
分类号：O231.3

单位代码：10363

密 级：公开

学 号：2221030105

题 目 基于中继技术的随机系统的状态估计与
控制

题 目 State Estimation and Control for
Stochastic Systems with Relays

学 生 姓 名 : 王也

指 导 教 师 : 刘宏建 教授

专 业 : 系统科学

研 究 方 向 : 复杂系统建模与控制

论文答辩日期: 2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：王也

日期：2025 年 5 月 14 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：王也

指导教师签名：刘宏建

日期：2025 年 5 月 14 日

日期：2025 年 5 月 14 日

基于中继技术的随机系统的状态估计与控制

摘 要

随着网络通信技术的进步,无线网络与传统控制系统深度融合,催生了广泛应用于航空航天、物联网和智能交通等领域的网络化控制系统。不同于传统的点对点传输方式,该系统中的信号依托共享的无线网络,在传感器、控制器、滤波器和执行器等关键组件之间传递。无线通信的引入不仅增强了系统的灵活性,还有效降低了铺设成本,使网络化控制系统成为研究者关注的热点。

尽管网络化系统具有低成本、高灵活性等特点,有限的网络通讯资源也同时会给系统的分析和综合问题带来极大挑战。例如,测量信号通过无线网络传输过程中,将不可避免的产生路径损耗,导致信号的传输距离受到极大地限制。无线中继技术是一种通过在信号源和信号接收端之间添加中继节点对衰减的信号进行放大并转发的新兴通讯技术,能够有效拓展无线网络覆盖范围,提高信号传输可靠性。

本文旨在研究基于无线中继技术的随机系统的状态估计与控制问题,着重考虑滤波-转发全双工中继和连续中继下的控制与滤波问题。构造了新的数学模型来描述滤波-转发全双工中继和连续中继网络中信号的传输机制,并考虑了中继间干扰,自干扰等因素的影响。然后,借助于李雅普诺夫稳定性理论、凸优化理论和矩阵不等式技术等,为基于无线中继技术的随机网络化系统设计了相应的控制与状态估计算法。具体而言,本文工作如下:

首先,研究具有连续中继网络的随机不确定系统的最终有界性控制问题。在信号传输过程中,设置两个可在接收与发送模式间切换的

中继节点，以辅助传感器与控制器完成数据传递。通过引入辅助变量刻画中继网络的切换特性，并采用增广系统方法有效抑制中继间的干扰。为确保网络控制系统的稳定性，设计了一种包含切换参数的动态输出反馈控制器，并通过求解约束优化问题计算相应增益矩阵。

其次，研究滤波-转发全双工中继对离散时间系统的滚动域滤波影响。信号经衰落信道传输，并由全双工中继转发至远端滤波器。为减弱信号衰落及自干扰，提出一种结合信道系数统计特性与滤波器历史输出的新型滤波器结构。通过求解两个特定的最小二乘优化问题，推导最优状态估计，并在随机意义下分析中继与远端滤波器误差的最终有界性。

关键词：滤波-转发全双工中继，连续中继，随机系统，网络化控制系统，状态估计

State Estimation and Control for Stochastic Systems with Relays

Abstract

With the development of network communication technology, wireless communication networks have been deeply integrated with traditional control systems, giving rise to networked control systems that are widely applied in aerospace, the Internet of Things (IoT), and intelligent transportation. Unlike conventional point-to-point transmission, signals in such systems are transmitted among key components, including sensors, controllers, filters, and actuators, via a shared wireless network. The introduction of wireless communication not only enhances system flexibility but also significantly reduces deployment costs, making networked control systems a focal point of research.

Despite the advantages of low cost and high flexibility, limited network communication resources pose significant challenges to system analysis and synthesis. For instance, during wireless transmission, measurement signals inevitably experience path loss, greatly restricting the transmission range. Wireless relay technology, an emerging communication technique that amplifies and forwards attenuated signals by introducing relay nodes between the signal source and the receiver, effectively extends network coverage and improves transmission reliability.

This paper focuses on state estimation and control problems for stochastic systems based on wireless relay technology, with particular emphasis on control and filtering issues in amplify-and-forward full-duplex relay and continuous relay networks. Novel mathematical

models are constructed to describe the signal transmission mechanisms in these relay networks while considering the effects of inter-relay interference and self-interference. Leveraging Lyapunov stability theory, convex optimization techniques, and matrix inequality methods, we develop corresponding control and state estimation algorithms for stochastic networked systems with wireless relay technology. Specifically, the main contributions of this paper are as follows:

First, we investigate the ultimate boundedness control problem of stochastic uncertain systems in continuous relay networks. During signal transmission, two relay nodes capable of switching between reception and transmission modes are introduced to facilitate data exchange between sensors and controllers. Auxiliary variables are incorporated to characterize the switching properties of the relay network, and an augmented system approach is employed to effectively mitigate inter-relay interference. To ensure system stability, a dynamic output feedback controller incorporating switching parameters is designed, and the corresponding gain matrix is obtained by solving a constrained optimization problem.

Second, we study the receding horizon filtering problem for discrete-time systems affected by amplify-and-forward full-duplex relays. In this scenario, signals are transmitted over fading channels and relayed to remote filters via full-duplex relay nodes. To alleviate signal fading and self-interference, a novel filter structure is proposed, which integrates the statistical properties of channel coefficients with historical filter outputs. By solving two specific least-squares optimization problems, the optimal state estimation is derived, and the ultimate boundedness of errors between the relay and the remote filter is analyzed in a stochastic sense.

Wang Ye (System Sciences)

Supervised by Prof. Liu Hongjian

KEY WORDS: Filter-and-forward full-duplex relays, successive relays, stochastic systems, networked control systems, state estimation

目 录

第 1 章 绪论	4
1.1 课题研究背景	5
1.1.1 网络化控制系统	5
1.1.2 网络化控制系统的滤波	5
1.1.3 无线中继通信网络	6
1.1.4 基于中继通讯技术的控制与滤波	7
1.2 内容提纲	8
第 2 章 基于连续中继网络的不确定网络化系统的最终有界控制	9
2.1 问题描述	9
2.1.1 不确定网络化控制系统	9
2.1.2 连续中继网络	10
2.2 主要结果	14
2.3 数值实例及其仿真	19
2.4 本章总结	23
第 3 章 基于滤波转发全双工中继的滚动域滤波	24
3.1 问题描述	24
3.1.1 线性离散时间系统	24
3.1.2 滤波-转发全双工中继器	25
3.1.3 基于 FF-FDR 的滚动域滤波	26
3.2 滚动域滤波器设计	28
3.2.1 针对 FF-FDR 的滚动域滤波器设计	28
3.2.2 针对动态系统的滚动域滤波器设计	29
3.3 稳定性分析	30
3.4 数值实例及其仿真	33
3.5 本章总结	35
第 4 章 总结与展望	36

4.1 总结	36
4.2 展望	37
参考文献	38
攻读硕士期间取得的学术成果	42
致 谢	43

符号说明

$\mathbb{R}^n$	n 维欧几里德空间
$\mathbb{R}^{n \times m}$	$n \times m$ 实矩阵集合
M^T	实数矩阵 M 的转置
M^{-1}	方阵 M 的逆
$tr\{M\}$	方阵 M 的迹
I	具有合适维数的单位矩阵
0	具有合适维数的零矩阵
$\text{diag}\{\cdot\}$	块对角矩阵
$\text{diag}_L\{\cdot\}$	$\text{diag}_L\{A\} = \underbrace{[A, \dots, A]}_L$
$\text{col}_L\{A\}$	$\text{col}_L\{A\} = \underbrace{[A^T \cdots A^T]}_L^T$
$\ M\ $	矩阵 M 的范数且定义为 $\ M\ = \sqrt{\text{trace}(A^T A)}$
$\delta(a)$	克罗内克函数, $\delta(a) = I$ 当且仅当 $a = 0$
$*$	对称分块矩阵中由对称性所决定的项的省略符号
$\mathbb{E}\{\alpha\}$	随机变量 α 的期望

第 1 章 绪论

在过去的几十年里,随着网络通讯技术的发展,无线通讯网络技术与传统的控制系统深度嵌合而产生的网络化控制系统被广泛地应用于航空航天、物联网和智能交通等领域。与传统的点对点传输不同,网络化控制系统中的信号通常是通过共享的无线网络在传感器、控制器、滤波器和执行器等重要部件间传输。相比于传统的控制系统,无线通讯网络的加入增加了系统的灵活性并降低了系统的敷设成本,使得网络化控制系统受到了研究者们广泛的关注。然而,由于有限的通讯资源的限制,无线通讯网络技术的引入也会引起丢包、量化和传输距离有限等现象,极大地恶化网络化控制系统的性能,甚至造成针对传统的控制系统的分析和设计方法不再适用。因此,研究网络化控制系统的分析和综合问题具有重要的理论价值和实际意义。

滤波\状态估计一直是控制领域的前沿研究课题之一。在实际的工业系统中,想要直接得到精确的系统状态往往是技术上不可实现的或成本上难以承受的,只能通过相关的测量输出间接的获取系统状态的信息。由于设备的震动、电磁干扰等因素的影响,对系统状态的测量信号会受到外部噪声的干扰,从而需要利用滤波算法从受噪声干扰的测量信号中得到对系统状态相对精确的估计。到目前为止,通过设定不同的性能指标,研究者们已经提出了许多行之有效的滤波算法,例如卡尔曼滤波算法、 H_∞ 滤波算法和滚动域滤波算法等。值得一提地,无线通信网络中的网络诱导的信息不完全现象也会影响这些经典的滤波算法的性能,甚至造成滤波算法不稳定。因此,还需要分析各种网络诱导的信息不完全现象的产生机制和特点,并进一步的发展和更新传统的滤波算法以满足网络化控制系统的需求。

在现有的针对网络化控制系统的控制和滤波算法中,通常都假设传感器的测量信号可以直接被传输给控制器或滤波器。然而在实际的通信网络中,由于建筑物的遮挡和水蒸气的折射等因素的影响,信号在传输过程中将不可避免地出现路径损耗导致被传输信号的功率随着传输距离的增加而不断降低。当信号的功率低于一定的阈值,控制器或滤波器将不能正确的解码传感器传输的信号。甚至当传输距离过远时,控制器\滤波器与传感器间的通信链路将会中断,导致无法进行

有效的信息传输。为了扩大无线网络的覆盖范围并增加信号传输的可靠性,一种常用的方法是在传感器和控制器\滤波器之间插入中继器对传感器发送的信号进行放大和转发。与传统的架设基站的方法相比,这种方法更加便宜和灵活,从而在通信领域受到了广泛的关注。然而,基于无线中继通讯技术的控制和滤波问题的研究还处于起步阶段,相关的研究成果还比较少。因此,进一步研究基于无线中继通讯技术的滤波和控制问题对于拓展现有的控制理论具有重要意义。

综上所述,本文研究基于无线中继技术的随机网络化控制系统的滤波与控制问题。

1.1 课题研究背景

1.1.1 网络化控制系统

由于其低成本、易安装和灵活性高等优势,网络化控制系统受到了研究者们广泛的关注^[1-9]。具体地,文献[6,7]考虑了时变的网络拓扑结构对控制器性能的影响,研究了多智能体系统的分布式控制问题。文献[8]则将系统参数和控制器增益中可能存在的参数不确定性建模为范数有界的矩阵,为不确定网络化控制系统设计了弹性采样数据控制器。文献[9]则为受随机噪声影响的网络化控制系统设计了基于观测器的反馈控制器,并利用线性矩阵不等式技术给出了确保网络化控制系统最终有界的充分条件。文献[10]为了降低网络化控制系统中信号传输的负担,节省有限的通讯资源,提出了一种动态事件触发机制,并基于事件触发后的测量信号为网络化系统设计了PID控制器。文献[11]研究了存在控制信号丢失情形的网络化系统的控制问题,并定量分析了信号丢失率对控制器性能的影响。

1.1.2 网络化控制系统的滤波

滤波问题一直是控制领域的前沿研究课题之一。通过构造不同的性能指标,研究者们为网络化系统提出了许多有效地滤波算法。例如,针对线性随机系统,文献[12-14]通过最小化滤波误差协方差,提出了具有预测-更新过程且全局最优的卡尔曼滤波器。文献[15,16]则为受非随机噪声影响的动态系统构造了 H_∞ 滤波器,以确保对系统状态的滤波误差相对于外部噪声的衰减水平低于提前给定的阈

值。相较于卡尔曼滤波算法, H_∞ 滤波方法能够有效的处理非随机情形且具有更强的鲁棒性。针对具有有界噪声的网络化系统, 文献[17,18]提出了一种集员滤波算法确保系统的真实状态被包含在一个椭圆内, 并进一步通过最小化椭圆半径设计滤波器增益。值得指出地是, 集员滤波算法只能得到包含系统真实状态的区域而不能得到对系统状态的点估计, 本质上来说是一种区间估计算法。在这种情况下, 文献[19-21]针对受有界噪声影响的系统, 利用固定长度的滑动窗口中的测量信号, 通过求解最小二乘问题构造了滚动域滤波器得到对系统状态的在线最优估计。

1.1.3 无线中继通信网络

由于信号通过无线网络传输过程中存在衰减现象, 真实的无线网络的覆盖范围总是有限的, 导致传感器发送的测量信号可能无法到达滤波器或控制器。在这种情况下, 在滤波器\控制器和传感器之间增加中继节点将传感器的测量转发给滤波器\控制器被认为是一种行之有效且成本低廉的拓展无线网络覆盖范围的方法^[22-24]。到目前为止, 研究者们已经提出了许多有效的中继技术, 如半双工中继技术、虚拟全双工中继技术和全双工中继技术。本文主要介绍虚拟全双工中继技术中的连续中继技术和全双工中继技术。

1.1.3.1 连续中继技术

连续中继采用两个在接收模式和发送模式间不断切换的中继节点来实现信号的连续转发。具体地, 在每个时刻, 两个中继节点中的一个将以接收模式运行并从信号源接收信号, 同时另一个中继节点则必将处于发送模式将其储存的信号转发至信号接收目标。在下一个时刻, 这两个中继节点将交换运行模式, 先前处于接收模式的节点将切换至发送模式, 另一个则将切换至接收模式。通过采用两个协同运行的中继节点, 连续中继节点能够通过简单的半双工运行方式达到全双工中继的效率, 从而受到广泛的关注^[25-27]。但需要指出地是, 由于两个中继节点在接收模式和发送模式间不断切换, 从而导致连续中继具有切换特性, 影响网络的整体性能。另外, 当一个节点处于发送模式而发送信号时, 另一个处于接收模式的节点不仅会接收到信号源的信号, 也会接收到该节点发送的信号, 即存在中继间干扰, 导致信号失真。目前, 已经有许多学者致力于解决连续中继的切换特

性和中继间干扰问题^[28]。

1.1.3.2 全双工中继技术

相比于半双工中继技术，全双工中继能够同时地接收和发送信号，从而具有更高的网络资源利用率和通信效率^[29]。因此，全双工中继技术也被认为是 5G 网络大规模普及和商业化的关键技术之一。然而，尽管全双工中继具有较高的通信效率和广泛的应用前景，其中仍有续断关键技术难题亟待解决。例如，由于全双工中继技术能够同时接收和发送信号，其能够接收到被其自身发送的信号，存在较强的自干扰现象。并且相比于从信号源接收的信号，自干扰往往具有更强的信号强度而导致信号严重失真，给信号处理带来极大的挑战。需要指出的是，尽管研究者们已经提出了许多压制自干扰影响的自干扰消除方法，但要从理论上完全的消除全双工中继的自干扰是不可能的^[30]。因此，考虑自干扰的影响，解决动态系统的分析与综合问题具有重要的意义。

1.1.4 基于中继通讯技术的控制与滤波

事实上，基于无线中继通讯技术的控制与滤波问题的研究还处于起步阶段，相关的研究成果还较少。文献[31,32]为具有简单的高斯中继信道的线性系统协同设计了编码和控制策略，并进一步分析了中继信道对控制器性能的影响。文献[4]则在车厢与车厢加入中继节点来提高二者的通信效率，从而为火车控制系统设计了协作中继方式和协同控制策略。文献[33]针对无线中继网络中的时不变系统，提出了一种卡尔曼滤波器设计方案，并分析了中继传输功率及衰落信道参数对其性能的影响。研究中分别给出了优化卡尔曼滤波误差协方差的最优与次优中继配置策略，以及相应的传输功率控制方案。文献[34]则建立了放大转发中继器在随机传输功率条件下的数学模型，并基于此模型，针对无线中继网络中的不确定系统，设计了一种鲁棒递推滤波算法。文献[35]则首次考虑了基于全双工中继技术的非线性系统的递推滤波问题，通过分析自干扰信号的概率统计特性，设计了从期望意义下消除自干扰影响的滤波器结构，并利用自干扰信号的二阶距得到了滤波误差协方差的上界。文献[36]则为具有滤波-转发连续中继的线性离散时间系统协同设计了具有切换系数的卡尔曼滤波器，分析了连续中继的切换特性和中继间干扰对滤波算法稳定性的影响。

1.2 内容提纲

本文研究了基于无线中继通信技术的随机系统的控制与滤波问题。首先,研究了连续中继和全双工中继的信号传输机制,分别建立了连续中继和全双工中继网络中信号的传输模型,并考虑了切换特性、中继间干扰和自干扰等因素的影响。然后,借助于建立的信号传输模型,分析连续中继和全双工中继对控制器与滤波器性能的影响,为网络化系统提出了最终有界控制策略和滚动域滤波方案。本文内容提纲总体概括如下:

第一章介绍了课题的研究背景及现状,包括网络化系统的控制与滤波研究背景和意义,无线中继通讯技术的背景,连续中继与全双工中继技术的信号传输机制,基于无线中继技术的网络化系统的控制与滤波等方面的研究现状;最后列出了本文内容提纲。

第二章针对具有连续中继网络的随机不确定系统,研究了其最终有界性控制问题。在所考虑的中继传输过程中,采用了两个位于接收模式与发送模式间切换的中继节点,以协助传感器与控制器进行信号传输。引入辅助变量以描述中继网络的切换特性,并提出增广系统方法来处理中继间的干扰。为确保网络控制系统的有界稳定性,设计了一种包含切换参数的动态输出反馈控制器,并通过求解约束优化问题确定相应增益矩阵。最后,示例验证了所提控制算法的有效性。

第三章针对受滤波-转发全双工中继影响的离散时间系统,研究了其滚动域滤波问题。信号在衰落信道中传输,并经由滤波-转发全双工中继转发至远端滤波器。为减弱信号衰落及中继自干扰的影响,提出了一种新型滤波器结构,该结构结合了信道系数的统计特性与滤波器先前时刻的输出信息。通过求解两个特定的最小二乘优化问题,推导出最优状态估计。此外,分析了滤波-转发全双工中继与远端滤波器的误差在随机意义下的最终有界性。最后,通过数值实例验证了所提滚动域滤波策略的有效性与可行性。

第四章是对全文的总结和展望。

第 2 章 基于连续中继网络的不确定网络化系统的最终有界控制

本章研究了连续中继网络下一类不确定网络化控制系统的最终有界控制问题。传感器通过连续中继网络将自身测量传输至控制器。在连续中继网络中，两个中继节点交替地从传感器接收信号并将自身接收的信号转发至控制器，从而具有切换特性并存在中继间干扰现象。利用连续中继网络转发的测量信号，设计了使不确定网络化系统最终有界的动态输出反馈控制器。借助矩阵不等式技术，给出了满足性能要求的控制器存在的充分条件。进一步，通过最小化最终的上界得到了具体的控制器参数。最后，利用仿真实例验证了所提出的控制算法的有效性。

2.1 问题描述

本节考虑的控制问题如图 2-1 所示。传感器和动态输出反馈控制器通过中继网络进行信号传输。接下来，将详细介绍本节所考虑的不确定网络化系统、连续中继网络和动态输出反馈控制器。

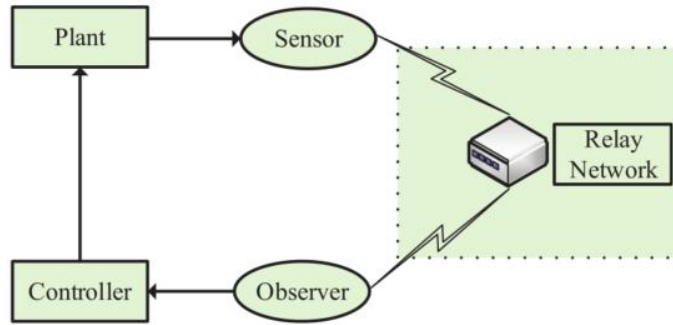


图 2-1 基于连续中继网络的控制器

2.1.1 不确定网络化控制系统

在本节中，考虑以下不确定网络化控制系统：

$$\begin{cases} \xi_{\ell+1} = (M + \Sigma_{\ell})\xi_{\ell} + G\epsilon_{\ell} + N\vartheta_{\ell} \\ \zeta_{\ell} = S\xi_{\ell} + R\vartheta_{\ell} \\ \eta_{\ell} = Q\xi_{\ell} \end{cases}, \quad (2-1)$$

其中, $\xi_\ell \in \mathbb{R}^{n_\xi}$, $\zeta_\ell \in \mathbb{R}^{n_\zeta}$ 和 $\eta_\ell \in \mathbb{R}^{n_\eta}$ 分别表示 ℓ 时刻系统的状态, 测量输出和受控输出, $\epsilon_\ell \in \mathbb{R}^{n_\epsilon}$ 是有待进一步设计的控制输入, $\mathcal{G}_\ell \in \mathbb{R}^{n_g}$ 表示均值为 0, 方差为 $W>0$ 的随机噪声, Σ_ℓ 是不确定参数。与文献[37]类似, 我们假设不确定参数 Σ_ℓ 满足如下性质:

$$\Sigma_\ell = \Gamma U_\ell \Lambda, U_\ell^T U_\ell < I, \quad (2-2)$$

矩阵 M , N , G , S , R , Q , W , Γ 和 Λ 都是已知的具有适当维数的矩阵。此外, 假设 G 是列满秩的矩阵。

2.1.2 连续中继网络

在本节中, 传感器和控制器之间的信号传输是通过连续中继网络实现的。连续中继网络的结构如图 2-2 所示。具体地, 连续中继采用两个中继节点 (R_1 和 R_2) 来辅助信号传输。在每一个偶数时刻, 节点 R_1 从传感器接收信号而节点 R_2 则将其在最近的奇数时刻从传感器接收到的测量传输至控制器。在每一个奇数时刻, 节点 R_2 从传感器接收信号而 R_1 则向控制器发送信号。另外, 蓝色的虚线则代表了 R_1 和 R_2 之间的中继间干扰。

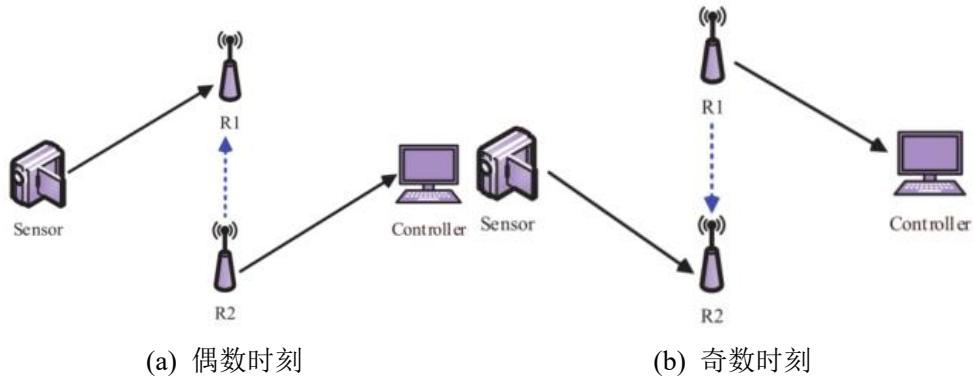


图 2-2 连续中继的传输机制

如图 2-2(a)所示, 在偶数时刻 ℓ , 节点 R_1 接收到的信号主要有以下三部分构成: 1) 传感器在 ℓ 时刻发送的测量信号; 2) 节点 R_2 在最近的 $\ell-1$ 奇数时刻转发的信号; 3) 信道噪声。因此, 节点 R_1 在偶数时刻 ℓ 接收到的信号 $y_{1,\ell}$ 可被建模如

下：

$$y_{1,\ell} = \pi_{1,\ell}\zeta_\ell + \pi_{3,\ell}y_{2,\ell-1} + \tau_\ell, \quad \ell \text{ 是偶数}, \quad (2-3)$$

其中， $y_{2,\ell}$ 是节点 R_2 接收到的信号， τ_ℓ 是满足 $\mathbb{E}\tau_\ell = 0$ 和 $\mathbb{E}\{\tau_\ell\tau_\ell^T\} = Z$ 的信道噪声， Z 是已知的正定矩阵， $\pi_{1,\ell}$ 和 $\pi_{3,\ell}$ 分别表示传感器- R_1 和 R_1 - R_2 信道的随机信道系数。另外，随机信道系数满足 $\mathbb{E}\pi_{i,\ell} = \bar{\pi}_i$ 和 $\mathbb{E}(\pi_{i,\ell} - \bar{\pi}_i)^2 = \theta_i$ ($i \in \{1, 3\}$)， $\bar{\pi}_i$ 和 $\theta_i > 0$ 是给定的常数。此时，节点 R_2 将处于发送模式。相应地，在偶数时刻 ℓ ， R_2 只发送信号而不接受信号。在这种情况下，我们假设

$$y_{2,\ell} = 0, \quad \ell \text{ 是偶数}, \quad (2-4)$$

相似地，节点 R_1 和 R_2 在奇数时刻接收到的信号 $y_{1,\ell}$ 和 $y_{2,\ell}$ 可分别被表示如下：

$$\begin{aligned} y_{2,\ell} &= \pi_{2,\ell}\zeta_\ell + \pi_{3,\ell}y_{1,\ell-1} + \tau_\ell \\ y_{1,\ell} &= 0, \quad \ell \text{ 是奇数}, \end{aligned} \quad (2-5)$$

其中， $\pi_{2,\ell}$ 是传感器- R_2 信道的随机信道系数，满足 $\mathbb{E}\pi_{2,\ell} = \bar{\pi}_2$ 和 $\mathbb{E}(\pi_{2,\ell} - \bar{\pi}_2)^2 = \theta_2$ ($\bar{\pi}_2$ 和 $\theta_2 > 0$ 是已知的常数)。另外，假设 $y_{1,-1} = y_{2,-1} = 0$ 。

从上面的分析可知，在偶数时刻 ℓ ， R_2 会将其在上一个奇数时刻 $\ell-1$ 存储的信号发送至控制器。相反地，在奇数时刻 ℓ ，节点 R_1 则会将其在上一个偶数时刻接收的测量信号传输至控制器。用 z_ℓ 表示控制器在时刻 ℓ 时接收到的测量，则 z_ℓ 可被建模如下：

$$z_\ell = \begin{cases} \pi_{4,\ell}y_{2,\ell-1}, & \ell \text{ 是偶数}, \\ \pi_{4,\ell}y_{1,\ell-1}, & \ell \text{ 是奇数}, \end{cases} \quad (2-6)$$

其中， $\pi_{4,\ell}$ 表示中继-控制器信道的信道系数，满足 $\mathbb{E}\pi_{4,\ell} = \bar{\pi}_4$ 和 $\mathbb{E}(\pi_{4,\ell} - \bar{\pi}_4)^2 = \theta_4$ ($\bar{\pi}_4$ 和 $\theta_4 > 0$ 是给定的常数)。

注释 2.1： 基于图 2-2 展示的传输机制，由连续中继带来的挑战可被总结如下：1) 两个中继节点交替的传输和接送信号造成测量信号 z_ℓ 具有切换特性；2) 存在中继间干扰（即式(2-3)中的 $\pi_{3,\ell}y_{2,\ell-1}$ 和式(2-5)中的 $\pi_{3,\ell}y_{1,\ell-1}$ ），这将不可避免地降低控制器的性能。接下来，将对切换特性和中继间干扰进行相应地处理。

为了利用统一的范式描述控制器接收到的测量，引入如下所示的辅助变量：

$$\gamma_\ell = \begin{cases} 1, & \ell \text{ 是偶数,} \\ 0, & \ell \text{ 是奇数,} \end{cases} \quad (2-7)$$

借助 γ_ℓ ，可将 $y_{1,\ell}$ 和 $y_{2,\ell}$ 表示如下：

$$\begin{cases} y_{1,\ell} = \gamma_\ell(\pi_{1,\ell}\zeta_\ell + \pi_{3,\ell}y_{2,\ell-1} + \tau_\ell), \\ y_{2,\ell} = (1-\gamma_\ell)(\pi_{2,\ell}\zeta_\ell + \pi_{3,\ell}y_{1,\ell-1} + \tau_\ell). \end{cases} \quad (2-8)$$

然后， z_ℓ 可被表示为

$$z_\ell = \pi_{4,\ell}(y_{1,\ell-1} + y_{2,\ell-1}) \quad (2-9)$$

2.1.3 动态输出反馈控制器

基于控制器接收到的测量信号，为基于连续中继的不确定网络化系统(2-1)设计如下动态输出反馈控制器：

$$\begin{cases} \hat{\xi}_{\ell+1} = A_{\gamma_\ell}\hat{\xi}_\ell + G\epsilon_\ell + K_{\gamma_\ell}z_\ell, \\ \epsilon_\ell = B_{\gamma_\ell}\hat{\xi}_\ell, \end{cases} \quad (2-10)$$

其中， $\hat{\xi}_\ell$ 是对系统状态 ξ_ℓ 的估计， A_{γ_ℓ} ， K_{γ_ℓ} 和 B_{γ_ℓ} 是待设计的控制器增益。另外，控制器的初始值被设置为 $\hat{\xi}_0 = \xi_0$ 。

定义估计误差为 $\varsigma_\ell = \xi_\ell - \hat{\xi}_\ell$ ，可从式(2-1)和式(2-10)得到

$$\varsigma_{\ell+1} = A_{\gamma_\ell}\varsigma_\ell + (M - A_{\gamma_\ell} + \Sigma_\ell)\xi_\ell + N\mathcal{G}_\ell - K_{\gamma_\ell}z_\ell. \quad (2-11)$$

构造一个增广向量 $\varphi_\ell = [\xi_\ell^T \varsigma_\ell^T y_{1,\ell-1}^T y_{2,\ell-1}^T]^T$ ，可以从式(2-1)，式(2-3)-(2-9)和式(2-11)得到下面的增广系统：

$$\begin{cases} \varphi_{\ell+1} = (\bar{M}_{\gamma_\ell} + \bar{\Sigma}_\ell)\varphi_\ell + \sum_{i=1}^4 \tilde{\pi}_{i,\ell} X_{\gamma_\ell}^i \varphi_\ell + (\bar{N}_{\gamma_\ell} + \sum_{i=1}^2 \tilde{\pi}_{i,\ell} Y_{\gamma_\ell}^i) \bar{\mathcal{G}}_\ell, \\ \eta_\ell = \bar{Q}\varphi_\ell, \end{cases} \quad (2-12)$$

其中

$$\bar{M}_{\gamma_\ell} = \begin{bmatrix} M + GB_{\gamma_\ell} & -GB_{\gamma_\ell} & 0 & 0 \\ M - A_{\gamma_\ell} & A_{\gamma_\ell} & -\bar{\pi}_4 K_{\gamma_\ell} & -\bar{\pi}_4 K_{\gamma_\ell} \\ \bar{\pi}_1 \gamma_\ell S & 0 & 0 & \bar{\pi}_3 \gamma_\ell I \\ \bar{\pi}_2 (1 - \gamma_\ell) S & 0 & \bar{\pi}_3 (1 - \gamma_\ell) I & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Sigma}_\ell = \begin{bmatrix} \Sigma_\ell & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma_\ell & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_{\gamma_\ell}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_\ell R & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y_{\gamma_\ell}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ (1 - \gamma_\ell) R & 0 \end{bmatrix}, \quad X_{\gamma_\ell}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_\ell S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X_{\gamma_\ell}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1 - \gamma_\ell) S & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{Q} = [Q \ 0 \ 0 \ 0], \quad X_{\gamma_\ell}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_\ell I \\ 0 & 0 & (1 - \gamma_\ell) I & 0 \end{bmatrix},$$

$$X_{\gamma_\ell}^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{\gamma_\ell} & -K_{\gamma_\ell} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{G}}_\ell = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_\ell \\ \tau_\ell \end{bmatrix}, \quad \bar{N}_{\gamma_\ell} = \begin{bmatrix} N & 0 \\ N & 0 \\ \gamma_\ell \bar{\pi}_1 R & \gamma_\ell I \\ (1 - \gamma_\ell) \bar{\pi}_2 R & (1 - \gamma_\ell) I \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\pi}_{i,\ell} = \pi_{i,\ell} - \bar{\pi}_i, i \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

从式(2-2)进一步可知 $\bar{\Sigma}_\ell = \bar{\Gamma} U_\ell \bar{\Lambda}$ ，其中

$$\bar{\Gamma} = [\Gamma^T \ \Gamma^T \ 0 \ 0]^T, \quad \bar{\Lambda} = [\Lambda \ 0 \ 0 \ 0].$$

注释 2.2: 借助于辅助变量 γ_ℓ ，定量的描述了连续中继的切换特性并构造了一个便于处理的测量模型(2-9)。另外，构造增广系统(2-12)来消除连续中继中的中继间干扰现象。

定义 2.1^[9]: 针对增广系统(2-12)，如果存在系数 ι ， $0 \leq \kappa < 1$ 和 $\delta \geq 0$ 使得具有初始值 φ_0 的状态 φ_ℓ 满足如下不等式限制：

$$\mathbb{E}\{\|\varphi_\ell\|^2\} \leq \iota \kappa^\ell \mathbb{E}\{\|\varphi_0\|^2\} + \delta, \ell \geq 0, \quad (2-13)$$

则称系统(2-12)是均方指数最终有界的，且具有渐进的上界 δ 。

在本节中，主要的目标是设计动态输出反馈控制器(2-10)使得增广系统(2-12)满足下面的两个性能指标：

1) 存在连续中继和噪声 $\bar{\mathcal{G}}_\ell$ 时，增广的不确定系统(2-12)是均方指数最终有界

的。

2) $\mathbb{E}\{\|\varphi_\ell\|^2\}$ 具有渐进的上界并且通过设计控制器增益 A_{γ_ℓ} , K_{γ_ℓ} 和 B_{γ_ℓ} 使得该上界最小。

注释 2.3: 值得一提地, 在本节中, 传感器节点和控制器之间不存在直接的通信链接。在传感器和控制器之间, 采用了连续中继将传感器的测量信号转发至控制器。通过连续中继的辅助, 可极大的减少无线传输过程中路径损耗等因素的影响, 特别是在远距离传输过程中的影响。然而, 尽管连续中继策略具有很强的工程物理意义, 但在控制问题中却还未得到充分的考虑。因此, 本节得到的结果具有重要的理论和实际意义。

2.2 主要结果

在本小节中, 首先将利用矩阵不等式给出确保增广系统(2-12)最终有界的充分条件。然后, 通过求解一个受约束的优化问题, 得到控制器(2-10)的增益矩阵。

引理 2.1^[37]: 对于具有适当维数的矩阵 $\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$, $\mathcal{S}$ 和满足条件 $\mathcal{V}\mathcal{V}^T \leq I$ 的矩阵 $\mathcal{V}$, 如果存在常数 $\sigma > 0$ 使得 $\sigma^{-1}I - \mathcal{S}\mathcal{O}\mathcal{S}^T > 0$ 成立, 其中 $\mathcal{O}$ 是一个正定矩阵, 那么有

$$(\mathcal{M} + \mathcal{N}\mathcal{V}\mathcal{S})\mathcal{O}(\mathcal{M} + \mathcal{N}\mathcal{V}\mathcal{S})^T \leq \mathcal{M}(\mathcal{O}^{-1} - \sigma\mathcal{S}^T\mathcal{S})^{-1}\mathcal{M}^T + \sigma^{-1}\mathcal{N}\mathcal{N}^T. \quad (2-14)$$

引理 2.2^[38]: 对列满秩矩阵 $G \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 总能找到两个正交矩阵 $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 和 $F \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 使得下面的式子成立:

$$\tilde{G} = EGF = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} GF = \begin{bmatrix} O \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2-15)$$

其中, $E_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 和 $E_2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$, $O = \text{diag}\{o_1, \dots, o_m\}$, o_i 表示矩阵 $\tilde{G}$ 的非零奇异值。

引理 2.3^[38]: 对列满秩矩阵 $G \in \mathbb{R}^{n \times m}$, 如果存在满足下面条件的矩阵 Ω_l :

$$\Omega_l = E^T \begin{bmatrix} \Omega_l^1 & 0 \\ 0 & \Omega_l^2 \end{bmatrix} E = E_l^T \Omega_l^1 E_l + E_2^T \Omega_l^2 E_2, \quad (2-16)$$

其中 E_1 和 E_2 由式(2-15)确定, $\Omega_1^l \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $\Omega_1^2 \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$ 是正定矩阵, 则存在非奇异矩阵 $\tilde{\Omega}_1$ 使得 $G\tilde{\Omega}_1 = \Omega_1 G$ 。

定理 2.1: 给定控制器增益矩阵 A_t , B_t 和 K_t ($t=0,1$)。如果存在正数 σ 和 $0 < \rho < 1$, 正定矩阵 Ω 和 Θ 使得下面的不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \sigma^{-l} I & \bar{\Gamma}^T \Omega \\ * & \Omega \end{bmatrix} > 0, \quad (2-17)$$

$$\Phi_t = \begin{bmatrix} \Phi_t^{11} & \Phi_t^{12} & \Phi_t^{13} & \Phi_t^{14} \\ * & \Phi_t^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Phi_t^{33} & 0 \\ * & * & * & -\Omega \end{bmatrix} < 0, \quad (2-18)$$

其中

$$\Phi_t^{11} = \begin{bmatrix} -(1-\rho)\Omega & 0 \\ * & -\Theta \end{bmatrix}, \quad \Phi_t^{12} = [\tilde{M}_t^T \Omega \quad \sigma^{-l} \tilde{\Lambda}^T \quad 0], \quad \Phi_t^{22} = \begin{bmatrix} -\Omega & 0 & \Omega \bar{\Gamma} \\ * & -\sigma^{-l} I & 0 \\ * & * & -\sigma^{-l} I \end{bmatrix},$$

$$\tilde{M}_t = [\bar{M}_t \quad \bar{N}_t], \quad \Phi_t^{13} = [(\bar{X}_t^1)^T \Omega \quad (\bar{X}_t^2)^T \Omega \quad (\bar{X}_t^3)^T \Omega], \quad \tilde{\Lambda} = [\bar{\Lambda} \quad 0],$$

$$\Phi_t^{33} = \begin{bmatrix} -\Omega & 0 & 0 \\ * & -\Omega & 0 \\ * & * & -\Omega \end{bmatrix}, \quad \Phi_t^{14} = (\bar{X}_t^4)^T \Omega, \quad \bar{X}_t^1 = [\sqrt{\theta_1} X_t^1 \quad \sqrt{\theta_1} Y_t^1],$$

$$\bar{X}_t^2 = [\sqrt{\theta_2} X_t^2 \quad \sqrt{\theta_2} Y_t^2], \quad \bar{X}_t^3 = [\sqrt{\theta_3} X_t^3 \quad 0], \quad \bar{X}_t^4 = [\sqrt{\theta_4} X_t^4 \quad 0],$$

则增广(2-12)的动态是均方最终有界的。

证明: 构造一个李雅普诺夫泛函为 $V_\ell = \varphi_\ell^T \Omega \varphi_\ell$, 进一步可得到该李雅普诺夫泛函的差分如下:

$$\Delta V_\ell = \mathbb{E}\{V_{\ell+1} | \varphi_\ell\} - V_\ell. \quad (2-19)$$

当 $t = \gamma_\ell$ 时, 可由式(2-12)和式(2-19)得到

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\Delta V_\ell\} &= \mathbb{E}\left\{\left[(\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell + \sum_{i=1}^4 \tilde{\pi}_{i,\ell} X_t^i) \varphi_\ell + (\bar{N}_t + \sum_{i=1}^2 \tilde{\pi}_{i,\ell} Y_t^i) \bar{\mathcal{G}}_\ell\right]^T \right. \\
 &\quad \times \Omega \left[(\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell + \sum_{i=1}^4 \tilde{\pi}_{i,\ell} X_t^i) \varphi_\ell + (\bar{N}_t + \sum_{i=1}^2 \tilde{\pi}_{i,\ell} Y_t^i) \bar{\mathcal{G}}_\ell\right] - \varphi_\ell^T \Omega \varphi_\ell \Big\} \\
 &= \mathbb{E}\left\{\varphi_\ell^T [(\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell)^T \Omega (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell) + \sum_{i=1}^4 \theta_i (X_t^i)^T \Omega X_t^i - \Omega] \varphi_\ell \right. \\
 &\quad + \bar{\mathcal{G}}_\ell^T (\bar{N}_t^T \Omega \bar{N}_t + \sum_{i=1}^2 \theta_i (Y_t^i)^T \Omega Y_t^i) \bar{\mathcal{G}}_\ell \\
 &\quad + \varphi_\ell^T (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell)^T \Omega \bar{N}_t \bar{\mathcal{G}}_\ell + \bar{\mathcal{G}}_\ell^T \bar{N}_t^T \Omega (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell) \varphi_\ell \\
 &\quad \left. + \varphi_\ell^T (\sum_{i=1}^2 \theta_i (X_t^i)^T \Omega Y_t^i) \bar{\mathcal{G}}_\ell + \bar{\mathcal{G}}_\ell^T (\sum_{i=1}^2 \theta_i (Y_t^i)^T \Omega X_t^i) \varphi_\ell \right\} \\
 &= \mathbb{E}\{\bar{h}_\ell^T \bar{\Phi}_t \bar{h}_\ell - \rho V_\ell + \bar{\mathcal{G}}_\ell^T \Theta \bar{\mathcal{G}}_\ell\},
 \end{aligned} \tag{2-20}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \bar{h}_\ell &= \begin{bmatrix} \varphi_\ell^T & \bar{\mathcal{G}}_\ell^T \end{bmatrix}^T, \quad \bar{\Phi}_t = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_t^{11} & \bar{\Phi}_t^{12} \\ * & \bar{\Phi}_t^{22} \end{bmatrix}, \\
 \bar{\Phi}_t^{11} &= (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell)^T \Omega (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell) - (I - \rho) \Omega + \sum_{i=1}^4 \theta_i (X_t^i)^T \Omega X_t^i, \\
 \bar{\Phi}_t^{12} &= (\bar{M}_t + \bar{\Sigma}_\ell)^T \Omega \bar{N}_t + \sum_{i=1}^2 \theta_i (X_t^i)^T \Omega Y_t^i, \\
 \bar{\Phi}_t^{22} &= \bar{N}_t^T \Omega \bar{N}_t + \sum_{i=1}^2 \theta_i (Y_t^i)^T \Omega Y_t^i - \Theta.
 \end{aligned}$$

注意到

$$\bar{\Phi}_t = \Phi_t^{11} + (\tilde{M}_t + \bar{\Gamma} U_\ell \tilde{\Lambda})^T \Omega (\tilde{M}_t + \bar{\Gamma} U_\ell \tilde{\Lambda}) + \sum_{i=1}^4 (\bar{X}_t^i)^T \Omega \bar{X}_t^i, \tag{2-21}$$

可以进一步由式(2-14)和式(2-17)得到

$$\bar{\Phi}_t \leq \Phi_t^{11} + \tilde{M}_t^T (\Omega^{-1} - \sigma \bar{\Gamma} \bar{\Gamma}^T)^{-1} \tilde{M}_t + \sigma^{-1} \tilde{\Lambda}^T \tilde{\Lambda} + \sum_{i=1}^4 (\bar{X}_t^i)^T \Omega \bar{X}_t^i. \tag{2-22}$$

利用舒尔补引理, 可从式(2-18)和式(2-22)得到 $\bar{\Phi}_t < 0$ 。至此, 可进一步从式(2-20)和式(2-22)得到

$$\mathbb{E}\{\Delta V_\ell\} \leq \mathbb{E}\{-\rho V_\ell + \bar{\mathcal{G}}_\ell^T \Theta \bar{\mathcal{G}}_\ell\} = -\rho \mathbb{E}\{V_\ell\} + \mathbf{m}, \tag{2-23}$$

其中 $\mathbf{m} = \text{tr}\{\Theta \bar{W}\}$ 且 $\bar{W} = \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & Z \end{bmatrix}$ 。接下来, 可由式(2-23)得到

$$\begin{aligned}
 & \frac{I}{(1-\rho)^{\ell+1}} \mathbb{E}\{V_{\ell+1}\} - \frac{I}{(1-\rho)^\ell} \mathbb{E}\{V_\ell\} \\
 &= \frac{I}{(1-\rho)^{\ell+1}} (\mathbb{E}\{V_{\ell+1}\} - \mathbb{E}\{V_\ell\}) + \frac{\rho}{(1-\rho)^{\ell+1}} \mathbb{E}\{V_\ell\} \\
 &\leq \frac{\mathfrak{m}}{(1-\rho)^{\ell+1}}.
 \end{aligned} \tag{2-24}$$

对式(2-24)的两边同时求和可得

$$\frac{I}{(1-\rho)^\ell} \mathbb{E}\{V_\ell\} - \mathbb{E}\{V_0\} \leq \left(\frac{I}{(1-\rho)^\ell} - I \right) \frac{\mathfrak{m}}{\rho}, \tag{2-25}$$

并可进一步推导得出

$$\mathbb{E}\{V_\ell\} \leq (1-\rho)^\ell (\mathbb{E}\{V_0\} - \frac{\mathfrak{m}}{\rho}) + \frac{\mathfrak{m}}{\rho}. \tag{2-26}$$

这样，可得知

$$\mathbb{E}\{\|\varphi_\ell\|^2\} \leq \frac{I}{\lambda_{\min}(\Omega)} \mathbb{E}\{V_\ell\} \leq \frac{(1-\rho)^\ell}{\lambda_{\min}(\Omega)} \mathbb{E}\{V_0\} + \frac{\mathfrak{m}}{\lambda_{\min}(\Omega)\rho}, \tag{2-27}$$

定理得证。

接下来，将为系统(2-12)设计满足性能要求的控制器增益。

定理 2.2: 对给定的正数 $0 < \rho < 1$ ，如果存在正定矩阵 Ω_1^l , Ω_1^2 , Ω_2 , Ω_3 , Ω_4 , Θ_1 和 Θ_2 ，矩阵 $\bar{A}_t$, $\bar{B}_t$ 和 $\bar{K}_t$ ($t=0,1$)，常数 $\sigma > 0$ 使得下面的矩阵不等式成立

$$\mathcal{Q} - \Omega < 0, \tag{2-28}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma^{-1}I & \bar{\Gamma}^T \Omega \\ * & \Omega \end{bmatrix} > 0, \tag{2-29}$$

$$\hat{\Phi}_t = \begin{bmatrix} \Phi_t^{11} & \hat{\Phi}_t^{12} & \Phi_t^{13} & \hat{\Phi}_t^{14} \\ * & \Phi_t^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \Phi_t^{33} & 0 \\ * & * & * & -\Omega \end{bmatrix} < 0, \quad t = 0, 1, \tag{2-30}$$

其中

$$\Omega = \text{diag}\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4\}, \quad \Theta = \text{diag}\{\Theta_1, \Theta_2\},$$

$$\Omega_1 = E_1^T \Omega_1^l E_1 + E_2^T \Omega_1^2 E_2, \quad \hat{\Phi}_t^{12} = \begin{bmatrix} \hat{M}_t & \sigma^{-1} \tilde{\Lambda}^T & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{X}_t^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{K}_t & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{K}_t & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{\Phi}_t^{14} = \begin{bmatrix} \hat{X}_t^4 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathcal{Q} = \bar{Q}^T \bar{Q},$$

$$\hat{M}_t = \begin{bmatrix} M^T \Omega_l + \bar{B}_t G^T & M^T \Omega_2 - \bar{A}_t & t \bar{\pi}_l S^T \Omega_3 & (l-t) \bar{\pi}_2 S^T \Omega_4 \\ -\bar{B}_t G^T & \bar{A}_t & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\pi}_4 \bar{K}_t & 0 & (l-t) \bar{\pi}_3 \Omega_4 \\ 0 & -\bar{\pi}_4 \bar{K}_t & t \bar{\pi}_3 \Omega_3 & 0 \\ N^T \Omega_l & N^T \Omega_2 & t \bar{\pi}_l R^T \Omega_3 & (l-t) \bar{\pi}_2 R^T \Omega_4 \\ 0 & 0 & t \Omega_3 & (l-t) \Omega_4 \end{bmatrix},$$

则增广系统(2-12)是均方最终有界的。并且, $\mathbb{E}\{\|\eta_t\|^2\}$ 是渐进有界的且衰减率为 $l-\rho$ 。而最小的上界可通过求解下面的受约束的优化问题得到:

$$\text{Minimize } \text{tr}\{\Theta \bar{W}\} \quad (2-31)$$

且使得式(2-28)-式(2-30)成立。

在这种情况下, 控制器(2-10)的增益可被设计为

$$A_t = \Omega_2^{-l} \bar{A}_t^T, K_t = \Omega_2^{-l} \bar{K}_t^T, B_t = F O^{-l} (\Omega_l^l)^{-l} O F^T \bar{B}_t^T. \quad (2-32)$$

证明: 将 $\Omega = \text{diag}\{\Omega_l, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4\}$ 和 $\Theta = \text{diag}\{\Theta_l, \Theta_2\}$ 代入式(2-18)中可直接得到

$$\check{\Phi}_t = \begin{bmatrix} \check{\Phi}_t^{11} & \check{\Phi}_t^{12} & \check{\Phi}_t^{13} & \check{\Phi}_t^{14} \\ * & \check{\Phi}_t^{22} & 0 & 0 \\ * & * & \check{\Phi}_t^{33} & 0 \\ * & * & * & -\Omega \end{bmatrix} < 0, t=0, l, \quad (2-33)$$

其中

$$\check{\Phi}_t^{12} = \begin{bmatrix} \check{\Phi}_t^{12} & \sigma^{-l} \tilde{\Lambda}^T & 0 \end{bmatrix}, \check{\Phi}_t^{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_t^T \Omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & -K_t^T \Omega_2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{M}_t = \begin{bmatrix} M^T \Omega_l + B_l^T G^T \Omega_l & M^T \Omega_2 - A_l^T \Omega_2 & t \bar{\pi}_l S^T \Omega_3 & (l-t) \bar{\pi}_2 S^T \Omega_4 \\ -B_l^T G^T \Omega_l & A_l^T \Omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\pi}_4 K_l^T \Omega_2 & 0 & (l-t) \bar{\pi}_3 \Omega_4 \\ 0 & -\bar{\pi}_4 K_l^T \Omega_2 & t \bar{\pi}_3 \Omega_3 & 0 \\ N^T \Omega_l & N^T \Omega_2 & t \bar{\pi}_l R^T \Omega_3 & (l-t) \bar{\pi}_2 R^T \Omega_4 \\ 0 & 0 & t \Omega_3 & (l-t) \Omega_4 \end{bmatrix}.$$

由于矩阵 G 是列满秩矩阵, 存在非奇异矩阵 $\tilde{\Omega}_l$ 使得下式成立:

$$G \tilde{\Omega}_l^I = \tilde{\Omega}_l^I G. \quad (2-34)$$

从文献[]可知, 非奇异矩阵 $\tilde{\Omega}_l$ 可被选择为

$$\tilde{\Omega}_l = F O^{-I} \Omega_l^I O F^T. \quad (2-35)$$

令 $\bar{A}_l = A_l^T \Omega_2$, $\bar{K}_l = K_l^T \Omega_2$ 和 $\bar{B}_l = B_l^T \tilde{\Omega}_l$, 可以直接推导得到 $\tilde{M}_t = \hat{M}_t$ 和 $\tilde{\Phi}_t = \hat{\Phi}_t^{I4}$ 。然后, 可直接由式(2-29)和式(2-30)得到式(2-17)和式(2-18)。从而, 可进一步从定理 2-1 得到不确定增广系统是均方最终有界的。

另外, 从式(2-12)和式(2-26)可知

$$\mathbb{E}\{\|\eta_\ell\|^2\} = \mathbb{E}\{\varphi_\ell^T \mathcal{Q} \varphi_\ell\} \leq \mathbb{E}\{V_\ell\} \leq (l-\rho)^\ell \mathbb{E}\{V_0\} + \frac{\mathfrak{m}}{\rho}. \quad (2-36)$$

基于以上分析, 可以推得 $\frac{\mathfrak{m}}{\rho}$ 是 $\mathbb{E}\{\|\eta_\ell\|^2\}$ 的渐进上界。并且, 该上界的最小值可以通过处理优化问题(2-31)得到。定理得证。

注释 2.4: 至此, 已经为基于连续中继的不确定网络化控制系统设计了最终有界控制方法。在定理 2-1 中, 给出了确保不确定网络化系统最终有界的充分条件。在定理 2-2 中给出了使得 $\mathbb{E}\{\|\eta_\ell\|^2\}$ 的渐进上界最小的控制器增益的求解方法, 而要求解控制器增益的具体值则需要利用到 Matlab 软件 Yalmip 工具箱中的 “solvesdp” 函数。

2.3 数值实例及其仿真

在本节中, 将所提出的动态输出反馈控制算法应用于 DC 伺服电机的控制中

以验证所提出的控制算法的有效性。DC 伺服电机中的传感器通过连续中继网络将测量信号传输给控制器。

DC 伺服电机的动态特性可被描述如下：

$$\begin{aligned} j\ddot{\theta}(l) + b\dot{\theta}(l) &= ki(l), \\ ci(l) + ei(l) &= v(l) - k\dot{\theta}(l), \end{aligned} \quad (2-37)$$

其中 $\theta(l)$ 是 l 时刻的位置， $i(l)$ 是电枢电流， j 表示电枢转动惯量， b 是摩擦系数， k 是电机转矩， c 和 e 表示电感和电阻， $v(l)$ 则是电机电枢电压。

令 $\xi(l) = [\theta(l) \ \dot{\theta}(l) \ i(l)]^T$ 和 $\epsilon(l) = v(l)$ ，可将式(2-37)改写成下式：

$$\dot{\xi}(l) = \Gamma_1 \xi(l) + \Gamma_2 \epsilon(l), \quad (2-38)$$

其中

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{j} & \frac{k}{j} \\ 0 & -\frac{k}{c} & -\frac{e}{c} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{c} \end{bmatrix}.$$

假设电压 $v(l)$ 在每个采样周期内是常值，则可得到下面的状态空间方程：

$$(l) = (l_\ell), \quad l_\ell \leq l < l_{\ell+1},$$

其中 l_ℓ ($\ell = 0, 1, 2, \dots$) 是采样时刻且满足 $0 = l_0 < l_1 < \dots < l_\ell < \dots$ 和 $\lim_{\ell \rightarrow \infty} l_\ell = \infty$ 。

利用欧拉方法对系统(2-38)进行离散化，可得到下面的离散时间系统：

$$\xi_{\ell+1} = M \xi_\ell + G \epsilon_\ell, \quad (2-39)$$

其中

$$\begin{aligned} \xi_\ell &= \xi(l_\ell), \quad \epsilon_\ell = \epsilon(l_\ell), \quad M = I + \Gamma_1 h, \\ G &= (hI + \frac{1}{2} \Gamma_1 h^2) \Gamma_2, \quad h = l_{\ell+1} - l_\ell. \end{aligned}$$

假设 $b = 0.0091[Nms]$ ， $k = 0.0147[Vs / rad]$ ， $c = 0.1764[H]$ ， $j = 0.0026[kgm^2]$ ， $e = 0.00074[\Omega]$ 和 $h = 0.12[s]$ 。然后，可推导出 M 和 G 为

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0.12 & 0 \\ 0 & 0.58 & 0.68 \\ 0 & -0.01 & 0.9995 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2109 \\ 0.68 \end{bmatrix}.$$

显然， G 是列满秩的矩阵。

考虑由电压变动造成的参数不确定性已经设备振动等引起的噪声的影响，进一步从式(2-39)得到下面的动态方程：

$$\xi_{\ell+1} = (M + \Sigma_{\ell})\xi_{\ell} + G\epsilon_{\ell} + N\mathcal{G}_{\ell},$$

其中

$$N = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.02 & -0.01 \\ -0.8 & 0.02 & 0.01 \\ 0.2 & 0 & 0.02 \end{bmatrix}, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.2 & 0.01 \\ 0.01 & 0.1 & 0 \\ -0.02 & 0 & 0.02 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{G}_{\ell} \sim \mathcal{N}(0, 0.0003), \quad U_{\ell} = \begin{bmatrix} 0.08 \sin(\ell) & 0 & 0 \\ 0 & 0.06 \cos(\ell) & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 \cos^2(\ell) \end{bmatrix}.$$

另外，构造如下的测量方程：

$$\zeta_{\ell} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xi_{\ell} + \begin{bmatrix} 0.02 \\ -0.01 \\ -0.03 \end{bmatrix} \mathcal{G}_{\ell}.$$

至于连续中继网络，假设随机信道系数服从高斯分布且 $\pi_i = 0.8$ ($i = 1, 2, 3, 4$)， $\theta_1 = 0.09$ ， $\theta_2 = 0.2$ ， $\theta_3 = 0.001$ 和 $\theta_4 = 0.05$ 。信道噪声 τ_i 是零均值的高斯分布的随机变量且具有协方差 $0.001I$ 。另外，参数 ρ 被设定为 $\rho = 0.1$ 。

基于上面给定的参数，可计算出控制器增益如下：

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.9770 & -0.0384 & -0.1458 \\ -0.0904 & 0.3406 & 0.4417 \\ -0.0145 & -0.1746 & 0.7918 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0.9748 & -0.0408 & -0.1475 \\ -0.0934 & 0.3490 & 0.4497 \\ -0.0168 & -0.1652 & 0.7900 \end{bmatrix},$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} 0.0048 & 0.0561 & 0.0121 \\ 0.0242 & 0.1542 & 0.0305 \\ 0.0108 & 0.0510 & 0.0437 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} 0.0163 & 0.0646 & 0.0178 \\ 0.0265 & 0.1693 & 0.0443 \\ 0.0107 & 0.0588 & 0.0526 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = [0.0507 \quad -0.0183 \quad -1.2650], \quad B_1 = [0.0473 \quad -0.0129 \quad -1.2709].$$

设定 DC 伺服电机的初始值为 $\xi_0 = [-0.8 \ 0.3 \ 0.6]^T$ 。图 2-3-图 2-5 给出了关于 DC 伺服电机的仿真结果。具体地，图 2-3 给出了关于电机位置 $\theta(\ell)$ 的仿真结果。

显然，所设计的控制器能够镇定伺服电机的状态。同时，也可从图 2-4 和图 2-5 得到相同的结论。因此，当测量信号通过连续中继传输时，所提出的控制策略能够很好的控制 DC 伺服电机的状态。

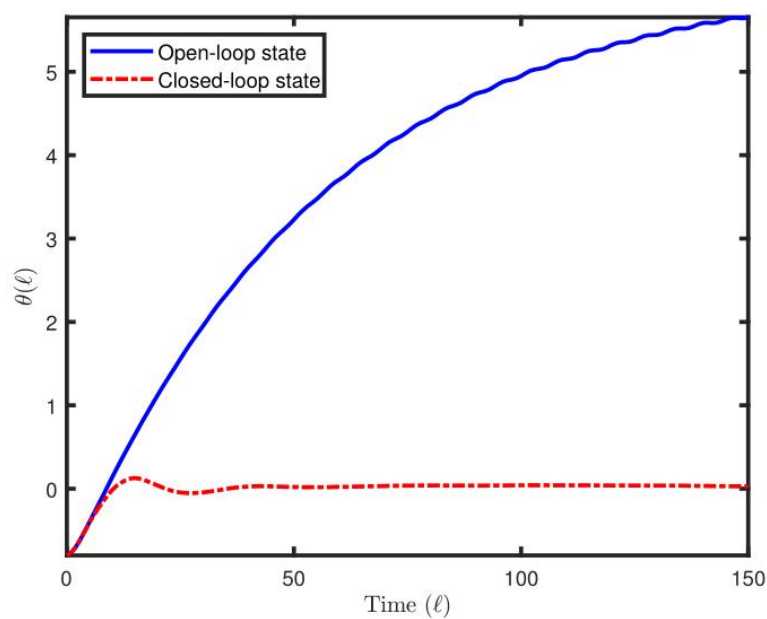


图 2-3 状态 $\theta(\ell)$ 的轨迹

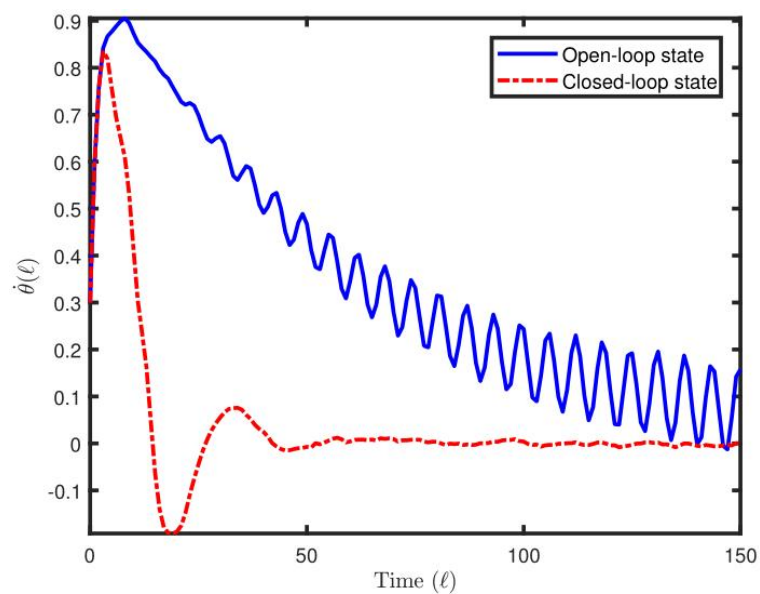
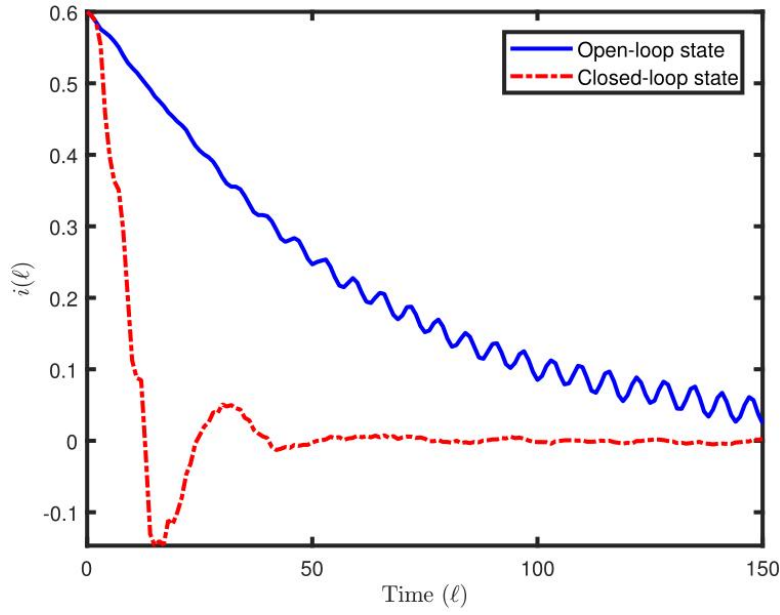


图 2-4 状态 $\dot{\theta}(\ell)$ 的轨迹

图 2-4 状态 $i(\ell)$ 的轨迹

2.4 本章总结

在本章中, 针对具有连续中继网络的随机不确定系统研究了其最终有界性控制问题。在所考虑的连续中继传输中, 采用了两个在接收模式和发送模式之间切换中继节点以协助传感器与控制器之间的信号传输。通过引入辅助变量, 描述了中继网络的切换特性。此外, 提出了一种增广系统方法, 用于处理中继之间的中继间干扰。为了确保网络控制系统的有界稳定性, 构造了具有切换参数的动态输出反馈控制器, 并通过求解约束优化问题确定了所需的增益矩阵。最后, 通过示例验证了所提出控制算法的有效性。

第3章 基于滤波转发全双工中继的滚动域滤波

在本章中，考虑了带有滤波转发全双工中继（FF-FDR）的离散时间系统的滚动域滤波问题。为了减轻信号衰落的影响，FF-FDR 对传感器发射的信号进行放大并转发给远程估计器。然而，由于其同时具备发射和接收能力，全双工中继可能会接收到自身发射的信号，从而产生自干扰（SI）。此外，采用了滤波-转发中继方案，其中信号在传递到远程估计器之前通过滚动域估计器进行预处理，以缓解信道噪声的影响。本章的目标是设计针对 FF-FDR 和离散时间系统的滚动域估计器，以应对衰落信道和中继自干扰的影响。提出了新的滚动域滤波器结构，考虑了衰落信道和自干扰引起的时延影响。进一步给出了足够条件，确保估计误差在统计意义上最终是有界的。最后，通过仿真实例验证了所提出的滚动域估计器的有效性。

3.1 问题描述

3.1.1 线性离散时间系统

在本节中，考虑以下线性离散时间系统：

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + w_k, \\ y_k = Cx_k + v_k, \\ x_0 = \bar{x}_0, \end{cases} \quad (3-1)$$

其中， $x_k \in \mathbb{R}^n$ 是 k 时刻系统的状态， $y_k \in \mathbb{R}^m$ 是传感器节点的测量输出， $w_k \in \mathbb{W} \subset \mathbb{R}^n$ 和 $v_k \in \mathbb{V} \subset \mathbb{R}^m$ 分别表示随机的系统噪声和测量噪声， A 和 C 是具有适当维数的已知矩阵， $\bar{x}_0$ 是已知的初始状态， $\mathbb{X}$ ， $\mathbb{W}$ 和 $\mathbb{V}$ 是有界的集合。

在传统的滚动域滤波中，通常都假设传感器的测量 y_k 可以被直接传输至滤波器。在每一个满足 $k > N$ 的时刻 k （ $N+1$ 是固定的窗口长度），利用得到的测量信息 $\{y_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 和一个对系统状态的预测值 $\bar{x}_{k-N}^*$ ，可通过求解下面的优化问题得到系统状态的最优估计 $\hat{x}_{k-N|k}^*$ ：

$$\hat{x}_{k-N|k}^* = \operatorname{argmin} \mathcal{J}_k^0(\hat{x}_{k-N|k}^*), \quad (3-2)$$

使得

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i+1|k}^* &= A\hat{x}_{i|k}^*, \quad k-N \leq i \leq k, \\ \hat{y}_{i|k}^* &= C\hat{x}_{i|k}^*, \\ \bar{x}_{k-N}^* &= A\hat{x}_{k-N-1|k-1}^*, \quad \bar{x}_0^* = \bar{x}_0, \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中 $\mathcal{J}_k^0(\hat{x}_{k-N|k}^*) = \varepsilon \|\hat{x}_{k-N|k}^* - \bar{x}_{k-N}^*\|^2 + \sum_{i=k-N}^k \|y_i - \hat{y}_{i|k}^*\|^2$ ，而 $\varepsilon > 0$ 是一个根据经验给定的常数。

在实际应用中，由于障碍物遮挡和路径损耗的影响，信道衰落现象是不可避免的，导致信号的功率随着传输距离的增加而持续衰减。如果传输距离过远，导致信号功率低于某一阈值，估计器可能无法正确解码传感器所发送的信号，从而削弱传统滚动域滤波策略（式(3-2)和(3-3)）的有效性。因此，本章采用了 FF-FDR 来放大和转发信号到滤波器。

3.1.2 滤波-转发全双工中继器

本章所讨论的估计问题如图 3-1 所示。具体而言，传感器节点首先通过噪声信道以一定的传输功率 p_s 将测量值 y_k 传输给 FF-FDR。一旦接收到信号 m_k ，FF-FDR 通过线性估计器对其进行处理。然后，FF-FDR 将线性估计器的输出 $\hat{y}_{k|k}$ 以传输功率 p_r 转发至远端的估计器。需要指出的是，由于 FF-FDR 同时进行接收和发送操作，FF-FDR 会接收到自己之前传输的信号，从而产生自干扰 s_k 。

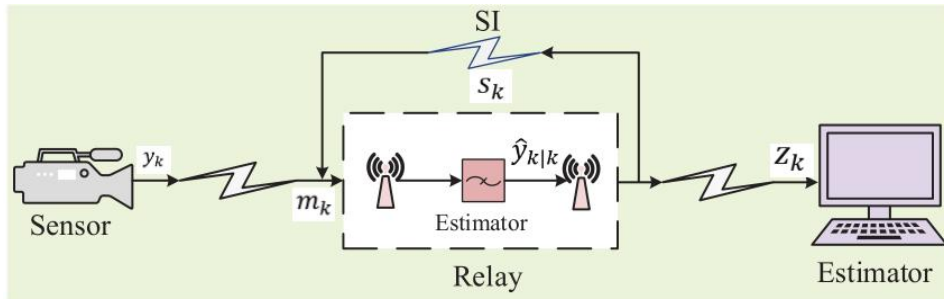


图 3-1 基于 FF-FDR 的滚动域滤波

根据全双工中继器的传输机制，中继节点既能接收来自传感器的信号，同时也受到其之前转发信号所产生的自干扰（SI）的影响。因此，中继节点接收到的信号由以下两个部分组成：1）通过传感器到中继的信道传输的信号；2）来自中继到中继信道的残余自干扰。利用文献[35]的方法，可将 FF-FDR 接收到的测量信号建模如下：

$$m_k = \sqrt{p_s} h_{sr,k} y_k + s_k + \mathcal{G}_{sr,k}, \quad (3-4)$$

其中， $\mathcal{G}_{sr,k} \in \mathbb{N}_s \subset \mathbb{R}^m$ 是信道噪声， $\mathbb{N}_s$ 表示一个有界的集合， $h_{sr,k}$ 是传感器-中继器信道的随机信道参数。从文献[39]可知，信道参数可被建模为：

$$h_{sr,k} \sim d_{sr}^{-\gamma/2} \mathbb{N}(o_{sr}, \pi_{sr}),$$

其中， $\gamma > 0$ 表示路径损耗因子， d_{sr} 是传感器到中继器之间的距离， o_{sr} 和 $\pi_{sr} > 0$ 是已知的参数。

另外，利用文献[40]中的方法，可将全双工中继器的自干扰表示如下：

$$s_k = \sqrt{p_r} h_{rr,k-l} \hat{y}_{k-l|k-l} + \mathcal{G}_{rr,k-l}, \quad k > 0, \quad (3-5)$$

其中 $\hat{y}_{k|k}$ 是后面将要给出的 FF-FDR 中的线性估计器的输出， $\mathcal{G}_{rr,k} \in \mathbb{N}_r \subset \mathbb{R}^m$ 有界的信道噪声， $\mathbb{N}_r$ 是一个有界的集合， $h_{rr,k} \sim d_{rr}^{-\gamma/2} \mathbb{N}(o_{rr}, \pi_{rr})$ 表示中继器-滤波器信道的信道系数， d_{rr} 是中继器和滤波器之间的距离， o_{rr} 和 $\pi_{rr} > 0$ 是已知的常数。

由于自干扰现象的存在，FF-FDR 接收到的测量信号 m_k 将会受到以前的估计信号 $\hat{y}_{k-l|k-l}$ 的影响。因此，从本质上来说，FF-FDR 所接受到的测量信号中存在传输时滞。在这种情况下，式(3-2)和式(3-3)给出的传统的滚动域滤波算法将不再适用。在本章中，将提出新的滚动域估计器结构解决基于 FF-FDR 的滚动域滤波问题。

3.1.3 基于 FF-FDR 的滚动域滤波

接下来，将分别为中继器和动态系统设计滚动域滤波器。在每一个满足 $k \geq 2N+1$ 的时刻 k ，将利用中继器接受到的信号 $\{m_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ ，先前的估计 $\{\hat{y}_{i-l|i-l}\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 和状态 x_{k-N} 的预测 $\bar{\xi}_{k-N}$ 得到 FF-FDR 对系统状态的最优估计

$\{\hat{\xi}_{i|k}\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 。为了达到这一目标，首先要解决下面的滚动域滤波问题：

问题 3.1： 在满足 $k \geq 2N + l$ 的时刻，给定测量信号 $\{m_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ ，先前的估计 $\{\hat{y}_{i-l|i-l}\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 和 $\bar{\xi}_{k-N}$ ，得到使下面的结果成立的最优的状态估计 $\{\hat{\xi}_{i|k}\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ ：

$$\hat{\xi}_{k-N|k} = \operatorname{argmin} \mathcal{J}_k^l(\hat{\xi}_{k-N|k}), \quad (3-6)$$

使得

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_{i+1|k} &= A \hat{\xi}_{i|k}, k-N \leq i < k, \\ \hat{m}_{i|k} &= \sqrt{p_s} \bar{h}_{sr} \hat{y}_{i|k} + \sqrt{p_r} \bar{h}_{rr} \hat{y}_{i-l|i-l}, \\ \hat{y}_{i|k} &= C \hat{\xi}_{i|k}, \\ \bar{\xi}_{k-N} &= A \hat{\xi}_{k-N-l|k-l}, \end{aligned} \quad (3-7)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_k^l(\hat{\xi}_{k-N|k}) &= \varepsilon \|\hat{\xi}_{k-N|k} - \bar{\xi}_{k-N}\|^2 + \sum_{i=k-N}^k \|m_i - \hat{m}_{i|k}\|^2, \\ \bar{h}_{sr} &= d_{sr}^{-\gamma/2} o_{sr}, \bar{h}_{rr} = d_{rr}^{-\gamma/2} o_{rr}, \end{aligned}$$

ε 是一个给定的正数。

另外，滤波器的初始值被设定如下：

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_{i-N|i} &= A^{i-N} \bar{x}_0, N \leq i \leq 2N, \\ \hat{y}_{i|i} &= CA^N \hat{\xi}_{i-N|i}. \end{aligned} \quad (3-8)$$

注释 3.1： 到目前为止，我们已经虑了衰落信道和自干扰影响下 FF-FDR 考滚动域滤波问题。与传统方法相比，本文提出的滚动域滤波策略具有以下优势：

1) 通过结合随机信道系数的期望来刻画衰落信道的影响，从而增强了估计算法的鲁棒性；2) 为了解决由自干扰引起的传输延迟，估计器在估计当前状态时使用先前的输出对这些延迟进行补偿，从而提高了估计的准确性。

接下来 FF-FDR 会将估计 $\hat{y}_{k|k}$ 转发至远端的滤波器。远端的滤波器接收到的测量 z_k 可被表示如下：

$$z_k = \sqrt{p_r} h_{re,k} \hat{y}_{k|k} + g_{re,k}, \quad (3-9)$$

其中 $g_{re,k}$ 是信道噪声， $h_{re,k}$ 是中继器-滤波器信道的随机信道系数满足

$h_{re,k} \sim d_{re}^{-\gamma/2} \mathcal{N}(o_{re}, \pi_{re})$ ， $d_{re} > 0$ 是中继器和滤波器之间的距离， o_{re} 和 $\pi_{re} > 0$ 是已知的常数。

针对动态系统(3-1)的滚动域滤波可被表述如下：

问题 3.2： 在满足 $k \geq 2N + 1$ 的时刻，基于 $\{z_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 和 $\bar{x}_{k-N}$ ，求解下面的受约束优化问题得到最优估计 $\hat{x}_{k-N|k}$ ：

$$\mathcal{J}_k^2(\hat{x}_{k-N|k}) = \epsilon \|\hat{x}_{k-N|k} - \bar{x}_{k-N}\|^2 + \sum_{i=k-N}^k \|z_i - \hat{z}_{i|k}\|^2, \quad (3-10)$$

使得

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i+1|k} &= A\hat{x}_{i|k}, \quad k-N \leq i \leq k, \\ \hat{z}_{i|k} &= \bar{h}_{re} C_r \hat{x}_{i|k}, \\ \bar{x}_{k-N} &= A\hat{x}_{k-N-1|k-1}, \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中 $\epsilon > 0$ 是给定的常数， $\bar{h}_{re} = d_{re}^{-\gamma/2} o_{re}$ 而 $C_r = \sqrt{p_r} C$ 。

另外，初始值被设定为

$$\hat{x}_{i-N|i} = A^{i-N} \bar{x}_0, \quad N \leq i \leq 2N.$$

本章的主要目标是通过解决受约束的优化问题 $\mathcal{J}_k^1(\hat{\xi}_{k-N|k})$ 和 $\mathcal{J}_k^2(\hat{x}_{k-N|k})$ 为 FF-FDR 和动态系统协同设计滚动域滤波器，并进一步分析所设计的滚动域滤波器的稳定性。

3.2 滚动域滤波器设计

3.2.1 针对 FF-FDR 的滚动域滤波器设计

引理 3.1： 基于测量信号 $\{m_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ ，先前的估计 $\{\hat{y}_{i-l|i-l}\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ 和对状态的预测 $\bar{\xi}_{k-N}$ ，问题 3-1 的最优解如下：

$$\hat{\xi}_{k-N|k} = \mathcal{O}_s^{-1} (\epsilon \bar{\xi}_{k-N} + \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \mathcal{M}_k - \bar{h}_{sr} \bar{h}_{rr} \sqrt{p_r} \mathcal{F}_s^T \hat{y}_{k-l}), \quad (3-12)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_k &= \begin{bmatrix} m_{k-N} \\ m_{k-N+1} \\ \vdots \\ m_k \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_s = \begin{bmatrix} C_s \\ C_s A \\ \vdots \\ C_s A^N \end{bmatrix}, \quad \hat{y}_{k-l} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{k-N-l|k-N-l} \\ \hat{y}_{k-N|k-N} \\ \vdots \\ \hat{y}_{k-l|k-l} \end{bmatrix}, \\ \mathcal{O}_s &= \epsilon I + \bar{h}_{sr}^2 \mathcal{F}_s^T \mathcal{F}_s, \quad C_s = \sqrt{p_s} C. \end{aligned}$$

证明：从式(3-7)可知

$$\sum_{i=k-N}^k \|m_i - \hat{m}_{i|k}\|^2 = (\mathcal{M}_k - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s \hat{\xi}_{k-N|k} - \bar{h}_{rr} \sqrt{p_r} \hat{\mathcal{Y}}_{k-l})^T \times (\mathcal{M}_k - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s \hat{\xi}_{k-N|k} - \bar{h}_{rr} \sqrt{p_r} \hat{\mathcal{Y}}_{k-l}). \quad (3-13)$$

在这种情况下可知，优化问题(3-6)和(3-7)的解为

$$\frac{\partial \mathcal{J}_k'(\hat{\xi}_{k-N|k})}{\partial \hat{\xi}_{k-N|k}} = 2\varepsilon(\hat{\xi}_{k-N|k} - \bar{\xi}_{k-N}) + 2\bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T (\mathcal{M}_k - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s \hat{\xi}_{k-N|k} - \bar{h}_{rr} \hat{\mathcal{Y}}_{k-l}) = 0. \quad (3-14)$$

最后，可以直接从式(3-14)得到式(3-12)，引理得证。

3.2.2 针对动态系统的滚动域滤波器设计

引理 3.2： 基于测量信号 $\{z_i\}_{\{k-N \leq i \leq k\}}$ ，对动态系统(3-1)的状态的最优估计可由下式得到：

$$\hat{x}_{k-N|k} = \mathcal{O}_r^{-1} (\epsilon \bar{x}_{k-N} + \bar{h}_{re} \mathcal{F}_r^T \mathcal{Z}_k), \quad (3-15)$$

其中

$$\mathcal{Z}_k = \begin{bmatrix} z_{k-N} \\ z_{k-N+1} \\ \vdots \\ z_k \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_r = \begin{bmatrix} C_r \\ C_r A \\ \vdots \\ C_r A^N \end{bmatrix}, \quad \mathcal{O}_r = \epsilon I + \bar{h}_{re}^2 \mathcal{F}_r^T \mathcal{F}_r.$$

证明：从式(3-10)可知

$$\sum_{i=k-N}^k \|z_i - \hat{z}_{i|k}\|^2 = (\mathcal{Z}_k - \bar{h}_{re} \mathcal{F}_r \hat{x}_{k-N|k})^T (\mathcal{Z}_k - \bar{h}_{re} \mathcal{F}_r \hat{x}_{k-N|k}). \quad (3-16)$$

这样， $\mathcal{J}_k^2(\hat{x}_{k-N|k})$ 的偏导数可被计算如下：

$$\frac{\partial \mathcal{J}_k^2(\hat{x}_{k-N|k})}{\partial \hat{x}_{k-N|k}} = 2\epsilon(\hat{x}_{k-N|k} - \bar{x}_{k-N}) - 2\bar{h}_{re} \mathcal{F}_r^T (\mathcal{Z}_k - \bar{h}_{re} \mathcal{F}_r \hat{x}_{k-N|k}). \quad (3-17)$$

令 $\frac{\partial \mathcal{J}_k^2(\hat{x}_{k-N|k})}{\partial \hat{x}_{k-N|k}} = 0$ ，可直接从(3-17)得到(3-15)。引理得证。

至此，已经为 FF-FDR 和动态系统协同设计了滚动域滤波器。分别定义 FF-FDR 和动态系统的滤波误差为 $\zeta_{k-N} = x_{k-N} - \hat{\xi}_{k-N|k}$ 和 $e_{k-N} = x_{k-N} - \hat{x}_{k-N|k}$ ，则可由式(3-1)，式(3-12)和式(3-15)得到

$$\begin{aligned}
 \zeta_{k-N} = & \mathcal{O}_s^{-1} \left(\varepsilon A \zeta_{k-N-l} + \varepsilon w_{k-N-l} - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \mathcal{F}_N \bar{w}_k - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \tilde{\mathcal{H}}_{sr,k} \mathcal{F}_s x_{k-N} \right. \\
 & - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \bar{v}_k - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \bar{\mathcal{G}}_{rr,k-l} - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \bar{\mathcal{G}}_{sr,k} \\
 & \left. - \bar{h}_{sr} \mathcal{F}_s^T \tilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{C}_r \bar{\xi}_{k-l} \right),
 \end{aligned} \quad (3-18)$$

和

$$\begin{aligned}
 e_{k-N} = & \mathcal{O}_r^{-1} \left(A e_{k-N-l} + w_{k-N-l} + \bar{h}_{re} \mathcal{F}_s^T \bar{\mathcal{G}}_{re,k} \right. \\
 & \left. + \bar{h}_{re}^2 \mathcal{F}_r^T \mathcal{F}_r x_{k-N} - \bar{h}_{re} \mathcal{F}_r^T \mathcal{H}_{re,k} \mathcal{C}_r \bar{\xi}_k \right),
 \end{aligned} \quad (3-19)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \bar{w}_k = & \begin{bmatrix} w_{k-N} \\ w_{k-N+l} \\ \vdots \\ w_{k-l} \end{bmatrix}, \quad \bar{v}_k = \begin{bmatrix} \sqrt{p_s} v_{k-N} \\ \sqrt{p_s} v_{k-N+l} \\ \vdots \\ \sqrt{p_s} v_k \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{G}}_{rr,k} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{rr,k-N} \\ \mathcal{G}_{rr,k-N+l} \\ \vdots \\ \mathcal{G}_{rr,k} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{G}}_{sr,k} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{sr,k-N} \\ \mathcal{G}_{sr,k-N+l} \\ \vdots \\ \mathcal{G}_{sr,k} \end{bmatrix}, \\
 \bar{\mathcal{G}}_{re,k} = & \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{re,k-N} \\ \mathcal{G}_{re,k-N+l} \\ \vdots \\ \mathcal{G}_{re,k} \end{bmatrix}, \quad \bar{\xi}_k = \begin{bmatrix} \hat{\xi}_{k-N|k-N} \\ \hat{\xi}_{k-N+l|k-N+l} \\ \vdots \\ \hat{\xi}_{k|k} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{C}_r = \text{diag}\{C_r, \dots, C_r\}, \quad \tilde{\mathcal{H}}_{sr,k} = \mathcal{H}_{sr,k} - \bar{\mathcal{H}}_{sr,k},
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}_{sr,k} = \text{diag}\{h_{sr,k-N}, \dots, h_{sr,k}\} \otimes I_m, \quad \mathcal{H}_{re,k} = \text{diag}\{h_{re,k-N}, \dots, h_{re,k}\} \otimes I_m,$$

$$\bar{\mathcal{H}}_{sr,k} = \text{diag}\{\bar{h}_{sr,k-N}, \dots, \bar{h}_{sr,k}\} \otimes I_m, \quad \mathcal{F}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_s & 0 & \dots & 0 & 0 \\ C_s A & C_s & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_s A^{N-l} & C_s A^{N-2} & \dots & C_s A & C_s \end{bmatrix}.$$

3.3 稳定性分析

在本节中，将分析所提出的滚动域滤波策略的稳定性。

在分析滚动域滤波算法的稳定性之前，我们给出下面的假设

$$\begin{aligned}
 a = & \|A\|, \bar{c} = \|C\|, \bar{f} = \|\mathcal{F}\|, \underline{f} = \|\mathcal{F}\|_{\min}, \bar{g} = \|\mathcal{F}_N\|, \bar{w} = \max_{\mathbb{W}} \|w_k\|, \\
 \bar{v} = & \max_{\mathbb{V}} \|v_k\|, \bar{\mathcal{G}}_s = \max_{\mathbb{N}_s} \|\mathcal{G}_{sr,k}\|, \bar{\mathcal{G}}_r = \max_{\mathbb{N}_r} \|\mathcal{G}_{rr,k}\|, \bar{\mathcal{G}}_e = \max_{\mathbb{N}_e} \|\mathcal{G}_{re,k}\|, \\
 \bar{o} = & \max\{o_{sr}, o_{rr}, o_{re}\}, \underline{o} = \min\{o_{sr}, o_{rr}, o_{re}\}, \bar{d} = \max\{d_{sr}^{-\gamma/2}, d_{rr}^{-\gamma/2}, d_{re}^{-\gamma/2}\}, \\
 \underline{d} = & \min\{d_{sr}^{-\gamma/2}, d_{rr}^{-\gamma/2}, d_{re}^{-\gamma/2}\}, \bar{\pi} = \max\{\pi_{sr}, \pi_{rr}, \pi_{re}\}, \bar{p} = \max\{\sqrt{p_s}, \sqrt{p_r}\}, \\
 \underline{p} = & \min\{\sqrt{p_s}, \sqrt{p_r}\},
 \end{aligned}$$

其中 $\mathcal{F} = \begin{bmatrix} C & CA & \cdots & CA^N \end{bmatrix}$ 。

接下来，我们将详细分析滤波误差(3-18)的随机有界稳定性。

定理 3.1: 当 $0 < a < 1$ 且 $0 < \alpha < 1$ ，误差系统(3-18)是随机最终有界的，且误差 $\vec{\zeta}_{k-N}$ 的范数的期望满足下面的式子：

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \leq \frac{\delta_\infty}{1-\alpha}, \quad (3-20)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1 + a\varepsilon + \bar{o}\bar{p}\bar{f}\bar{\pi}\bar{c}\bar{d}^2\bar{a}^N}{\varepsilon + \underline{d}^2\underline{o}^2\underline{p}^2\underline{f}^2}, \quad \delta_\infty = (\gamma_1 + \gamma_2)\beta_\infty + \delta, \\ \delta &= \frac{\varepsilon\bar{w} + \delta_l}{\varepsilon + \underline{d}^2\underline{o}^2\underline{p}^2\underline{f}^2}, \quad \gamma_1 = \frac{\bar{o}\bar{\pi}\bar{d}^2\bar{p}^2\bar{f}^2}{\varepsilon + \underline{d}^2\underline{o}^2\underline{p}^2\underline{f}^2}, \\ \gamma_2 &= \frac{\bar{o}\bar{\pi}\bar{d}^2\bar{p}\bar{f}\bar{c}\bar{a}^N}{\varepsilon + \underline{d}^2\underline{o}^2\underline{p}^2\underline{f}^2}, \quad \beta_\infty = \frac{\bar{w}(N+1) + \|\mathbf{x}_0\|}{1-a}, \\ \delta_l &= \bar{p}\bar{f}\bar{g}\bar{d}\sqrt{\bar{\pi}^2 + \bar{o}^2}\sqrt{N+1}\bar{w} + \bar{d}\bar{o}\bar{p}\bar{f}\sqrt{N+1}\bar{g}_r \\ &\quad + \bar{p}^2\bar{f}^2\bar{d}\sqrt{\bar{\pi}^2 + \bar{o}^2}\sqrt{N+1}\bar{v} + \bar{d}\bar{o}\bar{p}\bar{f}\sqrt{N+1}\bar{g}_s. \end{aligned}$$

证明: 当 $k \geq 2N+1$ ，可从三角不等式得知

$$\begin{aligned} \|\vec{\zeta}_{k-N}\| &\leq \|\bar{\mathcal{O}}_s^{-l}\| \|\bar{A} + \bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{H}}_{rr,k-l}\mathcal{D}_r\|\vec{\zeta}_{k-N-l} \\ &\quad + \varepsilon\|Ew_{k-N-l}\| + \|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{H}}_{sr,k}\bar{\mathcal{F}}_s\bar{x}_{k-N}\| \\ &\quad + \|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\mathcal{H}_{rr,k-l}\mathcal{D}_r\bar{x}_{k-N-l}\| \\ &\quad + \|\bar{\mathcal{F}}_s^T\mathcal{H}_{sr,k}\mathcal{F}_N\bar{w}_k\| + \|\bar{\mathcal{F}}_s^T\mathcal{H}_{sr,k}\bar{v}_k\| \\ &\quad + \|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{G}}_{rr,k-l}\| + \|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{G}}_{sr,k}\|. \end{aligned} \quad (3-21)$$

显然， $\|\bar{\mathcal{O}}_s^{-l}\| \leq \frac{1}{\varepsilon + \underline{d}^2\underline{o}^2\underline{p}^2\underline{f}^2}$ 。另外，很容易得到 $\|Ew_{k-N-l}\| \leq \bar{w}$ ，

$\|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{G}}_{rr,k-l}\| \leq \bar{d}\bar{o}\bar{p}\bar{f}\sqrt{N+1}\bar{g}_r$ 和 $\|\bar{h}_{sr}\bar{\mathcal{F}}_s^T\bar{\mathcal{G}}_{sr,k}\| \leq \bar{d}\bar{o}\bar{p}\bar{f}\sqrt{N+1}\bar{g}_s$ 。然后，对式(3-21)两边取期望可得

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \\
 & \leq \frac{I}{\varepsilon + \underline{d}^2 \underline{o}^2 \underline{p}^2 \underline{f}^2} [\mathbb{E}\{\|(\vec{A} + \vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{D}_r) \vec{\zeta}_{k-N-l}\|\} \\
 & \quad + \mathbb{E}\{\|\vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{sr,k} \vec{\mathcal{F}}_s \vec{x}_{k-N}\|\} \\
 & \quad + \mathbb{E}\{\|\vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{D}_r \vec{x}_{k-N-l}\|\} \\
 & \quad + \mathbb{E}\{\|\vec{\mathcal{F}}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \mathcal{F}_N \vec{w}_k\|\} + \mathbb{E}\{\|\vec{\mathcal{F}}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \vec{v}_k\|\} \\
 & \quad + \bar{d} \bar{o} \bar{p} \bar{f} \sqrt{N+I} \bar{g}_r + \bar{d} \bar{o} \bar{p} \bar{f} \sqrt{N+I} \bar{g}_s + \varepsilon \bar{w}].
 \end{aligned} \tag{3-22}$$

对于式(3-22)的第一项，可以得到

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\|(\vec{A} + \vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{D}_r) \vec{\zeta}_{k-N-l}\|\} \\
 & \leq (I + a\varepsilon) \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N-l}\|\} + \mathbb{E}\{\|\vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{D}_r \vec{\zeta}_{k-N-l}\|\} \\
 & \leq (I + a\varepsilon + \bar{o} \bar{p} \bar{f} \bar{\pi} \bar{c} \bar{d}^2 \bar{a}^N) \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N-l}\|\}.
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

注意到 $\|x_k\| \leq a\|x_{k-l}\| + \|\bar{w}\| \leq a^k\|\bar{x}_0\| + \frac{1-a^k}{1-a}\bar{w}$ ，可以进一步推导得到

$$\begin{aligned}
 \|\vec{x}_{k-N}\| & \leq (a^{k-N} + \dots + a^{k-2N})\|\bar{x}_0\| \\
 & \quad + (N+I - (a^{k-N} + \dots + a^{k-2N})) \frac{\bar{w}}{1-a} \\
 & = a^{k-2N} \frac{1-a^{N+I}}{1-a} \|\bar{x}_0\| + (N+I - a^{k-2N} \frac{1-a^{N+I}}{1-a}) \frac{\bar{w}}{1-a} \\
 & = \beta_{k-N}.
 \end{aligned} \tag{3-24}$$

这样，可由式(3-24)得到下面的不等式

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}\{\|\vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{sr,k} \vec{\mathcal{F}}_s \vec{x}_{k-N}\|\} + \mathbb{E}\{\|\vec{h}_{sr} \vec{\mathcal{F}}_s^T \widetilde{\mathcal{H}}_{rr,k-l} \mathcal{D}_r \vec{x}_{k-N-l}\|\} \\
 & \leq \bar{o} \bar{\pi} \bar{d}^2 \bar{p}^2 \bar{f}^2 \beta_{k-N} + \bar{o} \bar{\pi} \bar{d}^2 \bar{p} \bar{f} \bar{c} \bar{a}^N \beta_{k-N-l}.
 \end{aligned} \tag{3-25}$$

进一步，可以得到下面的结果

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}\{\|\vec{\mathcal{F}}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \mathcal{F}_N \vec{w}_k\|\} & \leq \bar{p} \bar{f} \bar{g} \bar{d} \sqrt{\bar{\pi}^2 + \bar{o}^2} \sqrt{N+I} \bar{w}, \\
 \mathbb{E}\{\|\vec{\mathcal{F}}_s^T \mathcal{H}_{sr,k} \vec{v}_k\|\} & \leq \bar{p}^2 \bar{f}^2 \bar{d} \sqrt{\bar{\pi}^2 + \bar{o}^2} \sqrt{N+I} \bar{v}.
 \end{aligned} \tag{3-26}$$

将式(3-23)-式(3-26)代入式(3-22)可知

$$\mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \leq \alpha \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N-l}\|\} + \gamma_1 \beta_{k-N} + \gamma_2 \beta_{k-N-l} + \delta. \tag{3-27}$$

当 $0 < a < 1$ ，可以从式(3-27)推导得到

$$\beta_k \leq \beta_\infty. \tag{3-28}$$

从式(3-28)可知

$$\mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \leq \alpha \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N-1}\|\} + \delta_\infty. \quad (3-29)$$

进一步，可从式(3-29)得到

$$\mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \leq \alpha^{k-2N} \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_N\|\} + \frac{1-\alpha^{k-2N}}{1-\alpha} \delta_\infty. \quad (3-30)$$

由 $0 < \alpha < 1$ 可知 $\frac{1-\alpha^{k-N}}{1-\alpha} \delta_\infty < \frac{\delta_\infty}{1-\alpha}$ 。因此可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{\|\vec{\zeta}_{k-N}\|\} \leq \frac{\delta_\infty}{1-\alpha}. \quad (3-31)$$

这样，可以得到误差系统(3-18)是随机最终有界的。定理得证。

接下来，将分析误差系统(3-19)的随机有界稳定性。鉴于其分析方法和定理 1 很类似，为了简便，只给出主要结果而不做具体的证明。

定理 3.2: 当 $0 < \underline{\alpha} < 1$ 时，滤波误差 e_{k-N} 的范数的期望是随机最终有界的且满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}\{\|e_{k-N}\|\} \leq \frac{\tau}{1-\underline{\alpha}}, \quad (3-32)$$

其中

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= \frac{\epsilon a}{\epsilon + \underline{d}^2 \underline{o}^2 \underline{p}^2 \underline{f}^2}, \\ \tau &= \frac{\epsilon \bar{w} + \bar{h} \bar{p} \bar{f} \sqrt{N + l \bar{v}_e} + \tau_1 + \tau_2}{\epsilon + \underline{d}^2 \underline{o}^2 \underline{p}^2 \underline{f}^2}, \\ \tau_1 &= (\sqrt{\bar{o}^2 + \bar{\pi}^2 \bar{c} a^N} + \bar{o} \bar{p} \bar{f}) \bar{o} \bar{p} \bar{f} \bar{d}^2 \beta_\infty, \\ \tau_2 &= \frac{\sqrt{\bar{o}^2 + \bar{\pi}^2 \bar{o} \bar{p} \bar{f} \bar{c} \bar{d}^2} a^N \delta_\infty}{1-\alpha}. \end{aligned}$$

证明: 该定理的证明方法与定理 1 的证明方法相同，故省略。

注释 3.2: 在定理 1 和定理 2 中，分析了为 FF-FDR 和动态系统设计的滚动域估计器的估计误差的随机最终有界性，并给出了确保误差系统有界的充要条件。从式(3-20)和式(3-32)中可以明显看出，这些上界显依赖于系统参数、传输功率和距离、信道系数的统计特性以及固定窗口的长度。

3.4 数值实例及其仿真

在本节中，通过仿真实例来验证所提出的基于 FF-FDR 的滚动域滤波算法的

有效性。

考虑有下列参数的线性离散时间系统(3-1)

$$A = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.65 \\ -0.48 & 1 \end{bmatrix}, C = [1.2 \quad 1], \bar{x}_0 = [0.8 \quad -0.6]^T, p_s = p_r = 2.$$

系统噪声和信道噪声被设定如下：

$$w_k = 0.1 \sin(0.2k) + 0.02 \cos(0.1k), \quad w_k = 0.1 \sin(0.2k) + 0.02 \cos(0.1k), \\ g_{sr,k} = g_{rr,k} = g_{re,k} = 0.02 \cos(0.1k).$$

另外，随机信道的信道参数满足

$$h_{sr,k} \sim 2^{-3/2} \mathcal{N}(30, I), \quad h_{rr,k} \sim 0.5^{-3/2} \mathcal{N}(30, I), \quad h_{re,k} \sim 2^{-3/2} \mathcal{N}(30, I).$$

设定窗口长度为 $N = 4$ ，常数 $\varepsilon = \epsilon = 0.6$ 。然后运行式(3-12)和式(3-15)中的滚动域滤波算法，得到的仿真结果如图 3-2 和图 3-3。图 3-2 和图 3-3 展示了动态系统真实的状态 x_k^i （ x_k^i 表示状态 x_k 的第 i 个元素）以及 FF-FDR 和远端的滤波器对其的估计。从图 3-2 和图 3-3 可知，本章所提出的滚动域滤波算法能够有效地估计基于 FF-FDR 的线性离散时间系统的状态，从而验证了所提出的算法的有效性。

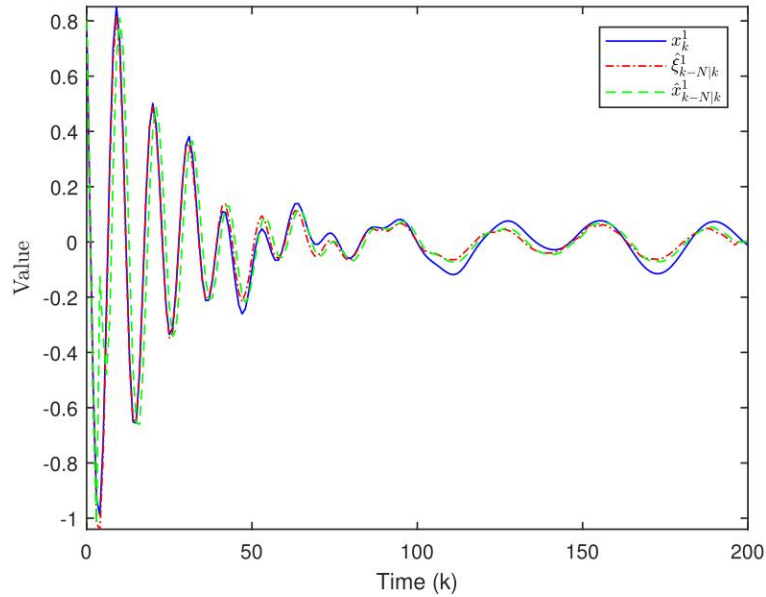
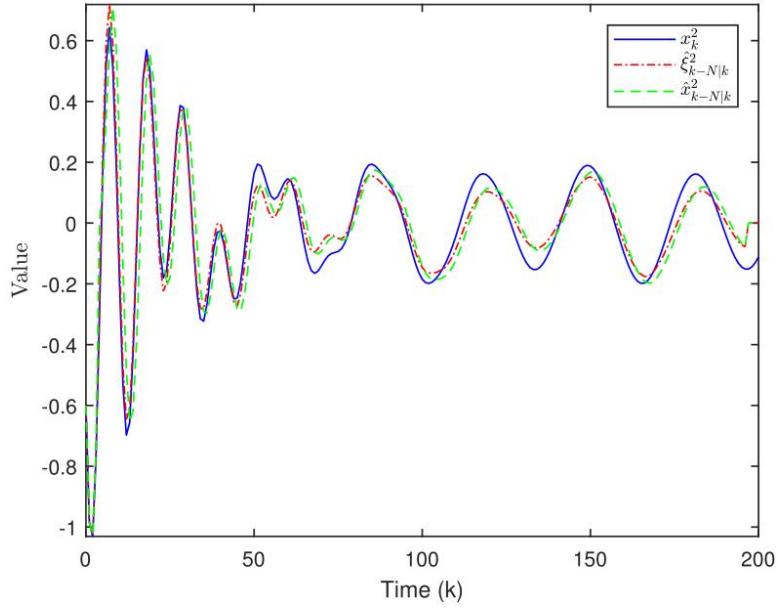


图 3-2 状态 x_k^1 及其估计

图 3-3 状态 x_k^2 及其估计

3.5 本章总结

本章研究了一类受 FF-FDR 影响的离散时间系统的滚动域滤波问题。信号通过衰落信道传输，并通过 FF-FDR 转发给远端的滤波器。为了降低信号衰落和中继中的 SI 的影响，提出了一种新的滤波器结构，该结构结合了信道系数的统计特性和滤波器前一刻的输出。通过求解两个指定的最小二乘优化问题，推导出了最优的状态估计。此外，本章还分析了 FF-FDR 和远端估滤波器的滤波误差的随机最终有界性。最后，通过数值例子验证了所提出的滚动域滤波策略的可行性和有效性。

第4章 总结与展望

4.1 总结

本文主要研究了基于无线中继通讯技术的网络化系统的控制与滤波问题。主要研究了下面的问题：1.基于连续中继的不确定网络化系统的最终有界控制问题；2.基于滤波-转发全双工中继的离散时间系统的滚动域滤波问题。

首先，针对连续中继网络下一类不确定网络化控制系统的最终有界控制问题。传感器通过连续中继网络将自身测量传输至控制器。在连续中继网络中，两个中继节点交替地从传感器接收信号并将自身接收的信号转发至控制器，从而具有切换特性并存在中继间干扰现象。利用连续中继网络转发的测量信号，设计了使不确定网络化系统最终有界的动态输出反馈控制器。借助矩阵不等式技术，给出了满足性能要求的控制器存在的充分条件。进一步，通过最小化最终的上界得到了具体的控制器参数。最后，利用仿真实例验证了所提出的控制算法的有效性。

其次，考虑了带有滤波-转发全双工中继的离散时间系统的滚动域滤波问题。为了减轻信号衰落的影响，滤波-转发全双工中继对传感器发射的信号进行放大并转发给远程估计器。然而，由于其同时具备发射和接收能力，全双工中继可能会接收到自身发射的信号，从而产生自干扰。此外，采用了滤波-转发中继方案，其中信号在传递到远程估计器之前通过滚动域估计器进行预处理，以缓解信道噪声的影响。本章的目标是设计针对滤波-转发全双工中继和离散时间系统的滚动域估计器，以应对衰落信道和中继自干扰的影响。提出了新的滚动域滤波器结构，考虑了衰落信道和自干扰引起的时延影响。进一步给出了足够条件，确保估计误差在统计意义上最终是有界的。最后，通过仿真实例验证了所提出的滚动域估计器的有效性。

本文的创新点如下：

第一，分析了连续中继和滤波-转发全双工中继的信号传输机制，深入探讨了中继间干扰、切换特性和自干扰等因素产生的机理，并进一步建立了连续中继和滤波-转发全双工中继中测量信号的传输模型。

第二，构造辅助变量刻画连续中继的切换特性，建立了统一且易于处理的测

量信号模型,提出增广系统方法处理连续中继的中继间干扰的影响,为不确定网络化控制系统设计了最终有界控制方案。

第三、构造了新的滚动域滤波器结构处理滤波-转发全双工中继的自干扰导致的传输时滞问题,为滤波-转发全双工中继和线性离散时间系统协同设计了滚动域滤波算法,并分析了自干扰、外部干扰等因素对滚动域滤波算法性能的影响。

4.2 展望

在未来的研究工作中,我们将进一步从以下几方面对基于无线中继通信网络的控制与滤波问题开展深入研究:

1. 在本文中,我们的研究主要针对较为简化的中继网络结构和无线信道模型开展控制与滤波问题的研究,然而,在实际应用中,中继协议的选择、中继器的工作模式、传输功率的配置以及无线衰落信道的时间相关性等因素都会对滤波器的设计与性能分析产生深远影响。因此,下一步将开展基于复杂结构和无线通信情形的中继网络的控制与滤波问题的研究。

2. 本文仅考虑单个传感器与单个中继器的情况。然而,在实际应用中,通常采用多个传感器进行系统观测,并借助多个中继器辅助信号传输。由于传感器的采样方式存在差异、中继节点间可能相互干扰,以及传感器与中继器的连接状态会动态变化,现有的估计器设计方案难以直接适用于多传感器、多中继器系统。因此,我们还将针对无线中继通信网络下具有多传感器和多中继器的采样数据系统开展状态估计研究。

3. 本文目前的研究成果尚处于理论阶段,将本文的现有研究成果应用到智能网联汽车和四旋翼无人机的控制与滤波等实际工程场景中是值得研究的课题。

参考文献

- [1] 沈童, 钱斌, 张道远, 多输出非线性系统在数据截断协议下的时滞多采样率输出反馈镇定, *现代电子技术*, 34(9): 1161-1170, 2017.
- [2] D. Yang and K. Cai, Reliable H_∞ nonuniform sampling fuzzy control for nonlinear systems with time delay, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 38(6): 1606-1613, 2008.
- [3] 李婧怡, 富月, 一类工业运行过程最优数据采样解耦控制方法, *信息与控制*, 46(4): 394-399, 2017.
- [4] L. Zhu, F. Yu, B. Ning and T. Tang, Communication-based train control (CBTC) systems with cooperative relaying: Design and performance analysis, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 5, pp. 2162-2172, Jun. 2014.
- [5] Y. Yang, H. Modares, K. G. Vamvoudakis and F. L. Lewis, Cooperative finitely excited learning for dynamical games, *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 54, no. 2, pp. 797-810, Feb. 2024.
- [6] Y. Yang, H. Modares, K. G. Vamvoudakis, Y. Yin and D. C. Wunsch, Dynamic intermittent feedback design for H_∞ containment control on a directed graph, *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 50, no. 8, pp. 3752-3765, Aug. 2020.
- [7] Y. Yang and C. Xu, Adaptive fuzzy leader-follower synchronization of constrained heterogeneous multiagent systems, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 30, no. 1, pp. 205-219, Oct. 2020.
- [8] H. Du, J. Lam and K. Z. Sze, Design of non-fragile H_∞ controller for active vehicle suspensions, *Journal of Vibration and Control*, vol. 11, no. 2, pp. 225-243, Oct. 2005.
- [9] L. Zou, Z. Wang, Q. L. Han and D. Zhou, Ultimate boundedness control for networked systems with try-once-discard protocol and uniform quantization effects, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 12, pp. 6582-6588, Dec. 2017.
- [10] A. Girard, Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, no. 7, pp. 1992-1997, Nov. 2015.
- [11] W. Zhang and L. Yu, Stabilization of sampled-data control systems with control

- inputs missing, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55(2): 447-452, 2010.
- [12] D. E. Quevedo, A. Ahlen, A. S. Leong and S. Dey, On Kalman filtering over fading wireless channels with controlled transmission powers, *Automatica*, vol. 48, no. 7, pp. 1306-1316, Jul. 2012.
- [13] L. E. Andersson, L. Imsland, E. F. Brekke and F. Scibilia, On Kalman filtering with linear state equality constraints, *Automatica*, vol. 101, pp. 467-470, Mar. 2019.
- [14] H. Zhang, X. Lu, W. Zhang and W. Wang, Kalman filtering for linear time-delayed continuous-time systems with stochastic multiplicative noises, *International Journal of Control Automation and Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 355-363, Aug. 2007.
- [15] F. Han, Z. Wang, H. Dong, F. E. Alsaadi and K. H. Alharbi, A local approach to distributed H_∞ -consensus state estimation over sensor networks under hybrid attacks: Dynamic event-triggered scheme, *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, vol. 8, pp. 556-570, Jun. 2022.
- [16] X. Wang and G. Feng, Dynamic event-triggered H_∞ filtering for NCSs under multiple cyber-attacks, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, vol. 53, no. 8, pp. 4705-4714, Aug. 2023.
- [17] H. Witsenhausen, Sets of possible states of linear systems given perturbed observations, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, no. 5, pp. 556-558, Oct. 1968.
- [18] F. Yang and Y. Li, Set-membership filtering for systems with sensor saturation, *Automatica*, vol. 45, no. 8, pp. 1896-1902, Aug. 2009.
- [19] A. Liu, W. Zhang, Z. Chen and L. Yu, Moving horizon estimation for mobile robots with multirate sampling, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 2, pp. 1457-1467, Feb. 2017.
- [20] J. D. Schiller and M. A. Muller, Suboptimal nonlinear moving horizon estimation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 68, no. 4, pp. 2199-2214, Apr. 2023.
- [21] C. Xu, D. He and H. Du, Event-triggered distributed moving horizon estimation for smart sensor networks with fading channels and constraints, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 72, Art. No. 1009912, Sep. 2023.
- [22] S. El-Zahr and C. Abou-Rjeily, Buffer state based relay selection for half-duplex

- buffer-aided serial relaying systems, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 70, no. 6, pp. 3668-3681, Jun. 2022.
- [23] S. Kim and M. Bengtsson, Virtual full-duplex buffer-aided relaying in the presence of inter-relay interference, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 15, no. 4, pp. 2966-2980, Apr. 2016.
- [24] G. Liu, F. Yu, H. Ji, V. C. M. Leung and X. Li, In-band full-duplex relaying: A survey, research issues and challenges, *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, vol. 17, no. 2, pp. 500-524, 2nd Quart., 2015.
- [25] E. Basar, U. Aygolu, E. Panayirci and H. V. Poor, A reliable successive relaying protocol, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 62, no. 5, pp. 1431-1443, May 2014.
- [26] S. Gupta, R. Zhang and L. Hanzo, Throughput maximization for a buffer-aided successive relaying network employing energy harvesting, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 65, no. 8, pp. 6758-6765, Aug. 2016.
- [27] B. Rankov and A. Wittneben, Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 25, no. 2, pp. 379-389, Feb. 2007.
- [28] H. Lu, P. Hong and K. Xue, Generalized interrelay interference cancellation for two-path successive relaying systems, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 8, pp. 4113-4118, Oct. 2014.
- [29] S. Poornima and A. V. Badu, Optimal power allocation for energy-efficient full-duplex cognitive relay networks under primary interference, *IET Communications*, vol. 13, no. 19, pp. 3317-3325, Dec. 2019.
- [30] Z. Zhang, X. Chai, K. Long, A. V. Vasilakos and L. Hanzo, Full duplex techniques for 5G networks: Self-interference cancellation, protocol design and relay selection, *IEEE Communications Magazine*, vol. 53, no. 5, pp. 128-137, May 2015.
- [31] U. Kumar, V. Gupta and J. N. Laneman, Sufficient conditions for stabilizability over Gaussian relay and cascade channels, in *Proceedings of 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Atlanta, GA, USA, Feb. 15-17, 2010, pp. 4765-4770.
- [32] U. Kumar, J. Liu, V. Gupta and J. N. Laneman, Improving control performance across AWGN channels using a relay node, *International Journal of Systems Science*, vol. 45, no. 7, pp. 1579-1588, Jul. 2014.

-
- [33]A. S. Leong and D. E. Quevedo, Kalman filtering with relays over wireless fading channels, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 6, pp. 1643-1648, Jun. 2016.
 - [34]H. Tan, B. Shen, K. Peng and H. Liu, Robust recursive filtering for uncertain stochastic systems with amplify-and-forward relays, *International Journal of Systems Science*, vol. 51, no.7, pp. 1188-1199, May 2020.
 - [35]H. Tan, B. Shen, Q. Li and W. Qian, Recursive filtering for nonlinear systems with self-interferences over full-duplex relay networks, *IEEE/CAA Journal of Automatica Sincia*, vol. 9, no. 1, pp. 2037-2040, Nov. 2022.
 - [36]H. Tan, B. Shen, Q. Li and H. Liu, Recursive filtering for stochastic systems with filter-and-forward successive relay, *IEEE/CAA Journal of Automatica Sincia*, vol. 11, no. 5, pp.1202-1212, May 2024.
 - [37]F. Wang, Z. Wang, J. Liang and X. Liu, Robust finite-horizon filtering for 2-D systems with randomly varying sensor delays, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, vol. 50, no. 1, pp. 220-232, Jan. 2020.
 - [38]Z. Wang, F. Yang, D. W. Ho and X. Liu, Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Systems*, vol. 37, no. 4, pp. 916-924, Aug. 2007.
 - [39]P. Xu, J. Quan, G. Chen, Z. Yang, Y. Li and I. Krikidis, A novel link selection in coordinated direct and buffer-aided relay transmission, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 22, no. 5, pp. 3296-3309, May 2023.
 - [40]H. Cui, M. Ma, L. Song and B. Jiao, Relay selection for two-way full duplex relay networks with amplify-and-forward protocol, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 13, no. 7, pp. 3768-3777, Jul. 2014.

攻读硕士期间取得的学术成果

已发表的学术论文:

- [1] Ye Wang, Hongjian Liu. Ultimate Boundedness Control for Uncertain Networked Systems Over Successive Relay Networks [J]. Journal of Franklin Institute. (已投稿)
- [2] Ye Wang, Hongjian Liu. Moving Horizon Estimation With Filter-and-Forward Full-Duplex Relay[C]. The 2025 Information Science Frontier Forum and the Academic Conference on Information Security and Intelligent Control. (EI, 已录用)

致 谢

时光匆匆，转瞬即逝，恍若昨日，毕业之期已然到来。回望过去的三年，虽不算漫长，却仿若白驹过隙，转眼间便步入尾声，新旅程的起点已悄然浮现。回顾过往，虽有不足，但整体而言，仍能欣然面对。一路走来，步履不停，衷心感谢生命中遇到的每一个人，尤其是老师、同学与家人。你们的认可与鼓励，让我在前行路上更有勇气去迎接挑战，克服困难。

由衷感谢导师刘宏建教授对我的耐心指导与无私帮助。三年研究生时光里，刘宏建教授在学术研究中精益求精、严谨治学，对待工作尽职尽责，使我受益良多，终生铭记。在论文写作过程中，每当理论推导遇到阻碍时，老师总是不厌其烦地悉心指导，即便在繁忙的事务中也时刻关注我的研究进展。他的悉心教诲，不仅拓宽了我的学术视野，提高了科研能力，也让我掌握了更高效的学习方法，影响深远。同时，老师“君子终日乾乾，夕惕若厉”的严谨态度，让我深刻体会到勤勉踏实的重要性，时刻提醒自己要坚持不懈。此外，由衷感谢刘钰妃老师在论文撰写过程中细致入微的修改与完善。同时，特别感谢安徽工程大学数理与金融学院的所有任课教师，正是有你们的辛勤付出与精心培养，才让我得以顺利完成学业。

相遇是缘，相知亦是幸。感谢申亚港、徐雯瑶、王博、张心怡、李中原等同学的帮助。在这三年里，我们彼此相伴，在学术探讨中互相启发，在生活琐事上相互扶持，点滴过往皆弥足珍贵，虽临近毕业，但相信这份情谊不会因时光流逝而淡去。

“谁言寸草心，报得三春晖。”衷心感激家人的无私奉献，你们的支持与鼓励给予了我无畏前行的力量，让我始终保持信心，不惧挑战。

最后，诚挚感谢各位评审老师在百忙之中审阅论文，衷心祝愿各位身体健康，工作顺利！