相对滑动速度变化趋势的影响与离心力基本相同。

(4) 轴承热-力耦合时，随着轴向载荷，径向载荷和外力矩的增大，左列轴承钢球与滚道的相对滑动速度减小，右列钢球与滚道相对滑动速度增大。随着

旋转主轴转速的增加，左右两列轴承的钢球与滚道相对滑动速度都会增加。

(5) 轴向载荷，径向载荷和轴承转速的增加都会增大双列角接触球轴承的内外套圈沟道热变形量，钢球热变形量，轴承的轴向热变形量和径向热变形量。但是随着轴向载荷和径向载荷的增加，热变形量增速增大，而随着轴承转速的增加，热变形量增速减小。随着轴向载荷和径向载荷的增大，热耦合下的双列角接触球轴承轴向，径向和角刚度都小于未耦合下的刚度。但在径向载荷的影响下，轴承热耦合下刚度远小于未耦合。随着转速的增加，热耦合下的双列角接触球轴承轴向刚度和角刚度小于未耦合，径向刚度大于未耦合时的刚度。在相同外载荷时，双列角接触球轴承左列热耦合时的相对滑动速度小于未耦合，右列热耦合时的相对滑动速度略大于未耦合时。且随着轴向载荷和径向载荷的增大，轴承相对滑动速度略有增加；但随着轴承转速的增大，相对滑动速度明显增大。

6.2 展望

在对双列角接触球轴承打滑特性的研究过程中，还存在以下不足：

(1) 本文所建立的拟静力学模型通过对轴承的运动分析入手，其中没有考虑保持架的因素。

(2) 本文只考虑了三种主要的生热方式。通过划分温度节点的方法模拟传热系统进行热特性分析时，也只计算了热对流，热传导和润滑系统的传热。但双列角接触球轴承内部真实的热机制远要复杂，本文简化了生热散热方式。

(3) 本文的实验是在低于室温下进行的，传感器测得轴承的温度为稳态温度，且传感器使用金属探头，都会导致实验结果有偏差。

攻读硕士学位期间发表学术论文及参研项目目录

一. 学术成果

- [1] 杨仁志, 王风涛, 崔兆良. 不对中工况下双列角接触球轴承刚度特性分析[J]. 淮阴工学院学报, 2023, 32(05): 15-21.(一作);
- [2] Yang renzhi, Wang fengtao. The influence of the pitch angle on the stiffness of biserial angular contact ball bearings when misalignment angle changes[J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies.(已投递);
- [3] 王风涛, 杨仁志, 等. 一种双列角接触球轴承热力耦合分析方法[P]. 安徽省: CN116090123A, 2023-05-09.(二作, 导师一作);
- [4] 计算机软件著作权等级证书(登记号: 2023SR0555063)。

二. 参研项目

- [1] 国家自然科学基金项目(51905001);
- [2] 芜湖市科技计划项目(2010yf09);
- [3] 安徽工程大学科研启动基金(2020TQQ006);
- [4] 安徽工程大学校级项目(Xjky2022012)。

参考文献

- [1] 王煜, 闫柯, 张进华. 我国高性能滚动轴承基础研究进展[J]. 中国基础科学, 2015, 17(06): 10-19+2+65-66.
- [2] Harris T A. Rolling Bearing Analysis[M]. J. Wiley, New York, 2001.
- [3] 邓四二, 董晓, 崔永存, 胡广存. 双列角接触球轴承动刚度特性分析[J]. 兵工学报, 2015, 36(06): 1140-1146.
- [4] 黄乾贵, 邓四二, 腾弘飞. 滚动轴承系统仿真技术的现状及发展[J]. 轴承, 2002 (4) : 34-40.
- [5] 陈磊. 深沟球轴承热特性分析及试验研究[D]. 中国计量学院, 2016.
- [6] Gunduz A. Multi-dimensional stiffness characteristics of biserial angular contact ball bearings and their role in influencing vibration modes[D]. Dissertations & Theses, Gradworks, 2012.
- [7] Stribeck R. Ball Bearings for Various Loads[J]. Trans ASME, 1907, 29: 420~463.
- [8] Palmgren A. Ball and Roller Bearing Engineering[M]. Burbank: Philadelphia SKF Industries Inc, 1959.
- [9] Sjoval H. The Load Distribution within Ball and Roller Bearings under Given External Radial and Axial Load[J]. Teknisk Tidskrift Mek, 1933, h.9.
- [10] Rumbarger J. Thrust Bearings with Eccentric Loads[J]. Machine Design, 1962, 39(5): 107~112.
- [11] Akturk N and Gohar R, The Effect of Ball Size Variation on Vibrations Associated with Ball-Bearings[J]. American Society of Mechanical Engineers, 212 (1998),101-110.
- [12] Jones A B. A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitraryload and Speed Conditions[J]. Journal of Fluids Engineering, 1960, 82 (2): 309-320.
- [13] Kabus S, Hansen M, Mouritsen O. A New Quasi-Static Multi-Degree of Freedom Tapered Roller Bearing Model to Accurately Consider Non-Hertzian Contact Pressures in Time-Domain Simulations[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2014, 228 (2): 111-125.
- [14] Harris T A. Ball Motion in Thrust-Loaded, Angular Contact Bearings with Coulomb Friction[J]. Journal of Lubrication Technology. 1971, 93(1): 32-38.
- [15] Liao N, Lin J F. A New Method for the Analysis of Deformation and Load in A Ball Bearing with Variable Contact Angle[J]. Journal of Mechanical Design.2001,123(2): 304-312.
- [16] Jang G H and S W Jeong, Analysis of A Ball Bearing with Waviness Considering the Centrifugal Force and Gyroscopic Moment of the Ball[J]. ASME J. Tribology, 2003, 125,pp. 487-498.
- [17] Kang Y, Ping-Chen S, Chih-Ching H, et al. A Modification of the Jones-Harris Method for

- Deep-Groove Ball Bearings[J]. 2006, 39(11): 1413-1420.
- [18] Nelias D, Bercea I, Paleu V. Prediction of Roller Skewing in Tapered Roller Bearings[J]. Tribology Transactions, 2008, 51(2): 128-139.
- [19] 李震, 郑林征, 张旭, 等. 双列圆锥滚子轴承拟静力学分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2017, 38(02): 276-281.
- [20] 林国昌, 徐从儒. 滚子轴承准静态计算分析[J]. 航空发动机. 1990(4): 67-77.
- [21] 马子魁, 基于拟静力学方法的球轴承动力学特性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
- [22] 张占立, 王燕霜, 邓四二, 等. 高速圆柱滚子轴承动态特性分析[J]. 航空动力学报, 2011, 02: 397-403.
- [23] Harris T A, Kotzalas MN. Rolling Bearing Analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology, Fifth Edition [M]. CRC Press, 2006.
- [24] Poplawski J. V., Slip and Cage Forces in A High-Speed Roller Bearing[M], 1971.
- [25] Rumbarger J. H., Filetti E. G., Gubernick D. Gas Turbine Engine Mainshaft Roller Bearing-System Analysis.[J].American Society of Mechanical Engineers (Paper), 1973(73).
- [26] 罗祝三. 轴向受载的高速球轴承的拟动力学分析[J]. 航空动力学报, 1996, 11(3): 4.
- [27] 崔立. 航空发动机高速滚动轴承及转子系统的动态性能研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2008.
- [28] 邓四二, 郝建军, 滕弘飞, 等. 角接触球轴承保持架动力学分析[J]. 轴承, 2007(10): 1-5.
- [29] Gupta P. K. Some Dynamic Effects in High-speed Solid-Lubricated Ball Bearings[J]. ASLE Transactions. 1983, 26(3): 393~400.
- [30] 叶振环. 航空发动机高速滚动轴承动力学行为研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2013.
- [31] 刘秀海. 高速滚动轴承动力学分析模型与保持架动态性能研究[D]. 大连理工大学, 2011.
- [32] 张耀强, 陈建军, 邓四二, 等. 考虑表面波纹度的滚动轴承-转子系统非线性动力特性[J]. 航空动力学报, 2008(09): 1731-1736.
- [33] 徐港辉. 斜齿轮传动系统中齿轮—轴承耦合动力学建模与振动特性分析[D]. 上海大学, 2021.
- [34] He Xiaoliang, Xiong Wanli, Huang Hongwu. Analysis and Calculation on the Thermal Behavior of Precisionhigh-Speed Spindle Bearing[J].Machinery, 2003, 30 (6): 14-16.
- [35] 刘志全, 张永红, 苏华. 高速滚动轴承热分析[J]. 润滑与密封, 1998(04): 3-5.
- [36] Palmgren,A.,Ball and Roller Bearing Engineering [M], 3rd Ed., Burbank, Philadelphia, 1959.
- [37] Harris T A, Kotzalas M N. Rolling Bearing Analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology [M].5th edition.CRC Press, 2006: 81-150.
- [38] Nélias D, Sainsot P, Flamand L. Power Loss of Gearbox Ball Bearing under Axial and Radial Loads[J].Tribology Transactions, 1994, 37(1): 83-90.
- [39] Rumbarger J H, Filetti E G and Gubernick D. Gas Turbine Engine Mainshaft Roller Bearing-System Analysis[J], Journal of Lubrication Technology, 1973, 95: 401-416.

- [40] Jorgensen B R, Shin Y C. Dynamics of Machine Tool Spindle/Bearing Systems Under Thermal Growth[J]. Journal of Tribology, 1997, 119: 875-882.
- [41] 闫卫平. 圆柱齿轮分路的共轴高速直升机齿轮系统设计与热分析[D]. 南京航空航天大学, 2023.
- [42] Li H Q, Shin Y C. Integrated Dynamic Thermo-Mechanical Modeling of High Speed Spindles, Part1: Model Development[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, 126: 148-158.
- [43] 马志涛, 李军宁, 赫东锋, 等. 基于有限元法的高速圆柱滚子轴承热特性分析[J]. 轴承, 2018, No.458(01): 23-26+55.
- [44] 方群, 海元涛, 李锦棒, 等. 高速微型球轴承温升特性仿真分析[J]. 机械设计与研究, 2021, 37(06): 107-111.
- [45] Pouly F, Changenet C, Ville F. Investigations on the Power Losses and Thermal Behavior of Rolling Element Bearings[J]. Journal of Engineering Tribology, 2010, 224(4): 925-933.
- [46] 杨咸启. 轴承系统温度场分析[J]. 轴承, 1997(03): 2-6.
- [47] 王燕霜, 刘喆, 祝海峰. 轴连轴承温度场分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(17): 84-91.
- [48] 陈观慈, 王黎钦, 古乐, 郑德志. 高速球轴承的生热分析[J]. 航空动力学报, 2007(01): 163-168.
- [49] 康辉民, 陈小安, 陈文曲, 周明红, 邢利娜. 高速电主轴轴承热分析与实验研究[J]. 机械强度, 2011, 33(06): 797-802.
- [50] 苏壮, 李国权. 航空发动机主轴承热分析边界条件处理方法[J]. 航空发动机, 2015, 41(03): 72-76.
- [51] 梁群. 角接触球轴承的热特性分析[D]. 青岛理工大学, 2015.
- [52] Gunduz A. Multi-dimensional stiffness characteristics of biserial angular contact ball bearings and their role in influencing vibration modes. Dissertations & Theses, Gradworks, 2012.
- [53] Jr E P G. A simple way to estimate bearing stiffness[J]. Machine Design, 1980, 52(17): 107-110.
- [54] B. J. Stone, The state of art in the measurement of the stiffness and damping of rolling element bearings, Annals of the CIRP 31 (2) (1982) 529–538.
- [55] Wardal F P, Lacey S J, Poon S Y. Dynamic and static characteristics of a wide speed range machine tool spindle[J]. Precision Engineering, 1983, 5(4): 175-183.
- [56] Chen Z N, Guo M, Dong R G. Calculation of static stiffness of angular contact ball bearings [J]. Bearings, 1993(03): 27-48.
- [57] X. Hernot, M. Sartor, J. Guillot, Calculation of the stiffness matrix of angular contact ball bearings by using the analytical approach, Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design 122 (2000) 83–90.
- [58] Cao Y, Altintas Y. Modeling of spindle-bearing and machine tool systems for virtual

- p>simulation of milling operations[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2007, 47(9): 1342-1350.
- [59] Gunduz A. Multi-dimensional stiffness characteristics of biserial angular contact ball bearings and their role in influencing vibration modes, Ph.D. Dissertation, The Ohio State University, 2012.
- [60] Gunduz A, Singh R. Stiffness matrix formulation for biserial angular contact ball bearings: analytical development and validation. J Sound Vib 2013; 332: 5898–5916.
- [61] William J, Rene B, Paul S, David M. The influence of the lubricant film on the stiffness and damping characteristics of a deep groove ball bearing [J]. Mechanical Systems and Signal Processing. 2014, 335-350.
- [62] Zhang J, Fang B, Hong J. A general model for preload calculation and stiffness analysis for combined angular contact ball bearings[J].Journal of Sound and Vibration, Volume 411, 2017: 435-449.
- [63] Ehsan K, Mohammad T K, S Mohammad Mirhosseini Assessment of the vertical stiffness of elastomeric bearing due to displacement and rotation[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 119, 2020, 103306.
- [64] Yu H, Qin D C, Chen JY. Analysis of stiffness characteristics of machine tool spindle bearing under EHL condition [J]. Mechanical Transmission, 2021, 45 (03): 99-103.
- [65] Fang B, Wan S, Zhang J. Research on the Influence of Clearance Variation on the Stiffness Fluctuation of Ball Bearing Under Different Operating Conditions. ASME *J. Mech. Des.* February 2021; 143 (2): 023403.
- [66] Geng K, Lin S. Effect of angular misalignment on the stiffness of the double-row self-aligning ball bearing. ARCHIVE Proc IMechE, Part C: J Mech Eng Sci 1989–1996 (vols 203–210) 2019; 234.
- [67] Xu T, Yang L, Wu W. Effect of angular misalignment of inner ring on the contact characteristics and stiffness coefficients of biserial angular contact ball bearings. Mech Mach Theory 2021; 157.
- [68] 赵心怡, 王先明, 张天霄. 基于 AK-MCS 法的角接触球轴承刚度的可靠性分析[J/OL]. 轴承, 1-9.
- [69] Harris T A. An analytical model to predict skidding in high speed roller bearings. Tribology Transactions 9 (1966) 229–241.
- [70] Harris T A. An analytical model to predict skidding in thrust-loaded angular-contact ball bearings. Journal of Lubrication Technology (1971) 17–24.
- [71] E Laniado-Jacome, J Meneses Alonso, V. Diaz-Lopez. A study of sliding between rollers and races in a roller bearing with a numerical model for mechanical event simulations, Tribol. Int. 43 (11) (2010) 2175–2182.
- [72] Sharad Jain, Hugh Hunt. A dynamic model to predict the occurrence of skidding in wind-turbine bearings, J. Phys.: Conf. Ser. 305 (2011) 012027.

- [73] Sharad J. Skidding and Fault Detection in the Bearings of Wind-Turbine Gearboxes[D]. Cambridge: Univerty of Cambridge, 2012:31-77.
- [74] Han Q, Chu F L. Nonlinear dynamic model for skidding behavior of angular contact ball bearings. Journal of Sound and Vibration, Volume 354,2015: 219-235.
- [75] Han Q, Li X L, Chu F L. Skidding behavior of cylindrical roller bearings under time-variable load conditions. International Journal of Mechanical Sciences, Volume 135,2018: 203-214.
- [76] Gao S, Steven C, Lorenzo N, Paolo P. Ball bearing skidding and over-skidding in large-scale angular contact ball bearings: Nonlinear dynamic model with thermal effects and experimental results. Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 147, 2021: 107-120.
- [77] 张涛. 高速球轴承打滑研究进展[J]. 轴承, 2021, (11): 10-15.
- [78] 黄贤振, 朱会彬, 姜智元, 等. 角接触球轴承打滑可靠性灵敏度分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2021, 42(12): 1731-1738.
- [79] 高帅, 韩勤锴, 褚福磊. 考虑热流固耦合的角接触滚动轴承动力学特性及打滑状态分析[J]. 机械工程学报, 2022, 58(09): 87-97.
- [80] 张振潮, 铁晓艳, 焦春照. 飞轮轴承的打滑特性动态研究[J]. 机电工程技术, 2022, 51(05): 34-39.
- [81] 韩静文, 王文中, 赵自如. 高速圆柱滚子轴承打滑分析[J]. 轴承, 2020, (04): 9-14.
- [82] 薛丁睿, 郭勤涛, 王卫英. 圆柱滚子轴承打滑机理研究及试验验证[J]. 航空精密制造技术, 2022, 58(03): 1-5+9.
- [83] 张家铭, 邱明, 庞晓旭, 等. 高速轻载圆柱滚子轴承打滑特性试验与分析[J]. 航空动力学报, 2023, 38(13): 2991-2999..
- [84] 彭城, 曹宏瑞, 朱玉彬, 等. 三点接触球轴承打滑动力学分析与验证[J]. 机械工程学报, 2023, 59(01): 123-130.
- [85] 王宇, 王镇, 韩清鹏, 等. 微涡轮角接触球轴承打滑性能分析[J/OL]. 轴承, 1-8.
- [86] Harris T A , Kotzalas M N . 滚动轴承分析[M]. 机械工业出版社, 2010: 138-140.
- [87] 邓四二, 贾群义, 薛进学. 滚动轴承设计原理[M]. 中国标准出版社, 2014: 82-87.
- [88] 宋丽, 刘正士, 王玉金, 等. 单列深沟球轴承与双列角接触球轴承自由偏转角的计算[J]. 轴承, 2004, (05): 4-8
- [89] Gupta, P K. Dynamics of Rolling-Element Bearings—Part III: Ball Bearing Analysis[J]. Journal of Tribology, 1979, 101(3): 311.

致 谢

时光飞逝，伴随着毕业论文的完稿三年的研究生学习生活已经进入尾声。回首在安徽工程大学三年的学习和生活，有过对新知识的求知渴望，有过对专业知识百思不得其解的苦闷和懊恼，也有过夜以继日努力钻研后收获新成果的喜悦。

首先向我的研究生导师王风涛副教授表达深深的谢意。本文是在王风涛老师的悉心指导下完成的，他在滚动轴承理论研究领域有着深入的研究，他总是能不厌其烦地给我解答，给我新的研究思路，给予我许多独到的见解，也在我遇到困难时给予我许多帮助和支持。回想三年来王老师对我孜孜不倦的耐心教导，让我学到的不仅仅是专业知识，更多的是做人，做事的方法和态度，这些宝贵的经验和精神将成为我永远的财富。也要感谢我的学长崔兆良研究生，感谢他在程序编程问题上对我的耐心教导，使我顺利完成了对论文程序的编写。

同时感谢代鹏师兄和冉海风师兄对我对我论文撰写过程中遇到问题的帮助解答，给予我许多意见和帮助，他们对待学习认真严谨的态度对我的学习生涯也产生了一定的影响。感谢与凌鑫，任英虎，姚金结，柯启迪，李贻良，王龙，熊元昊，汪晶晶等诸多同学一起度过的时光。也感谢我家人在我硕士期间对我的支持与帮助。

感谢安徽工程大学对我的教育！

尚德敏学 唯实惟新

