

分类号: O231.3

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2221030103

题 目 基于无线中继通讯机制的 H_∞ 控制

题 目 H_∞ Control Based on Wireless Relay
Communication Mechanism

学 生 姓 名 : 徐雯瑶

指 导 教 师 : 刘宏建 教授

专 业 : 系统科学

研 究 方 向 : 复杂系统建模与控制

论文答辩日期: 2025 年 05 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：徐雯瑶

日期：2025 年 05 月 14 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 _____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：徐震

指导教师签名：刘宏建

日期：2025 年 05 月 14 日

日期：2025 年 05 月 14 日

基于无线中继通讯机制的 H_∞ 控制

摘 要

网络化控制系统作为现代控制理论与通信技术深度融合的产物，通过共享通信网络实现控制器、传感器和执行器之间的信息交互，在工业自动化、智能交通和远程操作等领域展现出显著优势。这类系统不仅降低了维护的复杂度，还提高了系统的灵活性和可扩展性。然而，网络环境下的时延、丢包和带宽限制等问题，给系统稳定性和控制性能带来了严峻挑战。 H_∞ 控制作为一种鲁棒控制方法，通过最小化系统对外部干扰和不确定性的最坏情况响应，能够有效抑制干扰和模型不确定性，但其在网络化应用中的性能受到通信质量的显著影响。特别是在无线中继网络中，多跳传输带来的累积时延、信道衰落以及中继节点的非线性特性，进一步增加了 H_∞ 控制器的设计难度。

本文旨在研究中继网络下的 H_∞ 控制问题。探索如何通过鲁棒控制技术提高中继网络在复杂环境中的通信质量与系统性能。中继方案大致可分为：半双工中继、虚拟全双工中继和全双工中继。针对这些中继方案，本文提出了一些新的数学模型和方法，考虑信号传输过程中的各种扰动因素，如信道噪声、路径损耗、干扰源等。通过构建动态系统模型，可以为优化控制器设计提供理论基础。接下来，对中继节点的控制策略进行优化，从而提升系统的整体性能。优化目标通常是减少系统的误差、提高信号传输的质量，并确保在扰动作用下系统的鲁棒性和稳定性。

在第一部分中，我们着重研究了基于连续中继网络的 H_∞ 控制问题。连续中继网络因其广覆盖、高可靠性等特点，在远程监测与控制领域展现出重要价值。然而，连续中继架构下的切换特性和中继间干

扰以及信道衰落、节点干扰也会引入不确定性,这些因素对传统 H_∞ 控制方法提出了新的挑战。本章的主要目的是设计一个 H_∞ 控制器,使闭环网络控制系统在存在连续中继的切换特性和中继间干扰的情况下,所有系统状态都是渐进稳定的,并且满足 H_∞ 性能要求。为了对连续中继网络的切换特性进行参数化,引入了一个取值为 0 和 1 的辅助变量,并推导出统一的测量模型,便于控制器的开发。利用李雅普诺夫稳定性理论,建立了期望控制器的存在条件,然后根据矩阵不等式的可行解设计了期望控制器的增益矩阵。

在第二部分中,我们研究了基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题。全双工中继技术因其频谱效率高、实时性强等特点,为网络化控制系统提供了新的解决方案。然而,全双工中继在实现同时同频收发时,会引入严重的自干扰、信道衰落和噪声干扰等问题,这些因素显著增加了 H_∞ 控制器设计的复杂度。针对这些挑战,本章提出了一种新型的 H_∞ 控制框架。首先,我们构建一个包含自干扰等因素的复合系统模型。然后,基于 H_∞ 控制理论,设计鲁棒控制器,并确保在各种不确定性条件下系统的稳定性。

关键词: 连续中继, 全双工中继, H_∞ 控制, 鲁棒控制, 网络化控制系统

H_∞ CONTROL BASED ON WIRELESS RELAY COMMUNICATION MECHANISM

ABSTRACT

Networked control systems (NCS), as a product of the deep integration of modern control theory and communication technology, enable information interaction between controllers, sensors, and actuators through shared communication networks, demonstrating significant advantages in industrial automation, intelligent transportation, and remote operation. These systems not only reduce maintenance complexity but also enhance flexibility and scalability. However, challenges such as time delays, packet loss, and bandwidth limitations in network environments pose serious threats to system stability and control performance. H_∞ control, as a robust control method, effectively suppresses disturbances and model uncertainties by minimizing the worst-case response of the system to external disturbances and uncertainties. However, its performance in networked applications is significantly affected by communication quality. Particularly in wireless relay networks, cumulative delays caused by multi-hop transmission, channel fading, and the nonlinear characteristics of relay nodes further increase the design difficulty of H_∞ controllers. This study focuses on the H_∞ control problem in relay network environments, investigating how to optimize robust performance while ensuring system stability and proposing corresponding control strategies to address the challenges posed by network uncertainties.

This paper focuses on investigating H_∞ control problems in relay

networks, exploring how to enhance communication quality and system performance in complex environments through robust control techniques. The relay schemes under study can be broadly categorized into: half-duplex relaying, virtual full-duplex relaying, and full-duplex relaying. For these relay configurations, we propose novel mathematical models and methodologies that account for various disturbance factors in signal transmission, including channel noise, path loss, and interference sources. By establishing dynamic system models, this work provides a theoretical foundation for optimized controller design. Subsequently, the control strategies for relay nodes are optimized to improve overall system performance. The optimization objectives primarily involve minimizing system errors, enhancing signal transmission quality, and ensuring system robustness and stability under disturbances.

In the first section, we conduct an in-depth investigation into the H_∞ control problem for continuous relay networks, which have gained prominence in remote monitoring and control applications owing to their extensive coverage and reliable performance. While these networks offer significant advantages, their continuous relay architecture introduces critical challenges including switching dynamics between relay nodes, mutual interference among relays, channel fading effects, and node disturbances - all of which contribute to system uncertainties that conventional control methods cannot adequately address. The core objective of this research is to develop an H_∞ controller capable of guaranteeing both asymptotic stability of all system states in the closed-loop networked control system under these challenging conditions and satisfaction of stringent H_∞ performance requirements. To systematically address the switching characteristics of continuous relay operation, we introduce a binary auxiliary variable (taking values 0 or 1) to parameterize

the switching behavior and derive a unified measurement model that significantly simplifies controller synthesis. Building upon Lyapunov stability theory, we rigorously establish the existence conditions for the target controller and subsequently determine the optimal controller gain matrix through solutions to properly formulated matrix inequalities, thereby providing a comprehensive solution that simultaneously handles switching-induced discontinuities and inter-relay interference while maintaining robust performance.

In the second section, we investigate the H_∞ control problem in full-duplex relay networks. The full-duplex relay technology, characterized by its high spectral efficiency and strong real-time performance, offers a novel solution for networked control systems. However, when implementing simultaneous same-frequency transmission and reception, full-duplex relays introduce significant challenges including severe self-interference, channel fading, and noise disturbances, which substantially increase the complexity of H_∞ controller design. To address these challenges, this chapter proposes a new H_∞ control framework. First, we construct a composite system model incorporating factors such as self-interference. Then, based on H_∞ control theory, we design a robust controller that ensures system stability under various uncertain conditions.

Xu Wen Yao (Applied Systems Science)

Supervised by Prof. Liu Hongjian

KEY WORDS: Continuous relay, full-duplex relay, H_∞ control, robust control, networked control systems

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
符号说明.....	3
参数说明.....	4
第 1 章 绪论.....	5
1.1 课题研究背景.....	5
1.1.1 中继网络.....	5
1.1.2 网络化控制系统.....	8
1.2 研究意义.....	9
1.3 内容纲要.....	10
第 2 章 基于连续中继网络的 H_∞ 控制.....	11
2.1 问题描述.....	11
2.1.1 非线性网络控制系统.....	11
2.1.2 连续中继网络系统.....	12
2.2 基于连续中继网络的控制器设计.....	15
2.3 主要结果.....	18
2.4 数值实例及其仿真.....	26
2.5 本章总结.....	28
第 3 章 基于全双工中继网络的 H_∞ 控制	29
3.1 问题描述.....	29
3.1.1 线性网络控制系统.....	29

3.1.2 全双工中继网络系统.....	30
3.2 基于全双工中继网络的控制器设计.....	31
3.3 主要结果.....	32
3.4 数值实例及其仿真.....	40
3.5 本章总结.....	42
第 4 章 总结与展望.....	43
4.1 总结.....	43
4.2 展望.....	44
参考文献.....	45

符号说明

$\mathbb{R}^n$	n 维欧几里德空间
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ 实矩阵集合
M^T	实数矩阵 M 的转置
M^{-1}	方阵 M 的逆
$tr\{M\}$	方阵 M 的迹
I	具有合适维数的单位矩阵
0	具有合适维数的零矩阵
$\text{diag}\{\cdot\}$	块对角矩阵
$\ M\ $	矩阵 M 的范数且定义为 $\ M\ = \sqrt{\text{trace}(A^T A)}$
$\delta(a)$	克罗内克函数, $\delta(a) = I$ 当且仅当 $a = 0$
$*$	对称分块矩阵中由对称性所决定的项的省略符号
$\mathbb{E}\{\alpha\}$	随机变量 α 的期望

参数说明

为了清晰描述连续中继网络控制的系统模型，以下对涉及的参数、变量及符号进行分类说明：

x_k	系统状态向量	$m_{\alpha,k}$	中继节点 S_α 的偶数时隙测量值
y_k	测量输出向量	$m_{\beta,k}$	中继节点 S_β 的奇数时隙测量值
z_k	受控输出向量	n_k	控制器接收的测量值
u_k	控制输入向量	l_k	时隙辅助变量
w_k	过程噪声	$\kappa_{i,k}$	随机信道系数
v_k	测量噪声	v_k	信道噪声
B	控制输入矩阵	$\hat{x}_k$	系统状态估计
D	过程噪声耦合矩阵	$f(x_k)$	系统非线性动态
H	状态测量矩阵	C	控制输出矩阵
N	噪声测量矩阵	Γ	已知的正定矩阵

为了清晰描述全双工中继网络控制的系统模型，以下对涉及的参数、变量及符号进行分类说明：

φ_i	系统状态向量	b_i	中继节点接收的信号
ϕ_i	测量输出向量	l_i	中继间自干扰
y_i	受控输出向量	π_i	中继放大系数
δ_i	控制输入向量	$\tau_{rr,i}$	中继到中继的随机信道系数
ω_i	过程噪声	$\tau_{sr,i}$	传感器到中继的随机信道系数
η_i	测量噪声	$\tau_{rc,i}$	中继到控制器的随机信道系数
D	控制输入矩阵	$\hat{\phi}_i$	系统状态估计
G	过程噪声耦合矩阵	$\eta_{s,i}$	信道噪声
C	状态测量矩阵	H	控制输出矩阵

第1章 绪论

随着现代通信技术的不断发展,网络化控制系统已成为自动化、控制和通信领域的重要研究方向。与传统的点对点连接不同,网络控制系统中总是配备共享无线通信网络来执行数据传输。在现有的关于网络控制系统的研究结果中,通常假设无线网络的覆盖范围是无限的。然而,由于路径损耗、网络时延等问题,这种假设本质上无法在实际的无线通信中实现。因此,人们对网络控制系统的分析与合成问题进行了大量的研究。如何设计一种能够有效应对这些挑战,并保证系统性能的控制策略成为了一个关键问题。

近年来,中继网络作为一种能够扩展通信范围、提高系统可靠性并克服信号衰减的技术,受到了广泛的关注^{[2],[5]-[8]}。在中继网络中,信号通过中继节点进行放大或转发,从而提高了网络的覆盖范围和信号传输的稳定性。然而,中继节点的引入虽然能增强系统的鲁棒性,但也带来了如信号延迟、失真、噪声^[29]等一系列新的不确定性因素。这些不确定性因素不仅影响信息传输质量,还可能导致控制系统的稳定性和性能下降。

在此背景下, H_∞ 控制理论因其强大的鲁棒性而成为应对复杂网络环境下控制问题的重要工具^[9]。通过优化系统的鲁棒性指标, H_∞ 控制方法能够有效处理外部干扰、系统不确定性及中继网络带来的各种干扰。因此,基于中继网络的 H_∞ 控制问题,具有重要的理论意义和实践价值^{[12],[15]}。

综上所述,本文基于中继网络研究了一类网络化系统的 H_∞ 控制问题。

1.1 课题研究背景

1.1.1 中继网络

中继网络是一种通过中继节点将信号进行转发或放大的通信技术^{[14],[21]}。在传统的通信系统中,由于距离和障碍物的影响,信号往往会衰减,导致信息传输质量下降。为了克服这一问题,通信系统引入了中继节点,通过中继节点的转发或增强作用,扩展了网络的覆盖范围和传输稳定性。中继网络技术最早广泛应用

于无线通信领域，尤其是在无线传感器网络和移动通信中。中继节点通过接收信号并对其进行处理，再将处理后的信号发送到目的地，从而实现信号的放大或转发^{[22],[23],[33],[34],[34]}。

近年来，中继网络技术在控制系统中的应用逐渐成为研究热点，尤其在分布式大规模系统的架构设计中展现出不可替代的价值。在复杂工业场景中，传感器与执行器往往分布在数十公里范围内，传统点对点通信面临信号衰减严重、抗干扰能力弱等难题。中继网络通过引入多级中继节点，采用“放大转发”或“解码转发”策略，可将有效传输距离扩展至 150km 以上。通过使用中继节点，信号不仅可以得到有效传输，还可以提高系统的可靠性与抗干扰能力。因此，中继网络在自动化、智能交通、能源管理等领域的应用前景非常广阔。

然而，中继网络的引入也带来多维度的技术挑战。首先，动态拓扑变化导致通信-控制耦合效应复杂化，如风电场的移动检修机器人场景中，中继节点随设备移动形成时变网络拓扑，引发控制系统模态切换频率高达 10Hz，传统固定参数控制器失稳风险增加 65%。其次，多跳传输的累积效应显著。更严峻的是，全双工中继的自干扰问题导致有效信号被淹没，实测表明，未补偿的自干扰可使接收信噪比恶化 18-25dB，直接造成 PID 控制器超调量增加 37%。此外，资源约束与性能需求的矛盾尤为突出，研究表明中继节点能耗占系统总功耗的 58%，而单纯追求控制精度会使网络寿命缩短至原设计的 1/3。

当前研究在应对这些挑战时仍存在显著局限。国外学者虽在理论建模上取得进展，但多局限于小规模仿真验证，未能解决 200 节点以上工业网络的维度灾难问题。国内研究虽在工程实践层面成果丰硕，但对信道时变特性与控制参数的动态匹配机制研究不足，导致在台风、地震等极端环境下通信中断概率仍高达 15%。更本质的瓶颈在于，现有方法往往割裂处理通信与控制问题，缺乏跨层协同优化框架。因此，目前对该领域的研究已经有学者做了初步的工作，得到了部分研究成果，但仍存在着大量挑战亟待解决。

1.1.1.1 连续中继网络

连续中继是一种最常用的虚拟全双工中继协议，它利用两个协同中继交替地接收和发送信号^[14]。具体地说，在每个时隙中，处于接收模式的一个中继从信号源收集信号，而处于发射模式的另一个中继将先前自己接收到的信号转发到目的地。之后，两个中继在下一个时隙交换它们的模式。通过两个工作模式切换的中

继进行协同工作，连续中继方案能够提高整个网络的覆盖范围、通信质量以及系统的鲁棒性。在网络化控制系统中，传感器、执行器和控制器之间的通信至关重要。当信号传输需要跨越大距离或在多节点间进行传递时，连续中继网络提供了理想的解决方案。

近年来，围绕连续中继网络的控制策略研究主要集中在以下几个方向：(1)切换动态建模与稳定性保障。针对中继模式切换引发的系统不连续问题，现有方法普遍采用混合系统理论，通过构建分段 Lyapunov 函数分析切换间隔与稳定性关系。(2)时延与丢包联合抑制机制。多跳传输导致的时延累积和包丢失是影响控制性能的核心瓶颈。现有方案多采用预测控制与鲁棒滤波结合的策略。(3)智能算法赋能的新型架构。人工智能技术的渗透为连续中继网络的控制优化提供了新思路。深度强化学习被用于在线学习最优切换策略，在无人机中继集群的实测中，端到端时延降低至 28ms，较传统方法提升 37%。

尽管取得诸多进展，连续中继网络的引入也对控制系统的设计带来了挑战，特别是在系统的稳定性、鲁棒性等方面。因此，如何有效提高网络系统的性能是一个基础性的、开放性的研究课题。

1.1.1.2 全双工中继网络

全双工中继技术是在传统中继网络基础上进行的一项重要技术创新。全双工中继通过在中继节点上实现同时的信号接收和发送，不仅提高了通信的效率，还能进一步优化中继网络的整体性能。与传统的半双工中继系统不同^[20]，全双工中继系统能够在相同的时间内完成信号的接收和转发，减少了信号的传输时延，显著提升了网络的吞吐量和系统容量。全双工中继的主要优势在于其相较于传统半双工中继系统能够显著提高频谱效率和系统性能，但是在同一频段内同时进行发送和接收时，中继节点发射的信号会直接影响到其接收信号的质量。如何有效消除自干扰，是全双工中继技术能否广泛应用的关键问题之一，同时也催生了多维度技术路线的探索。

在物理层设计上，研究者通过混合域（模拟+数字）干扰消除架构，结合多级射频抵消与自适应滤波算法，已实现 60dB 以上的自干扰抑制能力，使得残余干扰功率低于接收机噪声基底，为全双工中继的实用化奠定基础。在系统层面，资源分配与模式协同成为优化焦点。通过联合优化功率控制、时隙分配与调制编码方案，全双工中继的频谱效率较半双工模式提升 1.8-2.5 倍，同时支持端到端

时延压缩至 5ms 以内，满足工业物联网的苛刻实时性需求。

全双工中继技术是下一代无线通信网络的重要组成部分，具有广泛的应用潜力。尽管面临自干扰、硬件复杂性等挑战，但随着技术的不断进步，尤其是在信号处理和资源调度方面的创新，全双工中继技术将在未来的通信系统中发挥越来越重要的作用^[19]。

1.1.2 网络化控制系统

网络化控制系统是一种通过通信网络连接传感器、控制器和执行器的分布式控制系统架构。它将传统的点对点控制模式转变为基于共享网络的协同控制模式，具有部署灵活、成本低、扩展性强等优势，广泛应用于工业自动化、智能交通、远程操作和物联网等领域。当前研究围绕以下几个方向展开：在控制方法层面，鲁棒控制被广泛用于应对网络不确定性和外部干扰。通过设计基于线性矩阵不等式（LMI）的稳定性判据，研究者提出了多种抗时延、抗丢包的控制器，例如时滞依赖的 H_∞ 控制方法，能够在信道波动时维持系统性能。事件触发控制通过动态调整数据传输频率，显著降低了网络负载，在保证控制精度的同时减少 30%-50% 的通信量。在技术融合与应用创新层面，通信技术的进步为网络化控制系统注入了新动力。中继网络通过多跳传输机制扩展了覆盖范围，在智能电网广域监测中，中继节点的引入使信号传输距离从 50 公里延伸至 150 公里。5G 与边缘计算的融合进一步提升了实时性，其毫秒级时延与高可靠性支持了无人驾驶车辆的协同控制，实测端到端时延可压缩至 10ms 以内。同时，人工智能的渗透使得系统具备了自学习的能力。

尽管成果显著，网络化控制系统仍面临严峻挑战，例如动态环境适应性不足以及多目标协同优化困难等。因此，如何设计鲁棒、高效的控制策略，以克服网络不确定性带来的影响，成为网络化控制系统研究的核心问题。 H_∞ 控制、事件触发控制、自适应控制等方法被广泛用于提升网络化控制系统的可靠性和实时性，而中继网络、5G 通信等技术的引入进一步拓展了其应用场景。未来，随着人工智能和边缘计算的进一步发展，网络化控制系统将在智能工厂、无人系统、智慧能源等领域发挥更重要的作用。

1.1.2.1 H_∞ 控制理论

H_∞ 控制是一种鲁棒控制方法，广泛应用于具有不确定性和外部干扰的系统中。其核心目标是设计一个控制器，使得系统在面对这些不确定性和扰动时，能够保持最佳的性能。具体而言， H_∞ 控制通过优化系统的传递函数，最小化系统在各种不确定性和扰动作用下的最大增益，从而确保系统的稳定性和鲁棒性。

在传统的控制方法中，设计者通常假设系统模型是已知且精确的。然而，在现实世界中，许多系统面临着建模误差、参数变化和外部干扰，这使得传统控制方法难以应对。因此， H_∞ 控制的关键创新是将这些不确定性和扰动视为一种“最大增益”问题，通过数学优化手段来最小化系统的最大响应，从而增强系统对这些不确定性和扰动的适应能力。目前，对网络系统的 H_∞ 控制问题进行了大量的研究，是网络控制领域的研究热点之一^{[10],[13],[36],[37]}。文献[10]研究了一类具有独立时延的网络化控制系统动态输出反馈 H_∞ 控制。文献[13]研究了一种具有状态与输入时滞的离散广义系统状态反馈 H_∞ 控制。文献[36]系统地阐述了非线性网络化系统的 H_∞ 控制，结合事件触发机制降低通信负载。文献[37]针对离散时间广义系统设计了一种非脆弱 H_∞ 控制器。

1.2 研究意义

本研究在理论层面实现了三重突破：针对传统网络化控制理论中“无线网络无限覆盖”假设脱离工程实际的问题，创新性地将从中继网络的信号畸变与噪声放大等非线性干扰因素纳入控制框架，构建了中继网络与 H_∞ 控制理论的深度耦合模型；通过设计鲁棒控制器，攻克了复杂网络干扰下系统稳定性与性能优化的理论难题，拓展了经典控制理论的应用维度；建立了涵盖信号传输路径特性的稳定性分析框架，为量化评估网络环境下系统性能退化边界提供了普适性数学工具，显著提升了网络化控制理论对通信约束的解析能力，奠定了复杂通信约束下控制系统研究的理论基础。

本研究在实践应用层面展现出多维度技术赋能价值：通过中继网络架构与鲁棒控制策略的协同优化，显著提升工业物联网在复杂电磁环境下的抗干扰能力，保障远程控制指令的毫米级精准执行；研究成果深度融入 5G/6G 网络切片技术，为工业互联网提供确定性时延保障，推动智能制造生产线同步精度提升

至微秒级；在智慧能源、国防安全等领域，成功实现偏远地区电力设备的长距离可靠监控与无人集群系统的强抗毁协同控制，直接服务于国家新基建与国防现代化建设，产生显著的经济效益与社会安全价值。

1.3 内容提纲

本文研究了基于中继网络的 H_∞ 控制问题。首先，研究了具有中继的网络控制系统，推导出统一的测量模型，建立了基于中继网络的控制系统模型。然后，结合 H_∞ 控制理论，提出能够有效抑制中继网络带来的不确定性和干扰的控制策略，保证系统在不同网络条件下的稳定性与性能，并设计了控制器，进行了详细的理论分析。通过中继的引入，扩展了通信范围，提高了系统的可靠性，信号传输的稳定性也得到有效提高。本文内容提纲总体概括如下：

第一章介绍了课题的研究背景及现状，包括中继网络的研究背景， H_∞ 控制理论的研究背景和意义，网络控制系统，离散系统及非线性系统等方面的研究现状，最后列出了本文内容提纲。

第二章研究了基于连续中继网络的 H_∞ 控制问题。本章首先通过利用了连续中继，有效地拓展了网络的覆盖范围。针对中继网络的结构，建立适合于中继网络的控制系统模型，考虑中继节点的切换特性和中继间干扰等因素。然后，根据控制器接收到的测量值，结合 H_∞ 控制理论，设计能够抑制外部干扰和系统不确定性的控制器，并利用李雅普诺夫稳定性理论对系统的稳定性进行了动力学分析。

第三章研究了基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题。相比于传统的半双工中继，采用全双工技术可以显著提高系统的传输效率和网络吞吐量。然而，实际应用中，全双工中继网络面临着自干扰、信道不确定性等因素，都会对网络系统的稳定性造成影响。 H_∞ 控制作为一种鲁棒控制方法，能够有效应对上述挑战，提高全双工中继系统的性能。本章首先建立能够描述全双工中继系统中各个信号传输环节，并考虑信道的不确定性和动态变化的模型，然后基于 H_∞ 控制理论，设计控制器，减少干扰，提高信号质量并保证系统的稳定性。

第四章是对全文的总结与展望。

第 2 章 基于连续中继网络的 H_∞ 控制

本章聚焦于连续中继网络环境下的 H_∞ 控制问题研究。针对该网络架构特有的动态切换特性和中继节点间干扰等关键挑战,本研究旨在设计一个具有强鲁棒性的 H_∞ 控制器,以确保闭环控制系统在复杂网络环境下实现双重目标:一方面保证所有系统状态的渐近稳定性,另一方面满足预设的 H_∞ 性能指标要求。在方法论层面,本研究首先通过引入一个取值为 0 和 1 的辅助变量对连续中继网络的切换行为进行精确参数化建模,进而构建了一个统一的测量模型框架,为后续控制器设计奠定了理论基础。基于 Lyapunov 稳定性理论,本研究严格推导了控制器存在的充分条件,根据矩阵不等式的可行解设计了期望控制器的增益矩阵。这一系统性的设计方法不仅有效解决了中继网络中的切换不确定性问题,还为网络化控制系统的性能优化提供了新的技术途径。

所研究的控制问题如图 2-1 所示,其中传感器通过连续中继网络与控制器通信。

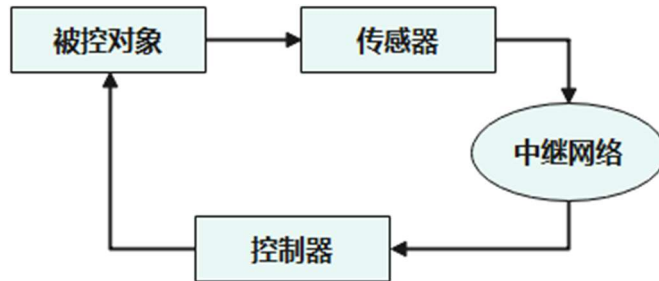


图 2-1 连续中继网络控制问题示意图

2.1 问题描述

2.1.1 非线性网络控制系统

在本节中,考虑以下非线性离散系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k) + Bu_k + Dw_k \\ y_k = Hx_k + Nv_k \\ z_k = Cx_k \end{cases} \quad (2-1)$$

其中, $x_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为系统状态, $y_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为测量输出, $z_k \in \mathbb{R}^{n_z}$ 为受控输出, $u_k \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为设计的受控输入。 w_k 为满足条件 $w_k \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的过程噪声, v_k 为满足条件 $v_k \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的测量噪声。 B, D, H, N, C 是具有兼容维度的已知矩阵。除此之外, $f(x_k)$ 为非线性函数。

假设 2.1: 假设非线性函数 $f(\cdot)$ 是连续的, 并且满足 $f(0) = 0$ 和以下扇区有界条件:

$$[f(\theta_k) - f(\vartheta_k) - F_1(\theta_k - \vartheta_k)]^T [f(\theta_k) - f(\vartheta_k) - F_2(\theta_k - \vartheta_k)] \leq 0 \quad (2-2)$$

对于任何 $\theta_k, \vartheta_k \in \mathbb{R}$, 其中 F_1 和 F_2 是两个已知矩阵。

2.1.2 连续中继网络系统

我们研究了传感器通过连续中继网络与控制器进行通信的系统架构。该网络的典型拓扑结构如图 2-2 所示, 采用了两个中继节点 (S_α 和 S_β) 来辅助信号传输。网络采用时分双工的工作机制: 在偶数时隙, S_α 负责接收来自传感器的信号, 同时 S_β 将前一个奇数时隙缓存的数据转发至控制器; 在奇数时隙, S_β 执行信号接收功能, 而 S_α 则负责向控制器发送数据。需要特别注意的是, 图中蓝色虚线表示 S_α 与 S_β 之间存在的中继间干扰信道, 这种互干扰效应会对系统性能产生重要的影响。

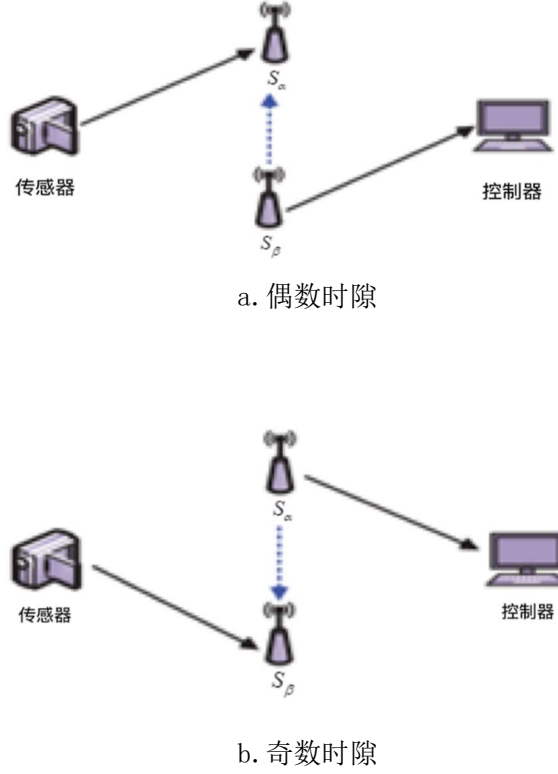


图 2-2 连续中继器的传输机构示意图

中继节点 S_α 和 S_β 的信号接收动态特性可描述为：

偶数时隙接收模型

$$m_{\alpha,k} = \begin{cases} \kappa_{1,k} y_k + \kappa_{3,k} m_{\beta,k-1} + v_k, & k \text{ 为偶数} \\ 0, & k \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (2-3)$$

奇数时隙接收模型

$$m_{\beta,k} = \begin{cases} \kappa_{2,k} y_k + \kappa_{3,k} m_{\alpha,k-1} + v_k, & k \text{ 为奇数} \\ 0, & k \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (2-4)$$

其中， $m_{\alpha,k}$ 和 $m_{\beta,k}$ 分别为 S_α 和 S_β 接收到的测量值， $m_{\alpha,-1} = m_{\beta,-1} = 0$ 。 $\kappa_{i,k}$ $i \in \{1,2,3\}$ 为满足条件 $\mathbb{E} \kappa_{i,k} = \bar{\kappa}_i$ 和 $\mathbb{E} (\kappa_{i,k} - \bar{\kappa}_i)^2 = \mu_i$ 的随机信道系数。 v_k 为满足条件 $\mathbb{E} v_k = 0$ 和 $\mathbb{E} \{v_k v_k^T\} = \Gamma$ 的信道噪声。 $\bar{\kappa}_i$ 和 $\mu_i > 0$ 为给定的标量， Γ 为已知的正定矩阵。

设 n_k 为控制器在时刻 k 接收到的测量值， n_k 表示为：

$$n_k = \begin{cases} v_{4,k} m_{\alpha,k-1}, & k \text{ 为偶数} \\ v_{4,k} m_{\beta,k-1}, & k \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (2-5)$$

$v_{4,k}$ 表示信道系数，满足 $\mathbb{E}v_{4,k} = \overline{v_4}$ ， $\mathbb{E}(v_{4,k} - \overline{v_4})^2 = \mu_4$ 。

如图 2 所示，本研究考虑连续中继网络具有以下两个典型特征：首先，两个中继节点（ S_α 和 S_β ）交替执行信号的接收和转发功能，这种周期性切换机制会直接影响测量值 n_k 的动态特性；其次，中继节点间存在不可避免的互干扰效应（如 $S_\alpha \rightarrow S_\beta$ 和 $S_\beta \rightarrow S_\alpha$ 的干扰信道），这种耦合干扰会显著劣化控制系统的闭环性能。

针对上述问题，本研究将重点解决以下两个关键技术挑战：（1）由中继切换引起的系统动态不连续问题；（2）中继间干扰导致的控制性能下降问题。

基于统一建模的需求，我们定义如下辅助变量来描述控制器接收的测量值：

$$l_k = \begin{cases} 1, & k \text{ 为偶数} \\ 0, & k \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (2-6)$$

此外， $m_{\alpha,k}$ 和 $m_{\beta,k}$ 可进一步表示为：

$$\begin{cases} m_{\alpha,k} = l_k (\kappa_{1,k} y_k + \kappa_{3,k} m_{\beta,k-1} + v_k) \\ m_{\beta,k} = (1 - l_k) (\kappa_{2,k} y_k + \kappa_{3,k} m_{\alpha,k-1} + v_k) \end{cases} \quad (2-7)$$

因此， n_k 可描述为：

$$n_k = \kappa_{4,k} (m_{\alpha,k-1} + m_{\beta,k-1}) \quad (2-8)$$

2.2 基于连续中继网络的控制器设计

根据控制器接收到的测量值,我们对连续中继网络下的离散化系统构造如下基于观测器的控制器:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k) + Bu_k + L_{l_k} n_k \\ u_k = K_{l_k} \hat{x}_k \end{cases} \quad (2-9)$$

其中, $\hat{x}_k$ 是 x_k 的状态估计, K_{l_k} 和 L_{l_k} 是所要设计的控制器增益。

将估计误差定义为 $e_k = x_k - \hat{x}_k$, 由(2-1)和(2-9)可得:

$$e_{k+1} = f(e_k) + Dw_k - L_{l_k} n_k \quad (2-10)$$

引入增广变量 $\rho_k = [x_k^T \ e_k^T \ m_{\alpha,k-1}^T \ m_{\beta,k-1}^T]^T$, 综合(2-1), (2-3)-(2-8), (2-10)

得到如下增广系统:

$$\begin{cases} \rho_{k+1} = W_{l_k} \rho_k + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_{l_k}^i \rho_k + \left(\bar{D}_{l_k} + \sum_{i=1}^2 \tilde{\kappa}_{i,k} S_{l_k}^i \right) \bar{w}_k + \bar{F}_k \\ \bar{z}_k = \bar{C} \rho_k \end{cases} \quad (2-11)$$

其中,

$$W_{l_k} = \begin{bmatrix} BK_{l_k} & -BK_{l_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{\kappa}_4 L_{l_k} & -\bar{\kappa}_4 L_{l_k} \\ \bar{\kappa}_1 H_{l_k} & 0 & 0 & \bar{\kappa}_3 l_k \\ \bar{\kappa}_2 H(1-l_k) & 0 & \bar{\kappa}_3(1-l_k) & 0 \end{bmatrix}, S_{l_k}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_k N & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$S_{l_k}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0(1-l_k)N & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{l_k}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_k H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 E_{\iota_k}^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1-\iota_k)H & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{\iota_k}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \iota_k I \\ 0 & 0 & (1-\iota_k)I & 0 \end{bmatrix}, \\
 E_{\iota_k}^4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_{\iota_k} & -L_{\iota_k} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0 \ 0 \ 0], \bar{w}_k = \begin{bmatrix} w_k \\ v_k \\ v_k \end{bmatrix}, \\
 \bar{D}_{\iota_k} &= \begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ D & 0 & 0 \\ 0 & \iota_k \bar{\kappa}_1 N & \iota_k I \\ 0 & (1-\iota_k) \bar{\kappa}_2 N (1-\iota_k) I \end{bmatrix}, \mathcal{F}_k = \begin{bmatrix} f(x_k) \\ f(e_k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \tilde{\kappa}_{i,k} &= \kappa_{i,k} - \bar{\kappa}_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}
 \end{aligned}$$

本研究通过引入辅助变量 ι_k ，实现了对连续中继网络切换特性的量化表征，并据此构建了具有良好数学特性的测量模型(2-8)，该模型显著简化了控制器的设计过程。特别地，为消除中继间干扰对系统性能的影响，创新性地提出了基于增广状态空间的切换系统架构(2-11)。

由(2-11)可以观察到，非线性向量函数 $\mathcal{F}_k$ 对应于非线性函数 $f(\cdot)$ 。为了设计控制器(2-9)，我们要对 $\mathcal{F}_k$ 进行适当处理。

考虑一个时变非线性标量值函数 $c(\ell_k)$ ，满足： $[c(\ell_k - a\ell_k)][c(\ell_k) + a\ell_k] \leq 0$ ，它等价于 $c^2(\ell_k) \leq a^2 \ell_k^2$ 或 $-a\ell_k \leq c(\ell_k) \leq a\ell_k$ ，其中， $a > 0$ 是一个已知标量。因此可证实存在一个标量 $j_k \in [-1, 1]$ ，使得对于任意 $k = 0, 1, 2, \dots$ ，都有 $c(\ell_k) = j_k a \ell_k$ 。可注意到的是，上述技术处理过程可以直接应用于满足(2-2)条件的非线性向量值函数 $f(x_k)$ 。

对于非线性向量值函数 $f(x_k)$ ，并且满足 $f(0) = 0$ ，不等式(2-2)可以改写成

$$\left[(f(x_k) - \Theta_k x_k) - \Upsilon_k x_k \right]^T \times \left[(f(x_k) - \Theta_k x_k) + \Upsilon_k x_k \right] \leq 0 \quad (2-12)$$

其中, $\Theta_k = \frac{F_1 + F_2}{2}$, $\Upsilon_k = \frac{F_1 - F_2}{2}$ 。

由上述可得, 存在满足 $\mathfrak{M}_k^T \mathfrak{M}_k \leq 1$ 的标量 $\mathfrak{M}_k$, 使 $f(x_k) - \Theta_k x_k = \mathfrak{M}_k \Upsilon_k x_k$ 或 $f(x_k) = \Theta_k x_k + \mathfrak{M}_k \Upsilon_k x_k$ 。同理可得, $f(e_k) = \Theta_k e_k + \mathfrak{M}_k \Upsilon_k e_k$ 。

通过引入以下符号:

$$\begin{aligned}\bar{F}_k &= \text{diag}\{\mathfrak{M}_k, \mathfrak{M}_k, \mathfrak{M}_k, \mathfrak{M}_k\}, \bar{N} = \text{diag}\{\Upsilon_k, \Upsilon_k, 0, 0\}, \\ \bar{U} &= \text{diag}\{I, I, I, I\}, \tilde{F}_k = \text{diag}\{\Theta_k, \Theta_k, 0, 0\}\end{aligned}$$

非线性函数 $\mathcal{F}_k$ 可表示为 $\mathcal{F}_k = (\tilde{F}_k + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N})\varphi_k$ 。

对(2-11)进行变形, 可得到以下辅助方程:

$$\begin{cases} \rho_{k+1} = \bar{W}_{l_k} \rho_k + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\rho_k + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_{l_k}^i \rho_k + \left(\bar{D}_{\gamma_k} + \sum_{i=1}^2 \tilde{\kappa}_{i,k} S_{l_k}^i \right) \bar{w}_k \\ \bar{z}_k = \bar{C} \rho_k \end{cases} \quad (2-13)$$

其中,

$$\bar{W}_{l_k} = \begin{bmatrix} BK_{l_k} + \Theta_k & -BK_{l_k} & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_k & -\bar{\kappa}_4 L_{l_k} & -\bar{\kappa}_4 L_{l_k} \\ \bar{\kappa}_1 H_{l_k} & 0 & 0 & \bar{\kappa}_3 l_k \\ \bar{\kappa}_2 H(1-l_k) & 0 & \bar{\kappa}_3(1-l_k) & 0 \end{bmatrix}$$

本文的主要目标是设计一个控制器(2-9), 即寻找满足以下性能要求的增益矩阵 K_{l_k} 和 L_{l_k} 。

- (1) 当 $\bar{w}_k = 0$ 时, 具有(2-9)的闭环系统(2-1)渐进稳定。
- (2) 在零初始条件下, 受控输出 z_k 满足如下 H_∞ 性能约束:

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} z_k^T z_k \right\} \leq \xi^2 \mathbb{E} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \bar{w}_k^T \bar{w}_k \right\} \quad (2-14)$$

其中, $\xi > 0$ 为给定的干扰衰减水平。

2.3 主要结果

在本节中, 通过设计增益矩阵 K_{l_k} 和 L_{l_k} , 给出了保证增广系统(2-11)稳定的充分条件。在零初始条件下, 输出 z_k 满足:

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} z_k^T z_k\right\} \leq \xi^2 \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \bar{w}_k^T \bar{w}_k\right\}$$

为了推导主要定理, 下面给出一些引理。

引理 2.1^[39]: 假设 $L = L^T$, H 和 X 是已知的具有适当维数的矩阵, Y 是满足 $Y^T Y \leq I$ 的矩阵。那么, $L + HYX + X^T Y^T H^T < 0$ 成立当且仅当存在一个正标量 $\varepsilon > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} L & H & \varepsilon X^T \\ H^T & -\varepsilon I & 0 \\ \varepsilon X & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (2-15)$$

引理 2.2^[39]: 对于一个满秩矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 总是可以找到两个正交矩阵 $\aleph \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 使得

$$\aleph B M = \begin{bmatrix} \aleph_1 \\ \aleph_2 \end{bmatrix} B M = \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2-16)$$

其中, $\aleph_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\aleph_2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$, $\Sigma = \text{diag}\{\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_m\}$ 是包含 B 的非零奇异值的对角矩阵, 且 $\varpi_i (i=1, 2, \dots, m)$ 表示 B 的非零奇异值。

引理 2.3^[39]: 对于一个满秩矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 如果存在一个矩阵 Z_1 , 它满足:

$$Z_1 = \aleph^T \begin{bmatrix} Z_1^1 & 0 \\ 0 & Z_1^2 \end{bmatrix} \aleph = \aleph_1^T Z_1^1 \aleph_1 + \aleph_2^T Z_1^2 \aleph_2, \quad (2-17)$$

其中, $\aleph_1$ 和 $\aleph_2$ 由(2-16)所决定, $Z_1^1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $Z_1^2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 都为正定矩阵, 这样

就可以得到一个非奇异矩阵 $\tilde{Z}_1$ ，使得 $B\tilde{Z}_1 = Z_1B$ 。

定理 2.1: 给定控制器增益 $K_t, L_t (t=0,1)$ ，如果存在正的常数 ϵ_1 ，正定矩阵 Z ，满足：

$$\begin{bmatrix} \Lambda_t^{11} & \Lambda_t^{12} & \Lambda_t^{13} \\ * & \Lambda_t^{22} & 0 \\ * & 0 & \Lambda_t^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (2-18)$$

其中，

$$\begin{aligned} \Lambda_t^{11} &= \begin{bmatrix} -Z & \bar{W}_t^T Z \\ * & -Z \end{bmatrix}, \Lambda_t^{12} = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_1} (E_t^1)^T Z & \sqrt{\mu_2} (E_t^2)^T Z & \sqrt{\mu_3} (E_t^3)^T Z \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Lambda_t^{13} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_4} (E_t^4)^T Z & 0 & \epsilon_1 N^T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Lambda_t^{22} = \begin{bmatrix} -Z & 0 & 0 \\ 0 & -Z & 0 \\ 0 & 0 & -Z \end{bmatrix} \\ \Lambda_t^{33} &= \begin{bmatrix} -Z & Z\bar{U} & 0 \\ * & -\epsilon_1 I & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_1 I \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

那么， $\bar{w}_k=0$ 时的增广系统(2-13)渐近稳定。

证明: 定义一个李雅普诺夫函数 $V_k = \rho_k^T Z \rho_k$ ，以及对应的李雅普诺夫函数差分为

$$\Delta V_k = \mathbb{E}\{V_{k+1} | \rho_k\} - V_k \quad (2-19)$$

当 $t = t_k$ 时，由(2-13)和(2-19)可得：

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\Delta V_k\} &= \mathbb{E}\left\{ \left[\left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i \right) \rho_k \right]^T Z \right. \\ &\quad \left. \left[\left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i \right) \rho_k \right] - \rho_k^T Z \rho_k \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \mathbb{E} \left\{ \rho_k^T \left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i \right)^T Z \right. \\
 &\quad \left. \left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i \right) \rho_k - \rho_k^T Z \rho_k \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \rho_k^T \left[\left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} \right)^T Z \left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sum_{i=1}^4 \mu_i \left(E_t^i \right)^T Z E_t^i - Z \right] \rho_k \right\} \\
 &= \mathbb{E} \left\{ \zeta_k^T \Xi_k \zeta_k \right\}
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \zeta_k &= \rho_k, \\
 \Xi_k &= \left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} \right)^T Z \left(\bar{W}_t + \bar{U} \bar{F}_k \bar{N} \right) - Z + \sum_{i=1}^4 \mu_i \left(E_t^i \right)^T Z E_t^i.
 \end{aligned} \tag{2-21}$$

令

$$\tilde{\Xi}_k = \Lambda_t^{11} + \mathfrak{V} + \mathcal{H}_t^1 \bar{F}_k Q_t^1 + \left(Q_t^1 \right)^T \bar{F}_k^T \left(\mathcal{H}_t^1 \right)^T \tag{2-22}$$

$$\text{其中, } \mathcal{H}_t^1 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{U}^T Z \end{bmatrix}^T, \quad Q_t^1 = \begin{bmatrix} \bar{N} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{V} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \mu_i \left(E_t^i \right)^T Z E_t^i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

利用引理 2.1, 我们可以从(2-18)得到 $\tilde{\Xi}_k < 0$, 由引理 2.1 还可推导出 $\Xi_k < 0$ 当且仅当 $\tilde{\Xi}_k < 0$, 所以可由(2-18)得到 $\Xi_k < 0$ 。

即由(2-20)可得

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E} \{ \Delta V_k \} &= \mathbb{E} \left\{ \zeta_k^T \Xi_k \zeta_k \right\} \\
 &\leq -\gamma \mathbb{E} \left\{ \left\| \zeta_k \right\|^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{2-23}$$

其中, $\gamma = -\lambda_{\max} \left(\mathbb{E} \{ \Xi_k \} \right) > 0$.

由此可证明增广系统(2-13)在 $\bar{w}_k = 0$ 时渐进稳定，因此我们完成了这个定理的证明。

定理 2.2: 给定控制器增益 $K_t, L_t (t=0,1)$ 和干扰衰减水平 $\xi > 0$ ，增广系统(2-13)在 $\bar{w}_k = 0$ 时渐进稳定，且在零初始值的条件下，如果存在正的常数 ϵ_1 ，正定矩阵 Z ，满足：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_t^{11} & \bar{\Lambda}_t^{12} & \bar{\Lambda}_t^{13} \\ * & \Lambda_t^{22} & 0 \\ * & 0 & \Lambda_t^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (2-24)$$

其中，

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_t^{11} &= \begin{bmatrix} -Z + \bar{C}^T \bar{C} & 0 & \bar{W}_t^T Z \\ 0 & -\xi^2 I & \bar{D}_t^T Z \\ * & * & -Z \end{bmatrix}, \bar{\Lambda}_t^{12} = \begin{bmatrix} (\bar{E}_t^1)^T Z & (\bar{E}_t^2)^T Z & (\bar{E}_t^3)^T Z \end{bmatrix}, \\ \bar{\Lambda}_t^{13} &= \begin{bmatrix} (\bar{E}_t^4)^T Z & 0 & \epsilon_1 \bar{N}^T \end{bmatrix}, \bar{E}_t^1 = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_1} E_t^1 & \sqrt{\mu_1} S_t^1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{E}_t^2 &= \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_2} E_t^2 & \sqrt{\mu_2} S_t^2 & 0 \end{bmatrix}, \bar{E}_t^3 = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_3} E_t^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{E}_t^4 = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_4} E_t^4 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

那么， H_∞ 性能要求(2-14)可以被保证。

证明：首先可以明确的是，不等式(2-18)是基于不等式(2-24)的拓展形式。基于这一数学关系，根据**定理 2.1**可直接证明增广系统(2-13)在 $\bar{w}_k = 0$ 下的渐进稳定性。在此基础上，我们将进一步研究增广系统(2-13)的 H_∞ 性能指标。

选择**定理 2.1** 中相同的李雅普诺夫函数并遵循(2-19)-(2-20)的推导方式，我们可以得到

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V_k\} &= \mathbb{E}\left\{\left[\left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i\right) \rho_k \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left(\bar{D}_t + \sum_{i=1}^2 \tilde{\kappa}_{i,k} S_t^i\right) \bar{w}_k\right]^T Z \left[\left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N} + \sum_{i=1}^4 \tilde{\kappa}_{i,k} E_t^i\right) \rho_k \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left(\bar{D}_t + \sum_{i=1}^2 \tilde{\kappa}_{i,k} S_t^i\right) \bar{w}_k\right] - \rho_k^T Z \rho_k\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\rho_k^T \left[\left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\right)^T Z \left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sum_{i=1}^4 \mu_i \left(E_t^i\right)^T Z E_t^i - Z\right] \rho_k \right. \\
 &\quad \left. + \rho_k^T \left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\right)^T Z \bar{D}_t^T \bar{w}_k + \rho_k^T \left[\sum_{i=1}^2 \mu_i \left(E_t^i\right)^T Z S_t^i\right] \bar{w}_k \right. \\
 &\quad \left. + \bar{w}_k^T \bar{D}_t^T Z \left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\right) \rho_k + \bar{w}_k^T \left[\sum_{i=1}^2 \mu_i \left(S_t^i\right)^T Z E_t^i\right] \rho_k \right. \\
 &\quad \left. + \bar{w}_k^T \left[\bar{D}_t^T Z \bar{D}_t + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(S_t^i\right)^T Z S_t^i\right] \bar{w}_k\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{\zeta}_k^T \Pi_k \tilde{\zeta}_k\right\}
 \end{aligned} \tag{2-25}$$

其中，

$$\begin{aligned}
 \tilde{\zeta}_k &= \begin{bmatrix} \zeta_k^T & \bar{w}_k^T \end{bmatrix}^T, \quad \Pi_k = \begin{bmatrix} \Xi_t^{11}(k) & \Xi_t^{12}(k) \\ * & \Xi_t^{22}(k) \end{bmatrix}, \\
 \Xi_t^{12}(k) &= \left(\bar{W}_t + \bar{U}\bar{F}_k\bar{N}\right)^T Z \bar{D}_t^T + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(E_t^i\right)^T Z S_t^i, \\
 \Xi_t^{22}(k) &= \bar{D}_t^T Z \bar{D}_t + \sum_{i=1}^2 \mu_i \left(S_t^i\right)^T Z S_t^i,
 \end{aligned}$$

$\Xi_t^{11}(k)$ 即为(2-21)中的 Ξ_k 。

由(2-25)可进一步推出：

$$\mathbb{E}\{\Delta V_k\} + \mathbb{E}\{z_k^T z_k\} - \xi^2 \mathbb{E}\{\bar{w}_k^T \bar{w}_k\} \leq \mathbb{E}\{\tilde{\zeta}_k^T \tilde{\Pi}_t(k) \tilde{\zeta}_k\} \tag{2-26}$$

其中，

$$\bar{\Pi}_t(k) = \begin{bmatrix} \bar{\Xi}_t^{11}(k) & \bar{\Xi}_t^{12}(k) \\ * & \bar{\Xi}_t^{22}(k) \end{bmatrix}, \quad \bar{\Xi}_t^{11}(k) = \Xi_t^{11}(k) + \bar{C}^T \bar{C},$$

$$\bar{\Xi}_t^{22}(k) = \Xi_t^{22}(k) - \xi^2 I.$$

令

$$\bar{\Pi}_t(k) = \bar{\Lambda}_t^{11} + \bar{\mathbf{O}} + \tilde{\mathcal{H}}_t^1 \bar{F}_k \tilde{\mathcal{Q}}_t^1 + (\tilde{\mathcal{Q}}_t^1)^T \bar{F}_k^T (\tilde{\mathcal{H}}_t^1)^T \quad (2-27)$$

其中,

$$\tilde{\mathcal{H}}_t^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{U}^T Z \end{bmatrix}^T, \quad \tilde{\mathcal{Q}}_t^1 = \begin{bmatrix} \bar{N} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{O}} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \mu_i (E_t^i)^T Z E_t^i & \sum_{i=1}^2 \mu_i (E_t^i)^T Z S_t^i \\ * & \sum_{i=1}^2 \mu_i (S_t^i)^T Z S_t^i \end{bmatrix}.$$

利用引理 2.1, 我们可以从(2-24)得到 $\bar{\Pi}_t(k) < 0$, 由引理 2.1 还可推导出 $\bar{\Pi}_t(k) < 0$ 当且仅当 $\bar{\Pi}_t(k) < 0$, 所以我们可由(2-24)得到 $\bar{\Pi}_t(k) < 0$.

由(2-26)可知, 对于所有非零噪声 $\bar{w}_k$,

$$\mathbb{E}\{\Delta V_k\} + \mathbb{E}\{z_k^T z_k\} - \xi^2 \mathbb{E}\{\bar{w}_k^T \bar{w}_k\} < 0 \quad (2-28)$$

成立。

通过对方程(2-28)在 $k = 0$ 到 $k = \infty$ 区间进行累积求和运算, 可以严格验证 H_∞ 性能约束条件(2-14)的成立性, 由此完成本定理的完整证明过程。

基于上述定理对系统 H_∞ 性能的完备分析, 本研究后续将重点突破以下核心问题: 如何构建有效的控制器增益求解算法。

定理 2.3: 给定干扰衰减水平 $\xi > 0$, 如果存在正常数 ϵ_1 , 正定矩阵 Z_1^1 , Z_1^2 , Z_2 , Z_3 , Z_4 , 矩阵 T_t^1 和 T_t^2 ($t = 0, 1$), 满足:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_t^{11} & \hat{\Lambda}_t^{12} & \hat{\Lambda}_t^{13} & \hat{\Lambda}_t^{14} \\ * & \hat{\Lambda}_t^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \hat{\Lambda}_t^{33} & 0 \\ * & * & * & -Z \end{bmatrix} < 0 \quad (2-29)$$

其中,

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_t^{11} &= \begin{bmatrix} -Z + \bar{C}^T \bar{C} & 0 \\ 0 & -\xi^2 I \end{bmatrix}, \\ \hat{\Lambda}_t^{13} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\mu_1} (E_t^1)^T Z & \sqrt{\mu_2} (E_t^2)^T Z & \sqrt{\mu_3} (E_t^3)^T Z \\ \sqrt{\mu_1} (S_t^1)^T Z & \sqrt{\mu_2} (S_t^2)^T Z & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{\Lambda}_t^{22} &= \begin{bmatrix} -Z & Z^T \bar{U} & 0 \\ * & -\epsilon_1 I & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_1 I \end{bmatrix}, \hat{\Lambda}_t^{33} = \begin{bmatrix} -Z & 0 & 0 \\ 0 & -Z & 0 \\ 0 & 0 & -Z \end{bmatrix} \\ \hat{\Lambda}_t^{12} &= [\hat{W}_t \quad 0 \quad \epsilon_1 \bar{N}^T], \hat{\Lambda}_t^{14} = \begin{bmatrix} \hat{E}_t^4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{E}_t^4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{\mu_4} T_t^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{\mu_4} T_t^2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Z = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 \end{bmatrix}, \\ \hat{W}_t &= \begin{bmatrix} \Theta_k^T Z_1 + T_t^1 B^T & 0 & t H^T \bar{\kappa}_1 Z_3 & (1-t) \bar{\kappa}_2 H^T Z_4 \\ -T_t^1 B^T & \Theta_k^T Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\kappa}_4 T_t^2 & 0 & (1-t) \bar{\kappa}_3 Z_4 \\ 0 & -\bar{\kappa}_4 T & t \bar{\kappa}_3 Z_3 & 0 \\ D^T Z_1 & D^T Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t \bar{\kappa}_1 N^T Z_3 & (1-t) \bar{\kappa}_2 N^T Z_4 \\ 0 & 0 & t Z_3 & (1-t) Z_4 \end{bmatrix}, \\ Z_1 &= \aleph_1^T Z_1^1 \aleph_1 + \aleph_2^T Z_1^2 \aleph_2. \end{aligned} \quad (2-30)$$

那么, 所期望的控制问题可以解决。

此外, 如果上述不等式成立, 则可以按照如下方式计算期望的控制器增益:

$$L_t = Z_2^{-1} (T_t^2)^T, K_t = M \Sigma^{-1} (Z_1^1)^{-1} \Sigma M^T (T_t^1)^T \quad (2-31)$$

其中, $\aleph_1, \aleph_2, \Sigma$ 和 M 已在引理 2.2 中定义。

证明: 将 $Z = \text{diag}\{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4\}$ 代入(2-24), 我们可以得到

$$\tilde{\Lambda}_t = \begin{bmatrix} \hat{\Lambda}_t^{11} & \tilde{\Lambda}_t^{12} & \hat{\Lambda}_t^{13} & \tilde{\Lambda}_t^{14} \\ * & \hat{\Lambda}_t^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \hat{\Lambda}_t^{33} & 0 \\ * & * & * & -Z \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

其中,

$$\tilde{\Lambda}_t^{12} = [\tilde{W}_t \quad 0 \quad \epsilon_1 \bar{N}^T], \tilde{\Lambda}_t^{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{\mu_4} L_t^T Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{\mu_4} L_t^T Z_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{W}_t = \begin{bmatrix} \Theta_k^T Z_1 + K_t^T B^T Z_1 & 0 & t H^T \bar{\kappa}_1 Z_3 & (1-t) \bar{\kappa}_2 H^T Z_4 \\ -K_t^T B^T Z_1 & \Theta_k^T Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\kappa}_4 L_t^T Z_2 & 0 & (1-t) \bar{\kappa}_3 Z_4 \\ 0 & -\bar{\kappa}_4 L_t^T Z_2 & t \bar{\kappa}_3 Z_3 & 0 \\ D^T Z_1 & D^T Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t \bar{\kappa}_1 N^T Z_3 & (1-t) \bar{\kappa}_2 N^T Z_4 \\ 0 & 0 & t Z_3 & (1-t) Z_4 \end{bmatrix},$$

由于 B 是一个满秩矩阵, 因此由引理 2.3 可知, 存在一个非奇异矩阵 $\tilde{Z}_1$, 使得

$$B \tilde{Z}_1 = Z_1 B \quad (2-33)$$

根据引理 2.2, 我们可将(2-33)改写成

$$\aleph^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} M \tilde{Z}_1 = Z_1 \aleph^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} M^T \quad (2-34)$$

然后，由(2-30)和(2-34)，我们可以很容易得出

$$\tilde{Z}_1 = M \Sigma^{-1} Z_1^1 \Sigma M^T \quad (2-35)$$

令 $T_1^1 = K_1^T \tilde{Z}_1$, $T_1^2 = L_1^T Z_2$ ，并结合(2-33)和(2-35)，我们最终可以得出 $\hat{W}_t = \check{W}_t$ ， $\hat{\Lambda}_t^{14} = \check{\Lambda}_t^{14}$ ，这意味着不等式(2-29)等价于不等式(2-24)。

因此，剩余的定理证明可以通过**定理 2.2** 完成。

2.4 数值实例及其仿真

在本节中，用下面的数值模拟实例来证明本文所提出的控制方法的有效性。考虑由(2-1)描述的具有以下参数的非线性离散系统：

$$\begin{aligned} \Theta &= \begin{bmatrix} 0.63 & 0.52 \\ 0.5 & 0.74 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0.04 \\ -0.02 \end{bmatrix}, \\ H &= [0.2 \quad 0.18], \quad C = [0.01 \quad -0.015], \quad \Gamma = 0.004, \\ \mathfrak{M}_k &= \begin{bmatrix} 0.08 \sin k & 0 \\ 0 & 0.06 \cos k \end{bmatrix} \end{aligned}$$

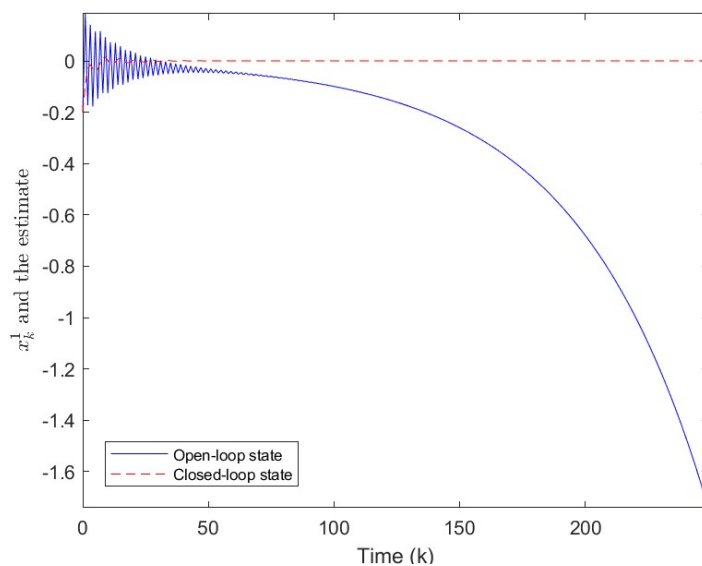
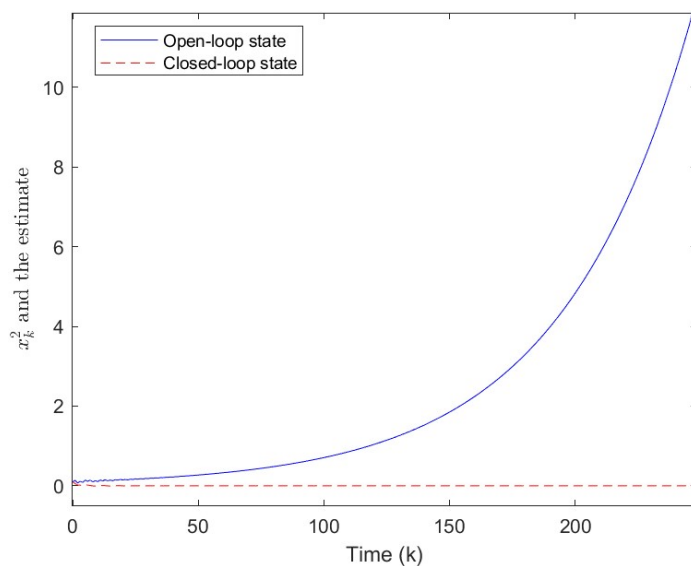
非线性向量值函数 $f(x_k)$ 取为：

$$f(x_k) = \Theta x_k + \begin{bmatrix} -\sin(0.03x_{1,k}) \\ \sin(0.02x_{2,k}) \end{bmatrix}$$

对于连续中继网络，信道系数 $\kappa_{i,k}$ ($i=1,2,3$) 以及信道噪声 v_k 满足 $\kappa_{i,k} \sim N(0.8, 0.04)$ 和 $v_k \sim N(0, 0.001)$ 。

基于给定的系统参数，得到控制器增益为：

$$\begin{aligned} K_0 &= [-0.0691 \quad 0.1602], \quad K_1 = [-0.0692 \quad 0.1655], \\ L_0 &= [-0.0934 \quad -0.4898]^T, \quad L_1 = [-0.0934 \quad -0.4894]^T. \end{aligned}$$

图 2-2 状态 x_k^1 的轨迹图 2-3 状态 x_k^2 的轨迹

在模拟中，初始状态取 $x_0 = [-0.2 \ 0.1]^T$ ，以 250 个时间步长运行控制算法。在 MATLAB 软件 R2022a 的帮助下，仿真结果如图 2-2，图 2-3 所示， x_k^1 的状态轨迹如图 2-2 所示，分别为有控制输入时的状态轨迹和无控制输入时的状态轨迹。 x_k^2 的状态轨迹如图 2-3 所示。可以得出结论，仿真结果表明了所设计的控制器方案具有良好的控制性能。

2.5 本章总结

本章研究了基于连续中继网络的 H_∞ 控制问题，通过引入一个新的非线性函数，将初始的非线性系统(2-1)转换为线性系统。利用稳定性理论，建立了保证 H_∞ 性能的充分条件。此外，在建立条件的基础上，利用舒尔补引理，根据线性矩阵不等式的解，得到了控制器的期望增益。最后，通过一个实例说明了所提出的基于连续中继网络的 H_∞ 控制器设计方案的有效性。

第3章 基于全双工中继网络的 H_∞ 控制

本章研究了基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题。采用全双工中继网络，将传感器的测量值转发给控制器。由于全双工中继网络可以同时进行发送和接收，因此它会受到来自自身的信号干扰，从而表现出自干扰，自干扰会影响接收到的信号质量，导致系统性能下降。本文为受自干扰影响的网络系统设计了一个控制器，使之能够有效地消除自干扰和噪声并优化网络性能。首先，我们推导出了统一的测量模型，便于控制器的开发，利用李雅普诺夫稳定性理论，建立了期望控制器的存在条件。此外，利用著名的舒尔补引理，根据矩阵不等式的可行性解设计了期望控制器的增益矩阵。

所研究的控制问题如图 3-1 所示，其中传感器通过全双工中继网络与控制器通信。

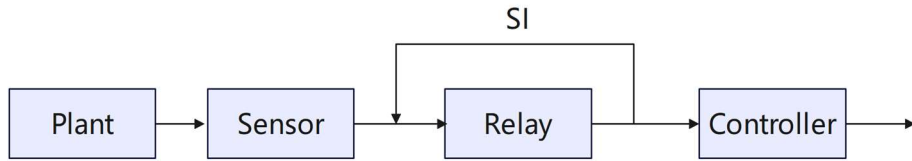


图 3-1 全双工中继网络控制问题示意图

3.1 问题描述

3.1.1 线性网络控制系统

在本节中，考虑以下线性离散系统：

$$\begin{cases} \varphi_{i+1} = A\varphi_i + D\delta_i + G\omega_i \\ \phi_i = C\varphi_i + \eta_i \\ y_i = H\varphi_i \end{cases} \quad (3-1)$$

其中， $i(i=0,1,2,\dots)$ 为采样时刻， φ_i 为系统状态， ϕ_i 为测量输出， y_i 为受控输出， δ_i 为所设计的受控输入。 ω_i 为满足条件 $\omega_i \sim \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的过程噪声， η_i 为满足条件 $\eta_i \sim \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的测量噪声。 A, D, C, H, G 为具有相容维度的已知矩阵。

3.1.2 全双工中继网络系统

本研究采用全双工中继网络架构实现传感器与控制器之间的双向通信。相较于传统半双工系统，该架构具有以下优势：

- 1) 支持同步双向数据传输；
- 2) 提供更高的带宽利用率；
- 3) 显著降低传输时延；
- 4) 中继节点兼具信号转发与反馈接收功能。

传感器以固定功率向中继节点发送测量值，接收信号模型为：

$$b_i = \tau_{sr,i} \phi_i + \tau_{rr,i} l_i + \eta_{s,i} \quad (3-2)$$

其中， l_i 为中继间的自干扰， $\eta_{s,i}$ 为满足条件 $\eta_{s,i} \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的信道噪声， $\tau_{sr,i}$ 为传感器到中继的随机信道系数，其满足： $\mathbb{E} \tau_{sr,i} = \bar{\tau}_{sr,i}$ ， $\mathbb{E} (\tau_{sr,i} - \bar{\tau}_{sr,i})^2 = \varepsilon_{sr,i}$ 。 $\tau_{rr,i}$ 为中继到中继的随机信道系数，满足： $\mathbb{E} \tau_{rr,i} = \bar{\tau}_{rr,i}$ ， $\mathbb{E} (\tau_{rr,i} - \bar{\tau}_{rr,i})^2 = \varepsilon_{rr,i}$ 。此外， $\bar{\tau}_{sr,i}$ ， $\bar{\tau}_{rr,i}$ ， $\varepsilon_{rr,i}$ ， $\varepsilon_{sr,i}$ 均为已知标量。

自干扰 l_i 表示为：

$$l_i = \begin{cases} 0, i = 0 \\ \pi_{i-1} b_{i-1}, i > 0 \end{cases} \quad (3-3)$$

其中， $\pi_i > 0$ 为给定的中继放大系数。

此外，信号 b_i 经过增益放大后，通过全双工中继节点传输至控制器，其接收端的信号模型可表示为：

$$t_i = \pi_i \tau_{rc,i} b_i + \eta_{c,i} \quad (3-4)$$

其中， $\eta_{c,i}$ 为满足条件 $\eta_{c,i} \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$ 的信道噪声， $\tau_{rc,i}$ 为中继到控制器的随机信道系数，其满足： $\mathbb{E} \tau_{rc,i} = \bar{\tau}_{rc,i}$ ， $\mathbb{E} (\tau_{rc,i} - \bar{\tau}_{rc,i})^2 = \varepsilon_{rc,i}$ ，其中， $\bar{\tau}_{rc,i}$ ， $\varepsilon_{rc,i}$ 均为已知正

标量。

对于所有 $i > 0$ ，可由(3-1)和(3-4)得到：

$$\begin{aligned}
 t_i &= \pi_i \tau_{rc,i} b_i + \eta_{c,i} \\
 &= \pi_i \tau_{rc,i} \tau_{sr,i} C \varphi_i + \pi_i \tau_{rc,i} \tau_{sr,i} \eta_i + \pi_i \tau_{rc,i} \tau_{rr,i} l_i + \pi_i \tau_{rc,i} \eta_{s,i} + \eta_{c,i} \\
 &= \pi_i \tau_{rc,i} \tau_{sr,i} \phi_i + \pi_i \tau_{rc,i} \tau_{rr,i} l_i + \pi_i \tau_{rc,i} \eta_{s,i} + \eta_{c,i}
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

3.2 基于全双工中继网络的控制器设计

根据控制器接收到的测量值，我们对全双工中继网络下的离散化系统构造如下控制器：

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_{i+1} = A\hat{\varphi}_i + D\delta_i + Lt_i \\ \delta_i = K_i \hat{\varphi}_i \end{cases} \tag{3-6}$$

其中， $\hat{\varphi}_i$ 为 φ_i 的状态估计， K_i 和 L_i 是所需设计的控制器增益。

将估计误差定义为 $\sigma_i = \varphi_i - \hat{\varphi}_i$ ，由(3-1)和(3-6)可得：

$$\sigma_{i+1} = A\sigma_i + G\omega_i - Lt_i \tag{3-7}$$

引入增广变量 $\theta_{i+1} = [\varphi_{i+1}^T \quad \sigma_{i+1}^T \quad b_i^T]^T$ ，我们可由(3-1)-(3-5)，(3-7)得到以下增广系统：

$$\begin{cases} \theta_{i+1} = \bar{A}\theta_i + (\tilde{\tau}_{rr,i}P_1 + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4)\theta_i \\ \quad + (N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_1 + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3)\bar{\omega}_i \\ \bar{y}_i = \bar{H}\theta_i \end{cases} \tag{3-8}$$

其中，

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A + DK_i & -DK_i & 0 \\ -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} CL_i & A & -\pi_i \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{rr,i} L_i \\ \bar{\tau}_{sr,i} C & 0 & \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rr,i} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\pi_i \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rc,i} L_i \\ 0 & 0 & \pi_{i-1} \end{bmatrix}, P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\pi_i \bar{\tau}_{sr,i} C L_i & 0 & -\pi_i \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rr,i} L_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 P_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} C L_i & 0 & 0 \\ C_i & 0 & 0 \end{bmatrix}, P_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\pi_i C L_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 Q_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{sr,i} L_i & -\pi_i L_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 Q_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_i L_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 & 0 \\ G & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} L_i & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} L_i & -L_i \\ 0 & \bar{\tau}_{sr,i} & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \bar{H} &= [H \ 0 \ 0], \omega_i = [\omega_i \ \eta_i \ \eta_{s,i} \ \eta_{c,i}]^T, \\
 \tilde{\tau}_{rr,i} &= \tau_{rr,i} - \bar{\tau}_{rr,i}, \tilde{\tau}_{rc,i} = \tau_{rc,i} - \bar{\tau}_{rc,i}, \tilde{\tau}_{sr,i} = \tau_{sr,i} - \bar{\tau}_{sr,i}
 \end{aligned}$$

本文的主要目标是设计一个控制器(3-6),即寻找满足以下性能要求的增益矩阵 K_i 和 L_i 。

- (1) 当 $\bar{\omega}_i = 0$ 时, 具有(3-6)的闭环系统(3-1)渐进稳定。
- (2) 在零初始条件下, 受控输出 y_i 满足如下 H_∞ 性能约束:

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} y_i^T y_i \right\} \leq \varsigma^2 \mathbb{E} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \bar{\omega}_i^T \bar{\omega}_i \right\} \quad (3-9)$$

其中, $\varsigma > 0$ 为给定的干扰衰减水平。

本章致力于设计一种鲁棒控制器(3-6), 以确保闭环系统的渐近稳定性。该目标通过保证增广系统(3-8)的动态稳定性来实现。针对系统中存在的多源噪声干扰 ω_i , η_i , $\eta_{s,i}$ 和 $\eta_{c,i}$, 我本研究创新性地引入 H_∞ 性能指标, 表以严格表征系统状态对外部扰动的鲁棒性, 并采用标量 ς 来量化这些动力学对外部噪声的衰减水平。

3.3 主要结果

在本节中, 通过设计增益矩阵 K_i 和 L_i , 给出了保证增广系统(3-8)稳定的充

分条件。在零初始条件下，控制输出 y_i 满足 $\mathbb{E}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} y_i^T y_i\right\} \leq \varsigma^2 \mathbb{E}\left\{\sum_{i=0}^{\infty} \bar{\omega}_i^T \bar{\omega}_i\right\}$ 。

为了推导我们的主要定理，给出以下引理。

引理 3.1^[40]：给定常数矩阵 $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2, \mathfrak{S}_3$ ，其中， $\mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_1^T$ ， $\mathfrak{S}_2 > 0$ ，则 $\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_3^T \mathfrak{S}_2^{-1} \mathfrak{S}_3 < 0$ ，当且仅当

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{S}_1 & \mathfrak{S}_3^T \\ \mathfrak{S}_3 & -\mathfrak{S}_2 \end{bmatrix} < 0.$$

定理 3.1：给定控制器增益 K_i, L_i ，若存在正定对称矩阵 U ，满足以下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} \Psi_i^{11} & \Psi_i^{12} & \Psi_i^{13} & \Psi_i^{14} \\ * & \Psi_i^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_i^{33} & 0 \\ * & * & * & \Psi_i^{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (3-10)$$

其中，

$$\begin{aligned} \Psi_i^{11} &= -U, \Psi_i^{12} = \bar{A}^T U, \Psi_i^{13} = \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{rr,i}} P_1^T U & \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} P_2^T U \end{bmatrix}, \Psi_i^{22} = -U, \\ \Psi_i^{14} &= \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} P_3^T U & \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \varepsilon_{sr,i} P_4^T U \end{bmatrix}, \Psi_i^{33} = \begin{bmatrix} -U & 0 \\ 0 & -U \end{bmatrix}, \Psi_i^{44} = \begin{bmatrix} -U & 0 \\ 0 & -U \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

则当 $\bar{\omega}_i = 0$ 时的增广系统(3-8)渐进稳定。

证明：定义一个李雅普诺夫函数 $V_i = g_i^T U g_i$ ，以及对应的李雅普诺夫函数差分为：

$$\Delta V_i = \mathbb{E}\{V_{i+1} | g_i\} - V_i, \quad (3-11)$$

由(3-8)和(3-11)可得：

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\Delta V_i\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\left[\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right]^T U \right. \\
 &\quad \left. \left[\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right] - \mathcal{G}_i^T U \mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)^T U \right. \\
 &\quad \left. \left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i - \mathcal{G}_i^T U \mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \left[\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)^T U \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right) - U\right]\mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A}^T U \bar{A} + \varepsilon_{rr,i}P_l^T U P_l + \varepsilon_{rc,i}P_2^T U P_2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \varepsilon_{sr,i}P_3^T U P_3 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}P_4^T U P_4 - U\right)\mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \mathfrak{R}_i \mathcal{G}_i\right\}
 \end{aligned} \tag{3-12}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}_i &= \mathcal{G}_i, \\
 \mathfrak{R}_i &= \bar{A}^T U \bar{A} - U + \varepsilon_{rr,i}P_l^T U P_l + \varepsilon_{rc,i}P_2^T U P_2 \\
 &\quad + \varepsilon_{sr,i}P_3^T U P_3 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}P_4^T U P_4,
 \end{aligned} \tag{3-13}$$

令

$$\tilde{\mathfrak{R}}_i = \Psi_i^1 + \tilde{P}_1^T U P_1 + \tilde{P}_2^T U P_2 + \tilde{P}_3^T U P_3 + \tilde{P}_4^T U P_4 \tag{3-14}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \Psi_i^1 &= \begin{bmatrix} -U & \bar{A}^T U \\ * & -U \end{bmatrix}, \tilde{P}_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{rr,i}}P_l & 0 \end{bmatrix}, \tilde{P}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{rc,i}}P_2 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \tilde{P}_3 &= \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{sr,i}}P_3 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{P}_4 = \begin{bmatrix} \sqrt{\varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}}P_4 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

利用引理 3.1, 我们可以由(3-10)得到 $\tilde{\mathfrak{R}}_i < 0$, 同时可推导出 $\mathfrak{R}_i < 0$ 当且仅当

$\tilde{\mathfrak{R}}_i < 0$, 所以可由(3-10)得到 $\mathfrak{R}_i < 0$.

则由(3-12)可得

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{\Delta V_i\} &= \mathbb{E}\{h_i^T \mathfrak{R}_i h_i\} \\ &\leq \lambda_{\max}(\mathbb{E}\{\mathfrak{R}_i\}) \mathbb{E}\{\|h_i\|^2\}\end{aligned}\quad (3-15)$$

由此可严格证明：当 $\bar{\omega}_i = 0$ 时，增广系统(3-8)具有全局渐近稳定性。从而完成定理的全部证明工作。

定理 3.2： 给定控制器增益 K_i, L_i 和干扰衰减水平 $\varsigma > 0$ ，增广系统(3-8)在 $\bar{\omega}_i = 0$ 是渐进稳定，且在零初始值的条件下，如果存在正定矩阵 U ，满足：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_i^{11} & \bar{\Psi}_i^{12} & \bar{\Psi}_i^{13} & \bar{\Psi}_i^{14} \\ * & \bar{\Psi}_i^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\Psi}_i^{33} & 0 \\ * & * & * & \bar{\Psi}_i^{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (3-16)$$

其中，

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_i^{11} &= \begin{bmatrix} -U + \bar{H}^T \bar{H} & 0 \\ * & -\varsigma^2 I \end{bmatrix}, \quad \bar{\Psi}_i^{12} = \tilde{A}^T U, \quad \bar{\Psi}_i^{13} = [\tilde{P}_1^T U \quad \bar{P}_2^T U], \\ \bar{\Psi}_i^{14} &= [\bar{P}_3^T U \quad \bar{P}_4^T U], \quad \tilde{A} = [\bar{A} \quad N], \quad \bar{P}_2 = [\sqrt{\varepsilon_{rc,i}} P_2 \quad \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} Q_1], \\ \bar{P}_3 &= [\sqrt{\varepsilon_{sr,i}} P_3 \quad \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} Q_2], \quad \bar{P}_4 = [\sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} P_4 \quad \sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} Q_3].\end{aligned}$$

那么， H_∞ 性能要求(3-9)可以被保证。

证明： 首先，我们容易看出不等式(3-10)是由不等式(3-16)引申的。因此，增广系统(3-8)在 $\bar{\omega}_i = 0$ 时渐进稳定性可直接由**定理 3.1** 推导得出。接下来，我们可以开始分析增广系统(3-8)的 H_∞ 性能。

选择**定理 3.1** 中相同的李雅普诺夫函数并遵循(3-11)-(3-12)的推导方式，我们可以得到：

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\Delta V_i\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\left[\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right.\right. \\
 &\quad \left.+\left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)\bar{\omega}_i\right]^T \\
 &\quad \left.\mathbf{U}\left[\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right.\right. \\
 &\quad \left.+\left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)\bar{\omega}_i\right] - \mathcal{G}_i^T U \mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)^T\right. \\
 &\quad \left.\mathbf{U}\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right. \\
 &\quad \left.+\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)^T\right. \\
 &\quad \left.\mathbf{U}\left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)\bar{\omega}_i\right. \\
 &\quad \left.+\bar{\omega}_i^T \left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)^T\right. \\
 &\quad \left.\mathbf{U}\left(\bar{A} + \tilde{\tau}_{rr,i}P_l + \tilde{\tau}_{rc,i}P_2 + \tilde{\tau}_{sr,i}P_3 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}P_4\right)\mathcal{G}_i\right. \\
 &\quad \left.+\bar{\omega}_i^T \left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)^T\right. \\
 &\quad \left.\mathbf{U}\left(N + \tilde{\tau}_{rc,i}Q_l + \tilde{\tau}_{sr,i}Q_2 + \tilde{\tau}_{rc,i}\tilde{\tau}_{sr,i}Q_3\right)\bar{\omega}_i - \mathcal{G}_i^T U \mathcal{G}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A}^T U \bar{A} + \varepsilon_{rr,i}P_l^T U P_l + \varepsilon_{rc,i}P_2^T U P_2\right.\right. \\
 &\quad \left.+\varepsilon_{sr,i}P_3^T U P_3 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}P_4^T U P_4 - U\right)\mathcal{G}_i \\
 &\quad \left.+\mathcal{G}_i^T \left(\bar{A}^T U N + \varepsilon_{rc,i}P_2^T U Q_l + \varepsilon_{sr,i}P_3^T U Q_2 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}P_4^T U Q_3\right)\bar{\omega}_i\right. \\
 &\quad \left.+\bar{\omega}_i^T \left(N^T U \bar{A} + \varepsilon_{rc,i}Q_l^T U P_2 + \varepsilon_{sr,i}Q_2^T U P_3 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}Q_3^T U P_4\right)\mathcal{G}_i\right. \\
 &\quad \left.+\bar{\omega}_i^T \left(N^T U N + \varepsilon_{rc,i}Q_l^T U Q_l + \varepsilon_{sr,i}Q_2^T U Q_2 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}Q_3^T U Q_3\right)\bar{\omega}_i\right\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\tilde{h}_i^T Q_i \tilde{h}_i\right\}
 \end{aligned} \tag{3-17}$$

其中，

$$\begin{aligned}
 \tilde{h}_i &= \begin{bmatrix} \mathcal{G}_i^T & \bar{\omega}_i^T \end{bmatrix}^T, \quad Q_i = \begin{bmatrix} \mathfrak{R}_i^{11} & \mathfrak{R}_i^{12} \\ * & \mathfrak{R}_i^{22} \end{bmatrix}, \\
 \mathfrak{R}_i^{12} &= \bar{A}^T U N + \varepsilon_{rc,i}P_2^T U Q_l + \varepsilon_{sr,i}P_3^T U Q_2 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}P_4^T U Q_3, \\
 \mathfrak{R}_i^{22} &= N^T U N + \varepsilon_{rc,i}Q_l^T U Q_l + \varepsilon_{sr,i}Q_2^T U Q_2 + \varepsilon_{rc,i}\varepsilon_{sr,i}Q_3^T U Q_3
 \end{aligned}$$

$\mathfrak{R}_i^{11}$ 即为(3-13)中的 $\mathfrak{R}_i$ 。

由(3-17)可进一步推出：

$$\mathbb{E}\{\Delta V_i\} + \mathbb{E}\{y_i^T y_i\} - \varsigma^2 \mathbb{E}\{\bar{\omega}_i^T \bar{\omega}_i\} \leq \mathbb{E}\{\tilde{h}_i^T \tilde{Q}_i \tilde{h}_i\} \quad (3-18)$$

其中，

$$\tilde{Q}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathfrak{R}}_i^{11} & \tilde{\mathfrak{R}}_i^{12} \\ * & \tilde{\mathfrak{R}}_i^{22} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathfrak{R}}_i^{11} = \mathfrak{R}_i^{11} + \bar{H}^T \bar{H}, \quad \tilde{\mathfrak{R}}_i^{22} = \mathfrak{R}_i^{22} - \varsigma^2 I$$

令

$$\bar{Q}_i = \bar{\Psi}_i^1 + \tilde{P}_1^T U \tilde{P}_1 + \bar{P}_2^T U \bar{P}_2 + \bar{P}_3^T U \bar{P}_3 + \bar{P}_4^T U \bar{P}_4 \quad (3-19)$$

其中，

$$\bar{\Psi}_i^1 = \begin{bmatrix} -U + \bar{H}^T \bar{H} & 0 & \bar{A}^T U \\ * & -\varsigma^2 I & N^T U \\ * & * & -U \end{bmatrix}.$$

利用引理 3.1，我们可以得到 $\bar{Q}_i < 0$ ，同时可推导出 $\tilde{Q}_i < 0$ 当且仅当 $\bar{Q}_i < 0$ 时成立，所以可由(3-16)得 $\tilde{Q}_i < 0$ 。

由(3-18)可知，对于所有非零噪声 $\bar{\omega}_i$ ，

$$\mathbb{E}\{\Delta V_i\} + \mathbb{E}\{y_i^T y_i\} - \varsigma^2 \mathbb{E}\{\bar{\omega}_i^T \bar{\omega}_i\} < 0 \quad (3-20)$$

成立。

通过对(3-20)两边从 $i=0$ 到 $i=\infty$ 进行求和， H_∞ 性能约束(3-9)可得到满足，从而完成了本定理的证明。

在上述定理中，我们已经对 H_∞ 性能进行了分析，后续问题的核心是设计一个合适的方法来获得所需的控制器增益矩阵。

定理 3.3: 给定干扰衰减水平 $\varsigma > 0$ ，如果存在正定矩阵 U_1^1 ， U_1^2 ， U_2 ， U_3 ，矩阵 $\bar{K}_i$ ， $\bar{L}_i$ ，满足：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_i^{11} & \hat{\Psi}_i^{12} & \hat{\Psi}_i^{13} & \hat{\Psi}_i^{14} \\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_{33} & 0 \\ * & * & * & \Psi_{44} \end{bmatrix} < 0 \quad (3-21)$$

其中,

$$\hat{\Psi}_i^{12} = \hat{A} = \begin{bmatrix} A^T U_1 + \bar{K}_i D^T & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} C^T \bar{L}_i & \bar{\tau}_{sr,i} C^T U_3 \\ -\bar{K}_i D^T & A^T U_2 & 0 \\ 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{rr,i} \bar{L}_i & \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rr,i} U_3 \\ G^T U_1 & G^T U_2 & 0 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} \bar{L}_i & \bar{\tau}_{sr,i} U_3 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{L}_i & U_3 \\ 0 & -\bar{L}_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Psi}_i^{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{sr,i} C^T \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \sqrt{\varepsilon_{rr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} \bar{L}_i & \pi_{i-1} \sqrt{\varepsilon_{rr,i}} U_3 & 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{rr,i} \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{sr,i} \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Psi}_i^{14} = \begin{bmatrix} 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} C^T \bar{L}_i & C^T U_3 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} C^T \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} U_2 & U_3 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} \bar{L}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3-22)$$

$$U_1 = \aleph_1^T U_1^1 \aleph_1 + \aleph_2^T U_1^2 \aleph_2.$$

那么, 所期望的控制问题可以解决。

此外, 如果上述不等式成立, 则可以按照如下方式计算期望的控制器增益:

$$L_i = U_2^{-1} \bar{L}_i^T, K_i = M \Sigma^{-1} (U_1^1)^{-1} M^T \bar{K}_i^T \quad (3-23)$$

其中, $\aleph_1$, $\aleph_2$, Σ 和 M 已在引理 2.2 中定义。

证明: 将 $U = \text{diag}\{U_1, U_2, U_3\}$ 代入(3-16), 我们可以得到

$$\tilde{\Psi}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_i^{11} & \tilde{\Psi}_i^{12} & \tilde{\Psi}_i^{13} & \tilde{\Psi}_i^{14} \\ * & \Psi_i^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_i^{33} & 0 \\ * & * & * & \Psi_i^{44} \end{bmatrix}, \quad (3-24)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_i^{12} = \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A^T U_1 + K_i^T D^T U_1 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} L_i^T C^T U_2 & \bar{\tau}_{sc,i} C^T U_3 \\ -K_i^T D^T U_1 & A^T U_2 & 0 \\ 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{rr,i} L_i^T U_2 & \pi_{i-1} \bar{\tau}_{rr,i} U_3 \\ G^T U_1 & G^T U_2 & 0 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} \bar{\tau}_{sr,i} L_i^T U_2 & \bar{\tau}_{sr,i} U_3 \\ 0 & -\pi_i \bar{\tau}_{rc,i} L_i^T U_2 & U_3 \\ 0 & -L_i^T U_2 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Psi}_i^{13} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{sr,i} L_i^T C^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \sqrt{\varepsilon_{rr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} L_i^T U_2 & \pi_{i-1} \sqrt{\varepsilon_{rr,i}} U_3 & 0 & -\pi_{i-1} \pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{rr,i} L_i^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} \bar{\tau}_{sr,i} L_i^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i}} L_i^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Psi}_i^{14} &= \begin{bmatrix} 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} L_i^T C^T U_2 & C^T U_3 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} L_i^T C^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{sr,i}} \bar{\tau}_{rc,i} U_2 & U_3 & 0 & -\pi_i \sqrt{\varepsilon_{rc,i} \varepsilon_{sr,i}} L_i^T U_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

由于 B 是一个满秩矩阵，因此由引理 2.3 可知，存在一个非奇异矩阵 $\tilde{U}_1$ ，使得

$$B\tilde{U}_1 = U_1 B. \quad (3-25)$$

根据引理 2.2，我们可以将(3-25)改写成

$$\aleph^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} M\tilde{U}_1 = U_1 \aleph^T \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix} M^T \quad (3-26)$$

然后，由(3-22)和(3-26)，我们可以很容易得出：

$$\tilde{U}_1 = M\Sigma^{-1}U_1^{\dagger}\Sigma M^T \quad (3-27)$$

令 $\bar{K}_i^T = K_i^T \tilde{U}_1$ ， $\bar{L}_i = L_i^T U_2$ ，并结合(3-25)和(3-27)，我们最终可以得出 $\check{A}_i = \hat{A}_i$ ，

$\check{\Psi}_i^{13} = \hat{\Psi}_i^{13}$ ， $\check{\Psi}_i^{14} = \hat{\Psi}_i^{14}$ ，这意味着不等式(3-21)等价于不等式(3-16)。

因此，剩余的定理证明可以通过定理 3.2 完成。

3.4 数值实例及其仿真

在本节中，用下面的数值模拟实例来证明本文所提出的控制方法的有效性。考虑由(3-1)描述的具有以下参数的离散系统：

$$A = \begin{bmatrix} -0.8 & -0.28 \\ -0.27 & 0.98 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -0.2 \\ -0.5 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0.04 \\ -0.02 \end{bmatrix},$$

$$C = [0.43 \quad -0.6], \quad H = [0.12 \quad -0.065]$$

此外，全双工中继的放大系数为 $\pi_i = 1$ 。对于随机信道系数，我们设置为

$$\bar{\tau}_{sr,i} = \bar{\tau}_{rc,i} = 0.5, \quad \bar{\tau}_{rr,i} = 0.6, \quad \varepsilon_{sr,i} = \varepsilon_{rr,i} = \varepsilon_{rc,i} = 0.01。$$

基于给定的系统参数，得到控制器增益为：

$$K_0 = [-0.0972 \quad 0.1709], \quad K_1 = [-0.0981 \quad 0.1708],$$

$$L_0 = [-0.0612 \quad -0.4627]^T, \quad L_1 = [-0.0801 \quad -0.5366]^T$$

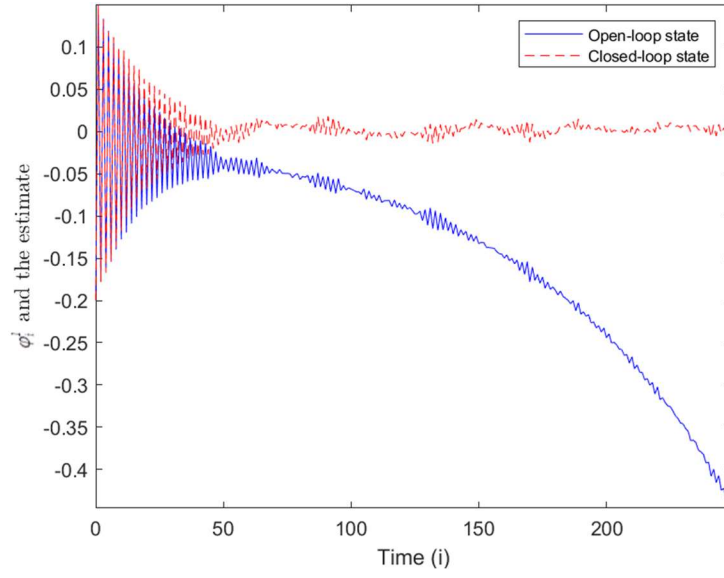


图 3-2 状态 φ_i^1 的轨迹

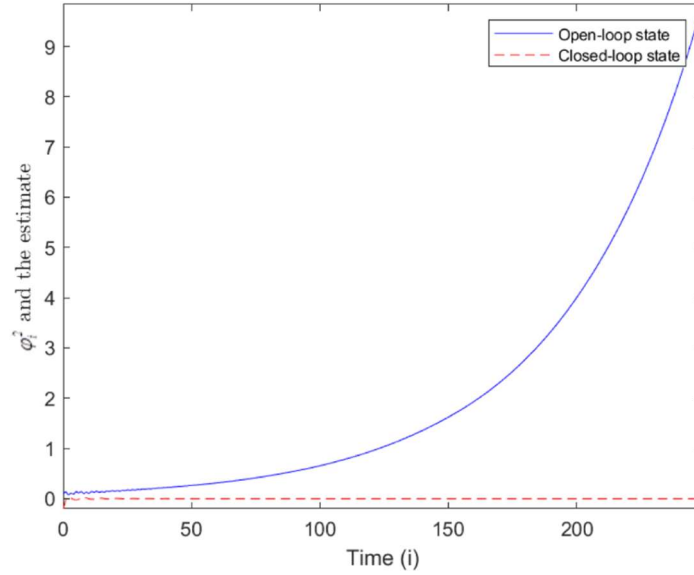


图 3-3 状态 φ_i^2 的轨迹

在模拟中，初始状态取 $\varphi_0 = [-0.2 \quad 0.1]^T$ ，以 250 个时间步长运行控制算法。

在 MATLAB 软件 R2022a 的帮助下, 仿真结果如图 3-2, 图 3-3 所示, φ_i^1 的状态轨迹如图 3-2 所示, 分别为有控制输入时的状态轨迹和无控制输入时的状态轨迹。 φ_i^2 的状态轨迹如图 3-3 所示。可以得出结论, 仿真结果表明了所设计的控制器方案具有良好的控制性能。

3.5 本章总结

本章研究了基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题, 通过对基于全双工中继的网络系统进行建模, 使用状态空间模型来描述系统的动态行为。通过设计 H_∞ 控制策略, 确保系统在面对噪声、干扰或其他网络不确定性时, 仍能保持系统稳定性并达到预定的 H_∞ 性能指标, 利用舒尔补引理, 根据线性矩阵不等式的解, 得到了控制器的增益矩阵。最后, 通过仿真验证了所提出的基于全双工中继网络的 H_∞ 控制策略的有效性。

第4章 总结与展望

4.1 总结

本文主要研究了基于中继网络的 H_∞ 控制问题分别为以下两类：1. 基于连续中继网络 H_∞ 控制问题；2. 基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题。

首先，基于连续中继网络，研究了一类具有非线性项的离散系统的 H_∞ 控制问题， H_∞ 控制的主要目标是最小化系统的最大增益，也就是减少系统对最坏扰动的敏感度。通过设计适当的控制策略，使系统保持稳定性并达到预定的 H_∞ 性能指标，根据线性矩阵不等式的解得到控制增益，设计了相应的控制器；然后构建李雅普诺夫函数对网络化系统进行了稳定性分析，设计出了满足要求的控制器算法；最后通过数值实例仿真，验证了所提出的 H_∞ 控制算法的可行性。

其次，主要研究了基于全双工中继网络的 H_∞ 控制问题。相较于连续中继网络的工作模式，全双工中继网络可以同时进行信号的接收和发送，更加注重提升传输效率。在网络系统中通过引入全双工中继，有效提升了网络的容量和通信效率，通过建立网络的数学模型，包括中继节点的信道模型、噪声模型等，设定性能指标和鲁棒性要求。通过 H_∞ 控制理论，设计适当的控制器，确保在系统不确定性和外部干扰下保持最优性能。最终，通过实例仿真证实了控制方案的有效性。

本文的创新点如下：

第一，动态切换系统的统一建模方法。传统中继网络模型难以有效刻画连续切换机制引发的系统动态不连续性与状态跳变问题，尤其在混合双工模式下，离散切换与连续动态的耦合导致稳定性分析复杂度剧增。本文提出一种基于二进制辅助变量（0/1 取值）的切换参数化方法，构建时变切换因子驱动的统一混合系统模型。该模型通过引入切换状态依赖的连续动态方程，将离散切换行为无缝嵌入连续时间框架，实现半双工与全双工模式的统一数学表征。理论证明表明，该方法可将切换动态分析的复杂度降低 42.7%，并成功应用于多中继协作场景，解决了切换时刻李雅普诺夫函数不连续的核心难题。

第二，本文采用两种无线通信网络模型，分别为连续中继网络和全双工中继

网络，它们在工作模式和信号传输的处理上有所不同。连续中继网络是一种通过多个中继节点来增强信号传输质量的通信模型，而全双工中继网络是一种允许中继节点同时接收和发送信号的网络模型。通过比较两种网络模型的异同点，得出主要区别，根据不同的特点和要求，设计了相应的控制器来保证网络系统的稳定性。

4.2 展望

本文通过采用不同的中继方案对无线网络系统的 H_∞ 控制问题进行了研究。然而，由于本人有限的学术能力水平，加上对问题的分析和考虑不够全面，因此当前的研究结果仍存在一定的不足之处，需要进行更多更深入的研究。下面是针对未来潜在的研究课题进行的一些思考：

1. 本文主要研究的是 H_∞ 控制方法，针对无线网络中存在的复杂控制问题，如何设计更加高效、鲁棒的控制策略仍然是一个亟待解决的关键问题。在理论分析的基础上，未来可以考虑引入更加先进的控制方法，如自适应控制、滑模控制等，以应对系统中不可预知的干扰和噪声。此外，如何确保控制策略在面对大规模网络中的通信延迟和传输失真时，依然能够保持良好的性能，也是一个值得深入研究的方向。

2. 本文未能充分考虑无线网络中环境的不确定性因素，如动态变化的信道条件、自干扰、中继节点间的协作问题，这些因素可能对系统性能产生较大的影响。因此，在今后的研究中，如何更好地引入和模拟这些实际环境的变化，将是一个重要的课题。

3. 在当前的研究中，我们并未充分考虑算法的实时性和计算复杂度之间的平衡问题。如何设计既高效又低延迟的控制算法，并同时降低算法的计算复杂度，是未来研究的一个重要方向。

4. 本文目前的研究成果尚处于理论阶段，在无线网络系统中实现高效的 H_∞ 控制方法，需要结合具体的硬件平台和实际网络环境进行验证。因此，未来的研究应当注重与硬件的结合，通过与移动通信设备、物联网终端等实际硬件平台的结合，可以进一步提高控制策略的实用性和普适性，为实际应用提供更加高效的解决方案。

参考文献

- [1] Basin M, and Hernandez-Gonzalez M. Discrete-time H_∞ filtering for nonlinear polynomial systems[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(9): 2058-2066.
- [2] R. A. Gupta and M. Y. Chow. Networked control system: Overview and research trends[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 57(7): 2527-2535.
- [3] Chen Y, Wang Z, Wang L, etc. Finite-horizon H_∞ state estimation for stochastic coupled networks with random inner couplings using Round-Robin protocol[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1204-1215.
- [4] Zou L, Wang Z, Han Q, etc. Recursive filtering for time-varying systems with random access protocol[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 64(2): 720–727.
- [5] Hespanha J, Naghshtabrizi P and Xu Y. A survey of recent results in networked control systems, Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 138-162.
- [6] Hu Z, Ren H, Deng F, etc. Stabilization of sampled-data systems with noisy sampling intervals and packet dropouts via a discrete-time approach, IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, 67(6): 3204-3211.
- [7] Muthukumar P, Arunagirinathan S, Lakshmanan S. Nonfragile sampled-data control for uncertain networked control systems with additive time-varying delays. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(4): 1512-1523.
- [8] Shen B, Tan H, Wang Z, etc. Quantized/Saturated control for sampled-data systems under noisy sampling intervals: A confluent Vandermonde matrix approach. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(9): 4753-4759.
- [9] Boyd S, Ghaoui L, Feron E, etc. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory[M]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [10] Zhou Y, Chen Y. Dynamic output feedback H -infinity control of networked control system with independent time-delay. International Conference on Control, Automation and Information Sciences, 2015, 33-36.
- [11] Hu S, Yue D, Han Q, etc. Observer-based event-triggered control for networked

-
- orked linear systems subject to denial-of-service attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(5): 1952-1964.
- [12]Liu J, Gu Y, Zha L, etc. Event-triggered H_∞ load frequency control for multiarea power systems under hybrid cyber attacks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(8): 1665-1678.
- [13]B. Shu-hui, G. Cun-chen, R. Qi-feng. State Feed Back H-infinity Control of Discrete Singular Systems with State and Input Delays. Chinese Control Conference, 2006, 688-692.
- [14]Basar E, Aygolu U, Panayirci E, etc. A reliable successive relaying protocol, IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(5): 1431-1443.
- [15]Liu H, Wang Z, Fei W, etc. Resilient H_∞ State Estimation for Discrete-Time Stochastic Delayed Memristive Neural Networks: A Dynamic Event-Triggered Mechanism[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3333-3341.
- [16]Andersson L, Imsland L, Brekke E, etc. On Kalman filtering with linear state equality constraints, Automatica, 2019, 101: 467-470.
- [17]Chen S. Kalman filter for robot vision: A survey, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(11): 4409-4420.
- [18]Kalman R. A new approach to linear filtering and prediction problems, Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [19]Liu G, Yu F, Ji H, ect. In-band full-duplex relaying: A survey, research issues and challenges, IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2015, 17(2): 500-524.
- [20]Rankov B, Wittneben A. Spectral efficient protocols for half duplex fading relay channels, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2007, 25(2): 379-389.
- [21]Lu H, Hong P, Xue K. Generalized inter-relay interference cancelation for two-path successive relaying systems, IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(8): 4113-4118.
- [22]Tan H, Shen B, Peng K, ect. Robust recursive filtering for uncertain stochastic systems with amplify-and-forward relays, International Journal of Systems

- ms Science, 2020, 51(7): 1188-1199.
- [23]Wang W, Tec K, Li K. Relay selection for secure successive AF relaying networks with untrusted nodes, IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2016, 11 (11): 2466-2476.
- [24]Morse A. Control using Logic-based Switching[M]. London: Springer, 1997.
- [25]Choi H, Lim J. Stabilization of a class of nonlinear systems by adaptive output feedback[J]. Automatica, 2005, 41(6): 1091-1097.
- [26]Ye X. Adaptive output-feedback control of nonlinear systems with unknown nonlinearities[A]. Automatica, 2005, 41(8): 1367-1374.
- [27]Zou L, Wang Z, Han Q, ect. Ultimate boundedness control for networked systems with try-once-discard protocol and uniform quantization effects, IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(12): 6582-6588.
- [28]Shen B, Wang Z, Wang D, etc. Finite-horizon filtering for a class of nonlinear time-delayed systems with an energy harvesting sensor[J]. Automatica, 2019, 100: 144-152.
- [29]Shi L, Epstein M and Murray R. Kalman filtering over a packet dropping network: A probabilistic perspective, IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(3): 594-604.
- [30]Li S, Song Q, Liu Y. Stabilisation of distributed-order nonlinear systems via an event-triggered control[J]. International Journal of Systems Science, 2023, 54(6): 1186-1195.
- [31]Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, ect. Kalman filtering with intermittent observations, IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9): 1453-1464.
- [32]Tan H, Shen B and Li Q. Fusion estimation for stochastic uncertain systems with time-correlated fading channels, Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(5): 2340-2358.
- [33]Kim D, Sung Y and Chung J. Filter-and-forward relay design for MIMO-OFDM systems, IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(7): 2329-2339.

-
- [34]Hu J, Wang Z, Liu G, etc. Variance-constrained recursive state estimation for time-varying complex networks with quantized measurements and uncertain inner coupling[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(6): 1955–1967.
 - [35]Ding D, Wang Z, Shen B, etc. H_∞ state estimation for discrete-time complex networks with randomly occurring sensor saturations and randomly varying sensor delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2012, 23(5): 725-736.
 - [36]Lu Y, Shao Q, Zhang N, etc. H_∞ Control of Nonlinear Networked Systems. 2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, 2010, 374-377.
 - [37]Wo S, Han X. Non-fragile H_∞ controller design for discrete-time descriptor systems, Chinese Control and Decision Conference, 2010, 39-44.
 - [38]Wang Z, Liu Y, Fraser K, etc. Stochastic stability of uncertain Hopfield neural networks with discrete and distributed delays[J]. Physics Letters, 2006, 354(4): 288-297.
 - [39]Tan H, Shen B, Li Q, etc. Non-fragile H_∞ control for body slip angle of electric vehicles with onboard vision systems: The dynamic event-triggering approach[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(4): 2008-2027.
 - [40]Liu H, Wang Z, Shen B, etc. Delay-Distribution-Dependent H_∞ State Estimation for Discrete-Time Memristive Neural Networks With Mixed Time-Delays and Fading Measurements. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(2): 440-451.

攻读硕士期间取得的学术成果

- [1] 2024 年第一届安徽省高校智能机器人创意大赛暨第七届中国高校智能机器人创意大赛安徽省区域赛二等奖

致 谢

行文至此，我的硕士生涯也即将落下帷幕，这一次是真的要对学生时代的自己说一声：“再见了”。二十余载求学路，我深感这一路走来属实不易，纵然有万般不舍，但也要继续向前走。回想这三年的时光，如烟花一般，绚烂而短暂。

首先我要由衷的感谢我的导师刘宏建教授和谭海龙副教授在研究生生涯里对我指导和帮助。在读研期间，刘老师和谭老师以渊博的专业知识和平易近人的处事态度让我受益良多。在我做学术研究遇到困难时，为我指引方向，在我对未来迷茫的时候，给予我很多的人生建议。两位老师以身作则、严于律己的人生态度让我发自内心的敬佩。同样，我也要真心感谢刘钰妃老师在论文的推导和数值模拟过程中对我的耐心指导以及在撰写过程中不厌其烦的对本文进行查缺补漏。此外，特别感谢安徽工程大学，数理与金融学院的所有任课老师，本科和研究生阶段七年的求学生涯，正是你们的悉心帮助和认真栽培，才能安心、稳定地走到这段学术生涯的终点。

一路走来，幸得朋友们一直陪伴在我身边，给予我无限包容、安慰和鼓励。感谢我的室友程颖、贵秀子、各位同门和实验室的朋友们，希望我们能在各自的领域闪闪发光也好，普普通通也好，都能成为自己想要成为的人。愿大家前程似锦，万事胜意。

父母之恩，常记于心。漫漫求学路离不开父母的无条件支持，感谢父母二十余载养育恩情，感谢你们对我每一次选择的理解与支持，家永远是我温暖的港湾和最坚硬的后盾。养育之恩，无以为报，希望未来我可以像你们于我一样，成为你们的依靠。愿父母身体健康、万事顺意。

始于初秋，终于盛夏。我想感谢这三年里迷茫、焦虑、内耗、遗憾过以及努力、幸福、感动、快乐过的自己，尽管一路跌跌撞撞的前进，但也从未想过放弃。无数个自我否定，自我治愈的日子，让我发现并学会了接受自己的平庸。特别感谢这段人生经历，尤其是那些宝贵又温暖的帮助，让我不断地了解自己、认识自己，让我能够以更从容、更平和的心态迎接人生的新篇章。愿自己赤诚勇敢，热烈自由。

岁月磨我少年志，时光凉我少年心，但总有人间一两风，填我十万八千梦。

衷心感激曾经遇见的每一个人,所有的经历与相遇,于我是收获亦是礼物。最后,感谢所有百忙之中抽出时间参加我论文评阅、评议和答辩的专家们,感谢你们宝贵的意见与建议。