

分类号: TH113

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2210120130



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目 灌浆软管拖动系统准零刚度隔振

联接装置设计与实验研究

论 文 作 者 纪旭阳

校 内 导 师 鞠锦勇（副教授）

校 外 导 师 崔岩

专业学位类别 机械

研究方向（领域） 机械系统动力学设计与控制

论文提交日期: 2024 年 6 月 7 日

分类号：TH113

学校代码：10363

密 级：公开

学 号：2210120130

安徽工程大学

灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置设计与实验
研究

DESIGN AND EXPERIMENTAL STUDY OF QUASI-ZERO
STIFFNESS VIBRATION ISOLATION COUPLING DEVICE
FOR GROUTING HOSE DRAGGING SYSTEM

学 生 姓 名： 纪旭阳

指 导 教 师： 鞠锦勇（副教授）

专业学位类别： 机械

研 究 方 向： 机械系统动力学设计与控制

答辩时间： 2024 年 5 月 27 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：纪旭阳

日期：2024年6月7日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：纪旭阳 指导教师签名：鞠鹏
日期：2024 年 6 月 7 日 日期：2024 年 6 月 7 日

灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置设计与实验研究

摘 要

混凝土浇筑是目前工程建筑尤其是高层建筑施工的重要环节，是保证建筑施工质量的关键技术。当前高层建筑混凝土浇筑模式为“搅拌运输车→混凝土泵车→臂架系统→灌浆软管”，臂架系统具有运动速度快、运动范围大的特点，为了实现混凝土的均匀浇筑，必须依赖工人手动拖动灌浆软管。但是在高空作业环境下，由于自然风力等因素影响以及混凝土泵的高压泵送冲击作用，末端灌浆软管极易产生不规则脉动振动，导致工人手动拖动灌浆软管控制难度大、危险性高。因此，研究灌浆软管智能化拖动装备，对提高高空混凝土灌浆作业的人机交互安全性具有重要意义。本文的研究工作主要包括：

（1）考虑混凝土灌浆软管脉动振动的实际传递过程，设计了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，抑制灌浆软管脉动振动向拖动系统及工人手臂传递，保证灌浆软管拖动装置的稳定作业；结合准零刚度隔振联接装置负刚度单元和装置整体受力分析图，推导了联接装置整体静力学方程，分析了不同结构参数对联接装置零刚度特性的影响规律；基于此以联接装置零刚度区间最大为目标对联接装置结构参数进行了优化设计并制作了实验样机，进一步明确了联接装置满足准零刚度条件下处于静力平衡时负载质量与装置结构

参数的关系式。

(2) 基于泰勒展开式对准零刚度隔振联接装置的回复力进行了多项式拟合，在此基础上构建了准零刚度隔振联接装置动力学模型，并建立了联接装置在谐波位移激励和谐波力激励下的非线性运动微分方程；采用谐波平衡法求解了联接装置在两种激励条件下的稳态响应，确定了装置结构参数、外界激励参数等对联接装置幅频响应特性和振动位移传递特性的影响规律；通过数值仿真分析，对比了准零刚度隔振联接装置及相应等效线性系统在单频激励、多频激励下的位移响应结果，验证了所设计准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制效果。

(3) 构建了过载工况下准零刚度隔振联接装置动力学模型，分别建立了过载工况下联接装置在谐波位移激励和谐波力激励下的非线性运动微分方程；运用谐波平衡法求解了过载工况下联接装置稳态响应，确定了过载工况下联接装置动力学特性变化规律；根据准零刚度隔振联接装置保持零刚度特性的结构参数关系式，分析了倾斜连杆角度与负载质量的对应关系，确定了变负载工况下准零刚度隔振联接装置的动态调节方法，通过数值仿真分析验证了改变倾斜连杆角度对提升过载状态下联接装置振动传递抑制性能的有效性。

(4) 搭建了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置虚拟样机，对正常负载、过载以及过载下调整倾斜连杆角度后的联接装置响应进行了仿真分析，验证理论分析结果的正确性；进一步开发了准零

刚度隔振联接装置物理样机，搭建了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置实验平台，开展了准零刚度隔振装置静力平衡测试实验和振动传递抑制性能分析实验，验证所设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制性能。

关键词：混凝土浇筑；灌浆软管拖动系统；准零刚度隔振联接装置；倾斜连杆；变负载；振动传递抑制

DESIGN AND EXPERIMENTAL STUDY OF QUASI-ZERO STIFFNESS VIBRATION ISOLATION COUPLING DEVICE FOR GROUTING HOSE DRAGGING SYSTEM

ABSTRACT

Concrete placement is an important link in the construction of engineering buildings, especially high-rise buildings, and is a key technology to ensure the construction quality. At present, the concrete pouring mode of the high-rise buildings is "mixing truck → concrete pump truck → boom system → grouting hose". The boom system has the characteristics of fast movement and large movement range. In order to achieve uniform concrete pouring, it must rely on workers to manually drag the grouting hose. However, in the high altitude working environment, due to the influence of the natural wind and the impact of high pressure pumping of the concrete pump, the grouting hose is easy to produce irregular pulsation vibration, which leads to the difficulty and high risk of manual dragging control of the grouting hose. Therefore, it is of great significance to study the intelligent drag equipment of the grouting hose to improve the safety of human-machine interaction in high-altitude concrete grouting. The research work mainly includes:

(1) Considering the actual transmission process of the concrete grouting hose pulsating vibration, the quasi-zero-stiffness vibration isolation coupling device (QZSVICD) of the grouting hose dragging system is designed to prevent the pulsating vibration of the grouting hose transmitting to the dragging system and the workers arms. Then, the

stable operation of the grouting hose dragging device can be ensured. With the force analysis of the QZSVICD and its negative stiffness element combined, the overall static equation of the QZSVICD is derived, and the influence of different structural parameters on the zero stiffness characteristics of the QZSVICD is analyzed. Based on this, the structural parameters of the QZSVICD are optimized with the purpose of maximizing the zero stiffness interval of the QZSVICD. Moreover, the experimental prototype is made and the relation between the load mass and the structural parameters of the QZSVICD is further defined under the condition of static equilibrium with quasi-zero stiffness.

(2) The dynamic model of the QZSVICD is constructed based on the polynomial fitting of the return force of the Taylor expansion. And the nonlinear differential equations of the QZSVICD under the harmonic displacement and harmonic force excitation are established. The harmonic balance method is used to solve the steady-state response of the QZSVICD under those two excitation conditions. The influence laws of the structure parameters and external excitation parameters on the amplitude-frequency response characteristics and vibration displacement transfer characteristics of the QZSVICD are determined. Through numerical simulation analysis, the displacement response results of the QZSVICD and the corresponding equivalent linear system under single frequency excitation and multi-frequency excitation are compared, and the vibration transmission suppression effect of the designed QZSVICD is verified.

(3) The dynamic model of QZSVICD under overload condition is established, and the nonlinear differential equations of the QZSVICD under harmonic displacement excitation and harmonic force excitation are established, respectively. Then, the steady-state response of the

QZSVICD under overload conditions is solved by the harmonic balance method, for determining the dynamic characteristics of the QZSVICD under overload conditions. According to the structural parameter relation of the QZSVICD, the corresponding relationship between the angle of the tilt linkage and the load mass is analyzed, and the dynamic adjustment method of the QZSVICD under varying load conditions is determined. Moreover, the effectiveness of changing the tilt linkage angle on improving the vibration transmission inhibition performance of the QZSVICD under overload is verified by numerical simulation analysis.

(4) The virtual prototype of the QZSVICD of the grouting hose dragging system is built, and the response of the QZSVICD under the normal load, the overload and the overload with tilt linkage angle changed is simulated to verify the correctness of the theoretical analysis results. Furthermore, the physical prototype of the QZSVICD is developed, and the experimental platform of the quasi-zero stiffness vibration isolation device of the grouting hose dragging system is built. The static balance test experiment and vibration transfer inhibition performance analysis experiment of the QZSVICD are carried out to verify the vibration transfer inhibition performance of the designed QZSVICD of the grouting hose dragging system.

KEY WORDS: Concrete placement; Grouting hose dragging system; QZSVICD; Tilt linkage; Variable load; Vibration transmission suppression

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	IV
第 1 章 绪论.....	1
1.1 课题来源.....	1
1.2 课题研究背景及意义.....	1
1.2.1 课题研究背景.....	1
1.2.2 研究意义.....	3
1.3 国内外研究现状.....	3
1.3.1 一般隔振方法研究.....	4
1.3.2 准零刚度隔振方法研究.....	5
1.3.3 变负载工况下准零刚度隔振方法研究.....	7
1.4 本文主要研究内容.....	8
1.5 本章小结.....	10
第 2 章 准零刚度隔振联接装置静力学分析及结构设计.....	11
2.1 准零刚度隔振联接装置隔振原理.....	11
2.2 准零刚度隔振联接装置静力学分析.....	13
2.2.1 负刚度机构静力学分析.....	13
2.2.2 准零刚度隔振联接装置整体静力学分析.....	16
2.3 准零刚度隔振联接装置结构设计.....	20
2.4 准零刚度隔振联接装置承载能力分析.....	21
2.5 本章小结.....	22
第 3 章 准零刚度隔振联接装置动力学特性研究.....	23
3.1 回复力、刚度多项式拟合.....	23
3.2 准零刚度隔振联接装置动力学建模.....	26
3.2.1 位移激励下准零刚度隔振联接装置动力学建模.....	26
3.2.2 力激励下准零刚度隔振联接装置动力学建模.....	29

3.3 准零刚度隔振联接装置幅频特性及稳定性分析.....	30
3.3.1 位移激励下准零刚度隔振联接装置幅频特性分析.....	30
3.3.2 力激励下准零刚度隔振联接装置幅频特性分析.....	32
3.3.3 稳定性分析.....	33
3.4 准零刚度隔振联接装置传递率分析.....	34
3.4.1 等效线性系统传递率分析.....	34
3.4.2 准零刚度隔振联接装置位移传递率分析.....	36
3.4.3 准零刚度隔振联接装置力传递率分析.....	38
3.5 数值仿真分析.....	40
3.5.1 等效线性系统数值仿真分析.....	41
3.5.2 准零刚度隔振联接装置数值仿真分析.....	43
3.6 本章小结.....	47
第 4 章 变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学特性研究.....	48
4.1 变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学建模.....	48
4.2 变负载工况下准零刚度隔振联接装置幅频响应特性分析.....	52
4.2.1 过载状态时准零刚度隔振联接装置位移激励下幅频响应特性 分析.....	52
4.2.2 过载状态时准零刚度隔振联接装置力激励下幅频响应特性分 析.....	56
4.3 变负载工况下准零刚度隔振联接装置传递率分析.....	58
4.3.1 过载状态时准零刚度隔振联接装置位移传递率分析.....	59
4.3.2 过载状态时准零刚度隔振联接装置力传递率分析.....	61
4.4 变负载工况下调整倾斜连杆角度后准零刚度隔振联接装置传递率分 析.....	62
4.5 本章小结.....	66
第 5 章 准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真及实验验证.....	67
5.1 准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真分析.....	67
5.2 准零刚度隔振联接装置实验分析.....	70

5.2.1 实验平台搭建.....	70
5.2.2 主要实验硬件.....	71
5.2.3 上位机程序.....	73
5.2.4 实验结果分析.....	73
5.3 本章小结.....	78
第 6 章 结论与展望.....	79
6.1 结论.....	79
6.2 展望.....	80
参考文献.....	81
攻读学位期间发表的学术成果目录.....	87
致谢.....	88

第1章 绪论

1.1 课题来源

本课题来源于国家自然科学基金项目“弹性薄壁件机器人钻削系统多维振动耦合机理及主动柔顺控制研究”（项目号：51805001）的延伸内容，以及安徽省高等学校科学研究项目“基于刚度解耦的索牵引灌浆软管人机协作拖动系统稳定协同控制研究”（项目号：2023AH050931）的相关内容，旨在对灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置设计与实验研究。

1.2 课题研究背景及意义

1.2.1 课题研究背景

作为我国国民经济的重要支柱之一，建筑业在我国经济飞速发展中发挥了巨大的推动作用^[1]。随着我国经济的飞速腾飞和城镇化步伐的快速推进，人们的生活需求水平日渐提升，城市的面积占比也在不断增大，建造高层甚至超高层的房屋就成为缓解城市人口增长与可用建筑土地逐步减少之间的矛盾的必要选择^[2, 3]。而由于技术装备落后，当前国内建筑业施工过程中多数工序仍然依赖人工作业，因此普遍存在安全隐患多、施工效率低、工期繁长等问题^[4]。由此可见，研发建筑机器人产品，在建筑工程中推进建筑机器人代替人工执行施工操作，实现科技建造是建筑业未来发展的重要趋势^[5-7]。

建筑机器人是一种针对土木工程领域使用的机器人系统，其功能是根据计算机程序或人类指令自动执行重复简单的施工任务^[8, 9]。近年来，随着科学技术的发展，对于建筑机器人的研究，已经有了一定成果并逐渐应用在实际工程之中^[10-12]，如图 1-1 和图 1-2 所示分别为工程实际中使用的找平机器人和砌砖机器人。房屋建筑的主体结构包括砖混结构、钢筋混凝土结构和钢架结构^[13]，砌砖、地面整平和混凝土浇筑等为房屋建造过程中的主要工序，目前建筑机器人虽然在砌砖、天花板清理打磨、地面整平及墙面喷涂等工序中有所应用，但是由于混凝土浇筑作业环节更复杂、人机交互更频繁，当前对于混凝土浇筑工序的

自动灌浆机器人的研究及应用较少^[14-16]。



图 1-1 找平机器人



图 1-2 砌砖机器人

混凝土是建筑工程项目施工中最常见也是最主要的材料，混凝土浇筑过程是保证高层建筑施工质量的关键环节^[17]，如图 1-3 所示，当前高层建筑混凝土浇筑模式为“搅拌运输车→混凝土泵车→臂架系统→灌浆软管”，通过臂架系统的移动实现不同高度浇筑面不同位置的混凝土浇筑。混凝土泵车臂架系统一般由多根机械臂组成，长度可达几十米甚至上百米，是典型的柔性多体动力学系统，具有运动范围大、运动速度高的特点，因此为了实现混凝土的均匀浇筑，往往需要依靠人力拖动末端灌浆软管，从而控制灌浆软管末端浇筑混凝土的移动轨迹，如图 1-4 所示^[18-20]。但是在混凝土灌浆过程中，臂架系统的大范围移动、高压泵送混凝土的脉动冲击均会导致灌浆软管末端产生不规律振动，这就导致工人手动操作灌浆软管末端进行灌浆作业难度大、危险性高^[21]。随着建筑业劳动生产率以及施工安全性的要求越来越高，建筑机器人协助甚至取代人工作业已成为必然趋势^[22]。混凝土泵送系统作为建筑业人机协作程度高、人机交互安全性差的典型场合，亟需实现自动化、智能化变革，因此探索高空混凝土灌浆智能装备，解决灌浆软管的自动化稳定拖动是目前亟需解决的关键问题^[23-25]。



图 1-3 高空臂架系统



图 1-4 末端灌浆软管人力拖动方式

1.2.2 研究意义

当前高空混凝土灌浆领域亟需实现自动化、智能化升级改造主要体现在灌浆软管末端拖动操作上。不少学者对灌浆软管自动化拖动系统进行了研究，李勇等设计了一种软管随动装置，通过在臂架系统与软管之间设置几组执行液压，可有效配合臂架系统的大范围运动实现灌浆软管的精确、快速定位^[26]；赵韦皓等设计了一种用于混凝土泵车出料软管的固定装置，可对灌浆软管进行限位，有效减小灌浆软管的摆动幅度^[27]。但是混凝土泵送是典型的动态过程，在灌浆软管末端设置联接装置构建灌浆软管拖动系统，还须考虑混凝土泵送过程中灌浆软管振动冲击的影响^[28, 29]。

在混凝土泵的高压泵送冲击作用以及臂架系统运动激励下，灌浆软管产生的不规则脉动振动，会直接传递到灌浆软管拖动系统上，影响自动化灌浆软管拖动系统的运动稳定性，严重时还可能导致拖动系统结构出现损坏，造成混凝土浇筑不均匀，降低混凝土浇筑的质量^[30-32]，因此考虑灌浆软管振动冲击影响，综合传动形式、控制结构等要素，探究灌浆软管末端振动隔离方案，对提高高空混凝土灌浆拖动系统运行稳定性，保证人机协作拖动灌浆软管安全性等具有重要的现实意义和学术价值。

1.3 国内外研究现状

混凝土灌浆软管振动具有宽频域特性，尤其是在人机协作拖动灌浆软管过程中，需要对人体敏感频段振动进行有效隔离。隔振技术属于振动控制技术的一种，目前应用的一些隔振系统都属于线性振动控制系统^[33, 34]。根据线性振动控制系统的相关理论可知，线性系统通常只有在外部激励的激励频率高于系统固有频率的 $\sqrt{2}$ 倍时，才能实现隔振效果，如果要想实现低频甚至超低频的隔振效果，就需要降低自身固有频率。当振动控制对象的质量固定不变时，只能通过降低系统刚度来减小固有频率，但是随着刚度的降低，系统的承载能力将会受到影响，从而导致系统过载^[35]。由此可见一般线性振动控制系统不适用于隔离灌浆软管末端产生的宽频域振动，尤其对低频振动部分隔振效果有限，需要采用在全域范围内具有良好隔振性能的隔振器。

1.3.1 一般隔振方法研究

长期以来,大量学者为了有效减弱振动所带来的负面影响,做了许多的实验研究,提出了一些隔振方法,并广泛的应用到舰船、精密仪器、汽车、建筑工程等领域中^[36-39]。传统意义上的振动控制系统主要采用弹簧等弹性元件,通过配合橡胶等能量耗散元件,来达成隔振和吸振的效果从而实现振动控制,但这类隔振方法一般属于线性隔振系统,主要适用于高频振动的隔离^[40]。一般的隔振方法主要有:

(1) 橡胶隔振器

橡胶隔振器具有隔振效率高、抗冲击能力强、稳定性好等特点,并且由于橡胶的特性,使其不仅在拉压状态下还是在剪切条件下都能够稳定工作^[41]。潘孝勇等基于超弹性、分数导数和摩擦模型建立了橡胶隔振器的非线性动态特性模型,分析了随机基础激励下隔振系统的响应^[42];在建立动力学模型的基础上,Platz 等在频域上分析研究了单自由度阻尼器弹簧系统受被动和主动阻尼的影响规律^[43];Ma 等根据金属橡胶隔振器的适用标准,提出了一种基于替代模型方法的改进取样方法,进而优化金属橡胶隔振器的结构^[44];基于并联 Berg 摩擦力单元与标准线性固体分数微分本构模型,杨俊等新建立了橡胶弹性元件动态力学模型,准确描述了橡胶隔振器的动态特性^[45]。然而,橡胶隔振器隔振特性的研究涉及到橡胶的材料非线性、大变形非线性及橡胶隔振器复杂的静、动态特性,研究的难度较大,而且橡胶隔振器会老化、产生蠕变,并主要用于隔离高频振动,并不适合用于抑制灌浆软管的低频振动^[46, 47]。

(2) 空气弹簧隔振器

空气弹簧最早于 19 世纪开始进行研究,此后,众多学者开始对空气弹簧开展了广泛的研究。Giuseppe 等分析了附带气室空气弹簧四分之一车辆系统的力学特性,建立了系统的无量纲模型,分析了不同参数对系统力学性能的影响规律^[48];高定刚等运用有限元软件,在考虑空气弹簧非线性特性等因素基础上,对空气弹簧进行了建模,并对空气弹簧的垂向刚度特性进行了模拟分析^[49];Luo 等建立了空气弹簧隔振系统振动传递速率的精确理论模型,并分析了双腔空气弹簧隔振系统的动力学特性^[50];Qiu 等通过有限元法优化空气弹簧布局,

提出了一种基于空气弹簧压力参数辨识调节空气弹簧压力分布的新型筏弹性变形抑制技术^[51]。空气弹簧虽然具有质量很轻、具有良好的非线性等优点，但是其制造工艺复杂，成本高、密封要求较严格。

1.3.2 准零刚度隔振方法研究

准零刚度隔振器这一概念最早由国外学者 Molyneux 提出，他提出了采用斜置弹簧与竖直弹簧并联设计准零刚度隔振器^[52]；1992 年，我国学者彭献等研究了带有负刚度弹簧系统的静态特性，分析结果可知采用正负弹簧并联可以降低系统固有频率，获得较低的系统刚度^[53]。研究表明，拥有准零刚度结构的振动控制器，具有较高的静态刚度和接近于零的动态刚度的特点，可以在保证系统承载能力的同时降低系统的固有频率，很大程度提高振动控制器在 2Hz-10Hz 范围内的隔振性能，同时在高频段又有较好的抑制效果，符合抑制混凝土灌浆软管传递给灌浆软管拖动系统宽频域振动的要求^[54, 55]。Carrella 等对由一个竖直弹簧和两个倾斜弹簧组成的三弹簧准零刚度隔振器进行了静力学分析，并将倾斜弹簧结构应用到旋转机械上，构造旋转隔振系统降低了转轴的涡振^[56]；Lan 等研究了倾斜弹簧并联竖直弹簧的三弹簧准零刚度隔振器，结构如图 1-5 所示，通过设计横向调节机构并采用特殊的平面弹簧代替普通的螺旋弹簧以实现紧凑型结构设计^[57]；Kovacic 等将线性倾斜弹簧替换为有预应力的非线性弹簧，进一步研究了三弹簧准零刚度隔振器的静力学特性，同时探究了在非对称激励下，隔振器的倍周期分岔和混沌运动等非线性动力学行为^[58]；如图 1-6 所示，Winterflood 等采用欧拉压杆设计了一种准零刚度隔振器，该隔振器将两个相对的欧拉屈曲梁组合实现了准零刚度特性^[59]；刘兴天提出了具有负刚度特性的欧拉屈曲梁结构，并基于该结构设计了准零刚度隔振器，分析结果表明所设计的零刚度隔振器具有低频隔振效果^[60]；Virgin 等提出了由两端固支屈曲柱构建的正负刚度并联隔振器，通过实验发现改变支板的数量能够在不影响低刚度的情况下改变临界荷载^[61]。

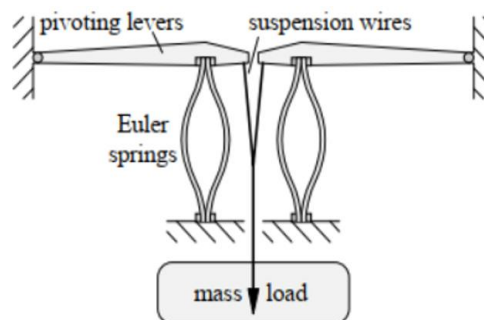
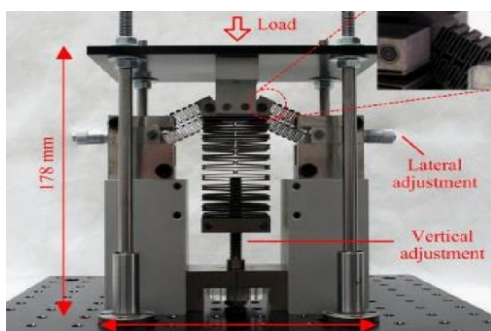


图 1-5 三弹簧准零刚度隔振器 图 1-6 Winterflood 等设计的准零刚度隔振器原理图

除了弹簧、屈曲梁、屈曲柱可以提供负刚度，还有一些特殊结构同样具有负刚度特性。Wang 等负刚度电磁弹簧与线性正刚度弹簧并联，设计了一种如图 1-7 所示的电磁准零刚度隔振器^[62]；Zou 等将剪刀形结构作为负刚度矫正器并与正刚度竖直螺旋弹簧并联，构造了准零刚度隔振器，结果表明所设计隔振器的隔振性能优于经典的三弹簧准零刚度隔振器^[63]；Yan 等研究了一种双稳态非线性隔振器，根据永磁体的相对位置，该非线性隔振器的工作状态可以为单稳态或者双稳态，其中单稳态隔振器工作状态呈现准零刚度特性^[64]。以上研究人员对于准零刚度隔振器的研究设计为后续研究者提供了设计方法和设计思路的参考，有一定的启发价值。

二十一世纪以后，大量学者对于准零刚度隔振展开了深入的理论研究，对准零刚度隔振器的静态特性、动态特性以及隔振性能进行了探究。周加喜等将凸轮滚子弹簧机构作为负刚度单元，构造了如图 1-8 所示的准零刚度隔振器，结果表明当激励幅值取任何值时，所设计隔振器的传递率峰值和起始隔振频率都小于等效线性系统^[65]；徐道临等研究了一种将磁弹簧与非线性几何结构组合构成的准零刚度隔振器，其中负刚度机构由四个倾斜杆与水平放置的磁弹簧铰接构成，实验结果表明该隔振器在隔离低频振动方面的性能明显优于相应的线性隔振器^[66]；Anvar 等针对圆形隔板准零刚度隔振器的隔振性能开展了实验研究，验证了该类隔振器具有较高的隔振效率，可减少作用在地基上的力，从而增强地基的耐久性^[67]；Acar 通过设计动力吸振器来进一步改善准零刚度隔振系统的性能，采用一根带附加质量块的变张力绳作为无阻尼动力吸振器，显著降低了主系统的振动水平^[68]；Meng 等在负刚度结构中设置阻尼器，并研究了水平阻尼对系统隔振性能的影响，通过实验证实增大水平阻尼可有效抑制系统的

共振现象^[69]。

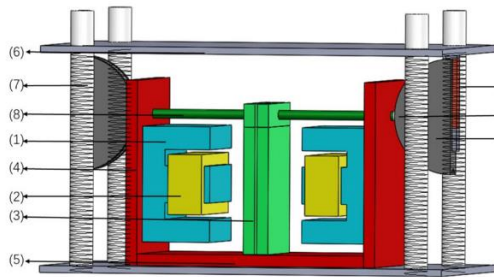


图 1-7 磁弹簧准零刚度隔振器

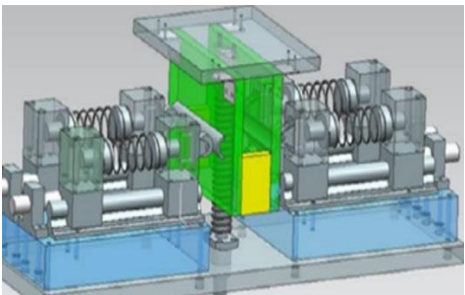


图 1-8 凸轮滚子弹簧准零刚度隔振器

1.3.3 变负载工况下准零刚度隔振方法研究

混凝土灌浆作业过程中，由于混凝土高压泵送冲击作用以及臂架系统运动激励，实际混凝土灌浆过程为变负载工况。对于变负载工况下的准零刚度隔振器，众多学者也进行了一些研究。基于开口碟簧并联倾斜螺旋弹簧负刚度单元与圆柱橡胶簧正刚度单元，蔡世成设计了一种具有尺寸小、承载可调功能的准零刚度隔振器^[70]；郑嘉毓利用压缩弹簧作为负刚度结构，加入电机的驱动方式设计了一种在小位移内具有刚度渐硬、大位移内具有刚度渐软和刚度渐硬特性的正负刚度并联隔振器，如图 1-9 所示^[71]；周嘉诚以空气弹簧（正刚度元件）结合轴向受压屈曲变形的欧拉梁结构（负刚度元件）设计出一种具有高静低动非线性隔振系统，并引入柔性结构，使负刚度结构随载荷变化受到不同的预应力，得到变载荷工作条件下的准零刚度特性^[72]；刘梓豪基于准零刚度系统隔振理论，提出一种载荷自适应的新型准零刚度隔振器，利用仿真软件对隔振器建模分析，根据仿真结果筛选出隔振器最优参数^[73]。

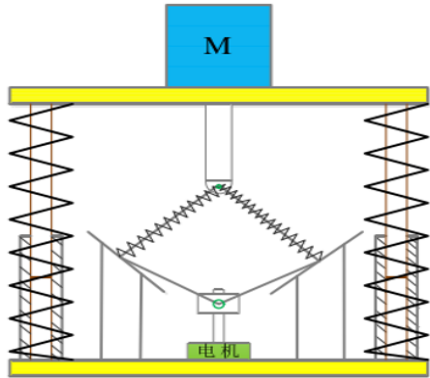


图 1-9 郑嘉毓设计的正负刚度并联隔振器原理图

虽然现有的准零刚度隔振器能够实现低频振动的隔离，但主要是针对负载不变的情况进行设计研究，若负载发生改变，隔振器为保证正常工作，往往需要更换组成元件，变负载调节方式困难，无法适用于灌浆软管拖动系统面临的实时变负载工况。此外，面向变负载工况下的准零刚度隔振器虽然有所研究，但是基本停留在理论分析仿真阶段，未进行实验验证，且很少给出明确的变负载质量关系式，同样难以实现灌浆软管拖动系统在变负载工况下的振动传递抑制。因此，如何基于正负刚度并联原理，针对灌浆软管变负载工况特性，设计一种新型灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，隔离变负载工况下灌浆软管振动，实现灌浆软管与拖动系统的柔顺联接，从而保障混凝土灌浆软管拖动系统的稳定作业仍需要进一步研究。

1.4 本文主要研究内容

基于以上对当前混凝土灌浆装备以及准零刚度隔振装置国内外研究现状及存在的问题论述和分析，本文开展灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置设计与实验研究。针对高层建筑混凝土灌浆作业中灌浆软管人机协作安全性差的问题，本文将设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，实现灌浆软管与拖动系统的柔顺联接。为此，本文将在以下几个方面开展研究工作：

（1）结合科技建造的背景以及灌浆软管人机协作拖动存在的问题，从建筑机器人的应用、一般隔振方法的研究以及准零刚度隔振方法的结构发展优化方面，对本文的研究背景和意义进行论述；通过对准零刚度隔振器的研究概况进行总结，分析当前研究存在的问题，提出本文的主要研究内容。

（2）准零刚度隔振联接装置静力学分析及结构设计。讨论准零刚度的实现方式及准零刚度隔振原理，设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置；绘制负刚度单元和灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置整体受力分析图，分别推导联接装置负刚度单元和整体的静力学方程，仿真分析联接装置结构参数对联接装置静力学特性影响规律；根据仿真分析结果优化联接装置结构参数，进行准零刚度隔振联接装置结构设计；明确联接装置满足准零刚度条件下处于静力平衡时负载质量与联接装置结构参数的关系。

（3）准零刚度隔振联接装置动力学特性研究。利用泰勒展开公式，推导灌

浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置静力学方程近似表达式，结合受力分析图，构建联接装置动力学模型；为了分析联接装置动力学特性，通过施加谐波位移激励和谐波力激励，基于牛顿第二运动定律，建立两种激励条件下联接装置的非线性运动微分方程；运用谐波平衡法求解两种激励条件下联接装置的稳态响应，确定激励幅值和阻尼比对联接装置幅频响应特性、位移传递特性和振动传递特性的影响规律；基于四阶龙格库塔法，数值仿真准零刚度隔振联接装置运动微分方程及其对应的等效线性系统运动微分方程，对比验证准零刚度隔振联接装置在全域范围内的振动传递抑制效果。

（4）变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学特性研究。对灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置在过载情况下进行受力分析，构建过载情况下联接装置动力学模型；为分析联接装置在过载情况下动力学特性，通过施加谐波位移激励和谐波力激励，基于牛顿第二运动定律，建立过载情况两种激励条件下联接装置的非线性运动微分方程；运用谐波平衡法求解两种激励条件下联接装置的稳态响应，确定激励幅值和阻尼比对过载情况联接装置幅频响应特性、位移传递特性和振动传递特性的影响规律；通过数值仿真分析验证联接装置连杆倾斜角度改变对联接装置在变负载情况下的振动传递抑制性能提升效果。

（5）灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真及实验验证。建立灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置虚拟样机模型，仿真分析验证联接装置振动隔离性能，制作灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置实物样机，搭建灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置实验台，分析其不同负载情况下的振动响应，验证联接装置的振动传递抑制效果。

（6）结论与展望。对本文研究内容及结论进行总结，对课题后续研究方向进行展望。本文各章节关系如图 1-10 所示。

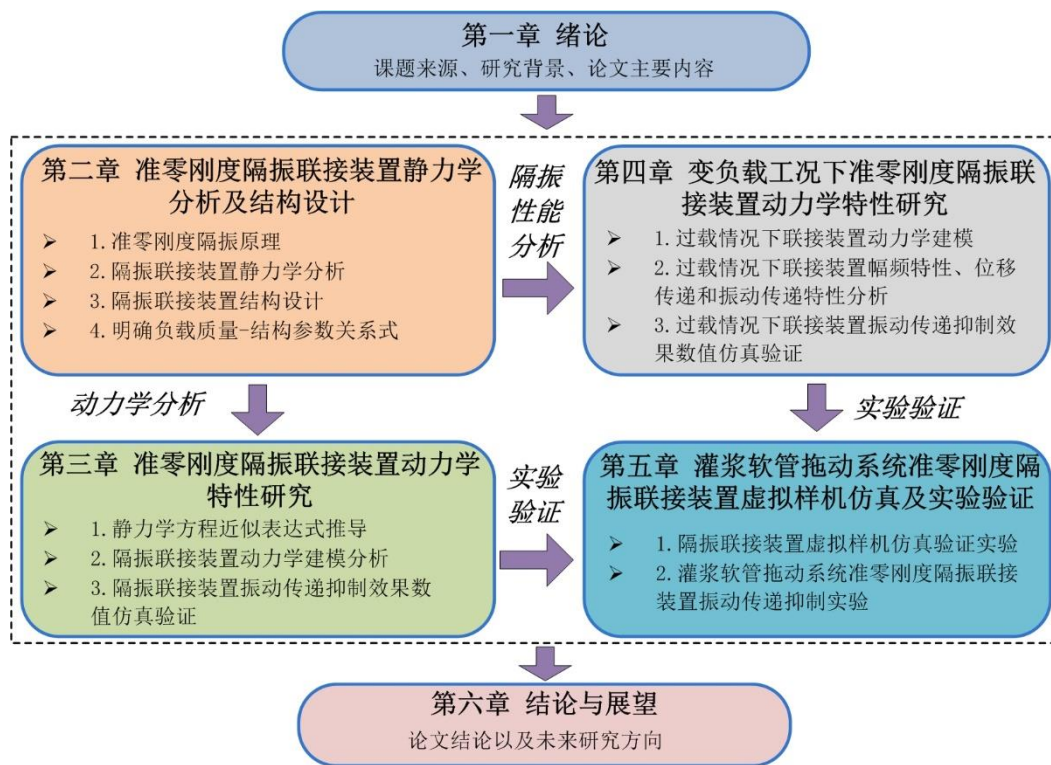


图 1-10 研究内容框架

1.5 本章小结

结合科技建造的背景以及人机协作存在的问题，论述了课题意义，介绍了一般隔振方法和准零刚度隔振方法的国内外研究现状，指出了现有研究存在的不足，在此基础上提出了本文的主要研究内容。

第2章 准零刚度隔振联接装置静力学分析及结构设计

高层建筑混凝土浇筑过程中，在混凝土泵的高压泵送冲击作用以及臂架系统运动激励下，末端灌浆软管产生的不规则脉动振动，会通过拖动绳索传递到操作工人身上，降低操作安全性。本章基于准零刚度隔振原理，设计了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置基本构型并进行了结构参数优化设计，为灌浆软管的振动传递抑制提供装置基础。

2.1 准零刚度隔振联接装置隔振原理

本文所设计准零刚度隔振联接装置应用于如图 2-1 所示的灌浆软管拖动系统，所述灌浆软管拖动系统包含臂架系统、柔索驱动机构和准零刚度隔振装置，柔索驱动机构固定在臂架系统末端，并通过准零刚度隔振联接装置与灌浆软管联接。柔索驱动机构呈中心对称引出六根牵引柔索，其中三根牵引柔索与准零刚度隔振装置下端相连，在灌浆过程中，柔索驱动机构通过这三根牵引柔索将构成灌浆软管隔振装置的每个准零刚度隔振单元拉至零刚度位置，从而实现准零刚度隔振，另外三根牵引柔索与灌浆软管隔振联接装置动平台相连，将柔索驱动机构的动力传递给动平台，协助工人拖动灌浆软管。操作工人通过另外的牵引钢丝绳拖动准零刚度隔振联接装置，实现灌浆软管在浇筑面上的随动定位。

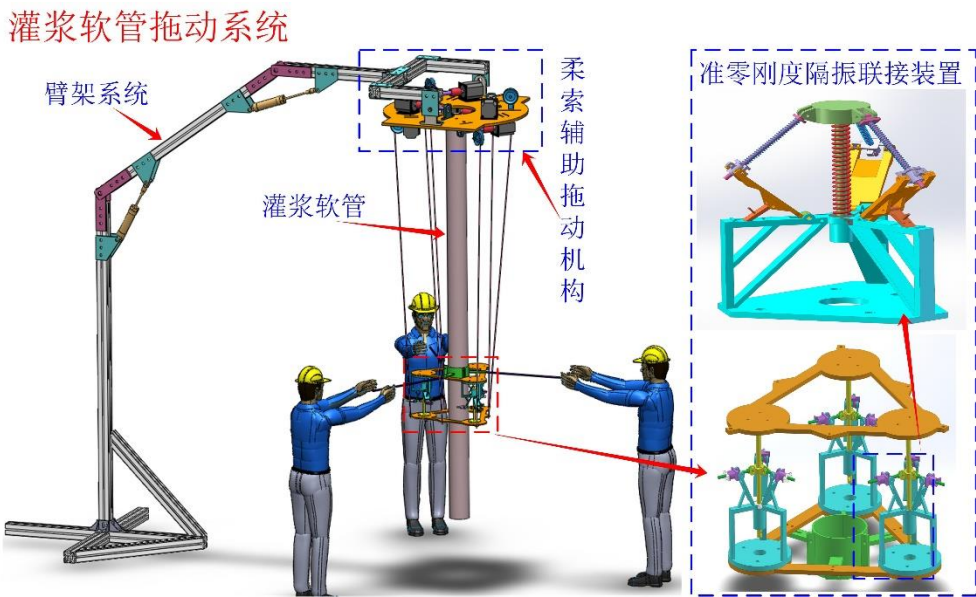


图 2-1 灌浆软管拖动系统

本文所设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置的具体结构如图 2-2(a)所示, 该联接装置主要由动平台、斜杆、倾斜连杆、支撑杆、底座、3 组倾斜弹簧和竖直弹簧组成。斜杆一端通过圆柱销与动平台呈中心对称连接, 另一端穿过导向块中心孔; 倾斜连杆、导向块、支撑杆和底座之间均通过圆柱销连接, 支撑杆另一端安装在底座上的凹槽中; 倾斜弹簧两端分别固定于斜杆和导向块的环形槽内、竖直弹簧两端分别固定于动平台和底座的环形槽内; 动平台下方伸出杆穿过底座中心孔与底座相配合。

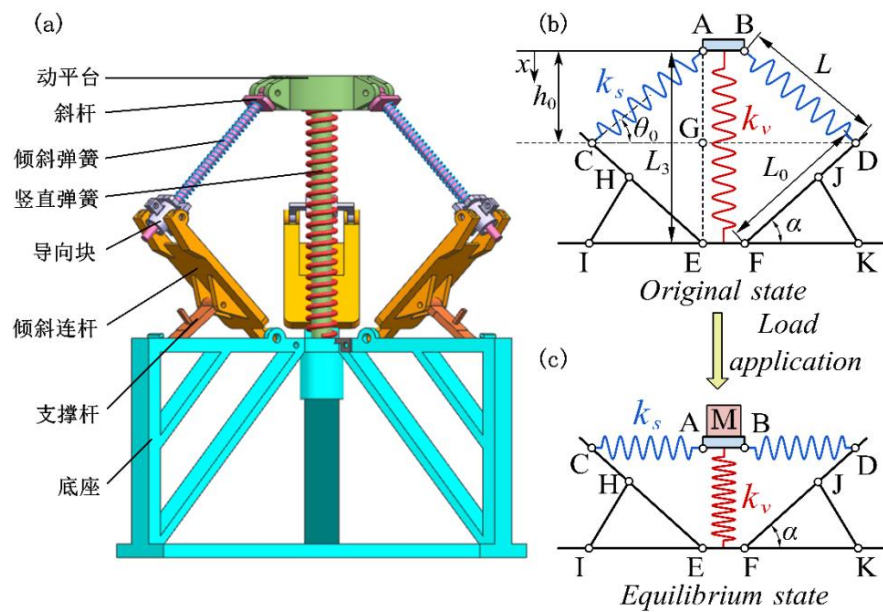


图 2-2 准零刚度隔振联接装置结构图

该准零刚度隔振联接装置初始状态、载荷作用下处于平衡状态的简化示意图如图 2-2(b)、2-2(c)所示。其中: L_0 为倾斜连杆有效长度; α 为倾斜连杆倾斜角度; L 为倾斜弹簧初始长度; L_3 为竖直弹簧初始长度; h_0 为动平台初始位置与平衡位置的距离; x 为动平台在竖直方向的位移; θ_0 为倾斜弹簧与水平面初始夹角; k_s 为倾斜弹簧刚度; k_v 为竖直弹簧刚度。另外, θ 为施加载荷后任意时刻倾斜弹簧与水平面夹角, L' 为施加载荷后任意时刻倾斜弹簧长度。如图 2-2(b)所示, 没有载荷施加在动平台上, 联接装置处于初始状态; 如图 2-2(c)所示, 施加质量为 M 的负载于动平台上, 使联接装置到达静态平衡状态时, 倾斜弹簧被压至水平状态, 此时联接装置在竖直方向上产生的回复力大小仅受竖直弹簧压缩量影响, 与倾斜弹簧无关。

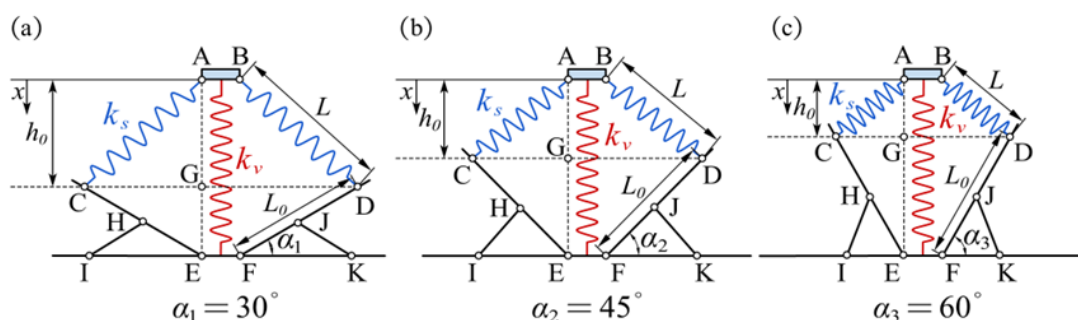


图 2-3 准零刚度隔振联接装置倾斜连杆不同倾斜角度下简图

对于该准零刚度隔振联接装置，三组倾斜弹簧提供负刚度，构成负刚度机构，在竖直方向上与一根竖直弹簧提供的正刚度相互抵消，使联接装置在静力平衡位置附近具有准零刚度特性，从而实现宽频域隔振；图 2-3 所示的准零刚度隔振联接装置简化示意图中倾斜连杆倾斜角度分别为 $\alpha=30^\circ$ 、 $\alpha=45^\circ$ 和 $\alpha=60^\circ$ ，可以看出，随着倾斜连杆倾斜角度的增加，联接装置到达平衡位置竖直弹簧的压缩量在减小，因此可以通过增加或减小倾斜连杆倾斜角度从而调整装置的承载能力，实现隔离混凝土灌浆过程中灌浆软管不断变化随机振动的目的。

2.2 准零刚度隔振联接装置静力学分析

2.2.1 负刚度机构静力学分析

不考虑竖直弹簧，仅考虑由与动平台呈中心对称连接的三根倾斜弹簧组成的负刚度机构，该部分的受力分析示意图如图 2-4 所示。其中，图 2-4(a) 为负刚度机构未受外力作用时的初始状态，AC 和 BD 代表倾斜弹簧，由于视图角度原因，图中只能显示其中两根倾斜弹簧，CE 和 DF 代表倾斜连杆，HI 和 JK 代表支撑杆，C、G 和 D 点在同一水平线上，CD 与 AE 垂直相交于 G 点。

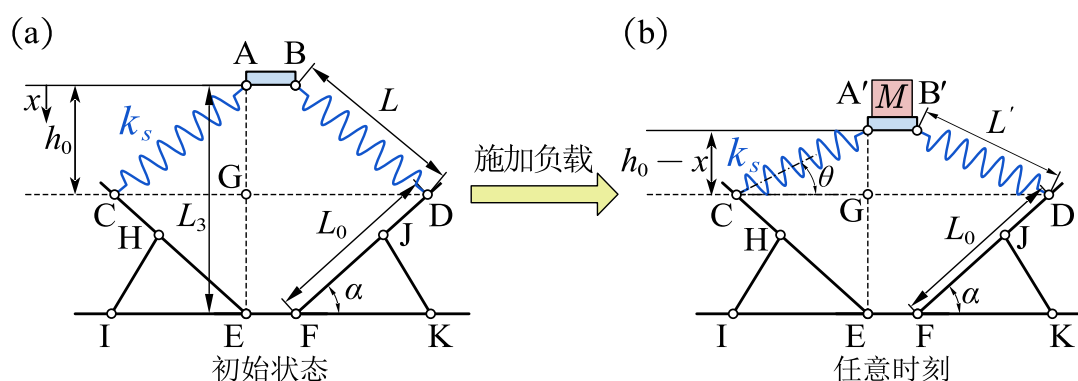


图 2-4 准零刚度隔振联接装置负刚度机构受力分析图

结合图 2-4，对动平台进行受力分析，根据动平台的受力情况建立负刚度机构的静力学模型，进而分析负刚度机构的静力学特性。如图 2-4(b)所示，对动平台施加质量为 M 的负载后，动平台受压向下移动在竖直方向上产生位移 x ，同时三根倾斜弹簧被压缩，在竖直方向上对动平台产生回复力，动平台受到三根倾斜弹簧在竖直方向上产生的回复力 f 可表示为：

$$f = 3 f_s \sin \theta \quad (2-1)$$

式中， $f_s = k_s \lambda$ 为单个倾斜弹簧的弹性力， θ 为施加负载后任意时刻倾斜弹簧与水平面夹角。 λ 为倾斜弹簧被压缩的长度。

根据几何关系， λ 与 θ 的表达式分别为：

$$\lambda = L - L' = L - \sqrt{(h_0 - x)^2 + (L_0 \cos \alpha)^2} \quad (2-2)$$

$$\sin \theta = \frac{h_0 - x}{\sqrt{(h_0 - x)^2 + (L_0 \cos \alpha)^2}} \quad (2-3)$$

其中，

$$h_0 = L \sin \theta_0 \quad (2-4)$$

将式(2-2)、(2-3)代入式(2-1)，则准零刚度隔振联接装置负刚度机构的力-位移表达式为：

$$f = 3k_s \left(\frac{L}{\sqrt{(h_0 - x)^2 + (L_0 \cos \alpha)^2}} - 1 \right) (h_0 - x) \quad (2-5)$$

将式(2-5)两边同时除以 $k_s L$ ，进行无量纲化处理，得到准零刚度隔振联接装置负刚度机构无量纲力-位移表达式为：

$$\hat{f} = 3 \left(\frac{1}{\sqrt{(\hat{h}_0 - \hat{x})^2 + (m \cos \alpha)^2}} - 1 \right) (\hat{h}_0 - \hat{x}) \quad (2-6)$$

其中， $\hat{f} = \frac{f}{k_s L}$ ， $\hat{h}_0 = \frac{h_0}{L}$ ， $\hat{x} = \frac{x}{L}$ ， $m = \frac{L_0}{L}$ 。

令 $u = x - h_0$ ，无量纲化处理后得到动平台相对于联接装置平衡位置的无量纲位移为 $\hat{u} = \hat{x} - \hat{h}_0$ ，当 $\hat{u} = 0$ 时，即为动平台在负载的作用下移动了 $\hat{x} = \hat{h}_0$ 距离，

到达联接装置的平衡位置。将 $\hat{u} = \hat{x} - \hat{h}_0$ 代入式 (2-6)，并对等式两边同时求导，得到准零刚度隔振联接装置负刚度机构无量纲刚度-位移表达式为：

$$\hat{K}_N = 3 \left(1 - \frac{(m \cos \alpha)^2}{(\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (2-7)$$

根据式(2-7)，当动平台处于平衡位置时 ($\hat{u} = 0$)， $\hat{K}_N = 3 \left(1 - \frac{1}{m \cos \alpha} \right)$ ，因此对于任意的倾斜连杆倾斜角度 α ，若 $m \cos \alpha \geq 1$ ，则在平衡位置处，准零刚度隔振联接装置负刚度机构的无量纲刚度将大于等于 0，这种情况下机构将不再具有负刚度特性。

如图 2-5 所示为 $\alpha=60^\circ$ ， m 取不同值时的准零刚度隔振联接装置负刚度机构无量纲力-位移关系曲线图和对应的无量纲刚度-位移关系曲线图。在图 2-5 (a) 中，除了 m 取值为 2 时之外，负刚度机构无量纲力-位移曲线均存在一个极大值点和极小值点，在两个极值点之间，机构刚度为负值，无量纲力随无量纲位移的增大而减小。结合图 2-5 (b)，随着 m 的增大，机构的负刚度区间先增大后减小，负刚度强度逐渐减小。当 m 增大至 $1/\cos \alpha = 1/\cos 60^\circ = 2$ 时，在平衡位置处，机构的无量纲刚度为 0，机构不再具有负刚度特性。

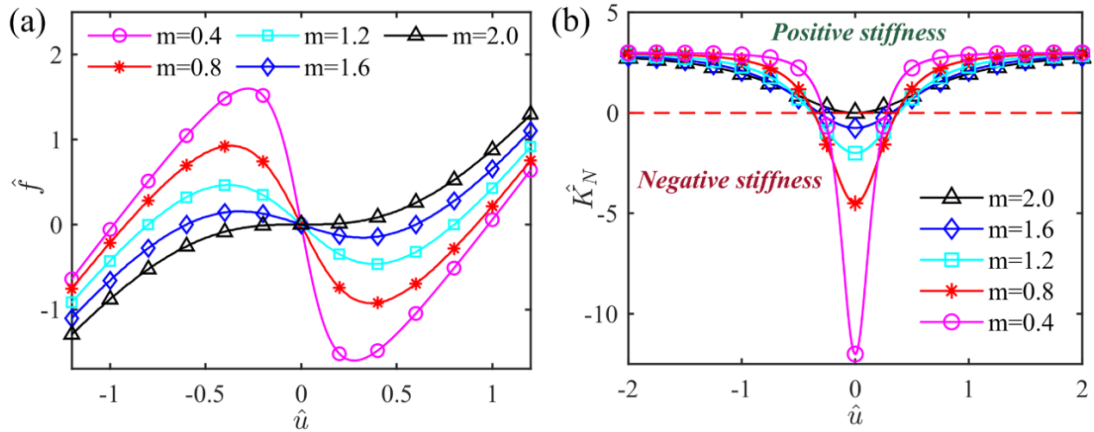


图 2-5 负刚度机构无量纲力-位移和无量纲刚度-位移 (m 取不同值)

$m=0.8$ ， α 取不同值时的负刚度机构无量纲力-位移曲线图和对应的无量纲刚度-位移曲线图如图 2-6 所示。在图 2-6 (a) 中，负刚度机构无量纲力-位移曲线均存在一个极大值点和极小值点，在两个极值点之间，机构刚度为负值，无量纲

力随无量纲位移的增大而减小。结合图 2-6(b)，随着 α 的增大，机构的负刚度区间先增大后减小，负刚度强度逐渐增大，并且在平衡位置处刚度取得最小值。

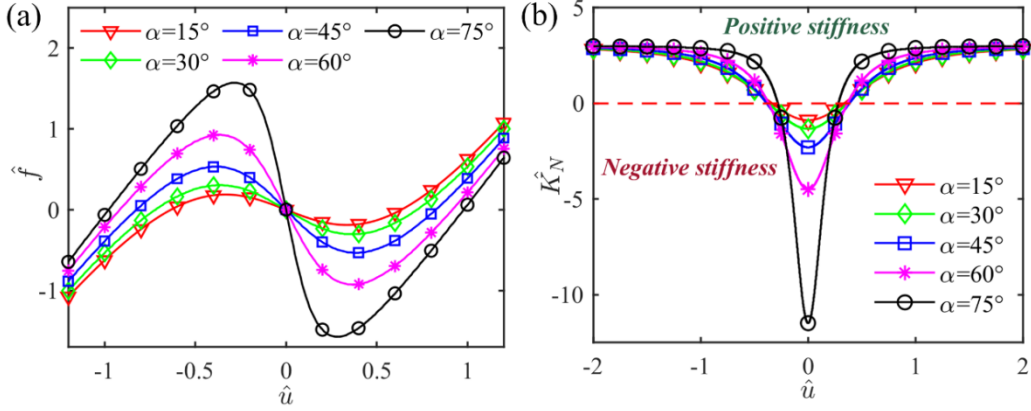


图 2-6 负刚度机构无量纲力-位移和无量纲刚度-位移(α 取不同值)

上述分析表明：在不考虑竖直弹簧的情况下，通过调整倾斜连杆与倾斜弹簧长度比 m 和倾斜连杆倾斜角度 α 的取值大小，能够使准零刚度隔振联接装置负刚度机构在平衡位置附近具有负刚度特性，并且改变负刚度机构的负刚度区间和强度大小。但是，由于机构的刚度小于零，单独使用无法实现准零刚度隔振，因此需要并联提供正刚度的竖直弹簧，构成准零刚度隔振联接装置，达到振动传递抑制目的。

2.2.2 准零刚度隔振联接装置整体静力学分析

将由三根倾斜弹簧组成的负刚度机构与一根竖直弹簧并联，组成本文所设计的准零刚度隔振联接装置，对该准零刚度隔振联接装置进行整体静力学分析。假设在动平台上施加质量为 M 的负载的情况下，准零刚度隔振联接装置整体的回复力为 F ，由图 2-2 及前述分析可知该准零刚度隔振联接装置的回复力方程为：

$$F = k_v(x + x_0) + 3k_s \left(\frac{L}{\sqrt{(h_0 - x)^2 + (L_0 \cos \alpha)^2}} - 1 \right) (h_0 - x) \quad (2-8)$$

其中 x_0 为竖直弹簧预压缩量， $x_0 = L_3 - h_0 - L_0 \sin \alpha$ ，将式两边同时除以 $k_v L$ ，进行无量纲化处理，得到准零刚度隔振联接装置的无量纲力-位移表达式为：

$$\hat{F} = \hat{x} + \hat{x}_0 + 3n \left(\frac{1}{\sqrt{(\hat{h}_0 - \hat{x})^2 + (m \cos \alpha)^2}} - 1 \right) (\hat{h}_0 - \hat{x}) \quad (2-9)$$

其中, $\hat{F} = \frac{F}{k_v L}$, $\hat{x}_0 = \frac{x_0}{L}$, $n = \frac{k_s}{k_v}$, n 为倾斜弹簧与竖直弹簧刚度的比值。

将 $\hat{u} = \hat{x} - \hat{h}_0$ 代入式(2-9), 则该准零刚度隔振联接装置的无量纲力-位移关系表达式为:

$$\hat{F} = \hat{u} + \hat{h}_0 + \hat{x}_0 - 3n\hat{u} \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2}} - 1 \right) \quad (2-10)$$

对式(2-10)两边求导, 可以得到该准零刚度隔振联接装置的无量纲刚度-位移表达式为:

$$\hat{K}_z = 1 - 3n \left(\frac{(m \cos \alpha)^2}{(\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2)^{\frac{3}{2}}} - 1 \right) \quad (2-11)$$

根据式(2-11)可知, 准零刚度隔振联接装置的相关参数将会对联接装置的刚度产生影响, 包括倾斜连杆有效长度与倾斜弹簧长度比 m , 倾斜弹簧与竖直弹簧刚度比 n 以及倾斜连杆与水平面夹角 α 。根据式(2-11), 能够得到参数 m, n 和 α 改变对准零刚度隔振联接装置无量纲刚度-位移关系的影响, 如图 2-7 所示。

由图 2-7 可知, 向动平台施加负载后, 在动平台中心点先接近后远离平衡位置的过程中, 该装置的无量纲刚度呈现先减小后增大的趋势, 并且当无量纲位移为零, 即动平台处于平衡位置处时联接装置的无量纲刚度取得最小值。由图 2-7(a)可知, 当 n 和 α 取定值时, 在 m 从 0.4 开始不断增大到 2 的过程中, 联接装置在平衡位置处的刚度从负刚度逐渐增大至零再增大至正刚度; 由图 2-7(b)可知, 当 m 和 α 取定值时, 在 n 从 0.4 不断增大至 2.0 的过程中, 联接装置在平衡位置处的刚度逐渐减小; 如图 2-7(c)可知, 当 m 和 n 取定值时, 随着 α 的增大, 联接装置在平衡位置处的刚度从正刚度逐渐减小至零再减小至负刚度。

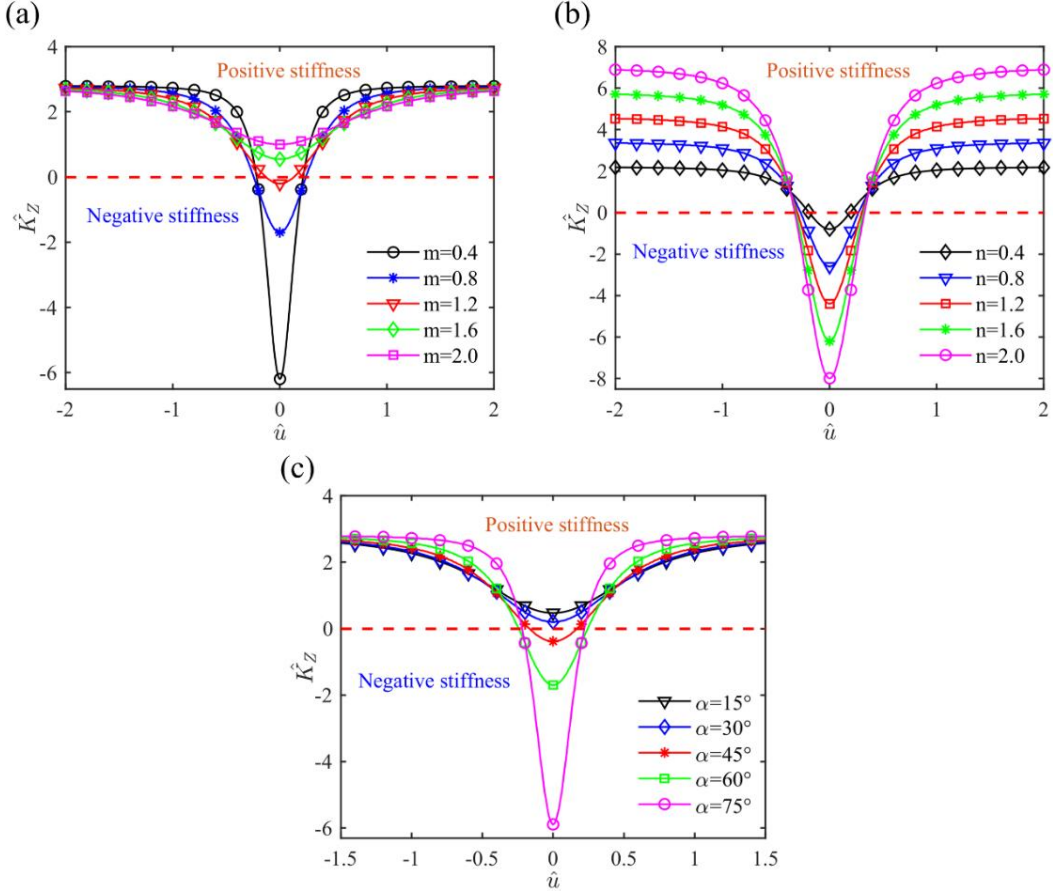


图 2-7 不同参数影响下准零刚度隔振联接装置无量纲刚度-位移曲线图：

(a) $n=0.6$, $\alpha=60^\circ$; (b) $m=0.8$, $\alpha=60^\circ$; (c) $m=0.8$, $n=0.6$

因此，该准零刚度隔振联接装置的参数 m , n 和 α 之间必然存在一个关系式，当这三个参数相互配合满足该关系式时，联接装置在平衡位置处的刚度将始终为零刚度，此时联接装置能够始终保持准零刚度特性。

将 $\hat{u} = 0$ 和 $\hat{K}_Z = 0$ 代入式(2-11)，求解得：

$$m = \frac{3n}{(3n+1)\cos\alpha} \quad (2-12)$$

当 m , n 和 α 之间的关系满足式(2-12)时，联接装置在平衡位置处的刚度即为零。将式(2-12)代入式(2-11)，联接装置无量纲刚度-位移表达式表示为：

$$\hat{K}_Z = 1 - 3n \left[\frac{\left(\frac{3n}{3n+1} \right)^2}{\left(\hat{u}^2 + \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} - 1 \right] \quad (2-13)$$

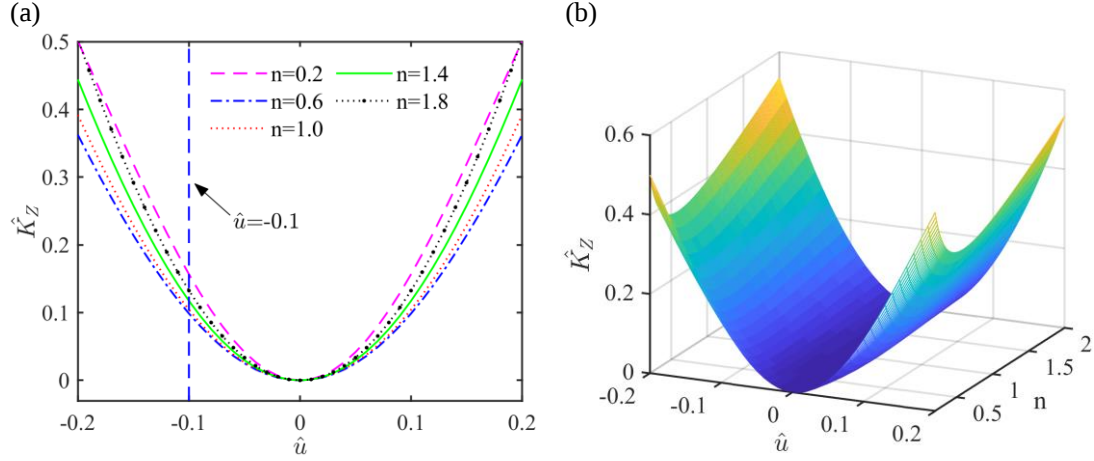


图 2-8 弹簧刚度比 n 对无量纲刚度-位移影响图

根据式(2-13)，此时三种参数对联接装置无量纲刚度的影响转化为通过弹簧刚度比 n 单独表示，弹簧刚度比 n 对联接装置无量纲刚度-位移的影响如图 2-8 所示，从图中可以看出，在平衡位置附近的同一位置处 ($\hat{u} = -0.1$)， n 从 0.2 增大至 1.8 的过程中，联接装置的无量纲刚度呈现先减小后增大的趋势，因此应当存在一个刚度比，使联接装置在平衡位置附近的刚度值能够取得最小值，从而获得最大的准零刚度区间。

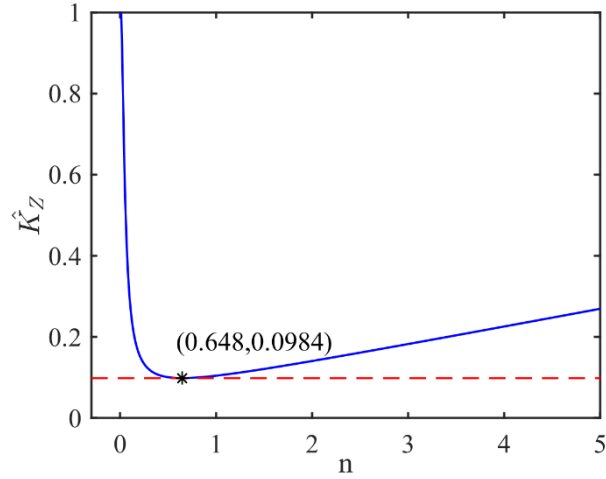


图 2-9 无量纲刚度-弹簧刚度比关系图

将 $\hat{u} = -0.1$ 代入式(2-13)，得到联接装置在 $\hat{u} = -0.1$ 位置处的无量纲刚度 $\hat{K}_z$ 与 n 的关系，如图 2-9 所示。从图 2-9 中可以看出，随着 n 的增大，联接装置的无量纲刚度先减小后增大，并在 $n=0.648$ 时取得最小值 0.0984。因此当倾斜弹簧与竖直弹簧的刚度比 n 为 0.648 时，该准零刚度隔振联接装置能够在平衡位置处拥有最佳准零刚度隔振性能，并在平衡位置附近获得最大的准零刚度区间。

2.3 准零刚度隔振联接装置结构设计

本文所提出的灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，主要由动平台、斜杆、导向块、倾斜连杆、支撑杆、底座、倾斜弹簧和竖直弹簧组成。该联接装置整体为中心对称结构，除了动平台、竖直弹簧和底座之外，其余组成零件每种均各有三个，且等夹角布置。

根据准零刚度隔振联接装置的结构原理图，进行了各零件的设计。如图 2-10 所示为动平台，为减少摩擦阻力，保证动平台在竖直方向上的柔顺移动，通过圆柱销将动平台与斜杆一端连接，倾斜弹簧套在斜杆上以防止其在隔振过程中因为受力伸缩而出现严重变形，另外，斜杆与动平台相连的一端边长略大于倾斜弹簧外径，从而达到对倾斜弹簧的限位效果。如图 2-11 所示为导向块，导向块由对称的两半通过螺钉组合而成，中心开有通孔，为保证斜杆的顺滑移动，导向块通孔内装有直线轴承，斜杆的另一端从中穿过，在动平台上下移动的过程中，斜杆能够沿直线轴承轴向移动。



图 2-10 动平台



图 2-11 导向块

如图 2-12 所示为倾斜连杆，底端通过螺钉固定在底座上，为便于倾斜连杆调整倾斜角度，底座与其联接处开有槽，另外倾斜连杆上端通过圆柱销与导向块连接，中部通过螺钉安装有支撑杆，通过支撑杆的转动，并与底座上的不同凹槽配合，能够达到改变倾斜连杆倾斜角度的目的。如图 2-13 所示为底座，底座上端中心开有圆孔，圆孔内部设有直线轴承，动平台下端伸出杆从中穿过，竖直弹簧则套在动平台下端伸出杆上。将各个零部件三维模型组装后，如图 2-14 所示即为所设计的灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置整体模型图。



图 2-12 倾斜连杆

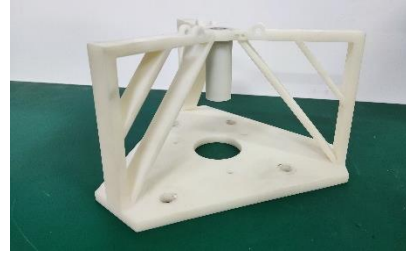


图 2-13 底座

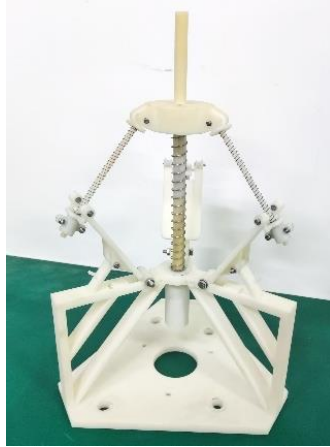


图 2-14 联接装置整体

2.4 准零刚度隔振联接装置承载能力分析

根据上述进行的分析可知，动平台受所施加负载作用竖直向下移动，进而使倾斜弹簧恰好压缩至水平状态所达到的静态平衡位置即为准零刚度隔振联接装置隔振的最佳位置。此时，由于倾斜弹簧处于水平状态，在竖直方向上不产生回复力，因此在竖直方向上，由竖直弹簧完全承担负载的质量。如图 2-2 (b) 和图 2-2 (c) 所示分别为联接装置初始状态和施加质量为 M 的负载后到达平衡状态的简图。

因此，负载质量 M 可以表示为：

$$M = \frac{k_v (L_3 - L_0 \sin \alpha)}{g} \quad (2-14)$$

其中， g 表示重力加速度，式(2-14)即为使动平台恰好能够达到平衡位置的负载质量 M 与倾斜连杆倾斜角度 α 的关系式，可以看出，在 α 实际可以取得的范围内，负载质量与 α 成反比关系，负载质量随 α 的增大单调递减，且不是线性反比关系，而是随 α 的增大而缓慢减小。将 $k_v=300\text{N/m}$ ， $L_3=0.15\text{m}$ ， $L_0=0.1\text{m}$ ， $g=9.8\text{m/s}^2$ 代入式(2-14)，得到 M 随 α 变化的曲线图如图 2-15 所示。

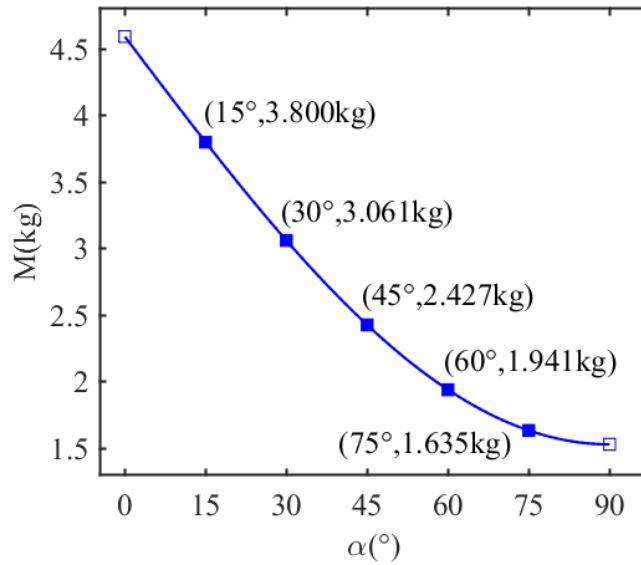


图 2-15 平衡位置处准零刚度隔振联接装置负载与倾斜连杆倾斜角度关系图

如图 2-15 所示，随着倾斜连杆倾斜角度 α 增加，联接装置可承受负载质量逐渐减小，而 0° 和 90° 两种极限角度不符合条件，无法在现实中实现。

结合式(2-14)和图 2-15 可以看出，当联接装置在平衡位置处需要承载的负载质量发生变化时，可以通过调节倾斜连杆倾斜角度 α 从而适应负载质量的变化，使联接装置重新达到平衡位置，保证联接装置准零刚度特性，从而始终保持有效准零刚度隔振效果。

2.5 本章小结

基于灌浆软管拖动系统与灌浆软管的实际联接形式，设计了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，对联接装置负刚度单元和联接装置整体进行了受力分析，分别推导了联接装置负刚度单元和整体结构的静力学方程，仿真分析了联接装置结构参数对装置静力学特性的影响规律，明确了装置满足准零刚度条件下处于静力平衡时承载质量与联接装置倾斜连杆倾斜角度的关系。根据仿真分析结果优化了联接装置结构参数，并制作了准零刚度隔振联接装置实物样机。

第3章 准零刚度隔振联接装置动力学特性研究

为探究所设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制性能，本章对联接装置的动力学特性进行研究。首先利用泰勒展开式进行联接装置回复力、刚度多项式拟合，然后建立准零刚度隔振联接装置的非线性运动微分方程，分析装置自身结构参数以及外部激励参数对联接装置幅频响应特性、位移传递率以及力传递率的影响规律。

3.1 回复力、刚度多项式拟合

根据前述分析已经得到了所设计准零刚度隔振联接装置的力-位移表达式和刚度-位移表达式，并由此绘制了力-位移曲线图和刚度-位移曲线图，为便于后续对准零刚度隔振联接装置进行动力学特性分析，在满足精度的条件下，利用泰勒展开式，将联接装置的无量纲力-位移表达式(2-10)在 $\hat{u} = 0$ 处进行三阶泰勒级数展开，即：

$$\hat{F} = \hat{F}(0) + \hat{F}'(0)\hat{u} + \frac{\hat{F}''(0)}{2!}\hat{u}^2 + \frac{\hat{F}'''(0)}{3!}\hat{u}^3 \quad (3-1)$$

根据式(2-10)得：

$$\hat{F}' = 1 - 3n \left(\frac{(m \cos \alpha)^2}{\left(\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - 1 \right) \quad (3-2)$$

$$\hat{F}'' = \frac{9n(m \cos \alpha)^2 \hat{u}}{\left(\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \quad (3-3)$$

$$\hat{F}''' = \frac{9n(m \cos \alpha)^4 - 36n(m \cos \alpha)^2 \hat{u}^2}{\left(\hat{u}^2 + (m \cos \alpha)^2\right)^{\frac{7}{2}}} \quad (3-4)$$

将 $\hat{u} = 0$ 代入式(2-10)、(3-2)、(3-3)和式(3-4)，得：

$$\hat{F}(0) = \hat{h}_0 + \hat{x}_0 \quad (3-5)$$

$$\hat{F}'(0) = 0 \quad (3-6)$$

$$\hat{F}''(0) = 0 \quad (3-7)$$

$$\hat{F}'''(0) = \frac{9n}{(m \cos \alpha)^3} \quad (3-8)$$

将式(3-5)~(3-8)代入式(3-1)，得到准零刚度隔振联接装置的无量纲回复力-位移拟合表达式：

$$\hat{F}_{app} = \hat{h}_0 + \hat{x}_0 + \frac{(3n+1)^3}{18n^2} \hat{u}^3 \quad (3-9)$$

对式(3-9)两边进行求导，得到准零刚度隔振联接装置的无量纲刚度-位移拟合表达式：

$$\hat{K}_{app} = \frac{(3n+1)^3}{6n^2} \hat{u}^2 \quad (3-10)$$

取弹簧刚度比 $n=0.648$ ，连杆倾斜角度 $\alpha=60^\circ$ ，准零刚度隔振联接装置的无量纲力-位移的精确表达式曲线与拟合表达式曲线以及对式(2-10)和式(3-9)求导得到的联接装置无量纲刚度-位移精确表达式曲线与拟合表达式曲线分别如图 3-1 和图 3-2 所示。

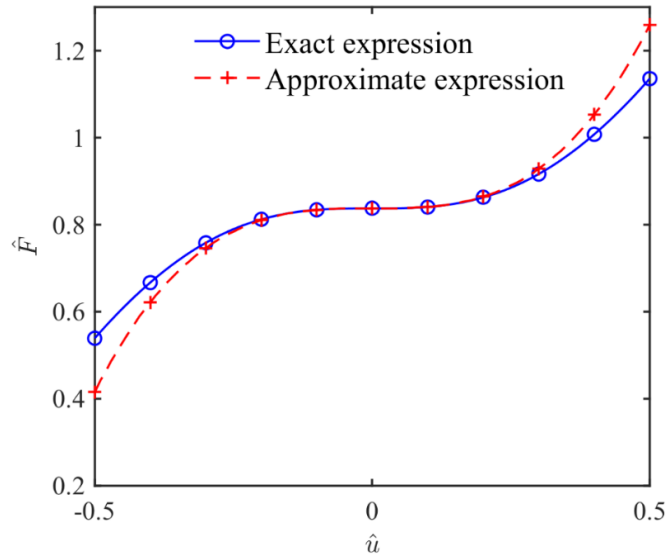


图 3-1 无量纲力-位移精确表达式与拟合表达式曲线

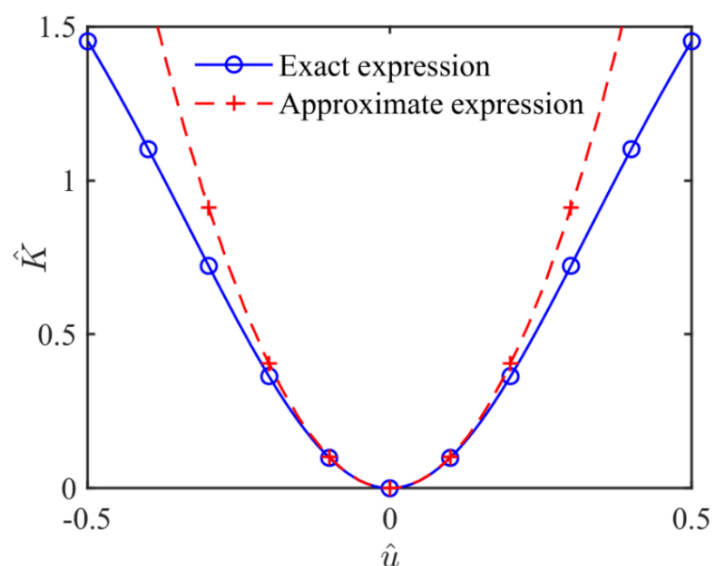


图 3-2 无量纲刚度-位移精确表达式与拟合表达式曲线

通过图 3-1 和图 3-2 可以看出，准零刚度隔振联接装置的无量纲力-位移曲线和无量纲刚度-位移曲线的拟合表达式和精确表达式在平衡位置附近基本重合，但是随着相对于平衡位置的无量纲位移的增大，根据泰勒展开求得的联接装置无量纲力-位移拟合表达式曲线与精确表达式曲线的误差以及无量纲刚度-位移拟合表达式曲线与精确表达式曲线的误差都在逐渐增大，因此需要对拟合表达式在平衡位置附近的值进行误差分析，定义无量纲刚度-位移的拟合表达式与精确表达式的相对误差 ε 为：

$$\varepsilon = \left| \frac{\hat{K}_{app} - \hat{K}}{\hat{K}} \right| \times 100\% \quad (3-11)$$

通过计算得到无量纲刚度-位移的拟合表达式相对于精确表达式在平衡位置附近的误差曲线图如图 3-3 所示，部分位移值对应的相对误差值如表 3-1 所示。通过观察图 3-3 以及表 3-1 内的数据可知，所求得的无量纲刚度-位移拟合表达式在平衡位置附近误差较小，因此通过泰勒展开拟合得到的联接装置回复力近似表达式及刚度近似表达式，将其用于后续在平衡位置附近的准零刚度隔振联接装置动力学特性分析具有可行性的。

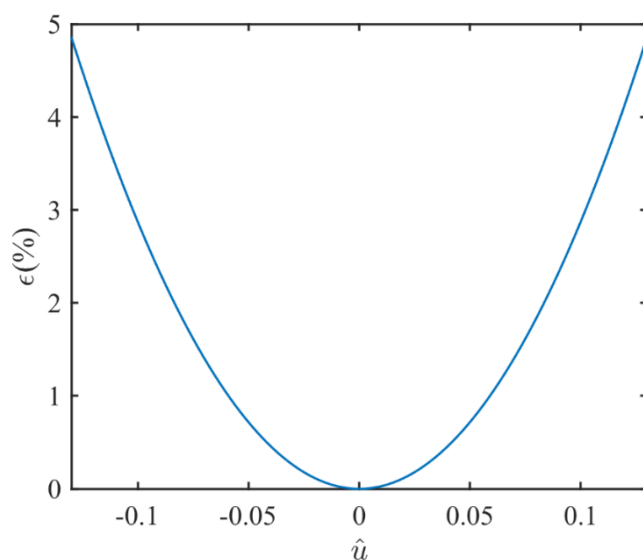


图 3-3 无量纲刚度-位移拟合表达式误差曲线图

表 3-1 无量纲刚度-位移近似表达式误差

$ \hat{u} $	精确值	拟合值	相对误差
0.13	0.1632	0.1712	4.90%
0.11	0.1184	0.1225	3.46%
0.09	0.0802	0.0820	2.24%
0.07	0.0489	0.0496	1.43%
0.05	0.0251	0.0253	0.80%
0.03	0.00909	0.00911	0.22%
0.01	0.0010125	0.0010128	0.03%

3.2 准零刚度隔振联接装置动力学建模

3.2.1 位移激励下准零刚度隔振联接装置动力学建模

准零刚度隔振联接装置位移传递示意图如图 3-4 所示，其中 M 表示承受负载的质量， c 表示阻尼， y 表示位移激励， v 表示动平台的绝对位移。

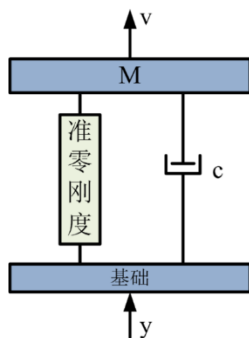


图 3-4 准零刚度隔振联接装置位移传递示意图

根据第二章准零刚度隔振联接装置静力学特性分析结果，结合本章中进行的回复力多项式拟合，可知所设计的准零刚度隔振联接装置为非线性隔振装置，具有单自由度，即装置的力-位移表达式之中存在非线性项。当施加质量为 M 的负载于准零刚度隔振联接装置的动平台上后，联接装置整体达到静力平衡位置，此时联接装置的刚度为零，联接装置在竖直方向上的静力平衡方程为：

$$Mg = k_v(h_0 + x_0) + \frac{k_s(3n+1)}{2n(L_0 \cos \alpha)^2} u^3 \quad (3-12)$$

如图 3-5 所示为联接装置在负载 M_1 的作用下，达到静力平衡位置受到位移激励时的联接装置简图。

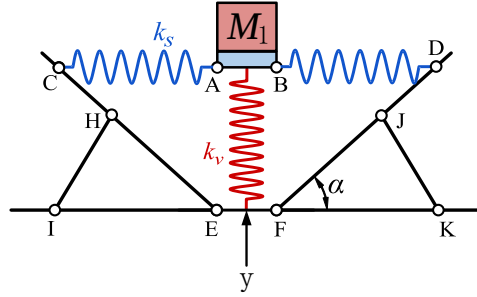


图 3-5 位移激励下准零刚度隔振联接装置简图

单独对该准零刚度隔振联接装置底座施加如图 3-5 所示的竖直向上的谐波位移激励 $y = Y \cos(\omega t)$ ，根据牛顿第二定律建立受载情况下联接装置的非线性运动微分方程为：

$$M_1 \ddot{z} + c \dot{z} + F_{y_1} - M_1 g = M_1 \omega^2 Y \cos(\omega t) \quad (3-13)$$

其中， F_{y_1} 为联接装置在谐波位移激励下在竖直方向上产生的回复力， $z = v - y$ 为谐波位移激励下动平台与底座之间的相对位移， v 和 y 分别表示动平台和底座的绝对位移。

根据式(3-9)可得在谐波位移激励下联接装置的回复力为：

$$F_{y_1} = k_v(h_0 + x_0) + \frac{k_s(3n+1)}{2n(L_0 \cos \alpha)^2} z^3 \quad (3-14)$$

引入无量纲参数：

$$\hat{z} = \frac{z}{L}, \hat{Y} = \frac{Y}{L}, \xi = \frac{c}{2M_1 \omega_0}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{M_1}}, \tau = \omega_0 t。$$

并将式(3-14)代入式(3-13)，得到该准零刚度隔振联接装置在谐波位移激励下的无量纲运动微分方程为：

$$\hat{z}'' + 2\xi\hat{z}' + \beta\hat{z}^3 = \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau) \quad (3-15)$$

其中， $\beta = \frac{(3n+1)^3}{18n^2}$ ，对于式(3-15)，通过谐波平衡法进行该非线性运动微分方程的稳态响应解求解，设式(3-15)的稳态响应解为：

$$\hat{q} = A\cos(\Omega\tau + \theta) \quad (3-16)$$

将式(3-16)进行两次求导，得到：

$$\hat{q}' = -\Omega A\sin(\Omega\tau + \theta) \quad (3-17)$$

$$\hat{q}'' = -\Omega^2 A\cos(\Omega\tau + \theta) \quad (3-18)$$

将式(3-16)、(3-17)、(3-18)代入式(3-15)，得到：

$$-A\Omega^2 \cos(\Omega\tau + \theta) - 2\xi A\Omega \sin(\Omega\tau + \theta) + \beta A^3 \cos^3(\Omega\tau + \theta) = \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau) \quad (3-19)$$

其中，式(3-19)等号的右边项可以改写为以下形式：

$$\begin{aligned} \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau) &= \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau + \theta - \theta) \\ &= \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau + \theta)\cos(\theta) + \hat{Y}\Omega^2 \sin(\Omega\tau + \theta)\sin(\theta) \end{aligned} \quad (3-20)$$

将式(3-19)和式(3-20)进行联立，令式中的常数项和各谐波项的系数分别等于零，并忽略式中的高阶谐波项，与三角函数相关转换公式相结合，则准零刚度隔振联接装置的稳态响应解可用以下多项式表示为：

$$-A\Omega^2 + \frac{3}{4}\beta A^3 = \hat{Y}\Omega^2 \cos(\theta) \quad (3-21)$$

$$-2\xi A\Omega = \hat{Y}\Omega^2 \sin(\theta) \quad (3-22)$$

结合三角函数 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 的性质，将式(3-21)和式(3-22)的等号两边同时平方并分别相加，可以得到：

$$\left(\frac{3}{4}\beta A^3 - A\Omega^2\right)^2 + (2A\xi\Omega)^2 = \hat{Y}^2\Omega^4 \quad (3-23)$$

式(3-23)即为该准零刚度隔振联接装置受到谐波位移激励时的幅频响应方程，

其中 A 为装置动平台稳态位移响应解谐波项幅值， β 为装置的非线性项。

3.2.2 力激励下准零刚度隔振联接装置动力学建模

类比于 3.2.1 节当中对准零刚度隔振联接装置在受到谐波位移激励时的位移传递，参照图 3-4，得到准零刚度隔振联接装置在谐波力激励下的力传递示意图，如图 3-6 所示。

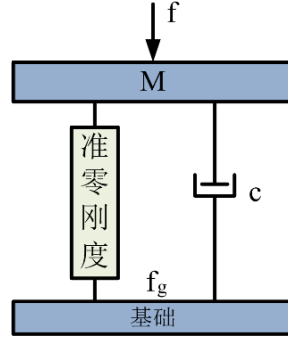


图 3-6 准零刚度隔振联接装置力传递示意图

准零刚度隔振联接装置在负载 M_1 的作用下达到静力平衡位置后，单独对该准零刚度隔振联接装置的动平台施加如图 3-6 所示的竖直向下的谐波力激励 $f = F \cos(\omega t)$ ，根据牛顿第二定律建立受载情况下准零刚度隔振联接装置在谐波力激励下的非线性运动微分方程为：

$$M_1 \ddot{u} + c \dot{u} + F_{f_1} - M_1 g = F \cos(\omega t) \quad (3-24)$$

其中， u 为谐波力激励下动平台产生的位移， F_{f_1} 为联接装置在谐波力激励下产生的回复力， F_{f_1} 的表达式为：

$$F_{f_1} = k_v (h_0 + x_0) + \frac{k_s (3n+1)}{2n(L_0 \cos \alpha)^2} u^3 \quad (3-25)$$

将式(3-24)与式(3-25)联立，并引入无量纲参数：

$$\hat{u} = \frac{u}{L}, \hat{F} = \frac{F}{k_v L}, \xi = \frac{c}{2M_1 \omega_0}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{M_1}}, \tau = \omega_0 t。$$

得到准零刚度隔振联接装置在谐波力激励下的无量纲运动微分方程为：

$$\hat{u}'' + 2\xi \hat{u}' + \beta \hat{u}^3 = \hat{F} \cos(\Omega \tau) \quad (3-26)$$

类比 3.2.1 节，通过谐波平衡法求解式(3-26)，可得该准零刚度隔振联接装置在谐波力激励下的幅频响应方程为：

$$\left(\frac{3}{4}\beta A^3 - A\Omega^2\right)^2 + (2A\xi\Omega)^2 = \hat{F}^2 \quad (3-27)$$

3.3 准零刚度隔振联接装置幅频特性及稳定性分析

3.3.1 位移激励下准零刚度隔振联接装置幅频特性分析

观察式(3-23)可知，准零刚度隔振联接装置动平台的稳态位移响应解谐波项幅值 A 不仅受频率比 Ω 的影响，还和位移激励的激励幅值、非线性项以及阻尼比有关。由于在前述分析当中，为获得最大的准零刚度隔振区间，竖直弹簧与倾斜弹簧的刚度比 n 已经取为定值，而联接装置的非线性项 β 为受 n 影响的表达式，非线性项 β 同样为定值，因此这里将对阻尼比和激励幅值对联接装置动平台的稳态位移响应解谐波项幅值的影响进行展开研究。

如图 3-7 所示为位移激励幅值改变对准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线的影响；图 3-8 所示为阻尼比改变对准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线的影响。其中，当研究某单一参数改变对联接装置幅频响应曲线的影响时，其余参数的取值保持不变。

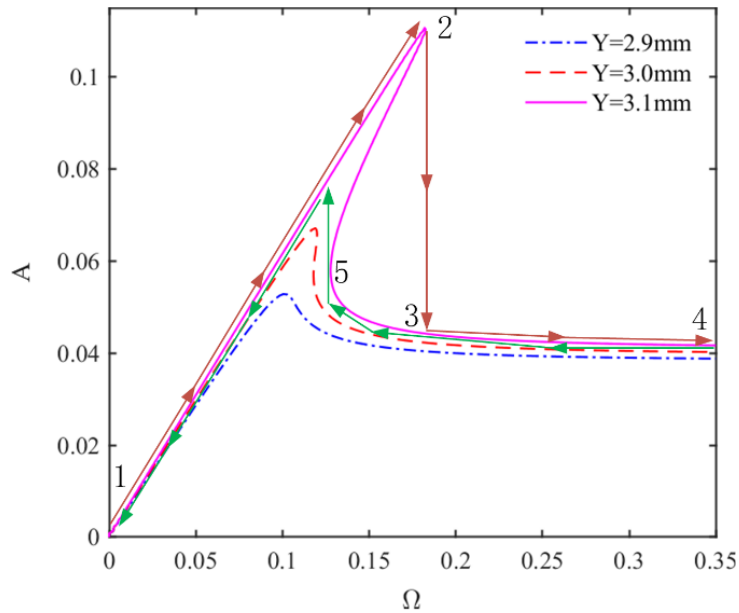


图 3-7 不同位移激励幅值下准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线

如图 3-7 所示，当位移激励幅值较小时，装置趋于线性，稳态位移响应解

只有一个，随着位移激励幅值的增大，同一激励频率下的稳态位移响应解也在逐渐的增大，并且在位移激励幅值增大的过程中，联接装置幅频响应曲线的向右弯曲程度也越来越大，逐渐出现不稳定区间和跳跃现象，联接装置的非线性特性在增强。

由于准零刚度隔振联接装置存在非线性项，通过观察图 3-7 可知当激励幅值增大到一定程度时，联接装置的幅频响应曲线会出现多个解的现象，具体表现为同一个横坐标(Ω)所对应的纵坐标(A)会存在两个不同的值的情况，这种现象在非线性振动当中则被称为跳跃现象，在产生跳跃现象的临界点系统是不稳定的。当阻尼比和非线性项不变时，以图 3-7 中的紫色实线为例，当逐渐增大频率比 Ω 的取值时，稳态位移响应解的幅值 A 的数值将从位置 1 沿着棕色箭头线逐渐增大，到达极大值点位置 2 处，在这个过程当中，幅频响应曲线逐渐出现多解区间；继续增大 Ω ，幅值 A 将从位置 2 跳跃至位置 3，并沿棕色箭头线到达位置 4 处；与之相反的，当频率比 Ω 的取值由大到小时，稳态位移响应解的幅值 A 将沿着绿色箭头线从位置 4 到达位置 5，随后继续减小 Ω ，幅值 A 将会突然向上跳跃并最终到达位置 1 处。

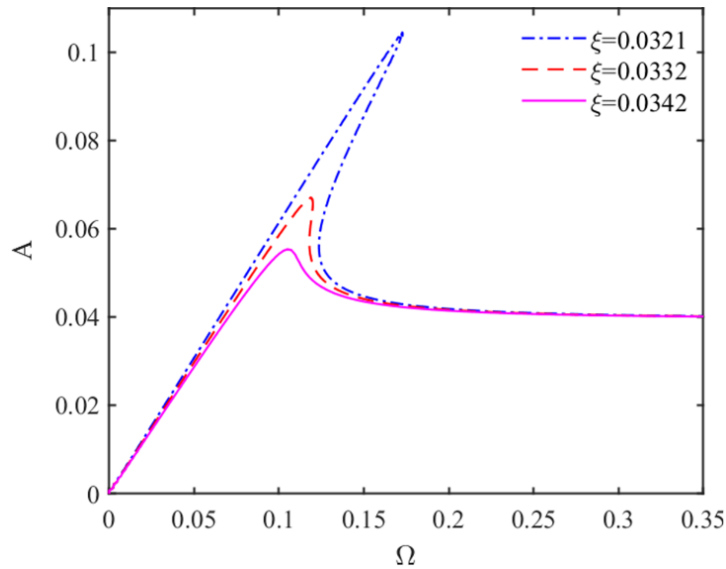


图 3-8 位移激励下不同阻尼比时准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线

从图 3-8 中可以看出，与位移激励幅值对联接装置幅频响应曲线的影响不同，随着阻尼比的增大，同一激励频率下的稳态位移响应解在逐渐减小，并且在阻尼比增大的过程中，联接装置幅频响应曲线的向右弯曲程度在越来越小，不稳定区间逐渐减小，跳跃现象逐渐消失，部分激励频率区间内稳态位移响应

解由多个逐渐转为一个，联接装置的非线性特性在减弱，并逐渐趋于线性。

3.3.2 力激励下准零刚度隔振联接装置幅频特性分析

观察式(3-27)可知，准零刚度隔振联接装置在谐波力激励下的响应幅值 A 在受到频率比 Ω 的影响的同时，还将随着力激励的激励幅值和阻尼比的变化而变化。下面将对力激励幅值和阻尼比对联接装置的响应幅值的影响进行研究。

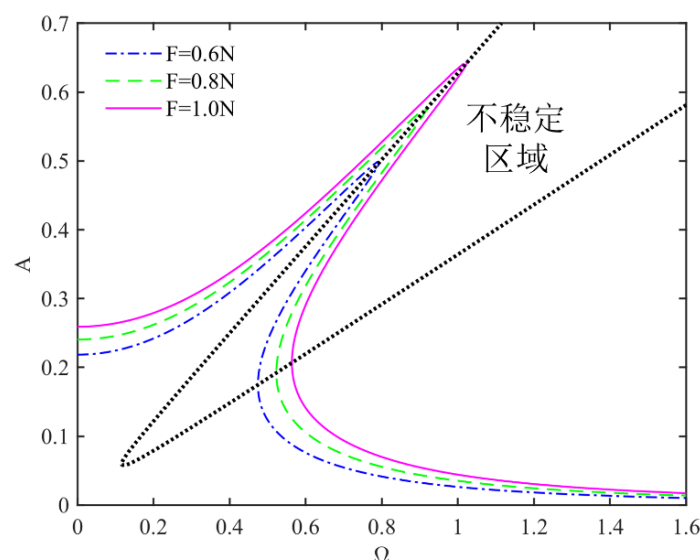


图 3-9 不同力激励幅值下准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线

图 3-9 中，在保持其余参数不变的情况下，随着力激励幅值的增大，在一定的激励频率范围之内，各激励频率下所对应的响应幅值也在随之增大，当激励频率超出了该范围之后，准零刚度隔振联接装置在不同力激励幅值下的响应幅值逐渐趋于一致，并且在力激励幅值增大的过程中，装置幅频响应曲线的向右弯曲程度在越来越大，不稳定区间在逐渐增大，跳跃现象逐渐增强，装置的非线性特性在增强。

图 3-10 中，与力激励幅值对准零刚度隔振联接装置幅频响应的影响不同，在保持其余参数的取值不变的情况下，随着阻尼比的增大，同一激励频率下的联接装置响应幅值在逐渐减小，响应幅值的最大值和其对应的激励频率也在逐渐减小，并且在阻尼比增大的过程中，联接装置幅频响应曲线的向右弯曲程度在越来越小，不稳定区间逐渐减小，跳跃现象逐渐减弱，联接装置的非线性特性在减弱，并逐渐趋于线性。

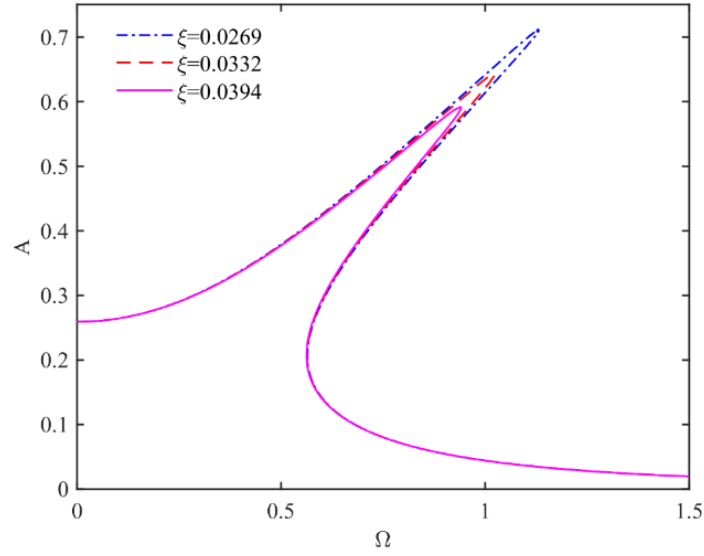


图 3-10 力激励下不同阻尼比时准零刚度隔振联接装置幅频响应曲线

3.3.3 稳定性分析

通过前面两小节的研究，基于谐波平衡法对准零刚度隔振联接装置在谐波位移激励和谐波力激励下的非线性运动微分方程进行求解，分别得到了两种激励下激励幅值和阻尼比取值不同时的装置幅频响应曲线。通过观察幅频响应曲线图可知，两种激励下的幅频响应曲线都会出现跳跃现象，并且伴随着响应存在多个解的情况，而这些响应解并不都是稳定的，因此需要对对准零刚度隔振联接装置的稳定性进行分析。

下面通过马蒂厄判别法对该准零刚度隔振联接装置的稳态响应解进行稳定性分析。首先在装置的稳态响应解中引入一个微小的扰动 $\Gamma(\tau)$ ，则装置的稳态响应解由式(3-16)变为：

$$\hat{q} = A \cos(\Omega\tau + \theta) + \Gamma(\tau) \quad (3-28)$$

将式(3-28)代入式(3-26)，并忽略高阶谐波项，得到加入扰动后的方程为：

$$\ddot{\Gamma}(\tau) + 2\xi\dot{\Gamma}(\tau) + \frac{3}{2}\beta A^2(1 + \cos 2(\Omega\tau + \theta))\Gamma(\tau) = 0 \quad (3-29)$$

设 $\nu = \Omega\tau + \theta$ ， $\Gamma^\wedge = \frac{d\Gamma(\tau)}{d\nu}$ ，则式(3-29)等价于：

$$\Omega^2 \Gamma^{\wedge\wedge} + 2\xi\Omega \Gamma^\wedge + \frac{3}{2}\beta A^2(1 + \cos 2\nu)\Gamma = 0 \quad (3-30)$$

设方程(3-30)的解为 $\Gamma = Q_1 \cos \nu + Q_2 \sin \nu$ ，并代入方程(3-30)中，结合三角

函数之中的相关转换公式：

$$\sin^3(\nu) = \frac{3}{4}\sin(\nu) - \frac{1}{4}\sin(3\nu) \quad (3-31)$$

$$\cos^3(\nu) = \frac{3}{4}\cos(\nu) + \frac{1}{4}\cos(3\nu) \quad (3-32)$$

为使方程有解，得到准零刚度隔振联接装置的稳定性判别式为：

$$\Delta = \frac{3}{2}\beta A^2 \Omega^4 + \left(6\xi^2 \beta A^2 - \frac{3}{2}\beta^2 A^4\right) \Omega^2 + \frac{81}{32}\beta^3 A^6 \quad (3-33)$$

根据准零刚度隔振联接装置稳定性判别式(3-33)可以在图 3-9 中进一步绘制出一条曲线，所绘制曲线即为联接装置幅频响应曲线的不稳定区域的边界线。当 Δ 的值小于零时，在边界线内部为不稳定区域，联接装置处于不稳定状态，将会表现出幅频响应曲线中的跳跃现象，与之相反的是，当 Δ 的值大于零时，装置处于稳定状态。通过观察图 3-9 可以看出，联接装置的不稳定区域的边界线与幅频响应曲线的最大值之处会产生相交，该点为向下跳跃频率点。

3.4 准零刚度隔振联接装置传递率分析

为了衡量准零刚度隔振联接装置所具有振动传递抑制性能，常通过传递率这一评估指标来进行分析，主要包括位移传递率和力传递率。其中，力传递率定义为通过隔振联接装置传递到底座的力幅值与所施加的力激励幅值之间的比值；而位移传递率又包含有绝对位移传递率和相对位移传递率，本文将重点对绝对位移传递率进行研究，绝对位移传递率定义为被隔振物体的稳态位移响应幅值与所施加的位移激励幅值之间的比值。为了对所设计的准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制效果进行验证，对相应的等效线性系统的传递率也进行了同步分析。

3.4.1 等效线性系统传递率分析

目前对线性系统已经进行了大量研究，在使用中线性系统主要是由其组成线性弹簧产生回复力来实现振动隔离的目的。如图 3-11 所示为等效线性系统的位移传递示意图，其中 M 表示承受负载的质量， k 表示线性弹簧的刚度， c 表示阻尼， y 表示位移激励， x_i 表示传递到负载处的位移响应。

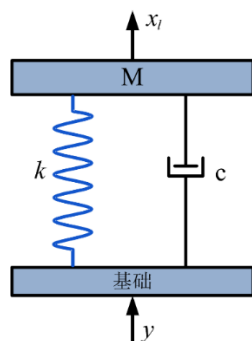


图 3-11 等效线性系统位移传递示意图

令 Ω 表示位移激励频率与等效线性系统固有频率的比值，根据机械振动相关理论知识可知，等效线性系统在位移激励下的位移传递率表达式为：

$$T = \frac{1 + (2\xi\Omega)^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\xi\Omega)^2}} \quad (3-34)$$

由式(3-34)得到线性系统的位移传递率曲线图，如图 3-12 所示。通过图 3-12 可知，当位移激励频率与系统固有频率比值 Ω 逐渐趋近于零时，线性系统的位移传递率在逐渐趋近于 1，即隔振效果在逐渐消失；在图 3-12 中，当 $\Omega=1.41$ 时，三个阻尼比下的等效线性系统位移传递率曲线相交，可以看出，在频率比取为 0~1.41 时，位移传递率的值始终大于 1 且接近等效线性系统的共振频率，系统可能产生共振；当频率比大于 1.41 时，位移传递率的值将小于 1，且曲线呈现递减趋势，此时等效线性系统开始具有隔振效果，但是并不具备全频域隔振的能力。

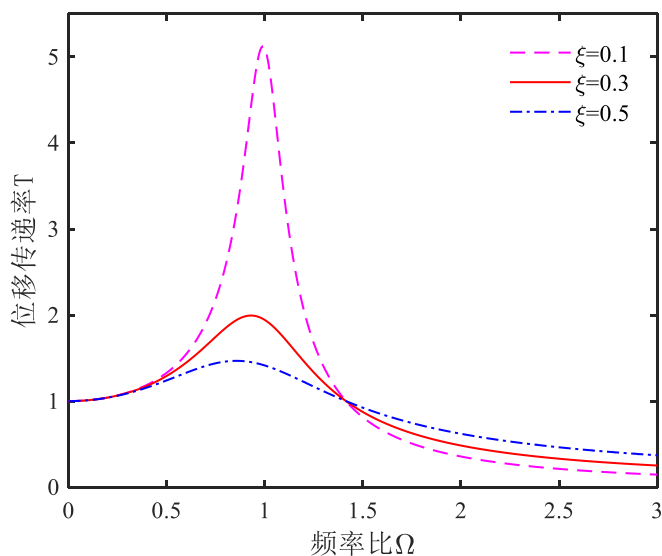


图 3-12 等效线性系统位移传递率曲线图

根据机械振动相关知识，等效线性系统的力传递特性与位移传递特性相同，因此不再对等效线性系统的力传递特性进行重复说明。

3.4.2 准零刚度隔振联接装置位移传递率分析

求解式(3-23)，得到在谐波位移激励下 Ω 的两个正解 $\Omega_{1,2}^{y_1}$ ，表达式为：

$$\Omega_{1,2}^{y_1} = \frac{1}{2} \left[\frac{3\beta A^4 - 8\xi^2 A^2 \pm \left(64\xi^4 A^4 - 48\beta\xi^2 A^6 + 9\beta^2 A^6 \hat{Y}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{A^2 - \hat{Y}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-35)$$

令式(3-35)中的两个解相等，得到在谐波位移激励下的最大响应幅值 $A_1^{y_1}$ 为：

$$A_1^{y_1} = \left[\frac{2\xi^3 + \left(4\xi^6 + 3\beta\hat{Y}^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{3\beta\xi} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-36)$$

根据前述内容可知，动平台在位移激励下产生的绝对位移可表示为 $\hat{v} = \hat{z} + \hat{y}$ ，位移传递率定义为动平台的绝对位移与所施加谐波位移激励的幅值之比，因此准零刚度隔振联接装置的位移传递率 T_y 表达式为：

$$T_y = \frac{|\hat{v}|}{|\hat{y}|} = \frac{\sqrt{A^2 + \hat{Y}^2 + 2A\hat{Y}\cos\theta}}{\hat{Y}} \quad (3-37)$$

其中， $\cos\theta = \frac{\frac{3}{4}\beta A^3 - A\Omega^2}{\hat{Y}\Omega^2}$ 。

从式(3-37)中可以看出，准零刚度隔振联接装置的位移传递率 T_y 的值会受到非线性项 β 、阻尼比 ξ 、位移激励频率以及稳态位移响应解幅值 A 的影响。其中，与线性系统相比，存在的区别是，准零刚度隔振联接装置的位移传递率还会受到位移激励幅值的影响。

通过式(3-35)和式(3-37)可以得到准零刚度隔振联接装置在位移激励下的位移传递率曲线，并且分别进行位移激励幅值和阻尼比改变，对联接装置位移传递率产生的影响的研究，位移传递率使用分贝 dB 表示。

如图 3-13 所示为阻尼比 ζ 一定，位移激励幅值 Y 改变情况下联接装置的位移传递率曲线。分析图 3-13 中曲线可知，当位移激励幅值增大时，联接装置的位移传递率峰值及共振频率随之增大，位移传递率曲线逐渐向右弯曲并出现不稳定区间，联接装置起始隔振频率也在增大，相对应的，低频隔振区间在减小；在一定的激励频率范围内，随着位移激励幅值的增大，位移传递率及其对应的激励频率均在增大，当激励频率增大至共振频率后，继续增大激励频率，位移传递率曲线会产生向下跳跃现象，并且不同激励幅值下的位移传递率将逐渐趋于一致。

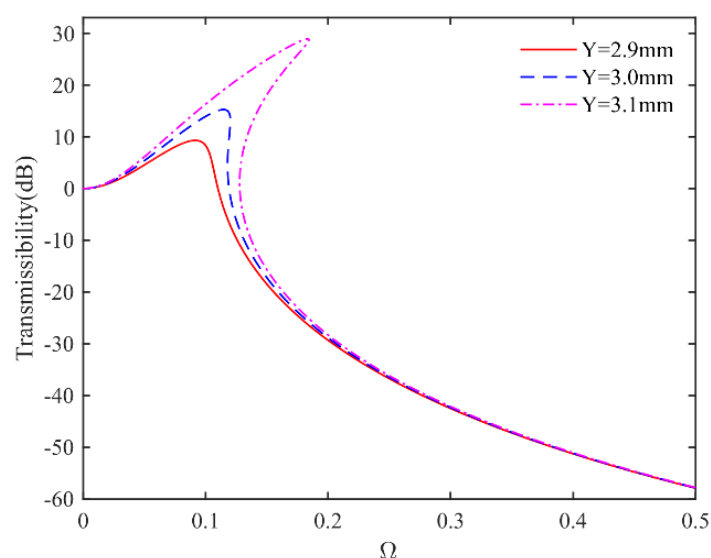


图 3-13 不同位移激励幅值下准零刚度隔振联接装置位移传递率曲线

如图 3-14 所示为位移激励幅值 Y 一定，阻尼比 ζ 改变情况下准零刚度隔振联接装置的位移传递率曲线。与激励幅值对位移传递率的影响不同，当阻尼比增大时，联接装置的位移传递率峰值及共振频率在随之减小，位移传递率曲线向右弯曲程度减小，不稳定区间逐渐消失并逐渐趋于线性系统；联接装置起始隔振频率在逐渐减小，相对应的，低频隔振区间在增大；在一定的激励频率范围内，随着阻尼比的增大，位移传递率及其对应的激励频率均在减小；当激励频率增大至共振频率后，位移传递率曲线会产生向下跳跃现象并呈现递减趋势，继续增大激励频率，低值阻尼比将小与高值阻尼比所对应的位移传递率。

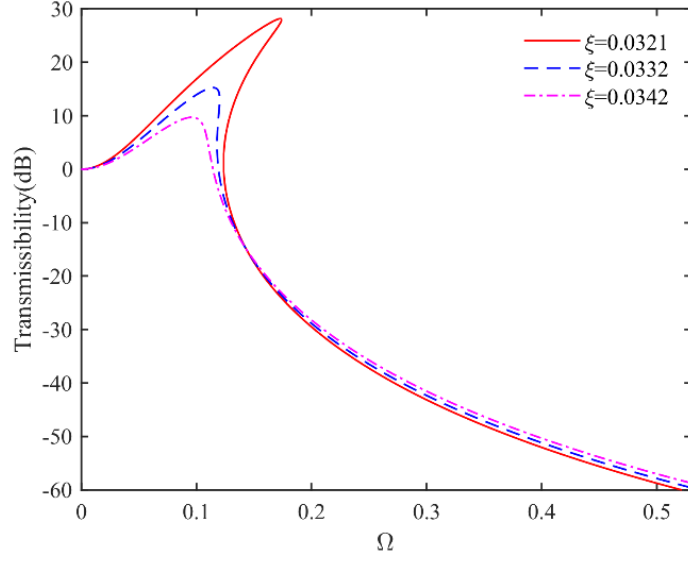


图 3-14 不同阻尼比下准零刚度隔振联接装置位移传递率曲线

3.4.3 准零刚度隔振联接装置力传递率分析

在对动平台施加谐波力激励时，通过准零刚度隔振联接装置传递到底座的无量纲力 $\hat{f}_t$ 主要包括无量纲弹性力 $\hat{f}_{ts}$ 和无量纲阻尼力 $\hat{f}_{td}$ ，可表示为：

$$\hat{f}_t = \hat{f}_{ts} + \hat{f}_{td} \quad (3-38)$$

将联接装置在力激励下的响应代入式(3-38)得到：

$$\hat{f}_t = -\hat{F}_{td} \sin(\Omega\tau + \theta) + \hat{F}_{ts} \cos(\Omega\tau + \theta) \quad (3-39)$$

其中，无量纲弹性力 $\hat{f}_{ts}$ 的幅值为 $\hat{F}_{ts} = \frac{3}{4}\beta A^3$ ，无量纲阻尼力的幅值为 $\hat{F}_{td} = 2\xi\Omega A$ 。结合式(3-39)，得到通过准零刚度隔振联接装置传递到底座上的无量纲力 $\hat{f}_t$ 的幅值 $\hat{F}_m$ 的表达式为：

$$\hat{F}_m = \sqrt{\hat{F}_{ts}^2 + \hat{F}_{td}^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\beta A^3\right)^2 + (2\xi\Omega A)^2} \quad (3-40)$$

通过求解式(3-27)能够得到 Ω 在谐波力激励下的两个正值解，表达式为：

$$\Omega_{1,2}^{\hat{f}_t} = \frac{1}{2} \left[3\beta A^2 - 8\xi^2 \pm \frac{4}{A} \left(4\xi^4 A^2 - 3\beta\xi^2 A^4 + \hat{F}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-41)$$

令式(3-41)中的两个解相等，得到在谐波力激励下的最大响应幅值 $A_1^{\hat{f}_t}$ 为：

$$A_1^{f_1} = \frac{8\xi^2}{\left(48\beta\xi^2 - 9\beta^2\hat{F}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (3-42)$$

因此，准零刚度隔振联接装置的力传递率表达式为：

$$T_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{3}{4}\beta A^3\right)^2 + (2\xi\Omega A)^2}}{\hat{F}} \quad (3-43)$$

从式(3-43)中可以看出，准零刚度隔振联接装置的力传递率 T_f 的值会受到非线性项 β 、阻尼比 ξ 、力激励频率以及稳态响应解幅值 A 的影响。然而，与线性系统相比，存在的区别是，准零刚度隔振联接装置的力传递率还会受到力激励幅值的影响。

所以，通过式(3-41)和(3-43)可以得到准零刚度隔振联接装置在力激励下的力传递率曲线，并且分别进行力激励幅值和阻尼比改变，对装置力传递率产生的影响的研究，力传递率使用分贝 dB 表示。

如图 3-15 所示为阻尼比 ξ 一定，力激励幅值 F 改变情况下联接装置的力传递率曲线。从图 3-15 中可以看出，随着力激励幅值的增大，联接装置的力传递率曲线逐渐向右弯曲且不稳定区间逐渐增大，联接装置的力传递率峰值及其对应的激励频率均在增大，准零刚度隔振联接装置隔振效果逐渐减弱；从 0Hz 开始，在一定激励频率范围内，联接装置的力传递率将随着激励幅值的增大而增大并达到峰值，此时继续增大激励频率，力传递率曲线会出现跳跃现象，激励频率继续增大到一定值后，不同激励幅值下的力传递率又将趋于一致。

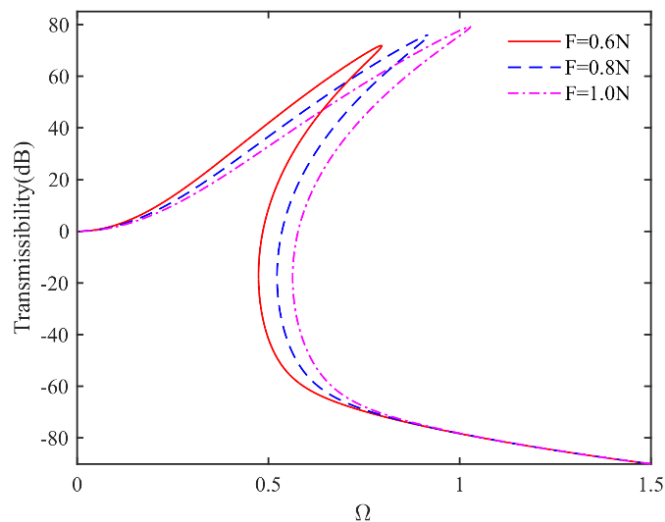


图 3-15 不同力激励幅值下准零刚度隔振联接装置力传递率曲线

如图 3-16 所示为力激励幅值 F 一定，阻尼比 ξ 改变情况下准零刚度隔振联接装置的力传递率曲线。从图 3-16 中可以看出，与激励幅值对力传递率的影响不同，随着阻尼比的增大，联接装置的力传递率曲线向右弯曲程度和不稳定区间逐渐减小，联接装置的力传递率峰值及其对应的激励频率均在减小；在激励频率达到共振频率后，继续增大激励频率，联接装置力传递率将出现跳跃现象并呈现递减趋势，且在同一激励频率下，力传递率会随阻尼比的增大而增大，隔振性能逐渐减弱。

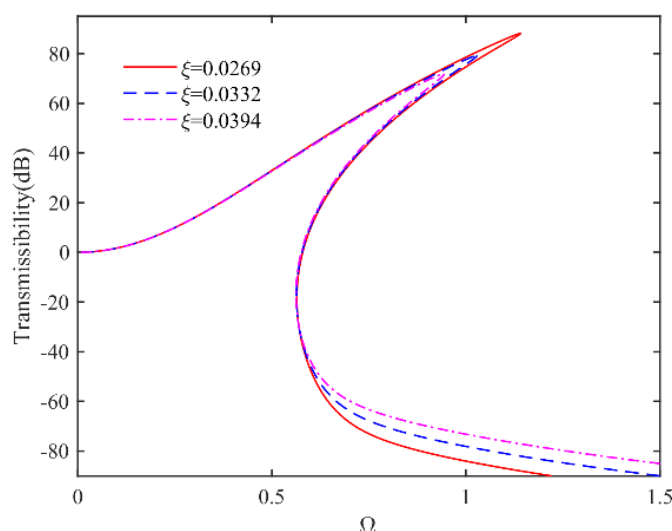


图 3-16 不同阻尼比下准零刚度隔振联接装置力传递率曲线

根据以上对本准零刚度隔振联接装置力传递率的分析可知，在低频隔振区间内，激励幅值的增大和阻尼比的增大都会对隔振性能产生一定的影响，从而降低装置隔振性能，因此需要避免过大的外部力激励以及阻尼比，维持合适的工况，从而使准零刚度隔振联接装置具有良好的隔振性能。

3.5 数值仿真分析

在混凝土浇注过程中，灌浆软管受到混凝土泵送冲击及其他各种外界激励的影响，会在末端产生不可避免的振动，增大工人的操作难度，为工人的浇注工作带来危险。然而，通过在灌浆软管与灌浆软管拖动系统之间安装隔振联接装置，可以有效减弱激励通过灌浆软管传递到工人处的幅值，即传递率降低。本节将在正弦激励振动和随机多频激励振动情况下对等效线性系统和准零刚度隔振联接装置进行数值仿真分析。

3.5.1 等效线性系统数值仿真分析

图 3-11 描述了等效线性系统的位移传递过程，当底座受到外部正弦激励时，通过线性弹簧的压缩，将正弦激励传递到被隔振物体上。设 $x(t)$ 表示被隔振物体相对于静态平衡位置产生的位移关于时间变化的函数， $y(t)$ 表示外部施加在底座的正弦激励。对被隔振物体进行受力分析，基于牛顿第二运动定律，得到其运动微分方程为：

$$M\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (3-44)$$

将正弦激励 $y(t) = Y \sin \omega t$ 代入式(3-44)，得到：

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ky + c\dot{y} = kY \sin(\omega t) + c\omega Y \cos(\omega t) \quad (3-45)$$

在 MATLAB 中通过四阶龙格库塔法对式(3-45)进行数值仿真，具体参数选用如下：被隔振物体质量 M 为 1.9407kg，线性弹簧的刚度为 300N/m，阻尼比为 0.0332，正弦激励幅值为 3mm，激励频率为 2.5Hz。仿真得到如图 3-17 所示的曲线图，其中黑色点划线表示正弦激励曲线，蓝色实线表示被隔振物体的响应位移曲线。

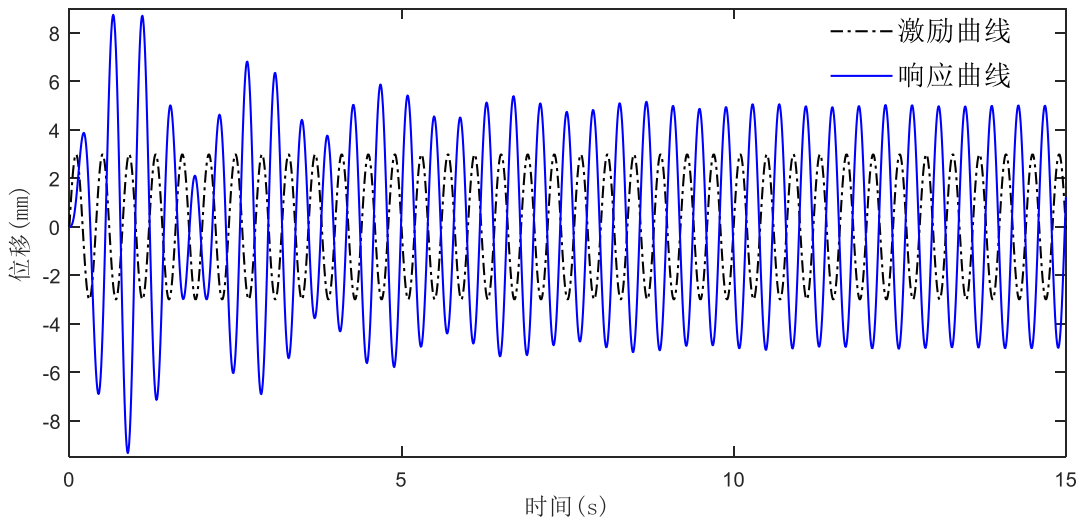


图 3-17 单频位移激励与等效线性系统响应对比曲线

观察图 3-17 可知，等效线性系统响应曲线达到稳定时的幅值约为 5mm，响应曲线与激励曲线之间存在明显差距，响应曲线幅值明显大于激励曲线幅值。

通过系统的位移传递率能够直观的体现出其隔离振动的效果，由前述分析可知位移传递率为响应位移幅值与激励幅值之比，仿真得到不同频率下等效线

性系统的响应曲线，并提取不同频率下等效线性系统在单频正弦激励下的响应幅值，得到各频率下的位移传递率如下表 3-1 所示。

表 3-1 等效线性系统位移传递率数值仿真结果

序号	激励频率(Hz)	位移传递率
1	2	14.237
2	2.5	1.663
3	3	0.772
4	3.5	0.472
5	4	0.327
6	4.5	0.242
7	5	0.187
8	5.5	0.151
9	6	0.124
10	6.5	0.105
11	7	0.089
12	7.5	0.077
13	8	0.067
14	8.5	0.060
15	9	0.053
16	10	0.043

根据表 3-1 中的数据，得到等效线性系统位移传递率仿真描点图，如图 3-18 所示。从图中可以看出，等效线性系统在 2Hz 到 5Hz 的范围内，尤其是 2Hz 到 4Hz 之间的仿真位移传递率较高，说明等效线性系统在该范围内，隔振效果较差。

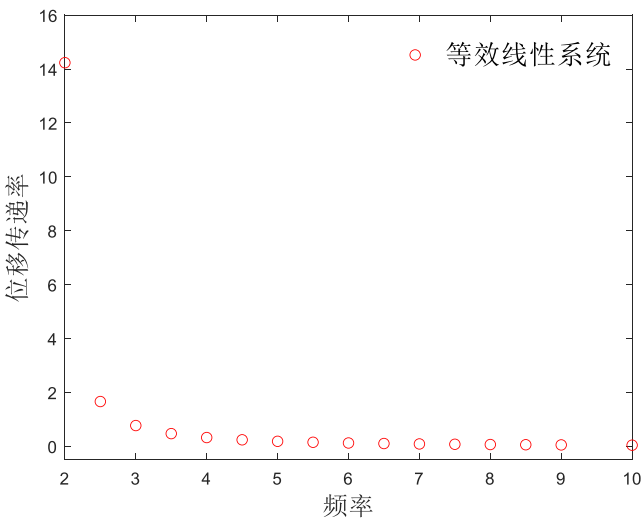


图 3-18 等效线性系统位移传递率仿真描点图

然而，在实际混凝土浇筑过程中，由于混凝土泵送冲击等因素，不可能只存在一种激励，因此，在正弦激励的基础上，考虑在多频激励下，分析等效线性系统的隔振性能，同时，该多频激励的幅值并不相同，可以等效于一种特殊的随机激励，等效线性系统其他相关参数保持不变。所施加的多频激励为：

$$y(t) = 3\sin(2\pi t) + 1.5\cos(2\pi \times 1.5t) + 0.5\sin(2\pi \times 2.8t) + 2\cos(2\pi \times 0.5t) \quad (3-46)$$

结合式(3-44)和式(3-45)可得：

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + c\dot{x} + kx &= ky + c\dot{y} \\ &= k(3\sin(2\pi t) + 1.5\cos(2\pi \times 1.5t) + 0.5\sin(2\pi \times 2.8t) + 2\cos(2\pi \times 0.5t)) \\ &\quad + c(6\pi \cos(2\pi t) - 4.5\pi \sin(2\pi \times 1.5t) + 2.8\pi \cos(2\pi \times 2.8t) - 2\pi \sin(2\pi \times 0.5t)) \end{aligned} \quad (3-47)$$

根据式(3-47)，得到多频激励曲线和等效线性系统响应曲线如图 3-19 所示，可以看出，随着时间的变化，多频激励曲线的幅值在不断发生变化，较为贴近实际混凝土灌浆工作情况，而等效线性系统的响应曲线幅值明显大于多频激励曲线，因此，等效线性系统对多频谐波激励的隔振性能仍然较差。

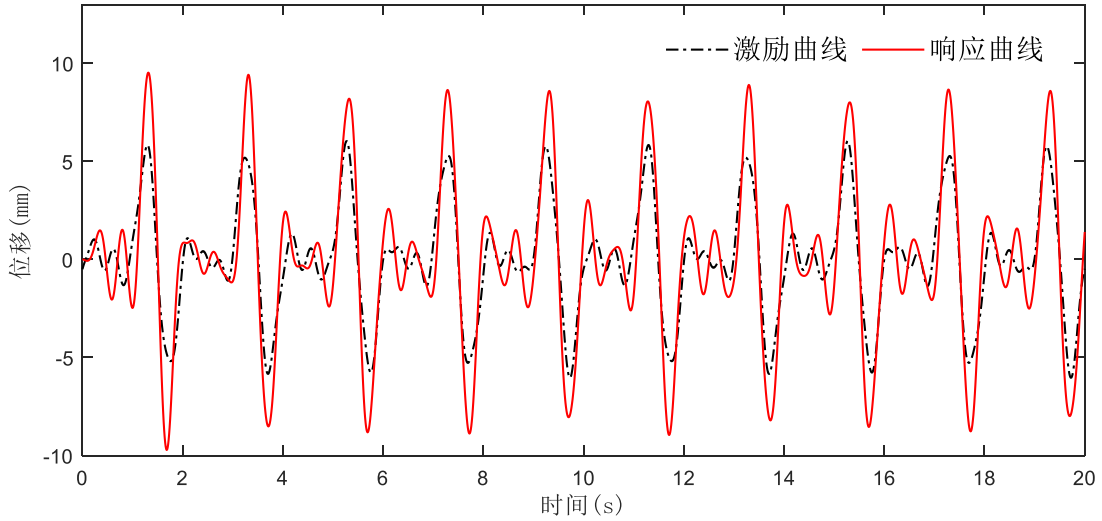


图 3-19 多频激励曲线与等效线性系统响应曲线

3.5.2 准零刚度隔振联接装置数值仿真分析

在 3.5.1 节中，通过四阶龙格库塔法对等效线性系统进行了数值仿真分析，通过仿真结果可以看出，等效线性系统基本没有低频隔振的能力。因此在等效线性系统的基础上，增加由拉簧组成的能够提供负刚度特性的负刚度机构，构成准零刚度隔振联接装置。关于该准零刚度隔振联接装置的介绍在前述章节中

已有，本节不再赘述。

类比 3.5.1 节，同样在 MATLAB 中对准零刚度隔振联接装置非线性运动微分方程(式(3-13))通过四阶龙格库塔法进行仿真分析，取激励幅值为 3mm，激励频率为 2.5Hz，得到准零刚度隔振装置位移响应曲线与激励曲线对比图，如图 3-20 所示。

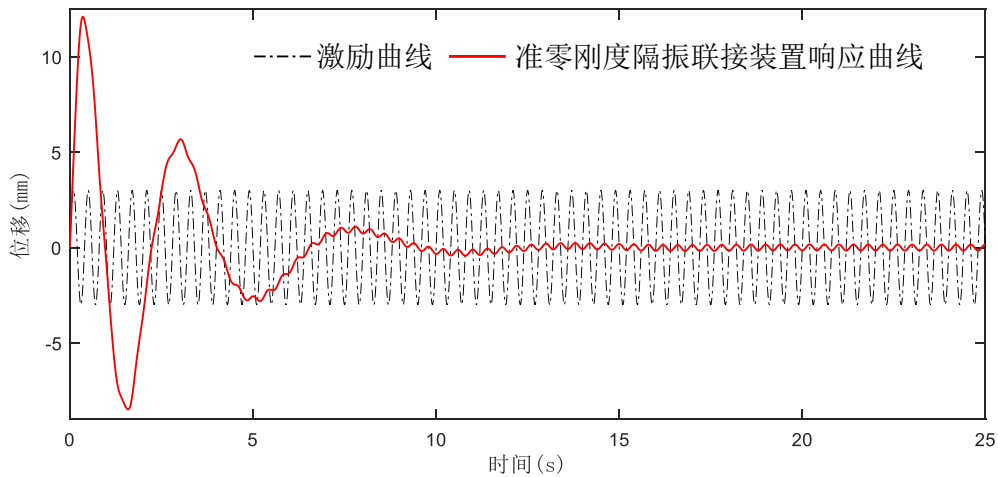


图 3-20 单频位移激励与准零刚度隔振联接装置响应曲线

在图 3-20 中，黑色点划线表示激励曲线，红色实线表示准零刚度隔振联接装置响应曲线，能够看出，与等效线性系统相比，准零刚度隔振联接装置在相同条件下，具有良好的隔振性能，外部激励经过准零刚度隔振联接装置传递到被隔振物体将产生较大衰减。

如图 3-21 所示为准零刚度隔振联接装置位移传递率理论分析结果与数值仿真验证结果图，其中红色实线表示前述理论分析结果，蓝色圆圈点表示数值仿真结果，同时图 3-21 中还给出了激励频率分别为 0.1Hz、0.5Hz、0.8Hz 和 1.5Hz 时，准零刚度隔振联接装置位移响应数值解和位移激励在时域内的图像，辅助验证理论分析得到的位移传递率的准确性，从图 3-21 中可以看到，位移传递率数值仿真结果与理论分析结果基本吻合。

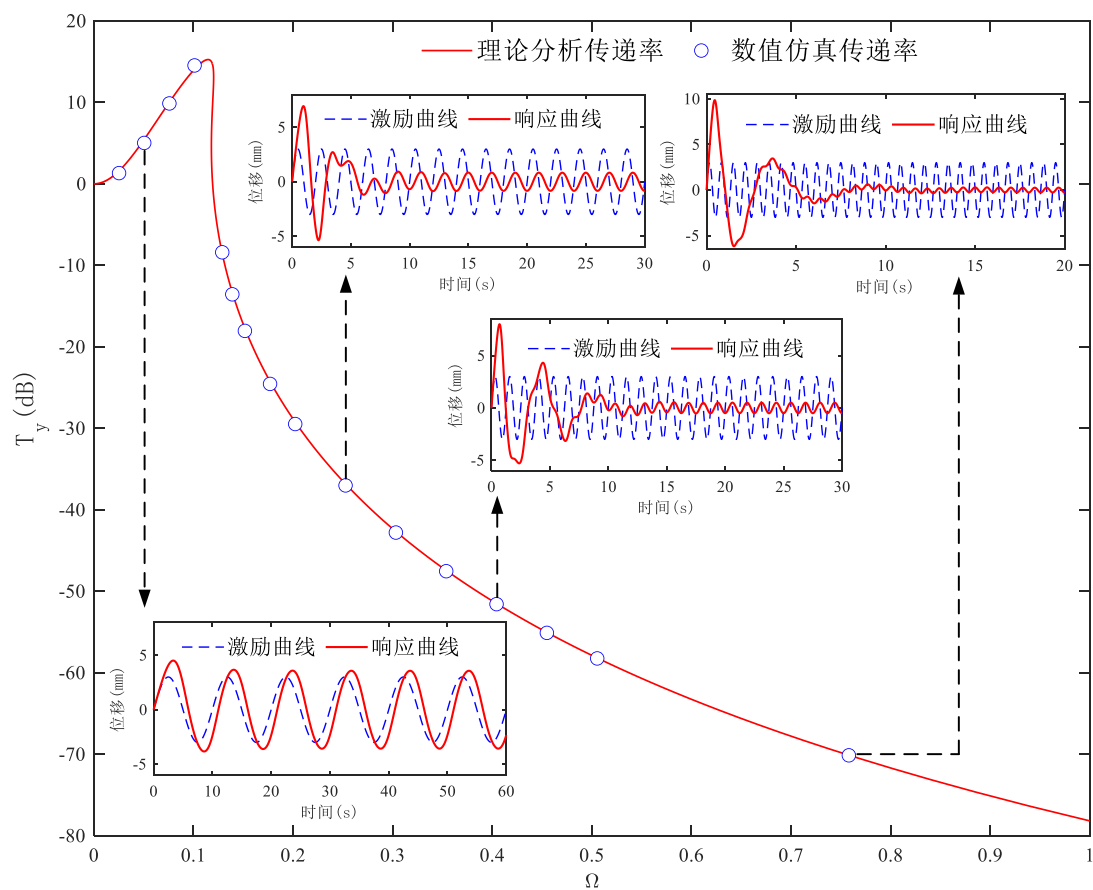


图 3-21 准零刚度隔振联接装置位移传递率数值仿真验证图

根据等效线性系统仿真频率取点，提取不同频率下准零刚度隔振联接装置在单频正弦激励下的稳定响应幅值，得到各频率下的位移传递率如下表 3-2 所示。

表 3-2 准零刚度隔振联接装置位移传递率数值仿真结果

序号	激励频率(Hz)	位移传递率
1	2	0.0658
2	2.5	0.0526
3	3	0.0438
4	3.5	0.0375
5	4	0.0327
6	4.5	0.02918
7	5	0.02626
8	5.5	0.02387
9	6	0.02188
10	6.5	0.02019
11	7	0.01875
12	7.5	0.01750
13	8	0.01629
14	8.5	0.01544
15	9	0.01458
16	10	0.01313

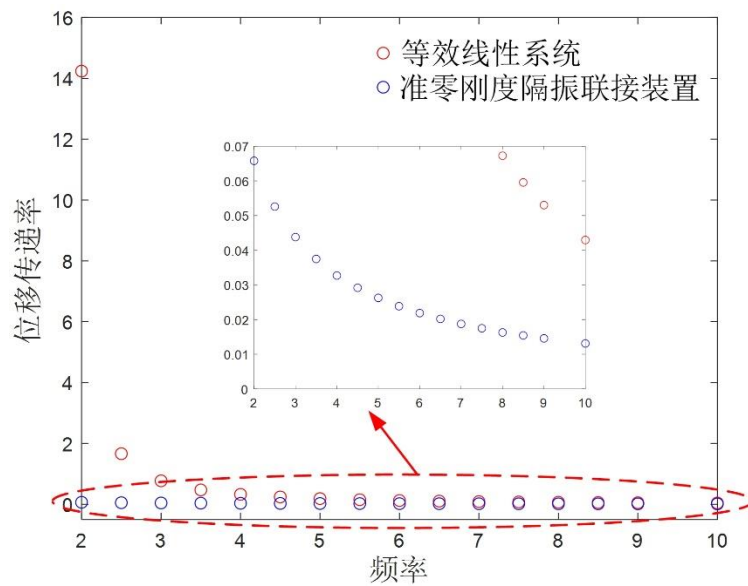


图 3-22 准零刚度隔振联接装置与等效线性系统位移传递率仿真描点图

根据表 3-2 中的数据，得到准零刚度隔振联接装置位移传递率仿真描点图，并与等效线性系统数据进行对比，得到图 3-22。从图 3-22 中可以看出，准零刚度隔振装置传递率显著低于等效线性系统传递率，尤其是在低频范围内，具有优异的低频隔振性能。

在单频正弦激励下，准零刚度隔振联接装置具有良好的隔振性能。下面对

准零刚度隔振联接装置施加多频激励，进行多频激励下位移传递率分析。其余参数保持不变，对准零刚度隔振联接装置施加前述与等效线性系统相同的多频激励，即式(3-46)，得到其响应曲线图，如图 3-23 所示。

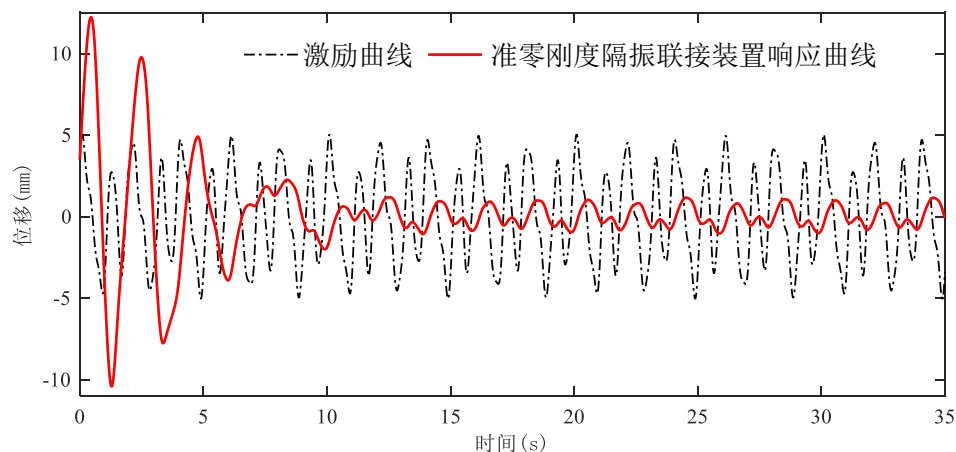


图 3-23 多频激励曲线与准零刚度隔振联接装置响应曲线

图 3-23 中，黑色点划线为多频激励曲线，红色实线为准零刚度隔振联接装置响应曲线，可以看出，多频激励曲线幅值约为 5mm，经过准零刚度隔振联接装置传递到被隔振物体后，幅值被显著减小，稳定后的幅值约为 1.15mm。因此，在随机多频激励下，准零刚度隔振联接装置仍然具有优异的隔振性能，能够适应混凝土浇筑过程中的变负载工况，隔离灌浆软管传递到操作人员的脉动振动，避免灌浆软管的振动对操作人员造成伤害，并保证混凝土浇筑工作的平稳进行，提升混凝土浇筑质量。

3.6 本章小结

利用泰勒展开式，推导了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置静力学方程近似表达式，据此构建了联接装置动力学模型；通过施加谐波位移激励和谐波力激励，建立了两种激励条件下联接装置的非线性运动微分方程；运用谐波平衡法求解两种激励条件下联接装置的稳态响应，明确了激励幅值和阻尼比对联接装置幅频响应特性、位移传递特性和力传递特性的影响规律；对准零刚度隔振联接装置运动微分方程及对应等效线性系统运动微分方程进行了数值仿真分析，对比验证了联接装置的振动传递抑制效果。

第4章 变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学特性研究

灌浆软管脉动振动具有非定常、时变的特性，为进一步探究所设计准零刚度隔振联接装置在负载变化情况下的隔振性能，本章将对联接装置在变负载工况下的动力学特性进行研究，首先建立联接装置在过载状态时的非线性运动微分方程，研究自身参数以及外部激励参数对联接装置幅频响应特性、位移传递率以及力传递率的影响规律，并提出了通过调节倾斜连杆角度提升过载状态下联接装置振动传递抑制性能的方法。

4.1 变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学建模

通过前述内容可知，理想情况下，准零刚度隔振联接装置在承受质量为 $M=M_1$ 的负载作用后，动平台将从初始状态向下移动，并在 $u=0$ 位置处达到并保持静力平衡的状态，并且在此状态下联接装置的无量纲刚度为零。然而该状态下，联接装置的动态刚度极低，载荷的轻微扰动会对联接装置的平衡产生影响，而在实际工作情况下，不可避免的会出现载荷过重的情况，当出现该现象时，被隔振物体将偏离静态平衡位置，不能满足理想状态下的准零刚度隔振。

假设在质量为 $M=M_2$ 的负载作用下，动平台静力平衡位置相较零刚度点产生偏移，在 $u=u_2$ 处达到静力平衡，联接装置处于过载状态，如图 4-1 所示为准零刚度隔振联接装置在过载情况下达到静力平衡时的简图。

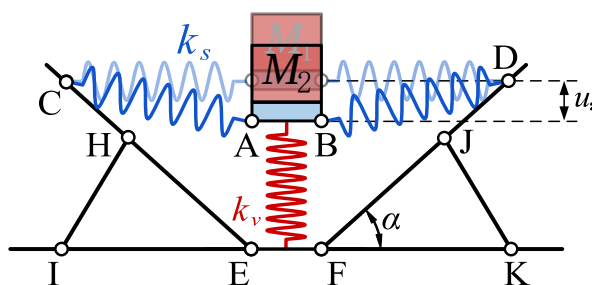


图 4-1 过载情况下准零刚度隔振联接装置受力示意图

此时装置的静力平衡方程为:

$$M_2 g = k_v (h_0 + x_0) + \frac{k_s (3n + 1)}{2n (L_0 \cos \alpha)^2} u_2^3 \quad (4-1)$$

当准零刚度隔振联接装置在过载下达到静力平衡后,单独对底座施加竖直

向上的谐波位移激励 $y=Y\cos(\omega t)$ ，单独对动平台施加竖直向下的谐波力激励 $f=F\cos(\omega t)$ ，根据牛顿第二定律建立两种受载情况下联接装置的非线性运动微分方程分别为：

$$M_2\ddot{j} + c\dot{j} + F_{y_2} - M_2g = M_2\omega^2 Y \cos(\omega t) \quad (4-2)$$

$$M_2\ddot{l} + c\dot{l} + F_{f_2} - M_2g = F \cos(\omega t) \quad (4-3)$$

其中， $j=o-y$ 为谐波位移激励下动平台与底座之间产生的相对位移， o 和 y 分别为动平台与底座的绝对位移， l 为动平台相对于新静力平衡位置产生的位移；在这两种激励条件下，联接装置的回复力分别为：

$$F_{y_2} = k_v(h_0 + x_0) + \frac{k_s(3n+1)}{2n(L_0 \cos \alpha)^2} (j + u_2)^3 \quad (4-4)$$

$$F_{f_2} = k_v(h_0 + x_0) + \frac{k_s(3n+1)}{2n(L_0 \cos \alpha)^2} (l + u_2)^3 \quad (4-5)$$

引入无量纲参数：

$$\hat{j} = \frac{j}{L}, \quad \hat{l} = \frac{l}{L}, \quad \hat{u}_2 = \frac{u_2}{L}, \quad \xi = \frac{c}{2M_2\omega_0}, \quad \hat{Y} = \frac{Y}{L}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k_v}{M_2}}, \quad \tau = \omega_0 t。$$

并将式(4-1)和式(4-4)、式(4-1)和式(4-5)分别代入式(4-2)和式(4-3)，得到两种激励下联接装置的无量纲运动微分方程分别为：

$$\hat{j}'' + 2\xi\hat{j}' + 3\beta\hat{u}_2^2\hat{j} + 3\beta\hat{u}_2\hat{j}^2 + \beta\hat{j}^3 = \hat{Y}\Omega^2 \cos(\Omega\tau) \quad (4-6)$$

$$\hat{l}'' + 2\xi\hat{l}' + 3\beta\hat{u}_2^2\hat{l} + 3\beta\hat{u}_2\hat{l}^2 + \beta\hat{l}^3 = \hat{F} \cos(\Omega\tau) \quad (4-7)$$

将式(4-6)和式(4-7)统一化为：

$$\hat{s}'' + 2\xi\hat{s}' + m_1\hat{s} + m_2\hat{s}^2 + \beta\hat{s}^3 = \gamma\rho \cos(\Omega\tau) \quad (4-8)$$

其中， $m_1 = 3\beta u_2^2$ ， $m_2 = 3\beta u_2$ ， ρ 为两种激励的幅值。当装置受到谐波位移激励时， $\rho = \hat{Y}$ ， $\gamma = \Omega^2$ ；当装置受到谐波力激励时， $\rho = \hat{F}$ ， $\gamma = 1$ 。

式(4-8)为杜芬方程，通过相关参数变换，将其转化为非对称激励条件下的杜芬方程。

设 $\hat{\delta} = \hat{s} + \frac{n_2}{3\beta} = \hat{s} + \hat{u}_2$ ，并代入式(4-8)，联接装置的无量纲微分方程转化为：

$$\hat{\delta}'' + 2\xi\hat{\delta}' + \beta\hat{\delta}^3 = \beta\hat{u}_2^3 + \gamma\rho\cos(\Omega\tau) \quad (4-9)$$

通过谐波平衡法求解式(4-9)的稳态响应解，设式(4-9)的稳态响应解为：

$$\hat{\delta} = A_0 + A_1\cos(\Omega\tau + \phi) \quad (4-10)$$

其中， A_0 和 A_1 分别为响应解的常数项和谐波项幅值。对式(4-10)进行两次求导，得到：

$$\hat{\delta}' = -A_1\Omega\sin(\Omega\tau + \phi) \quad (4-11)$$

$$\hat{\delta}'' = -A_1\Omega^2\cos(\Omega\tau + \phi) \quad (4-12)$$

将式(4-10)、式(4-11)和式(4-12)代入式(4-9)，得到：

$$\begin{aligned} & -A_1\Omega^2\cos(\Omega\tau + \phi) - 2\xi A_1\Omega\sin(\Omega\tau + \phi) + [A_0 + A_1\cos(\Omega\tau + \phi)]^3 \\ & = \beta\hat{u}_2^3 + \gamma\rho\cos(\Omega\tau) \end{aligned} \quad (4-13)$$

其中，式(4-13)等号右边可变形为：

$$\begin{aligned} \beta\hat{u}_2^3 + \gamma\rho\cos(\Omega\tau) &= \beta\hat{u}_2^3 + \gamma\rho\cos(\Omega\tau + \phi - \phi) \\ &= \beta\hat{u}_2^3 + \gamma\rho\cos(\Omega\tau + \phi)\cos(\phi) + \gamma\rho\sin(\Omega\tau + \phi)\sin(\phi) \end{aligned} \quad (4-14)$$

将式(4-14)代入式(4-13)，并忽略式中的高阶谐波项，令等式两边的常数项和各谐波项系数分别相等，即可得到装置的稳态响应解，该稳态响应解通过含有常数项 A_0 、谐波项幅值 A_1 和相位差 ϕ 的多项式表示为：

$$-\Omega^2 A_1 + 3\beta A_0^2 A_1 + \frac{3}{4}\beta A_1^3 = \gamma\rho\cos(\phi) \quad (4-15)$$

$$-2\xi A_1\Omega = \gamma\rho\sin(\phi) \quad (4-16)$$

$$\beta A_0^3 + \frac{3}{2}\beta A_0 A_1^3 = \beta\hat{u}_2^3 \quad (4-17)$$

将式(4-15)和式(4-16)两边同时进行先平方后求和，并将式(4-17)代入，得到稳态响应解常数项 A_0 与频率比 Ω 的关系式：

$$\begin{aligned} & 25\beta^3 A_0^9 - 20\beta^2 \Omega^2 A_0^7 - 15\beta^3 \hat{u}_2^3 A_0^6 + (4\beta\Omega^4 + 16\beta\Omega^2 \xi^2) A_0^5 + 16\beta^2 \hat{u}_2^3 \Omega^2 A_0^4 \\ & + (6\beta\gamma^2 \rho^2 - 9\beta^3 \hat{u}_2^6) A_0^3 - (4\beta \hat{u}_2^3 \Omega^4 + 16\beta \hat{u}_2^3 \Omega^2 \xi^2) A_0^2 + 4\beta^2 \hat{u}_2^6 \Omega^2 A_0 - \beta^3 \hat{u}_2^9 = 0 \end{aligned} \quad (4-18)$$

通过整理可以发现，式(4-18)为关于 Ω^2 的一元二次方程，求解式(4-18)，得

到在谐波位移激励下，联接装置稳态响应解的常数项极值 $A_{0e}^{y_2}$ 及其对应的共振频率 $\Omega_{0e}^{y_2}$ 的表达式为：

$$\begin{aligned} & \left(-75\beta^4 \hat{Y}^2 - 80\beta^3 \xi^2 \right) A_{0e}^{y_2^9} + 32\beta^2 \xi^4 A_{0e}^{y_2^7} + \left(45\beta^4 \hat{u}_2^3 \hat{Y}^2 + 144\beta^3 \hat{u}_2^3 \xi^2 \right) A_{0e}^{y_2^6} \\ & - 64\beta^2 \hat{u}_2^3 \xi^4 A_{0e}^{y_2^4} + \left(27\beta^4 \hat{u}_2^6 \hat{Y}^2 - 48\beta^3 \hat{u}_2^6 \xi^2 \right) A_{0e}^{y_2^3} + 32\beta^2 \hat{u}_2^6 \xi^4 A_{0e}^{y_2} + 3\beta^4 \hat{u}_2^9 \hat{Y}^2 \\ & - 16\beta^3 \hat{u}_2^9 \xi^2 = 0 \end{aligned} \quad (4-19)$$

$$\Omega_{0e}^{y_2} = \left(\frac{5\beta^2 A_{0e}^{y_2^6} - 4\beta \xi^2 A_{0e}^{y_2^4} - 4\beta^2 \hat{u}_2^3 A_{0e}^{y_2^3} + 4\beta \hat{u}_2^3 \xi^2 A_{0e}^{y_2} - \beta^2 \hat{u}_2^6}{2\beta A_{0e}^{y_2^4} + 3\beta \hat{Y}^2 A_{0e}^{y_2^2} - 2\beta \hat{u}_2^3 A_{0e}^{y_2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-20)$$

在谐波力激励下，联接装置稳态响应解的常数项极值 $A_{0e}^{f_2}$ 及其对应的共振频率 $\Omega_{0e}^{f_2}$ 的表达式为：

$$\begin{aligned} & -20\beta^3 \xi^2 A_{0e}^{f_2^9} + 8\beta^2 \xi^4 A_{0e}^{f_2^7} + 36\beta^3 \hat{u}_2^3 \xi^2 A_{0e}^{f_2^6} - 3\beta^2 \rho^2 A_{0e}^{f_2^5} - 16\beta^2 \hat{u}_2^3 \xi^4 A_{0e}^{f_2^4} \\ & - 12\beta^3 \hat{u}_2^6 \xi^2 A_{0e}^{f_2^3} + 3\beta^2 \hat{u}_2^3 \rho^2 A_{0e}^{f_2^2} + 8\beta^2 \hat{u}_2^6 \xi^4 A_{0e}^{f_2} - 4\beta^3 \hat{u}_2^9 \xi^2 = 0 \end{aligned} \quad (4-21)$$

$$\Omega_{0e}^{f_2} = \left(\frac{5\beta^2 A_{0e}^{f_2^6} - 4\beta \xi^2 A_{0e}^{f_2^4} - 4\beta^2 \hat{u}_2^3 A_{0e}^{f_2^3} + 4\beta \hat{u}_2^3 \xi^2 A_{0e}^{f_2} - \beta^2 \hat{u}_2^6}{2\beta A_{0e}^{f_2^4} - 2\beta \hat{u}_2^3 A_{0e}^{f_2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-22)$$

并且，通过式(4-17)可以求解得到联接装置稳态响应解的谐波项幅值 A_1 和两种谐波激励下谐波项幅值的最大值 $A_{1e}^{y_2}$ 和 $A_{1e}^{f_2}$ 分别为：

$$A_{1e}^{y_2} = \sqrt{\frac{2(\hat{u}_2^3 - A_{0e}^{y_2^3})}{3A_{0e}^{y_2}}} \quad (4-23)$$

$$A_{1e}^{f_2} = \sqrt{\frac{2(\hat{u}_2^3 - A_{0e}^{f_2^3})}{3A_{0e}^{f_2}}} \quad (4-24)$$

将联接装置中的负刚度元件竖直弹簧去除后，能够得到对应的等效线性系统，通过分析可以得到等效线性系统的无量纲运动微分方程为：

$$\hat{s}'' + 2\xi \hat{s}' + \hat{s} = \gamma \rho \cos(\Omega \tau) \quad (4-25)$$

该等效线性系统稳态响应解的谐波项幅值为：

$$A_1 = \frac{\gamma \rho}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\xi \Omega)^2}} \quad (4-26)$$

4.2 变负载工况下准零刚度隔振联接装置幅频响应特性分析

4.2.1 过载状态时准零刚度隔振联接装置位移激励下幅频响应特性分析

观察式(4-18)可知，过载工况下，准零刚度隔振联接装置受到谐波位移激励时，装置动平台的位移稳态响应解常数项 A_0 在受到频率比 Ω 影响的同时，还会因位移激励幅值和 Y 阻尼比 ξ 的改变而产生变化，而谐波项幅值可通过常数项幅值求得。下面对位移激励幅值和阻尼比对联接装置动平台位移稳态响应解常数项幅值和谐波项幅值产生的影响进行分析。

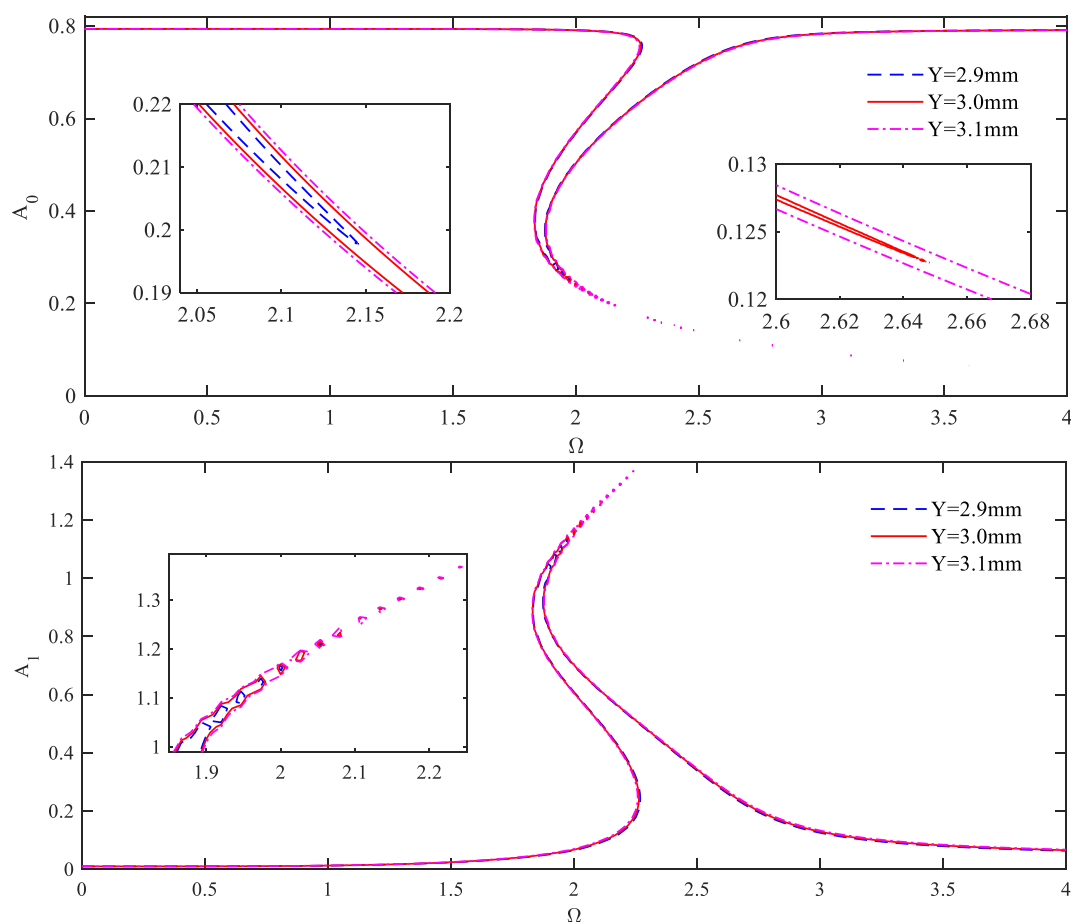


图 4-2 过载状态下位移激励幅值改变时动平台位移稳态响应解常数项和谐波项幅值曲线

图 4-2 所示为过载状态下保持阻尼比不变，改变位移激励幅值时，联接装置位移稳态响应解的常数项 A_0 和谐波项幅值 A_1 曲线。可以看出，当联接装置处于过载状态时，随着位移激励幅值的增大，动平台位移稳态响应解常数项的最小值在不断减小，其对应的谐波项幅值的最大值则在不断增大，谐波项幅值曲线向右弯曲程度逐渐增强，共振频率逐渐增大；同一位移激励幅值下，在激

励频率递增和递减的过程中，位移稳态响应解常数项和谐波项幅值都会分别会出现一次向上跳跃现象和一次向下跳跃现象，其中，激励频率递增的过程中，位移稳态响应解常数项的值在缓慢减小并先出现向下跳跃现象再向上跳跃。

如图 4-3 所示为过载状态下保持位移激励幅值不变，改变阻尼比的情况下，联接装置动平台位移稳态响应解的常数项 A_0 和谐波项幅值 A_1 曲线。可以看出，随着阻尼比的增大，动平台位移稳态响应解常数项的最小值在不断增大，其对应的谐波项幅值的最大值则在不断减小，谐波项幅值曲线向右弯曲程度逐渐减弱，共振频率逐渐减小；同一阻尼比下，在激励频率递增和递减的过程中，位移稳态响应解常数项和谐波项幅值都会分别会出现一次向上跳跃现象和一次向下跳跃现象，其中，激励频率递增的过程中，位移稳态响应解常数项的值在缓慢减小并先出现向下跳跃现象再向上跳跃。

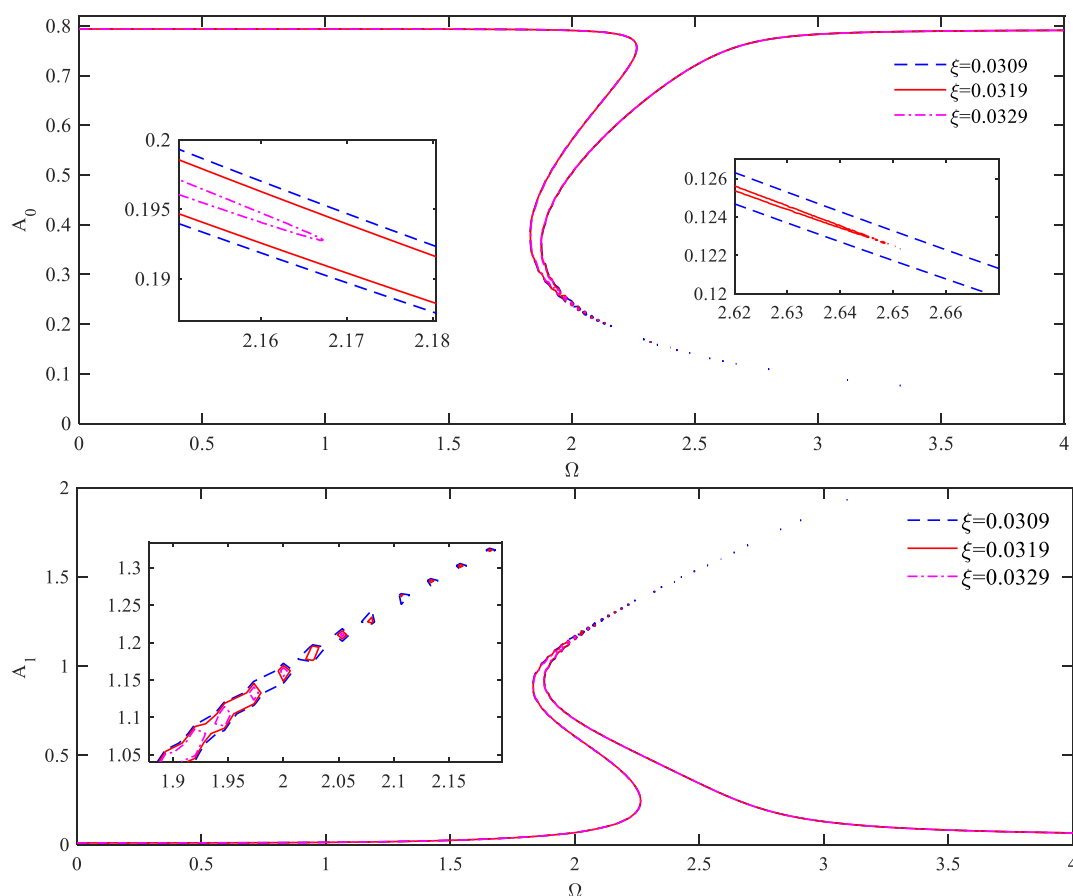


图 4-3 过载状态下阻尼比改变时动平台位移稳态响应解常数项和谐波项幅值曲线

为验证准零刚度隔振联接装置幅频响应特性分析结果的准确性，并分析过载对联接装置位移响应的影响规律，在 MATLAB 中进行数值仿真，得到如图

4-4 所示的位移激励下准零刚度隔振联接装置在三种负载状态下动平台位移响应解谐波项幅值曲线。其中蓝色点划线、红色实线和紫色虚线分别对应 $M_1=1.9407\text{kg}$, $\alpha_1=60^\circ$ 、 $M_2=2.100\text{kg}$, $\alpha_1=60^\circ$ 和 $M_2=2.100\text{kg}$, $\alpha_2=54.489^\circ$ 的情况，即正常负载、过载和过载时调整倾斜连杆角度后三种状态。可以看出，在一定激励频率范围内，过载状态下联接装置动平台位移响应解的谐波项幅值基本小于正常负载下；随着激励频率的增大，过载状态下的位移响应谐波项幅值先向上跳跃，后逐渐减小，最终保持稳定，且各激励频率对应的位移响应谐波项幅值始终大于正常负载的情况；过载状态下，将倾斜连杆倾斜角度由 $\alpha_1=60^\circ$ 调整为 $\alpha_2=54.489^\circ$ 后，联接装置动平台位移响应解谐波项幅值产生了明显降低。

另外，图 4-4 中红色圆圈描点代表过载状态下联接装置动平台位移响应数值仿真描点结果，图 4-5 所示为激励频率为 2Hz, 4Hz, 5Hz, 7Hz 时位移响应解谐波项在时域内的曲线，可以看出，各激励频率下数值仿真结果与理论分析结果基本吻合，从而验证了前述通过谐波平衡法求解得到的联接装置动平台位移稳态响应解的准确性。

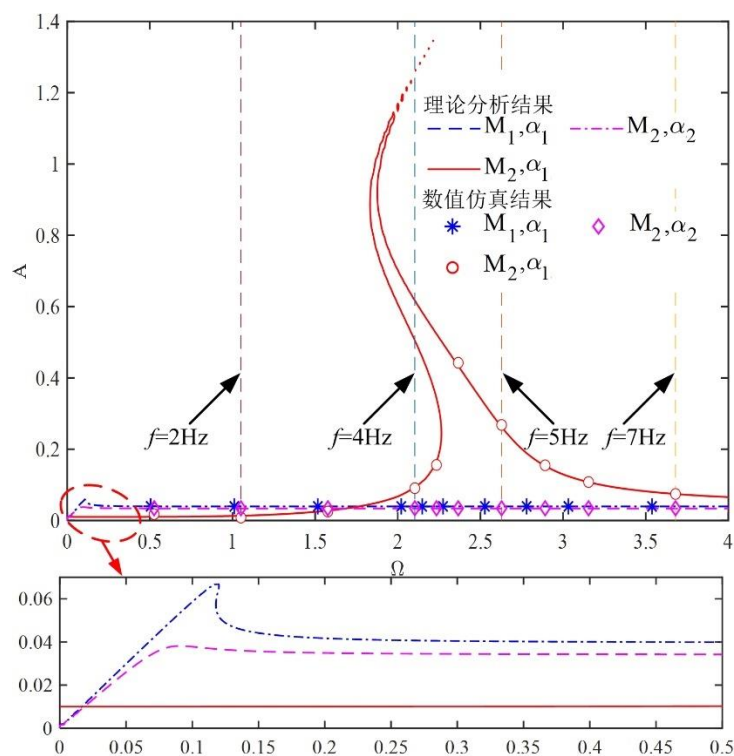


图 4-4 三种状态下准零刚度隔振联接装置幅频响应特性曲线

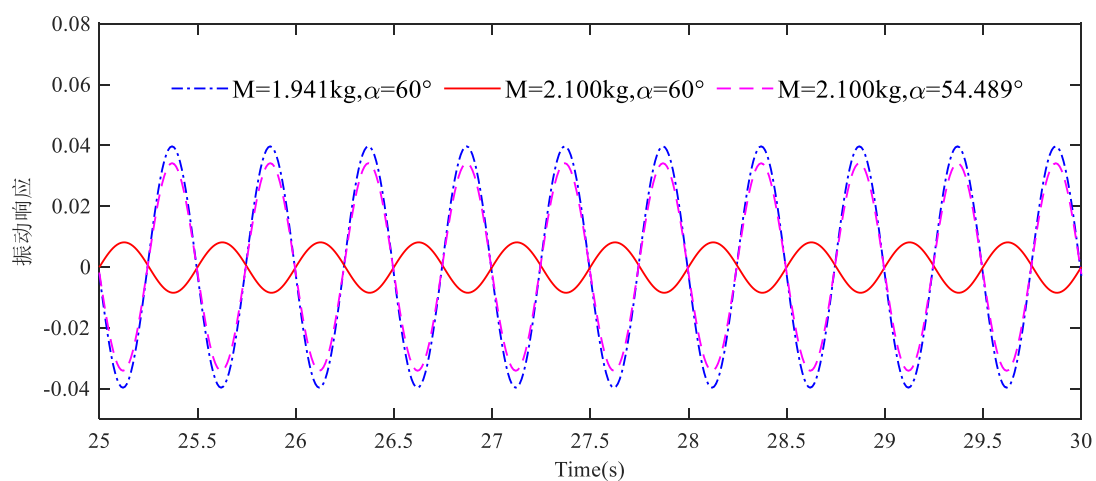


图 4-5(a) 激励频率为 2Hz 时联接装置动平台位移响应解谐波项曲线

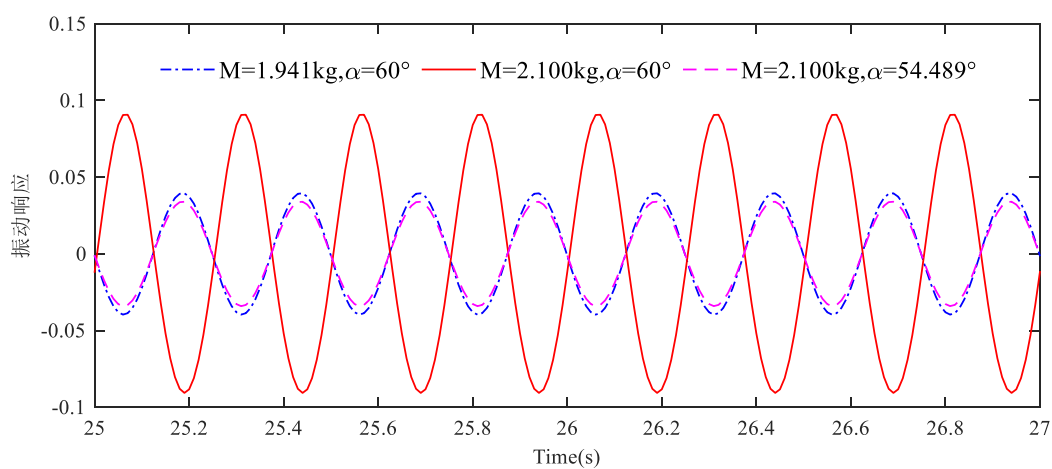


图 4-5(b) 激励频率为 4Hz 时联接装置动平台位移响应解谐波项曲线

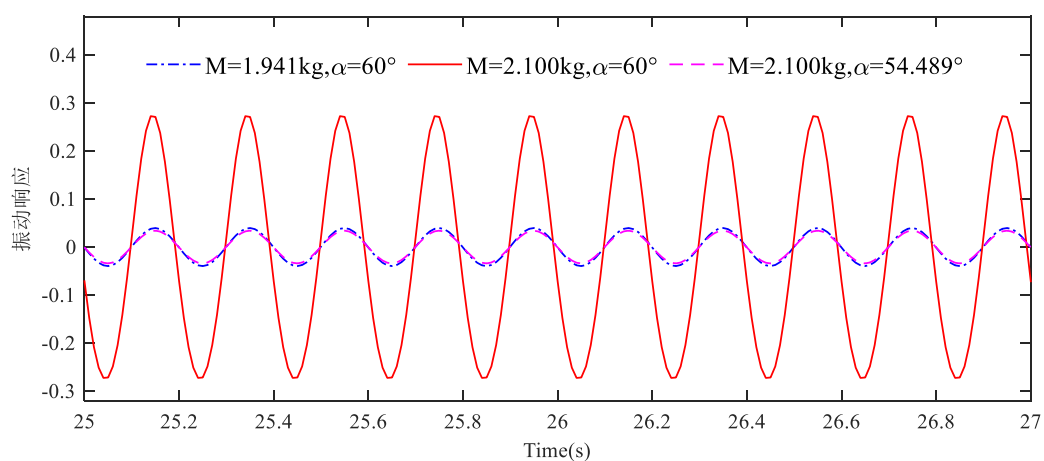


图 4-5(c) 激励频率为 5Hz 时联接装置动平台位移响应解谐波项曲线

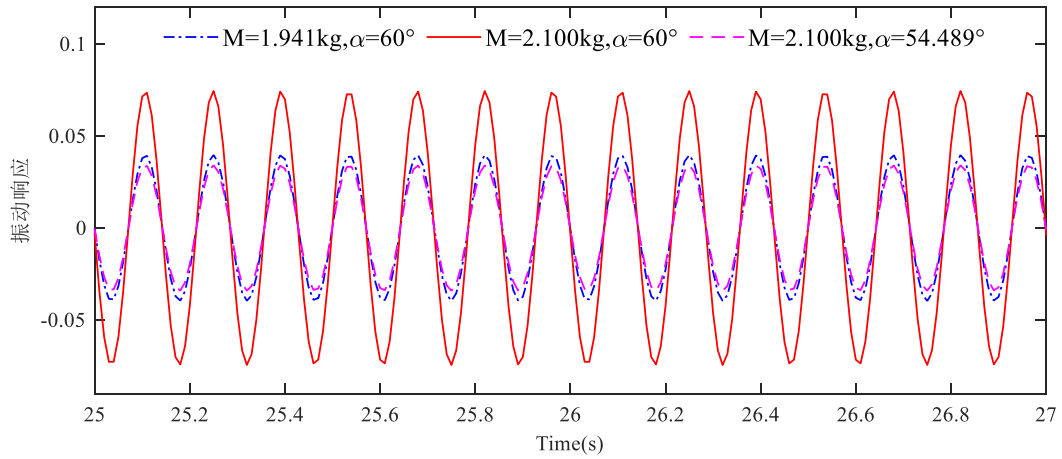


图 4-5(d) 激励频率为 7Hz 时联接装置动平台位移响应解谐波项曲线

4.2.2 过载状态时准零刚度隔振联接装置力激励下幅频响应特性分析

与准零刚度隔振联接装置受到谐波位移激励相似，过载状态下，联接装置受到谐波力激励时，联接装置动平台振动稳态响应解的常数项和谐波项幅值同样会受到频率比、力激励幅值和阻尼比的影响。下面对力激励幅值和阻尼比对联接装置动平台振动稳态响应解常数项幅值和谐波项幅值产生的影响进行分析。

如图 4-6 所示为过载状态下保持阻尼比不变，改变力激励幅值的情况下，联接装置动平台振动稳态响应解的常数项 A_0 和谐波项幅值 A_1 曲线。可以看出，当联接装置处于过载情况下时，随着力激励幅值的增大，动平台振动稳态响应解常数项的最小值在不断减小，其对应的谐波项幅值的最大值则在不断增大，谐波项幅值曲线向左弯曲程度逐渐增强，共振频率逐渐减小；与位移激励下响应解变化规律不同的是，同一力激励幅值下，在激励频率递增和递减的过程中，振动稳态响应解常数项和谐波项幅值只会出现一次向下跳跃现象或一次向上跳跃现象。

如图 4-7 所示为过载状态下保持力激励幅值不变，改变阻尼比情况下，联接装置动平台振动稳态响应解的常数项 A_0 和谐波项幅值 A_1 曲线。可以看出，随着阻尼比的增大，动平台振动稳态响应解常数项的最小值在不断减小，其对应的谐波项幅值的最大值也在不断减小。

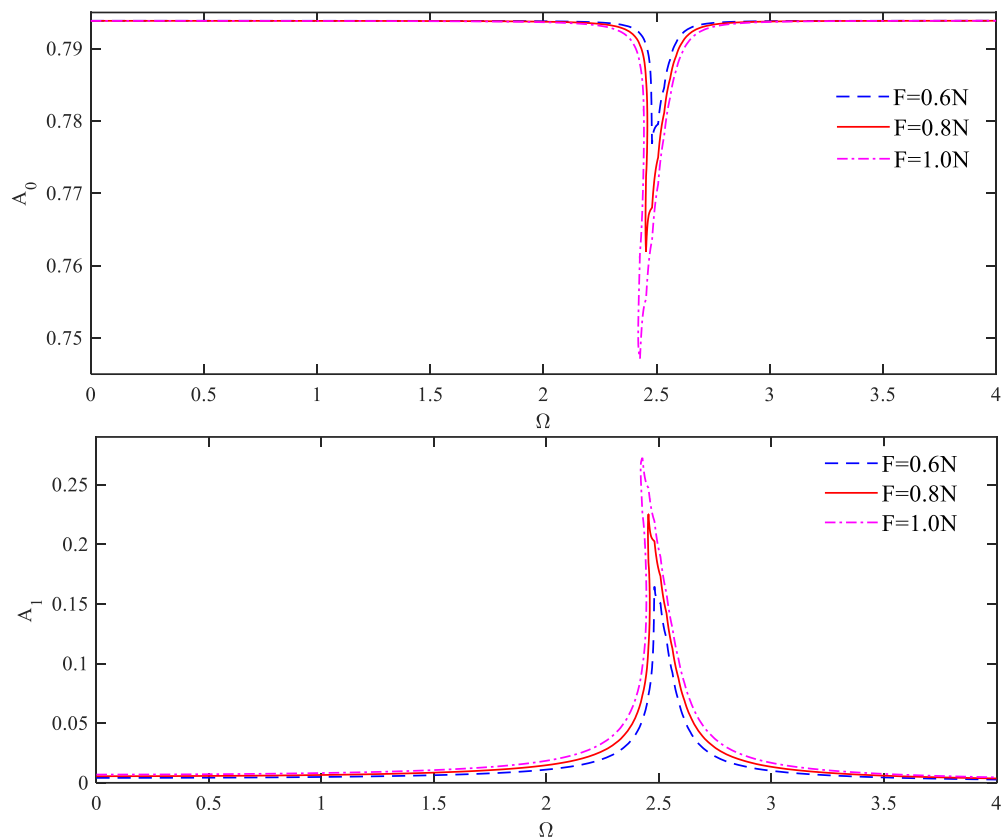


图 4-6 过载状态下力激励幅值改变时动平台振动稳态响应解常数项和谐波项幅值曲线

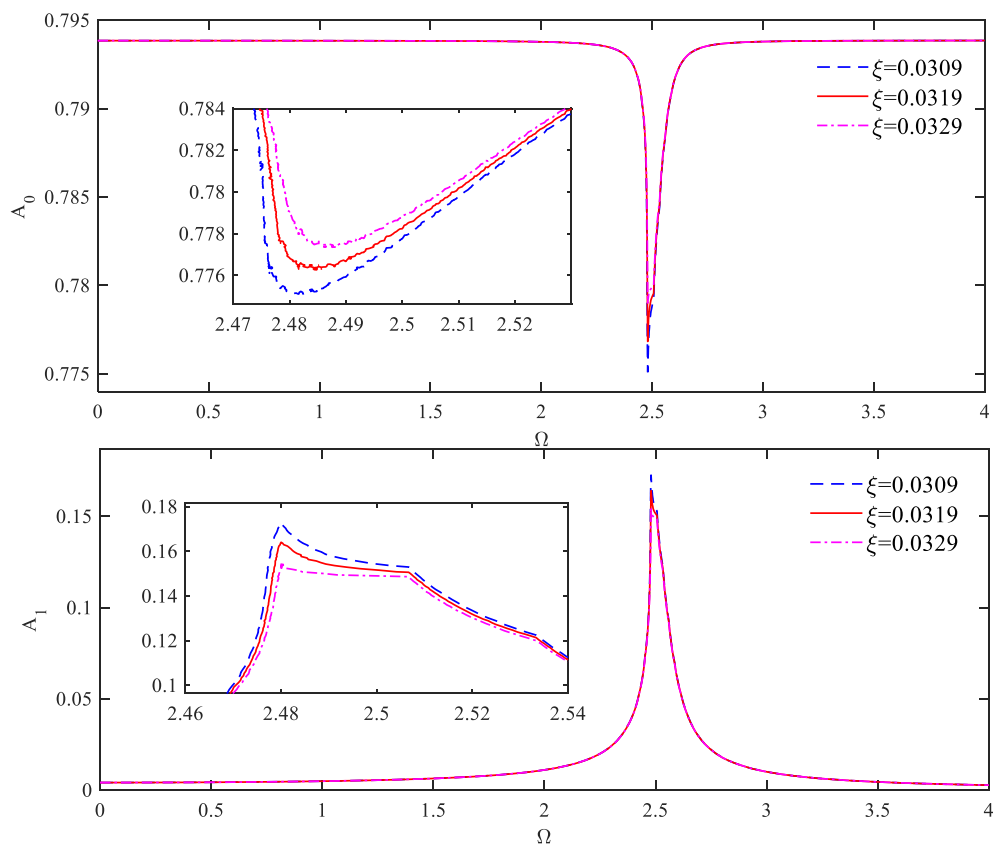


图 4-7 过载状态力激励下阻尼比改变时动平台振动稳态响应解常数项和谐波项幅值曲线

4.3 变负载工况下准零刚度隔振联接装置传递率分析

根据 3.4 节的分析，位移传递率和力传递率分别被用于评估准零刚度隔振联接装置在谐波位移激励和谐波力激励条件下的振动隔离性能。然而，对于过载情况的隔振联接装置在谐波位移激励下时，装置的运动微分方程属于非对称激励条件下的杜芬方程，并且稳态响应解包含常数项。这导致位移传递率难以准确描述装置在高频激励下的隔振性能。因此，为了评估准零刚度隔振联接装置在谐波位移激励下的隔振性能，引入绝对加速度传递率这一指标。

由前述分析可知，联接装置在谐波力激励下时，通过联接装置传递到底座的无量纲力 $\hat{f}_t$ 主要包括无量纲弹性力 $\hat{f}_{ts}$ 和无量纲阻尼力 $\hat{f}_{td}$ ，可表示为：

$$\hat{f}_t = \hat{f}_{ts} + \hat{f}_{td} \quad (4-27)$$

而对于过载情况下的准零刚度隔振联接装置，通过变换式(4-10)得到式(4-8)的解为：

$$\hat{s} = \hat{\delta} - \hat{u}_2 = A'_0 + A_1 \cos(\Omega\tau + \phi) \quad (4-28)$$

其中， $A'_0 = A_0 - \hat{u}_2$ 。

将式(4-28)代入式(4-27)，能够得到无量纲弹性力 $\hat{f}_{ts}$ 和无量纲阻尼力 $\hat{f}_{td}$ 的表达式为：

$$\hat{f}_{ts} = m_1 \hat{s} + m_2 \hat{s}^2 + \beta \hat{s}^3 = \hat{F}_{ts0} + \hat{F}_{ts1} \cos(\Omega\tau + \phi) \quad (4-29)$$

$$\hat{f}_{td} = 2\xi \hat{s}' = -\hat{F}_{td} \sin(\Omega\tau + \phi) \quad (4-30)$$

其中，无量纲阻尼力的幅值为 $\hat{F}_{td} = 2\xi\Omega A_1$ ，无量纲弹性力常数项 $\hat{F}_{ts0}$ 和无量纲弹性力谐波项 $\hat{F}_{ts1}$ 的表达式分别为：

$$\hat{F}_{ts0} = m_1 A'_0 + m_2 A_0'^2 + \frac{m_2 A_1^2}{2} + \beta A_0'^3 + \frac{3}{2} \beta A_0' A_1^2 \quad (4-31)$$

$$\hat{F}_{ts1} = m_1 A_1 + 2m_2 A_0' A_1 + \frac{3}{4} \beta A_1^3 + 3\beta A_0'^2 A_1 \quad (4-32)$$

通过力传递率的定义可知，对于过载系统，只需要对动态力部分进行考虑，则过载情况下准零刚度隔振联接装置的力传递率为：

$$T_f = \frac{\hat{F}_t}{\rho} = \frac{\sqrt{(2\xi\Omega A_1)^2 + \hat{F}_{ts1}^2}}{\rho} \quad (4-33)$$

理想系统和等效线性系统的力传递率分别为：

$$T_f = \frac{\sqrt{(\beta A_1^3)^2 + (2\xi\Omega A_1)^2}}{\rho} \quad (4-34)$$

$$T_t = \frac{\sqrt{1 + (2\xi\Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\xi\Omega)^2}} \quad (4-35)$$

当准零刚度隔振联接装置在过载情况下，受到谐波位移激励后，被隔振物体的无量纲绝对位移 $\hat{s}$ 的表达式为：

$$\hat{s} = \hat{\delta} - \hat{u}_2 + \hat{y} = A_0 - \hat{u}_2 + A_1 \cos(\Omega\tau + \phi) + \rho \cos(\Omega\tau) \quad (4-36)$$

则准零刚度隔振联接装置的绝对位移传递率为：

$$T_y = \frac{|\hat{s}|}{\rho} = \frac{|A_0 - \hat{u}_2| + \sqrt{A_1^2 + \rho^2 + 2A_1\rho \cos(\phi)}}{\rho} \quad (4-37)$$

从而得到过载情况下准零刚度隔振联接装置的绝对加速度传递率为：

$$T_{ac} = \frac{|\hat{s}''|}{|\hat{y}''|} = \frac{|\hat{\delta}'' + \hat{y}''|}{|\hat{y}''|} = \frac{\sqrt{A_1^2 + \rho^2 + 2A_1\rho \cos(\phi)}}{\rho} \quad (4-38)$$

理想系统的绝对位移传递率和绝对加速度传递率的表达式相同，为：

$$T_y = T_{ac} = \frac{\sqrt{A_1^2 + \rho^2 + 2A_1\rho \cos(\phi)}}{\rho} \quad (4-39)$$

其中，通过式(4-15)可以得到 $\cos(\phi)$ 为：

$$\cos(\phi) = \frac{-\Omega^2 A_1 + 3\beta A_0^2 A_1 + \frac{3}{4}\beta A_1^3}{\gamma\rho} \quad (4-40)$$

等效线性系统的绝对位移传递率和绝对加速度传递率的表达式和式(4-35)相同。

4.3.1 过载状态时准零刚度隔振联接装置位移传递率分析

过载情况下，准零刚度隔振联接装置在受到谐波位移激励时，不同位移激励幅值和阻尼比下的装置位移传递率曲线如图 4-8 和图 4-9 所示，传递率用分贝

dB 表示。

如图 4-8 所示，当阻尼比一定时，准零刚度隔振联接装置位移传递率的最大值将会随着位移激励幅值的增大而增大，同时其相对应的共振频率也会随之增大；在激励频率达到共振频率后，继续增大激励频率，联接装置位移传递率会出现向下跳跃现象并呈现递减趋势；随着位移激励幅值的增大，位移传递率的向右弯曲程度逐渐增强，而当位移激励幅值增大至一定程度后，联接装置的位移传递率会出现无限大的现象，因此应当避免出现外部激励值过大的情况，降低联接装置隔振效果变差的可能性。

如图 4-9 所示，当位移激励幅值一定时，与激励幅值对准零刚度隔振联接装置位移传递率的影响不同，随着阻尼比的增大，联接装置位移传递率的最大值反而会随之减小，同时其对应的共振频率也会随之减小；在激励频率达到共振频率后，继续增大激励频率，联接装置位移传递率将呈现递减趋势；随着阻尼比的增大，位移传递率的向右弯曲程度逐渐减弱，而当阻尼比的值较小时，联接装置的位移传递率同样会出现无限大的现象。

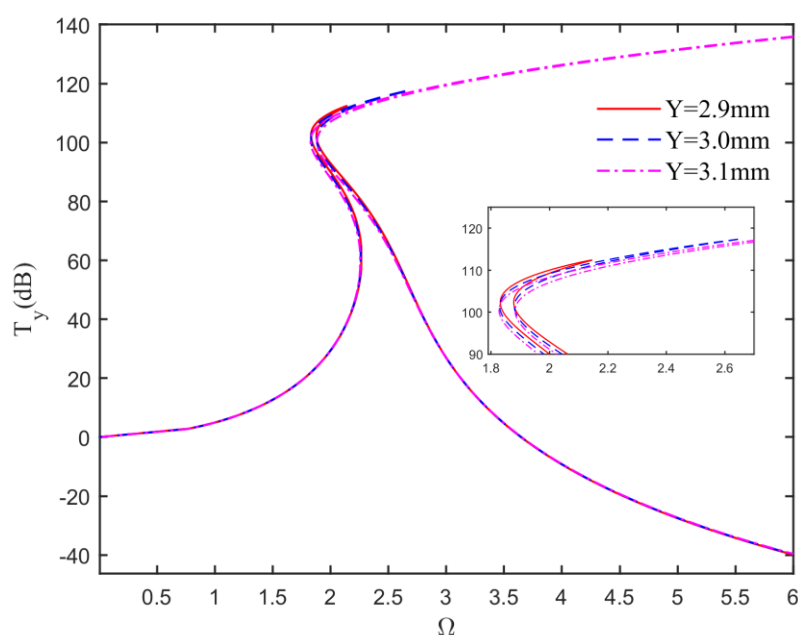


图 4-8 过载情况下位移激励幅值改变对准零刚度隔振联接装置位移传递率曲线的影响

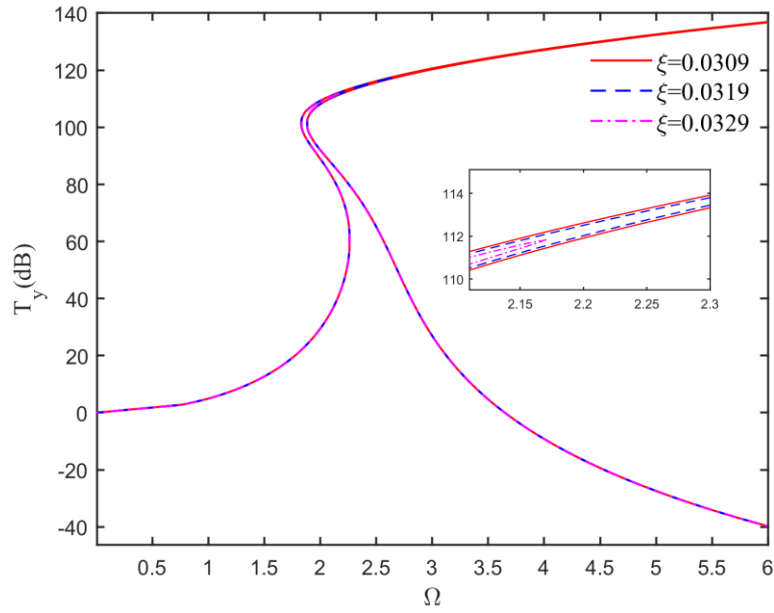


图 4-9 过载情况下阻尼比改变对准零刚度隔振联接装置位移传递率曲线的影响

4.3.2 过载状态时准零刚度隔振联接装置力传递率分析

过载情况下，准零刚度隔振联接装置在受到谐波力激励时，不同位移激励幅值和阻尼比下的联接装置位移传递率曲线如图 4-10 和图 4-11 所示，传递率用分贝 dB 表示。

如图 4-10 所示，当阻尼比一定时，联接装置力传递率曲线向左弯曲程度逐渐增强，力传递率的最大值会随着力激励幅值的增大而减小，同时其相对应的共振频率也会随之减小；在激励频率增大的过程中，力传递率曲线呈现出先递增后递减的趋势，而着力激励幅值的增大，力传递率曲线会逐渐出现向上跳跃现象，反之，在激励频率减小的过程中，力传递率曲线会出现向下跳跃现象。

如图 4-11 所示，当力激励幅值一定时，与激励幅值对联接装置力传递率曲线的影响不同，随着阻尼比的增大，联接装置力传递率曲线向左弯曲程度逐渐减弱，但力传递率的最大值同样会随着阻尼比的增大而减小，其相对应的共振频率会随之增大；随着激励频率的增大，力传递率曲线将呈现出先递增至最大值后递减的趋势。

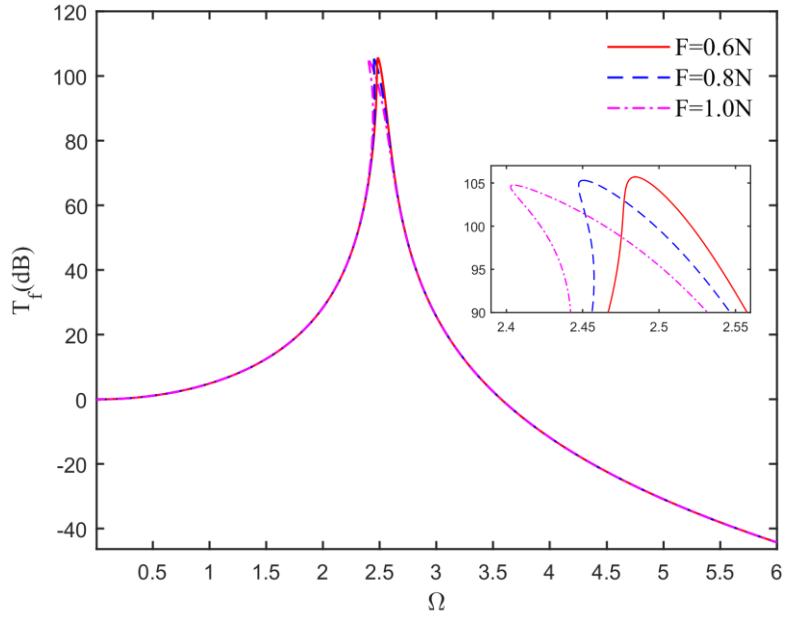


图 4-10 过载情况下力激励幅值改变对准零刚度隔振联接装置力传递率曲线的影响

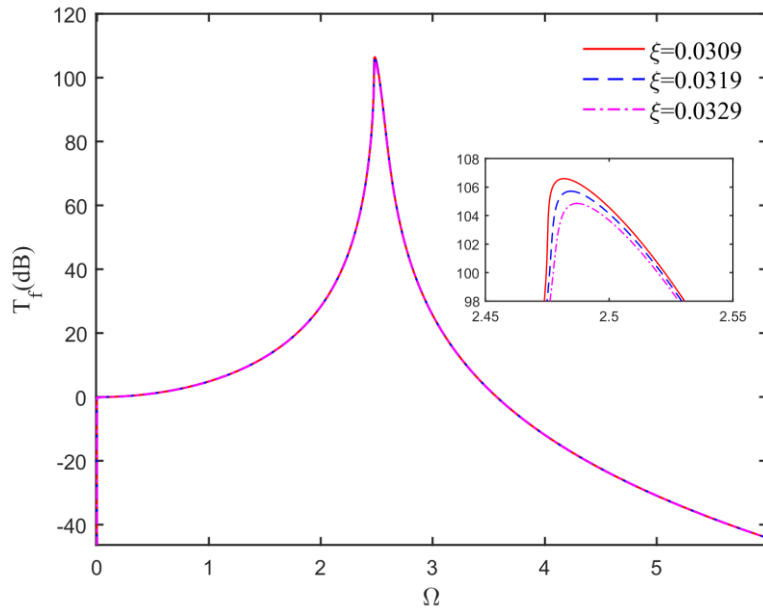


图 4-11 过载情况下阻尼比改变对准零刚度隔振联接装置力传递率曲线的影响

4.4 变负载工况下调整倾斜连杆角度后准零刚度隔振联接装置传递率分析

通过式(4-37)可以得到准零刚度隔振联接装置在过载情况下的位移传递率曲线，并将其与正常负载下联接装置位移传递率曲线和等效线性系统位移传递率曲线进行对比，如图 4-12 所示。可看出在同一激励频率下，等效线性系统和过载情况下的联接装置位移传递率要远远大于正常负载情况下，且当激励频率增

大至一定值后，过载情况下的联接装置位移传递率将成为最大值，表明过载情况下联接装置的振动隔离性能显著下降。而当联接装置处于过载情况下，将倾斜连杆倾斜角度由 $\alpha_1=60^\circ$ 调整为 $\alpha_2=54.489^\circ$ 后，联接装置位移传递率相较于过载情况产生显著下降，振动隔离性能得到显著提升。

另外，图 4-12 中，蓝色圆圈表示过载情况下联接装置位移传递率的数值计算值，部分频率下相对应的动平台绝对位移在时域内的仿真曲线如图 4-13、4-14、4-15、4-16 所示，结合图 4-12 以及图 4-13 至图 4-16 可以看出，蓝色圆圈对应的联接装置位移传递率数值解与理论分析结果基本重合，验证了位移传递率理论分析结果的准确性，并且验证了过载情况下连杆倾斜角度的改变对准零刚度隔振联接装置隔振性能提升的有效性。

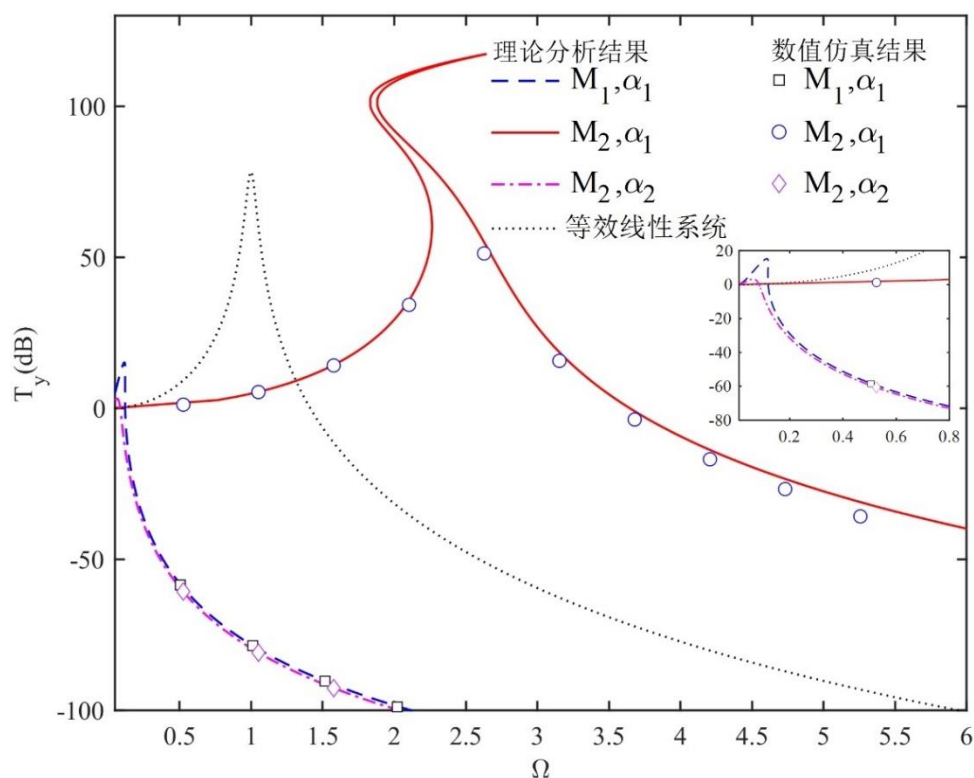


图 4-12 三种状态下准零刚度隔振联接装置位移传递率曲线及等效线性系统位移传递率曲线对比图

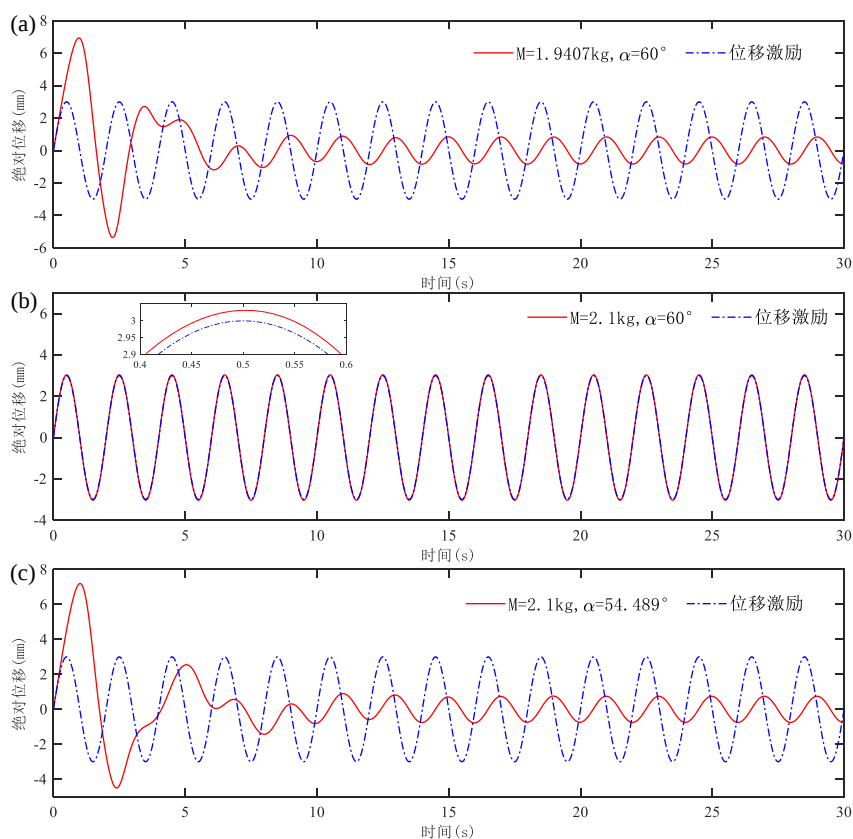


图 4-13 激励频率为 0.5Hz 时联接装置位移响应曲线图

(a) $M=1.9407\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (b) $M=2.1\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (c) $M=2.1\text{kg}, \alpha=54.489^\circ$

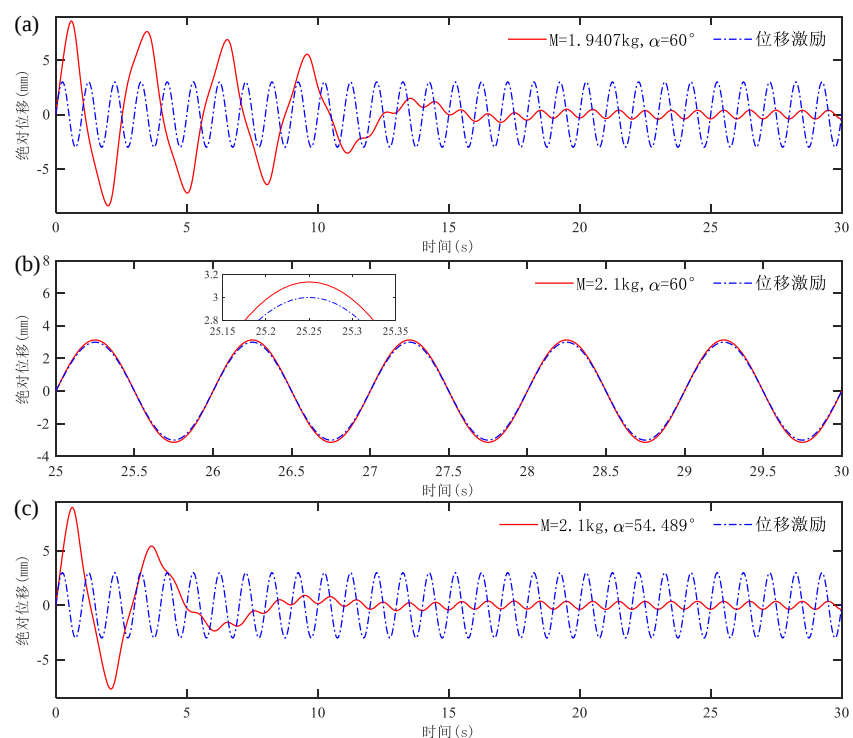


图 4-14 激励频率为 1Hz 时联接装置位移响应曲线图

(a) $M=1.9407\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (b) $M=2.1\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (c) $M=2.1\text{kg}, \alpha=54.489^\circ$

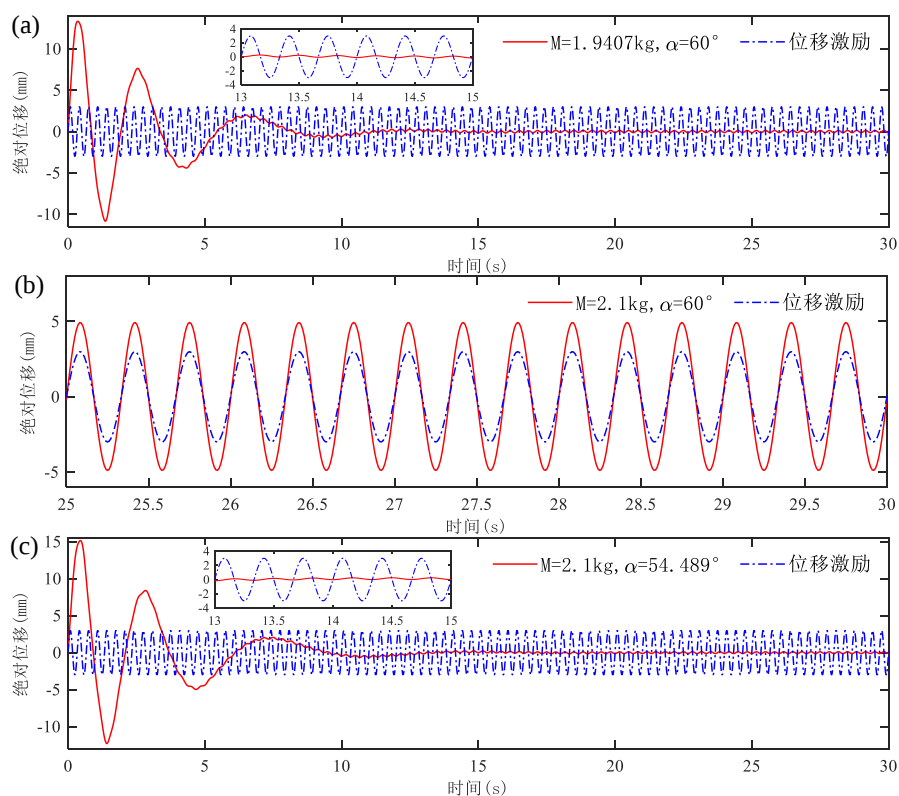


图 4-15 激励频率为 3Hz 时联接装置位移响应曲线图

(a) $M=1.9407\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (b) $M=2.1\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (c) $M=2.1\text{kg}, \alpha=54.489^\circ$

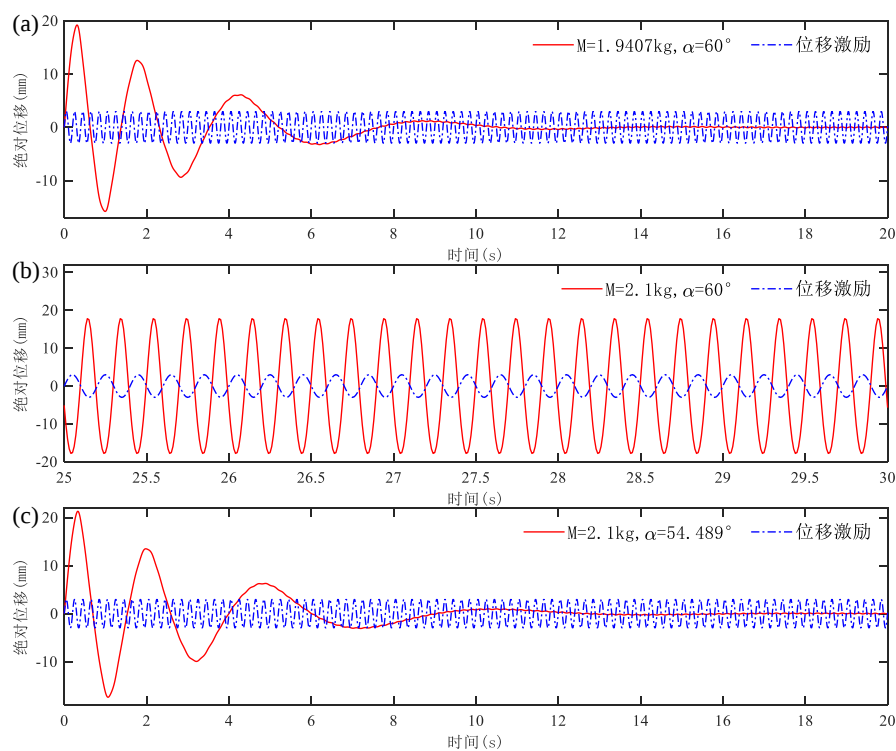


图 4-16 激励频率为 5Hz 时联接装置位移响应曲线图

(a) $M=1.9407\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (b) $M=2.1\text{kg}, \alpha=60^\circ$; (c) $M=2.1\text{kg}, \alpha=54.489^\circ$

通过式(4-32)和式(4-33)可以得到准零刚度隔振联接装置在过载情况下的力传递率曲线，将其与正常负载下联接装置力传递率曲线和等效线性系统力传递率曲线进行对比，如图 4-17 所示。从图中可以看出，在约 3Hz 之前，过载情况下的力传递率要小于正常负载和等效线性系统，而 3Hz 之后，相同激励频率下，过载情况下的联接装置力传递率要大于正常负载和等效线性系统，振动隔离性能显著减弱，而在过载情况下，调整倾斜连杆倾斜角度后，与位移激励下类似，装置的振动隔离性能又得到提升。

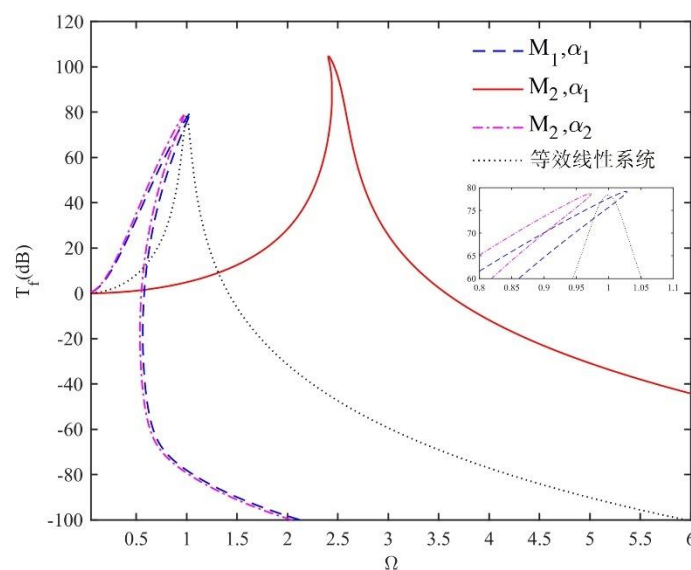


图 4-17 三种状态下准零刚度隔振联接装置及等效线性系统力传递率曲线

4.5 本章小结

对负载变化时灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制效果进行了分析，构建了过载状态下联接装置动力学模型；为分析联接装置在过载情况下动力学特性，通过施加谐波位移激励和谐波力激励，建立了过载状态时两种激励条件下联接装置的非线性运动微分方程；运用谐波平衡法求解两种激励条件下联接装置的稳态响应，确定激励幅值和阻尼比对过载状态时联接装置幅频响应特性、位移传递特性和力传递特性的影响规律；通过数值仿真分析验证了改变倾斜连杆角度对提升联接装置在过载情况下隔振性能的有效性。

第5章 准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真及实验验证

上一章变负载工况下准零刚度隔振联接装置动力学特性研究的结果表明，调整倾斜连杆倾斜角度对过载情况提高准零刚度隔振联接装置的隔振性能有重要影响，当联接装置处于过载情况时，减小倾斜连杆倾斜角度能够有效提升联接装置隔振效果。为此，本章开展准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真及实验分析，进一步验证所设计灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置的振动传递抑制性能。

5.1 准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真分析

为进一步验证灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置理论分析结果的准确性，基于 ADAMS 多体动力学仿真分析软件，搭建了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置虚拟样机模型，在 ADAMS 中进行虚拟样机仿真分析。在 ADAMS 中导入准零刚度隔振联接装置模型，对准零刚度隔振联接装置施加位移激励，测量传递到装置动平台参考点的振动位移，验证准零刚度隔振联接装置隔振性能。

首先进行结构参数验证，在前述准零刚度隔振联接装置静力学分析章节中，通过结构参数优化，求得了满足联接装置在静力平衡位置处能够获得零刚度的参数值，即当倾斜弹簧与竖直弹簧刚度比 n 取为 0.648 时，装置能够在静力平衡位置处具有零刚度，且准零刚度区间最大。根据前述分析求解得到的装置结构参数，建立准零刚度隔振联接装置简化模型，在 ADAMS 中进行负载能力验证仿真实验。如图 5-1 所示，倾斜连杆角度为 60° ，初始状态下倾斜弹簧和竖直弹簧处于自然长度状态，在前述联接装置承载能力分析中，倾斜连杆角度为 60° 时所对应的装置达到静力平衡位置的可承载质量为 1.941kg，因此对动平台施加质量为 1.941kg 的负载，当联接装置动平台达到静力平衡位置时，可以看到，此时倾斜弹簧与水平面平行，装置处于零刚度位置，具有零刚度特性，验证了前述分析有关所设计准零刚度隔振联接装置参数关系式的有效性。

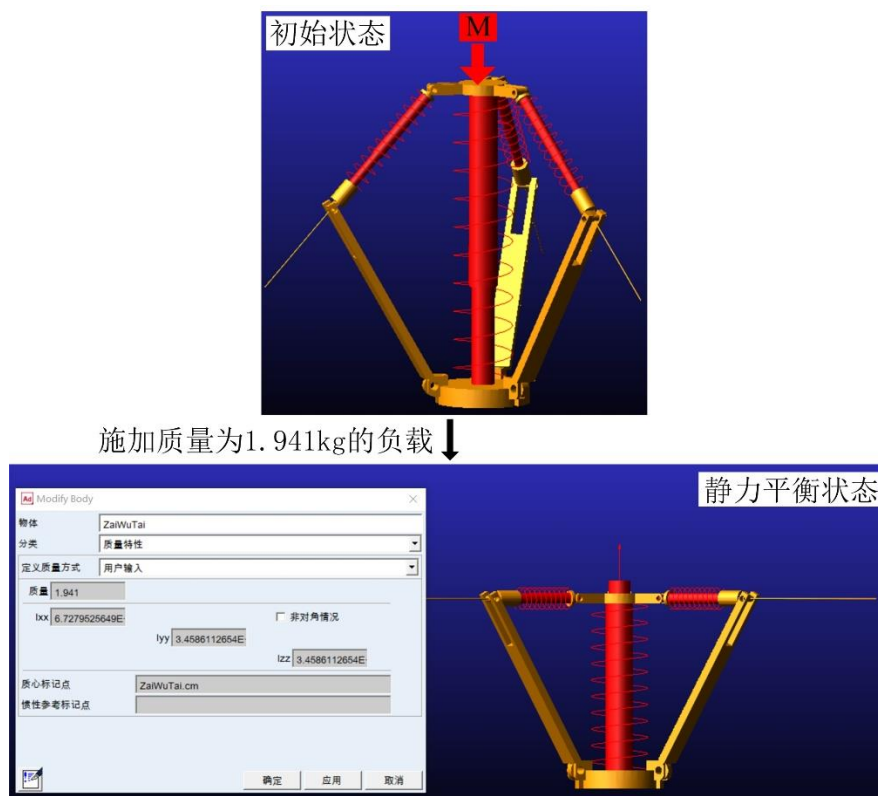


图 5-1 准零刚度隔振联接装置承载能力仿真验证

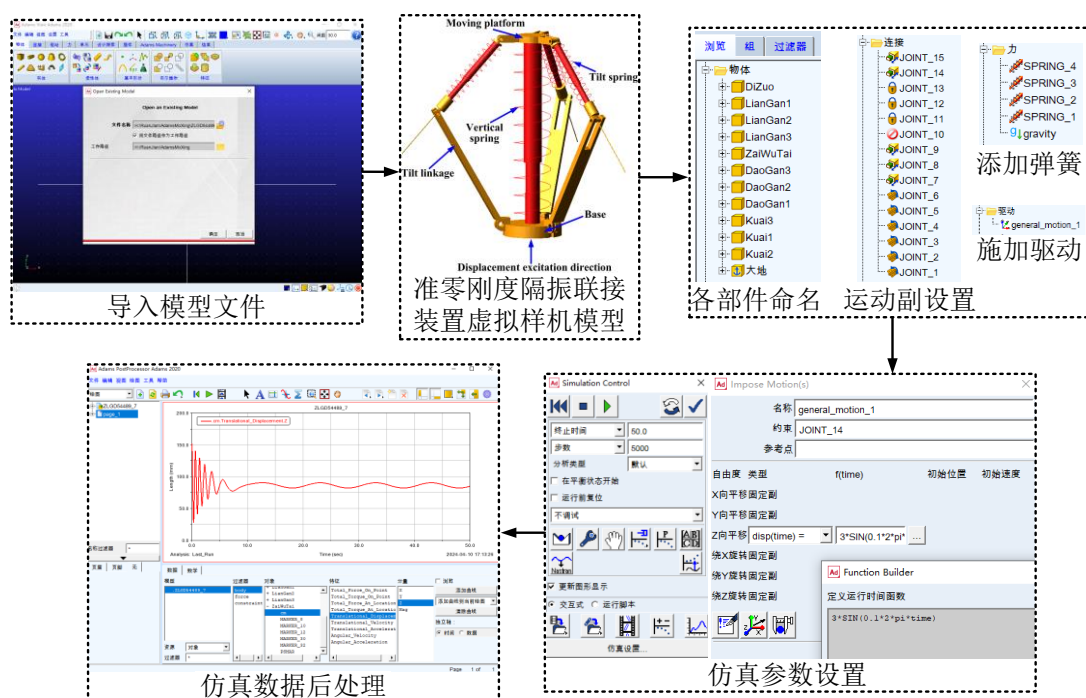


图 5-2 准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真分析步骤

准零刚度隔振联接装置振动传递抑制效果虚拟样机仿真实验具体过程如图 5-2 所示。首先将 UG 软件中的准零刚度隔振联接装置三维模型导出 x_t 格式，并导入 ADAMS 中，完成部件质量、弹簧刚度以及部件之间运动副的设置，随

后完成仿真参数设置，并进行仿真分析，最后进行仿真数据后处理。

虚拟样机模型基本参数按照前述理论分析进行设置，在过载和调整倾斜连杆倾斜角度后，即 $M_2=2.100\text{kg}$, $\alpha_1=60^\circ$ 和 $M_2=2.100\text{kg}$, $\alpha_2=54.489^\circ$ 两种情况下，在底座中心点添加竖直向上的正弦位移振动激励，激励幅值设置为 3.00mm ，分别测量不同激励频率下，动平台的位移响应，并生成振动位移曲线。

如图 5-3 所示为仿真所得动平台位移曲线，当激励频率为 0.1Hz 时，过载情况下的准零刚度隔振联接装置动平台位移响应幅值与激励幅值接近，并略小于调整倾斜连杆角度后；激励频率为 0.5Hz 、 0.8Hz 和 1.5Hz 时，过载情况下的准零刚度隔振联接装置动平台位移响应幅值逐渐增大并且始终大于激励幅值，而调整倾斜连杆角度后，动平台位移响应幅值产生了降低，并且远远小于激励幅值。与理论分析得到的三种状态下联接装置的振动传递抑制效果相对比，可以看出，在隔振频段内，当装置处于过载情况时，通过调节倾斜连杆倾斜角度，使动平台位移响应得到了有效降低，与理论分析得到的趋势一致，验证了前述理论分析结果的准确性，并且进一步说明了该装置能够进行不同负载情况下的振动隔离，且具有良好的隔振性能。

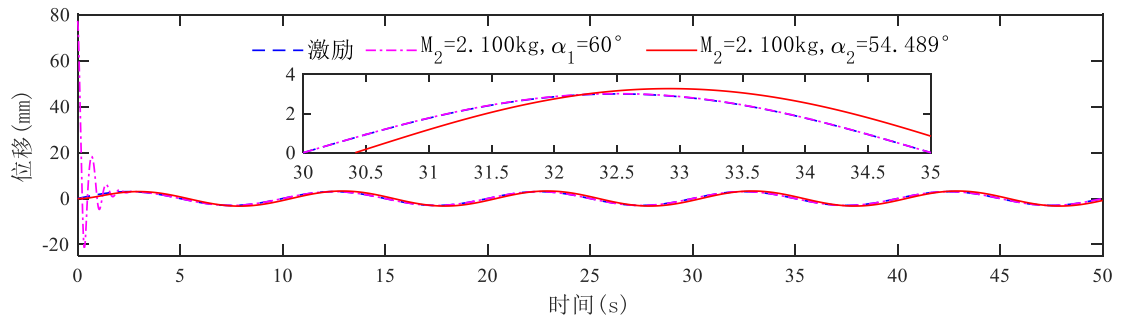


图 5-3(a) 激励频率 0.1Hz 时动平台位移响应

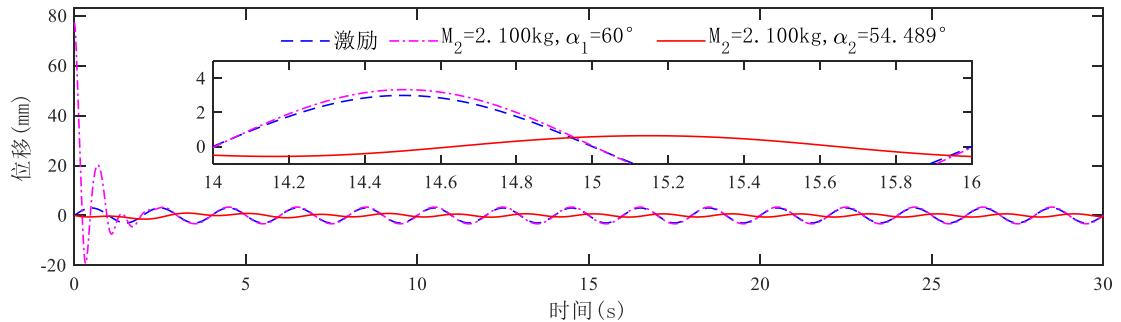


图 5-3(b) 激励频率 0.5Hz 时动平台位移响应

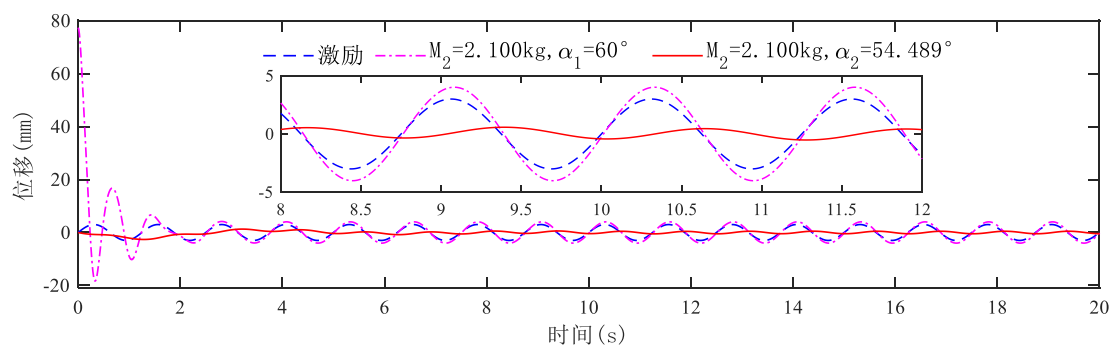


图 5-3(c) 激励频率 0.8Hz 时动平台位移响应

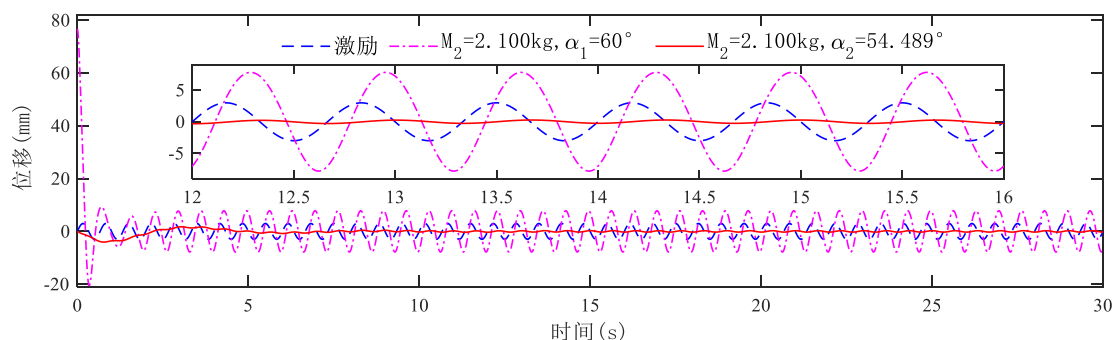


图 5-3(d) 激励频率 1.5Hz 时动平台位移响应

5.2 准零刚度隔振联接装置实验分析

前述章节对准零刚度隔振联接装置隔振效果进行了理论分析、数值仿真分析以及虚拟样机仿真分析，为了实际验证该准零刚度隔振联接装置的隔振效果，本节搭建灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置振动传递测试实验台。

5.2.1 实验平台搭建

实验平台由激振台、准零刚度隔振装置、质量块、激光位移传感器、电源、传感器放大器、数据采集卡、振动控制器和上位机组成，其系统构成如图 5-4 所示。准零刚度隔振联接装置的底座安装在激振台上，质量块模拟外部负载安装在准零刚度隔振联接装置动平台上。实验过程中通过振动控制器驱动激振台产生相应幅值和频率的振动激励信号，经准零刚度隔振联接装置传递至质量块上，质量块产生的振动位移通过激光位移传感器测量，经传感器放大器放大后传递到数据采集卡并完成数据转换，最后在上位机软件 Labview 中完成数据采集和保存。

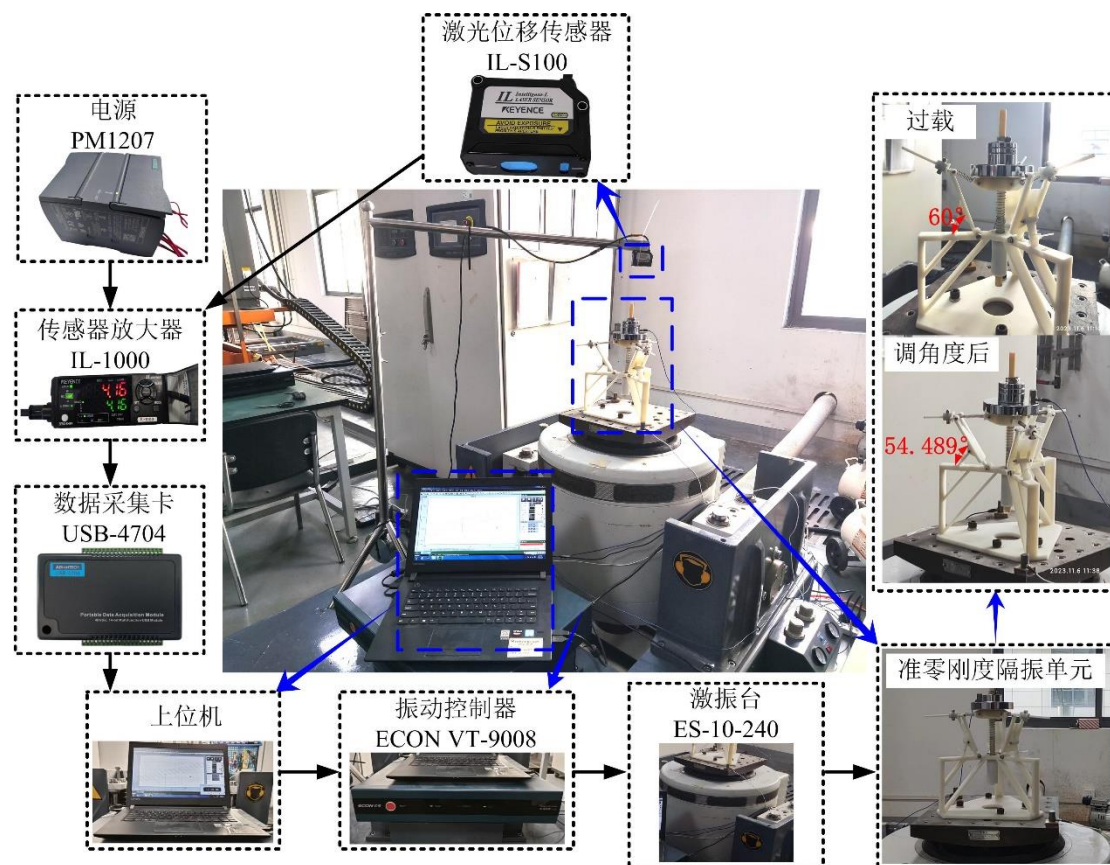


图 5-4 准零刚度隔振联接装置实验台总体结构图

5.2.2 主要实验硬件

(1) 激振台

实验所用的激振台为苏州东菱振动试验仪器有限公司生产的型号为 ES-10-240 的激振台，该振动台尺寸为 $930\text{mm} \times 688\text{mm} \times 787\text{mm}$ ，台体工作台面直径为 240mm ，重量约 900kg ，额定随机/正弦激振力为 10kN ，冲击激振力为 20kN ，激励频率范围为 $1\text{--}3200\text{Hz}$ ，最大加速度 1000m/s^2 ，最大位移 51mm ，最大负载 300kg 。实物图如图 5-5 所示。



图 5-5 ES-10-240 激振台

（2）振动控制器

如图 5-6 所示位实验所使用的振动控制器为亿恒科技-VT-9008 振动控制器，采用主频高达 300MHz 的 32 位浮点 DSP 处理器、24 位分辨率的 ADC/DAC，控制器随机控制动态范围大于 90dB，信噪比大于 100dB。



图 5-6 振动控制器

（3）位移传感器

如图 5-7 所示，为本实验选用的位移传感器，选用的是基恩士的 IL-S100 激光位移传感器，光源为红色半导体激光，测量距离为 70-100mm，最小采样周期为 2ms，采样精度高，并且可以通过数据采集卡将数据传输到上位机程序中，通过更改采集数据方式，采集到所需要的数据。



图 5-7 激光位移传感器

（4）数据采集卡

实验所使用的数据采集卡为研华公司生产的 USB-4704，如图 5-8 所示。USB-4704 是一款 USB 总线的多功能数据采集卡。拥有 8 路单端或 4 路差分模拟量输入，14 位 A/D 转换器，采样速率可达 48KHz。2 路 12 位模拟量输出和 8 路数字量输入、输出接口，能够满足本次实验的数据采集和控制要求。



图 5-8 研华 USB-4704 数据采集卡

5.2.3 上位机程序

本文使用美国 NI 公司研发的 Labview 软件作为上位机软件，通过 USB 总线与研华多功能数据采集卡进行通信，实现实验过程中振动位移信号的采集与保存。如图 5-9 所示为在 Labview 中设计的程序框图，通过该程序能够对激光位移传感器采集到的数据进行转换，并生成位移振动图像。

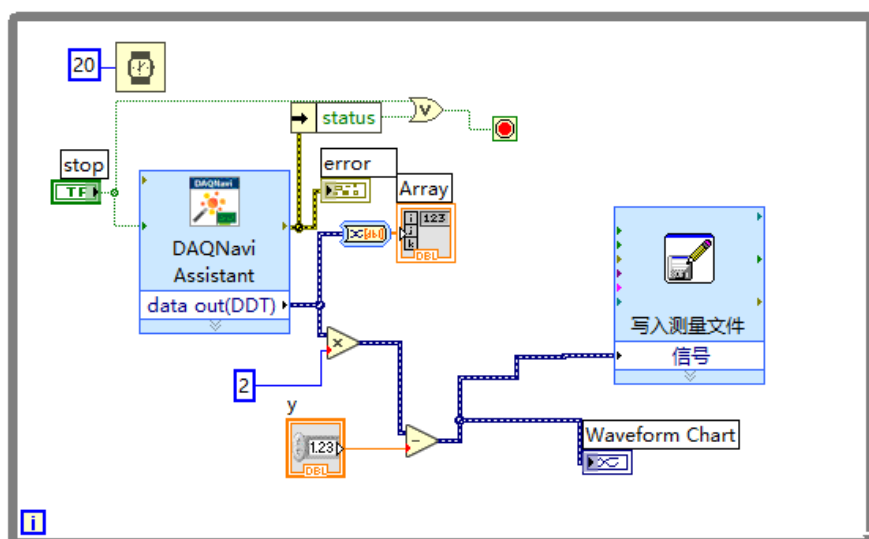


图 5-9 Labview 程序框图

5.2.4 实验结果分析

由于实验所用弹簧为定制品，在实验开始前需要对弹簧进行刚度测量。使用如图 5-10 所示的拉、压测力计对弹簧进行力-位移的测量以及数据记录。



图 5-10 拉、压测力计

如表 5-1 和表 5-2 所示分别为倾斜弹簧和竖直弹簧的压缩量与对应的弹力值。

表 5-1 倾斜弹簧压缩量与弹力值对应表

序号	压缩量	压力值
1	5mm	0.475N
2	10mm	1.01N
3	15mm	1.575N
4	20mm	2.14N
5	25mm	2.8N

表 5-2 竖直弹簧压缩量与弹力值对应表

序号	压缩量	压力值
1	5mm	1.005N
2	10mm	2.06N
3	15mm	3.03N
4	20mm	4.22N
5	25mm	5.25N

通过对两种弹簧压缩量与弹力值数据进行计算，得到倾斜弹簧实际刚度为 104N/m，竖直弹簧实际刚度为 206N/m，因此当倾斜连杆倾斜角度分别为 60° 和 54.489° 时，动平台到达零刚度位置所需负载为 1.33kg 和 1.44kg。

对准零刚度隔振联接装置进行静力平衡实验，如图 5-11 所示，考虑到动平台本身具有一定质量，在装置动平台上施加 1.2kg 质量块，倾斜连杆倾斜角度设为 60° ，可看出当联接装置达到静力平衡时，动平台中心点恰好处于准零刚度位置；随后，保持倾斜连杆倾斜角度不变，增加质量块至 1.4kg，联接装置转为过载状态，当联接装置达到静力平衡时，动平台中心点相对准零刚度位置产生偏移；最后，保持质量块质量为 1.4kg，调整倾斜连杆倾斜角度为 54.489° ，联接装置达到静力平衡位置时，动平台中心点又处于准零刚度位置。通过静力平衡实验，验证了所设计准零刚度隔振联接装置可承受负载质量与倾斜连杆倾斜角度之间的关系。

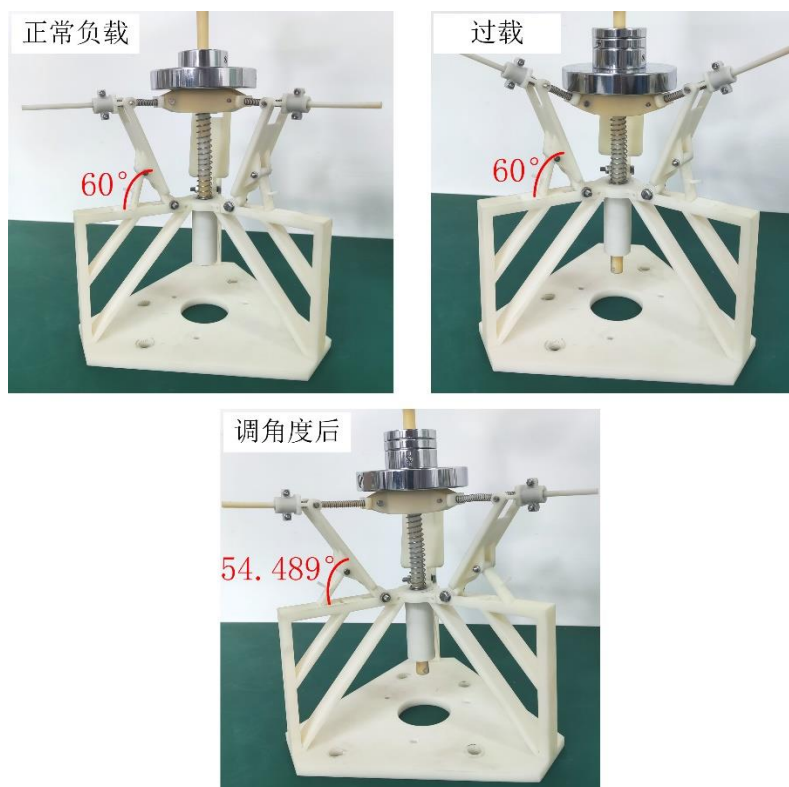


图 5-11 准零刚度隔振联接装置静力平衡实验图

随后对准零刚度隔振联接装置进行扫频实验，通过振动控制器使激振台产生 2.00Hz-19.00Hz，频率间隔为 0.5Hz，激励幅值为 3.00mm 的位移激励信号，测量过载情况和调整角度后联接装置动平台响应加速度曲线，并与所施加激励进行对比。如图 5-12 和图 5-13 所示分别为过载情况和调整角度后联接装置在扫频实验下的响应加速度曲线与激励曲线对比图，从图中可以看出，过载情况下，在共振频率附近，联接装置响应加速度较激励产生明显增大。而过载情况下对联接装置倾斜连杆倾斜角度进行调整后，联接装置响应加速度在各实验频率下均会产生明显下降，说明当联接装置处于过载工况下时，装置振动隔离效果会减弱，通过调整倾斜连杆倾斜角度能够提升联接装置隔振效果，从而保证过载工况下实现准零刚度隔振。

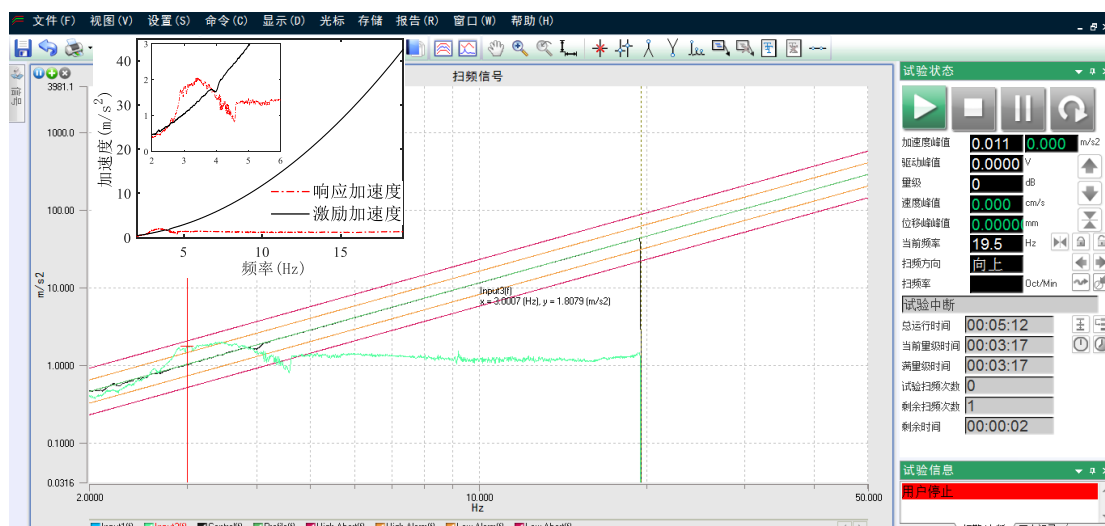


图 5-12 过载情况扫频实验结果图

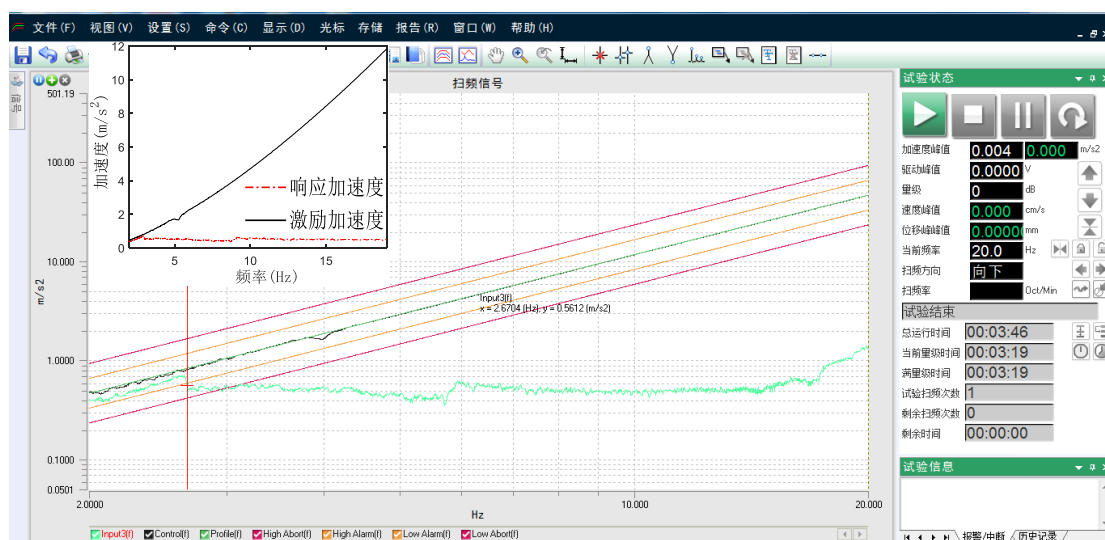


图 5-13 调整角度后扫频实验结果图

随后对准零刚度隔振联接装置进行单一频率振动隔离测试实验。实验中使用激光位移传感器分别测量质量块和准零刚度隔振联接装置底座的位移并进行对比。激振台相关实验参数设为激励幅值 3.00mm，激振频率 5Hz。首先在动平台上施加质量为 1.20kg 的质量块，将倾斜连杆倾斜角度定为 60° ，测量正常负载状态下准零刚度隔振联接装置隔振效果；随后继续施加质量块至 1.40kg，保持倾斜连杆倾斜角度不变，测量过载状态下准零刚度隔振联接装置隔振效果；最后保持质量块质量为 1.4kg，将倾斜连杆倾斜角度调整为 54.489° ，测量调整角度后准零刚度隔振联接装置隔振效果。将三次测量的底座激励与联接装置动平台位移响应进行对比，得到图 5-14，图 5-15，图 5-16。

从图中可以看出，在正常负载下，激振台产生的振动位移经过本文所设计

的准零刚度隔振联接装置后产生了衰减，振动幅值约由 3.00mm 衰减到了 1.40mm 左右，当负载增加至 1.40kg 后，联接装置处于过载状态，响应位移幅值增加至 3.00mm 左右，联接装置隔振效果减弱，随后调整倾斜连杆倾斜角度至 54.489° ，装置的响应位移幅值又随之降低至 1.00mm 左右，小于激振台提供的 3.00mm 激励幅值，实验结果有效的验证了前述理论分析的准确性。

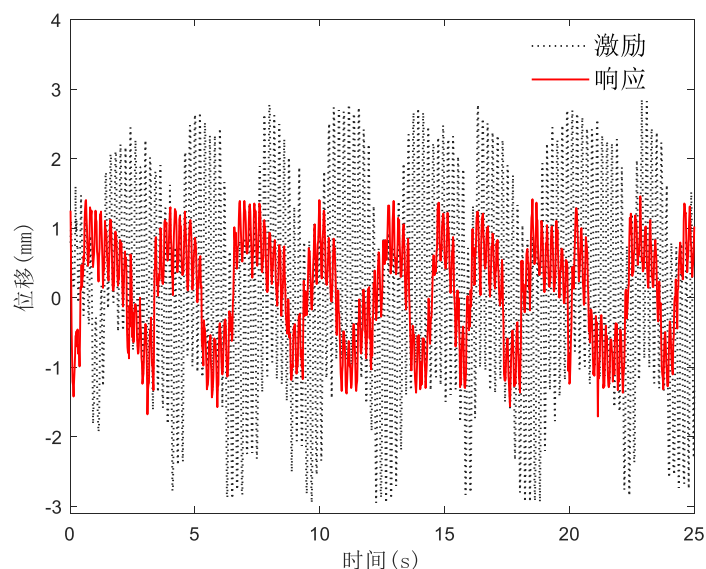


图 5-14 正常负载下激励位移与联接装置动平台响应位移对比曲线 ($\alpha=60^\circ$, $M=1.20\text{kg}$)

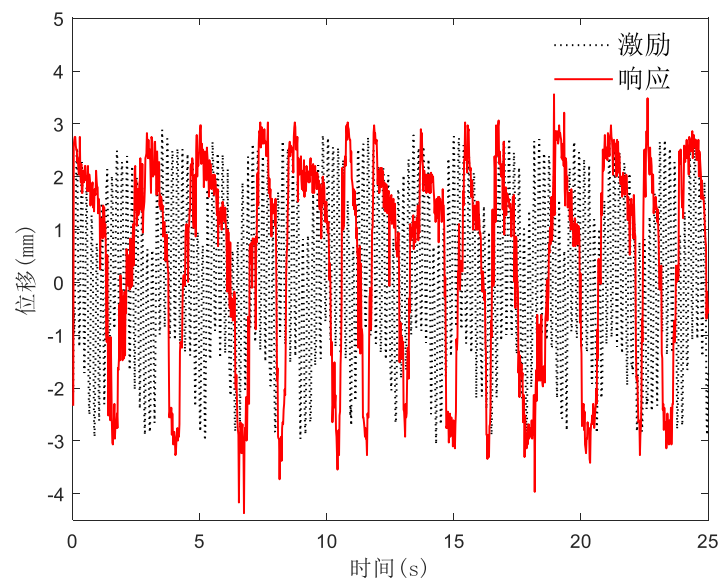


图 5-15 过载下激励位移与联接装置动平台响应位移对比曲线 ($\alpha=60^\circ$, $M=1.40\text{kg}$)

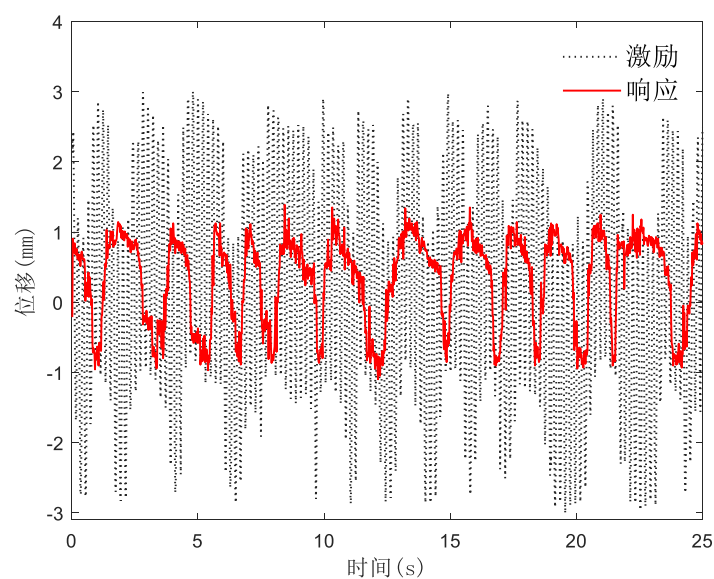


图 5-16 调角度后激励位移与联接装置动平台响应位移对比曲线 ($\alpha=54.489^\circ$, $M=1.40\text{kg}$)

5.3 本章小结

基于 ADAMS 建立了准零刚度隔振联接装置虚拟样机模型，仿真验证了所设计联接装置的振动传递抑制性能；制作了准零刚度隔振联接装置实物样机，搭建了振动传递测试实验台，进行了准零刚度隔振联接装置静力平衡实验与振动传递测试实验。仿真分析与实验结果表明，所设计的准零刚度隔振联接装置具有较好的隔振效果，并且当负载变化后，通过主动调节倾斜连杆角度，所设计的准零刚度隔振联接装置仍具有较好的振动传递抑制效果。

第6章 结论与展望

6.1 结论

针对高空混凝土浇筑过程中灌浆软管振动导致的人机协作拖动安全性差的问题，开展了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置设计与实验研究。主要内容及结论如下：

（1）基于准零刚度隔振原理，于灌浆软管拖动系统与灌浆软管联接处设计了准零刚度隔振联接装置，结合准零刚度隔振联接装置负刚度单元和装置整体受力分析，建立了联接装置静力学模型，分析了负刚度单元和联接装置整体静力学特性，据此以系统零刚度区间最大为目标进行了联接装置结构参数的优化设计，明确了联接装置满足准零刚度条件下处于静力平衡时负载质量与联接装置结构参数的关系。分析结果确定了联接装置在平衡位置处获得准零刚度的结构参数关系式，确定了改变倾斜连杆角度实现调整联接装置在平衡位置承受负载质量的方法，获得了使联接装置具有最大准零刚度区间的具体结构参数，并据此设计了准零刚度隔振联接装置实验样机。

（2）基于泰勒展开式，推导了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置静力学方程的近似表达式，据此构建了准零刚度隔振联接装置动力学模型，建立了联接装置分别在谐波位移激励和谐波力激励下的非线性运动微分方程，运用谐波平衡法求解了联接装置两种激励情况下的稳态响应，分析了系统结构参数、外部激励参数对联接装置幅频响应特性、位移传递特性和力传递特性的影响规律。理论分析及数值仿真结果表明，减小激励幅值或增大阻尼比会使联接装置非线性减弱，位移传递率及力传递率均变小；与相应等效线性系统相比，正弦激励和多频激励下，所设计准零刚度隔振联接装置均具有良好的振动传递抑制效果。

（3）构建了过载状态下灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置动力学模型，基于牛顿第二运动定律，据此确定了过载状态下联接装置在谐波位移激励和谐波力激励下的非线性运动微分方程，运用谐波平衡法求解了过载状态下联

接装置在两种激励条件下的稳态响应，确定了过载状态下相关参数对联接装置幅频响应特性、位移传递特性和力传递特性的影响规律。理论分析及数值计算结果表明，适当减小外部激励幅值或增大阻尼比能够提升联接装置振动传递抑制效果，并且过载情况下，根据负载质量-倾斜连杆角度关系式，通过减小倾斜连杆角度能够有效提高联接装置的振动传递抑制效果。

（4）基于 ADAMS 搭建了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置虚拟样机仿真模型；进一步制作了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置物理样机，搭建了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置振动传递测试实验台。虚拟样机仿真和实验结果表明，所设计准零刚度隔振联接装置在全频域内均具有较好的隔振效果，并且当负载发生变化时，通过主动调节倾斜连杆角度，所设计的准零刚度隔振联接装置仍具有较好的振动传递抑制效果，可主动适应高空混凝土灌浆作业过程中灌浆软管的不规律振动。

6.2 展望

本文采用理论分析、虚拟样机仿真分析和实验测试的手段，针对高空混凝土灌浆软管人机协作拖动场景，设计了灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，并分析了联接装置的振动传递抑制性能，为提高混凝土灌浆软管人机协作拖动安全性提供了思路。在本文的基础上，后续可以开展以下研究工作：

（1）本文设计的灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置倾斜连杆倾斜角度调节方式采用手动调节，后续可以考虑改进为根据负载变化自适应调节方式。

（2）本文设计的灌浆软管拖动系统准零刚度隔振联接装置，主要通过线性弹簧并联实现被动振动隔离，后续可以设计一种模块化集成的主被动隔振装置，同时对装置结构进行优化，实现更好的振动传递抑制效果。

参考文献

- [1] 徐蓉蓉. 高层建筑施工安全风险评价研究[D]. 南京林业大学, 2013.
- [2] 刘文杰. 高层建筑工程施工安全风险评价研究[D]. 山东建筑大学, 2023.
- [3] 刘继东. 建筑工程施工安全管理研究[D]. 北京建筑大学, 2019.
- [4] 林治阳. 建筑机器人在我国建筑业企业中的应用障碍及对策研究[D]. 重庆大学, 2017.
- [5] Melenbrink N, Werfel J, Menges A. On-site autonomous construction robots: Towards unsupervised building[J]. *Automation in Construction*, 2020,119:103312.
- [6] Zhu A, Pauwels P, De Vries B. Smart component-oriented method of construction robot coordination for prefabricated housing[J]. *Automation in construction*, 2021,129:103778.
- [7] Brosque C, Galbally E, Khatib O, et al. Human-Robot Collaboration in Construction: Opportunities and Challenges[C], 2020. IEEE, 2020.
- [8] Zhao S, Wang Q, Fang X, et al. Application and Development of Autonomous Robots in Concrete Construction: Challenges and Opportunities[J]. *Drones*, 2022, 6(12):424.
- [9] Pan M, Linner T, Pan W, et al. Influencing factors of the future utilisation of construction robots for buildings: A Hong Kong perspective[J]. *Journal of Building Engineering*, 2020,30:101220.
- [10] Dindorf R, Woś P. Innovative solution of mobile robotic unit for bricklaying automation[J]. *Journal of civil engineering and transport*, 2022, 4(4): 21-32.
- [11] Yang L I, Huixing Z, Shun W. Design and Simulation of Ground Leveling Construction Robot.[J]. *Journal of Beijing Institute of Civil Engineering & Architecture*, 2021,37(2): 71-77.
- [12] Saidi K S, Bock T, Georgoulas C. Robotics in construction[M].*Springer handbook of robotics*. Springer, 2016:1493-1520.
- [13] 林王成, 朱威. 抗震设计在房屋建筑结构设计中的应用[J]. *石河子科技*, 2024(01):61-63.
- [14] 吕燕楠. 地面找平机器人整平机构优化设计研究[D]. 北京建筑大学, 2022.
- [15] 刘国虬. 室内智能喷涂机器人喷涂技术研究[J]. *建筑机械化*, 2023,44(11):15-18.
- [16] 任瑞. 装配式建筑灌浆机器人路径规划方法研究[D]. 安徽建筑大学, 2021.
- [17] Bao H, He D, Zhang B, et al. Research on dynamic performance of independent metering valves controlling concrete-placing booms based on fuzzy-LADRC controller: Actuators[C],

2023. MDPI.

- [18] 陈卿, 问红利. 多种混凝土泵车臂架液压系统对比分析[J]. 工程机械, 2021,52(5):86-91.
- [19] 彭志强, 喻俊志. 混凝土泵车泵送行程的影响因素分析与验证[J]. 控制工程, 2021,28(6):1195-1202.
- [20] Ren Y, Yang W, Sun X, et al. Vibration characteristics of concrete pump trucks with multiple postures and multiple conditions based on the secondary development of HyperWorks[J]. Processes, 2023,11(5):1483.
- [21] 蔡林和. 建筑工程施工中混凝土浇筑施工技术分析[J]. 中国建筑金属结构, 2022(08):56-58.
- [22] Gharbia M, Chang-Richards A, Lu Y, et al. Robotic technologies for on-site building construction: A systematic review[J]. Journal of Building Engineering, 2020,32:101584.
- [23] Meiringer M, Kugi A, Kemmetmüller W. Semi-autonomous operation of a mobile concrete pump[J]. Automation in Construction, 2023,156:105079.
- [24] 刘新钊. 超高层建筑智能建造机关键系统的分析与施工技术研究[D]. 西安工业大学, 2023.
- [25] 夏侯遐迩, 田丰华, 李启明. 智能建造背景下人机协作安全研究综述[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2023,53(6):1053-1064.
- [26] 李勇, 李康, 姜旭家, 等. 软管随动装置[P]. 湖北: CN203640300U,2014-06-11:
- [27] 赵韦皓, 郭志光, 张凡, 等. 一种用于混凝土泵车出料软管的固定装置[P]. 北京市: CN214368222U,2021-10-08:
- [28] Li H, Sun D, Wang Z, et al. A review on the pumping behavior of modern concrete[J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2020,18(6):352-363.
- [29] Ren Y, Bi C, Lu W, et al. Research on Nonconstant and Discontinuous Pumping Characteristics of the Concrete Pump Truck[J]. Lubricants, 2023,11(5):217.
- [30] 乔德浩. 带后浇区的灌浆套筒连接混凝土柱脚节点抗震性能研究[D]. 山东农业大学, 2022.
- [31] 杨世文. 混凝土泵车臂架动力学仿真与优化设计[D]. 扬州大学, 2012.
- [32] 夏瑞强. 水泥混凝土泵车臂架减振方法研究[D]. 长安大学, 2022.

- [33] Crocker M J, Arenas J P. Engineering acoustics: noise and vibration control[M]. John Wiley & Sons, 2021.
- [34] Han Y, Sheng M, Li Q, et al. Investigation of active vibration control strategy aiming at global vibration suppression[J]. Journal of Vibration and Control, 2023,29(17-18):3871-3879.
- [35] 赵晨名. 基于准零刚度的机器人制孔系统半主动环境振动抑制方法[D]. 兰州理工大学, 2021.
- [36] 徐洋, 华宏星, 张志谊, 等. 舰船主动隔振技术综述[J]. 舰船科学技术, 2008,30(2):27-33.
- [37] 朱龙基. 大型精密仪器的低频微振动隔振系统研究[D]. 广州大学, 2021.
- [38] 沈颖刚, 杨文钊, 郭鹏, 等. 汽车悬置系统研究综述[J]. 机械设计与研究, 2015,31(6):131-139.
- [39] Song Y, He W, He X, et al. Vibration control of a high-rise building structure: Theory and experiment[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2021,8(4):866-875.
- [40] Balaji P S, Karthik SelvaKumar K. Applications of nonlinearity in passive vibration control: a review[J]. Journal of Vibration Engineering & Technologies, 2021,9:183-213.
- [41] Liu X, Zhang J, Jia X, et al. Modeling and analysis of dynamic characteristics of rubber isolators for electric vehicles under high-frequency excitation[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2023,237(12):2942-2956.
- [42] 潘孝勇, 柴国钟, 上官文斌. 含有橡胶隔振器振动系统时域响应的测试与计算分析[J]. 振动与冲击, 2007,26(12):32-35.
- [43] Platz R, Enss G C. Comparison of uncertainty in passive and active vibration isolation[J]. Model Validation and Uncertainty Quantification, 2015,3:15-25.
- [44] Ma H, Zhu S, Luo C, et al. Structural optimization design of metal rubber isolator based on an ensemble surrogate model[J]. Structures, 2023,56:104964.
- [45] 杨俊, 池茂儒, 朱旻昊, 等. 轨道车辆用弹性橡胶垫非线性模型研究[J]. 振动工程学报, 2016,29(02):291-297.
- [46] Li H, Yang C, Wang S, et al. Study of the Lifetime Testing of Spherical Rubber Isolators[J]. Applied Sciences, 2021,11(15):6667.

- [47] Ma Y, Tang X, Wang Y, et al. Design of nonlinear metal rubber isolator subjected to random vibration[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023,197:110375.
- [48] Giuseppe Q, Massino R. Air suspension dimensionless analysis and design procedure[J]. *Vehicle System Dynamic*, 2001(35):443-475.
- [49] 高定刚. 空气弹簧垂向、横向特性的有限元分析[D]. 西南交通大学, 2006.
- [50] Luo X, Li D, Liu J, et al. Theoretical modeling and experimental test for dynamic characteristics of an air-spring vibration isolation system[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2023,45(9):489.
- [51] Qiu Y, Xu W, Bu W, et al. Raft attitude control and elastic deformation suppression technique for large-scale floating raft air spring mounting system[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2021,28(23-24):3457-3468.
- [52] Molyneux. The Support of an Aircraft for Ground Resonance Tests: A Survey of Available Methods[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 1958,30(6):160-166.
- [53] 彭献, 陈树年, 宋福磐. 负刚度的工作原理及应用初探[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 1992(04):89-94.
- [54] 周颖, 陈鹏. 基于准零刚度特性的结构竖向隔振系统研究[J]. *建筑结构学报*, 2019,40(04):143-150.
- [55] 吴明亮, 赵晨名, 张来喜. 准零刚度振动控制系统的研究进展[J]. *南京理工大学学报*, 2021,45(01):18-26.
- [56] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P. Optimization of a quasi-zero-stiffness isolator[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2007,21:946-949.
- [57] Lan C, Yang S, Wu Y. Design and experiment of a compact quasi-zero-stiffness isolator capable of a wide range of loads[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014,333(20):4843-4858.
- [58] Kovacic I, Brennan M J, Waters T P. A study of a nonlinear vibration isolator with a quasi-zero stiffness characteristic[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008,315:700-711.
- [59] Winterflood J, Barber T A, Blair D G. Mathematical analysis of an Euler spring vibration isolator[J]. *Physics letters. A*, 2002,300(2):131-139.

- [60] 刘兴天, 黄修长, 张志谊, 等. 激励幅值及载荷对准零刚度隔振器特性的影响[J]. 机械工程学报, 2013,49(06):89-94.
- [61] Virgin L N, Davis R B. Vibration isolation using buckled struts[J]. Journal of sound and vibration, 2003,260(5):965-973.
- [62] MengTong W, Pan S, ShuYong L, et al. Design and analysis of electromagnetic quasi-zero stiffness vibration isolator[J]. Journal of vibration engineering & Technologies, 2023,11(1):153-164.
- [63] Zou W, Cheng C, Ma R, et al. Performance analysis of a quasi-zero stiffness vibration isolation system with scissor-like structures[J]. Archive of applied mechanics (1991), 2020,91(1):117-133.
- [64] Yan B, Ma H, Jian B, et al. Nonlinear dynamics analysis of a bi-state nonlinear vibration isolator with symmetric permanent magnets[J]. Nonlinear dynamics, 2019,97(4):2499-2519.
- [65] 周加喜, 王心龙, 徐道临, 等. 含凸轮-滚轮机构的准零刚度系统隔振特性实验研究[J]. 振动工程学报, 2015,28(03):449-455.
- [66] 徐道临, 余奇平, 周加喜, 等. 准零刚度隔振系统跳跃频率区间隔振研究[J]. 中国机械工程, 2014,25(02):230-235.
- [67] Anvar V, Alexey Z, Artem T. Study of Application of Vibration Isolators with Quasi-zero Stiffness for Reducing Dynamics Loads on the Foundation[J]. Procedia engineering, 2017,176:137-143.
- [68] Acar M A, Yilmaz C. Design of an adaptive-passive dynamic vibration absorber composed of a string-mass system equipped with negative stiffness tension adjusting mechanism[J]. Journal of sound and vibration, 2013,332(2):231-245.
- [69] Meng Q, Yang X, Li W, et al. Research and Analysis of Quasi-Zero-Stiffness Isolator with Geometric Nonlinear Damping[J]. Shock and vibration, 2017,2017:1-9.
- [70] 蔡世成. 承载可调节准零刚度隔振器设计与分析[D]. 大连理工大学, 2021.
- [71] 郑嘉毓. 正负刚度并联隔振系统的设计与研究[D]. 中国矿业大学, 2019.
- [72] 周嘉诚. 变载荷工作条件下准零刚度系统特性分析[D]. 大连理工大学, 2018.
- [73] 刘梓豪. 基于准零刚度特性的载荷自适应隔振系统设计与研究[D]. 哈尔滨工业大学,

2020.

攻读学位期间发表的学术成果目录

- [1] 一种用于灌浆软管振动抑制的主动电磁柔顺装置及方法. 国家发明专利, **授权专利号: ZL202210729300.8** (排名第二, 导师第一)
- [2] 一种防堵塞污水处理管道. 实用新型专利, **授权专利号: ZL202221118522.** (排名第一)
- [3] 一种车辆传动轴扭振抑制用压电主动飞轮及控制方法. 国家发明专利, **授权专利号: ZL202210522058.7** (排名第三)
- [4] 柔索牵引混凝土灌浆软管人机协作拖动机器人及工作方法. 国家发明专利, 申请号: 202210728961.9 (排名第二, 导师第一)

致谢

三年时光，匆匆而过，其间种种，历历在目。在这三年中，我就像一艘小船，行驶在科研河流之中，路途之中有晴空万里也有乌云密布、有激流暗礁也有碧波浩渺，此刻终于看到两岸群山青翠，虫鸟同鸣。

千金易得，良师难遇。感谢我的导师鞠锦勇老师，很幸运读研期间能够成为鞠老师的学生，并在鞠老师的指导下完成我硕士阶段的学习。这三年里，鞠老师在每一个难题的攻克、每一张配图的调整、每一段文字的完善以及每一版论文的修改上都为我提供了详尽无私的指导。鞠老师不仅在我的课题研究上倾注了大量的心血和精力，也在生活上给予了我细致的关怀，疫情期间一盒难以购买的退烧药令我一直铭记在心，并感动至今。在此，谨向尊敬的鞠老师致以由衷的感谢！

感谢智造共融课题组刘玉飞老师和苏学满老师在科研和生活上对我的帮助和指导。刘老师的智慧和高屋建瓴教会了我许多为人处世的道理，苏老师渊博的学识是我努力进取的榜样。

感谢师兄聂洋和汤东，在软件的使用、论文的撰写以及课题研究方面提供了无私帮助；感谢同窗陈洋洋、吴朗和严志川，三位是同窗也是挚友，你们的陪伴为我读研三年增添了无尽乐趣；感谢师弟朱祖浩、邵传好和师妹金文丽、包琪的交流和帮助，愿各位学业顺利。

感谢家人在背后给予我的默默支持和无私奉献，正因为有你们的关爱和鼓励，才让我有动力能够在科研的道路上一往直前。

尚德敏学 唯实惟新

