

学校代码:10363

学 号: 2210120



Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题目 基于 6-PRSS 的锚杆钻机六自由度位姿调整平台研究

论 文 作 者 汪祁杰

校内导师 刘有余

校外导师 _____

专业学位类别 机 械

研究方向（领域）	智能机器人
----------	-------

论文提交日期: 2025 年 6 月 1 日

分类号：TP24

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2220110174

基于 6-PRSS 的锚杆钻机六自由度位姿调整平台研究

Research on a 6 Degrees of Freedom Platform for Adjusting Pose for Anchor Rod Drilling Rigs Based on 6-PRSS

学生姓名：汪祁杰

指导教师：刘有余（教授）

专 业：机械

研究方向：智能机器人

论文答辩日期：2025.5.12

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期：2025 年 5 月 17 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：



指导教师签名：



日期：2025 年 5 月 17 日

日期：2025 年 5 月 17 日

基于 6-PRSS 的锚杆钻机六自由度位姿调整平台研究

摘要

锚杆钻机作业时,受矿井物理环境影响,开钻过程受耦合力影响,产生高频多维振动,引起位姿偏移,影响钻机性能与寿命。目前,未有从整体机构设计层面入手解决振动传递导致钻机位姿偏移问题,为有效纠正钻机位姿,本文设计一种基于 6-PRSS(移动副-转动副-球副-球副)的六自由度位姿调整平台,提出一种位姿调整策略。采用螺旋理论与修正的 K-G 公式计算机构自由度;基于运动副的空间约束方程,推导运动学隐函数表达式;以钻机最佳工作状态为目标函数,采用遗传优化算法获取位姿调整平台最优结构参数;采用微分变换法快速求解雅可比矩阵,基于拉格朗日法与虚功原理构建动力学方程;以最大程度减小抖动幅度为目标,设计一种滑模控制器;推导运动副约束条件,构建位姿调整平台性能数学模型;提出一种位姿调整策略,设计一种随机振动规律并选取适宜激振角度;面向随机振动规律,采用设计的控制策略,跟踪预期轨迹;最后基于设计的位姿调整策略,开展位姿调整仿真试验。结果表明:六自由度位姿调整平台具备较好的动态性能,控制策略可适应随机振动规律,具备较好的调姿效果,可纠正钻机姿态,达到减振效果。

本文的主要研究工作及成果如下:

(1) 面向位姿调整平台结构学与运动学研究。原创性提出一种 6-PRSS 多连杆并联机构,采用螺旋理论与修正后 K-G 公式核算机构自由度;利用副连杆长度一致性原理,推导活塞杆位置表达关系式;为使平台达到最佳位姿调节效果,构建钻机最佳工作状态目标函数,采

用遗传优化算法优化结构参数；设计一种随机振动规律，开展系统运动学仿真，基于构建的详细运动学分析理论，用以评价所设计机构运动学性能与响应。

(2) 开展并联机构动力学与滑模控制研究。采用微分变换法求解机构雅可比矩阵；简化机构数学模型，使用拉格朗日方程法构建系统动力学方程；基于虚功原理与微积分理论，构建平台广义合力与活塞杆所受驱动力函数关系；基于输入随机振动函数，仿真系统动力学性能；基于构建的动力学方程，衍生搭建系统动力学模型，搭建系统滑模控制器；基于搭建的系统控制器，对比一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制效果。

(3) 开展位姿调整平台多尺度空间性能研究。基于运动副结构与连接特性，构建运动副约束条件；基于空间线段最小距离判断定理，建立杆间防干涉条件；基于优化后的结构参数、机构运动学逆解及工作空间理论，构建位姿调整平台性能数学模型；采用数值法研究机构工作空间表现，探讨不同位置下平台转角极限与空间分布极限；基于建立的静刚度数学模型，推导机构雅可比矩阵，计算整体刚度矩阵；基于雅可比矩阵，构建系统条件数。

(4) 面向钻机位姿实时调整策略研究。提出一种位姿调整策略，详细阐述基于滑模控制位姿调整模型搭建原理；设计一种随机振动规律，选取一种激振角度；开展输入耦合与性能仿真，基于运动学剖析，剖析活塞杆运动学变化规律；推导系统动力学方程，探索活塞杆驱动力规律；基于运动学分析与数值法，剖析机构多尺度空间性能；最后

基于设计的位姿调整策略，开展位姿调整仿真。

关键词：6-PRSS，位姿偏移，雅可比矩阵，空间性能，位姿调整策略，动态性能

RESEARCH ON A 6 DEGREES OF FREEDOM PLATFORM FOR ADJUSTING POSE FOR ANCHOR ROD DRILLING RIGS BASED ON 6-PRSS

ABSTRACT

During mining operations, anchor drilling rigs in underground mines are affected by the physical environment of the mining, leading to coupled forces during operation that generate high-frequency multi-dimensional vibrations. These vibrations cause pose deviations, significantly impacting drilling performance and service life. Currently, there are no solutions addressing vibration transmission-induced pose deviations at the holistic mechanism design level. To effectively correct rig posture, this paper designs a 6-degrees-of-freedom (6-DOFs) pose adjustment platform based on 6-PRSS (Prismatic pair-Rotary pair-Spherical pair-Spherical pair) parallel mechanism and proposes a pose adjustment strategy. The mobility of the mechanism is calculated using screw theory and a modified K-G formula. Kinematic implicit function expressions are derived based on spatial constraint equations of kinematic pairs. Taking the optimal working state of the drilling rig as the objective function, genetic optimization algorithms are employed to obtain optimal structural parameters for the pose adjustment platform. The Jacobian matrix is rapidly solved using differential transformation method, while dynamic equations are established through Lagrange method and virtual work principle. Aiming to minimize vibration amplitude, a soft sliding mode controller is designed. Constraint conditions of kinematic pairs are derived, establishing a mathematical model for the performance of the pose adjustment platform. Based on this, a pose adjustment strategy is proposed, including the design of stochastic vibration patterns and selection of optimal excitation angles.

For the stochastic vibration patterns, the proposed control strategy enables tracking of desired trajectories. Finally, pose adjustment simulations are conducted based on the designed strategy. Results demonstrate that the 6-DOFs platform exhibits excellent dynamic performance, with the control strategy effectively adapting to stochastic vibration patterns. The system achieves satisfactory posture correction effects, successfully rectifying drilling rig pose and realizing vibration reduction.

The main research work and achievements of this paper are as follows.

(1) Research on mechanism topology and kinematics of the pose adjustment platform. An original 6-PRSS multi-link parallel mechanism is proposed. The degrees of freedom are verified using screw theory and a modified K-G (Kutzbach-Grübler) formula. The position relationship of piston rods is derived through the principle of connecting rod length consistency. To achieve optimal pose adjustment performance, an objective function representing the optimal working state of the drilling rig is established, with structural parameters optimized via genetic algorithms. A stochastic vibration pattern is designed, and kinematic simulations are conducted. The proposed detailed kinematic analysis framework enables comprehensive evaluation of the mechanism's kinematic performance and response characteristics.

(2) Research on parallel mechanism dynamics and sliding mode control. The mechanism's Jacobian matrix is solved using differential transformation method; A simplified mathematical model of the mechanism is established, and system dynamic equations are constructed using Lagrangian formulation; Based on virtual work principle and calculus theory, functional relationships between platform generalized forces and piston rod driving forces are established; System dynamic performance is simulated under stochastic vibration inputs; Derived from

the established dynamic equations, a system dynamic model is developed and a soft sliding mode controller is implemented; Using the implemented controller, comparative analysis of trajectory tracking performance is conducted for a parallel robot's sliding mode control effectiveness.

(3) Research on multi-scale spatial performance of the pose adjustment platform. Based on kinematic pair structures and connection characteristics, constraint conditions of kinematic pairs are established; Using the minimum distance criterion for spatial line segments, anti-interference conditions between linkages are formulated; Through optimized structural parameters, mechanism inverse kinematics solutions, and workspace theory, a mathematical model for platform performance evaluation is constructed; Numerical methods investigate workspace characteristics, analyzing platform rotation limits and spatial distribution boundaries under various positions; Based on established static stiffness models, the mechanism's Jacobian matrix is derived to compute global stiffness matrices; System condition numbers are formulated through the Jacobian matrix.

(4) Research on system implementation of drilling rig pose adjustment strategies. A pose adjustment strategy is proposed, with detailed elaboration on the construction principles of sliding mode control-based pose adjustment models; A stochastic vibration pattern is designed and appropriate excitation angles are selected; Input coupling and performance simulations are conducted, enabling kinematic analysis-based investigation of piston rod motion patterns; System dynamic equations are derived to explore driving force patterns in piston rods; Multi-scale spatial performance of the mechanism is analyzed through kinematic studies and numerical methods; Finally, pose adjustment simulations are implemented based on the designed strategy.

KEY WORDS: 6-PRSS; pose deviation; Jacobian matrix; spatial performance; pose adjustment strategy; dynamic performance

目录

基于 6-PRSS 的锚杆钻机六自由度位姿调整平台研究.....	I
摘要.....	I
ABSTRACT	IV
目录.....	VIII
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 研究现状.....	3
1.2.1 并联结构及运动学研究.....	3
1.2.2 动力学与调姿控制方法研究.....	4
1.2.3 并联机器人多尺度空间性能研究.....	5
1.3 论文来源及目标.....	7
1.3.1 论文来源.....	7
1.3.2 研究目标.....	7
1.4 论文结构.....	7
第 2 章 6-PRSS 构型位姿调整平台设计与运动学分析.....	10
2.1 6-PRSS 并联结构设计.....	10
2.1.1 多连杆并联结构设计.....	10
2.1.2 机构空间自由度分析.....	11
2.2 机构运动学理论分析.....	14
2.2.1 数学模型构建.....	14
2.2.2 驱动器逆向位姿求解.....	18
2.3 机构尺寸参数优化.....	20
2.3.1 性能目标函数构建.....	20
2.3.2 数值优化求解.....	21
2.4 运动学仿真与分析.....	23
2.4.1 随机振动规律设计.....	23
2.4.2 运动学仿真.....	26
2.5 本章小结.....	27

第 3 章 基于拉格朗日方程动力学分析与滑模控制研究	28
3.1 机构动力学模型构建	28
3.1.1 雅可比矩阵求解	28
3.1.2 动力学方程构建	29
3.2 系统动力学仿真	33
3.3 系统滑模控制研究	34
3.3.1 动力学模型构建	35
3.3.2 滑模控制器设计	35
3.3.3 系统稳定性判定	37
3.4 滑模控制仿真与分析	38
3.5 本章小结	42
第 4 章 基于数值法约束规则下机构多维空间性能剖析	43
4.1 工作空间分析	43
4.1.1 运动副约束分析	43
4.1.2 连杆干涉约束分析	44
4.2 工作空间表现仿真与分析	50
4.3 其它性能仿真与分析	52
4.4 结论	56
第 5 章 端到端集成式平台位姿调整性能试验与分析	57
5.1 位姿调整策略设计	57
5.2 振动规律设计	58
5.3 激振角度选取	59
5.4 输入耦合与性能仿真	60
5.4 位姿调整仿真	62
5.4.1 位移跟踪效果	62
5.4.2 位移跟踪误差	63
5.4.3 速度跟踪效果	64
5.4.4 速度跟踪误差	65
5.5 本章小结	66
第 6 章 结论与展望	68
6.1 结论	68

6.2 创新点	69
6.3 展望	70
参考文献	71
攻读学位期间取得的研究成果	80
致谢	81

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

在矿山开采、隧道挖掘及各类岩土工程作业中，锚杆钻机作为关键设备，承担着钻孔并安装锚杆以稳固岩体结构的重任^[1]，其种类较多，但大致结构如图 1-1 所示，图 1-1(a)为一种重型大矿用锚杆钻机，图 1-1(b)为一种气动小矿用锚杆钻机，本文研究对象主要针对小矿用锚杆钻机。钻机在作业过程常产生水平、纵向、垂直、俯仰、偏转和滚转方向的多维振动^[2]，一方面，钻孔时钻头与岩石间复杂且高频的相互作用，产生冲击性动态载荷，引发钻机机身强烈振动；另一方面，钻机自身动力系统，如电机、液压泵等运转时的不平衡力，进一步加剧振动问题，最终导致“有限振幅失稳”现象^[3-5]，引起机器人位姿偏移，影响钻机系统性能及机器人寿命。这种振动不仅严重影响钻孔精度，致使锚杆安装位置出现偏差，降低岩体锚固效果，危及工程结构安全；还会大幅缩短钻机零部件使用寿命，增加设备维护成本与停机时间，制约施工进度，阻碍工程高效推进^[6]。针对钻机工作振动导致位姿偏移问题，中国煤炭科工集团太原研究院开发的“掘锚一体机半主动消振技术”通过磁流变减振器与机器学习结合，实时调整振动参数，有效降低了设备振动对支护精度的影响^[7]。此外，锚杆钻机的自适应转速调整技术通过动态调节钻头转速，减少外部扰动对钻探过程的干扰，但此类技术多聚焦于局部优化，未从整体机构设计层面解决振动传递导致的钻机位姿偏移问题。



(a) 一种重型锚杆钻机



(b) 一种小型气动锚杆钻机

图 1-1 锚杆钻机结构

现有涉及到整体结构设计层面以图遏制钻机振动,达到最大程度抵消位姿偏移效果的研究并不理想,其多采用被动式减振装置^[8],如弹簧阻尼器等。此类装置虽能在一定程度上缓解振动,但因其固有参数难以依据复杂多变的作业工况实时动态调整,减振效果存在较大局限性。近年来,并联机器人技术不断发展,其作为现代机器人领域的重要分支,通常由多个支链连接动平台和定平台,具有多个输入输出关节。鉴于位姿精度高、承载力强、易于控制^[9]的优点,并联机构被广泛用于设备调姿与减振领域。一种并联结构及机器人抓取作业情况如图 1-2 所示,图 1-2(a)为一种抓取用并联机器人,图 1-2(b)为并联机器人抓取作业情形。利用并联机器人的结构优势与主动控制能力,可以实时调整动平台位姿,以抵消外界振动对系统的干扰,降低位姿偏移带来的不利影响。这些特点为解决锚杆钻机减振难题提供了全新技术路径与思路,引发了研究人员对将并联机器人应用于减振系统的广泛关注与深入探索。



(a)一种并联结构



(b)并联机器人抓取作业

图 1-2 并联机器人与抓取作业情况

现有基于并联机构的调姿减振装置,均未能有效解决锚杆钻机工作失稳问题。为有效应对多维方向振动导致的锚杆钻机失稳现象,本文在已有的传统并联机构基础上首次提出 6-PRSS 并联原理,设计一种基于 6-PRSS 的六自由度位姿调整平台、开展并联机构设计工作、解析机构运动学性能、构造动力学方程、搭建滑模控制器、剖析平台多尺度空间性能、提出钻机位姿调整策略并开展集成式平台位姿调整性能试验与分析,不仅解决了锚杆钻机位姿难以调整技术难题,而且对提高钻机的稳定性和使用寿命、保障井下作业人员的安全和健康、提升钻机的工作效率和质量等有重大意义。

1.2 研究现状

1.2.1 并联结构及运动学研究

结构设计是并联机构主体实现预期功能的重中之重，基于结构设计基础，研究机构运动学性能。在验证机构设计合理性的同时，为动力学分析提供数学基础，众多学者深入研究了并联结构与运动学相关内容。

面向个性化使用场景，多类型并联结构被广泛研究。在航空航天领域，谢宗武等^[10]为解决航天器空间对接问题，设计并研制一种 6-PSS 并联式调姿机构样机，采用 6-PSS 并联机构作为调姿主体并详细分析其运动学性能，该设计能够满足预期轨迹跟踪，但仅限于无重力场环境；同时，Chu 等^[11]为解决航天器制造过程中座舱对接精度问题，利用牛顿-欧拉法建立了无内力的姿态调节系统运动学模型，采用五阶多项式拟合座舱轨迹，该研究并未关注座舱调节机构设计，不能很好实现 6 自由度空间位姿调节。在重工装备领域，Liu 等^[12]设计了一种混合式机械臂，该机械臂由 3 自由度冗余空间并联机构与 3 自由度平面并联机构组合构成，用于实现大型设备位姿调节，该混合式并联机构模型构建复杂，运动性能有待提高；Li 等^[13]提出了新型 6 自由度混合机构运动平台，该平台下部由 3 自由度空间冗余并联机构组成，中部和上部由平面并联机构组成，该机构能有效调整重型设备姿态。在医学诊断领域，Bao 等^[14]为实现超声探头位姿自适应调整，设计了 3 自由度并联机构，该机构虽能实现超声探头位姿自动调整功能，但不具备高承载与全空间运动能力，无法适应恶劣工况；Araujo-Gómez 等^[15]提出了一种双平移和双旋转(2T2R)4-DOFs 并联机构，并设计了膝关节康复和诊断机电一体化系统，该 4 自由度并联机构在膝关节康复训练中发挥重要作用。在光伏能源领域，Du 等^[16]采用 U-PRU-PUS 并联机构作为太阳能跟踪装置主体，该装置能够有效实现位姿调节并跟踪太阳，但承载能力弱，无法在移动平台上安装大型设备。在精密仪器领域，Zhao 等^[17]为解决精密仪器振动导致位姿偏差问题，设计了一种 3 自由度混合驱动并联机构，该混合驱动机构拥有 2 个驱动器，只能实现 2 个输出，无法实现全方位多角度空间位姿调整；Gao 等^[18]针对车载精密设备振动隔离问题，提出了一种基于带有关节间隙的并联机构的多维振动隔振器，该隔振器由 4-PUU 并联机构组成，具备 3 个平移自由度与 1 个旋转自由度，虽然该隔振器在 4 自由度位姿调整上取得不错表现，但无法适用于 6 自由度空间位姿调整。

Ye 等^[19]提出了一种具有四种移动配置的可重构并联机构,研究了可重构并联机构的位置解析模型。根据螺旋理论,建立了统一雅可比矩阵,并用于分析不同构型中并联机构的奇异性。

综上所述,基于并联机构所设计的位姿调整装置与方法,均能有效纠正设备位姿,但这些机构要么不具备高负载使用条件,要么不具备 6 自由度全空间作业能力,不适用于由振动引起的机械设备位姿调整。

1.2.2 动力学与调姿控制方法研究

机构动力学分析是实现高精度、实时控制的前提,也是位姿调节过程液压杆驱动力控制的基础。动力学研究的是机器人各个驱动关节的驱动力矩与末端动平台位置、速度和加速度之间的关系,众多学者对并联机构动力学进行了深入分析。

孙小勇等^[20]分析了风洞实验用柔性 6-PSS 并联机构动力学性能,利用一阶影响系数法推导出机构雅可比矩阵,在拉格朗日方程基础上,推导出机构动力学方程。该研究虽然建立了机构动力学模型,但仅限于柔性机构,且没有提出具有针对性的控制方法。邓槟槟等^[21]针对绳索驱动 6-DOFs 并联机构,构建了系统运动学模型,推导了系统动力学方程,设计了一种全新的快速终端滑模同步控制策略,该研究为绳索构型并联机器人动力学与控制研究提供了宝贵经验。Wang 等^[22]提出了一种具有解析前向位移分析功能的新型 3-DOF 机构。与一般基于逆运动学的动力学分析不同,该算法建立了机构的位移、速度和加速度方程。通过分析各节点上的力,基于牛顿-欧拉方法,构建并求解了逆动力学方程。该机构在工件的抓取、喷涂和拾取方面具有潜在的应用前景。Zhang 等^[23]提出了一种基于 4-UPU 并联机构的新型 4 自由度多维隔振平台,通过主动控制与被动减振结合的方式,为并联机构调姿减振提供了新思路。在微重力太空作业环境下,Liu 等^[24]采用比例-积分-微分(PID)和 H 无穷(H_∞)方法设计了控制系统,并提出一种应用于空间站的并联机构主动隔振系统与控制方法,该主动隔离系统减振效果不错,但微重力下振动具备低频、小振幅特性,与钻机作业下的振动差别很大;Chi 等^[25]设计了一种多自由度的航天器有效载荷隔振平台,采用线性抗扰动控制(LADRC)算法进行控制,该算法无法很好应用于大扰动非线性条件下;Wang 等^[26]设计了基于 3 自由度并联机构的隔振平台,采用了基于磁流变阻尼器的半主动控制策略完成隔振任务,该隔振平台能够很好抑制低自由度下振动现象,但

对于高自由度振动工况则束手无策，且采用磁流变阻尼器运维成本较大；Liu 等^[27]研究了一种改进的三自由度冗余驱动并联平台，提出一种终端滑模控制，该控制方法有效调整平台位姿，为钻机位姿调整提供了很好的启示作用；Khan 等^[28]针对新型软体机器人主动减振，使用反馈误差来定义 PID 滑动面，设计了一种基于 PID 滑动面的滑模控制器，该控制器能有效地将振动幅值抑制在较小的范围内；Cuvillon 等^[29]针对电缆驱动的并联机器人，提出一种基于机器人动力学线性化模型的增益调度方法；Hamaguchi 等^[30]采用并联连杆机构和三个气动执行机构作为主动减震器主体，采用最优调节器对终板进行控制，能够实现机器人在不同环境下位姿自适应调整，但该机器人采用轮式运动结构，无法适用于钻机固定作业情形。

1.2.3 并联机器人多尺度空间性能研究

空间性能作为衡量并联机构工作能力与应用适应性的关键指标，涵盖工作空间、奇异性、灵巧度、刚度等多个重要方面，对其深入探究有助于优化机构设计、提升控制精度及拓展应用范围，众多学者对并联机构空间性能的研究乐此不疲。

在工作空间上，陈伟杰^[31]等人通过空间极限搜索法得出并联机器人工作空间。优化结果表明，并联机器人具备泛空间作业及强承载能力，但该研究主要关注工作空间和承载能力的优化，较少讨论其他性能指标如灵巧度和静刚度等。崔国华等^[32]利用 Isight 软件对 3-UPS-S 并联机器人工作空间、承载能力和精度等指标进行了多目标优化，优化后的机器人性能显著提升。但该文章主要关注优化方法，对相关性能指标讨论较少。蒲志新等^[33]提出了一种可用于分拣、搬运以及包装等操作的四自由度并联机构，分析了机构奇异位形并计算了工作空间，该研究也同样未关注静刚度等其它性能指标。Feller 等^[34]提出了一种新型三足被动柔顺 4-DOFs 腿敏捷机器人，研究了机器人躯干作为附加末端执行器的工作空间，该研究只关注了柔顺化 4 自由度结构，且未考虑到机器人其它性能表现。Zhao 等^[35]提出 4PPa-2PaR 构型的 M 型装配模式并联机器人，运用遗传算法得到最优设计参数，提高了机器人的空间性能，为并联机器人设计提供了新思路。Zaccaria 等^[36]提出了一种平面连续体并联机器人的工作空间评估方法，采用基于逆几何静力学问题迭代解的探索性算法，用于工作空间计算，该研究为并联机构工作空间求解提供新思路。Nigatu 等^[37]针对 1T2R 并连机械手的混合自由度导致尺寸不一致

问题,提出了一种具有约束嵌入逆雅可比矩阵基于点的方法,并使用该方法优化并联机械手工作空间,该方法可较好解决尺寸不一致结构参数优化问题。Pusey 等^[38]研究了不同几何构型、动平台尺寸和方向对工作空间和精度的影响,全面分析了绳索悬挂并联机器人的尺寸与空间性能关系。但该研究仅针对绳索悬挂并联机器人,并未关注到绳索驱动与多连杆刚性驱动并联机器人间显著差异。Kumar 等^[39]针对工厂流水线上零件高效处理问题,设计了协作电缆驱动机器人,通过定义电缆最大力和平台倾斜角度描述静态平衡工作空间,并求解其静态平衡工作空间,但该研究未考虑到不同驱动方式对并联机构设计的影响。Yang 等^[40]围绕完全约束绳索驱动并联机器人(CDPM)的空间性能展开研究,基于三种张力条件定义了力封闭工作空间(FCWS)和可行力系工作空间(FWWS),采用递归降维技术和离散化算法生成并量化工作空间,能够有效处理复杂的 CDPM 工作空间问题,但未涉及其他类型并联机器人,研究成果的通用性受到限制,无法直接应用于更广泛的并联机器人领域。Wu 等^[41]针对喷漆用并联机器人应用场景,运用数值模拟方法,对四种工作模式的工作空间和动态性能进行对比,直观展示了不同工作模式下机器人的性能差异,为机器人的设计和应用提供了有力的支持。但该研究未充分考虑控制策略对机器人实际可达工作空间和动态性能的影响,实际应用中控制算法的优劣会直接影响机器人的性能表现。Qin 等^[42]设计了用于建筑施工的双缆悬挂机器人,使用多目标粒子群算法对双缆悬机器人的设计变量进行优化,以确保具有足够大的无碰撞可构建工作空间,该研究应用场景具有一定局限性。在灵巧度与静刚度上,Huang 等^[43]在并联机器人设计优化中,同时考虑工作空间和灵巧度两个关键性能特征,相较于仅关注单一指标的研究,更全面地反映了机器人的空间性能。但仅针对特定的两自由度平面并联机器人进行研究,未涉及其他类型和自由度的并联机器人。Li 等^[44]研究了一种 SDelta 结构的新型并连机器人,使用基于螺钉理论的几何方法进行的运动学分析得出两个雅可比矩阵,采用几何方法进行工作空间分析,通过离散化进行灵巧性分析。Arsenault 等^[45]在并联机器人优化设计上,全面考虑了工作空间、奇异位形、灵巧度和刚度四个关键性能指标,改变了以往研究仅关注单一或部分指标的局限性,使研究结果更能反映机器人的实际应用性能并且运用遗传算法进行优化计算,这种算法在处理复杂的多参数优化问题时具有全局搜索能力,能够在众多可能的参数组合中找到较

优解，提高了优化设计的效率和准确性。该研究对并联机构尺寸优化与空间性能分析具有深远意义。

1.3 论文来源及目标

1.3.1 论文来源

本课题的研究获得以下项目支持：

(1) 安徽省未来技术研究院企业合作项目：视觉引导机器人动态分拣异形件作业研究（项目编号：2023qyhz18）；

(2) 安徽省检测技术与节能设备重点实验室开放研究基金：立体扫描智能识别机器人抛磨焊缝研究（项目编号：JCKJ2022A03）。

本人承担 6 自由度并联机器人结构设计、性能分析及调姿控制研究，为后续工作奠定基础。

1.3.2 研究目标

现有基于并联机构的调姿和减振装置，均未能有效解决锚杆钻机工作失稳问题。为有效应对多维方向振动导致的锚杆钻机失稳现象，在已有的传统并联机构基础上，首次设计一种六自由度位姿调整平台并提出一种控制策略，实时在线调整缓冲平台位姿，有效解决钻机工作失稳问题。

1.4 论文结构

本文结构主要分为四大研究内容，分别为基于 6-PRSS 构型位姿调整平台设计与运动学分析；基于虚功原理的拉格朗日方程动力学分析与滑模控制研究；基于数值法约束规则下机构多维空间性能剖析；端到端集成式平台位姿调整性能试验与分析。研究方法及技术路线如图 1-3 所示。

(1) 6-PRSS 构型位姿调整平台设计与运动学分析

提出一种 6-PRSS 多连杆并联机构，将该并联机构作为位姿调整平台主体，采用螺旋理论与修正后 K-G 公式核算机构自由度；简化机构物理模型，基于机构自身空间特性，求解运动副绝对位置，利用副连杆长度一致性原理，推导活塞杆位置表达关系式，基于活塞杆函数表达式，详细讨论变量间关系；为使平台达到最佳位姿调节效果，综合考量机构性能相关因素，构建钻机最佳工作状态目标

函数，采用遗传优化算法优化结构参数；设计一种随机振动规律，开展系统运动学仿真，基于构建的详细运动学分析理论，用以评价所设计机构运动学性能与响应。

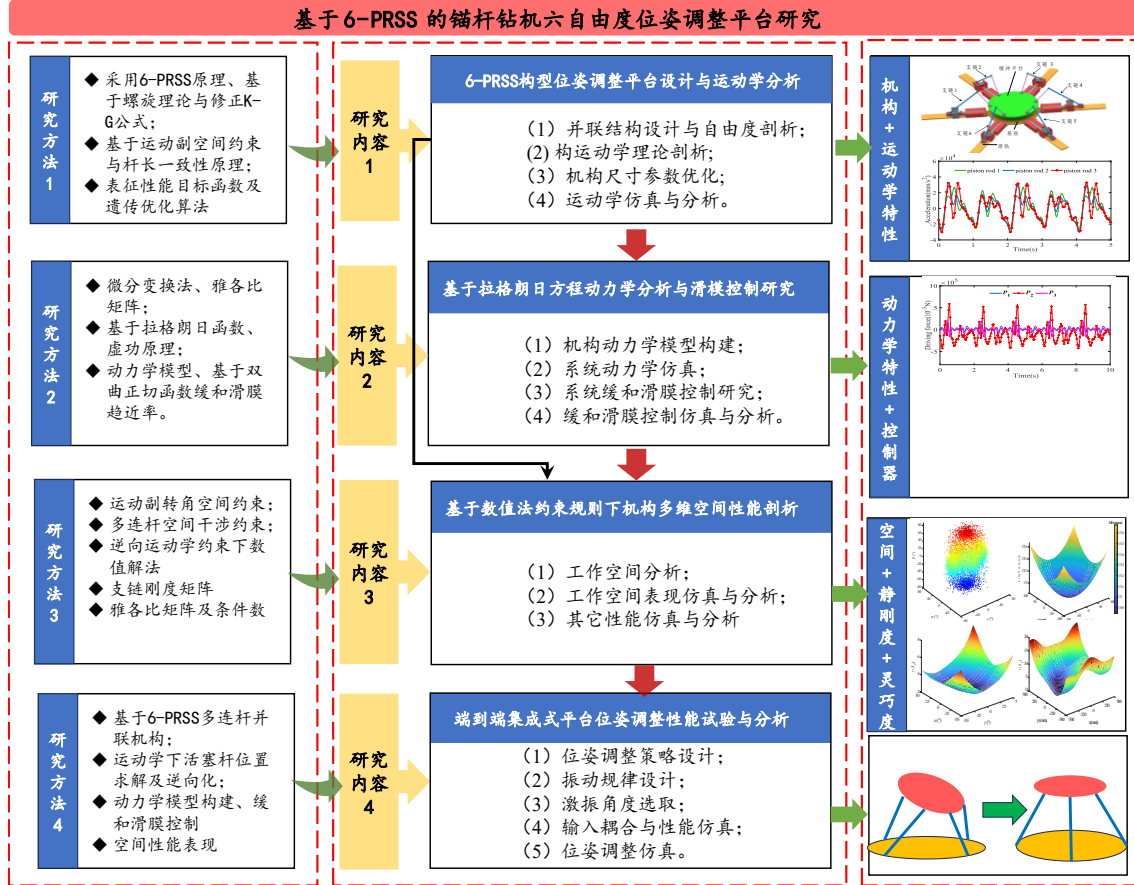


图 1-3 研究内容与技术路线

(2) 基于拉格朗日方程动力学分析与滑模控制研究

基于运动学分析，输出活塞杆位移隐函数表达式，采用微分变换法求解机构雅可比矩阵；简化机构数学模型，使用拉格朗日方程法构建系统动力学方程；基于虚功原理与微积分理论，构建平台广义合力与活塞杆所受驱动力函数关系；基于输入随机振动函数，仿真系统动力学性能；基于构建的动力学方程，衍生搭建系统动力学模型；定义位移跟踪误差，引入缓和滑膜趋近率，搭建系统滑模控制器；采用 LaSalle 不变性原理，判定系统稳定性；基于搭建的系统控制器，对比了一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制效果。

(3) 基于数值法约束规则下机构多维空间性能剖析

深入剖析位姿调节平台综合性能表现，基于运动副结构与连接特性，构建运动副约束条件，分析转角极限位置；基于空间线段最小距离判断定理，剖析连杆

约束规则，建立杆间防干涉条件；基于优化后的结构参数、机构运动学逆解及工作空间理论，构建位姿调整平台性能数学模型，采用数值法研究机构工作空间表现，探讨不同位置下平台转角极限与空间分布极限；基于建立的静刚度数学模型，推导机构雅可比矩阵，计算整体刚度矩阵，仿真系统静刚度性能；基于雅可比矩阵构建系统条件数，仿真机构灵巧度性能。

(4) 端到端集成式平台位姿调整性能试验与分析

提出一种位姿调整策略，详细阐述基于滑模控制位姿调整模型搭建原理，通过反置运动学分析求出的活塞杆实时位移，将其标记为预期轨迹用于控制跟踪，保证活塞杆实时复原，实现钻机位姿调整功能。设计一种随机振动规律，将其作为输入量传递至机构运动学模型，兼顾到 R 副转角控制简易性和活塞杆工作有效性，选取激振角度。开展输入耦合与性能仿真，基于运动学剖析，对机构隐函数表达式求导，得活塞杆运动学变化规律，推导系统动力学方程，探索活塞杆驱动力规律，基于运动学分析与数值法，剖析机构多尺度空间性能；最后基于设计的位姿调整策略，开展位姿调整仿真。

第 2 章 6-PRSS 构型位姿调整平台设计与运动学分析

2.1 6-PRSS 并联结构设计

设计一种并联机构，将其作为姿态调整平台主体。并联机构核心设计需综合考量多方因素，以满足矿钻作业场景下的性能需求。设计核心主要包括机构驱动方式选择、支链布局构思、运动副类型确定及自由度校核等。其中，自由度是衡量并联机构运动能力的重要指标，其计算与分析是机构设计的关键环节。除上述核心要素外，还需考虑机构的尺寸参数、质量分布情况，这些因素均会影响机构运动学与动力学性能。

2.1.1 多连杆并联结构设计

锚杆钻机工作时产生多维振动，该振动导致钻机位姿发生偏移，提出一种 6-PRSS 多连杆并联机构，将其作为调姿减振平台主体，用于纠正钻机位姿并达到减振效果。该 6-PRSS 多连杆并联机构主要由缓冲平台、主连杆、副连杆、运动副及基座构成，一种基于 6-PRSS 的六自由度位姿调整平台的整体结构，如图 2-1 所示。

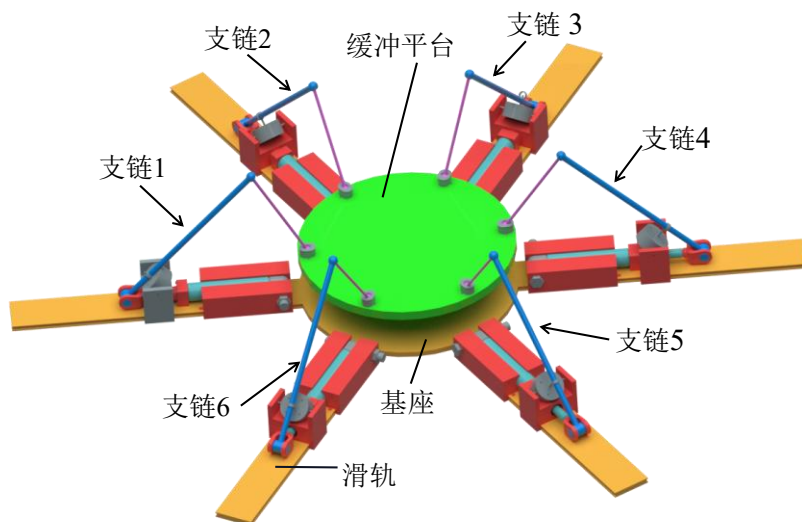


图 2-1 整体结构

图 2-1 中，所属位姿调整平台的 6 条支链均布于基座周身，6 条支链结构一致。其中，缓冲平台与基座通过 6 条支链连接，缓冲平台用于安装锚杆钻机并吸

收部分振动能量。为清晰呈现支链的构成与运动传递关系，一种基于 6-PRSS 的六自由度位姿调整平台的支链结构，如图 2-2 所示。

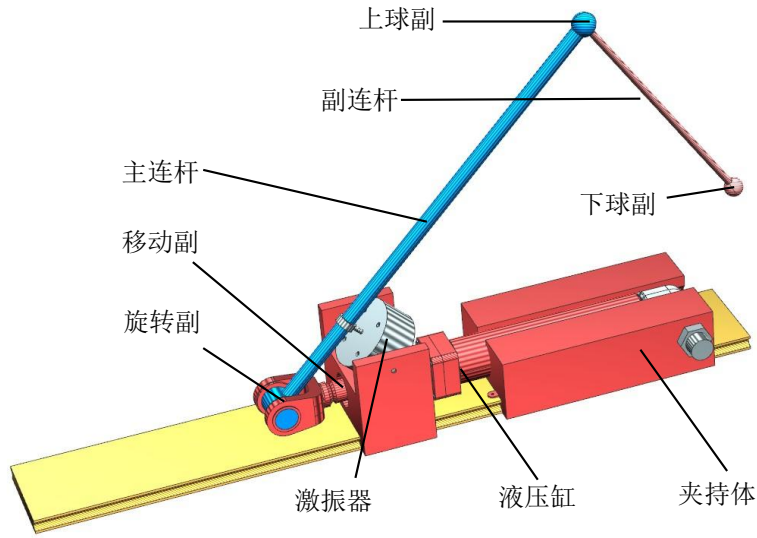


图 2-2 支链结构

图 2-2 中，支链从下至上分别由夹持体、液压缸、激振器、旋转副(R 副)、主连杆、上球副(上 S 副)、副连杆、下球副(下 S 副)等构成。支链上的夹持体安装于滑轨上，用于固定液压缸；活塞杆在液压缸中做往复运动，视为移动副(P 副)。驱动器作为辅助部件用于调节 R 副转角；采用的多连杆结构具备更高的灵活性，可提高调姿效率。

位姿调整平台作业原理大致为：调节液压缸流量，控制活塞杆位移，运动由 P 副传递到与 R 副连接的主连杆上，经上 S 副传递到副连杆，最终传递到缓冲平台。通过纠正缓冲平台位姿，实现钻机调姿功能。

2.1.2 机构空间自由度分析

传统 K-G 公式不易处理复杂空间机构自由度，采用高等机构学中的螺旋理论^[46]计算自由度，基于约束螺旋的自由度求解法验证机构设计的合理性，通过修正的 K-G 公式进一步验证理论正确性。

空间直线plücker坐标可表示^[47]为：

$$\begin{cases} Q = (S; S_0) = (S; r \times S) \\ S = Li + Mj + Nk \\ S_0 = r \times S = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ L & M & N \end{vmatrix} \\ r = (x_1 \quad y_1 \quad z_1) \\ h = \frac{S \cdot S_0}{S \cdot S} \\ S \cdot S_0 = 0 \end{cases} \quad (2-1)$$

式中 S 为运动副轴线单位矢量； r 为轴线上一点的位置矢量； S_0 为 S 对原点的线距； L 、 M 、 N 为 S 的空间坐标值； x_1 、 y_1 、 z_1 为 r 坐标值； h 为螺旋的节距。利用一组对偶矢量 S 和 S_0 即可确定运动副轴线在空间中的位置。

机构具有对称性，故对第 i 个支链($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)进行螺旋分析，图 2-3 为支链 i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)的运动螺旋系。图 2-3 中， $O - XYZ$ 坐标系的原点 O 建在 P 副运动方向的延长线上， X 轴位于该延长线并指向 R 副位置， Z 轴垂直于 X 轴且位于主连杆运动平面内，方向向上指到上 S 副位置， Y 轴建立符合右手定则。 Q_{i1} 表示第 i 个支链中 P 副的运动螺旋； Q_{i2} 表示 R 副的运动螺旋； Q_{i3} 、 Q_{i4} 、 Q_{i5} 表示上 S 副的运动螺旋； Q_{i6} 、 Q_{i7} 、 Q_{i8} 表示下 S 副的运动螺旋。

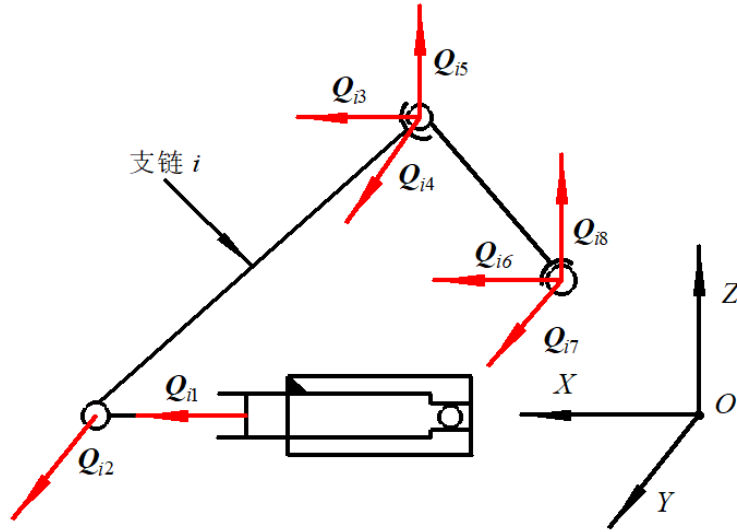


图 2-3 支链 i 运动螺旋系

根据公式(2-1)与螺旋理论，可知支链 i 的运动螺旋系为：

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{i1} = (0 & 0 & 0; 1 & 0 & 0) \\ \mathbf{Q}_{i2} = (0 & 1 & 0; 0 & 0 & f_{i2}) \\ \mathbf{Q}_{i3} = (1 & 0 & 0; 0 & e_{i3} & 0) \\ \mathbf{Q}_{i4} = (0 & 1 & 0; d_{i4} & 0 & f_{i4}) \\ \mathbf{Q}_{i5} = (0 & 0 & 1; 0 & e_{i5} & 0) \\ \mathbf{Q}_{i6} = (1 & 0 & 0; 0 & e_{i6} & 0) \\ \mathbf{Q}_{i7} = (0 & 1 & 0; d_{i7} & 0 & f_{i7}) \\ \mathbf{Q}_{i8} = (0 & 0 & 1; 0 & e_{i8} & 0) \end{cases} \quad (2-2)$$

式中, f_{i2} 、 e_{i3} 、 d_{i4} 、 f_{i4} 、 e_{i5} 、 e_{i6} 、 d_{i7} 、 f_{i7} 、 e_{i8} 为对应运动螺旋的分量, 仅确定运动副轴线对坐标原点的线距位置, 不影响机构自由度分析, 无需给出具体数值。

由空间相似性关系知, 上 S 副与下 S 副对应轴线位置还存在如下关系

$$\begin{cases} e_{i3} = k_1 \cdot e_{i6} \\ d_{i4} = k_2 \cdot d_{i7} \\ f_{i4} = k_3 \cdot f_{i7} \\ e_{i5} = k_4 \cdot e_{i8} \end{cases} \quad (2-3)$$

式中, k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 为常数, 表倍数关系。空间坐标具有齐次性, 系数 k_i 不影响位置关系。结合式(2-2)、(2-3)分析, 易知该分支螺旋系无反螺旋, 6 个支链无分支约束系, 缓冲平台不存在来自 6 个支链的约束螺旋, 因此该机构具有 6 个自由度。在此基础上, 采用修正的 K-G 公式进行验证, 则有

$$\begin{cases} M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \xi \\ d = 6 - \lambda \end{cases} \quad (2-4)$$

式中, M 为机构自由度数; d 表示机构阶数; λ 表示机构公共约束; n 为构件总数; g 为运动副总数; f_i 为第 i 个运动副自由度数; v 为冗余约束; ξ 为局部自由度。基于空间机构学与上述螺旋理论, 因该机构无反螺旋故无公共约束, 则 $\lambda = 0$, $d = 6$ 。

图 2-4 为提出的 6-PRSS 多连杆并联机构运动简图。由图可见, 机构关于中心线呈正六边形对称分布, 可得 $n = 20$, $g = 24$, $\sum_{i=1}^g f_i = 48$; 因上 S 副仅在平面内运动, 故损失 2 个自由度, 但因支链耦合作用, 6 个上 S 副共损失 6 个自由度, 故 $v = 6$; 主连杆可绕自身轴线转动, 故 $\xi = 6$ 。代入式(2-4)中, 得出该机构自由度为 6。

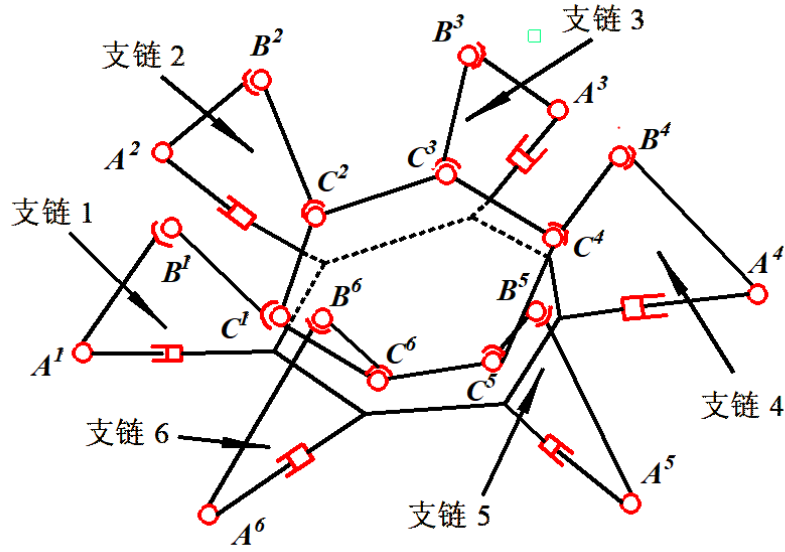


图 2-4 机构运动简图

通过约束螺旋理论与修正的 K-G 公式计算并验证了该机构自由度为 6，为机构实现 6 自由度位姿调节打下基础，同时为运动学分析提供条件。

2.2 机构运动学理论分析

运动学分析是研究并联机器人运动学性能、建立运动学模型的基础，它对于设计、控制以及任务规划具有重要意义。本研究关注逆运动学分析，6-PRSS 多连杆并联机构运动学分析主要包括支链上各铰点空间位置关系式建立与机构输入输出铰点位置函数关系求解。构建详细的运动学分析理论，用以评价所设计机构运动学性能与响应。

2.2.1 数学模型构建

初始状态下，缓冲平台、基座与水平面平行，支链 1 与支链 4 结构如图 2-5 所示。结合图 2-4、图 2-5，可将支链 i 上的 R 副铰点记为 $\{A^i\}$ ，上 S 副铰点记为 $\{B^i\}$ ，下 S 副铰点记为 $\{C^i\}$ ， $\{C^i\}$ 点的连线构成正六边形。建立如图 2-5 所示坐标系，具体建立过程如下：在缓冲平台上建立动坐标系 $O_1 - X_1Y_1Z_1$ ，坐标中心 O_1 位于动平台中心， Y_1 轴垂直于动平台向上， Z_1 轴平行于动平台指向左， X_1 轴遵循右手螺旋定则垂直于 $O_1 - Y_1Z_1$ 面。在基座上建立固定坐标系 $O_0 - X_0Y_0Z_0$ ，坐标中心 O_0 位于基座中心并与 O_1 在基座的投影重合， Y_0 轴垂直于基座， Z_0 轴平行基座指向左， X_0 轴遵循右手螺旋定则垂直 $O_0 - Y_0Z_0$ 面。

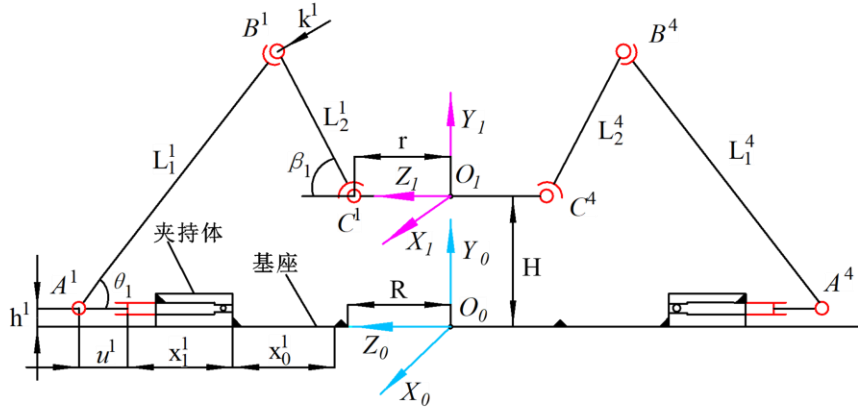
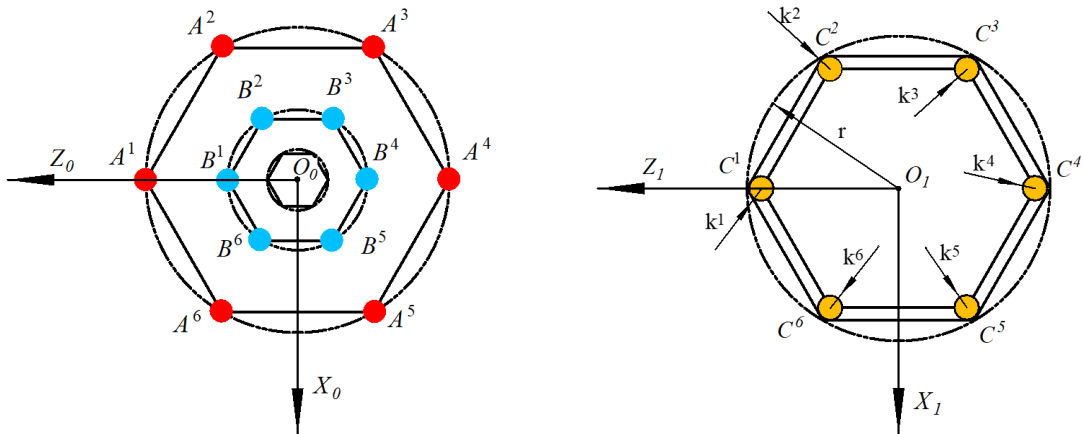


图 2-5 支链 1 与支链 4 结构

图 2-5 中的符号具体含义为：基座与滑轨的铰链点构成正六边形，其外接圆半径为 R ；动平台各顶点构成正六边形并切于 $\{C^i\}$ ，其外接圆半径为 r ； x_0^i 为夹持体末端至滑轨与基座铰链处距离； x_1^i 为液压缸前端至夹持体末端距离； u^i 为活塞杆位移； h^i 为 R 副中心到基座距离； θ^i 为主连杆与基座水平夹角； L_1^i 为主连杆长度； L_2^i 为副连杆长度； β^i 为副连杆与动平台较小的水平夹角； H 为动平台中心至基座中心距离； k^i 为上、下 S 副半径。

初始状态下 $\{A^i\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 与 $\{B^i\}$ 在固定坐标系 $O_0-X_0-Z_0$ 中投影、 $\{C^i\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 在动坐标系 $O_1-X_1-Z_1$ 中投影分布如图 2-6 所示。图中红色区域代表 $\{A^i\}$ 投影位置，其中心点连线构成正六边形；蓝色区域代表 $\{B^i\}$ 投影位置，其中心点连线构成正六边形；黄色区域代表 $\{C^i\}$ 位置。


 图 2-6 $\{A^i\}$ 、 $\{B^i\}$ 、 $\{C^i\}$ 在坐标系投影分布

基于机构对称性, 仅给出 R 副铰点 $\{A^i\}(i = 1, 2)$ 在固定坐标系 $O_0 - X_0Z_0$ 中具体的投影位置与尺寸关系如图 2-7 所示, 其中黑色区域代表上述构件铰链点。

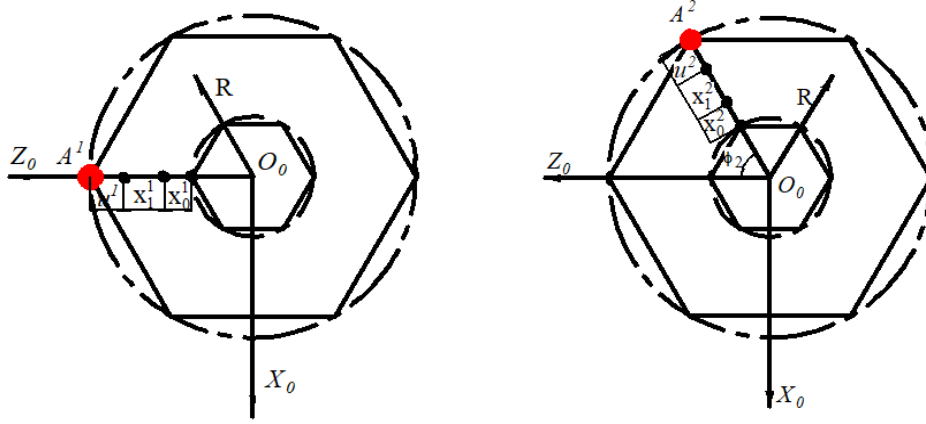


图 2-7 $\{A^i\}$ 在坐标系投影位置与尺寸

结合图 2-6 与图 2-7 分析, 得 $\{A^i\}(i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 在固定坐标系 $O_0 - X_0Y_0Z_0$ 下的空间位置为

$$\begin{cases} A^1 = [0 \quad h^1 \quad a^1]^T \\ A^2 = [-a^2 \sin \varphi_2 \quad h^2 \quad a^2 \cos \varphi_2]^T \\ A^3 = [-a^3 \sin \varphi_3 \quad h^3 \quad -a^3 \cos \varphi_3]^T \\ A^4 = [0 \quad h^4 \quad -a^4]^T \\ A^5 = [a^5 \sin \varphi_5 \quad h^5 \quad -a^5 \cos \varphi_5]^T \\ A^6 = [a^6 \sin \varphi_6 \quad h^6 \quad a^6 \cos \varphi_6]^T \end{cases} \quad (2-5)$$

式中, $\varphi_i (i = 2, 3, 5, 6)$ 为 $\{A^i\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 与 Z_0 轴所夹锐角, 还有

$$\begin{cases} a^1 = u_0^1 + x_1^1 + x_0^1 + R \\ a^2 = u_0^2 + x_1^2 + x_0^2 + R \\ a^3 = u_0^3 + x_1^3 + x_0^3 + R \\ a^4 = u_0^4 + x_1^4 + x_0^4 + R \\ a^5 = u_0^5 + x_1^5 + x_0^5 + R \\ a^6 = u_0^6 + x_1^6 + x_0^6 + R \end{cases} \quad (2-6)$$

至此已求解出 R 副在固定坐标系下的空间位置, 为上 S 副位置求解打下基础。因下 S 副投影位置映射在动平台上, 与其它运动副无干涉, 当具体尺寸给定, 其在动坐标系下的位置也就随之确定, 结合图 2-6, 得 $\{C^i\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 在动坐标系 $O_1 - X_1Y_1Z_1$ 下的空间位置为

$$\begin{cases} \mathbf{C}^1 = [0 \quad k^1 \quad r - k^1]^T \\ \mathbf{C}^2 = [-(r - k^2) \sin \varphi_2 \quad k^2 \quad (r - k^2) \cos \varphi_2]^T \\ \mathbf{C}^3 = [-(r - k^3) \sin \varphi_3 \quad k^3 \quad -(r - k^3) \cos \varphi_3]^T \\ \mathbf{C}^4 = [0 \quad k^4 \quad -(r - k^4)]^T \\ \mathbf{C}^5 = [-(r - k^5) \sin \varphi_5 \quad k^5 \quad -(r - k^5) \cos \varphi_5]^T \\ \mathbf{C}^6 = [(r - k^6) \sin \varphi_6 \quad k^6 \quad (r - k^6) \cos \varphi_6]^T \end{cases} \quad (2-7)$$

式中, φ_i 为 $\{\mathbf{C}^i\}$ 与坐标原点 O_1 的连线和 Z_1 轴所夹锐角, 至此下 S 副在动坐标系下的位置已求解。

由于 R 副与上 S 副间存在特定约束关系, 同时考虑到对称性, 所以给出 $\{\mathbf{B}^i\} (i = 1, 2)$ 与 $\{\mathbf{A}^i\}$ 在固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 中的具体投影位置与尺寸关系, 如图 2-8 所示。

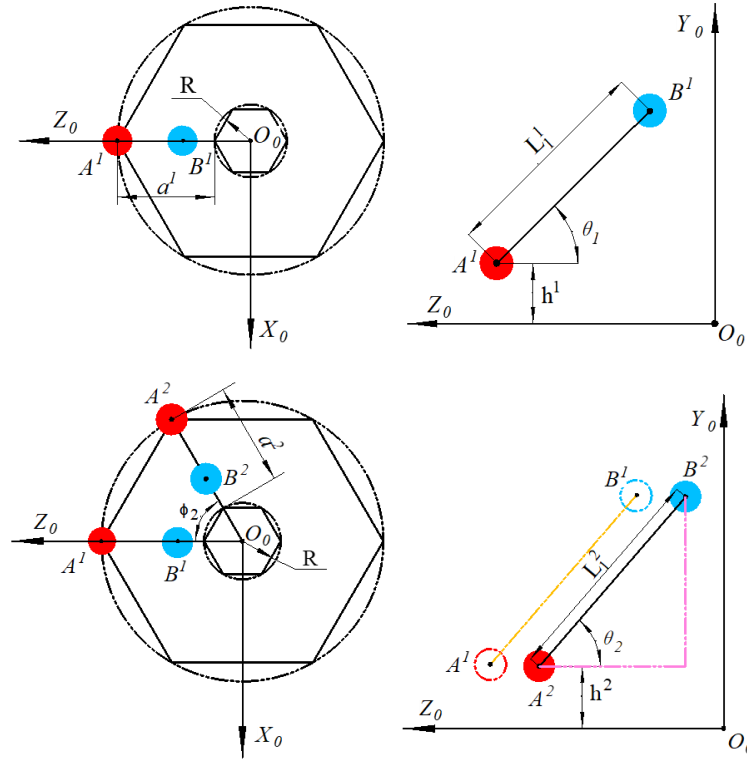


图 2-8 $\{\mathbf{B}^i\} (i = 1, 2)$ 与 $\{\mathbf{A}^i\}$ 在坐标系中投影

此并联机构 6 个支链均受 P 副和 R 副运动约束, 由 P 副与 R 副单自由度特性, 可知 6 根主连杆的运动轨迹只能分别位于垂直于基座且平行于导轨的平面内, 由此可得 $\{\mathbf{B}^i\} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 与 $\{\mathbf{A}^i\}$ 的 6 组约束方程:

$$\begin{bmatrix} X_0^1 \\ Y_0^1 \\ Z_0^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \end{bmatrix} [\mathbf{A}^1 \mathbf{B}^1] \quad \begin{bmatrix} X_0^2 \\ Y_0^2 \\ Z_0^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_2 \sin \varphi_2 \\ \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix} [\mathbf{A}^2 \mathbf{B}^2] \quad (2-8)$$

$$\begin{bmatrix} X_0^3 \\ Y_0^3 \\ Z_0^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_3 \sin \varphi_3 \\ \sin \theta_3 \\ -\cos \theta_3 \cos \varphi_3 \end{bmatrix} [A^3 B^3] \quad \begin{bmatrix} X_0^4 \\ Y_0^4 \\ Z_0^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta_4 \\ -\cos \theta_4 \end{bmatrix} [A^4 B^4] \quad (2-9)$$

$$\begin{bmatrix} X_0^5 \\ Y_0^5 \\ Z_0^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 \sin \varphi_5 \\ \sin \theta_5 \\ -\cos \theta_5 \cos \varphi_5 \end{bmatrix} [A^5 B^5] \quad \begin{bmatrix} X_0^6 \\ Y_0^6 \\ Z_0^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 \sin \varphi_6 \\ \sin \theta_6 \\ \cos \theta_6 \cos \varphi_6 \end{bmatrix} [A^6 B^6] \quad (2-10)$$

联立式(2-5)、(2-6)、(2-8)、(2-9)及(2-10)，可得 $\{B^i\}$ 在固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 下的空间位置为

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^1 &= [0 \quad h^1 + L_1^1 \sin \theta_1 \quad a^1 + R - L_1^1 \cos \theta_1]^T \\ \mathbf{B}^2 &= [-(a^2 + R - L_1^2 \cos \theta_2) \sin \varphi_2 \quad h^2 + L_1^2 \sin \theta_2 \quad (a^2 + R - L_1^2 \cos \theta_2) \cos \varphi_2]^T \\ \mathbf{B}^3 &= [-(a^3 + R - L_1^3 \cos \theta_3) \sin \varphi_3 \quad h^3 + L_1^3 \sin \theta_3 \quad -(a^3 + R - L_1^3 \cos \theta_3) \cos \varphi_3]^T \\ \mathbf{B}^4 &= [0 \quad h^4 + L_1^4 \sin \theta_4 \quad -(a^4 + R - L_1^4 \cos \theta_4)]^T \\ \mathbf{B}^5 &= [(a^5 + R - L_1^5 \cos \theta_5) \sin \varphi_5 \quad h^5 + L_1^5 \sin \theta_5 \quad -(a^5 + R - L_1^5 \cos \theta_5) \cos \varphi_5]^T \\ \mathbf{B}^6 &= [(a^6 + R - L_1^6 \cos \theta_6) \sin \varphi_6 \quad h^6 + L_1^6 \sin \theta_6 \quad (a^6 + R - L_1^6 \cos \theta_6) \cos \varphi_6]^T \end{aligned} \quad (2-11)$$

至此已求解出 R 副铰点 $\{A^i\}$ 、上 S 副铰点 $\{B^i\}$ 在 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 下的位置和下 S 副铰点 $\{C^i\}$ 在 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 下的空间位置，下面需将 $\{C^i\}$ 在 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 的空间位置转化到 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 中。

2.2.2 驱动器逆向位姿求解

已知动坐标系与固定坐标系间存在一个位姿变换矩阵，设从动坐标系 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 到固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 的变换矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & s\alpha s\gamma + c\alpha s\beta c\gamma & x \\ s\alpha s\beta & c\alpha c\gamma + s\alpha s\beta s\gamma & s\alpha \sin \beta c\gamma - s\gamma c\alpha & y \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta \cos \gamma & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

式中， $c\alpha = \cos \alpha$ 、 $s\gamma = \sin \gamma$ ，依此类推。 α 表示缓冲平台绕 Z_0 轴旋转角度， β 表示缓冲平台绕 Y_0 轴旋转角度， γ 表示缓冲平台绕 X_0 轴旋转角度， x 、 y 、 z 分别表示缓冲平台沿 X_0 轴、 Y_0 轴、 Z_0 轴移动量。

那么，在固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 下，动平台上任意一点的坐标可表示为

$$\begin{bmatrix} P_b^i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} P^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

式中， P^i 为任意一点在动坐标系下的坐标， P_b^i 为其在固定坐标系下坐标，由式(2-

13)可知

$$\begin{bmatrix} C_b^i \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} C^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

式中 C_b^i 即为待求的6个 $\{C^i\}$ 在固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 下位置。

当动平台位姿按照预期规律变化时,即式(2-12)中未知量已知,联立式(2-7)和(2-14),可求解 C_b^i 坐标,由于方程所含参数较多、公式较长,受篇幅影响,仅列出求解的 $C_b^i (i = 1, 2)$ 坐标

$$\begin{cases} C_b^1 = \begin{bmatrix} x - (s\gamma s\alpha + c\gamma c\alpha s\beta)(k^1 - r) + k^1 c\alpha s\gamma s\beta \\ y + k^1(c\gamma c\alpha + s\alpha s\gamma s\beta) + V_1 \\ z + k^1 s\gamma c\beta - c\gamma c\beta(k^1 - r) \end{bmatrix} \\ C_b^2 = \begin{bmatrix} x - c\varphi_2(s\gamma s\alpha + c\gamma c\alpha s\beta)(k^2 - r) + k^2 c\alpha s\gamma s\beta + V_2 \\ y + c\varphi_2(c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^2 - r) + V_3 \\ z + k^2 s\gamma c\beta - s\varphi_2 s\beta(k^2 - r) - c\gamma c\varphi_2 c\beta(k^2 - r) \end{bmatrix} \\ \begin{cases} V_1 = (c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^1 - r) \\ V_2 = (c\alpha c\beta s\varphi_2)(k^2 - r) \\ V_3 = (s\varphi_2 s\alpha s\beta)(k^2 - r) + k^2(c\gamma c\alpha + s\gamma s\alpha s\beta) \end{cases} \end{cases} \quad (2-15)$$

假设其余 $C_b^i (i = 3, 4, 5, 6)$ 坐标为

$$C_b^i = [x_i \ y_i \ z_i]^T \quad (2-16)$$

分析任一支链结构,联立式(2-11)和(2-16),这里也仅给出支链1和2运动学逆解的隐函数表达式,由空间关系易知支链上 $B^i C^i (i = 1, 2)$ 的约束方程为

$$\begin{cases} \begin{cases} \sqrt{(x - (s\gamma s\alpha + c\gamma c\alpha s\beta)(k^1 - r) + k^1 c\alpha s\gamma s\beta)^2 + P_1 + P_2} = L_2^1 \\ \sqrt{(y - h^2 + k^2(c\gamma c\alpha + s\gamma s\alpha s\beta) - L_1^2 s\theta_2 + P_3)^2 + P_4 + P_5} = L_2^2 \end{cases} \\ \begin{cases} P_1 = (y - h^1 + k^1(c\gamma c\alpha + s\gamma s\alpha s\beta) + (c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^1 - r) - L_1^1 s\theta_1)^2 \\ P_2 = (2r + u^1 + x_0^1 + x_1^1 - z - k^1 s\gamma c\beta + c\gamma c\beta(k^1 - r))^2 \\ P_3 = c\varphi_2(c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^2 - r) \\ P_4 = (c\varphi_2(2r + u^2 + x_0^2 + x_1^2 - L_1^2 c\theta_2) - z - k^2 s\gamma c\beta + s\varphi_2 s\beta(k^2 - r) + c\gamma c\varphi_2 c\beta(k^2 - r))^2 \\ P_5 = (x + s\varphi_2(2r + u^2 + x_0^2 + x_1^2 - L_1^2 c\theta_2) - c\varphi_2(s\gamma s\alpha + c\gamma c\alpha s\beta)(k^2 - r) + k^2 c\alpha s\gamma s\beta + c\alpha c\beta s\varphi_2(k^2 - r))^2 \end{cases} \end{cases} \quad (2-17)$$

其余支链上 $B^i C^i (i = 3, 4, 5, 6)$ 的隐函数约束方程为

$$\overline{B^i C_b^i} = \|B^i - C_b^i\|_2 = \sqrt{(B_x^i - x_i)^2 + (B_y^i - y_i)^2 + (B_z^i - z_i)^2} = L_2^i \quad (2-18)$$

由此求得机构运动逆解，求解时需注意到约束方程中存在 u^i 的二次项，需要结合具体工况取舍相应的解，当动平台发生位姿变化时，通过上述推导并结合式(2-17)、(2-18)进行分析，可得到如下结论：

(1) 参数给定的条件下， $\{C^i\}(i = 1,2,3,4,5,6)$ 在动坐标系 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 下的空间位置已知；动平台位姿变化规律已知前提下，即式(2-12)中 α 、 β 、 γ 、 x 、 y 、 z 已知，则 $\{C^i\}$ 在固定坐标系 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 下的空间位置已知。

(2) $\{A^i\}(i = 1,2,3,4,5,6)$ 在固定坐标系 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 下的空间位置除了受给定参数影响，还和待求变量即活塞杆位移 u^i 影响； $\{B^i\}(i = 1,2,3,4,5,6)$ 在固定坐标系 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 下的空间位置由 $\{A^i\}$ 确定，其除了受变量 u^i 控制，还和独立变量 θ_i 有关。

(3) 在副连杆杆长 L_2^i 给定前提下，机构运动学逆解方程受三个独立变量 u^i 、 θ_i 及时间 t 控制，其中 u^i 为最终待求量。

2.3 机构尺寸参数优化

锚杆钻机在矿区作业时，实际工作状态会受诸多因素影响，如位姿调整平台结构、矿井物理环境、矿钻对象属性等，其中位姿调整平台结构特点为变量中的不变量。针对该特性，通过优化基于 6-PRSS 的六自由度位姿调整平台结构参数，使钻机达到最佳工作状态。为实现设计要求，以钻机最佳工作状态为目标函数，采用遗传优化算法获取位姿调整平台最优结构参数。

2.3.1 性能目标函数构建

综合考量位姿调整平台工作空间、静刚度和灵巧度等因素^[48]，构造性能目标函数 $G(x)$ 为

$$\begin{cases} G(x) = \omega_1 g_1(x) + \omega_2 g_2(x) + \omega_3 g_3(x) \\ G(x)_{\max} = \max[\omega_1 g_1(x) + \omega_2 g_2(x) + \omega_3 g_3(x)] \end{cases} \quad (2-19)$$

式中， $g_1(x)$ 、 $g_2(x)$ 、 $g_3(x)$ 分别为与机构工作空间、静刚度和灵巧度相关的子目标函数； ω_1 、 ω_2 、 ω_3 分别为对应的权重系数。相关约束条件已在第 4 章详细讨论。

以工作空间散点数评价工作空间范围，子目标函数 $g_1(x)$ 取机构在给定最大

转角位置处工作空间散点总数 M 的最大值^[49]，则有

$$g_1(x) = \max(M) \quad (2-20)$$

静刚度作为衡量机构在静态载荷下抵抗变形能力的重要指标，并联机构负载薄弱处主要集中在支链连杆处，将 6 条支链刚度系数组成单位矩阵作为机构刚度矩阵^[50]，子目标函数 $g_2(x)$ 取工作空间各离散点处静刚度平均值 γ_1 的最大值，则有

$$\begin{cases} g_2(x) = \max(\gamma_1) \\ \gamma_1 = \frac{\sum_{j=1}^M (J^T k J)}{M} \\ \mathbf{k} = \text{diag}(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6) \end{cases} \quad (2-21)$$

式中， J 为雅可比矩阵、 j 为工作空间散点数、 $k_j (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 为支链刚度系数。

雅各比条件数为衡量机构灵巧度的一个重要指标，基于雅可比矩阵的条件数，可反映机构在特定配置下的运动性能和稳定性^[51]。故以雅各比条件数为机构灵巧度指标，条件数定义为矩阵的最大奇异值与最小奇异值的比值，则有

$$\tau(J) = \frac{\sigma_{\max}(J)}{\sigma_{\min}(J)} = \|J\| \cdot \|J^{-1}\| \quad (2-22)$$

式中， $\sigma_{\max}(J)$ 和 $\|J\|$ 是雅可比矩阵最大奇异值、 $\sigma_{\min}(J)$ 是雅可比矩阵最小奇异值， $\|J^{-1}\|$ 是雅可比矩阵最小奇异值的倒数。

取工作空间各离散点处雅可比条件数平均值 γ_2 的最大值，则针对位姿调整平台构造的子目标函数 $g_3(x)$ 可表示为

$$\begin{cases} g_3(x) = \max(\gamma_2) \\ \gamma_2 = \frac{\sum_{j=1}^M [\tau(J_1) + \tau(J_2)]}{M} \\ \begin{cases} \tau(J_1) = \|J_1\| \cdot \|J_1^{-1}\| \\ \tau(J_2) = \|J_2\| \cdot \|J_2^{-1}\| \end{cases} \end{cases} \quad (2-23)$$

式中， J_1 、 J_2 分别为雅可比矩阵中表示平移和旋转部分的局部矩阵； $\tau(J_1)$ 、 $\tau(J_2)$ 分别为矩阵 J_1 、 J_2 的条件数； $\|J_1\|$ 、 $\|J_2\|$ 分别为矩阵 $J_1^T J_1$ 和 $J_2^T J_2$ 的最大奇异值； $\|J_1^{-1}\|$ 、 $\|J_2^{-1}\|$ 分别为矩阵 $J_1^T J_1$ 和 $J_2^T J_2$ 的最小奇异值的倒数。

2.3.2 数值优化求解

面向锚杆钻机作业环境设计位姿调整平台，基于现实物理条件，确定平台所需设计参数。需设计参数主要包括缓冲平台尺寸、6 条支链尺寸、球副半径等，具体变量如下表 2-1 所示。

表 2-1 具体所需优化设计变量

设计变量	R	r	x_0^i	x_1^i	h^i	L_1^i	L_2^i	k^i	φ_i
单位	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	rad

将上述设计变量视为复合多元函数，则有

$$t = (R, r, x_0^i, x_1^i, h^i, L_1^i, L_2^i, k^i, \varphi_i) (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (2-24)$$

根据设计要求，结合钻机作业环境，确定各变量尺寸范围如下

$$\begin{cases} 800\text{mm} \leq R \leq 1200\text{mm} \\ 300\text{mm} \leq r \leq 600\text{mm} \\ 100\text{mm} \leq x_0^i \leq 220\text{mm} \\ 1080\text{mm} \leq x_1^i \leq 1320\text{mm} \\ 100\text{mm} \leq h^i \leq 200\text{mm} \\ 1650 \leq L_1^i \leq 2050\text{mm} \\ 1100\text{mm} \leq L_2^i \leq 1300\text{mm} \\ 45\text{mm} \leq k^i \leq 65\text{mm} \\ \varphi_i = \frac{\pi}{3}\text{rad} \end{cases} \quad (2-25)$$

缓冲平台空间转角对机构整体性能影响最大，故在总目标函数 $G(x)$ 中，对与工作空间相关的子目标函数 $g_1(x)$ 的权重系数 ω_1 取较大值，同时将表征静刚度和灵巧度的子目标函数 $g_2(x)$ 和 $g_3(x)$ 权重系数 ω_2 与 ω_3 取同值，则有

$$\begin{cases} \omega_2 = \omega_3 = x \quad (0 \leq x \leq 1) \\ \omega_2 = \omega_3 \leq \omega_1 \end{cases} \quad (2-26)$$

针对优化目标，找到一组合适的位姿调整平台结构参数，使得多目标函数 $G(x)$ 最优。采用 MATLAB 优化工具箱中的遗传算法求解上述优化问题^[52]，取 $\omega_1 = 0.7$ ， $x = 0.3$ 。遗传算法优化结构参数具体流程如图 2-9 所示。

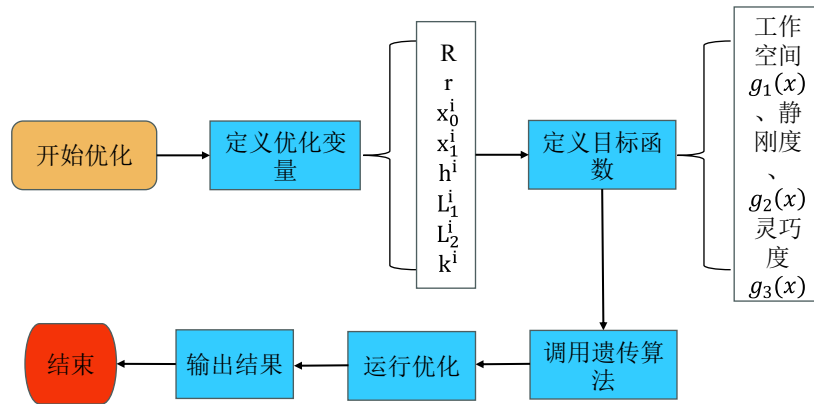


图 2-9 遗传算法优化结构参数流程

最终输出优化结果，求得各设计变量的适宜尺寸如表 2-2 所示。

表 2-2 设计参数优化后尺寸

设计变量	R	r	x_0^i	x_1^i	h^i	L_1^i	L_2^i	k^i	φ_i
数值	1000	500	180	1280	160	1950	1200	50	$\frac{\pi}{3}$
单位	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	rad

基于优化后的设计参数，机构完整系统参数值如下：构件所用材质为钢，密度 $\rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{kg/cm}^3$ ；动平台组厚度 $h_d = 50 \text{mm}$ ，根据转动惯量微积分公式^[53]得：动平台组的转动惯量 $j_x = j_z = 5.53 \times 10^5 \text{kg} \cdot \text{mm}^2$ ， $j_y = 3.85 \times 10^5 \text{kg} \cdot \text{mm}^2$ 。基于运动学部分内容，构建机构数学模型，根据机构空间约束关系，推导出机构尺寸设计一般约束方程，参考一般锚杆钻机尺寸规格，待入方程后计算得出机构其他相关几何尺寸。其它参数见表 2-3。

表 2-3 系统参数数值表

参数符号	R	r	x_0^i	x_1^i	h^i	L_1^i	L_2^i	k^i	m_i	m_i^d	φ_i
数值	1000	500	180	1280	160	1950	1200	50	3	10	$\frac{\pi}{3}$
单位	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg	kg	rad

2.4 运动学仿真与分析

2.4.1 随机振动规律设计

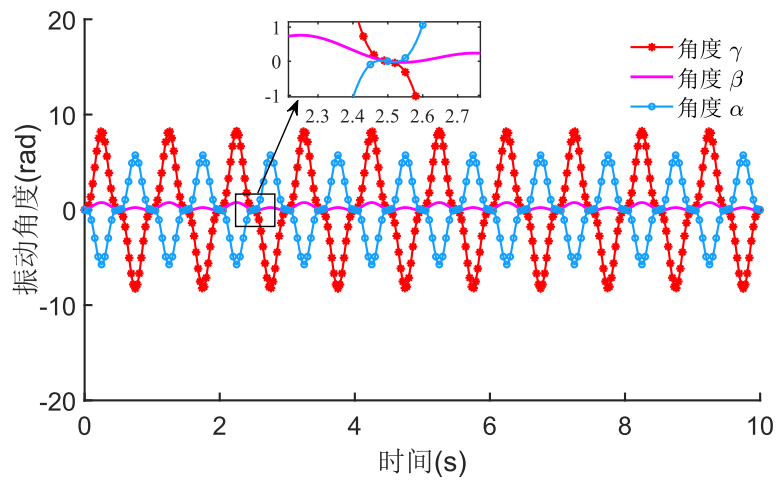
振动由锚杆钻机传递至缓冲平台上，由于振动具有随机性，基于锚杆钻机作业属性，结合相关振动研究成果^[54]，为确保系统对振动规律普适性，设计了一种随机缓冲平台振动规律，用于测试机构运动学性能，振动规律为

$$\begin{cases} x = t - 3s(t)^3 + 0.5s(t)^2 \\ y = \frac{t}{2} + 2s(t)^3 + 0.3s(t)^2 \\ z = t + 2s(t)^3 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = \frac{\pi}{12}s(t) + 8s(t)^3 \\ \beta = \frac{\pi}{12}s(t) + 0.5s(t)^2 \\ \alpha = \frac{\pi}{12}s(t) - 6s(t)^3 \end{cases} \quad (2-27)$$

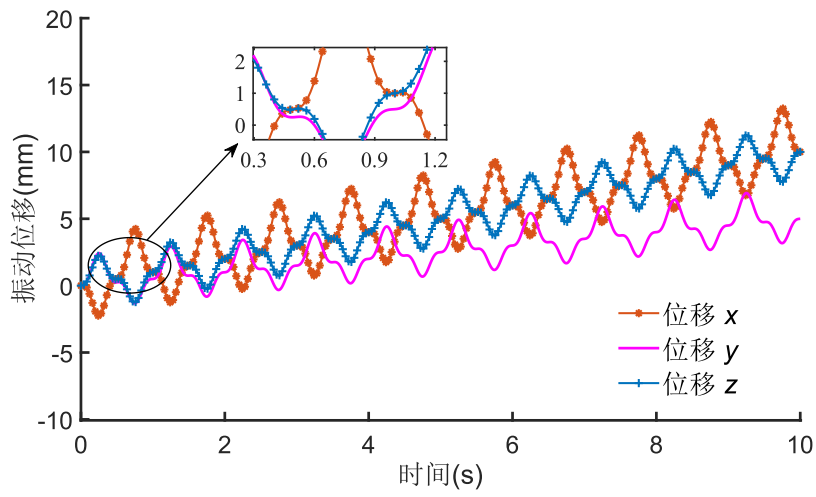
式中：

$$s(t) = \sin(2\pi t) \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (2-28)$$

根据随机振动规律绘制的动平台振动曲线如图 2-10 所示，以下图中数值正负代表方向变化。

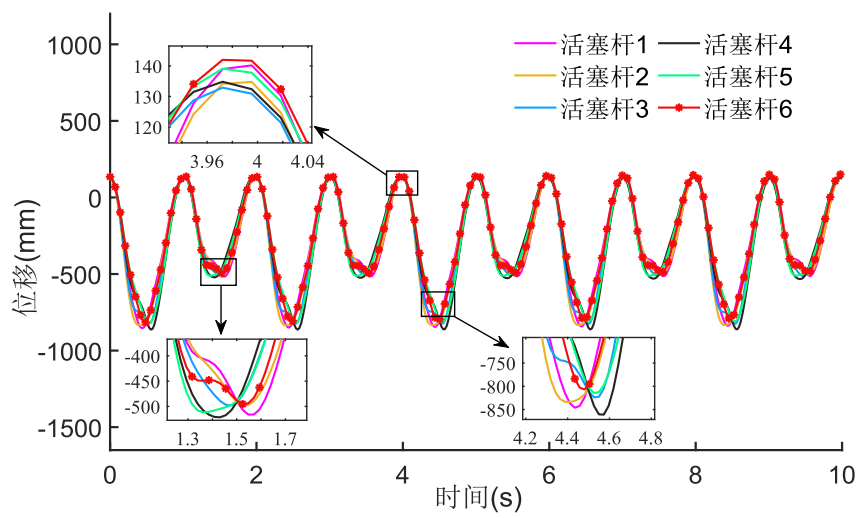


(a)动平台振动角度变化图

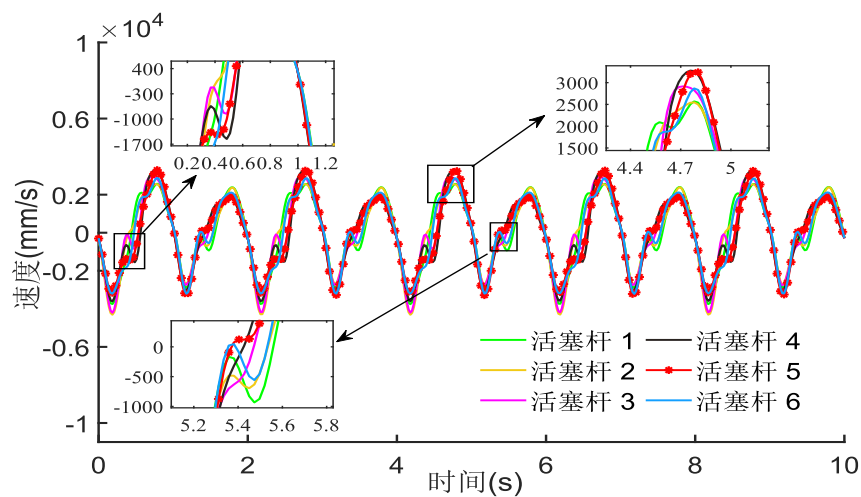


(b)动平台振动位移变化图

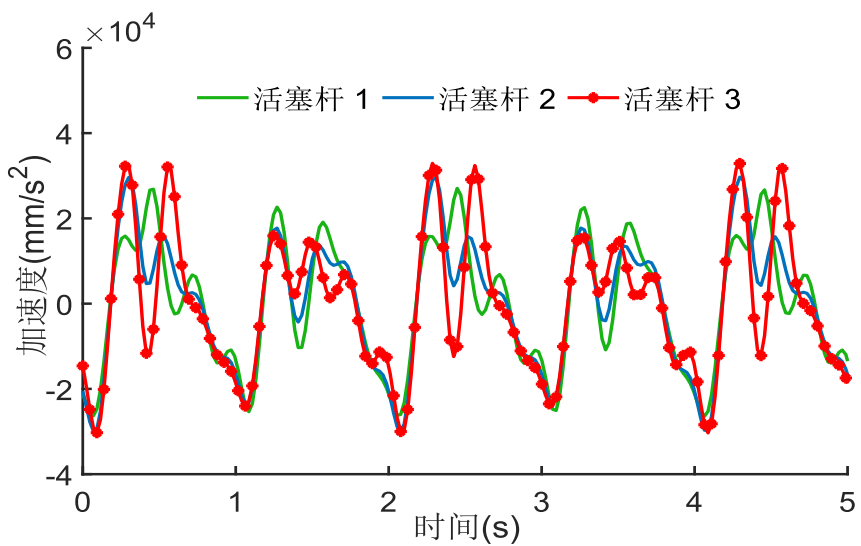
图 2-10 动平台振动曲线图



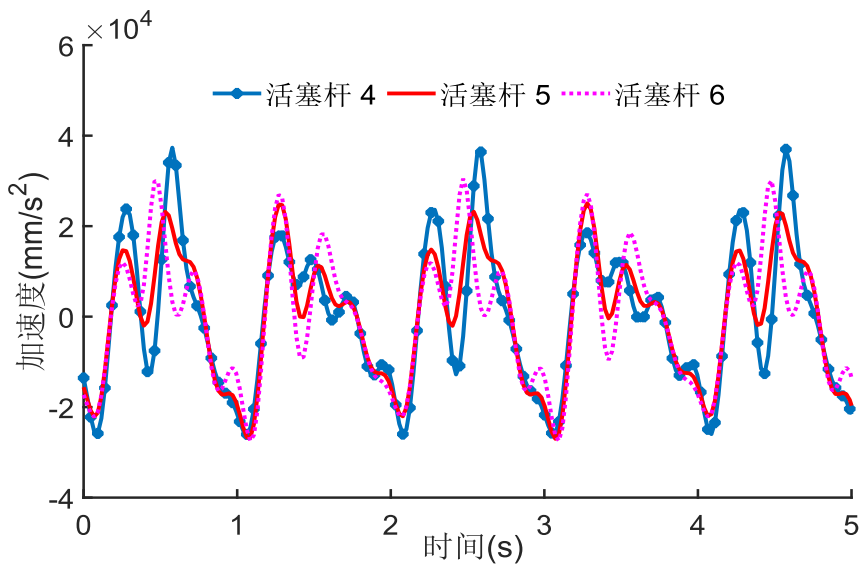
(a)位移曲线



(b)速度曲线



(c)活塞杆 1、2、3 加速度



(d)活塞杆 4、5、6 加速度

图 2-11 活塞杆位移、速度、加速度

2.4.2 运动学仿真

表征系统运动学性能指标的数据由位移、速度与加速度，分析系统驱动元件即活塞杆的相关运动学数据，评判机构设计合理性与动态响应能力。根据系统给定的参数和运动规律，对机构隐函数表达式求导，得活塞杆位移、速度、加速度变化规律，如图 2-11 所示。以下图表中正负号仅代表方向。

从仿真结果来看，图 2-11(a)为系统中 6 个支链的活塞杆位移变化规律，结果表明 6 个支链的活塞杆均以初始位置为原点，按照近似于余弦函数做周期运动，运动过程较为平滑，在一个周期内，活塞杆 3、4、5 的位移在 $[0.33,0.53]$ s 区间上有明显波动，活塞杆 1、2、6 的位移在 $[1.30,0.531.50]$ s 区间上有明显波动，波谷即最大位移出现在活塞杆 4 上，数值为 -863.5mm ，其中正负号表示方向，波峰即最小位移出现在活塞杆 3 上，数值为 135.7mm 。图 2-11(b)为系统中 6 个支链的活塞杆速度变化规律，结果表明活塞杆速度也具有周期性，在一个周期内，活塞杆 3、4、5 的速度在 $[0.33,0.53]$ s 区间上有明显变化，活塞杆 1、2、6 的速度在 $[0.53,0.55]$ s 区间上有明显变化，这与活塞杆位移变化情况相吻合，其中波谷即最大速度出现在活塞杆 2 上，数值为 -4312mm/s 。图 2-11(c)和图 2-11(d)为系统中 6 个支链的活塞杆加速度变化规律，结果表明活塞杆加速度一样具有周期性，该加速度由活塞杆位移产生，仅反应速度变化情况，其中波峰即最大加速度出现在活塞杆 4 上，数值为 $3.74 \times 10^4\text{mm/s}^2$ 。所有支链上的活塞杆位移最值、速度和加速度最大值情况见表 2-4。

表 2-4 活塞杆位移最值、速度和加速度最大值情况

类别	最大位移(mm)	最小位移(mm)	最大速度 (mm/s)	最小速度(mm/ s^2)
活塞杆 1	-854.6	146.5	-3755	2.71×10^4
活塞杆 2	-835.1	137.2	-4312	-3.01×10^4
活塞杆 3	-825.7	135.7	-4206	3.30×10^4
活塞杆 4	-863.5	136.2	-3610	3.74×10^4
活塞杆 5	-820.8	141.6	3293	-2.70×10^4
活塞杆 6	-815.5	150.8	-3217	3.01×10^4

同时从表 2-4 可知，6 个支链上的活塞杆位移最大值与最小值分布均较为集中，其中位移最大值均在 $[-863.5, -815.5]\text{mm}$ 之间，区间长度仅为 48mm ，最小值分布也集中在 $[135.7, 150.8]\text{mm}$ 之间，区间长度仅为 15.1mm ，同时所有活塞杆

最大位移均为负值，最小位移均为正值，最值位置分布具有对称性，这与机构设计的对称性相对应。速度最大值可达 $[3217, 4312]\text{mm/s}$ ，说明机构响应速度快，具备极端时间内调整位姿到达预期位置的能力，加速度最大值分布集中在 $[2.70 \times 10^4, 3.74 \times 10^4]\text{mm/s}^2$ 之间，进一步证明机构具备快速作业能力。同时结合图 2-11 和表 2-4 综合分析，可知活塞杆在一个周期内先加速后减速至位移最大处，此时速度为0，然后反向加速和减速到达位移最小处，此时速度为0，在此阶段中最大加速度可达 $[2.70 \times 10^4, 3.74 \times 10^4]\text{mm/s}^2$ 。上述结果表明该机构设计合理，活塞杆反应速度快，运动平稳，能在很短时间内调整位姿。

2.5 本章小结

本章原创性地提出了一种 6-PRSS 多连杆并联机构，将该并联机构作为位姿调整平台主体，采用螺旋理论与修正后 K-G 公式核算机构自由度；简化机构物理模型，基于机构自身空间特性，求解运动副绝对位置，利用副连杆长度一致性原理，推导活塞杆位置表达关系式，基于活塞杆函数表达式，详细讨论变量间关系；为使平台达到最佳位姿调节效果，综合考量机构性能相关因素，构建钻机最佳工作状态目标函数，采用遗传优化算法优化结构参数；设计一种随机振动规律，进行了系统运动学仿真，分析活塞杆的相关运动学数据，基于数据分析发现：系统中 6 个支链的活塞杆位移变化规律，结果表明 6 个支链的活塞杆均以初始位置为原点，按照近似于余弦函数做周期运动，运动过程较为平滑。最大位移出现在活塞杆 4 上，数值为 -863.5mm ，最小位移出现在活塞杆 3 上，数值为 135.7mm ；最大速度出现在活塞杆 2 上，数值为 -4312mm/s ；最大加速度出现在活塞杆 4 上，数值为 $3.74 \times 10^4\text{mm/s}^2$ 。仿真结果表明：机构设计合理，运动学性能较好，活塞杆反应速度快，运动平稳，具备在短时间内调整位姿能力。

第3章 基于拉格朗日方程动力学分析与滑模控制研究

3.1 机构动力学模型构建

动力学分析主要包括系统雅可比矩阵建立与动力学方程构建^[55]。其中雅可比矩阵是连接活塞杆力学指标和缓冲平台力学指标的桥梁,通过一定变换,可将缓冲平台的速度和力映射到活塞杆上^[56]。动力学分析用于评估机构动力学性能优劣以及为实现高精度滑模控制提供条件。基于拉格朗日方程与虚功原理,将作用在缓冲平台的广义力转换为活塞杆上的关节力矩,构建关节力矩表达式,用于控制策略中系统动力学模型构建。为评估机构动力学性能优劣以及为实现高精度滑模控制提供条件,采用拉格朗日法对机构逆动力学建模分析。

3.1.1 雅可比矩阵求解

使用基于符号运算的微分变换法求解机器人雅可比矩阵^[57],根据式(2-18),可解得活塞杆 $u^i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 运动规律,以支链1的活塞杆位移 u^1 为例

$$u^1 = M_0 + M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$$

$$\begin{cases} M_0 = z - x_0^1 - x_1^1 - 2r + L_1^1 c\theta_1 + 2h^1 y - L_1^1 \wedge 2s\theta_1^2 (h^1)^2 \\ M_1 = -x^2 - y^2 - 2h^1 L_1^1 s\theta_1 + 2L_1^2 y s\theta_1 - k^1 c\gamma^2 c\alpha^2 \\ M_2 = -(k^1)^2 c\alpha^2 s\gamma^2 - r^2 c\alpha^2 s\gamma^2 - (k^1)^2 s\gamma^2 s\alpha^2 - r^2 s\gamma^2 s\alpha^2 \\ M_3 = -2rxs\gamma s\alpha + 2k^1 r c\alpha^2 s\gamma^2 \\ M_4 = 2k^1 r s\gamma^2 s\alpha^2 + 2h^1 k^1 c\gamma c\alpha + \dots + k^1 s\gamma c\beta - c\gamma c\beta (k^1 - r) \\ M_5 = g^1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \end{cases} \quad (3-1)$$

式中, $c\alpha^2$ 、 $s\gamma^2$ 为 $\cos^2\alpha$ 、 $\sin^2\alpha$ 简写,以此类推。分析式(3-1),易知 u^1 是一个复合多元函数表达式,将 $u^i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 整理成通式即

$$\begin{cases} u^i = G^i(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \theta_i) \\ x = f_x(t), y = f_y(t), z = f_z(t) \\ \alpha = f_\alpha(t), \beta = f_\beta(t), \gamma = f_\gamma(t), \theta_i = f_{\theta_i}(t) \end{cases} \quad (3-2)$$

式(3-2)中存在 $\theta_i = f_{\theta_i}(t)$,后文已给出运动规律并进行了验证,故认为是 u^i 的已知量。对式(16)两端关于时间 t 微分变换后,得

$$\dot{u}^i = \frac{\partial G^i}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial G^i}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial G^i}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial G^i}{\partial \gamma} \frac{d\gamma}{dt} + \frac{\partial G^i}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dt} + \frac{\partial G^i}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (3-3)$$

将式(3-3)整理成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{u}^1 \\ \dot{u}^2 \\ \dot{u}^3 \\ \dot{u}^4 \\ \dot{u}^5 \\ \dot{u}^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = [J]_{6 \times 6} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = [J]_{6 \times 6} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

式中, $[J]_{6 \times 6}$ 是连接驱动关节即活塞杆和末端执行器即动平台的桥梁, 通过一定变换, 可将动平台上的速度和力映射到平移副上。 $[J]_{6 \times 6}$ 就是要求解的雅可比矩阵^[57], 根据公式分析可知, 其只与机构运动学尺寸有关, 是机构本身固有属性。

那么将 $[J]_{6 \times 6}$ 具体展开可得

$$[J]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u^1}{\partial x} & \frac{\partial u^1}{\partial y} & \frac{\partial u^1}{\partial z} & \frac{\partial u^1}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^1}{\partial \beta} & \frac{\partial u^1}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial u^2}{\partial x} & \frac{\partial u^2}{\partial y} & \frac{\partial u^2}{\partial z} & \frac{\partial u^2}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^2}{\partial \beta} & \frac{\partial u^2}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial u^3}{\partial x} & \frac{\partial u^3}{\partial y} & \frac{\partial u^3}{\partial z} & \frac{\partial u^3}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^3}{\partial \beta} & \frac{\partial u^3}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial u^4}{\partial x} & \frac{\partial u^4}{\partial y} & \frac{\partial u^4}{\partial z} & \frac{\partial u^4}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^4}{\partial \beta} & \frac{\partial u^4}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial u^5}{\partial x} & \frac{\partial u^5}{\partial y} & \frac{\partial u^5}{\partial z} & \frac{\partial u^5}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^5}{\partial \beta} & \frac{\partial u^5}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial u^6}{\partial x} & \frac{\partial u^6}{\partial y} & \frac{\partial u^6}{\partial z} & \frac{\partial u^6}{\partial \gamma} & \frac{\partial u^6}{\partial \beta} & \frac{\partial u^6}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

联立式(3-3)、(3-4)、(3-5), 即可求解出 $[J]_{6 \times 6}$ 具体值, 由于篇幅影响, 只给出 J_{11} 部分表达式, $[J]_{6 \times 6}$ 中的值用 $J_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 表示。

$$J_{11} = \frac{\partial u^1}{\partial x} = -(2x - 2k^1 s \gamma s \alpha + 2r s \gamma s \alpha - 2k^1 c \gamma c \alpha s \beta + 2r c \gamma c \alpha s \beta + 2k^1 c \alpha s \gamma s \beta) / (2(2h^1 y - L_1^2 s \theta_1^2 - (h^1)^2 - x^2 - y^2 - 2h^1 L_1 s \theta_1 + N_1) \quad (3-6)$$

$$N_1 = A^1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \theta_i)$$

3.1.2 动力学方程构建

又有拉格朗日方程^[58-59]

$$\begin{cases} F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \\ L = E - U \end{cases} \quad (3-7)$$

式中, L 为拉格朗日函数; E 为系统动能; U 为系统势能; F_i 为作用在第 i 个坐标上的广义力或力矩; q_i 为广义坐标值; $\dot{q}_i$ 为对应的广义速度。

选取缓冲平台位置及其速度作为系统广义坐标和广义速度, 建立机构动力学模型: 将每个支链上的活塞杆与 R 副视为一组移动组, 主连杆转动惯量远大于自

身质量，副连杆质量较小，将副连杆对分至主连杆与动平台上，因此每个支链上的主连杆、副连杆的一半与上 S 副构成连杆组，动平台、副连杆另一半与下 S 副构成动平台组，同时选取移动组质心为零势能面。

移动组动能与势能可表示

$$\begin{cases} E_1 = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} m_i v_i^2 \\ U_1 = 0 \\ v_i = \frac{du^i}{dt} \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (3-8)$$

式中， m_i 为第*i*个移动组质量， v_i 表示第*i*个移动组的速度。

连杆组动能与势能可表示

$$\begin{cases} E_2 = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} j_i w_i^2 \\ U_2 = \sum_{i=1}^6 m_i^0 g \frac{L_i^1}{2} s \theta_i \\ w_i = \frac{d\theta_i}{dt} \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (3-9)$$

式中， j_i 为第*i*个连杆组绕 X_0 轴的转动惯量， w_i 表示第*i*个连杆组的角速度， m_i^0 为第*i*个连杆组质量。

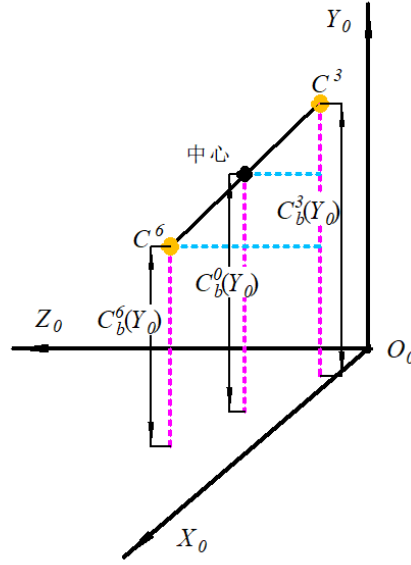
动平台组动能与势能可表示

$$\begin{cases} E_3 = \frac{1}{2} m_3^d (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \frac{1}{2} j_x w_x^2 + \frac{1}{2} j_y w_y^2 + \frac{1}{2} j_z w_z^2 \\ U_3 = m_3^d g Y_3 \end{cases} \quad (3-10)$$

式中， m_3^d 为动平台组总质量， v_x 、 v_y 、 v_z 分别为动平台组沿坐标系运动的线速度， j_x 、 j_y 、 j_z 分别为动平台组绕坐标轴的转动惯量， w_x 、 w_y 、 w_z 分别为动平台组绕坐标轴的角速度， Y_3 为平台组质心距离零势能面高度。

动平台上的下 S 副 C_3 和 C_6 在空间中的位姿如图 3-1 所示，由公式(2-7)和(2-14)可知 C_3 和 C_6 在固定坐标系 $O_0 - X_0 Y_0 Z_0$ 中的位置 C_b^3 和 C_b^6 如下

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} C_b^3 \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} C_1^3 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_b^6 \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} C_1^6 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3-11)$$


 图 3-1 C_3 和 C_6 在空间中的位姿

由式(3-11)和, 可知 C_3 和 C_6 在 Y_0 轴方向坐标分别为 $C_b^3(Y_0)$ 和 $C_b^6(Y_0)$, 那么动平台质心在 Y_0 方向坐标 $C_b^0(Y_0)$ 为

$$\begin{cases} C_b^3(Y_0) = y + k^3(c\gamma\alpha + s\gamma s\alpha s\beta) - c\varphi_3(c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^3 - r) + s\varphi_3 s\alpha s\beta(k^3 - r) \\ C_b^6(Y_0) = y + k^6(c\gamma\alpha + s\gamma s\alpha s\beta) + c\varphi_3(c\alpha s\gamma - c\gamma s\alpha s\beta)(k^6 - r) - s\varphi_6 s\alpha s\beta(k^6 - r) \\ C_b^0(Y_0) = \frac{C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0)}{2} \end{cases} \quad (3-12)$$

易知移动组质心在 Y_0 方向坐标为

$$h_y = [0 \quad h^i \quad 0] \quad (3-13)$$

根据式(3-12)和(3-13), 可求得动平台组质心距零势能面高度 Y_3 值

$$Y_3 = C_b^0(Y_0) - h^i = \frac{C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0)}{2} - h^i \quad (3-14)$$

联立式((3-7)、(3-8)、(3-9)及(3-10)得系统总动能和总势能分别为

$$\begin{cases} E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 [m_i v_i^2 + j_i w_i^2] + \frac{1}{2} m_3^d (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^2 + \frac{1}{2} (j_x w_x^2 + j_y w_y^2 + j_z w_z^2) \\ U = \sum_{i=1}^6 \left[m_i^0 g \frac{L_1^i}{2} s \theta_i \right] + m_3^d g \left(\frac{C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0)}{2} - h^i \right) \end{cases} \quad (3-15)$$

根据式(3-7)和(3-15)可求得系统拉格朗日函数为

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 [m_i v_i^2 + j_i w_i^2] + \frac{1}{2} m_3^d (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^2 + \frac{1}{2} (j_x w_x^2 + j_y w_y^2 + j_z w_z^2) -$$

$$\sum_{i=1}^6 \left[m_i^0 g \frac{L_1^i}{2} s \theta_i \right] + m_3^d g \left(\frac{C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0)}{2} - h^i \right) \quad (3-16)$$

同理，联立式(3-4)、(3-5)、(3-7)，由复合函数链式求导法则^[60]，可得

$$\begin{cases} F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} \\ v_i = j_{i1} v_x + j_{i2} v_y + j_{i3} v_z + j_{i4} w_x + j_{i5} w_y + j_{i6} w_z \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (3-17)$$

由式(3-16)和(3-17)，作用在动平台组上的广义分力和分力矩为

$$\begin{cases} F_x = F_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_x} - \frac{\partial L}{\partial x} = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i1} + v_i \frac{dj_{i1}}{dt} \right) + m_3^d \dot{v}_x \\ F_y = F_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_y} - \frac{\partial L}{\partial y} = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i2} + v_i \frac{dj_{i2}}{dt} \right) + m_3^d \dot{v}_y - m_3^d g \\ F_z = F_3 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_z} - \frac{\partial L}{\partial z} = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i3} + v_i \frac{dj_{i3}}{dt} \right) + m_3^d \dot{v}_z \\ T_x = F_4 = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i4} + v_i \frac{dj_{i4}}{dt} \right) + j_x \dot{w}_x - \frac{1}{2} m_3^d g \frac{\partial(C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0))}{\partial \gamma} \\ T_y = F_5 = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i5} + v_i \frac{dj_{i5}}{dt} \right) + j_y \dot{w}_y - \frac{1}{2} m_3^d g \frac{\partial(C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0))}{\partial \beta} \\ T_z = F_6 = \sum_{i=1}^6 m_i \left(\frac{dv_i}{dt} j_{i6} + v_i \frac{dj_{i6}}{dt} \right) + j_z \dot{w}_z - \frac{1}{2} m_3^d g \frac{\partial(C_b^3(Y_0) + C_b^6(Y_0))}{\partial \alpha} \end{cases} \quad (3-18)$$

将作用在动平台组上的广义分力和分力矩合成为广义合力，将移动组中的活塞杆所受驱动力合成六维矢量，有

$$\begin{cases} \mathbf{F} = [F_x & F_y & F_z & T_x & T_y & T_z]^T \\ \boldsymbol{\tau} = [P_1 & P_2 & P_3 & P_4 & P_5 & P_6]^T \end{cases} \quad (3-19)$$

由虚功原理^[61-62]可知，作用在刚体机构上有

$$\sum_{i=1}^N [(m_i \ddot{x}_i - F_i) \cdot \delta x_i + (I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times I_i \omega_i - T_i) \cdot \delta \sigma_i] = 0 \quad (3-20)$$

设平台组虚位移为 δ_d ，各移动组的虚位移为 δ_s ，结合公式(3-19)、(3-20)有

$$\begin{cases} \mathbf{W}_1 = \mathbf{F}^T \delta_d \\ \mathbf{W}_2 = \boldsymbol{\tau}^T \delta_s \\ \mathbf{W}_1 = \mathbf{W}_2 \\ \delta_s = \mathbf{J} \delta_d \end{cases} \quad (3-21)$$

式中， $\mathbf{W}_1$ 为平台组所作虚功之和， $\mathbf{W}_2$ 为移动组所作虚功之和。

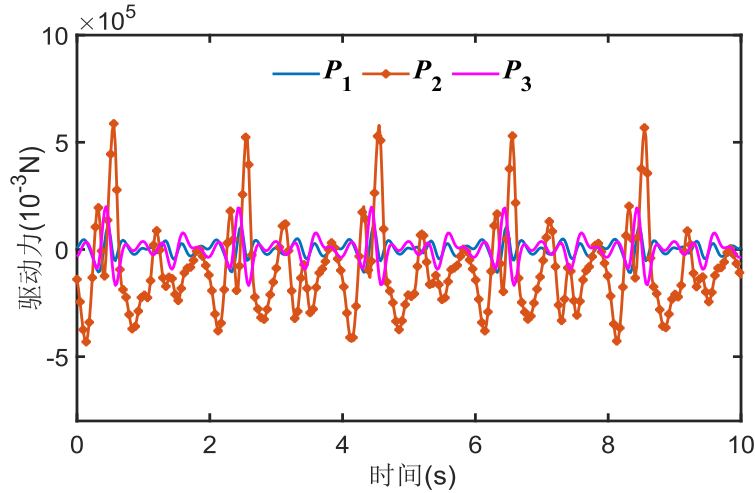
联立式(3-18)与(3-21)及微积分原理^[63]，广义合力与驱动力间关系

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F} \quad (3-22)$$

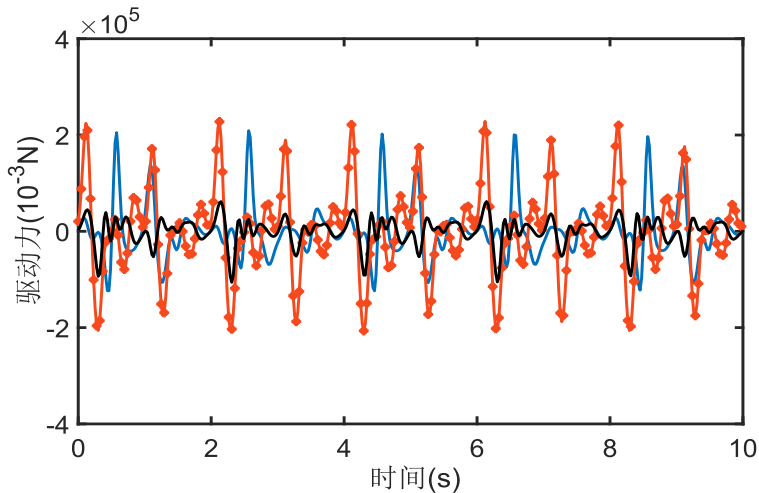
通过式(3-22)转换关系，将缓冲平台所受广义力 $\mathbf{F}$ 转换到活塞杆所受驱动力 $\boldsymbol{\tau}$ 上，联立式(3-5)、(3-18)、(3-22)即可求解活塞杆所受驱动力 $\boldsymbol{\tau}$ ，该驱动力 $\boldsymbol{\tau}$ 是动力学模型构建环节一个重要的物理量，其表征系统动力学特性的同时，可为控制策略中的动力学模型构建提供条件。

3.2 系统动力学仿真

对于给定的振动规律，经运动学与动力学求解，系统中 6 个支链的活塞杆所受驱动力情况如图 3-2 所示。其中图 3-2(a)为活塞杆 1、2、3 所受驱动力，可知活塞杆 2 所受驱动力 P_2 整体幅度大于活塞杆 1、3 所受驱动力 P_1 、 P_3 ，其中 P_1 最大值为 $1.08 \times 10^5 \text{kg} \cdot \text{mm/s}^2$ 即 108N， P_2 最大值为 587N， P_3 最大值为 200N；图 3-2(b)为活塞杆 4、5、6 所受驱动力，其中活塞杆 6 所受驱动力 P_6 整体幅度明显小于 P_4 与 P_5 ，驱动力 P_6 最大值为 $-1.06 \times 10^5 \text{kg} \cdot \text{mm/s}^2$ 即-106N， P_4 最大值为 209N， P_5 最大值为 228N。总体来看，活塞杆所受驱动力的最大值出现在活塞杆 2 上，最小值出现在活塞杆 6 上，驱动力总体维持在 106-587N 之间。



(a) 活塞杆 1、2、3 驱动力

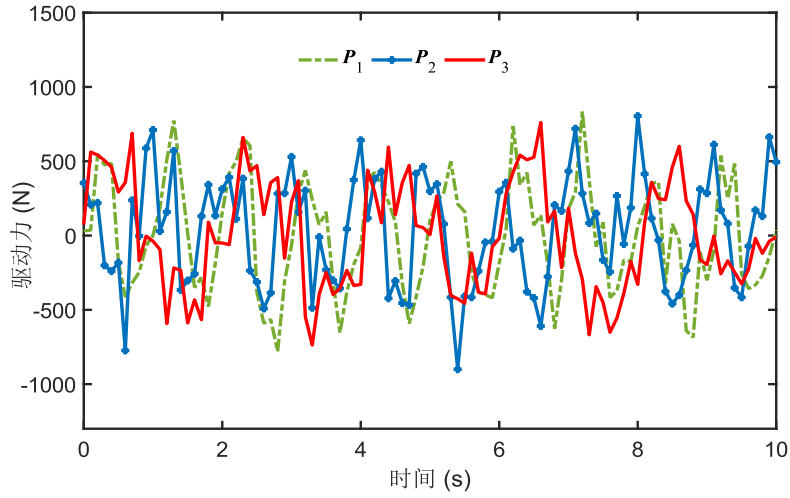


(b) 活塞杆 4、5、6 驱动力

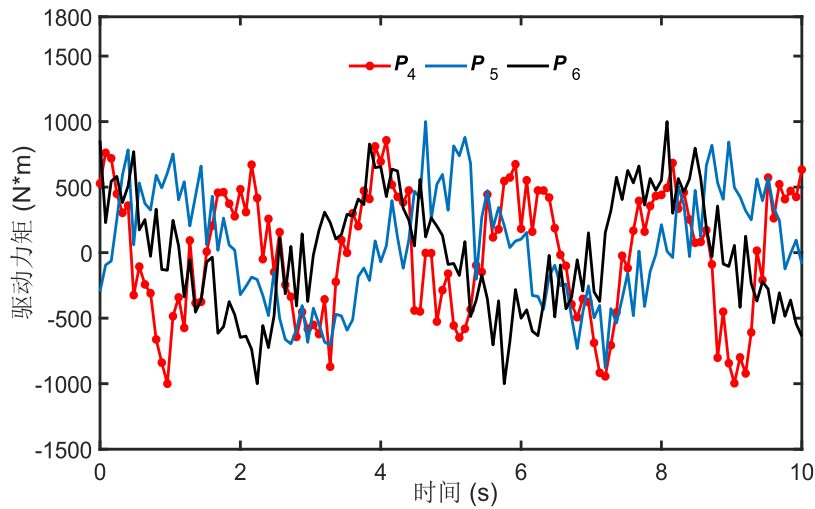
图 3-2 活塞杆驱动力

系统中动平台组受驱动力与力矩情况如图 3-3 所示。其中动平台组所受驱动

力如图 3-3(a)所示, 驱动力矩如图 3-3(b)所示。由于位姿调整主要由活塞杆运动驱动缓冲平台, 这里不对动平台组所受驱动力及驱动力矩情况展开详细讨论。



(a) 动平台组驱动力



(b) 动平台组力矩

图 3-3 动平台组驱动力与力矩

3.3 系统滑模控制研究

6-PRSS 多连杆并联机构动力学行为是非线性的, 其作业过程中, 会受到外界信号干扰, 在动力学分析基础上采用滑模控制实现动平台位姿快速跟踪, 滑模控制是一种通过切换函数将系统状态从渐进模态趋近滑动模态的控制方法, 具有较好跟踪性能, 抗干扰能力强等特点^[64]。尽管滑模控制在理论上具有显著优势, 但在实际应用中, 由于存在“抖振”现象, 如何减小或消除抖振成为滑模控制方法

研究中的重要课题。为此，研究者提出了多种改进方法，如高阶滑模控制、模糊滑模控制等，以提高控制系统的精度和稳定性^[65-66]。总之，滑模控制在并联机器人中的应用为其提供了强有力的性能保障，尤其在高精度任务和动态环境下展现了优越的鲁棒性和灵活性^[67]。

3.3.1 动力学模型构建

系统动力学模型构建是实现滑模控制策略设计的重要环节^[68]，通过对机构进行运动学与动力学分析，得到机构物理运动规律，剖析机构受力状态，构建系统动力学模型。动力学模型一方面用于构建控制系统的被控对象，另一方面用于推导系统控制策略，其在整个控制模块起到重要作用。下面进行系统动力学模型构建。

根据式(3-18)、(3-22)，以及对活塞杆受力分析，则有

$$\begin{cases} \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{I} = \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_c \mathbf{N} \end{cases} \quad (3-23)$$

式中， $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 和 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ 分别为惯性矩阵和科里奥利矩阵， $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ 和 $\mathbf{I}$ 分别为系统组成部分的重力矢量和活塞杆所受驱动力， $\mathbf{m}$ 为移动组中活塞杆组成的质量矩阵， $\mathbf{u}$ 为活塞杆位移组成的矩阵， $\mathbf{F}_v$ 和 $\mathbf{F}_c$ 分别为粘滞摩擦系数矩阵、库仑摩擦系数矩阵， $\mathbf{N}$ 为活塞杆所受压力。

将式(3-23)整理，系统的动力学模型为

$$\mathbf{I} = \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_v \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_c \mathbf{N} + \mathbf{J}^{T^{-1}}(\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q})) \quad (3-24)$$

至此，推导出的系统动力学模型将为滑模控制器设计提供条件。

3.3.2 滑模控制器设计

定义位移跟踪误差为

$$e_i = u_d^i - u^i \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (3-25)$$

式中，将由动平台偏转引起的活塞杆位移取反后作为预期位移 u_d^i ，将上式写成紧凑的矢量形式，则有

$$\mathbf{e} = \mathbf{u}_d - \mathbf{u} \quad (3-26)$$

为尽可能减小抖振，实现更高的跟踪精度，定义如下滑模面，同时给出一阶导数

$$\begin{cases} \dot{s} = \mathbf{C}\dot{e} + \ddot{e} \\ \dot{s} = \mathbf{C}\dot{e} + \ddot{e} \end{cases} \quad (3-27)$$

式中， $\dot{e}$ 为跟踪误差变化率； $\mathbf{C} = \mathbf{C}^T > 0$ ，当 $t \rightarrow \infty$ 时， $s \rightarrow 0$ ， $e \rightarrow 0$ 。

传统滑模控制中，采用的切换函数一般为符号函数，这是一种不连续的切换，使得系统控制信号在切换过程中存在着剧烈的抖动问题。为解决该问题，采用双曲正切函数来代替常用的符号函数，实现连续切换效果。采用双曲正切函数代替常用的符号函数，减少控制信号在切换过程中剧烈抖动现象，实现连续切换效果。其中双曲正切函数^[69]为

$$\tanh(s) = \frac{e^s - e^{-s}}{e^s + e^{-s}} \quad (3-28)$$

提高跟踪精度即控制抖振范围是调姿减振首要任务，为最大程度提高调姿减振效果，基于前文定义的跟踪误差和滑模函数即式(3-26)、(3-27)，设计一种基于双曲正切函数的缓和滑模趋近率

$$\begin{cases} \dot{s} = -\varepsilon\omega(s) - Ks \\ \omega(s) = \begin{cases} \tanh(s), & |s| > \Delta \\ \sigma s, & |s| \leq \Delta \end{cases} \end{cases} \quad (3-29)$$

式中， K 和 ε 为正常数增益矩阵， σ 表示减缓趋近函数在滑模面附近变化率的变量。

将双曲正切函数、符号函数以及缓和双曲正切函数对比，如图 3-4 所示。可见 σ 越大， Δ 越小，缓和双曲正切函数切换过程更为平滑，抑制抖振效果越好，同时保证在零点附近有较快的收敛速度。

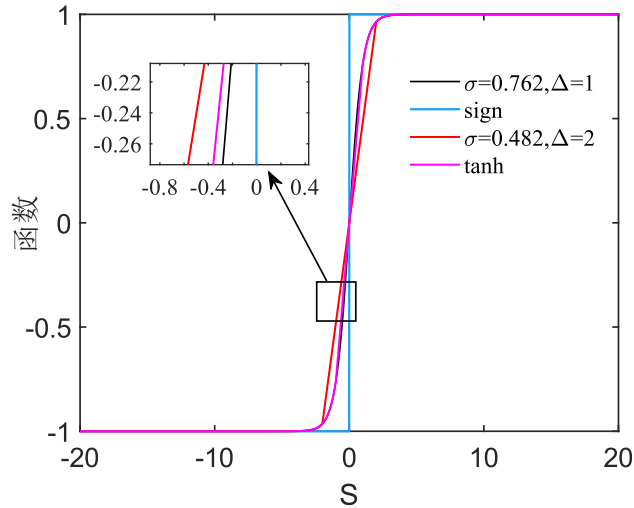


图 3-4 切换函数对比

联立式(3-26)、(3-27)、(3-29)，得

$$\ddot{u} = \mathbf{C}(\ddot{u}_d - \ddot{u}) + \ddot{u}_d + \varepsilon\omega(s) + Ks \quad (3-30)$$

将式(3-26)、(3-29)、(3-30)代入系统动力学模型式即(3-24)中，系统滑模控制设计为

$$\begin{aligned} I = & (k + mC)(\dot{u}_d - \dot{u}) + \ddot{u}_d + \varepsilon\omega(s) + kC(u_d - u) + F_v\dot{u} + F_cN + \\ & J^{T-1}(M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q)) \end{aligned} \quad (3-31)$$

基于所设计的滑模面函数，构建李雅普诺夫函数^[70]为

$$V = \frac{1}{2}s^2 \quad (3-32)$$

式中， $V \geq 0$ 。对其求一阶导得

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(-\varepsilon\omega(s) - Ks) < -\varepsilon s^2\omega(s) - ks^2 \leq -\sum_{m=1}^n |s|(\varepsilon s^2 + K) \leq 0 \quad (3-33)$$

3.3.3 系统稳定性判定

根据 LaSalle 不变性原理^[71]，该原理是对李雅普诺夫稳定性判别第二法的补充。当 $\dot{V} \leq 0$ 时，随着时间 $t \rightarrow \infty$ ，只有在系统的稳定点处 $\dot{V} = 0$ ，系统最终状态趋近于该稳定点，即控制系统不变集 M 所有解收敛于最大不变集 E 。在该滑模控制系统中，存在一不变集 M ，该集合内状态点 s 保持不变或者状态位置保持在某一区域内。则有

$$\begin{cases} s(0) \in M \\ s(t) \in M, \forall t \in \mathbf{R} \end{cases} \quad (3-34)$$

式中， $s(0)$ 为初始时刻 t_0 的状态。根据公式(3-33)， $s = 0$ 为系统的一个稳定点。

将控制系统中 $\dot{V}(s) \leq 0$ 聚点的解记为集合 N ，则有

$$N = \{s: \dot{V}(s) \leq 0\} \in M \quad (3-35)$$

设所有满足 $\dot{V}(s) = 0$ 聚点的集合为 A ，则有

$$\begin{cases} A = \{s: \dot{V}(s) = 0\} \\ A \in N \end{cases} \quad (3-36)$$

要使 A 唯一成立，结合公式(3-33)则有

$$A = \{s | \dot{V}(s) = 0\} = \{s | s = 0\} \quad (3-37)$$

显而易见 A 中不存在其他满足条件的轨迹，当且仅当 $s = 0$ ， A 唯一成立。设 E 为集合 N 中最大不变集，则有

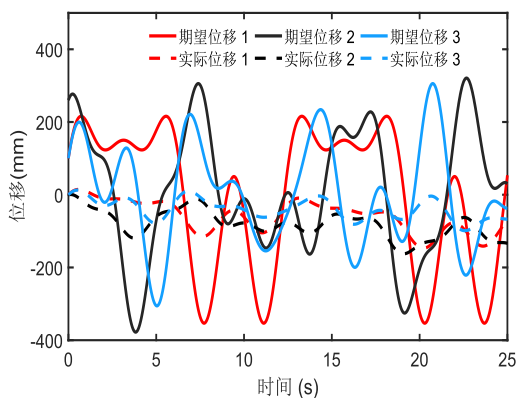
$$E = N_{\max} = A \quad (3-38)$$

结合公式(3-33)与(3-38)可知,从 $\mathbf{M}$ 中出发的所有解趋向于 $\mathbf{E}$ 。结合李雅普诺夫稳定性判别第二法和 LaSalle 不变性原理,该控制系统当且仅当 $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ 时有 $\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{s}) = 0$,此时不变集 $\mathbf{M}$ 所有解收敛于最大不变集 $\mathbf{E}$,系统趋于渐近稳定且收敛于 $\mathbf{s} = \mathbf{0}$ 。即 $t \rightarrow \infty$,有 $\mathbf{s} \rightarrow \mathbf{0}$,且收敛速度取决于 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 和 $\mathbf{K}$ 。

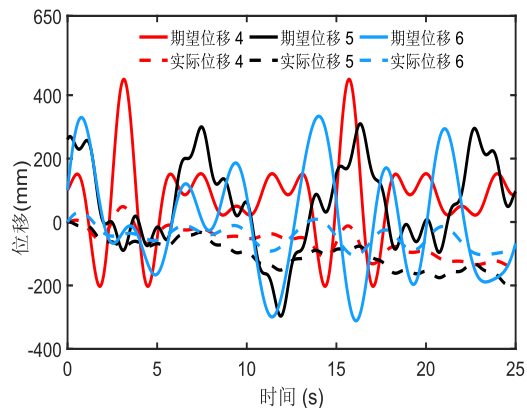
3.4 滑模控制仿真与分析

推导系统动力学模型,采用缓和双曲正切函数设计位姿调节专用滑模控制器,为验证控制器设计合理性与专一性,基于一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制^[72],应用该滑模设计原理至本系统模型中跟踪一种活塞杆位移预期轨迹,跟踪结果如图 3-5 所示。

图 3-5 中,图(a)与图(b)为活塞杆位移跟踪效果,在一个时间周期内,活塞杆 1、2、3、4、5 及 6 期望位移具有明显周期性,且位移幅度较大,区间范围大致在 $[-380,370]\text{mm}$ 间,与运动学规律吻合;但活塞杆实际跟踪位移幅度较小,范围维持在 $[-150,130]\text{mm}$,显而易见不具备较好动态跟踪能力,响应慢。图(c)与图(d)为活塞杆速度跟踪效果,在一个时间周期内,活塞杆 1、2、3、4、5 及 6 期望速度具有明显周期性,且速度幅度较大,区间范围大致在 $[-490,760]\text{mm/s}$ 间;反观活塞杆实际跟踪速度幅度较小,区间范围大致在 $[-110,120]\text{mm/s}$ 间,大幅度落后于预期速度,不具备较好动态跟踪能力。基于一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制,应用该滑模控制原理至本系统中,无法满足活塞杆位移跟踪条件,难以完成平台位姿调节任务。



(a)活塞杆 1,2,3 位移跟踪效果



(b)活塞杆 4,5,6 位移跟踪效果

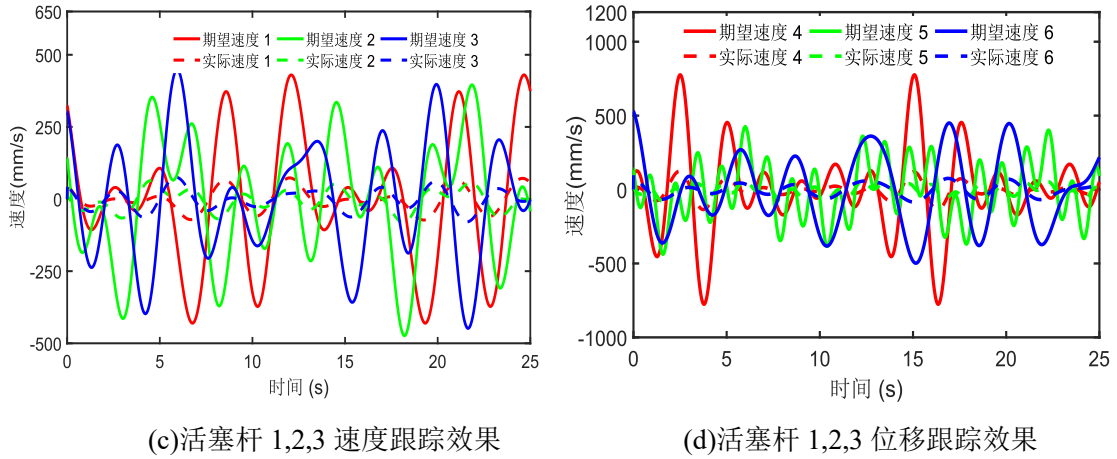
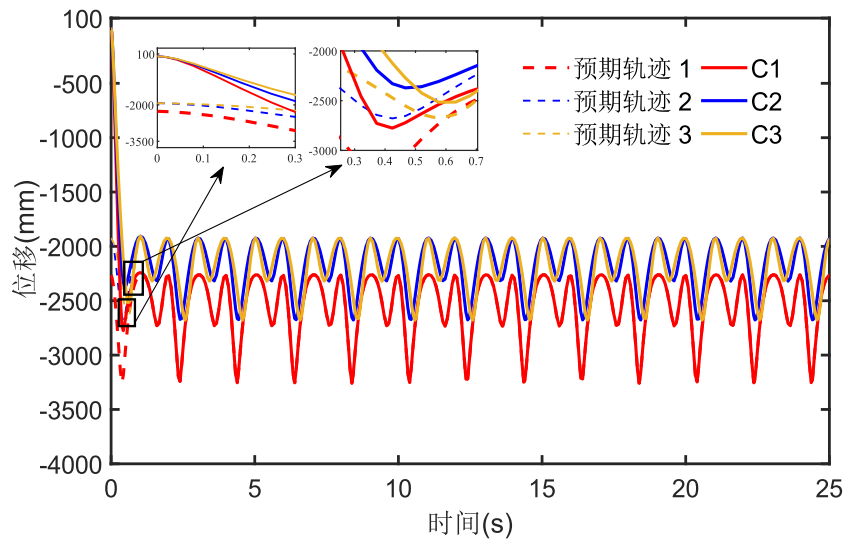


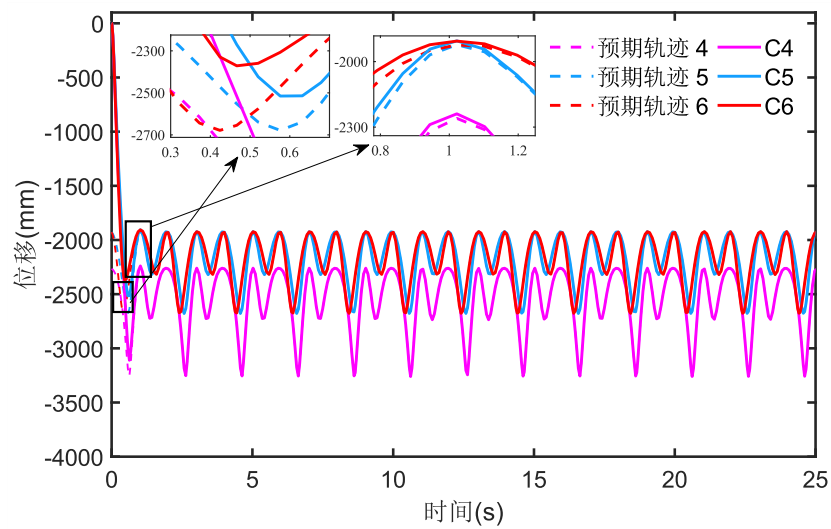
图 3-5 滑模跟踪效果

基于搭建的滑模控制器，仿真活塞杆位移及速度跟踪，验证控制效果，所有仿真结果均可可视化呈现。图 3-6 为第二活塞杆位移跟踪结果。图(a)中，在 $[0,0.3]$ s， C_1 、 C_2 、 C_3 与各自预期轨迹偏差较大；0.6s 后， C_1 、 C_2 、 C_3 加速趋近各自预期轨迹；0.85s 后，非常贴近各自预期轨迹。图(b)中，在 $[0,0.6]$ s， C_4 、 C_5 、 C_6 加速贴近各自预期轨迹；1.0s 后，与各自预期轨迹的偏差不明显。此时活塞杆预期位移已被跟踪上，偏离位姿几乎被纠正。



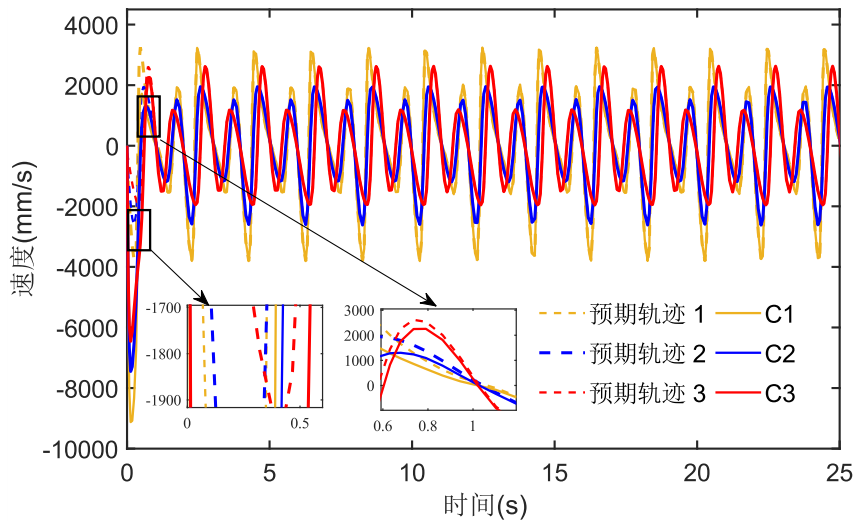
(a) 活塞杆 1、2、3 位移跟踪

图 3-7 为速度跟踪结果。图(a)中， $[0,0.5]$ s内， C_1 、 C_2 、 C_3 逐渐趋近各自预期轨迹，此时偏差减小；0.8s 后，加速贴近各自预期轨迹，偏差小。图(b)中， $[0.2,0.4]$ s 内， C_4 、 C_5 、 C_6 加快贴近各自预期轨迹的速度；0.95s 后与各自预期速度轨迹的偏差小。

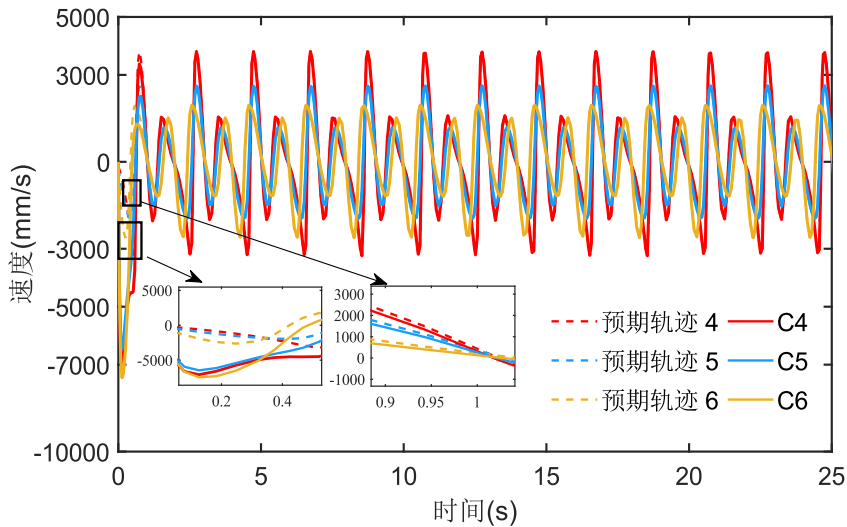


(b)活塞杆 4、5、6 位移跟踪

图 3-6 位移跟踪



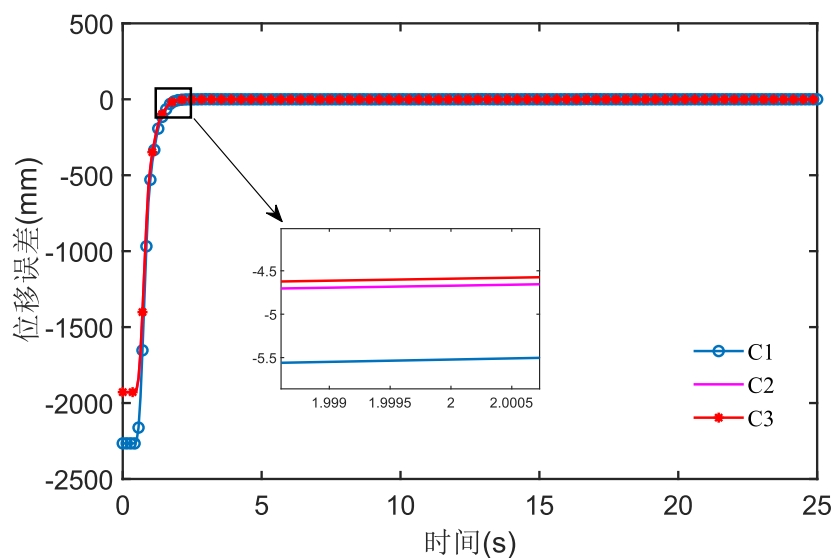
(a)活塞杆 1、2、3 速度跟踪



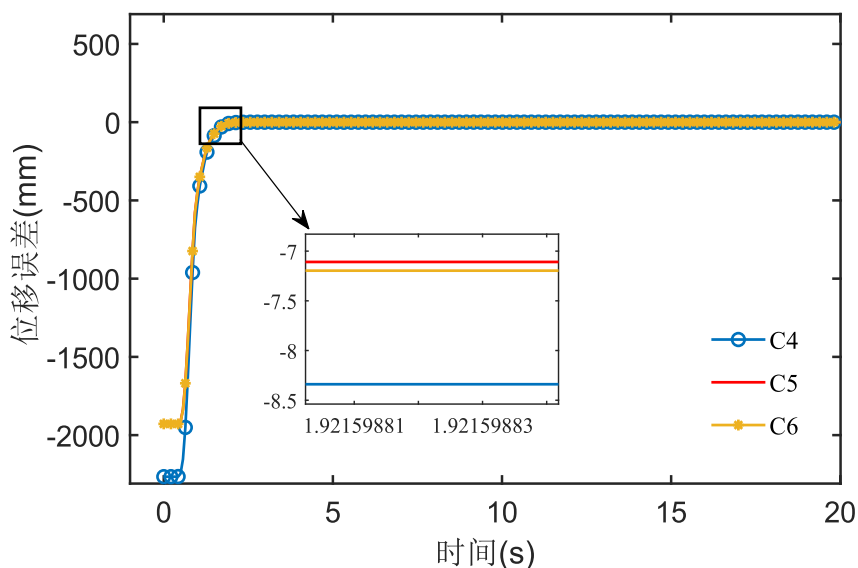
(b)活塞杆 4、5、6 速度跟踪

图 3-7 速度跟踪

图 3-8 为活塞杆位移跟踪误差，表 3-1 给出了误差统计情况。分析可知，针对调姿减振任务而设计的滑模控制均能在 2.02s 内收敛误差，在 2.0s 左右将误差收敛到 5mm 内，误差平均值始终保持在 -5.0mm 左右，中位数最大为 0.009752mm。结果表明基于滑模控制下活塞杆位移与速度跟踪效果较好，可胜任平台位姿调整任务。



(a)活塞杆 1、2、3 位移跟踪误差



(b)活塞杆 4、5、6 位置位移跟踪误差

图 3-8 位移跟踪误差

表 3-1 位移跟踪误差统计

跟踪组别	首次接近 5mm 时间(s)	最大值(mm)	平均值(mm)	方差(mm)
C ₁	1.9998	-2230	-5.015	0.007231
C ₂	1.9998	-1980	-4.984	0.008847

C_3	1.9998	-1990	-5.042	0.009752
C_4	2.0124	-2410	-4.168	0.007962
C_5	2.0124	-1987	-5.102	0.009013
C_6	2.0124	-1976	-5.103	0.008891

3.5 本章小结

本章对机构动力学进行了深入剖析，基于运动学分析，输出活塞杆位移隐函数表达式，采用微分变换法求解机构雅可比矩阵；简化机构数学模型，使用拉格朗日方程法构建系统动力学方程；基于虚功原理与微积分理论，构建平台广义合力与活塞杆所受驱动力函数关系；基于输入随机振动函数，仿真系统动力学性能，基于数据分析发现：活塞杆所受驱动力具有周期性，与输入振动规律吻合，活塞杆所受驱动力的最大值出现在活塞杆 2 上，最小值出现在活塞杆 6 上，驱动力总体维持在 $[106 - 587]$ N 间。基于构建的动力学方程，衍生搭建系统动力学模型；定义位移跟踪误差，引入缓和滑模趋近率，搭建系统滑模控制器；采用 LaSalle 不变性原理，判定系统稳定性；基于搭建的系统控制器，对比了一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制效果，发现活塞杆位移与速度跟踪误差大，不具备较好动态跟踪能力。基于面向平台位姿调整滑模控制，分析相关数据发现：位移和速度跟踪均能在 2.02s 内收敛误差，在 2.0s 左右将误差收敛到 5mm 内，误差平均值始终保持在 -5.0mm 左右，中位数最大为 0.009752mm。结果表明基于滑模控制下活塞杆位移与速度跟踪效果较好，可胜任平台位姿调整任务。

第 4 章 基于数值法约束规则下机构多维空间性能剖析

4.1 工作空间分析

位姿调整平台性能表现包含机构工作空间、静刚度及灵巧度^[73]。其中工作空间为缓冲平台能够达到的所有位置和姿态的集合，直接影响钻机工作状态；静刚度为缓冲平台在静态载荷下抵抗变形的能力^[74]，钻机属中大型设备并直接安装于位姿调整平台的缓冲平台上，则位姿调整平台必须具备高负载承受能力且能为钻机精密操作提供保障；灵巧度关乎机构是否具备完成复杂运动任务的能力，面向复杂矿钻环境的位姿调整平台应当具备高灵活性^[75-76]。而静刚度与灵巧度均依以工作空间为基础，且平台工作空间直接影响钻机位姿，故重点剖析平台工作空间表现。分析平台工作空间，判断其是否满足所需实现的位姿空间要求，验证机构能否胜任复杂矿钻作业环境。根据 6-PRSS 的并联结构特点，影响其工作空间的因素主要有：液压缸中活塞杆行程极限、转动副的转动极限、上下球副摆角极限、主副连杆间的相互干涉及机构的奇异位形。

4.1.1 运动副约束分析

6 自由度并联机构位姿由液压缸中活塞杆运动控制，因受实际作业环境与机构运动学尺寸制约，活塞杆位移行程被控制在一定区间内。活塞杆位移行程作为影响机构工作空间求解的变量之一，结合实际分析，取活塞杆位移为

$$-1000\text{mm} \leq u^i \leq 200\text{mm} \quad (i = 1,2,3,4,5,6) \quad (4-1)$$

式中，负号代表活塞杆位移与设定方向相反。

位姿调整平台的每条支链存在上 S 副、下 S 副与转动副，现分析下 S 副转角约束。缓冲平台通过下 S 副与副连杆连接，基于运动副结构与连接特性，下 S 副存在一定转角限制。下 S 副转角 $\vartheta_i^0 (i = 1,2,3,4,5,6)$ 为下球铰座轴线与副连杆轴线的夹角，由于下 S 副与下球铰座连接，两者间连接厚度可忽略不计，即视下球铰座在动坐标系中位置等同于下 S 副位置。故取下球铰座的单位向量为 $\mathbf{S}_i$ ，则

$$\mathbf{S}_i = \frac{\mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} C^i \\ 1 \end{bmatrix}}{\|\mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} C^i \\ 1 \end{bmatrix}\|} \quad (i = 1,2,3,4,5,6) \quad (4-2)$$

式中， C^i 为下 S 副位置且为已知量。

那么

$$0 \leq \vartheta_i^0 = \cos^{-1}(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}^i \mathbf{C}^i) \leq \vartheta_{i_{max}}^0 \quad (4-3)$$

式中, $\mathbf{B}^i \mathbf{C}^i$ 为副连杆轴线向量。

现分析上 S 副转角约束, 位姿调整平台主连杆通过上 S 副与副连杆连接, 基于下 S 副转角特性剖析, 可知上 S 副亦存在相似转角特性。上 S 副转角 $\vartheta_i^1 (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 为上球铰座轴线与主连杆轴线的夹角, 视上球铰座在固定坐标系中位置等同于上 S 副位置。故取上球铰座的单位向量为 $\mathbf{S}_i^1$, 则有

$$\mathbf{S}_i^1 = \frac{\mathbf{B}^i}{\|\mathbf{B}^i\|} (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (4-4)$$

式中, $\mathbf{B}^i$ 为上 S 副位置。

则有

$$0 \leq \vartheta_i^1 = \cos^{-1}(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{A}^i \mathbf{B}^i) \leq \vartheta_{i_{max}}^1 \quad (4-5)$$

式中, $\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i$ 为主连杆轴线向量。

现分析转动副转角约束, 转动副转角 θ_i 由激振器控制, 基于运动学分析可知, 机构的运动学解是高次多元函数。受独立变量 θ_i 及时间 t 影响, 转动副转角 θ_i 需使机构运动学的解存在, 同时还需要避免主连杆与液压缸等其它构件产生干涉, 需选取合适驱动函数 θ_i 。则有

$$\begin{cases} 0 \leq \theta_i \leq \theta_{i_{max}} \\ u^i = h_i(\theta_i, t) \\ \exists \theta_i, t, R(u^i - h_i(\theta_i, t)) = 0 \end{cases} \quad (4-6)$$

式中, u^i 为活塞杆位移。

4.1.2 连杆干涉约束分析

位姿调整平台首次提出多连杆结构作为传动链的设想, 求解工作空间时需格外考虑相邻连杆在运动过程中的干涉情况。构建空间连杆干涉物理条件, 引入空间交错线段最小距离判别定理, 将连杆空间干涉转换为线段最小距离求解。假设空间内有两条线段, 其中两条线段向空间内作公垂线, 探讨公垂线及其垂足分布情况^[77], 可分以下两种情况

- (1) 两公垂线的垂足都分别在线段上, 则公垂线的长度为最小距离;
- (2) 若一垂足在线段上, 另一垂足在延长线上, 则关注所作公垂线的垂足

位于延长线上的那条线段，过该线段上距离垂足较近的点向另一条线段作垂线，并分析垂足分布情况：

1) 若该垂线垂足落在另一条线段上，则两线段间的最小距离即为该垂线长度；

2) 否则为该端点到另一条线段上离垂足较近的端点的连线长度。

首先考虑副连杆间干涉情况，平台支链连杆平面机构如图 4-1 所示。

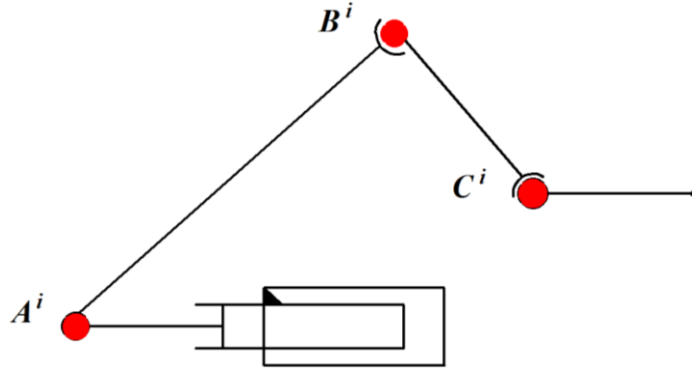


图 4-1 连杆平面位置结构图

基于空间线段最小距离判定定理，分析相邻副连杆 $B^i C^i$ 间最小距离求解方法，先求相邻两副连杆间的公垂线向量，那么

$$\mathbf{D}^i = \frac{\mathbf{B}^i \mathbf{C}^i \times \mathbf{B}^{i+1} \mathbf{C}^{i+1}}{|\mathbf{B}^i \mathbf{C}^i \times \mathbf{B}^{i+1} \mathbf{C}^{i+1}|} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (4-7)$$

式中，当 $i = 6$ 时， $\mathbf{B}^7 \mathbf{C}^7$ 所代表含义与 $\mathbf{B}^1 \mathbf{C}^1$ 一样，即为描述副连杆 $\mathbf{B}^1 \mathbf{C}^1$ 此时状态向量。 $\mathbf{D}^6$ 即为副连杆 $\mathbf{B}^1 \mathbf{C}^1$ 与副连杆 $\mathbf{B}^6 \mathbf{C}^6$ 间公垂线向量。

则公垂线长度 Δ^i 为

$$\Delta^i = |\mathbf{D}^i \times \mathbf{C}^i \mathbf{C}^{i+1}| \quad (4-8)$$

推导公垂线垂足在连杆轴线位置分布求解式

$$\begin{cases} k^i = \frac{\mathbf{C}^i \mathbf{C}^{i+1} * \mathbf{m}_i}{\mathbf{B}^i \mathbf{C}^i * \mathbf{m}_i} \\ k^{i+1} = \frac{\mathbf{C}^i \mathbf{C}^{i+1} * \mathbf{m}_{i+1}}{\mathbf{B}^{i+1} \mathbf{C}^{i+1} * \mathbf{m}_{i+1}} \end{cases} \quad (4-9)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{m}_i = \mathbf{D}^i \times \mathbf{B}^{i+1} \mathbf{C}^{i+1} \\ \mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{D}^i \times \mathbf{B}^i \mathbf{C}^i \end{cases} \quad (4-10)$$

则有判别条件一为

$$0 \leq k^i \leq 1 \quad (4-11)$$

判别条件二为

$$0 \leq k^{i+1} \leq 1 \quad (4-12)$$

若求解式满足判别条件一，即公式(4-11)，则该公垂线垂足 d^i 位于副连杆 B^iC^i 上；若求解式满足判别条件二，即公式(4-12)，则该公垂线垂足 d^{i+1} 位于副连杆 $B^{i+1}C^{i+1}$ 上。

基于已探讨的公垂线及其垂足分布情况继续剖析：

i) 若式(4-11)与(4-12)均成立，则两垂足均落在副连杆上，两副连杆间最小距离即为公垂线长度，最小距离 $d_{min}^i = \Delta^i$ 。

ii) 若式(4-11)成立，式(4-12)不成立，则公垂线垂足 d^i 位于副连杆 B^iC^i 上，副连杆 $B^{i+1}C^{i+1}$ 上无垂足，则有

$$d_{min}^i = \frac{|(C^{i+1}-B^i) \times B^iC^i|}{|B^iC^i|} \quad (4-13)$$

即相邻连杆间最小长度 d_{min}^i 取点 C^{i+1} 到副连杆 B^iC^i 的距离。

iii) 若式(4-11)不成立，式(4-12)成立，则副连杆 B^iC^i 上无公垂线垂足，副连杆 $B^{i+1}C^{i+1}$ 上有公垂线垂足 d^{i+1} ，则有

$$d_{min}^i = \frac{|(C^i-B^{i+1}) \times B^{i+1}C^{i+1}|}{|B^{i+1}C^{i+1}|} \quad (4-14)$$

即相邻连杆间最小长度 d_{min}^i 取点 C^i 到副连杆 $B^{i+1}C^{i+1}$ 的距离。

iv) 若式(4-11)与式(4-12)均不成立，即两垂足均不在任一副连杆上，而分别位于延长线上。则建立第二组判别式讨论垂足分布情况，那么

$$\begin{cases} k_1^i = \frac{|(C^{i+1}-B^i) \times B^iC^i|}{|B^iC^i \cdot B^iC^i|} \\ k_1^{i+1} = \frac{|(C^i-B^{i+1}) \times B^{i+1}C^{i+1}|}{|B^{i+1}C^{i+1} \cdot B^{i+1}C^{i+1}|} \end{cases} \quad (4-15)$$

判别条件三为

$$0 \leq k_1^i \leq 1 \quad (4-16)$$

判别条件四为

$$0 \leq k_1^{i+1} \leq 1 \quad (4-17)$$

若判别条件三即式(4-16)成立，则说明由点 C^{i+1} 到副连杆 B^iC^i 的垂线垂足 d_1^i 落在副连杆上；若判别条件四即式(4-17)成立，则说明由点 C^i 到副连杆 $B^{i+1}C^{i+1}$ 的垂

线垂足 d_1^{i+1} 落在连杆上。

继续剖析，则有

i) 若公式(4-16)成立，公式(4-17)不成立。则点 C^{i+1} 到副连杆 $B^i C^i$ 的垂线垂足 d_1^i 落在副连杆上，点 C^i 到副连杆 $B^{i+1} C^{i+1}$ 的垂线垂足 d_1^{i+1} 不落在连杆上。则有：

$$d_{min}^i = \frac{|(C^{i+1}-B^i) \times B^i C^i|}{|B^i C^i|} \quad (4-18)$$

即取点 C^{i+1} 到副连杆 $B^i C^i$ 的距离为相邻连杆间最小长度。

ii) 若公式(4-16)不成立，公式(4-17)成立。则点 C^{i+1} 到副连杆 $B^i C^i$ 的垂线垂足 d_1^i 不落在副连杆上，点 C^i 到副连杆 $B^{i+1} C^{i+1}$ 的垂线垂足 d_1^{i+1} 落在连杆上。则有

$$d_{min}^i = \frac{|(C^i-B^{i+1}) \times B^{i+1} C^{i+1}|}{|B^{i+1} C^{i+1}|} \quad (4-19)$$

即取点 C^i 到副连杆 $B^{i+1} C^{i+1}$ 的距离为相邻连杆间最小长度。

iii) 若式(4-16)与式(4-17)均不成立。即两垂足均不在连杆线段上，而在其延长线上，则有

$$d_{min}^i = |C^i - C^{i+1}| = |C^{i+1} C^i| \quad (4-20)$$

即取相邻副连杆端点的连线长度为连杆间最小距离。

通过上述推导，求得相邻连杆间最小距离 d_{min}^i ，为避免连杆运动后干涉，取连杆摆动直径为 $D_{副杆}$ ，有约束条件为

$$d_{min}^i > D_{副杆} \quad (4-21)$$

多连杆机构有别于一般并联机构，具备两级连杆结构。分析完副连杆间干涉情况并求解出防干涉约束条件后，继续探讨主连杆间干涉情况及其防干涉约束条件。

基于副连杆干涉情况分析与空间线段最小距离判定定理，求解两相邻主连杆 $A^i B^i$ 间最小距离，先求相邻两连杆之间的公垂线向量，则有

$$D_0^i = \frac{A^i B^i \times A^{i+1} B^{i+1}}{|A^i B^i \times A^{i+1} B^{i+1}|} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6) \quad (4-22)$$

式中，当 $i = 6$ 时， $A^7 B^7$ 所代表含义与 $A^1 B^1$ 一样，即为描述主连杆 $A^i B^i$ 此时状态向量。 D_0^6 即为主连杆 $A^1 B^1$ 与主连杆 $A^6 B^6$ 间公垂线向量。

则公垂线长度为

$$\Delta_0^i = |D_0^i \times B^i B^{i+1}| \quad (4-23)$$

推导在主连杆轴线上公垂线垂足位置分布求解式

$$\begin{cases} k_0^i = \frac{B^i B^{i+1} * m_i^0}{A^i B^i * m_i^0} \\ k_0^{i+1} = \frac{B^i B^{i+1} * m_{i+1}^0}{A^i B^i * m_{i+1}^0} \end{cases} \quad (4-24)$$

式中

$$\begin{cases} m_i^0 = D_0^i \times A^{i+1} B^{i+1} \\ m_{i+1}^0 = D_0^i \times A^i B^i \end{cases} \quad (4-25)$$

判别条件一为

$$0 \leq k_0^i \leq 1 \quad (4-26)$$

判别条件二为

$$0 \leq k_0^{i+1} \leq 1 \quad (4-27)$$

若求解式满足判别条件一，即公式(4-26)，则该公垂线垂足 d_0^i 位于主连杆 $A^i B^i$ 上；若求解式满足判别条件二，即公式(4-27)，则该公垂线垂足 d_0^{i+1} 位于主连杆 $A^{i+1} B^{i+1}$ 上。

基于已探讨的副连杆公垂线及其垂足分布情况，可知

i) 若式(4-26)与(4-27)均成立，则两垂足均落在主连杆上，两连杆间最小距离为公垂线长度，则最小距离 $d_{min}^i = \Delta_0^i$ 。

ii) 若式(4-26)成立，式(4-27)不成立，则公垂线垂足 d_0^i 位于主连杆 $A^i B^i$ 上，主连杆 $A^{i+1} B^{i+1}$ 上无垂足，则有

$$d_{min}^i = \frac{|(B^{i+1} - A^i) \times A^i B^i|}{|A^i B^i|} \quad (4-28)$$

即相邻连杆间最小长度 d_{min}^i 取点 B^{i+1} 到主连杆 $A^i B^i$ 的距离。

iii) 若式(4-26)不成立，式(4-27)成立，则主连杆 $A^i B^i$ 上无公垂线垂足，主连杆 $A^{i+1} B^{i+1}$ 上有公垂线垂足 d^{i+1} ，则有

$$d_{min}^i = \frac{|(B^i - A^{i+1}) \times A^{i+1} B^{i+1}|}{|A^{i+1} B^{i+1}|} \quad (4-29)$$

即相邻连杆间最小长度 d_{min}^i 取点 B^i 到主连杆 $A^{i+1} B^{i+1}$ 的距离。

iv) 若式(4-26)与式(4-27)均不成立，即两垂足均不在任一主连杆上，而位于

延长线上。则建立第二组判别式判别垂足分布情况。

$$\begin{cases} k_2^i = \frac{|(\mathbf{B}^{i+1}-\mathbf{A}^i) \times \mathbf{A}^i \mathbf{B}^i|}{|\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i * \mathbf{A}^i \mathbf{B}^i|} \\ k_2^{i+1} = \frac{|(\mathbf{B}^i-\mathbf{A}^{i+1}) \times \mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}|}{|\mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1} * \mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}|} \end{cases} \quad (4-30)$$

判别条件三为

$$0 \leq k_2^i \leq 1 \quad (4-31)$$

判别条件四为

$$0 \leq k_2^{i+1} \leq 1 \quad (4-32)$$

继续剖析

i) 若公式(4-31)成立, 公式(4-32)不成立。则点 $\mathbf{B}^{i+1}$ 到主连杆 $\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i$ 的垂线垂足 d_1^i 落在主连杆上, 点 $\mathbf{B}^i$ 到主连杆 $\mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}$ 的垂线垂足 d_1^{i+1} 不落在连杆上。则有

$$d_{min}^i = \frac{|(\mathbf{B}^{i+1}-\mathbf{A}^i) \times \mathbf{A}^i \mathbf{B}^i|}{|\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i|} \quad (4-33)$$

即取点 $\mathbf{B}^{i+1}$ 到主连杆 $\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i$ 的距离为相邻连杆间最小长度。

ii) 若公式(4-31)不成立, 公式(4-32)成立。则点 $\mathbf{B}^{i+1}$ 到主连杆 $\mathbf{A}^i \mathbf{B}^i$ 的垂线垂足 d_1^i 不落在副连杆上, 点 $\mathbf{B}^i$ 到主连杆 $\mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}$ 的垂线垂足 d_1^{i+1} 落在连杆上。则有

$$d_{min}^i = \frac{|(\mathbf{B}^i-\mathbf{A}^{i+1}) \times \mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}|}{|\mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}|} \quad (4-34)$$

即取点 $\mathbf{B}^i$ 到主连杆 $\mathbf{A}^{i+1} \mathbf{B}^{i+1}$ 的距离为相邻连杆间最小长度。

iii) 若式(4-31)与式(4-32)均不成立。即两垂足均不在连杆线段上, 而在其延长线上, 则有

$$d_{min}^i = |\mathbf{B}^i - \mathbf{B}^{i+1}| = |\mathbf{B}^{i+1} \mathbf{B}^i| \quad (4-35)$$

即取相邻主连杆端点的连线长度为连杆间最小距离。

通过上述推导, 求得相邻连杆间最小距离 d_{min}^i , 为避免连杆运动后干涉, 取连杆摆动直径为 $D_{\text{主杆}}$, 有约束条件为

$$d_{min}^i > D_{\text{主杆}} \quad (4-36)$$

4.2 工作空间性能仿真与分析

基于优化后的结构参数、机构运动学逆解及工作空间理论，构建位姿调整平台性能数学模型，采用数值法研究机构工作空间^[78]，利用 MATLAB 编写求解程序，输出表征机构不同工作空间特征的三维图像，工作空间搜索流程如图 4-2 所示。

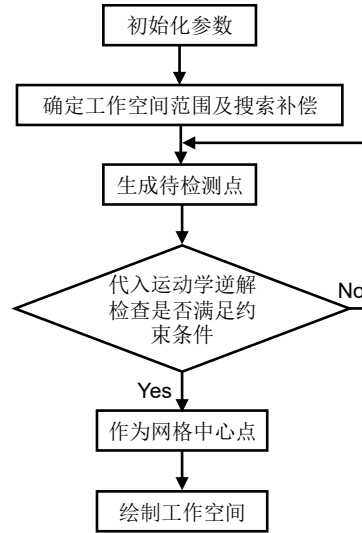


图 4-2 工作空间搜索流程

机构工作空间与位姿参数 $P(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z)$ 息息相关，不同位姿参数表征钻机不同工作状态。研究平台在不同位置下可达极限空间，设定缓冲平台在平移方向上位置为不同固定值，因钻机初始状态下保持水平位姿，故 $P_1 = [x \ y \ z] = [0 \ 1200 \ 0]$ ， $P_2 = [x \ y \ z] = [0 \ 2500 \ 0]$ ，其中1200mm为钻机安装初始高度，2500mm为作业下高度。分析机构绕 Z_0 轴旋转、绕 Y_0 轴旋转和绕 X_0 轴旋转极限范围，分别求出平台三个转角 α 、 β 、 γ 极限空间，绘制的工作空间如图 4-3 所示。

图 4-3 (a) 中，平台在 P_1 位置下所能达到极限角度呈对称式分布，与机构运动学分析结果保持一致，分布合理。角度范围分别为： $-80^\circ \leq \alpha \leq 50^\circ$ 、 $-60^\circ \leq \beta \leq 80^\circ$ 、 $-50^\circ \leq \gamma \leq 80^\circ$ 。图 4-3 (b) 中，平台在 P_2 位置下所能达到极限角度亦呈对称式分布，分布合理。角度范围分别为： $-50^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-80^\circ \leq \beta \leq 80^\circ$ 、 $-65^\circ \leq \gamma \leq 70^\circ$ 。钻机工作状态用不同位置表征，通过研究初始位置和任一作业状态下平台的转角 α 、 β 、 γ 极限空间，揭示机构内在规律，钻机工作产生振动并

传递至缓冲平台上，引起平台旋转，平台旋转角度即为机构转角工作空间，转角工作空间即表征平台所能最大调节钻机角度范围，显而易见，该机构转角工作空间分布合理，可应对钻机大范围振动工况。

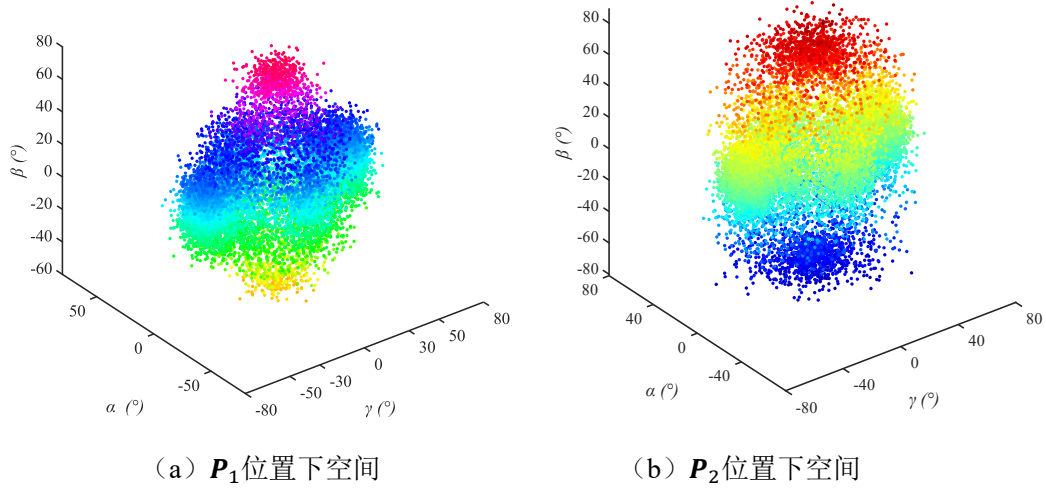


图 4-3 转角极限空间

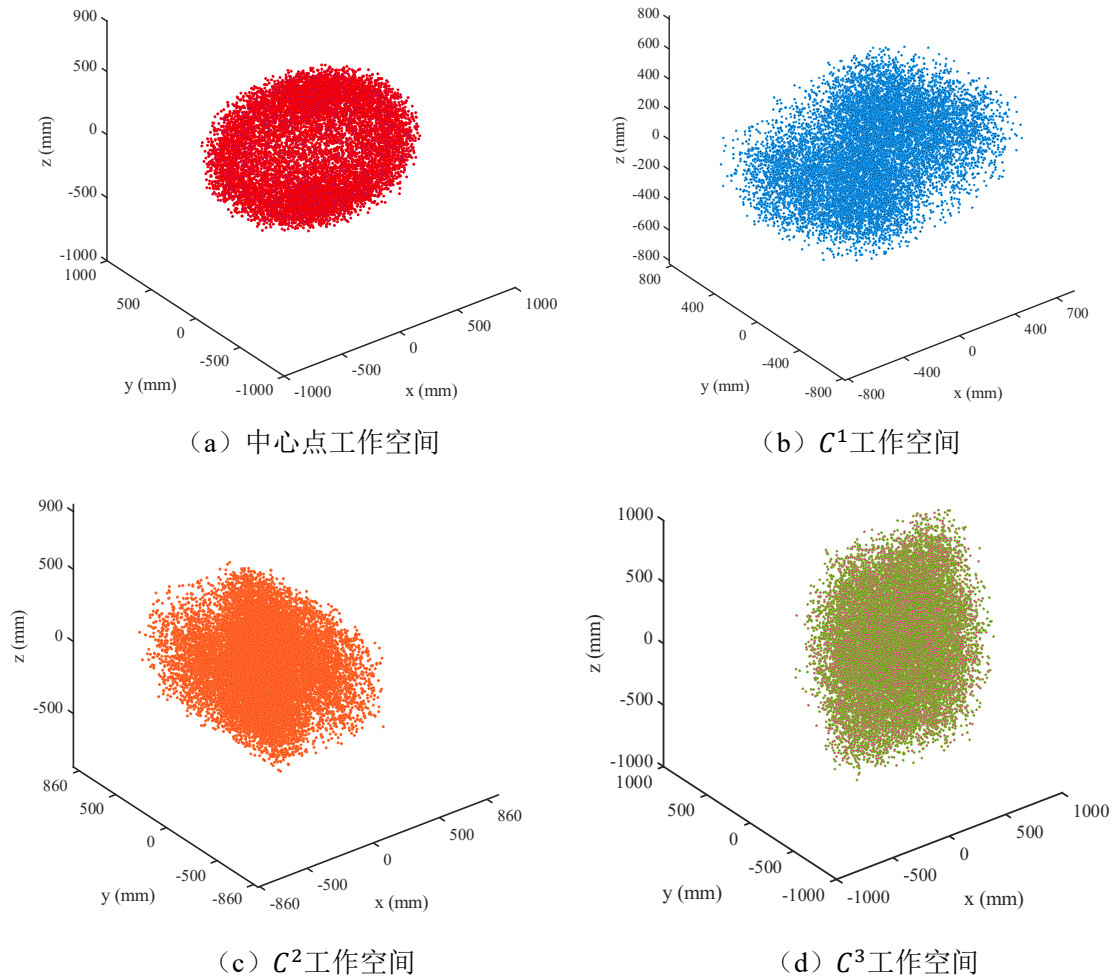


图 4-4 位置工作空间

进一步剖析平台工作空间特性,因机构在结构上具备对称性,分别取缓冲平台中心点与下 S 副铰点 $C^i(i = 1,2,3)$ 为研究对象,分析机构在三维空间内所能达到的极限位置,分别绘制研究对象所达空间位置,结果如图 4-4 所示。

中心点空间位置与下 S 副铰点 C^i 位置存在几何转换关系,故两者可映射转化,则两者工作空间应当具备相似性。图 4-4 中,平台所能达到位置工作空间均呈类椭球体,符合理论推导,同时表明该平台具备较好空间延展性。图 4-4 (a) 中,中心点位置分布范围: $x \in (-800,1000)\text{mm}$ 、 $y \in (-700,1000)\text{mm}$ 、 $z \in (-600,650)\text{mm}$,该空间位置分布范围已满足钻机位姿调整;图 4-4 (b) 中,下 S 副铰点 C^2 位置分布范围为: $x \in (-800,810)\text{mm}$ 、 $y \in (-780,790)\text{mm}$ 、 $z \in (-650,750)\text{mm}$,该结果与中心点工作空间差异不大,设计合理;图 4-4 (c) 中,下 S 副铰点 C^2 位置分布范围为: $x \in (-780,820)\text{mm}$ 、 $y \in (-680,780)\text{mm}$ 、 $z \in (-550,850)\text{mm}$;图 4-4 (d) 中,下 S 副铰点 C^3 位置分布范围为: $x \in (-600,900)\text{mm}$ 、 $y \in (-880,500)\text{mm}$ 、 $z \in (-950,960)\text{mm}$ 。总体而言,该平台位置空间分布较为合理,具备大范围调节钻机位置能力。总结了平台不同观测点的工作空间分布,如表 4-1 所示。

表 4-1 观测点工作空间分布

观测点	在x方向范围	在y方向范围	在z方向范围
中心点	$[-800,1000]$	$[-700,1000]$	$[-600,650]$
C^1	$[-800,810]$	$[-780,790]$	$[-650,750]$
C^2	$[-780,820]$	$[-680,780]$	$[-550,850]$
C^3	$[-600,900]$	$[-880,500]$	$[-950,960]$
C^4	$[-650,870]$	$[-560,950]$	$[-590,870]$
C^5	$[-620,850]$	$[-630,920]$	$[-740,960]$
C^6	$[-820,930]$	$[-600,810]$	$[-830,860]$

4.3 其它性能仿真与分析

4.3.1 静刚度仿真与分析

基于建立的静刚度数学模型,推导机构雅可比矩阵,确定 6 条支链刚度系数,计算整体刚度矩阵,输出机构不同位置下静刚度三维图像。假设整个机构具备各向同性,则 6 条支链具备相同刚度系数 k ,即 $k = k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6$,

根据实际受力情况，取 $k = 50\text{N/mm}$ 。平台初始条件下处于平衡状态，此时 $\mathbf{P}_1 = [x \ y \ z] = [0 \ 1200 \ 0]$ ，姿态 $\mathbf{R}_1 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = 0$ ，根据图 4-3 转角工作空间的分析可知，平台存在最大正向姿态 $\mathbf{R}_{\max} = [\alpha \ \beta \ \gamma] = [50^\circ \ 80^\circ \ 80^\circ]$ ，分析该初始状态和最大正向位姿下平台静刚度分布情况，结果分别如图 4-5 和图 4-6 所示。

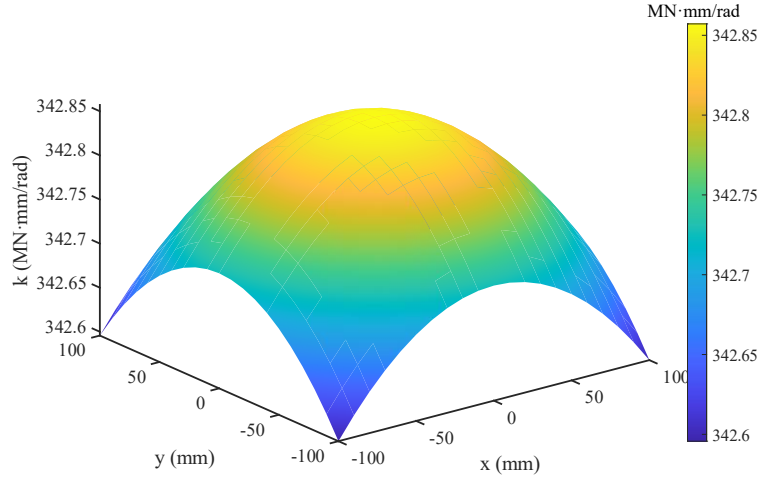


图 4-5 初始状态下静刚度

静刚度系数愈大，表明机构承受负载和抵抗变形能力愈强。图 4-5 中，最小静刚度 $k_{\min} = 342.6\text{MN} \cdot \text{mm/rad}$ ，最大静刚度 $k_{\max} = 342.82\text{MN} \cdot \text{mm/rad}$ ，静刚度整体上保持稳定趋势，同时静刚度足够满足使用要求。

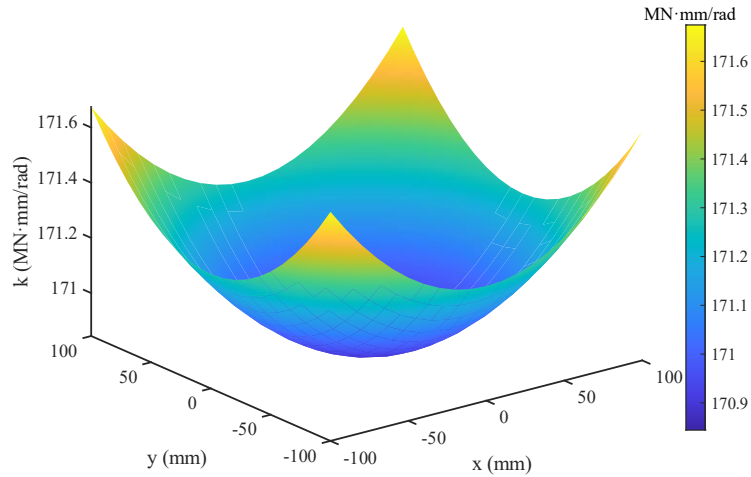


图 4-6 最大正向姿态 $\mathbf{R}_{\max}$ 下静刚度

图 4-6 中，最小静刚度 $k_{\min} = 170.9\text{MN} \cdot \text{mm/rad}$ ，最大静刚度 $k_{\max} = 171.6\text{MN} \cdot \text{mm/rad}$ ，最大正向姿态 $\mathbf{R}_{\max}$ 下静刚度总体上小于初始状态下静刚度，该现象符合实际。

为确保机构设计合理性，分别取平台具有代表性姿态 $\mathbf{R}_2 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = [0^\circ \ 15^\circ \ 50^\circ]$ 、 $\mathbf{R}_3 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = [-20^\circ \ 0^\circ \ -30^\circ]$ 、 $\mathbf{R}_4 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = [-55^\circ \ 12^\circ \ 0^\circ]$ 、 $\mathbf{R}_5 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = [0^\circ \ 0^\circ \ 45^\circ]$ ，研究不同位姿下平台静刚度情况，结果如图 4-7 所示。

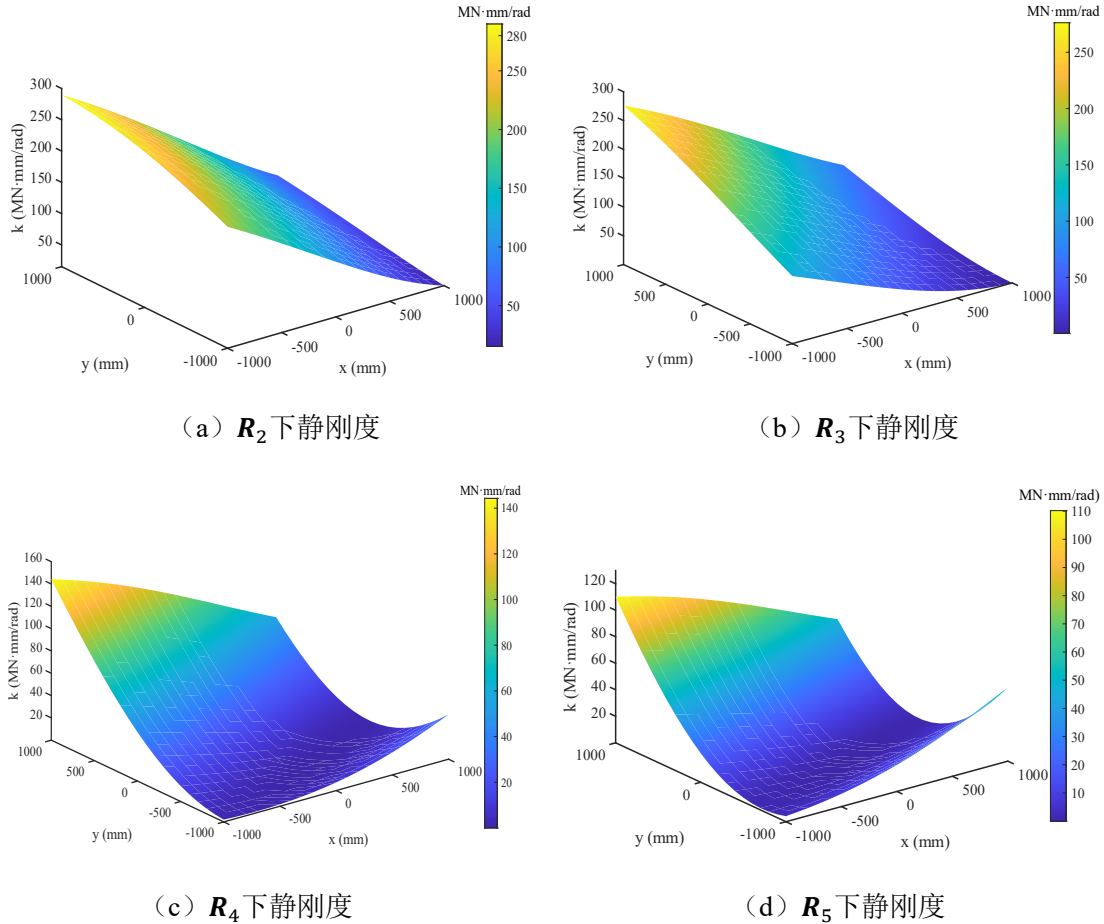


图 4-7 不同姿态下静刚度情况

图 4-7 中展示了平台在不同姿态下静刚度情况。整体上来看，静刚度最大数值维持在 $100\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ 以上，该结果符合设计要求。但在平台运动至极限位置过程中，出现静刚度下滑趋势，该现象符合机构运动学规律，也是不可避免的，虽然在运动极限点处静刚度数值很小，但并不会对机构产生严重影响。

4.3.1 机构灵巧度仿真与分析

灵巧度代表并联机构的动平台在空间中的运动能力以及对输入指令的响应能力^[79]。位姿调姿平台面向钻机作业而设计，为快速精确控制钻机位姿，并胜任矿钻复杂环境，需要平台具备较好灵巧度。基于灵巧度理论分析，条件数的值越接近 1，说明雅可比矩阵的病态程度越小，机构灵巧度越高^[80]。因此，研究平台

在不同状态下条件数分布情况十分重要。由于平台主要调节角度为 α 和 γ ，故研究 $\beta = 0$ 及处于平衡状态下 $\mathbf{P}_1 = [x \ y \ z] = [0 \ 1200 \ 0]$ 定位置条件数分布，结果如图 4-8 所示。

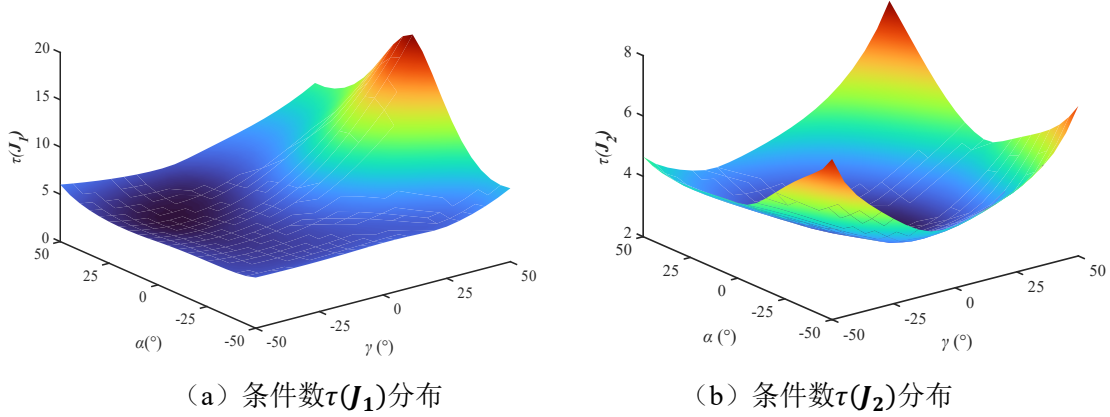


图 4-8 $\mathbf{P}_1$ 状态下条件数分布

整体上来看， $\mathbf{P}_1$ 状态下条件数 $\tau(J_1)$ 和 $\tau(J_2)$ 数值维持在 20 以下，且条件数曲面较为光滑，无明显突变。具体而言，图 4-8 (a) 中， $4 \leq \tau(J_1) \leq 20$ ；图 4-8 (b) 中， $2 \leq \tau(J_2) \leq 8$ 。显而易见，上述条件数很好保持在较小数值，平台在旋转方向上具备快速响应和复杂空间作业能力。

由于灵巧度至关重要，研究了定位置条件数分布后，取平台在姿态 $\mathbf{R}_1 = [\alpha \ \beta \ \gamma] = 0$ 下为研究对象，剖析定姿态下条件数分布情况，结果如图 4-9 所示。

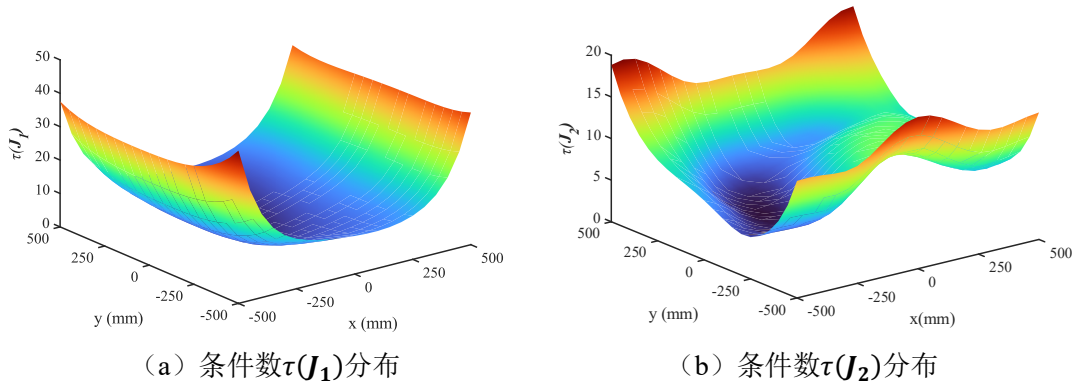


图 4-9 $\mathbf{R}_1$ 定姿态下条件数分布

图 4-9 中， $\mathbf{R}_1$ 定姿态下条件数数值总体上高于 $\mathbf{P}_1$ 状态下条件数数值，表明平台在平移方向上灵巧度小于旋转方向，但钻机振动主要使平台产生旋转偏移，故对平移方向上调节能力没有较高要求。总体上来看，条件数均保持在 50 以下，曲面较为平滑，亦无明显突变。具体而言，图 4-9 (a) 中， $10 \leq \tau(J_1) \leq 50$ ；

图 4-9 (b) 中, $3 \leq \tau(J_2) \leq 20$ 。显而易见, 上述条件数分布较为合理, 表明平台在平移方向上具备快速响应和复杂空间作业能力。

4.4 结论

本章深入剖析位姿调节平台综合性能表现, 基于运动副结构与连接特性, 构建运动副约束条件, 分析转角极限位置; 基于空间线段最小距离判断定理, 剖析连杆约束规则, 建立杆间防干涉条件; 基于优化后的结构参数、机构运动学逆解及工作空间理论, 构建位姿调整平台性能数学模型, 采用数值法研究机构工作空间表现, 探讨不同位置下平台转角极限与空间分布极限, 分析仿真数据发现: 角度范围分别为: $-80^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-80^\circ \leq \beta \leq 80^\circ$ 、 $-65^\circ \leq \gamma \leq 80^\circ$, 平台不同位置下所达极限角度呈对称式分布, 与机构运动学分析结果保持一致, 分布合理。基于建立的静刚度数学模型, 推导机构雅可比矩阵, 计算整体刚度矩阵, 仿真系统静刚度性能, 分析仿真数据发现: 初始状态和最大正向位姿下, 最小静刚度 $k_{\min} = 170.9 \text{ MN} \cdot \text{mm/rad}$, 最大静刚度 $k_{\max} = 342.82 \text{ MN} \cdot \text{mm/rad}$, 静刚度足够满足使用要求。基于雅可比矩阵构建系统条件数, 仿真机构灵巧度性能, 分析仿真数据发现: 条件数分布范围: $4 \leq \tau(J_1) \leq 50$ 、 $2 \leq \tau(J_2) \leq 20$, 条件数最大值处于合理范围。仿真结果表明: 平台工作空间分布合理, 具备大范围位姿调节能力; 静刚度总体保持在较高数值, 具备较好结构稳定性; 灵巧度分布区间处于较小数值段, 平台具备快速响应和复杂空间作业能力。

第 5 章 端到端集成式平台位姿调整性能试验与分析

5.1 位姿调整策略设计

面向极端复杂矿钻作业场景，设计基于 6-PRSS 多连杆并联机构锚杆钻机用多维调姿平台；初始时刻缓冲平台处于位姿水平状态，设计钻机随机振动规律，构造激振器适宜激振角度；振动导致缓冲平台位姿偏移，输入随机振动规律，剖析机构运动学特性，求解活塞杆位置解析式，奠定动力学剖析与控制基础；基于运动学分析，构建系统动力学方程，解析机构动力学特性，提供针对钻机位姿调整滑模控制研究条件；研究机构防干涉约束规则，探讨平台多尺度空间性能，探讨系统作业能力；基于动力学研究与性能分析，构建系统动力学模型并搭建滑模控制器，跟踪活塞杆预期轨迹，实现钻机位姿实时在线调平功能。设计一种位姿调整策略，策略流程如图 5-2 所示。

就位姿调整具体实现方法而言，搭建一种基于滑模控制位姿调整模型，初始状态下，缓冲平台处于水平位姿，钻机工作产生振动导致平台位姿偏移，通过运动学分析求出活塞杆实时位移，基于动力学分析搭建滑模控制器，将活塞杆位移取反后作为预期轨迹，输入已搭建控制器，跟踪取反后的活塞杆位移，实时在线跟踪预期轨迹，保证活塞杆恢复原位，基于运动可逆性原理与补偿机制，纠正缓冲平台位姿，模型如图 5-1 所示。

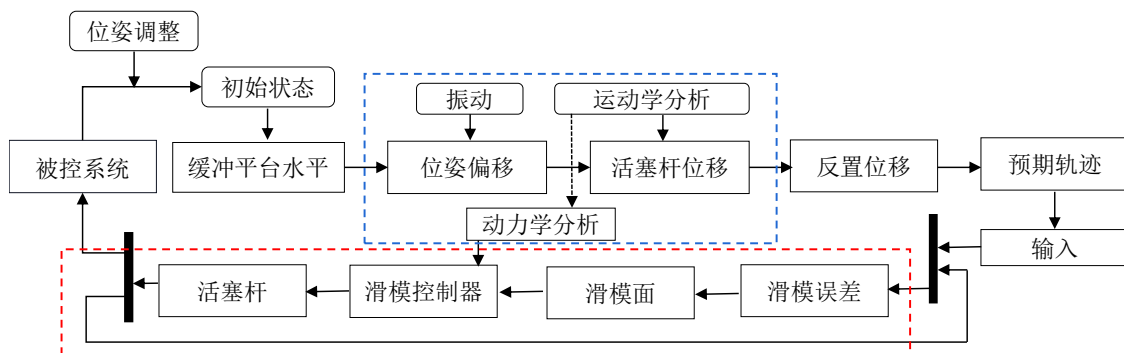


图 5-1 基于滑模控制位姿调整模型

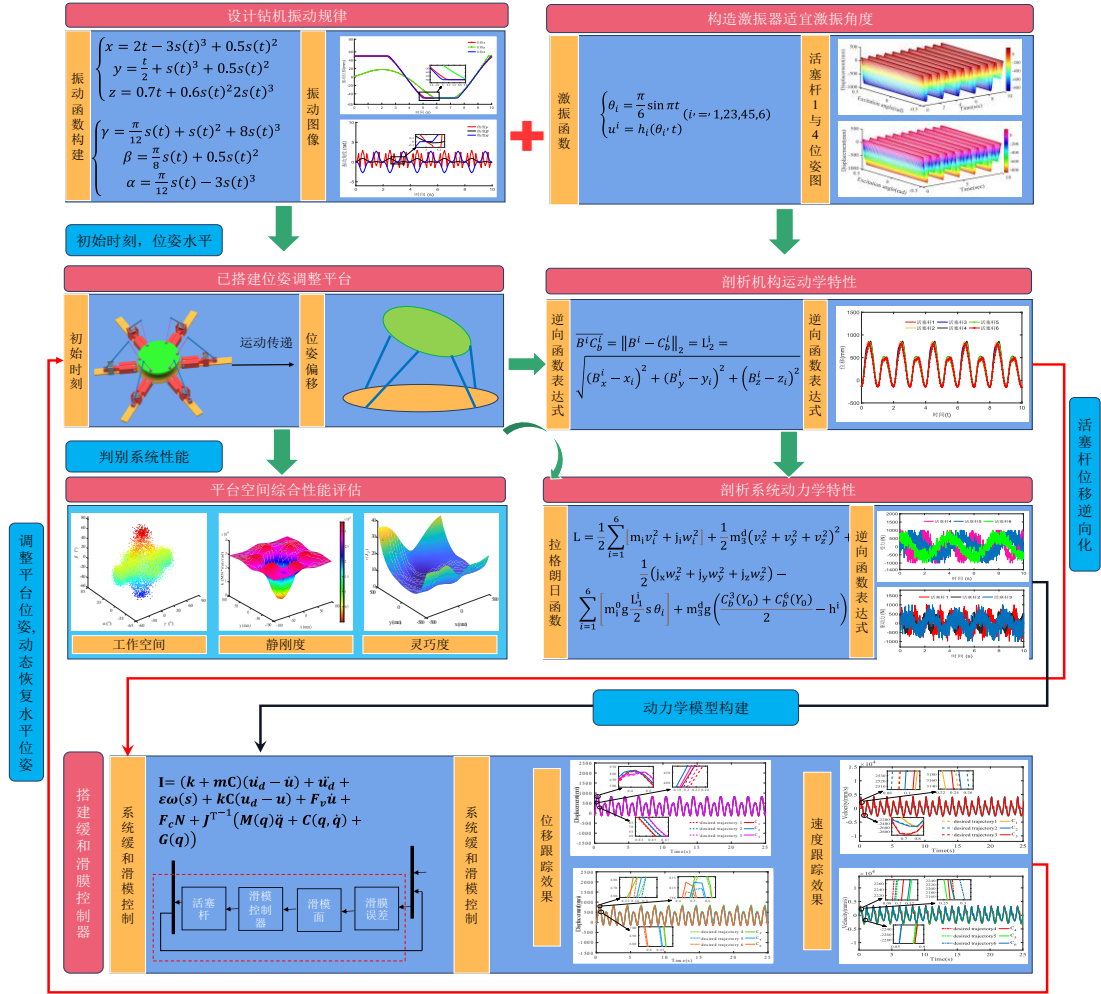


图 5-2 位姿调整策略流程

5.2 振动规律设计

振动由锚杆钻机传递至缓冲平台上, 由于振动具有随机性, 基于锚杆钻机作业属性, 结合相关振动研究成果, 设计一种随机缓冲平台振动规律

$$\begin{cases} x = 2t - 3s(t)^3 + 0.5s(t)^2 \\ y = \frac{t}{2} + s(t)^3 + 0.5s(t)^2 \\ z = 0.7t + 0.6s(t)^2 2s(t)^3 \end{cases} \quad \begin{cases} \gamma = \frac{\pi}{12}s(t) + s(t)^2 + 8s(t)^3 \\ \beta = \frac{\pi}{8}s(t) + 0.5s(t)^2 \\ \alpha = \frac{\pi}{12}s(t) - 3s(t)^3 \end{cases} \quad (5-1)$$

式中

$$s(t) = \sin(\pi t) \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (5-2)$$

根据缓冲平台随机振动规律绘制的振动曲线如图 5-3 所示, 以下图中数值正负代表方向变化。

振动规律作为输入量传递至机构运动学模型中, 结合运动学理论分析, 推导出活塞杆位置逆解, 基于运动学分析与数值搜索算法, 剖析机构多尺度空间性能, 结合推导的动力学方程, 构建动力学模型与滑模控制器, 分析不同振动规律下系

统控制效果。

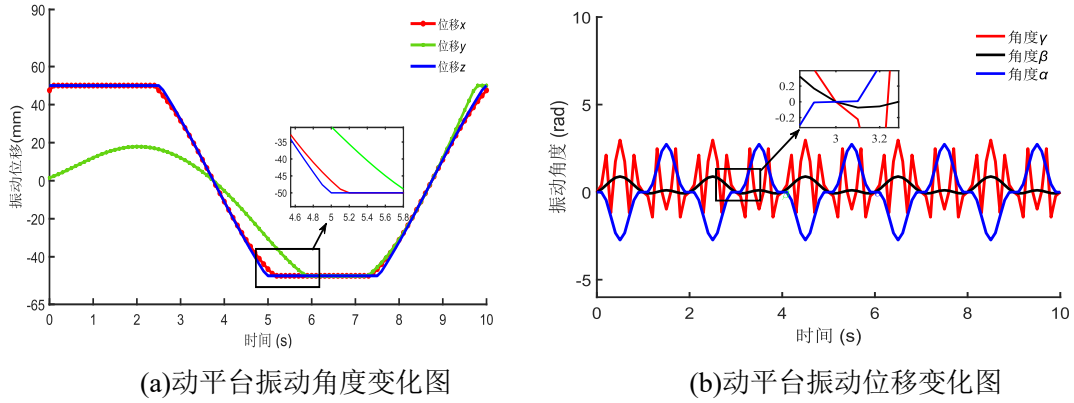


图 5-3 随机振动曲线

5.3 激振角度选取

对于既定的振动规律,通过前面的运动学分析可求解出机构的位置变化规律,基于前文分析,已知隐函数约束方程中存在独立变量 $\theta_i (i = 1,2,3,4,5,6)$,该角度受激振器控制,且 u^i 表达式是关于 t 和 θ_i 的二元函数,则 θ_i 的选取对 u^i 是否存在实数有效解至关重要,兼顾到 R 副转角控制简易性和活塞杆工作有效性,选取激振角度

$$\begin{cases} \theta_i = \frac{\pi}{6} \sin \pi t \\ u^i = h_i(\theta_i, t) \end{cases} (i = 1,2,3,4,5,6) \quad (5-3)$$

基于运动学分析,校核所采用的激振角度合理性,因篇幅有限,如图 5-4 所示,只列出 $u^i (i = 1,4)$ 关于 θ_i 和 t 的位姿图。

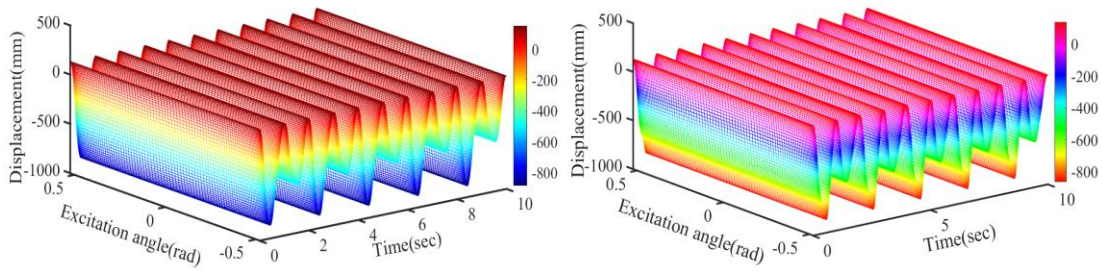


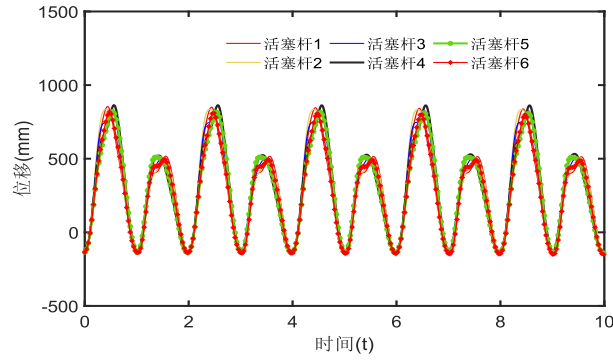
图 5-4 u^i 关于 θ_i 和 t 的位姿

由图可见,所选用的激振函数符合本机构作业特点,在时间维度上, u^i 为光滑曲线,说明不存在非实数解即处处连续可求,在激振角度维度上, u^i 为光滑曲面,说明活塞杆工作空间连续,具备较好的兼容性,同时还可给出激振角度选取原则,只要激振角度 θ_i 避开位姿图中不在曲面上的点即可,具体说就是将该点坐

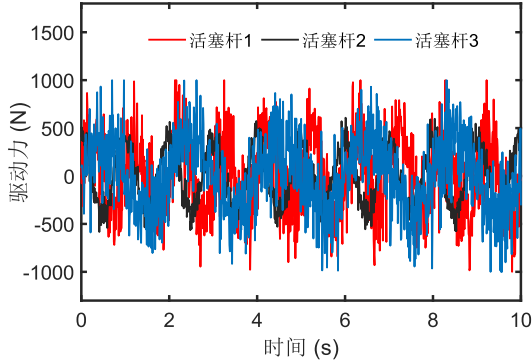
标向底面投影，得到相应角度舍去即可。

5.4 输入耦合与性能仿真

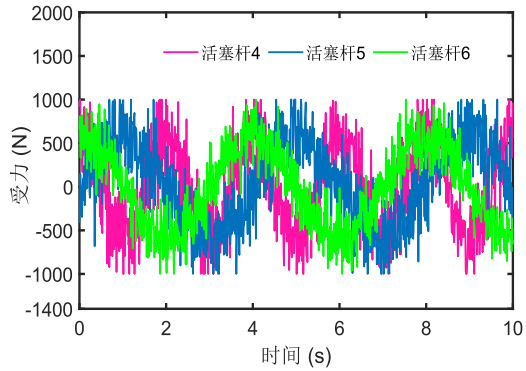
输入缓冲平台振动规律并选取合适激振角度，基于运动学剖析，根据系统给定的参数和运动规律，对机构隐函数表达式求导，得活塞杆位移、速度、加速度变化规律，使用基于符号运算的微分变换法求解机器人雅可比矩阵，推导系统动力学方程，探索活塞杆驱动力规律，基于运动学分析与数值法，剖析机构多尺度空间性能。输入耦合与性能仿真如图 5-5 所示。



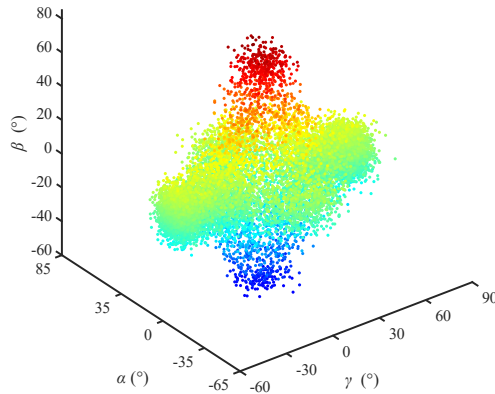
(a) 运动学仿真分析



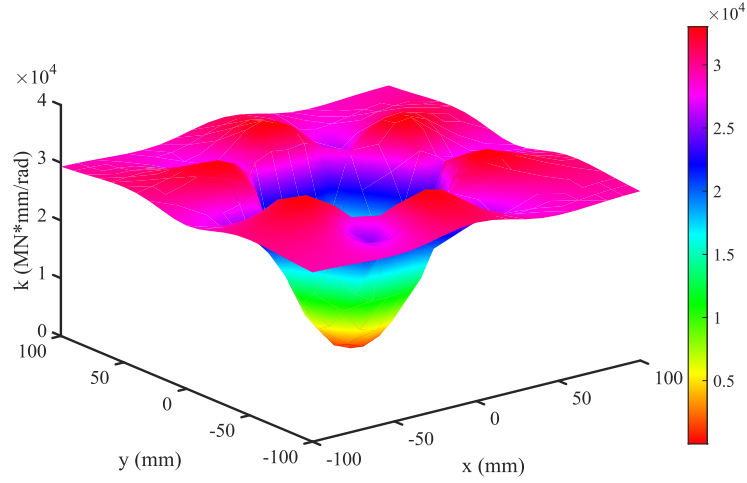
(b) 活塞杆 1, 2, 3 受力



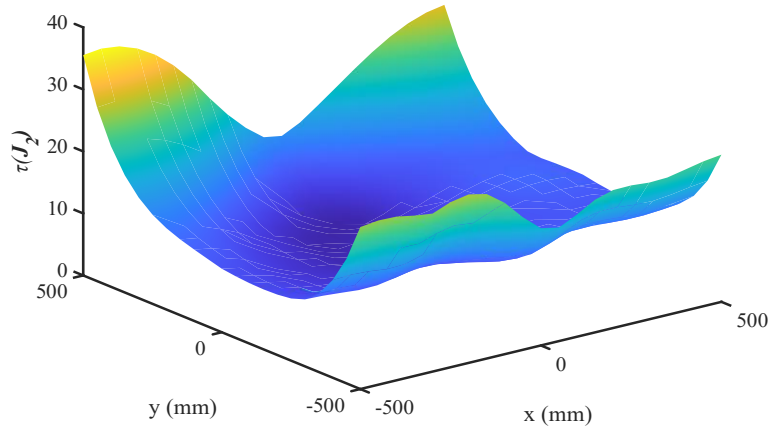
(c) 活塞杆 4, 5, 6 受力



(d) 工作空间仿真分析



(e) 静刚度仿真分析



(f) 灵巧度仿真分析

图 5-5 输入耦合与性能仿真

运动学仿真分析结果如图 5-5(a)所示, 6 个支链的活塞杆位移呈现类周期性正弦函数规律, 位移分布于 $[-130, 960]$ mm, 同时所有活塞杆最大位移均为正值, 最小位移均为负值, 最值位置分布具有对称性, 符合机构自身属性; 动力学仿真分析结果如图 5-5(b)和 图 5-5(c)所示, 活塞杆所受驱动力亦具有周期性, 驱动力总体大致维持在 $[-970, 1000]$ N, 受力合理; 工作空间仿真分析如图 5-5(d)所示, 平台在工作状态下所能达到极限角度呈对称式分布, 角度范围分别分布于: $-65^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-75^\circ \leq \beta \leq 78^\circ$ 、 $-60^\circ \leq \gamma \leq 75^\circ$, 转角工作空间分布合理, 可大范围调节平台位姿; 静刚度仿真分析如图 5-5(e)所示, 最小静刚度 $k_{\min} = 5000 \text{ MN} \cdot \text{mm/rad}$, 最大静刚度 $k_{\max} = 35000 \text{ MN} \cdot \text{mm/rad}$, 静刚度系数较大, 平台承受负载和抵抗变形能力较强; 灵巧度仿真分析如图 5-5(f)所示, 在定姿态条件下, $5 \leq \tau(J_2) \leq 38$, 条件数较为集中且数值较小, 平台在平移方向上具备

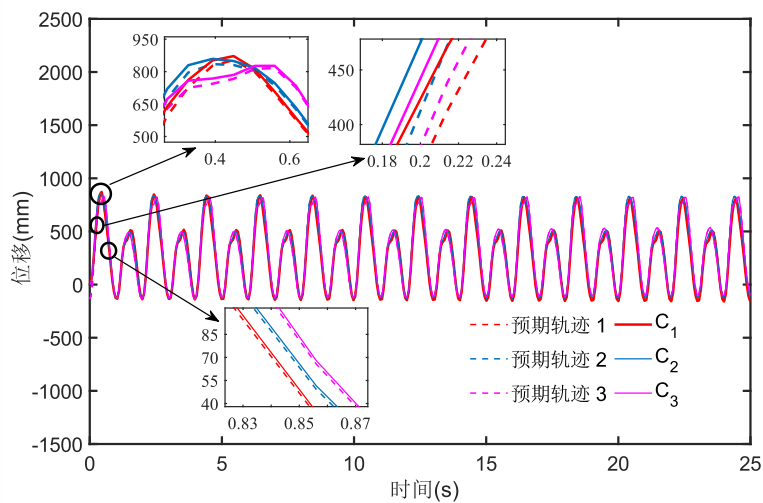
快速响应和复杂空间作业能力。

5.4 位姿调整仿真

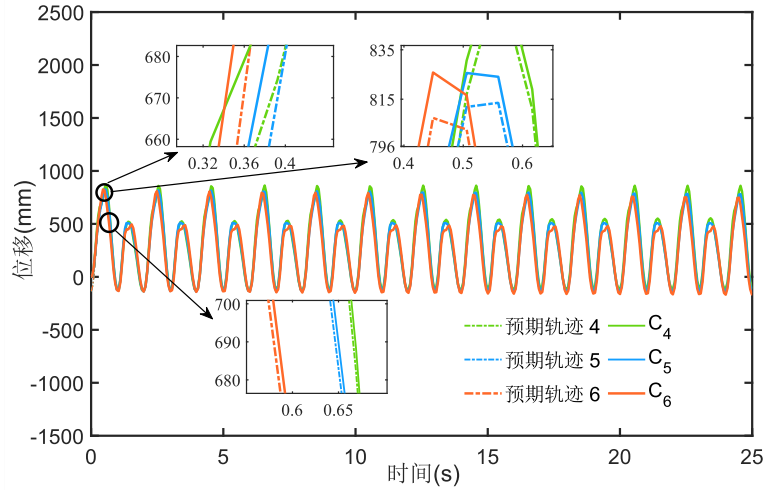
基于设计的位姿调整策略，通过上述输入耦合与性能仿真分析，搭建一种基于滑模控制位姿调整模型，用于在线实时跟踪活塞杆预期轨迹，实现位姿调节功能。采用 MATLAB 2022a 中 Simulink 模块进行控制仿真，硬件为 CPU 为 Intel(R) Core(TM)i7-9750H，基准频率 2.60GHz，内存为 8G。

5.4.1 位移跟踪效果

如图 5-6 所示的活塞杆期望轨迹与跟踪轨迹结果，将 6 组支链上的活塞杆跟踪轨迹分别记为 $C_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ ，考虑到位置轨迹曲线复杂，为清晰呈现结果，将图 5-6 分成两组，其中图 5-6(a)为活塞杆 1、2、3 位置跟踪，由图可见开始时刻 C_1 、 C_2 、 C_3 与各自位置预期轨迹偏差较大，在 0.2-0.24s 内 C_1 比 C_2 、 C_3 的偏差均大，这是活塞杆 1 的预期轨迹在该时间段内比活塞杆 2、3 轨迹复杂难以跟踪导致，在 0.4-0.6s C_1 、 C_2 、 C_3 明显趋近各自预期轨迹，此时偏差减小，在 0.85s 后， C_1 、 C_2 、 C_3 非常贴近各自预期轨迹，同时抖振很小。图 5-6(b)为活塞杆 4、5、6 为位置跟踪，由图可知初始时刻 C_4 、 C_5 、 C_6 与各自预期轨迹偏差也较大，在 0.32-0.4s 区间上 C_4 比 C_5 、 C_6 的偏差均大，因此时活塞杆 4 的预期轨迹有波动导致其难以被跟踪，与前面活塞杆位移分析完全对应，在 0.6s 后 C_4 、 C_5 、 C_6 明显加快贴近各自预期轨迹速度，到 0.65s 后 C_4 、 C_5 、 C_6 与各自预期轨迹的偏差很小，并且抖振不明显。



(a) 活塞杆 1、2、3 位置跟踪

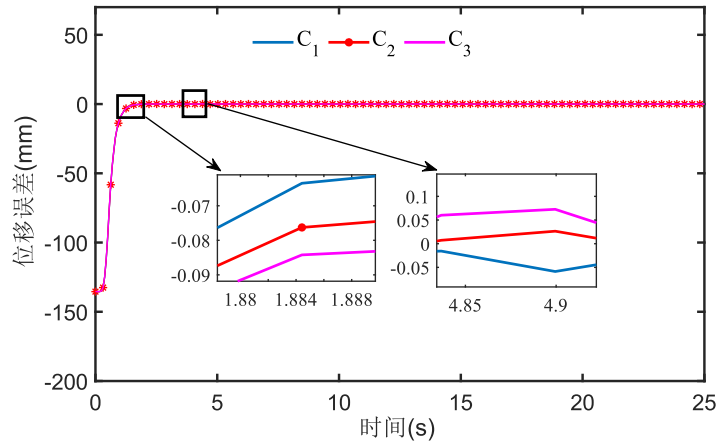


(b)活塞杆 4、5、6 位置跟踪

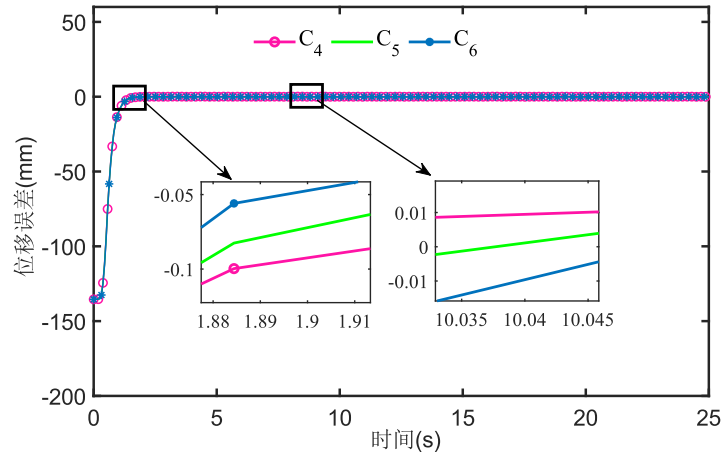
图 5-6 活塞杆位置跟踪

5.4.2 位移跟踪误差

图 5-7 给出了 6 组支链上活塞杆的位置误差，可以看出针对机构位姿调整任务而设计的滑模控制均能在 2s 内将误差快速收敛至很小范围，同时可见误差收敛速度快、峰值小，活塞杆位置跟踪精度高，同时结合表 5-1 活塞杆位置跟踪误差统计情况，可见在 1.6332s 时 6 组活塞杆跟踪误差就收敛到 0.5mm 内，结合运动学部分分析，0.5mm 的精度范围对动平台最后的实际位姿影响可以忽略，同时最大值表示误差峰值可在一定程度反应控制精度，活塞杆误差最大，误差平均值则表示控制整体精度，跟踪误差始终保持在-1.8mm 左右，相比于机构整体尺寸和位移曲线值可精度已可满足位姿调整任务，考虑到机构主要任务是位姿调整，将跟踪精度即控制抖振范围作为首要目标，采用缓和双曲正切函数作为切换函数降低了抖振程度，中位数则达到千分之一程度，整体控制效果较佳。



(a)活塞杆 1、2、3 位置跟踪误差



(b)活塞杆 4、5、6 位置跟踪误差

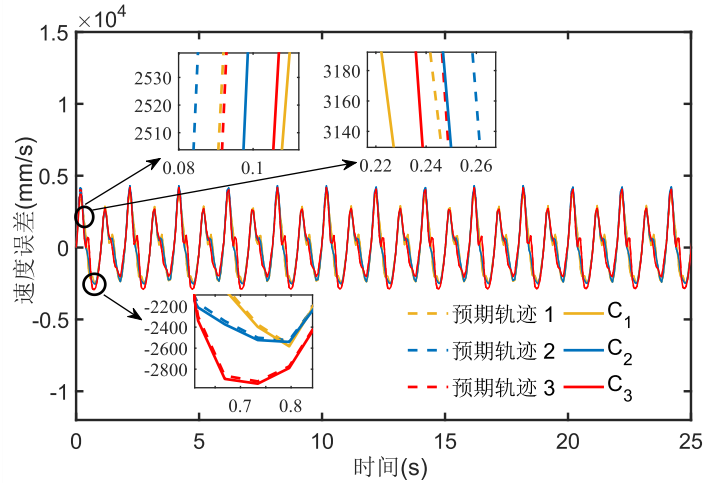
图 5-7 活塞杆位置跟踪误差

表 5-1 活塞杆位置跟踪误差统计

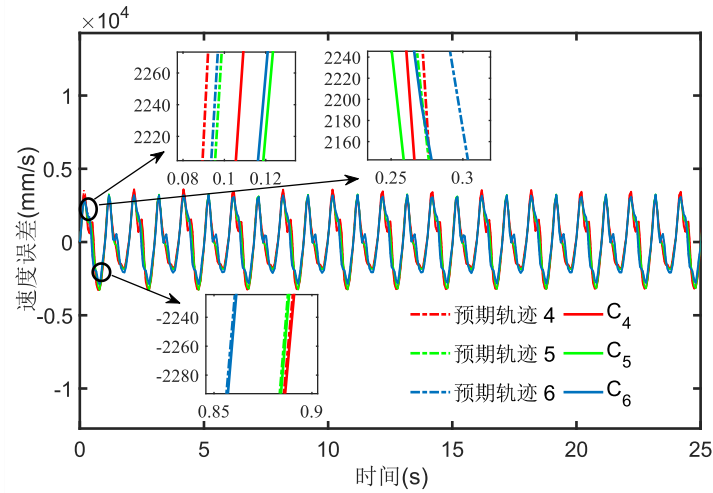
跟踪组别	首次接近-0.5mm 时间(s)	最大值(mm)	平均值(mm)	方差(mm)
C ₁	1.6332	-135.4	-1.819	0.003431
C ₂	1.6332	-135.4	-1.813	0.004867
C ₃	1.6332	-135.4	-1.805	0.006851
C ₄	1.6332	-135.4	-1.805	0.006967
C ₅	1.6332	-135.4	-1.809	0.003033
C ₆	1.6332	-135.4	-1.816	0.008291

5.4.3 速度跟踪效果

如图 5-8 所示的活塞杆速度跟踪结果，同理，考虑到速度轨迹曲线复杂，为清晰呈现结果，将活塞杆 1、2、3 的速度跟踪置为一组如图 5-8(a)所示，由图可见开始时刻C₁、C₂、C₃与各自预期速度轨迹偏差较大，在 0.09-0.11s 内C₁比C₂、C₃的偏差均大，这是活塞杆 1 的预期速度轨迹在该时间段内比活塞杆 2、3 轨迹复杂难以跟踪导致，在 0.22-0.26sC₁、C₂、C₃开始趋近各自预期轨迹，此时偏差减小，在 0.7s 后，C₁、C₂、C₃非常贴近各自预期轨迹，同时抖振很小。图 5-8(b)为活塞杆 4、5、6 为速度跟踪，由图可知初始时刻C₄、C₅、C₆与各自预期轨迹偏差也较大，在 0.08-0.12s 区间上C₄比C₅、C₆的偏差均小，因此时活塞杆 4 的预期速度轨迹变化不明显其易被跟踪，与前面活塞杆速度曲线相对应，在 0.25s 后C₄、C₅、C₆明显加快贴近各自预期轨迹的速度，到 0.85s 后C₄、C₅、C₆与各自预期速度轨迹的偏差很小，并且抖振不明显，从结果可见整体速度跟踪效果尚好。



(a)活塞杆 1、2、3 速度跟踪

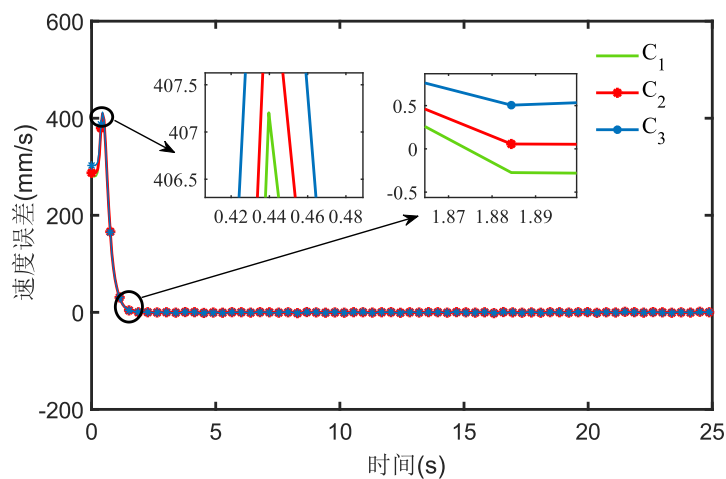


(b)活塞杆 4、5、6 速度跟踪

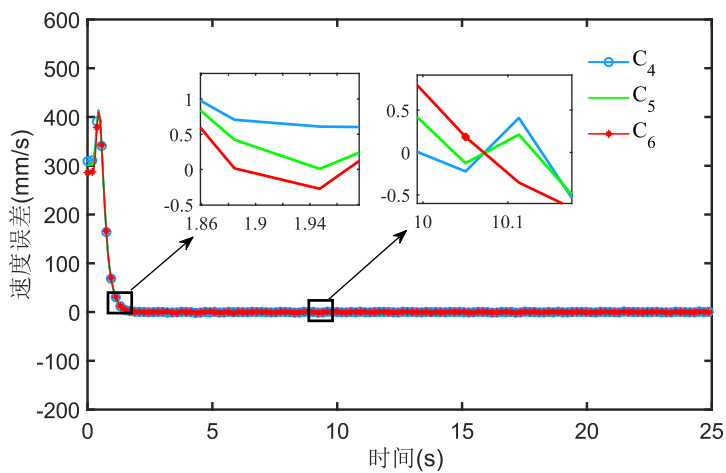
图 5-8 活塞杆速度跟踪

5.4.4 速度跟踪误差

图 5-9 为 6 组支链上活塞杆的速度误差，同时结合表 5-2 所示的速度跟踪误差统计结果，可见速度跟踪误差均可在 2s 内快速收敛至很小范围，误差收敛速度快，峰值小，抖振程度低，速度跟踪精度高，由表 5-2 所示，所有活塞杆均在 2.08s 内速度误差收敛至 0.5mm/s，结合运动学部分分析结果，0.5mm/s 相较于活塞杆整体平均速度而言可忽略不计，最后对动平台实际位姿影响很小，误差峰值均在 414mm/s 以下，误差平均值最大为 5.596mm/s，表明整体控制精度高，抖振程度低，而中位数统计结果最大也仅为 0.05438mm/s，其中采用缓和双曲正切函数作为切换函数效果明显，降低了抖振程度，保持更高的跟踪精度。



(a) 活塞杆 1,2,3 速度误差



(b) 活塞杆 4,5,6 速度误差

图 5-9 活塞杆速度跟踪误差

表 5-2 活塞杆速度跟踪误差统计

跟踪组别	首次接近 $0.5(\frac{\text{mm}}{\text{s}})$ 时间(s)	最大值($\frac{\text{mm}}{\text{s}}$)	平均值($\frac{\text{mm}}{\text{s}}$)	均值($\frac{\text{mm}}{\text{s}}$)
C ₁	1.8844	407.2	5.434	-0.03844
C ₂	1.8844	409.1	5.478	0.03942
C ₃	2.0792	412.5	5.546	0.05438
C ₄	2.0792	414	5.596	0.02967
C ₅	1.8844	412.1	5.572	0.02756
C ₆	1.8844	408.7	5.466	-0.07766

5.5 本章小结

本章提出了一种位姿调整策略，并详细阐述基于滑模控制位姿调整模型搭建原理，通过反置运动学分析求出的活塞杆实时位移，将其标记为预期轨迹用于控制跟踪，保证活塞杆实时复原，实现钻机位姿调整功能。首先设计一种随机振动

规律, 将其作为输入量传递至机构运动学模型, 兼顾到 R 副转角控制简易性和活塞杆工作有效性, 选取激振角度。然后开展了输入耦合与性能仿真, 基于运动学剖析, 对机构隐函数表达式求导, 得活塞杆运动学变化规律, 推导系统动力学方程, 探索活塞杆驱动力规律, 基于运动学分析与数值法, 剖析机构多尺度空间性能, 分析数据发现: 活塞杆位移呈现类周期性正弦函数规律, 位移分布于 $[-130, 960]\text{mm}$; 活塞杆所受驱动力亦具有周期性, 驱动力总体大致维持在 $[-970, 1000]\text{N}$, 受力合理; 平台角度范围分别分布于: $-65^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-75^\circ \leq \beta \leq 78^\circ$ 、 $-60^\circ \leq \gamma \leq 75^\circ$, 转角工作空间分布合理, 可大范围调节平台位姿; 最小静刚度 $k_{\min} = 5000\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$, 最大静刚度 $k_{\max} = 35000\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$, 静刚度系数较大, 平台承受负载和抵抗变形能力较强; 在定姿态条件下, $5 \leq \tau(J_2) \leq 38$, 条件数较为集中且数值较小, 平台在平移方向上具备快速响应和复杂空间作业能力。最后基于设计的位姿调整策略, 开展位姿调整仿真, 分析数据发现: 针对位姿调整任务而设计的滑模控制均能在 2s 内将位置与速度误差快速收敛至很小范围, 位置跟踪误差始终保持在 -1.8mm 左右, 速度误差平均值最大为 $5.596\text{mm}/\text{s}$, 整体控制精度高, 抖振程度低, 可快速稳定调节钻机位姿。

第 6 章 结论与展望

6.1 结论

本文面向锚杆钻机工作位姿调整领域，以基于 6-PRSS 多连杆并联机构为研究对象，围绕机构本体设计、运动学分析、参数优化、动力学剖析、控制器设计、空间性能解析及位姿调整策略六个方面展开研究。本文主要结论如下：

(1) 原创性地提出一种 6-PRSS 多连杆并联机构，核算机构自由度；简化机构物理模型，推导活塞杆位置表达关系式；构建钻机最佳工作状态目标函数，采用遗传优化算法优化结构参数；设计一种随机振动规律，仿真系统运动学性能。基于仿真数据分析发现：活塞杆位移变化规律均按照近似于余弦函数做周期运动，运动过程较为平滑。最大位移出现在活塞杆 4 上，数值为 -863.5mm ，最小位移出现在活塞杆 3 上，数值为 135.7mm ；最大速度出现在活塞杆 2 上，数值为 -4312mm/s ；最大加速度出现在活塞杆 4 上，数值为 $3.74 \times 10^4\text{mm/s}^2$ 。仿真结果表明：机构设计合理，运动学性能较好，活塞杆反应速度快，运动平稳，具备在短时间内调整位姿能力。

(2) 深入剖析机构动力学性能，求解机构雅可比矩阵；构建系统动力学方程，仿真系统动力学性能。基于仿真数据分析发现：活塞杆所受驱动力具有周期性，驱动力总体维持在 $[106 - 587]\text{N}$ 间。引入缓和滑模趋近率，搭建系统滑模控制器，对比一种并联机器人的轨迹跟踪滑模控制效果。仿真面向平台位姿调整滑模控制效果，分析相关仿真数据发现：位移和速度跟踪均能在 2.02s 内收敛误差，在 2.0s 左右将误差收敛到 5mm 内，误差平均值始终保持在 -5.0mm 左右，中位数最大为 0.009752mm 。结果表明基于滑模控制下活塞杆位移与速度跟踪效果较好，可胜任平台位姿调整任务。

(3) 深入剖析位姿调节平台综合性能表现，构建运动副约束条件；剖析连杆约束规则，构建位姿调整平台性能数学模型。分析仿真数据发现：角度范围分别为： $-80^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-80^\circ \leq \beta \leq 80^\circ$ 、 $-65^\circ \leq \gamma \leq 80^\circ$ ，平台不同位置下所达极限角度呈对称式分布，与机构运动学分析结果保持一致，分布合理。推导机构雅可比矩阵，计算整体刚度矩阵，仿真系统静刚度性能，分析仿真数据发现：初始

状态和最大正向位姿下，最小静刚度 $k_{\min} = 170.9\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ ，最大静刚度 $k_{\max} = 342.82\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ ，静刚度足够满足使用要求。仿真机构灵巧度性能，分析仿真数据发现：条件数分布范围： $4 \leq \tau(J_1) \leq 50$ 、 $2 \leq \tau(J_2) \leq 20$ ，条件数最大值处于合理范围。仿真结果表明：平台工作空间分布合理，具备大范围位姿调节能力；静刚度总体保持在较高数值，具备较好结构稳定性；灵巧度分布区间处于较小数值段，平台具备快速响应和复杂空间作业能力。

(4) 提出一种位姿调整策略，阐述基于滑模控制位姿调整模型搭建原理。首先设计一种随机振动规律并选取激振角度，然后开展输入耦合与性能仿真，分析仿真数据发现：活塞杆位移分布于 $[-130, 960]\text{mm}$ ；驱动力总体大致维持在 $[-970, 1000]\text{N}$ ；平台角度范围分别分布于： $-65^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 、 $-75^\circ \leq \beta \leq 78^\circ$ 、 $-60^\circ \leq \gamma \leq 75^\circ$ ；最小静刚度 $k_{\min} = 5000\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ ，最大静刚度 $k_{\max} = 35000\text{MN} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ ；在定姿态条件下， $5 \leq \tau(J_2) \leq 38$ 。最后开展位姿调整仿真，分析数据发现：针对位姿调整任务而设计的滑模控制均能在 2s 内将位置与速度误差快速收敛至很小范围，位置跟踪误差始终保持在 -1.8mm 左右，速度误差平均值最大为 $5.596\text{mm}/\text{s}$ ，整体控制精度高，抖振程度低，可快速稳定调整钻机位姿。

6.2 创新点

本文的创新点如下：

(1) 提出一种 6-PRSS 多连杆并联机构用于钻机位姿调整

采用螺旋理论与修正 K-FG 公式核算机构自由度；基于运动空间约束关系与杆长一致性原理，推导出活塞杆位置隐函数表达式详细分析机构运动学性能；构建钻机最佳工作状态目标函数，采用遗传算法优化系统参数；基于虚功原理的拉格朗日方程，构建系统动力学方程，透彻剖析动力学性能；提出一种缓和滑模趋近率，搭建面向位姿调整滑模控制器。

(2) 深入剖析平台综合性能表现并提出一种位姿调整策略

基于运动副结构与连接特性，构建运动副约束条件并分析转角极限位置；基于空间线段最小距离判断定理，剖析连杆约束规则并建立杆间防干涉条件；采用数值解法，构建位姿调整平台空间工作模型；基于建立的静刚度数学模型，推导机构雅可比矩阵并计算整体刚度矩阵；基于雅可比矩阵构建系统条件数，搭建机

构灵巧度性能模型。阐述基于滑模控制位姿调整模型搭建原理；设计一种随机振动规律，选取激振角度。基于运动学剖析，分析活塞杆运动学变化规律；推导系统动力学方程，探索活塞杆驱动力规律；基于运动学分析与数值法，剖析机构多尺度空间性能；基于设计的位姿调整策略，开展位姿调整仿真，实现钻机位姿实时在线调整。

6.3 展望

本文围绕基于 6-PRSS 的锚杆钻机六自由度位姿调整平台设计、分析及控制的研究取得了阶段性研究成果，对并联机构研究及解决锚杆钻机失稳问题具有实际指导意义。为进一步提高实际工程应用价值，在以下两个方面还需进行深入研究：

(1) 本文重点剖析机构逆向运动学，未对正向运动学展开详细研究。以活塞杆为驱动源，探讨缓冲平台运动规律，采用数值分析法构建两者函数关系，探究活塞杆位移对钻机位姿变化影响，寻找位姿调节控制新策略，以图更精准更高效实现钻机位姿调节水平。

(2) 所提位姿调整策略均在理想模型中构建，并在虚拟数值仿真中进行验证，并未考虑到钻机实际作业下其它干扰因素，如土质结构与地面振动等。虚拟数值仿真仅为理论，和实际环境仍有较大差距。本文研究给该领域提供了一种理论研究思路，未来还需搭建真实物理样机，在实践中修正理论推导。

参考文献

- [1] 王昊.国内煤矿锚杆钻机应用现状及发展趋势[J].煤矿机械,2025,46(01):165-168.
- [2] 张英,孙豪,马帅帅.基于 4-UPS/CPC 并联机构的多维调姿隔振平台设计[J].中国机械工程,2021,32(13):1513-1522+1529.
- [3] Chen W, Qin Z, Zhang X. Review on the Development and Applications of Vibration Isolators[C]//2019 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2019: 2126-2131.
- [4] Gao X, Niu J, Jia R. Grey relation analysis of natural frequency and semi-active robust optimal control of a multi-dimensional isolator based on parallel mechanism and magneto-rheological damper[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2022, 236(10): 5181-5191.
- [5] Gu H, Wei C, Zhang Z, et al. Theoretical and Experimental Study on Active Stiffness Control of a Two-Degrees-of-Freedom Rope-Driven Parallel Mechanism[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2021, 13(1): 011018.
- [6] Pham M T, Yeo S H, Teo T J, et al. A decoupled 6-DOF compliant parallel mechanism with optimized dynamic characteristics using cellular structure[J]. Machines, 2021, 9(1): 5.
- [7] 王静.CM04 型锚杆钻机的结构[J].煤矿机械,2012,33(01):178-180.
- [8] 王成.机载液压锚杆钻机隔振装置的设计[J].煤矿机电,2009,(02):11-12.
- [9] Kim J, Park F C, Ryu S J, et al. Design and analysis of a redundantly actuated parallel mechanism for rapid machining[J]. IEEE Transactions on robotics and automation, 2002, 17(4): 423-434.
- [10] 谢宗武,侯鹏飞,朱映远.6-PSS 并联式空间对接调姿机构的研制[J].机械与电子,2014,(12):54-57.
- [11] Chu W, Huang X, Li S. Cabin posture adjustment method based on redundant constrained parallel mechanism[J]. Assembly Automation, 2020, 40(3): 377-386.

- [12] Liu S, Sun Y, Peng G, et al. Development of a novel 6-DOF hybrid serial-parallel mechanism for pose adjustment of large-volume components[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2022, 236(5): 2099-2114.
- [13] Li G, Li Y, Weng S, et al. Design and Simulation of a Novel 6-DOF Hybrid Mechanism Motion Platform for Pose Adjustment of Heavy Equipment[J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2022: 1-24.
- [14] Bao X, Wang S, Zheng L, et al. Sapm: Self-adaptive parallel manipulator with pose and force adjustment for robotic ultrasonography[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 70(10): 10333-10343.
- [15] Araujo-Gómez P, Mata V, Díaz-Rodríguez M, et al. Design and Kinematic Analysis of a Novel 3U PS/RPU Parallel Kinematic Mechanism With 2T2R Motion for Knee Diagnosis and Rehabilitation Tasks[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(6): 061004.
- [16] Du X, Li Y, Wang P, et al. Design and optimization of solar tracker with U-PRU-PUS parallel mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 155: 104107.
- [17] Zhao X, Zhao T, Xu X, et al. Kinematic analysis and dimensional synthesis of a three-degrees-of-freedom hybrid-drive parallel mechanism[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2019, 233(8): 2728-2752.
- [18] Gao X, Niu J, He L, et al. Vibration characteristics of multi-dimensional isolator based on 4-PUU parallel mechanism with joint clearance[J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(6): 5179-5195.
- [19] Ye W, Chai X, Zhang K. Kinematic modeling and optimization of a new reconfigurable parallel mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 149: 103850.
- [20] 孙小勇, 谢志江, 蹇开林, 等. 6-PSS 柔性并联机器人动力学分析与仿真[J]. 农业机械学报, 2012, 43(07): 194-199+205.

- [21] 邓槟槟,尚伟伟,张彬,等.6 自由度绳索牵引并联机器人的快速终端滑模同步控制[J].机械工程学报,2022,58(13):50-58.
- [22] Wang K, Li J, Shen H, et al. Inverse dynamics of A 3-DOF parallel mechanism based on analytical forward kinematics[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2022, 35(1): 119.
- [23] Zhang Y, Guo X, Yu S. Study on a four degrees-of-freedom multi-dimensional vibration isolation platform based on a 4-UPU parallel mechanism[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2021, 45(4): 501-512.
- [24] Liu J, Li Y, Zhang Y, et al. Dynamics and control of a parallel mechanism for active vibration isolation in space station[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76: 1737-1751.
- [25] Chi W, Ma S J, Sun J Q. A hybrid multi-degree-of-freedom vibration isolation platform for spacecrafts by the linear active disturbance rejection control[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2020, 41(5): 805-818.
- [26] Wang Y, Miao Z, Yin X. Research on multi-dimensional vibration isolation control system based on a parallel mechanism[C]//2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). IEEE, 2017: 1115-1120.
- [27] Liu S, Peng G, Gao H. Dynamic modeling and terminal sliding mode control of a 3-DOF redundantly actuated parallel platform[J]. Mechatronics, 2019, 60: 26-33.
- [28] Khan A H, Li S. Sliding mode control with PID sliding surface for active vibration damping of pneumatically actuated soft robots[J]. IEEE Access, 2020, 8: 88793-88800.
- [29] Cuvillon L, Weber X, Gangloff J. Modal control for active vibration damping of cable-driven parallel robots[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2020, 12(5): 051004.
- [30] Hamaguchi M. Damping and transfer control system with parallel linkage mechanism-based active vibration reducer for omnidirectional wheeled robots[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 23(5): 2424-2435.
- [31] 陈伟杰,陈文波.2UPR/UPS/UP 并联机器人的工作空间及承载能力优化设计[J].智能计算机与应用,2022,12(11):142-147.

- [32] 崔国华,周海栋,王南,等.基于 Isight 的 3-UPS-S 并联机器人机构多目标优化[J].农业机械学报,2013,44(09):261-266.
- [33] 蒲志新,郭建伟,潘玉奇,等.2PPaPaR 并联机构性能分析及优化设计[J].中国机械工程,2023,34(19):2304-2312.
- [34] Feller D. Dexterity, workspace and performance analysis of the conceptual design of a novel three-legged, redundant, lightweight, compliant, serial-parallel robot[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2023, 109(1): 6.
- [35] Zhao J, Wu C, Yang G, et al. Kinematics analysis and workspace optimization for a 4-DOF 3T1R parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104484.
- [36] Zaccaria F, Idá E, Briot S, et al. Workspace computation of planar continuum parallel robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 2700-2707.
- [37] Nigatu H, Kim D. Workspace optimization of 1T2R parallel manipulators with a dimensionally homogeneous constraint-embedded Jacobian[J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 188: 105391.
- [38] Pusey J, Fattah A, Agrawal S, et al. Design and workspace analysis of a 6–6 cable-suspended parallel robot[J]. Mechanism and machine theory, 2004, 39(7): 761-778.
- [39] Kumar A A, Antoine J F, Zattarin P, et al. Workspace analysis of a 4 cable-driven spatial parallel robot[C]//ROMANSY 22–Robot Design, Dynamics and Control: Proceedings of the 22nd CISM IFToMM Symposium, June 25-28, 2018, Rennes, France. Springer International Publishing, 2019: 204-212.
- [40] Yang G, Pham C B, Yeo S H. Workspace performance optimization of fully restrained cable-driven parallel manipulators[C]//2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2006: 85-90.
- [41] Wu J, Gao Y, Zhang B, et al. Workspace and dynamic performance evaluation of the parallel manipulators in a spray-painting equipment[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2017, 44: 199-207.
- [42] Qin Z, Liu Z, Liu Y, et al. Workspace analysis and optimal design of dual cable-suspended robots for construction[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 171: 104763.

- [43] Huang M Z. Design of a planar parallel robot for optimal workspace and dexterity[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2011, 8(4): 49.
- [44] Li W, Angeles J. A novel three-loop parallel robot with full mobility: kinematics, singularity, workspace, and dexterity analysis[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2017, 9(5): 051003.
- [45] Arsenault M, Boudreau R. Synthesis of planar parallel mechanisms while considering workspace, dexterity, stiffness and singularity avoidance[J]. 2006.
- [46] Chai X, Wang M, Xu L, et al. Dynamic modeling and analysis of a 2PRU-UPR parallel robot based on screw theory[J]. Ieee Access, 2020, 8: 78868-78878.
- [47] Yin F W, Tian W J, Liu H T, et al. A screw theory based approach to determining the identifiable parameters for calibration of parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 145: 103665.
- [48] Li X, Qu H, Li G, et al. Optimal design of a kinematically redundant planar parallel mechanism based on error sensitivity and workspace[J]. Journal of Mechanical Design, 2023, 145(2): 023305.
- [49] Li C, Wang N, Chen K, et al. Prescribed flexible orientation workspace and performance comparison of non-redundant 3-DOF planar parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 168: 104602.
- [50] Liu H, Huang T, Chetwynd D G, et al. Stiffness modeling of parallel mechanisms at limb and joint/link levels[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(3): 734-741.
- [51] Masuda T, Fujiwara M, Kato N, et al. Mechanism configuration evaluation of a linear-actuated parallel mechanism using manipulability[C]//Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 02CH37292). IEEE, 2002, 1: 489-495.
- [52] Ling Z, Hao Z J. Intrusion detection using normalized mutual information feature selection and parallel quantum genetic algorithm[J]. International Journal on Semantic Web and Information Systems (IJSWIS), 2022, 18(1): 1-24.
- [53] Bäcker M, Whiting E, Bickel B, et al. Spin-it: Optimizing moment of inertia for spinnable objects[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2014, 33(4): 1-10.

- [54] Sadeghi A N, Arıkan K B, Özbek M E. Modelling and controlling of drill string stick slip vibrations in an oil well drilling rig[J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2022, 216: 110759.
- [55] Zhou X, Ma H, Gu J, et al. Parameter adaptation-based ant colony optimization with dynamic hybrid mechanism[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2022, 114: 105139.
- [56] Zhang Z, Shao Z, You Z, et al. State-of-the-art on theories and applications of cable-driven parallel robots[J]. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2022, 17(3): 37.
- [57] Shiau T N, Tsai Y J, Tsai M S. Nonlinear dynamic analysis of a parallel mechanism with consideration of joint effects[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2008, 43(4): 491-505.
- [58] Abo-Shanab R F. Dynamic modeling of parallel manipulators based on Lagrange–D’Alembert formulation and Jacobian/Hessian matrices[J]. *Multibody System Dynamics*, 2020, 48(4): 403-426.
- [59] Abo-Shanab R F. Dynamic modeling of parallel manipulators based on Lagrange–D’Alembert formulation and Jacobian/Hessian matrices[J]. *Multibody System Dynamics*, 2020, 48(4): 403-426.
- [60] Tarasov V E. On chain rule for fractional derivatives[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2016, 30(1-3): 1-4.
- [61] Antman S S, Osborn J E. The principle of virtual work and integral laws of motion[J]. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1979, 69: 231-262.
- [62] Kalani H, Rezaei A, Akbarzadeh A. Improved general solution for the dynamic modeling of Gough–Stewart platform based on principle of virtual work[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83: 2393-2418.
- [63] Zhmakin A I. A Compact Introduction to Fractional Calculus[J]. *arXiv preprint arXiv:2301.00037*, 2022.
- [64] Lee H, Utkin V I. Chattering suppression methods in sliding mode control systems[J]. *Annual reviews in control*, 2007, 31(2): 179-188.
- [65] Furuta K. Sliding mode control of a discrete system[J]. *Systems & Control Letters*,

- 1990, 14(2): 145-152.
- [66] Plestan F, Shtessel Y, Bregeault V, et al. New methodologies for adaptive sliding mode control[J]. International journal of control, 2010, 83(9): 1907-1919.
- [67] Komurcugil H, Biricik S, Bayhan S, et al. Sliding mode control: Overview of its applications in power converters[J]. IEEE Industrial Electronics Magazine, 2020, 15(1): 40-49.
- [68] Wu X, Huang Y. Adaptive fractional-order non-singular terminal sliding mode control based on fuzzy wavelet neural networks for omnidirectional mobile robot manipulator[J]. ISA transactions, 2022, 121: 258-267.
- [69] Shang D, Li X, Yin M, et al. Dynamic modeling and fuzzy compensation sliding mode control for flexible manipulator servo system[J]. Applied Mathematical Modelling, 2022, 107: 530-556.
- [70] Kumar S, Ajmeri M. Smith predictor-based sliding mode control with hyperbolic tangent function for unstable processes[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2023, 45(10): 1923-1932.
- [71] Polyakov A, Fridman L. Stability notions and Lyapunov functions for sliding mode control systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(4): 1831-1865.
- [72] Wang T, Tan N, Zhang X, et al. A time-varying sliding mode control method for distributed-mass double pendulum bridge crane with variable parameters[J]. IEEE Access, 2021, 9: 75981-75992.
- [73] Liu Q, Liu D, Meng W, et al. Fuzzy sliding mode control of a multi-DOF parallel robot in rehabilitation environment[J]. International journal of humanoid robotics, 2014, 11(01): 1450004.
- [74] Pagis G, Bouton N, Briot S, et al. Enlarging parallel robot workspace through Type-2 singularity crossing[J]. Control Engineering Practice, 2015, 39: 1-11.
- [75] Yuan H, Courteille E, Deblaise D. Static and dynamic stiffness analyses of cable-driven parallel robots with non-negligible cable mass and elasticity[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 85: 64-81.
- [76] Abdolshah S, Zanutto D, Rosati G, et al. Optimizing stiffness and dexterity of planar adaptive cable-driven parallel robots[J]. Journal of Mechanisms and

Robotics, 2017, 9(3): 031004.

- [77] Huang M Z. Design of a planar parallel robot for optimal workspace and dexterity[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2011, 8(4): 49.
- [78] Palacios J J, Fernández-Rossier J, Brey L. Vacancy-induced magnetism in graphene and graphene ribbons[J]. Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics, 2008, 77(19): 195428.
- [79] Cao Y, Lu K, Li X, et al. Accurate numerical methods for computing 2d and 3d robot workspace[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2011, 8(6): 76.
- [80] Saglia J A, Dai J S, Caldwell D G. Geometry and kinematic analysis of a redundantly actuated parallel mechanism that eliminates singularities and improves dexterity[J]. 2008.
- [81] Pond G, Carretero J A. Formulating Jacobian matrices for the dexterity analysis of parallel manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(12): 1505-1519.

攻读学位期间取得的研究成果

(1) 论文情况

- [1] Youyu Liu, **Qijie Wang**, Dezhong Xu and Qing Chen, Siyang Yang and Wanbao Tao. Digital hydraulic design for low-specific-speed propeller runners with fixed blades [J]. Symmetry, 2022.2022, 14: 2250.(SCI)
- [2] Youyu Liu, **Qijie Wang**, Jun Qiu, Shouhao Huang, Wanbao Tao. A 6 degrees of freedom platform for adjusting pose based on 6-PRSS [J]. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, 2024.(SCI)

(2) 专利情况

- [1] 刘有余,汪祁杰,张宇,张化磊.一种汽车自动防撞装置及防撞方法[p].中国:CN202110546512.8,2022.11.22. (授权)
- [2] 汪祁杰,张宇,张化磊,刘有余.一种汽车自动碰撞保护装置[p].中国:CN202121076036.X,2021.11.16.9. (授权)
- [3] 刘有余,汪祁杰,李红伟,李艺,胡国栋.一种爬楼机平移转向装置及其工作方法[P].2023-3-21 (实审)
- [4] 汪祁杰,刘有余,李红伟,方钊,胡国栋.一种爬楼机分层分类运载装置及其工作方法[P].2023 (实审)
- [5] 汪祁杰,刘有余,李仁军,疏达,方钊.用于锚杆钻机的 6 自由度位姿调整平台及位姿调整方法[P].2023-12-5 (实审)
- [6] 汪祁杰,刘有余,张建文,周向向,汪强,谷周壹,胡国栋,谢小四.一种多面多工位加工行星复合转台及其使用方法[P].2024-3-15 (实审)
- [7] Qijie WANG, Youyu LIU, Hongwei LI, Zhao FANG, Guodong HU. CARRYING DEVICE FOR LAYERINNG AND CLASSIFYING WHICH IS USED FOR THE MACHINE FOR STAIR CLIMBING AND WORKING METHOD THEREOF [P]. South Africa: 2023/08613, 2024-3-27.
- [8] Wang Qiang, Liu Youyu, Huo Pei, Gu Zhouyi, Yang Siyang, Zhang Jianwen, Zhou Xiangxiang, Hu Guodong, Xie Xiaosi. A FLEXIBLE GRIPPER FOR

IRREGULAR PARTS AND TTS OPERATION METHOD [P]. Nigeria: 2024/11624, 2023-3-28.

- [9] Youyu LIU, Qijie WANG, Hongwei LI, Yi LI, Guodong HU. TRANSLATIONAL STEERING APPARATUS FOR A STAIR CLIMBING MACHINE AND A WORKING METHOD THEREOF [P]. South Africa: 2023/08697, 2024-4-24.
- [10] Wang Qijie, Liu Youyu, Li Renjun, Shu Da, Fang Zhao. SIX-DEGREE-OF-FREEDOM PLATFORM FOR ADJUSTING POSE AND METHOD OF POSE ADJUSTMENT FOR ROOF BOLTER [P].

(3) 项目情况

- [1] 2023-2024 学年汪祁杰主持省级研究生学术创新创业实践《电子触控柔性超薄玻璃自动分片设备研究》（省教育厅）；本人分片机构设计。
- [2] “视觉引导机器人动态分拣异形件作业研究”项目，2023 年度安徽省未来技术学院企业合作项目，项目编号：2023qyhz18，本人负责自适应轨迹规划；
- [3] 2023 年度安徽省重点实验室开放基金项目《立体扫描智能识别机器人抛磨焊缝研究》，本人负责机器人运动控制。

(4) 竞赛情况

- [1] 2022-2023 学年：获全国大学生英语翻译大赛（B 类）安徽省三等奖；
- [2] 2023-2024 学年：获第十二届芜湖大学生专利创新创业大赛市赛三等奖 2 项（2023.12）。

致谢

逝者如斯夫，时间飞逝。研究生生涯即将结束，我要感谢求学期间所有帮助和陪伴我的人。

首先，感谢我的导师刘有余教授。刘有余教授拥有严谨的治学态度、深厚的学术造诣，以及对学生的关爱与耐心，都深深地影响着我。在您的悉心指导下，使我在学术研究方面取得了显著的进步，教会了我如何撰写专利、项目基金以及小论文。您的言传身教，让我受益终身。

其次，我要感谢我的家人。在我求学的道路上，你们始终是最坚实的后盾。家人的支持和理解，让我能够专心致志地投入到学习中。每当我疲惫不堪时，总是给我温暖的拥抱和关怀，让我重新找回信心和力量。你们的爱，是我前行的动力源泉。

我还要感谢我的师兄弟和同窗们在学习生活中给予的大力支持。感谢方钊、李艺、鹿松松、陶万宝在我读研究生涯的陪伴与支持，我们一起度过了这段难忘的时光，共同经历了学术的磨砺和生活的点滴。

此外，我还要感谢机械与汽车工程学院各位老师所提出的宝贵意见与建议，这些宝贵的意见和建议，使我在这篇论文中更上一层楼。我也要感谢审稿专家在繁忙之余抽出宝贵的时间审阅本论文。

你们的慷慨解囊、无私奉献，让我能够顺利地完成学业。你们的善举，让我感受到了人间的温暖和美好。我将永远铭记他们的支持和帮助，并祝愿他们一切顺利。

尚德敏学 唯实惟新

