

分类号: TP242

密 级: 公开

学校代码: 10363

学 号: 2210320118



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题目 基于博弈论参数优化的移动
机器人轨迹跟踪控制研究

论 文 作 者 刘晓晓

指 导 教 师 陈孟元 教授

学 科 (专 业) 控制科学与工程

研 究 方 向 控制理论与控制工程

论文提交日期: 2024 年 5 月 31 日

分类号: TP242

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2210320118

题 目 基于博弈论参数优化的移动机器人轨迹跟踪控制
研究

题 目 Research on mobile robot trajectory tracking
control based on game theory parameter
optimization

论文作者: 刘晓晓

校内导师: 陈孟元 教授

专 业: 控制科学与工程

研究方向: 控制理论与控制工程

论文答辩日期: 2024/05/16

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☐。

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

基于博弈论参数优化的移动机器人轨迹跟踪控制研究

摘 要

随着科学技术的不断发展和社会需求的增加,移动机器人技术迎来了快速发展的时代。轮式移动机器人作为一种创新型工具,具备提升生产模式、增进效率、减少劳动强度等重要优势,呈现出蓬勃发展的活力。实现对移动式轮子机器人的精准运动控制是助力其完成各项任务的基础保障。而轮式移动机器人的轨迹跟踪控制则是移动机器人基本控制问题之一,对其轨迹跟踪控制进行研究具有十分重要的意义。

本文的研究对象智能平衡移动机器人,具有欠驱动、非线性、强耦合等特点,同时容易受到参数变化、地面摩擦力、未建模部分和外部扰动等不确定性因素的影响,这些给精确跟踪控制带来挑战。移动机器人轨迹跟踪控制的早期研究主要基于运动学模型,然而这种方法无法很好地处理参数和非参数的不确定性。本文的研究侧重于基于动力学模型进行控制设计,具体研究内容可总结如下:

首先,针对智能平衡移动机器人在复杂运行环境和动态变化的任务要求下的轨迹跟踪控制精度问题,对移动机器人车轮电机的鲁棒轨迹跟踪控制算法进行深入研究。基于 PD 控制框架下,设计了鲁棒控制器,使用具有上界的函数表示动态模型的不确定性,从而克服参数变化和未建模动态引起的不确定性。同时提出了一种具有学习型反馈增益自调整控制算法,使控制反馈增益能够迭代地自动调整,以优化

系统的性能。通过仿真和实验验证了该方法在针对车轮电机轨迹跟踪时良好的瞬态和稳态跟踪性能。

其次,针对智能平衡移动机器人轨迹跟踪控制系统存在的外部扰动以及参数不确定性问题,提出了一种新的具有泄漏型自适应律的自适应鲁棒控制方法。根据前面所描述的动力学建模形式,提出了欠驱动移动机器人的受控动力学模型,进而为提出的动力学模型设计一个自适应鲁棒控制器,并用李雅普诺夫方法证明闭环系统的稳定性,该方法的有效性已通过仿真实验得到了验证。

最后,针对智能平衡移动机器人控制参数优化的问题,设计了一种基于博弈论的控制参数优化问题分类与求解方法。先是构造增益参数作为博弈游戏中的参与者,并设置两个性能指标作为参与者的成本函数。再基于模糊集理论,将跟踪轨迹视为对模糊系统施加的伺服约束,并通过构造二人合作对策对控制中的对偶增益参数进行优化,寻找 Pareto 最优解。最终通过仿真验证了该方法在优化欠驱动智能平衡移动机器人性能方面的有效性。

关键词: 移动机器人, 轨迹跟踪, 自适应鲁棒控制, 参数优化, 博弈论

RESEARCH ON MOBILE ROBOT TRAJECTORY TRACKING CONTROL BASED ON GAME THEORY PARAMETER OPTIMIZATION

ABSTRACT

With the continuous development of science and technology and the increasing social demands, mobile robot technology has entered an era of rapid development. Wheeled mobile robots, as a new type of tool, have significant advantages in improving production patterns, enhancing efficiency, and reducing labor intensity, and they demonstrate tremendous vitality in their rapid development. Achieving precise motion control of wheeled mobile robots is a fundamental assurance for them to complete various tasks. Trajectory tracking control of wheeled mobile robots is one of the basic control issues for mobile robots, and researching it is of great significance.

The intelligent balanced mobile robot, the subject of this paper, is characterized by being underactuated, nonlinear, and strongly coupled, making it susceptible to uncertainties such as parameter variations, ground friction, unmodeled components, and external disturbances. These factors pose challenges for achieving accurate tracking control. Previous research on trajectory tracking control of mobile robots has primarily relied on kinematic models; however, this approach does not effectively address both parametric and nonparametric uncertainties. This paper focuses on control design based on dynamic models to tackle these issues. The main contributions of this research can be summarized as follows:

Firstly, in order to address the issue of trajectory tracking control

accuracy for intelligent balanced mobile robots operating in complex environments and dynamic task requirements, an in-depth investigation was conducted on the robust trajectory tracking control algorithm for the wheel motors of mobile robots. Within the PD control framework, a robust controller was designed that utilized an upper bound function to represent uncertainties within the dynamic model, thereby overcoming parameter changes and unmodeled dynamics. Additionally, a self-adjusting control algorithm with learning feedback gain was proposed to iteratively optimize system performance by adjusting the control feedback gain. Simulation and experimental results confirm that this approach exhibits excellent transient and steady-state tracking performance for wheel motor trajectory tracking.

Furthermore, a novel adaptive robust control approach incorporating a leakage adaptive law is proposed to address the challenges posed by external disturbances and parameter uncertainties in the trajectory tracking control system of an intelligent balanced mobile robot. Based on the aforementioned dynamics modeling framework, we present a controlled dynamics model for underactuated mobile robots and subsequently design an adaptive robust controller tailored to this model. The stability of the closed-loop system is established using the Lyapunov method, thereby validating the effectiveness of our proposed methodology through extensive simulation experiments.

Finally, aiming at the problem of control parameter optimization of intelligent balanced mobile robot, a control parameter optimization problem classification and solving method based on game theory is designed. Firstly, the gain parameters are constructed as the participants in the game, and two performance indicators are set as the cost functions of the participants. Then, based on the fuzzy set theory, the tracking

trajectory is regarded as the servo constraint imposed on the fuzzy system, and the dual gain parameters in the control are optimized by constructing two-person cooperation game to find the Pareto optimal solution. Finally, the effectiveness of the method in optimizing the performance of underactuated intelligent balanced mobile robot is verified by simulation.

KEY WORDS: mobile robot , trajectory tracking , adaptive robust control, parameter optimization, game theory

目录

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	4
1.2.1 移动机器人轨迹跟踪控制研究现状	4
1.2.2 移动机器人系统控制参数优化研究现状	8
1.3 本文主要研究内容	9
第 2 章 移动机器人系统建模与分析	11
2.1 引言	11
2.2 智能平衡移动机器人控制模型	11
2.2.1 智能平衡移动机器人平衡控制	11
2.2.2 智能平衡移动机器人速度控制	14
2.3 智能平衡移动机器人数学模型	15
2.3.1 运动学模型	16
2.3.2 动力学模型	18
2.4 本章小结	20
第 3 章 移动机器人车轮电机鲁棒控制研究	21
3.1 引言	21
3.2 车轮电机鲁棒控制	21
3.2.1 系统建模	21
3.2.2 鲁棒控制器设计	24
3.2.3 算法稳定性证明	27
3.3 仿真结果与分析	29
3.3.1 数值仿真实验	29
3.3.2 平台实验结果	32
3.4 本章小结	36

第 4 章 移动机器人自适应鲁棒轨迹跟踪控制研究	37
4.1 引言	37
4.2 模糊欠驱动移动机器人约束建模	37
4.3 移动机器人自适应鲁棒控制	39
4.3.1 自适应鲁棒控制器设计	39
4.3.2 算法稳定性证明	41
4.4 仿真结果与分析	45
4.5 本章小结	50
第 5 章 基于博弈理论的移动机器人控制参数优化	51
5.1 引言	51
5.2 博弈理论	51
5.2.1 博弈论方法分类	51
5.2.2 合作博弈论运用	52
5.3 基于合作博弈的控制参数优化	54
5.3.1 模糊优化设计	54
5.3.2 最优求解	57
5.4 仿真结果与分析	59
5.5 本章小结	62
第 6 章 总结与展望	63
6.1 全文总结	63
6.2 工作展望	64
参考文献	65
攻读硕士期间取得的学术成果	70

第 1 章 绪论

1.1 研究背景及意义

随着人类科学技术水平的不断提高,计算机技术、通信技术和传感技术的飞速发展,机器人技术得到了广泛的普及和应用。各种形状、类型和功能的机器人正在占据越来越多的工作岗位,极大地方便了人们的日常生活和工作,为提高人类社会的生产力做出了重要贡献^[1-3]。移动机器人是一个多功能集成系统,包括环境检测、动态决策和规划等多种功能。该领域结合了传感器技术、计算机技术、电子工程、计算机工程和自动化技术,形成了人工智能的综合学科^[4-5]。目前,移动机器人技术已成为科学技术领域最活跃的研究领域之一。

移动机器人研究的历史始于 20 世纪 60 年代,由斯坦福大学研究所开发的 Shakey 机器人(图 1-1)成为该领域的一个重大里程碑。进入 21 世纪,移动机器人的研究和应用持续扩展。2012 年,亚马逊收购了 Kiva Systems,利用其移动机器人技术革新物流和仓储行业,成为该领域的一个典范,如图 1-2。与此同时,中国在移动机器人领域也取得了显著进展。2005 年,中国科学院成功研发了一款名为 CASIA-I 的智能服务型移动机器人。2017 年 6 月,由京东研发的快递配送智能机器人,灵活地穿梭在中国人民大学的校园里,自主完成了它的首单配送任务,如图 1-3 所展示。这款机器人借助先进的机器学习和传感器技术,能够灵活应对多种环境,并做出迅速准确的决策,对物流机器人的发展起到了积极的推动作用^[6]。2019 年 1 月国内研制的“玉兔 2 号”成功着陆月球背面(图 1-4),标志着中国在此领域的技术创新和应用发展^[7]。



图 1-1 Shakey 机器人



图 1-2 亚马逊 Kiva Systems



图 1-3 京东物流机器人

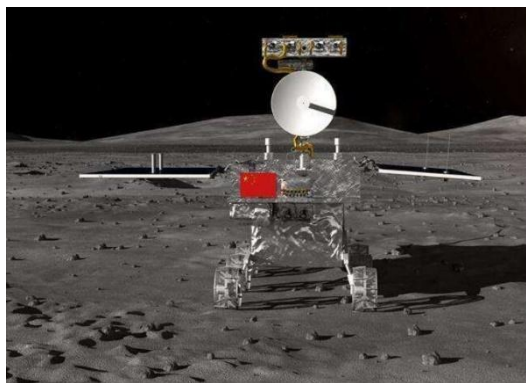


图 1-4 玉兔 2 号

移动机器人的应用领域正在不断扩展,从传统的生产制造领域逐渐延伸到服务业、医疗卫生和军事防务等多个领域^[8-12]。在过去的几十年中,随着人工智能、机器学习和计算机视觉等领域取得的突破性进展,移动机器人技术也取得了显著的发展。这些技术的融合使得移动机器人不仅能够结构化环境中工作,还能够复杂多变的现实世界环境中进行有效的任务规划和决策。在制造业领域,应用移动机器人能够使生产流程更加灵活和智能化,这些机器人可承担重复性强和危险性大的工作,从而提升生产效率并减少人力成本。在服务领域,移动机器人可以用于室内导航、物品搬运、安全巡检等任务,为人们提供更便捷的服务。在医疗卫生领域,移动机器人可用于手术辅助、康复训练等,提供更安全、精准的医疗服务,减少手术风险,提高手术成功率。军事领域对移动机器人技术的需求也在不断增加,无人地面车辆和飞行器已成为现代军事行动的重要组成部分。这不仅提高了军事任务的执行效率,还降低了人员伤亡的风险,对国家安全具有积极意义。因此,深入研究移动机器人技术对于推动产业升级、提升服务水平、改善医疗质量具有重要的现实意义。

以轮式结构作为移动机构的移动机器人,具备自主行驶能力,通常被称为智能小车或轮式移动机器人(Wheeled Mobile Robot, WMR)。普遍的轮式移动机器人按照轮子数量可以分为单轮、双轮及多轮机器人,如图 1-5 所示。其中,多轮机器人作为轮式机器人中的常见形式,依赖多轮驱动与支持,确保了良好的稳定性。而单轮与双轮机器人属于静态不稳定系统,它们的平衡控制是核心技术问题,这些机器人体积小、重量轻便,并能实现零转弯半径等功能,特别是双轮自平衡机器人因具备这些优势,在特定应用领域得到了广泛使用^[13-15]。



图 1-5 单轮机器人、两轮机器人和多轮机器人

两轮自平衡移动机器人在正常运行时处于动态平衡状态,而在保持静止时则为一个不稳定的欠驱动系统。这类机器人在移动过程中展现了出色的抗干扰能力,它能够依据环境变化所致的干扰程度,实时调整自身的平衡状态,从而保持稳定。这种能力使得它们成为研究非完整欠驱动系统控制问题的理想对象。在实际运动过程中,这些机器人不仅要应对非完整性和欠驱动的内在控制挑战,还需面对外部环境带来的各种不确定因素,如地面摩擦力的变化、负载的动态变化等。这些因素都会对机器人的轨迹跟踪能力造成影响,增加控制策略实施的复杂度^[16-17]。这类移动机器人的控制策略研究是实现高效、准确移动的核心。研究主要聚焦于三个问题:路径跟随、轨迹跟踪以及点镇定^[18-19]。路径跟随涉及到使机器人沿着一条预定、不随时间变化的平滑路径移动,无论机器人以何种速度或从何位置出发,关键是要减小其运动轨迹与期望路径之间的误差。相对而言,轨迹跟踪则更加复杂,因为它要求机器人跟踪的是一条随时间变化的路径,这不仅要求机器人调整其位置以减少与期望轨迹的偏差,还要调整其速度和姿态角速度以达到平衡。与路径跟随和轨迹跟踪相比,点镇定则关注于机器人是否能够稳定地达到并停留在一个特定的目标点。

这些控制问题虽然在目标上有所差异,但本质上都旨在通过合适的控制策略,确保移动机器人能够精准、有效地达到其运动目标^[20]。路径跟随和轨迹跟踪问题在实际应用中尤为重要,因为它们直接关系到机器人在复杂环境中的适应能力和执行任务的能力。本研究聚焦于非完整欠驱动轮式移动机器人的轨迹跟踪控制问题,旨在深入分析机器人技术中的核心控制策略,并为提高机器人运动的效率与准确性提供了理论依据和实践指南。

1.2 国内外研究现状

WMR 在自动化和智能化系统中扮演着至关重要的角色，它们的轨迹跟踪控制算法研究是实现精准移动的关键。移动机器人的控制系统可基于其运动学和动力学模型进行设计，这允许根据不同模型特点来设计相应的控制器，以实现精确的轨迹跟踪。运动学控制器主要关注于减小期望轨迹与实际轨迹之间的误差，它假设机器人处于一个理想状态，简化了控制过程。然而，仅依靠运动学控制器往往难以应对实际环境中的复杂性和不确定性。动力学模型从另一方面提供了一种更加精确地反映机器人运动特性的方法。这种模型考虑了机器人的质量、惯性以及与环境相互作用，因此能更真实地模拟机器人的动态行为。但是，当面对变化多端的外部环境时，单纯依赖动力学模型设计的控制器可能无法满足高精度的要求。因此，研究表明，将动力学和运动学模型结合使用，可以有效地克服单一模型的局限性。这种综合方法不仅能够处理由于系统不确定性引起的问题，还能有效减少抖振现象，提高机器人轨迹跟踪的准确性和稳定性。通过综合考虑这两种模型，研究能够为轮式移动机器人在复杂环境中的高效运行提供坚实的理论基础和实践指导。

1.2.1 移动机器人轨迹跟踪控制研究现状

面对非完整移动机器人的不可积运动约束，实现高精度跟踪控制始终是一项挑战。尽管传统的 PID 控制在轨迹跟踪方面取得了进展，但随着控制需求的增加，其性能已逐渐不足。因此，近年来为了有效解决非完整轮式移动机器人的轨迹跟踪难题，开发了众多控制策略，例如模型预测控制、反步法控制、滑模控制、自适应鲁棒控制及智能控制等方法。本文旨在系统性地回顾和分类现有的移动机器人控制方法，同时简述几种具有代表性的控制策略，包括它们的工作原理及各自的优势和局限性。

（1）模型预测控制

模型预测控制（model predictive control, MPC）是一种基于模型进行预测和优化的先进控制策略。它依赖于预测模型来预测系统的未来动态行为，并使用这些预测来优化控制输入序列，以期实现控制目标的预期变化^[21]。其核心在于

将控制问题转化为优化问题，目标是在给定的时间范围内最小化一个目标函数，从而确定最优的控制策略。

MPC 可根据设计策略的不同分为线性和非线性两大类。文献[22]提出了一种具有非完整约束的 WMR 的最优控制方案，通过对 WMR 误差模型的逐次线性化，采用二次规划(Quadratic programming, QP)求解线性 MPC，从而实现了高效稳定的轨迹跟踪控制。鉴于线性优化无法处理稳定性问题，并且大部分被控系统呈现非线性特性，文献[23]针对机器人的非线性模型，提出了一种非线性模型预测控制(NMPC)算法。该算法在 WMR 上实现了误差最小化和无碰撞的条件下的轨迹跟踪控制，并有效处理了状态约束和输入约束，从而提高了系统的稳定性。文献[24]针对非线性二阶多智能体系统的一致性问题，提出了一种分布式模型预测控制算，保证整个系统的递归可行性和闭环稳定性。文献[25]提出了一种有效的鲁棒模型预测控制器，该方法同时考虑了运动和动态空间模型，实现了全向移动机器人的轨迹跟踪，得到了良好的跟踪性能。文献[26]提出了一种随机模型预测控制方法，引入了软概率约束来处理状态和控制输入的不确定性，并且成本函数旨在同时惩罚跟踪误差和能量消耗，平衡了性能和效率。文献[27]提出了一种具有精确定位波动评估的自适应 MPC，平衡了控制精度和计算效率之间的矛盾。

尽管 MPC 控制策略在移动机器人轨迹跟踪控制研究中已经广泛应用，但仍存在一些待解决的问题。传统 MPC 方法在处理系统外部扰动和参数不确定性方面存在不足，而且采用经验法整定控制参数往往费时费力，效果欠佳。此外，结合其他智能控制算法会使得优化问题过于复杂，占用大量计算资源，因此有必要进一步优化以满足控制系统的实时性要求。

(2) 反步法控制

反步法控制(Backstepping Control, BSC)自 1991 年由 Kanellakopoulos 和 Kokotovic 等人首次提出后，迅速成为线性及非线性系统控制研究的热点^[28]。BSC 是通过将复杂高阶的非线性系统分解成多个简单低阶的子系统，然后基于闭环系统的 Lyapunov 函数从后向前逐步递推，获得最终的反馈控制律，从而达到系统稳定性和性能优化的目的^[29]。在非线性系统控制的领域内，反步法被认为是一种高效的控制方法。该方法通过规范化的设计过程，极大地简化了非线性系统控制器的设计，能够有效地处理系统参数的匹配不确定性。除此之外，它在对抗系统

非匹配不确定性干扰的处理上也表现出色。鉴于其这些显著优势，反步法近年来在非线性和系统控制的研究与应用中得到了广泛的推广和使用。

徐俊艳和张培仁等人通过将反演时变反馈技术与 PID 控制方法结合，设计出了一种实时轨迹跟踪控制器，有效提升了轮式移动机器人的跟踪效果^[30]。文献[31]和[32]关注了轮式移动机器人在参数不确定性条件下的控制问题。通过应用反演控制技术，设计了一种控制器，使得机器人能够沿着预定轨迹行驶，并确保其跟踪误差最终收敛至零。文献[33]提出了一种自适应神经滑模轨迹跟踪控制方法，该方法的设计结合了反步法和积分滑模控制思想，其中的鲁棒项系数可以利用自适应径向基神经网络（RBF）切换增益，从而达到自调整的作用，在消除系统参数不确定性和未知扰动方面起到了不小的作用。文献[34]设计了一种基于反步法的独轮车式移动机器人轨迹跟踪控制器，控制器的设计基于李雅普诺夫定理，用于提供给定轨迹所需的线速度和角速度值，以保证机器人跟踪误差的稳定性。文献[35]中针对轮式移动机器人的轨迹跟踪控制策略提出了一种鲁棒反步控制器，并利用遗传算法改进反步控制器的跟踪性能，取得了有效的成果。尽管如此，反步法在处理轨迹曲率较大的位置时需要较大的加速度，这在实际应用中可能会遇到一些困难。因此，如何在保证轨迹跟踪精度的同时，克服反步法的局限性，成为了亟待解决的问题。

（3）滑模控制

滑模控制（Sliding Mode Control, SMC），亦称变结构控制，是一种独到的非线性控制方式，由苏联的 Emeleyanov 等学者在 1960 年代首次提出。其核心在于控制信号的不连续性和系统“结构”的动态变化能力^[36]。系统结构并非固定不变，而是可以根据当前状态（如偏差及其导数）目的性地调整，使系统按预设的“滑动模态”路径运动。滑模控制的主要优点包括对参数不确定性和外部干扰的高鲁棒性，设计上的灵活性，以及对参数变化和干扰的低敏感度。这些特点使得滑模控制在非线性系统的鲁棒控制中得到广泛应用，具有快速响应、设计简单、易于实现和良好的鲁棒性能等优点。

文献[37]提出了一种针对双轮移动机器人轨迹跟踪的分层滑模控制算法。该研究还引入了一个非线性干扰观测器，用于监测系统内的干扰，并将这些观测数据反馈至分层滑模控制器中实现干扰补偿。这种方法有效减少了控制器的抖动现

象,增强了控制系统的鲁棒性和动态性能。文献[38]中开发了一种针对移动机器人的神经间接滑模控制方法,该方法融合了间接神经适应技术和滑模控制技术,用于补偿移动机器人的动力学特性。这种集成方法确保了移动机器人轨迹跟踪控制系统的稳定闭环运行。文献[39]针对移动机器人双边遥操作问题,提出了一种鲁棒 PD-like 方案,该方案结合了类 PD 控制和滑模控制(SMC)策略,兼顾两种方法的优点,具有较好的鲁棒性。文献[40]中介绍了一种新型的无约束快速非奇异终端滑模面设计,该设计成功规避了奇异性问题,同时保留了滑模控制的优势。总体来说,滑模变结构控制在系统进入滑模面之后展现出良好的抗干扰能力,尽管存在抖振的局限。

(4) 自适应鲁棒控制

自适应鲁棒控制(Adaptive Robust Control, ARC)通常用于参数不确定性的系统,尤其适合处理快速干扰、系统变化和非模型特性,能够在一定程度上保证系统的鲁棒性,即使在面对外部干扰和内部参数变化时也能维持较好的性能。

在现实系统中,往往存在参数的不确定性和外部干扰,为了弥补这些不确定性和干扰对系统的影响,自适应鲁棒控制策略被广泛采用。在文献[41]中,作者针对移动机器人遇到的参数扰动问题,如电机驱动增益和摩擦系数变化,提出了一种自适应控制律,旨在补偿机器人的参数不确定性,从而改善其对预定路径的跟踪精度。文献[42]针对轮式移动机器人的鲁棒自适应轨迹跟踪控制问题,设计了扰动观测器和自适应补偿器,并将其与控制器相结合。通过引入边界层方法,有效减少自适应补偿器可能引入的抖动现象,并基于此提出了一种切换自适应律。这种方法不仅有效衰减了自适应补偿器中的抖动,而且显著增强了控制系统的鲁棒性。文献[43]提出的基于学习的鲁棒自适应轨迹跟踪控制器,通过利用高斯过程回归(GPR)在线估计速度不确定性,并设计鲁棒控制项抵消不确定性影响,实现了轨迹跟踪误差的渐近收敛,而非仅有界性,展现了自适应鲁棒控制在处理不确定性和实现精确轨迹跟踪方面的优势。该控制基于系统不确定性与扰动的最差情况进行控制器设计,对于高速、高精度的应用场合难以达到更好控制性能。但是设计 ARC 控制器时需要预先知道不确定性的上限,可能难以与其他控制方法灵活结合,这就限制其在实际应用中的灵活性^[44-45]。

1.2.2 移动机器人系统控制参数优化研究现状

在控制理论及其应用领域中，参数优化始终是关键的研究主题。由于控制系统复杂性的日益提升，传统的参数优化技术已逐渐不能满足现实应用的多样化需求。因此，研究者们开始探索新的优化方法，以提高控制系统的性能和稳定性^[46]。

在控制系统中，不同的控制策略会对系统性能和成本产生影响。比如，在线性二次调节器（LQR）控制中，可调参数权重矩阵直接影响系统表现。因此，在实际应用中，确定最佳的控制参数以优化系统效果是非常重要的任务。为了解决这一问题，许多研究设计了新型鲁棒控制器，并提出相应的控制参数优化问题，以求得适应不同场景需求下的最优参数值。在这些典型的优化问题中，除了考虑到优化对象外，约束条件也扮演着关键角色。这些约束条件可以通过不等式和等式形式来限定优化对象所处定义域范围。假设优化参数为 $q \in \mathbb{R}^N$ ，约束函数为 $g_i(q) < 0, i=1,2,\dots,I$ 和 $h_j(q)=0, j=1,2,\dots,J$ ，优化目标为 $\mathcal{F}(q)$ ，则优化问题可以表示为

$$\begin{cases} q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \\ g_i(q) < 0, h_j(q) = 0 \\ \min \mathcal{F}(q) \text{ or } \max \mathcal{F}(q) \end{cases} \quad (1-1)$$

其中， $\max(\cdot)$ 和 $\min(\cdot)$ 分别表示求解函数的最大值和最小值。

控制参数优化问题一直是研究的热点。进化算法(EAs)、蚁群算法(ACO)、粒子群算法(PSO)和模拟退火算法(SA)就是其中的几种。然而，EAs 求解最优解的计算量很高，ACO 的收敛时间不可预测，PSO 在某些情况下难以识别最优参数，SA 不能保证全局最优。这些方法难以应用于基于模糊动态系统的最优控制，在这方面，文献[47]提出了一种新型的控制参数优化方法。该方法的核心思想是将模糊集理论和系统理论相结合，从而构建一个基于模糊数的优化问题。模糊集理论是处理不确定性信息的有效工具，它能够描述和处理模糊性和不确定性，使得优化问题能够更好地适应实际控制系统中的不确定性因素。系统理论则为控制系统的分析和设计提供了理论基础，使得优化问题的建立更加科学合理。在该研究中，首先定义了一个与控制代价和系统性能相关的成本函数。这里的成本函数作为优化问题的目标函数，体现了控制系统的各项性能指标，包括稳定性、响

应速度和控制精度等。通过解决基于模糊数的优化问题，能够确定控制器参数的最优配置。这项研究不仅证实了优化问题的最优解的存在性和唯一性，还为控制器参数的优化提供了坚实的理论基础。还有些研究大多只考虑了单参数和单成本函数的情况^[48-49]。在此基础上，其他一些研究进一步扩展了这一优化方法，例如文献[50]中考虑了控制中可调参数的最优选择，通过创造性地应用 Stackelberg 策略来解决优化问题，使得在顺序博弈中，两个参数分别被视为领导者和跟随者，从而实现参数的最优化。这些研究针对不同类型的控制器和不同的控制需求，提出了相应的优化问题并设计了成本函数。文献[51]基于非合作博弈理论，对控制参数进行优化。将待优化参数视为参与者，并设计各参数的性能指标作为其代价函数，通过纳什均衡求解最优结果，从而提高控制性能。

在实际的控制系统中，往往需要同时考虑多个参数和多个性能指标，因此这些优化问题可能无法充分满足实际控制的要求。为了解决这个问题，未来的研究需要进一步发展多参数和多目标的优化方法。这些方法应该能够综合考虑控制系统的各种性能指标，同时优化多个控制参数，以实现更高效、更稳定的控制效果。

1.3 本文主要研究内容

本研究旨在通过博弈论参数优化的方法来解决欠驱动智能平衡移动机器人轨迹跟踪控制的问题，以提高在复杂环境下智能平衡移动机器人轨迹跟踪的精确性和鲁棒性。欠驱动智能平衡移动机器人的复杂结构决定其需要准确的模型、高效的控制策略和对不确定性和外部扰动的强大适应能力。本研究的方法主要包括通过鲁棒控制来减少不确定性的影响，并引入博弈论进行参数优化。通过这种方法，为欠驱动智能平衡移动机器人的轨迹跟踪控制提供了有力支持。

本文的具体研究内容如下：

第一章：介绍了研究的背景和意义，阐述了移动机器人轨迹跟踪控制的研究现状和挑战，最后概述了本文的主要内容和章节安排。

第二章：详细构建了智能平衡移动机器人的两轮控制模型，并推导了运动学和动力学数学模型，为移动机器人轨迹跟踪控制策略提供理论基础。同时，通过 Euler-Lagrange 方法改善动力学模型，为设计有效的动态控制系统做准备。

第三章:提出了一种具有学习型反馈增益自动调整的智能平衡移动机器人车轮不确定性鲁棒位置控制算法。通过 PD 控制框架设计鲁棒控制器,并结合学习进行反馈增益自动调整,优化系统性能。

第四章:针对模糊欠驱动移动机器人的问题,研究了自适应鲁棒轨迹跟踪控制策略,该策略包括机器人的标称模型设计、初始条件偏差的适应性调整,以及针对模型不确定性和外部扰动的鲁棒性处理措施三个部分。通过理论分析和模拟实验验证了所提出的控制策略在实现对移动机器人的有效轨迹跟踪方面的有效性和优越性。

第五章:提出了一种基于模糊集理论和合作博弈理论的系统参数优化方法。通过构造增益参数和性能指标作为博弈参与者的成本函数,寻找 Pareto 最优解,以实现性能指标的最小化,优化整体系统性能。

第六章:对全文进行总结,指出了当前研究中存在的问题和未来的发展方向,展望了智能平衡移动机器人轨迹跟踪控制的未来发展趋势。

各章节之间的主要关系如图 1-1 所示。

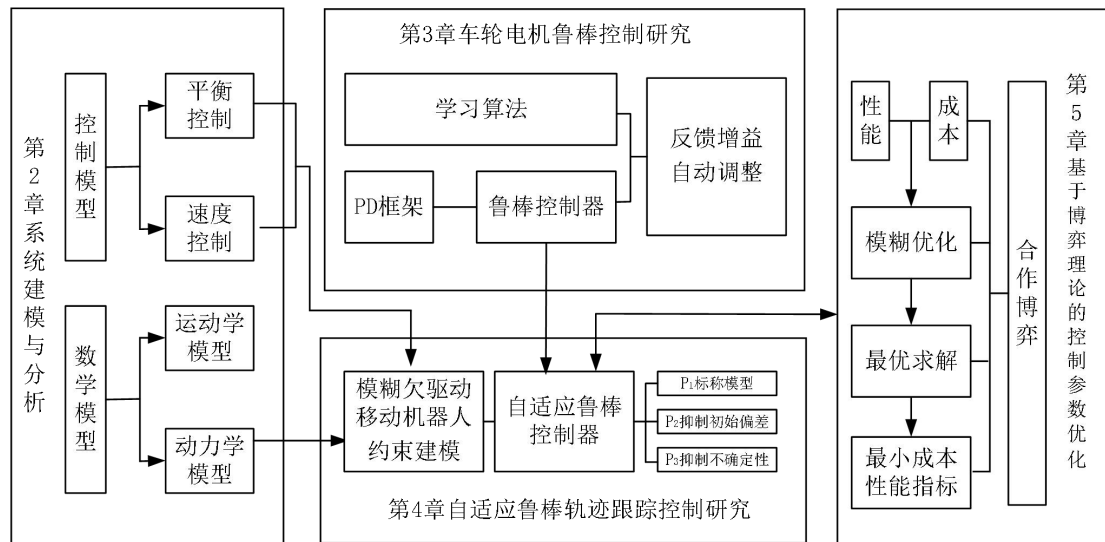


图 1-1 各章节主要研究内容关系示意图

第2章 移动机器人系统建模与分析

2.1 引言

在当前技术迅速进步的背景下，移动机器人作为智能化与机器人技术的关键部分，面临着对其性能尤其是运动控制和环境适应能力方面更高的要求。为了达到这些要求，对移动机器人系统进行精确的建模和分析显得尤为关键。本章节深入分析了两轮自平衡轮式移动机器人的控制模型，包括对其运动学和动力学的建模分析，目的是为移动机器人的设计、控制与优化提供全面的理论基础和实际操作指南，进而推进移动机器人技术的进一步发展与应用。

2.2 智能平衡移动机器人控制模型

2.2.1 智能平衡移动机器人平衡控制

智能平衡移动机器人一种复杂的机械系统，它融合了时变性、非线性、非完整约束以及欠驱动等特点。其设计主要由三大部分组成：轮系、底盘和车身。轮系由两个位于同一轴线上的驱动轮组成，每个轮子通过独立的电机获得动力，假设这里的左右轮均遵循纯滚动的原则。底盘的作用是连接轮系和车身，并安装电子以及控制系统。车身部分则是通过关节与底盘链接的杆状结构，其重心高于轮轴，呈现出天然的不稳定性。其简化机械模型如图 2-1 所示。

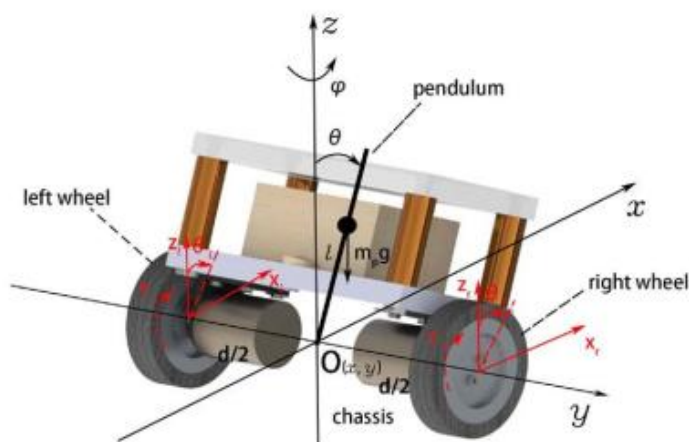


图 2-1 轮式平衡移动机器人简化模型

假设移动机器人的总质量为 M ，其重心距离轴线的高度为 l ，车身相对于垂直面的倾斜角度为 θ 。在进行运动时，需要考虑到机器人的运动加速度 $a(t)$ 以及存在一个角加速度 $F(t)$ ，基于这些假设，并通过相关数学模型和物理原理分析，可以建立其动力学的受力方程，具体表达为公式 (2-1)。

$$l \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = g \sin\theta(t) - a(t) \cos\theta(t) + l \cdot F(t) \quad (2-1)$$

在系统接近达到平衡状态的条件下，角度 θ 可以假定为极小，可以近似简化 $\sin\theta(t)$ 和 $\cos\theta(t)$ 的表达，以便于进行进一步分析，简化形式如式 (2-2) 所示。

$$l \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = g * \theta(t) - a(t) + l * F(t) \quad (2-2)$$

在系统趋向于一个静止的平衡点时，它的加速度 $a(t)$ 理应接近零。此时：

$$l \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = g * \sin\theta(t) + l * F(t) \quad (2-3)$$

基于这样的假设，可以推导出系统的传递函数：

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 - \frac{g}{l}} \quad (2-4)$$

在选择反馈控制器时，可以选用比例积分（PI）、比例微分（PD）或比例积分微分（PID）控制器。考虑到角度控制环节通常使用陀螺仪和加速计采集角度信息，这些设备易受信号噪声和零点漂移的影响。为避免这些误差在积分环节被放大，选择引入比例（P）和微分（D）反馈更为合适。系统传递函数变为公式 (2-5) 的形式。

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{k_2}{l}s + \frac{k_1 - g}{l}} \quad (2-5)$$

此时系统的两个极点可表示为式 (2-6) 形式。

$$s_p = \frac{-k_2 \pm \sqrt{k_2^2 - 4l(k_1 - g)}}{2l} \quad (2-6)$$

根据公式 (2-6) 的推导，当系统参数满足 $k_1 > g$ 且 $k_2 > 0$ 时，系统的两个极点均位于 s 平面的左半平面，从而满足系统稳定性的要求。在整个角度控制回路中，参数 k_1 和 k_2 分别代表了角度和角速度的控制增益。这意味着，角度和

角速度共同作用于控制系统的平衡。由此，可以得出结论：控制系统的平衡是通过同时考虑角度和角速度的实时反馈来实现的。这种综合利用角度和角速度信息的控制方法，确保了控制系统能够有效地进行平衡调节，以适应不同工作条件下的要求。

考虑到控制器的离散特性，需要对控制结论进行相应调整。可以通过分析平衡规律来得出类似的结论。首先，控制量的生成是由于倾角的变化：当机器人前倾时，车轮应向前移动以恢复平衡；后倾时，则车轮应向后移动。这表明电机控制量与倾角之间存在直接比例关系。当倾角 θ 为 0 时，根据上述理论，控制量 x 也应为 0。但实际上，由于车体绕轴转动时存在转动惯量，这种惯性作用会导致即使倾角为零时车体也不能自然维持平衡状态，需要引入阻尼力来辅助保持平衡。

因此，智能平衡移动机器人的平衡控制需满足以下条件：

- 控制量应与机器人的倾角成正比，以实现对其倾斜的主动纠正。
- 当不存在倾角（即 $\theta = 0$ ）时，应考虑到由转动惯量引起的动态效应，引入阻尼力以防止过冲或振荡，从而实现稳定平衡。

根据上面两个条件，可以搭建如下数学模型如式（2-7）所示。

$$a = k_1\theta + k_2\theta' \quad (2-7)$$

式中， a 代表加速度， k_1 代表控制器的回复力系数（ $k_1 > g$ ）， k_2 代表控制器的阻尼力系数（ $k_2 > 0$ ）。因此，可以从理论上说明平衡移动机器人的平衡控制是可以通过搭建上述的数学模型来实现。数学模型的实现控制框图如图 2-2 所示。

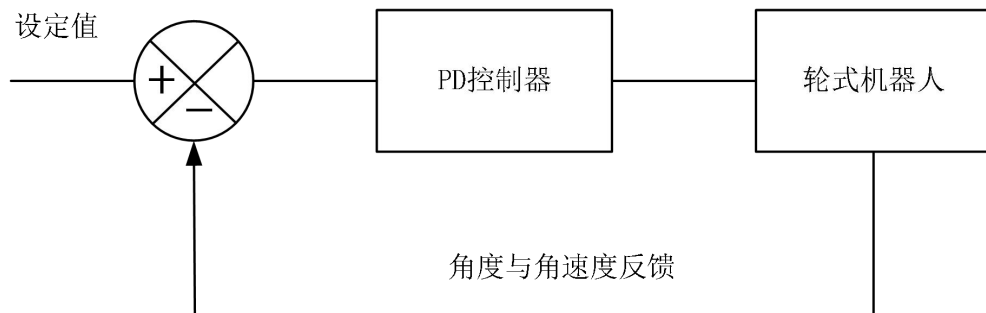


图 2-2 平衡移动机器人控制框图

在本研究中输出 X 轴角速度信号和车身绕 X 轴的角度信号作为直立环平衡控制器的输入，经过平衡控制器后的输出信号控制智能平衡移动机器人两轮电机，控制电机的平衡，平衡控制模型如图 2-3 所示。

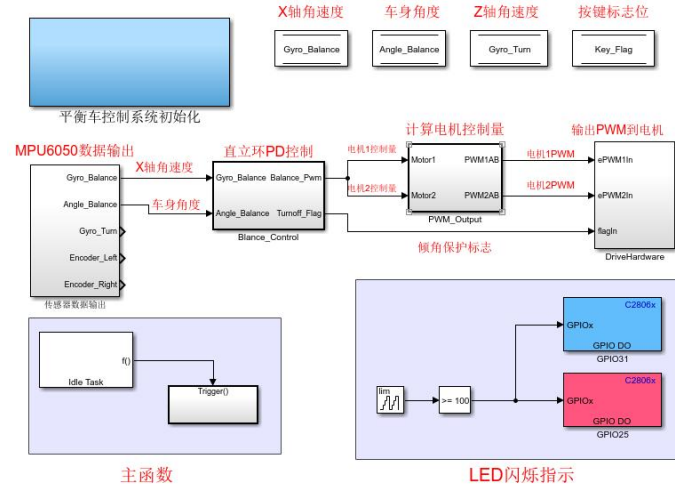


图 2-3 平衡控制模型

2.2.2 智能平衡移动机器人速度控制

智能平衡移动机器人的速度通过改变其车体的倾斜角度来调节。具体来说，调整倾角可以使机器人加速或减速，从而达到速度调整的目的。在实践中，这种倾角调节最终转化为对电机转速的控制，以此来调整车轮的速度，确保机器人的运动速度与倾角调整相匹配，实现平稳且精确的速度控制。

- 当需要提升平衡移动机器人向前的行进速度时，应该增加机器人的前倾角度。随着倾角的增加，为了维持平衡，车轮需在直立控制的作用下向前移动，从而使得速度提高。

- 当需要降低平衡移动机器人向前的行进速度时，应减小机器人的前倾角度。倾角减小后，车轮在直立控制的影响下减慢速度以维持机器人的平衡状态。

由上述可知，可搭建数学模型如式（2-8）和式（2-9）所示。

$$a = k_p * (\theta - x_1) + k_d * \theta' + \theta' \quad (2-8)$$

$$x_1 = k_{p1} * e(k) + k_{i1} * \sum e(k) \quad (2-9)$$

式中， θ 代表倾角， θ' 代表角速度， $e(k)$ 是实际速度与设定速度之间的偏差，而对 $\sum e(k)$ 的偏差求和则代表积分项，用于累积速度偏差，从而在控制系统中实

现积分效果，以消除稳态误差。因此，可以从理论上说明平衡移动机器人的速度控制是可以通过搭建上述的数学模型来实现。数学模型的实现控制框图如图 2-4 所示。

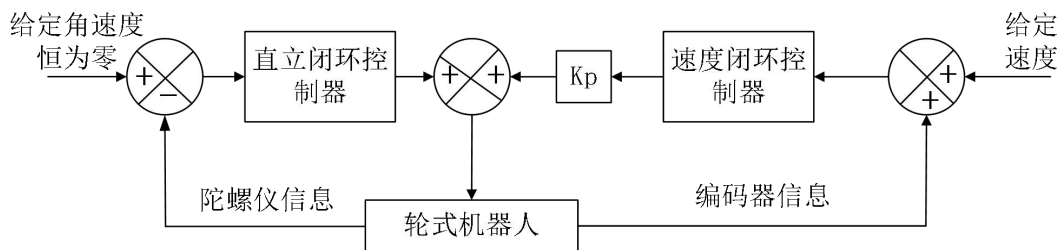


图 2-4 速度控制数学模型

在这种设置中，速度反馈主要通过读取编码器信号，利用 eQEP（enhanced Quadrature Encoder Pulse）功能模块来实现。从图中可以观察到，原本用于直立平衡的输入量现在转变为速度控制的输出量，这样的配置构建了一个串级控制系统。在这个系统中，速度控制层次作为外环，负责调整倾角，而直立平衡控制则作为内环，确保机器人的平衡状态，二者协同工作实现精确的速度和平衡控制。速度环平衡控制模块子系统，如图 2-5 所示。

编码器采集实际速度和给定速度的偏差经过左边的滤波，然后分两路，一路向下，进行 P 控制，另一路经过离散积分进行 D 控制，两路控制信号叠加，以 int16 型数据输出。

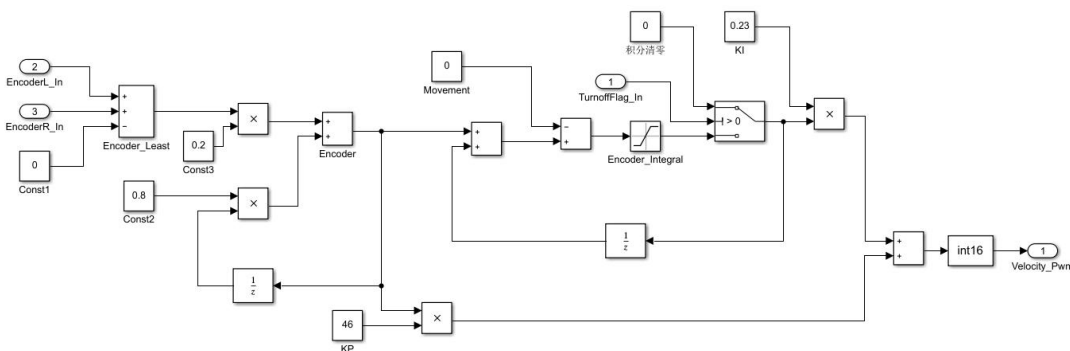


图 2-5 速度环平衡控制模块子系统

2.3 智能平衡移动机器人数学模型

为了深入研究智能平衡移动机器人的运动平衡控制问题, 首步需构建其数学模型, 涉及运动学和动力学两个方面。通常, 通过分析平衡移动机器人的运动规

律可以建立其运动学模型。而在动力学模型的构建上,基于 Euler-Lagrange 方法,视系统为一个统一整体,通过拉格朗日方程直接导出平衡移动机器人的动力学模型。这种方法的主要优势在于能够充分考虑到系统内各变量间的耦合效应。

2.3.1 运动学模型

在本研究中,专注于分析智能平衡移动机器人在一个水平的二维平面内的运动特性。假定平衡移动机器人的质心恰好位于其轮轴中央,并将该点定义为系统的参考坐标点。在建模过程中,地面坐标系的 Z 轴被定义为指向重力加速度 g 的反方向。由于构建一个完全精确的数学模型极其困难,基于多刚体系统特性,采纳了一些简化的建模假设,以便模型能更便于实际应用。这些假设具体如下:

- (1) 底盘和摆杆被假定为均质刚体,它们的质心都设定在各自的几何中心。
- (2) 机器人设计上保证结构对称,即关于连接两轮的轴线实现左右及前后对称,这样做是为了确保车体的质心直接位于对称轴上,有利于保持和恢复平衡。
- (3) 在直线运动状态下,机器人维持摆动角度为零。而在转向运动过程中,设计要求机器人同样避免出现前后的倾斜现象,确保其在转向时能够保持稳定的直立姿态。
- (4) 摆杆摆动时,不考虑其与固定轴之间的摩擦,忽略传动机构中的齿轮间隙和摩擦。

为了便于后续分析,此处给出智能平衡移动机器人的系统参数和系统变量定义,如表 2-1 所示,下同。

在纯滚动且无滑动的情况下,平衡移动机器人通常受到非完整约束的影响,如式 (2-10) 所示,因此该系统是一个典型的非完整系统。

$$\begin{cases} -\dot{x} \sin \varphi + \dot{\psi} \cos \varphi = 0 \\ \dot{x} \cos \varphi + \dot{y} \sin \varphi = v \end{cases} \quad (2-10)$$

移动机器人的前进速度被定义为左右两个轮子速度的平均值:

$$v = \frac{v_r + v_l}{2} \quad (2-11)$$

这意味着如果两个轮子以相同的速度旋转,机器人将直线前进;如果两轮速度有差异,机器人将进行转向或曲线运动。在这种定义下,确保左右轮速度协调

是控制机器人平稳直线运动或有效转向的关键。

表 2-1 平衡移动机器人的系统参数和系统变量表

变量和参数	物理意义	单位
φ	车辆的转动角	rad
x_v	沿运动方向的纵向	m
θ	车辆的倾斜角	rad
m_P	车身的倒摆质量	Kg
m_c	底盘的质量	Kg
m_w	每个轮子的质量	Kg
J_v	底盘和摆绕 z 轴的转动惯量	$Kg \cdot m^2$
J_c	底盘绕 y 轴的转动	$Kg \cdot m^2$
J_w	车轮绕 y 轴的转动	$Kg \cdot m^2$
l	从车身重心到车轮	m
r	车轮半径	m
d	两轮之间沿轴线中心的距离	m
g	重力加速度	m/s^2
$v_{l,r}$	左右车轮速度	m/s
$\tau_{l,r}$	左右车轮输出力矩	$N \cdot m$

机器人进行圆周运动时，航向角累计变化 360 度，表示它确实围绕轨迹的圆心旋转了 360 度。在这样的运动中，机器人绕圆心 O 的转角 φ 可以依据连续或近似连续的时间间隔计算得出。如果考虑相邻两个时刻间隔极短，那么在这两时刻间的角度变化 φ 将会相对较小，可以通过差分或者微分的方式来近似计算，如公式(2-12)所示。这样的计算方法允许精确追踪机器人在圆周运动中的航向角变化，为进一步的控制和分析提供依据。

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t} = \frac{v_r - v_l}{2d} \quad (2-12)$$

因此可以推出移动机器人圆弧运动的半径，如式（2-13）所示：

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{2d \cdot (v_r + v_l)}{2(v_r - v_l)} \quad (2-13)$$

公式（2-13）表明当左轮速度等于右轮速度时，机器人的转弯半径趋向于无限大，这实际上对应于直线运动。在这种情况下，没有差速，机器人不会围绕某个圆心转弯，而是沿着直线前进。综合起来，得到左右轮速度和车体质心运动之

间的关系：

$$\begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2d & -1/2d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r \\ v_l \end{pmatrix} \quad (2-14)$$

根据运动过程中矢量关系知：

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \times \cos \varphi \\ \dot{y} &= v \times \sin \varphi \\ \dot{\varphi} &= \omega = \frac{v_r - v_l}{2l} \end{aligned} \quad (2-15)$$

写成矩阵形式如式(2-16)所示：

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (2-16)$$

于是得到运动学方程如下：

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 \\ \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2d & -1/2d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_r \\ v_l \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

2.3.2 动力学模型

本节选择使用拉格朗日方程来建立动力学模型，主要基于以下理由：首先，拉格朗日方法基于能量关系进行推导，其过程不仅简化了向量间能量的计算，而且相较于牛顿-欧拉方程来说，更加直观简洁。其次，该方法采用广义坐标描述系统的自由度，使得模型的表达更为简洁明了。最后，拉格朗日方法能够在不考虑内部约束力的情况下直接建立系统的动态方程，简化了模型构建过程。

(1) 系统动能

总动能 T 由机器人与车身的平动和转动动能组成。如果考虑到轮子的转动，则左右车轮的平动和转动动能 T_1 可以写为：

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_l^2 + \dot{\theta}_r^2) + \frac{1}{2} m_w (v_l^2 + v_r^2) \\ &= J_w \left(\frac{v}{r} \right)^2 + m_w v^2 + \frac{1}{4} \left(m_w + \frac{J_w}{r^2} \right) d^2 \omega^2 \end{aligned} \quad (2-18)$$

底盘的平动和转动总动能 T_2 为：

$$T_2 = \frac{1}{2} m_c v^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_v \dot{\phi}^2 \quad (2-19)$$

车身的平动和转动动能之和 T_3 为:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_p (v + l\dot{\theta} \cos \theta)^2 + \frac{1}{2} m_p (-l\dot{\theta} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} m_p (l \sin \theta)^2 \dot{\phi}^2 \quad (2-20)$$

于是, 系统总的动能为

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (2-21)$$

(2) 系统势能

势能 V 主要由摆杆的倾斜产生, 可以表示为把轮轴的中心点作为零势能点, 则系统的势能 V 为

$$V = m_p g l \cos \theta \quad (2-22)$$

(3) 系统广义力

对于两轮自平衡机器人, 左轮和右轮的驱动力矩可以分别表示为 τ_l 和 τ_r 。在这个系统中, 广义力通常指的是这些驱动力矩对系统动力学影响的综合表达。广义力的概念在这里用于描述对系统动力学产生影响的所有力矩, 而不仅限于单个力矩或者特定的力学量。

两轮自平衡机器人左轮和右轮的驱动力矩分别为 τ_l 和 τ_r , 系统的广义力为

$$F = B\tau \quad (2-23)$$

式中, $\tau = (\tau_l + \tau_r)^T$ 。

根据 Lagrange 方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\chi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \chi} = F \quad (2-24)$$

令 $x(t) = [\varphi(t), x_v(t), \theta(t)]^T$ 为广义坐标向量。将 (2-23) 代入, 可以得到智能平衡移动机器人动力学模型为:

$$H(\chi(t), \sigma(t), t) \ddot{\chi} = Q(\chi(t), \dot{\chi}(t), \sigma(t), t) + B\tau \quad (2-25)$$

式中, $t \in R$ 是时间, $\chi \in R^n$ 是广义坐标, $\dot{\chi} \in R^n$ 是速度, $\ddot{\chi} \in R^n$ 是加速度, $\sigma \in R^p$ (可能快速时变) 是不确定参数。 $H(\cdot) \in R^{n \times n}$ 为惯性矩阵, $Q(\cdot) \in R^n$ 表示施加在控制需求被释放的系统上的已知力, $\tau \in R^m$ 为控制输出, $B \in R^{n \times m}$ 为控制

系数矩阵, $H(\cdot)$, $Q(\cdot)$ 和 B 具有适当的维数, 并且, 函数 $H(\cdot)$ 和 $Q(\cdot)$ 是连续的 (这可以推广为 Lebesgue 可测的 t)。其中

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & 0 & 0 \\ 0 & H_{22} & 0 \\ 0 & 0 & H_{33} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ Q_{22} \\ Q_{33} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} \tau_l \\ \tau_r \end{pmatrix}, \quad H_{11} = \frac{2rJ_\varphi}{d},$$

$$H_{22} = \frac{m_v J_\theta r - m_p^2 l^2 r \cos^2(\theta)}{J_\theta}, \quad H_{33} = \frac{[m_v J_\theta - m_p^2 l^2 r \cos^2(\theta)] \sec(\theta)}{m_p l},$$

$$Q_{22} = m_p l r \dot{\theta}^2 \sin(\theta) - \frac{m_p^2 l^2 g r \sin(2\theta)}{2J_\theta},$$

$$Q_{33} = m_v g r \tan(\theta) - m_p l r \dot{\theta}^2 \sin(\theta),$$

$$J_\theta = m_p l^2 + J_c, \quad J_\varphi = J_v + \frac{\left(m_v + \frac{J_w}{r^2}\right) d^2}{2},$$

$$m_v = m_c + m_p + 2\left(m_w + \frac{J_w}{r^2}\right).$$

2.4 本章小结

本章主要集中于智能平衡移动机器人的模型构建, 详尽地搭建了两轮移动机器人的控制模型, 并推导出其运动学和动力学模型。通过这些模型, 可以更深入地理解和预测机器人的行为和响应, 为进一步的控制策略设计和系统优化提供了坚实的理论基础。同时, 利用 Euler-Lagrange 方法改善了动力学模型, 这将助力于后续设计有效的动态控制系统。

第3章 移动机器人车轮电机鲁棒控制研究

3.1 引言

为了实现智能平衡移动机器人系统的高效运作，确保其轨迹跟踪控制精准性是至关重要的。轨迹跟踪的准确性直接影响到平衡车的稳定性和安全性，尤其是在复杂的运行环境和动态变化的任务要求下。在智能平衡移动机器人的控制系统中，车轮电机的控制算法扮演着核心角色。电机的精确控制不仅保证了车辆能够响应精确的指令，还确保了在各种路面条件和外界干扰下车辆能够保持稳定。鉴于此，本章研究聚焦于车轮电机的鲁棒控制算法，旨在通过提高电机控制的准确性来增强整个车辆的轨迹跟踪性能。

为了实现这一目标，本章提出了一种具有学习型反馈增益自动调整的车轮电机不确定性鲁棒位置控制算法。该算法在 PD 控制框架下，基于模型和误差设计了鲁棒控制器，动态模型的所有不确定性都用具有上限的函数表示克服了参数变化和未建模动态带来的不确定性。然后通过学习进行反馈增益自动调整，从而迭代地自动调整控制反馈增益，优化系统的期望性能。最后，利用 Lyapunov 极小极大方法，证明了所提出的控制器既满足一致有界，又满足一致最终有界。

3.2 车轮电机鲁棒控制

3.2.1 系统建模

为了测试两轮智能平衡移动机器人的电机特性，采用了一种特定的实验设置，可以称之为“倒置测试”或“倒立测试”，如图 3-1 所示。在这种设置下，小车被倒立放置，以便其轮子可以自由旋转而不受地面摩擦力的影响。这样可以单独测试电机的性能，包括转矩输出、响应速度、以及控制系统的精确性，而不受车体平衡控制和地面交互的复杂因素影响。此外，倒立放置的测试方法允许研究人员在不同载荷和操作条件下，准确地测量和记录电机的动态响应。此时车轮电机的动力学模型可以表示为

$$H(\Theta)\ddot{\Theta} + C(\Theta, \dot{\Theta})\dot{\Theta} + G(\Theta) = \tau \quad (3-1)$$

其中, $\Theta \triangleq (\Theta_1, \Theta_2)^T$ 表示左右两个车轮的转动角, $\tau \triangleq (\tau_1, \tau_2)^T$ 表示左右两个车轮

的扭矩。假设惯性矩阵 H 是非奇异的且由下面式子给出: $H \triangleq \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$,

$$H_{11} = (2m_1 + m_2) r^2 + 2I_1, \quad H_{12} = H_{21} = m_2 l r \cos(\Theta_2), \quad H_{22} = m_2 l^2 + I_2。$$

r 是轮子的半径, l 是轮子轴和钟摆质心之间的距离, g 是重力加速度, m_1 和 m_2 分别为左和右车轮的质量, I_1 和 I_2 分别为左车轮和右车轮的转动惯量。

离心力和科式力项矩阵 C 由下式给出: $C(\Phi, \dot{\Theta}) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -m_2 l r \sin(\Theta_2)(\dot{\Theta}_2) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

重力向量定义为 $G = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 l g \sin(\Theta_2) \end{bmatrix}$, g 为地球引力常数。

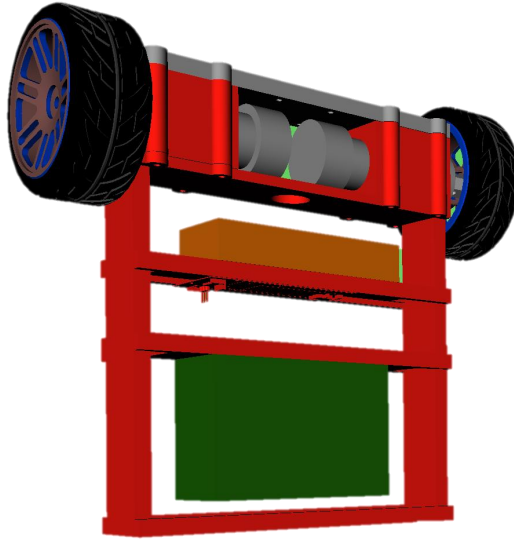


图 3-1 倒置测试实验示意图

考虑模型 (3-1) 在实际使用中存在如下不确定情形:

$$H(\Theta)\ddot{\Phi} + C(\Phi, \dot{\Theta})\dot{\Theta} + G(\Phi) + \Xi(t) = \tau \quad (3-2)$$

不确定性未知扰动 $\Xi(t) = (\Xi_1, \Xi_2)^T$, 且满足 $\|\Xi(t)\| \leq \Xi_{\max}, \forall t$ 。

在这种情况下, 将模型 (3-2) 考虑成如下结构的仿射不确定非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \Delta f(x) + g(x)u, x(0) = x_0 \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3-3)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$ 是状态, $u \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入, $y \in \mathbb{R}^p$ 是被控输出, x_0 是给定的有限初始条件, Δf 表示模型中含有不确定性的未知矩阵或向量。向量场 $f, \Delta f, g$ 的列和函数 h 满足如下假设。

假设 1: $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 和 $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ 的列是有界集合 $X \subset \mathbb{R}^n$ 上的 C^∞ 向量场, $h(\bullet)$ 是 X 上的 C^∞ 函数, 向量场 $\Delta f(\bullet)$ 是 X 上的 C^1 函数。

假设 2: 系统 (3-2) 在每个点 $x^0 \in X$ 上具有明确的阶数, 即 $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$, 且该系统可以进行如下形式的线性化: $\sum_{i=1}^m r_i = n$ 。

假设 3: 不确定向量函数 $\Delta f(\bullet)$ 满足 $\|\Delta f(x)\| \leq \Psi(x) (\forall x \in X)$, 其中 $\Psi(x)$ 是一个光滑的非负函数。

在假设 2 和标称条件下, 即 $\Delta f=0$, 系统 (3-3) 可以写成如下形式:

$$y^{(r)}(t) = b(x(t)) + A(x(t))u(t) \quad (3-4)$$

其中, $y^{(r)}(t) \triangleq (y_1^{(r_1)}(t), y_2^{(r_2)}(t), \dots, y_p^{(r_p)}(t))^T$, 且 b, A 是 f, g, h 的函数, A 在 X 上是非奇异的。

若考虑标称模型 (3-4), 可以定义一个虚拟输入向量 v , 令 $v(t) = b(x(t)) + A(x(t))u(t)$ 。

则可以得到虚拟的线性输入-输出映射:

$$y^{(r)}(t) = v(t) \quad (3-5)$$

对应的, 此时系统的镇定输出反馈为:

$$u_o = A^{-1}(x)(v_s(t, x) - b(x)), v_s = (v_{s1}, \dots, v_{sp})^T \quad (3-6)$$

$$v_{si}(t, x) = y_{i_d}^{(r_i)} - K_{r_i}^i (y_{r_i}^{(r_i-1)} - y_{i_d}^{(r_i-1)}) - \dots - K_1^i (y_i - y_{i_d}), i \in \{1, \dots, p\} \quad (3-7)$$

设跟踪误差 $\phi_i(t) = y_i - y_{i_d}$, 则得到系统的跟踪误差为

$$\phi_i^{r_i}(t) + K_{r_i}^i \phi_i^{r_i-1}(t) + \dots + K_1^i \phi_i(t) = 0, i \in \{1, \dots, p\} \quad (3-8)$$

通过整定增益 $K_j^i (i=1, \dots, p, j=1, \dots, r_i)$, 使得 (3-8) 中的多项式都是赫尔维茨的, 于是可以得到跟踪误差 ϕ_i 的全局渐近收敛。

设计的目标是设计一个含有反馈的控制器, 以确保不确定模型的输出跟踪误

差的一致有界性，并且镇定反馈增益 K 能够在线迭代自动调整，这里自动调整的意义是为了性能优化。为了实现这个控制目标，进行如下工作：首先设计鲁棒控制器来确保跟踪误差是动态的有界限的。然后将其与无模型学习算法相结合，从而迭代的自动调整控制器的反馈增益。

3.2.2 鲁棒控制器设计

考虑系统进行位置跟踪控制，假设期望轨迹的角度为 Θ_d 、角速度为 $\dot{\Theta}_d$ 和角加速度为 $\ddot{\Theta}_d$ ， Θ_d 在 $[t_0, \infty]$ 连续二阶可导，并且它们是一致有界的。

令 $\phi(t) = \theta(t) - \theta_d(t)$ ，则有 $\dot{\phi}(t) = \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t)$ ， $\ddot{\phi}(t) = \ddot{\theta}(t) - \ddot{\theta}_d(t)$ 。将动力学模型(3-2)改写成 (3-4) 式的形式，对应的 $A=H^{-1}$ ， $b=H^{-1}(C\dot{\Theta}+G)$ 。再根据上节的建模分析，于是可以写出如下含有输出反馈 v_s 的鲁棒控制器：

$$\begin{aligned} \tau = & H(\Theta_d + \phi, \sigma, t)v_s + C(\Theta_d + \phi, \dot{\Theta}_d + \dot{\phi}, \sigma, t)(\dot{\Theta}_d + \dot{\phi}) \\ & + G(\Theta_d + \phi, \sigma, t) + \left(\frac{\partial V}{\partial \dot{\Theta}_1}, \frac{\partial V}{\partial \dot{\Theta}_2}\right)^T K \|H^{-1}\|_F (\varpi \zeta_{\max} \sqrt{\dot{\Theta}_1^2 + \dot{\Theta}_2^2} + \Delta_{\max}) \end{aligned} \quad (3-9)$$

根据上面的公式 (3-6) 和 (3-7) 可以得到

$$v_s = \ddot{\Theta}_d - K_d(\dot{\Theta} - \dot{\Theta}_d) - K_p(\Theta - \Theta_d) \quad (3-10)$$

其中 $K_d = \text{diag}(k_{d1}, k_{d2}) > 0$ ， $K_p = \text{diag}(k_{p1}, k_{p2}) > 0$ 。其中 K_p 为比例控制参数， K_d 为微分控制参数。这些控制参数来自传统的 PID 控制。

事实上，由于模型参数的变化和动力学未建模部分以及系统中存在不确定性，无法得到精确的模型特征矩阵。因此，动力学模型特征矩阵可分为名义部分和不确定部分。

$$\begin{cases} H(\Theta_d + \phi, \sigma, t) = \hat{H}(\Theta_d + \phi, t) + \Delta H(\Theta_d + \phi, \sigma, t) \\ C(\Theta_d + \phi, \dot{\Theta}_d + \dot{\phi}, \sigma, t) = \hat{C}(\Theta_d + \phi, \dot{\Theta}_d + \dot{\phi}, t) + \Delta C(\Theta_d + \phi, \dot{\Theta}_d + \dot{\phi}, \sigma, t) \\ G(\Theta_d + \phi, \sigma, t) = \hat{G}(\Theta_d + \phi, t) + \Delta G(\Theta_d + \phi, \sigma, t) \end{cases} \quad (3-11)$$

其中 $\hat{H}(\cdot)$ ， $\hat{C}(\cdot)$ ， $\hat{G}(\cdot)$ 为相应矩阵/矢量的确定性项，而含有不确定性的名义部分 $\Delta H(\cdot)$ ， $\Delta C(\cdot)$ 和 $\Delta G(\cdot)$ 则取决于 σ ，它是系统中的不确定参数，而且是时变的。

满足式子 (3-9) 的动力学模型控制器还具有如下的基本性质：

性质 1: 对于机器人系统 $H(\Theta, \sigma, t)$ 是对称正定有界的矩阵，存在标量常数

$\bar{\mu}_{\max} \geq \underline{\mu}_{\min} \geq 0$ ，对于所有的 $(\Theta, \sigma, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ 使得：

$$\bar{\mu}_{\max} I \geq H(\Theta, \sigma, t) \geq \underline{\mu}_{\min} I \quad (3-12)$$

I 是单位矩阵， $\bar{\mu}_{\max}$ 和 $\underline{\mu}_{\min}$ 是能确定的标量。

性质 2： 矩阵 $S(\Theta, \dot{\Theta}, \sigma, t) = \dot{H}(\Theta, \sigma, t) - 2C(\Theta, \dot{\Theta}, \sigma, t)$ 是斜对称矩阵， $\dot{H}(\Theta, \sigma, t)$ 是 $H(\Theta, \sigma, t)$ 关于时间的导数，对于 $\gamma \in \mathbb{R}^n$ 都有：

$$\gamma^T S \gamma = 0 \quad (3-13)$$

对于给定的 $S = \text{diag}[s_i]_{n \times n}$, $s_i > 0$ ，假定模型不确定性的边界为标量 d ，并将所有的不确定性都放入 Ξ 函数中，则有如下关系：

$$\|\Xi(\phi, \dot{\phi}, \sigma, t)\| \leq d(\phi, \dot{\phi}, \sigma, t) \quad (3-14)$$

式子中

$$\begin{aligned} \Xi(\phi, \dot{\phi}, \sigma, t) = & -\Delta H(\Theta_d + \phi, \sigma, t)(\ddot{\Theta}_d - S\dot{\phi}) \\ & -\Delta C(\Theta_d + \phi, \dot{\Theta}_d + \dot{\phi}, \sigma, t)(\dot{\Theta}_d - S\dot{\phi}) - \Delta G(\Theta_d + \phi, \sigma, t) \end{aligned} \quad (3-15)$$

到目前为止要解决的问题是设计一个控制律，以确保跟踪误差在预定的边界内，定义标称系统误差：

$$\underline{\phi}(t) = [\phi(t) \quad \dot{\phi}(t)]^T \quad (3-16)$$

控制器设计还应使 $\underline{\phi}(t)$ 渐近稳定，设计控制器为：

$$\tau = \hat{H}(\ddot{\Theta}_d - S\dot{\underline{\phi}}(t)) + \hat{C}(\dot{\Theta}_d - S\underline{\phi}(t)) + \hat{G} - K_p \underline{\phi}(t) - K_d \dot{\underline{\phi}}(t) - \kappa(\dot{\underline{\phi}}(t) + S\underline{\phi}(t))d^2 \quad (3-17)$$

控制器的设计考虑到了标称系统的跟踪误差 $\underline{\phi}(t)$ 以及系统不确定性。在控制器设计中，前五项通常用于描述和控制标称系统——也就是假设没有不确定性时的理想系统行为。而控制器的最后一项则专门用于补偿实际系统中可能存在的不确定性。其中 κ 是可调的常数变量，且 $\kappa > 0$ 。

尽管系统具有模型不确定性，控制的任务是跟踪期望输出轨迹，并且存在反馈增益 $k_{d1}, k_{d2}, k_{p1}, k_{p2}$ ，手动整定增益也是十分耗时的。在这种设定下，一个能够在调整期间，同时保证系统稳定的增益自动调整是非常重要的，常常被工业界称为自动整定。

为此，首先必须定义一个合适的学习成本函数，用来描述控制器的期望性能。

由于最终控制目标是输出位置跟踪，因此选择如下跟踪成本函数：

$$Q(\psi(\alpha)) = \int_{(I-1)t_f}^{It_f} \phi\psi^T(t)C_1\phi\psi(t)dt + \int_{(I-1)t_f}^{It_f} \phi\dot{\psi}^T(t)C_1\phi\dot{\psi}(t)dt \quad (3-18)$$

其中， $I=1,2,\dots$ 表示迭代的次数， t_f 是每次迭代发生的有限区间长度， $C_1 = \text{diag}(c_{11}, c_{12}) > 0$ ， $C_2 = \text{diag}(c_{21}, c_{22}) > 0$ ， $\phi\psi = (\Theta_1 - \Theta_{1d}, \Theta_2 - \Theta_{2d})$ 。 α 是优化的变量，也是向量形式的，定义 $\alpha = (\eta k_{p1}, \eta k_{d1}, \eta k_{p2}, \eta k_{d2})$ ，因此反馈增益可以写为

$$\begin{aligned} k_{p1} &= k_{p1\text{nominal}} + \eta k_{p1} \\ k_{d1} &= k_{d1\text{nominal}} + \eta k_{d1} \\ k_{p2} &= k_{p2\text{nominal}} + \eta k_{p2} \\ k_{d2} &= k_{d2\text{nominal}} + \eta k_{d2} \end{aligned} \quad (3-19)$$

其中， $k_{di\text{nominal}}, k_{pi\text{nominal}} (i=1,2)$ 表示控制器的标称增益。

基于这个学习成本函数和 MES 算法（参见 Ariyur[52]和 Krstic[53]），ES 非线性动态系统可以基于时间上的平均近似方法来线性化处理。使用该方法，可以得到增益的变化量为：

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k_{p1}} &= m_{k_{p1}} \sin(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}) Q(\psi(\alpha)) \\ \eta \hat{k}_{p1} &= x_{k_{p1}}(t) + m_{k_{p1}} \sin(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3-20)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k_{d1}} &= m_{k_{d1}} \sin(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}) Q(\psi(\alpha)) \\ \eta \hat{k}_{d1} &= x_{k_{d1}}(t) + m_{k_{d1}} \sin(\omega_2 t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3-21)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k_{p2}} &= m_{k_{p2}} \sin(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}) Q(\psi(\alpha)) \\ \eta \hat{k}_{p2} &= x_{k_{p2}}(t) + m_{k_{p2}} \sin(\omega_3 t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3-22)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k_{d2}} &= m_{k_{d2}} \sin(\omega_4 t - \frac{\pi}{2}) Q(\psi(\alpha)) \\ \eta \hat{k}_{d2} &= x_{k_{d2}}(t) + m_{k_{d2}} \sin(\omega_4 t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3-23)$$

$$\begin{aligned}\eta k_{pj} &= \hat{\eta} \hat{k}_{pj}((I-1)t_f), (I-1)t_f < t < It_f, j \in \{1, 2\}, I = 1, 2, \dots \\ \eta k_{dj} &= \hat{\eta} \hat{k}_{dj}((I-1)t_f), (I-1)t_f < t < It_f, j \in \{1, 2\}, I = 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (3-24)$$

其中 $m_{k_{p1}}, m_{k_{d1}}, m_{k_{p2}}, m_{k_{d2}}$ 为正数。

3.2.3 算法稳定性证明

利用 Lyapunov 候选函数来分析验证上节所提控制算法的稳定性，因为机器人系统存在阻尼，系统的能量一直在衰减，因此需要证明 $V(e)$ 正定同时递减。首先选择如下的 Lyapunov 函数：

$$V(\underline{\phi}, t) = \frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T H(\phi + \Theta_d(t))(\dot{\phi} + S\phi) + \frac{1}{2}\phi^T (K_p + SK_d)\phi \quad (3-25)$$

先证明 $V(e)$ 正定。根据公式 (3-12) $H(\Theta, \sigma, t) \geq \underline{\mu}_{\min} I$ ， H 是有界的，因而：

$$\begin{aligned}V &\geq \frac{1}{2}\underline{\mu}_{\min} \|\phi + S\dot{\phi}\|^2 + \frac{1}{2}\phi^T (K_p + SK_d)\phi \\ &= \frac{1}{2}\underline{\mu}_{\min} (\dot{\phi}^2 + 2S\dot{\phi}\phi + s^2\phi^2) + \frac{1}{2}(k_p + sk_d)\phi^2 = \frac{1}{2}[\phi \ \dot{\phi}] \underline{\Psi} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3-26)$$

这里 $\underline{\Psi} = \begin{bmatrix} \underline{\mu}_{\min} s^2 + k_p + sk_d & \underline{\mu}_{\min} s \\ \underline{\mu}_{\min} s & \underline{\mu}_{\min} \end{bmatrix}$ 。 $\underline{\Psi} > 0$ 很容易被证明。定义

$V \geq \frac{1}{2}\rho_{\min} \underline{\Psi}(\phi^2 + \dot{\phi}^2) \geq \rho_1 \|\underline{\phi}\|^2$ ，这里 $\rho_1 = \min \left\{ \frac{1}{2}\rho_{\min} \underline{\Psi} \right\}, \rho_1 > 0$ ，因此 V 是正定的。

根据公式 (3-12) $H(\Theta, \sigma, t) \leq \bar{\mu}_{\max} I$ ，可得：

$$\begin{aligned}V &\leq \frac{1}{2}\bar{\mu}_{\max} \|\phi + S\dot{\phi}\|^2 + \frac{1}{2}\phi^T (K_p + SK_d)\phi \\ &= \frac{1}{2}\bar{\mu}_{\max} (\dot{\phi}^2 + 2S\dot{\phi}\phi + s^2\phi^2) + \frac{1}{2}(k_p + sk_d)\phi^2 \\ &= \frac{1}{2}[\phi \ \dot{\phi}] \bar{\Psi} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3-27)$$

这里 $\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_{\max} s^2 + k_p + sk_d & \bar{\mu}_{\max} s \\ \bar{\mu}_{\max} s & \bar{\mu}_{\max} \end{bmatrix}$

因此，

$$V \leq \frac{1}{2}\bar{\mu}_{\max} \bar{\Psi}(\phi^2 + \dot{\phi}^2) \leq \rho_2 \|\underline{\phi}\|^2 \quad (3-28)$$

这里 $\rho_2 = \max \left\{ \frac{1}{2} \rho_{\max} \bar{\Psi} \right\}, \rho_2 > 0$ 。

对于所有的 $\underline{\phi} \in \mathbb{R}^{2n}$, V 是递减的。因此函数选择较为合理。

现在需要证明 Lyapunov 函数导数为负定, 对于任何 σ , V 沿着公式 (3-9) 的受控系统轨迹的时间导数为:

$$\dot{V} = (\dot{\phi} + S\phi)^T H(\ddot{\phi} + S\dot{\phi}) + \frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T H(\dot{\phi} + S\phi) + \phi^T (K_p + SK_d)\dot{\phi} \quad (3-29)$$

将 $\ddot{\phi}(t) = \ddot{\Theta}(t) - \ddot{\Theta}_d(t)$ 带入后, 根据公式 (3-17) 推导, 公式(3-29)可以化为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (\dot{\phi} + S\phi)^T H(\ddot{\Theta}(t) - \ddot{\Theta}_d(t) + S\dot{\phi}) + \frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T H(\dot{\phi} + S\phi) + \phi^T (K_p + SK_d)\dot{\phi} \\ &= (\dot{\phi} + S\phi)^T [(\hat{H}(\ddot{\Theta}_d - S\dot{\phi}(t)) + \hat{C}(\dot{\Theta}_d - S\phi(t)) + \hat{G} - K_p\phi(t) - K_d\dot{\phi}(t) - \kappa(\dot{\phi}(t) + S\phi(t))d^2 \\ &\quad - C(\dot{\Theta}_d + \phi) - G - H\ddot{\Theta}_d + HS\dot{\phi}) + \frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T \hat{H}(\dot{\phi} + S\phi) + \phi^T (K_p + SK_d)\dot{\phi} \\ &= (\dot{\phi} + S\phi)^T [(-\Delta H(\ddot{\Theta}_d - S\dot{\phi}(t)) - \Delta C(\dot{\Theta}_d - S\phi(t)) - \Delta G - \kappa(\dot{\phi}(t) + S\phi(t))d^2] \\ &\quad - (\dot{\phi} + S\phi)^T (K_p\phi + K_d\dot{\phi}) + \frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T (\dot{H} - 2C)(\dot{\phi} + S\phi) \end{aligned} \quad (3-30)$$

根据动力学模型控制器性质 2, 可以得到 $\frac{1}{2}(\dot{\phi} + S\phi)^T (\dot{H} - 2C)(\dot{\phi} + S\phi) = 0$ 。

再根据公式 (3-15), 有

$$\begin{aligned} V &= (\dot{\phi} + S\phi)^T [\Xi - \kappa(\dot{\phi}(t) + S\phi(t))d^2] - (\dot{\phi} + S\phi)^T (K_p\phi + K_d\dot{\phi}) \\ &\leq (\dot{\phi} + S\phi)^T [d - \kappa(\dot{\phi}(t) + S\phi(t))d^2] - \dot{\phi}^T K_d\dot{\phi} - \phi^T SK_p\phi - \phi^T (K_p + SK_d)\dot{\phi} \end{aligned} \quad (3-31)$$

将公式 (3-31) 带入公式 (3-28) 可以得到

$$\begin{aligned} V &\leq (\dot{\phi} + S\phi)^T [d - \kappa(\dot{\phi}(t) + S\phi(t))d^2] - (\dot{\phi} + S\phi)^T (K_p\phi + K_d\dot{\phi}) \\ &\leq \frac{1}{4t} - \rho_3 \|\underline{\phi}\|^2 \end{aligned} \quad (3-32)$$

对所有的 $(\underline{\phi}, t) \in \mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}$, 其中

$$\rho_3 = \min \{ \underline{\mu}_{\min}(K_d), \underline{\mu}_{\min}(SK_p) \} \quad (3-33)$$

一致有界性表现在调用参数后, 如 chen[54]这篇文章中的说明。通过给定任意的 $r > 0$, 并且初始条件 $\|\underline{\phi}(t_0)\| \leq r$, 存在函数 $d(r)$:

$$d(r) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} r & \text{if } r > R \\ \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} R & \text{if } r \leq R \end{cases} \quad (3-34)$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{4t^2 \rho_3}} \quad (3-35)$$

因此，对于所有 $t \geq t_0$ ，有 $\|\underline{\phi}(t)\| \leq d(r)$ ，得到一致有界。同理，存在 $\bar{d} > \underline{d} > 0$ ，对所有的 $t \geq t_0 + T(\bar{d}, r)$ ，使得 $\|\underline{\phi}(t)\| \leq \bar{d}$ ，其中：

$$\bar{d} > \underline{d} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} R \quad (3-36)$$

$$T(\bar{d}, r) = \begin{cases} 0 & \text{if } r \leq \bar{d} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \\ \frac{\rho_2 r^2 - (\rho_1^2 / \rho_2) \bar{d}^2}{\rho_3 (\rho_1 / \rho_2) \bar{d}^2 - (1/4t)} & \text{if } r > \bar{d} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \end{cases} \quad (3-37)$$

通过调整（3-35）中的 t 可以使跟踪误差 $\|\underline{\phi}(t)\|$ 任意变小，同时也保证了系统的稳定性。

3.3 仿真结果与分析

3.3.1 数值仿真实验

采用第二节中的控制器，进行仿真验证，其中基于学习的反馈增益自动调整部分 $C_1 = \text{diag}(500, 100)$ ， $C_2 = \text{diag}(1000, 100)$ ，学习频率 $\omega_1 = 8.5 \text{ rad/s}$ ， $\omega_2 = 6.3 \text{ rad/s}$ ， $\omega_3 = 10 \text{ rad/s}$ ， $\omega_4 = 5.7 \text{ rad/s}$ 。采用恒定的搜索幅值 $m_{k_{p1}} = 5 \times 10^{-3}$ ， $m_{k_{p2}} = 5 \times 10^{-3}$ ， $m_{k_{d1}} = 0.25 \times 10^{-2}$ ， $m_{k_{d2}} = 0.25 \times 10^{-2}$ ，增益学习从标称值 $k_{p1 \text{ nominal}} = 10$ ， $k_{p2 \text{ nominal}} = 10$ ， $k_{d1 \text{ nominal}} = 5$ ，和 $k_{d2 \text{ nominal}} = 5$ 开始。学习后的成本函数，其初始时刻随着迭代次数快速减小，并在 500 次后就达到了非常低的值，此时也得到了系统的最优控制参数 $K_p = \text{diag}[1200; 300]$ ， $K_d = \text{diag}[120; 20]$ 。

为了保证数值模拟和实验的相对公平，对于有学习反馈增益自调整的算法（以下简称 **PDRF**）和没有该算法的鲁棒控制（以下简称 **PDR**），采用以上相同的系统参数，以便于比较相对于基础的 **PD** 控制方法，所改进部分的控制效果。

（1）阶跃信号跟踪仿真

让左右两个车轮跟踪角幅为 10 的步进信号，两个车轮角度位移仿真曲线如图 3-2 和 3-3 所示。

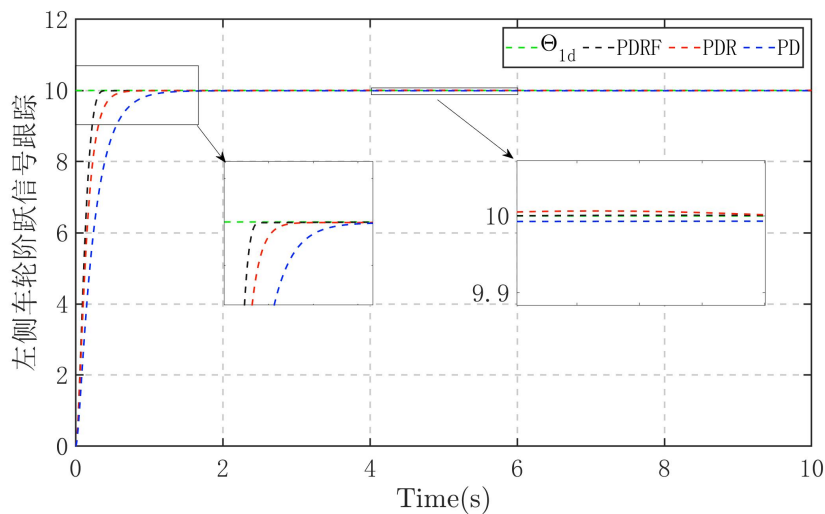


图 3-2 左车轮在阶跃参考信号下的角度

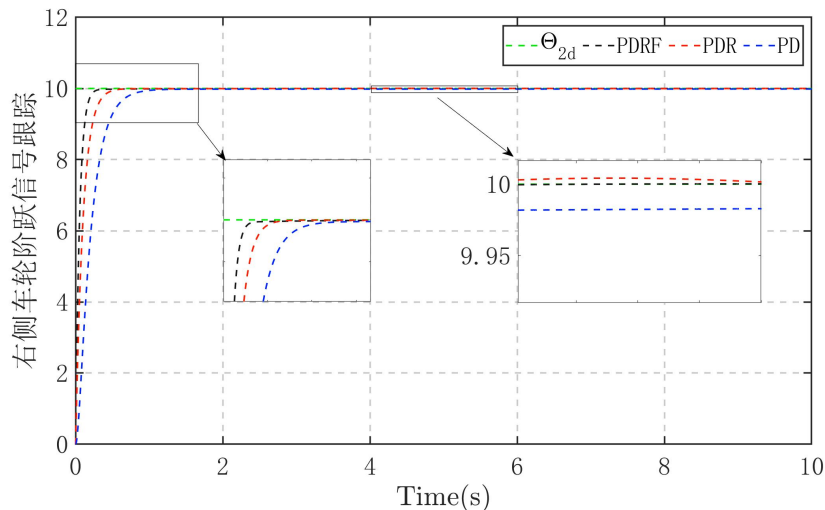


图 3-3 右车轮在阶跃参考信号下的角度

由图可知,在保证动态性能相似的情况下,两个车轮在 PDRF 控制下的瞬态跟踪效果比 PDR 和 PD 控都要好,他的优势不仅表现在跟踪速度上同样也表现在跟踪效果上。因此,可以看出所提出的学习反馈是有效果的,也可以看出提出的算法的鲁棒性。

(2) 正弦信号跟踪仿真

为了验证正弦信号跟踪研究控制算法的稳态跟踪性能,给出了二个车轮的期望轨迹如下

$$\Theta_{1d} = \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad \Theta_{2d} = \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

在给定相同控制器参数的条件下,三种控制算法——PD (比例微分) 控制器、PDR (PD 加鲁棒) 控制器和 PDRF (PD 加鲁棒加学习) 控制器的左右车轮跟踪性能展示在图 3-4 和图 3-5 中。从这些图中可以观察到,尽管三种算法都能实现快速跟踪并迅速达到稳定状态,但在放大查看系统跟踪效果稳定后的部分,PDRF 控制器在稳态跟踪表现上优于 PD 控制器和 PDR 控制器,具有最小的跟踪误差。这说明,在相同参数配置下,PDRF 控制器通过引入额外的学习反馈机制,有效减少了系统的稳态误差,从而提高了跟踪的精确性。学习机制有助于增强控制系统的鲁棒性,特别是在处理模型不确定性和外部扰动时,能够保持更优的性能表现。学习型反馈增益的效果和控制器的鲁棒性再一次得到了验证。

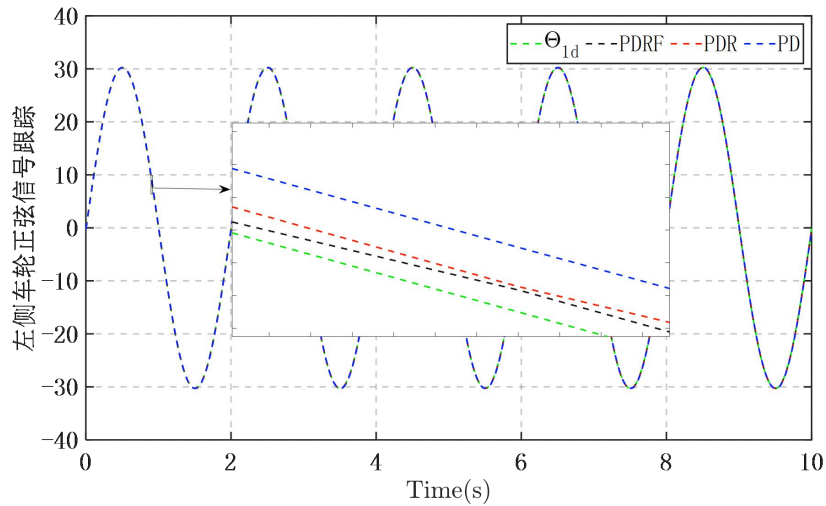


图 3-4 左车轮在正弦参考信号下的角度

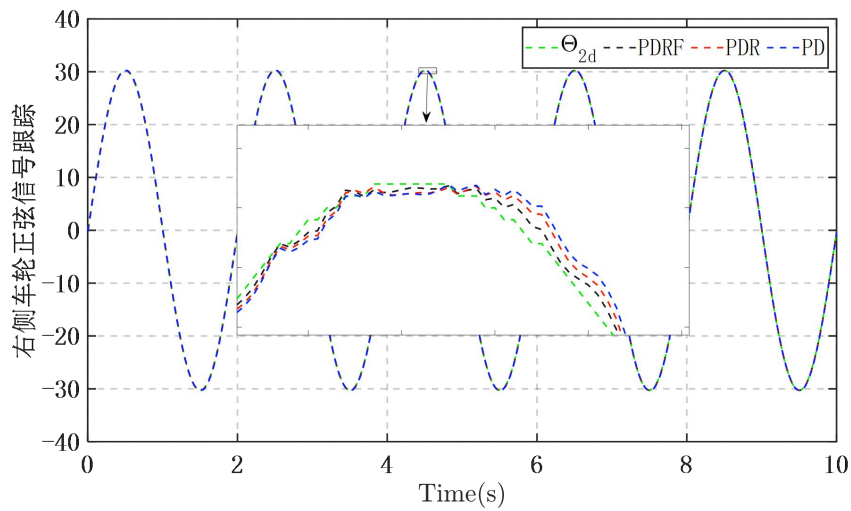


图 3-5 右车轮在正弦参考信号下的角度

3.3.2 平台实验结果

为确保所设计的控制器能够满足智能平衡移动机器人的跟踪控制性能要求，进行了一系列实验验证。实验平台由两轮自平衡移动机器人控制系统、带有 MATLAB 的个人计算机组成，如图 3-6 所示。为了证实提出算法的有效性，在实验设置中采用了与数值模拟相同的参数。同时，为了全面评估控制器的瞬态性能和动态跟踪性能，分别进行了阶跃响应跟踪实验和正弦信号跟踪实验。

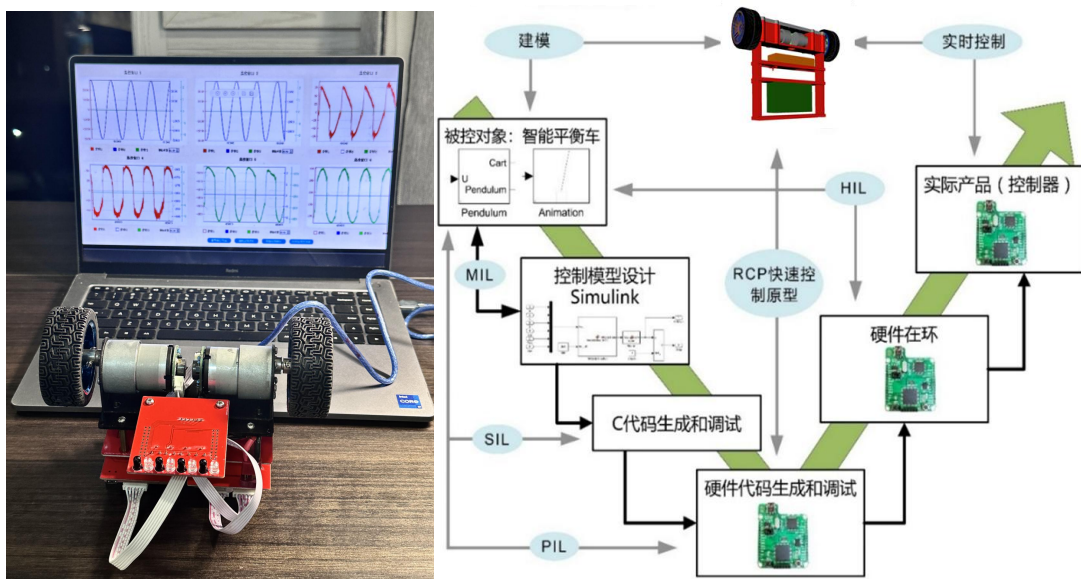


图 3-6 实验平台与实验流程图

(1) 阶跃信号跟踪实验

阶跃信号跟踪结果反映了控制器的瞬态性能。与仿真结果一致,允许跟踪幅值为 10° 的阶跃响应信号。三种算法下两个关节的阶跃响应曲线分别如图 3-7 和图 3-8 所示。可以发现,在跟踪阶跃信号时, PDRF 算法响应更快,稳态误差更小,但是误差处于动态变化的状态,考虑是学习的自调整过程。其次稳态误差较小的是 PDR 算法,三种算法中传统 PD 算法性能最差,其中稳态误差产生的主要原因是系统的不确定性。因此,通过对比分析得出,在保证精度的前提下, PDRF 可以更快地达到稳态。

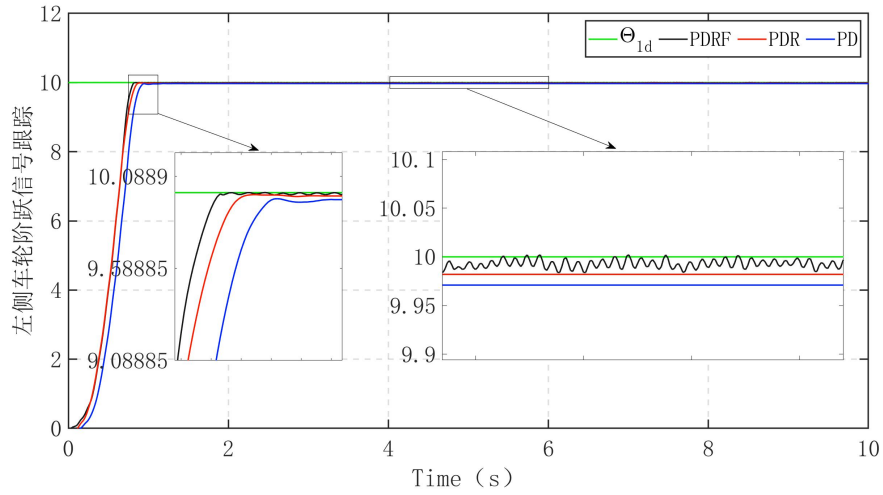


图 3-7 左车轮在阶跃参考信号下的角度

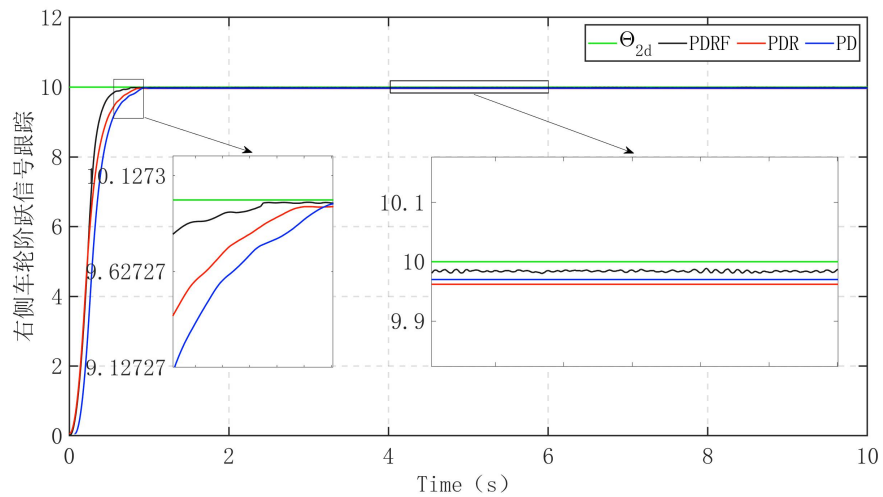
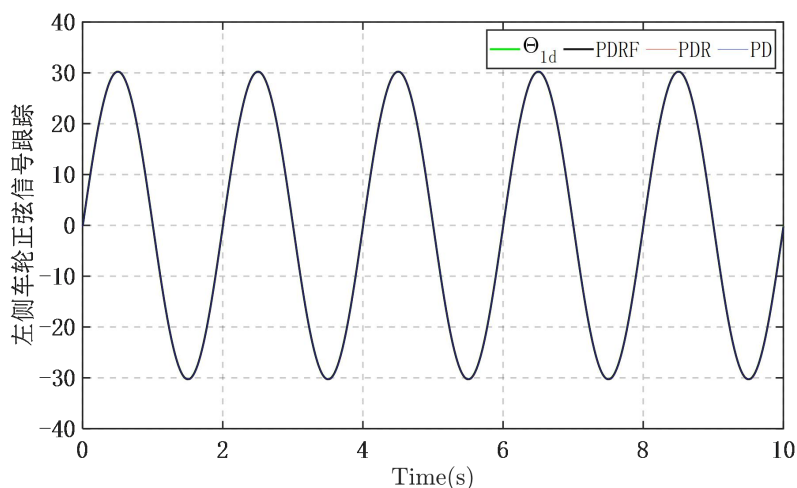


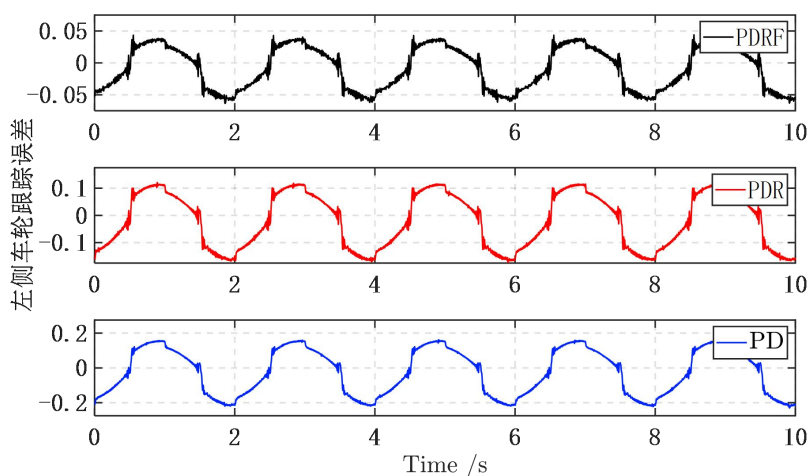
图 3-8 右车轮在阶跃参考信号下的角度

(2) 正弦信号跟踪实验

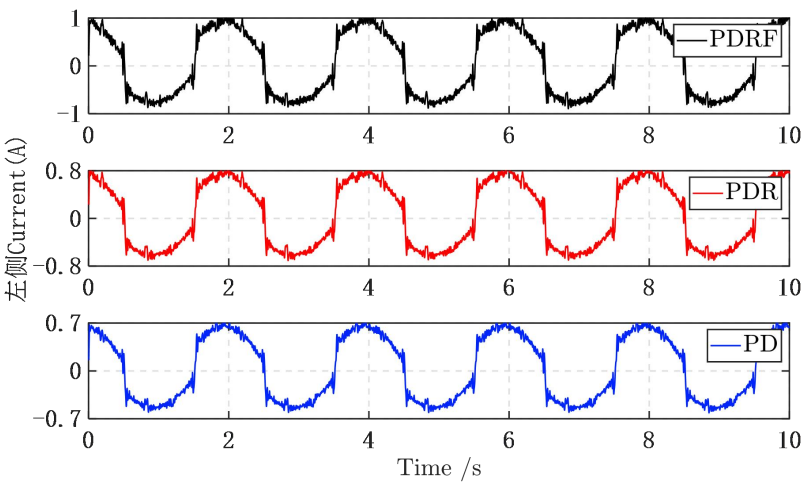
左车轮跟踪正弦信号的结果如图 3-9 所示, 图 3-10 为右车轮在正弦跟踪信号下的结果, 其中包括了跟踪轨迹结果, 跟踪误差情况以及机器人系统的控制输入, 通过正弦信号跟踪实验验证了该控制器的动态跟踪性能。实验结果表明, 改进的算法均能保证跟踪效果, 从这些结果中也可以看出, 在两个车轮中, PDRF 控制下的稳态误差都小于 PDR 和 PD 控制, 处于 0.05° 以内, 这意味着 PPDR 控制可以获得更好的稳态性能。但是从图 3-9 (c) 和图 3-10 (c) 也可以看出, 更好的控制效果, 所需要的控制输入代价也越大, 好在代价的增加量不是特别大, 处于可以接受的范围。因此, 该控制算法在实际工程控制中应该可以被应用和实现的。



(a) 实验跟踪结果

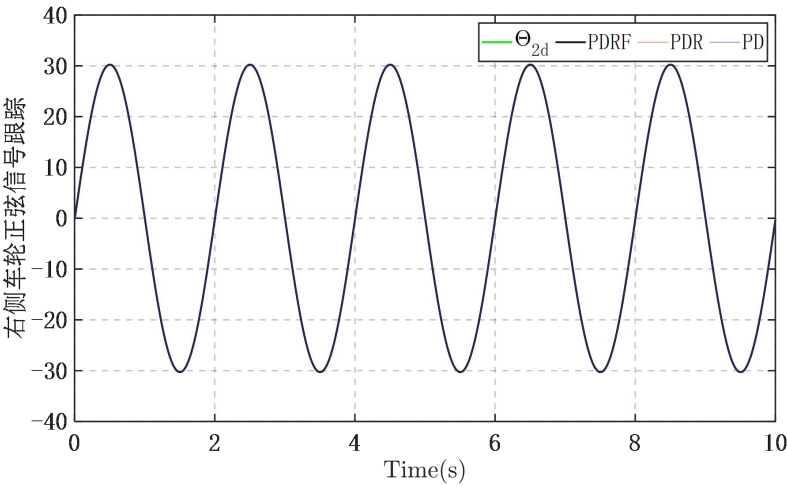


(b) 跟踪误差结果

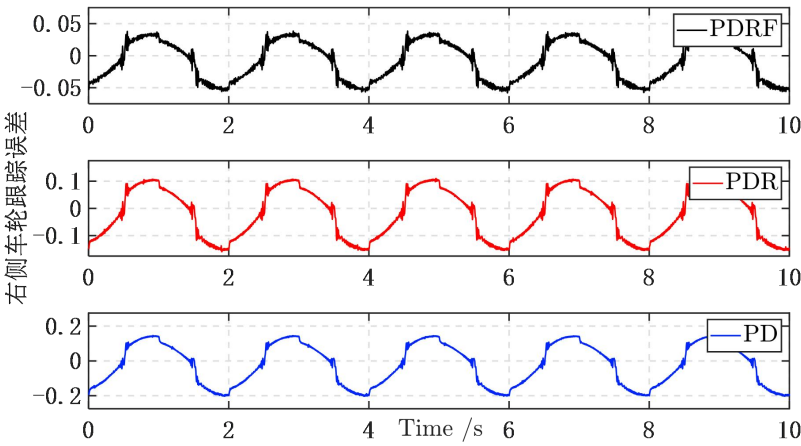


(c) 电流结果

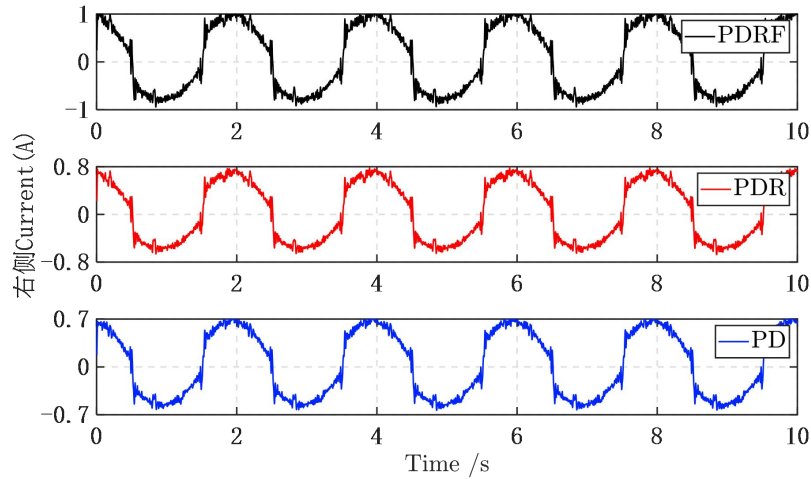
图 3-9 左车轮在正弦参考信号下的角度



(a) 实验跟踪结果



(b) 跟踪误差结果



(c) 电流结果

图 3-10 右车轮在正弦参考信号下的角度

简而言之,实验结果清楚地证明了提出的算法(PDRF)的有效性,与 PDR 和 PD 控制器相比,它可以保证更快的收敛和更好的跟踪性能。同时,实物实验进一步验证了其对不确定性的鲁棒性和学习型反馈增益自动调整的有效性。

3.4 本章小结

本节提出了一种具有学习型反馈增益自动调整的智能平衡移动机器人车轮不确定性鲁棒位置控制算法,以获得更好的跟踪性能。首先,在 PD 控制框架下,基于模型和误差设计了鲁棒控制器,并通过学习进行反馈增益自动调整,从而迭代地自动调整控制反馈增益,优化系统的期望性能。其次,根据反馈后的动态模型,提出了一种结构简单、参数自调整、具有工程实用性的新型鲁棒控制方法。通过理论分析,新控制方法被证明满足一致有界性和一致最终有界性,在实验平台上进行的仿真和实验结果进一步验证了这一理论分析。这些结果表明,文章提出的控制方法在实际应用中表现出了优异的性能,这种改善的性能意味着,不仅能够有效应对系统不确定性,还能提高机器人在执行复杂跟踪任务时车轮电机的准确性和稳定性,从而显著提升整体系统的可靠性和效率。

第 4 章 移动机器人自适应鲁棒轨迹跟踪控制研究

4.1 引言

轨迹跟踪控制对于确保移动机器人的精确和可靠运动至关重要。这要求机器人能够精准地遵循预设的路径，即便面对外部环境干扰或模型中的不确定性，也能维持其高效性能。鉴于此，深入研究和开发既能自适应又具有鲁棒性的轨迹跟踪控制策略变得格外关键。自适应控制提供了一种在模型参数未知或变化时调整控制器参数的方法，以保证系统性能。鲁棒控制则旨在确保系统在面对广泛的未知扰动和不确定性时仍能维持预定的性能水平。将自适应性与鲁棒性结合起来，可以开发出强大的轨迹跟踪控制策略，以应对移动机器人在实际应用中遇到的各种挑战。

本章将基于解析动力学的观点，将给定的跟踪轨迹视为可分为线性、非线性、完整和非完整的伺服约束。利用这一观点，提出了一种新的具有泄漏型自适应律的自适应鲁棒控制，以保证系统的确定性性能，包括一致有界性和一致最终有界性。目标是提高移动机器人在存在不确定性时的轨迹跟踪精度和稳定性，同时保持高效的计算性能。

4.2 模糊欠驱动移动机器人约束建模

根据第二章牛顿力学或拉格朗日动力学建模形式，欠驱动智能平衡移动机器人的受控动力学模型可以表示为

$$H(\chi(t), \sigma(t), t) \ddot{\chi} = Q(\chi(t), \dot{\chi}(t), \sigma(t), t) + B\tau \quad (4-1)$$

其中 $t \in R$ 是时间， $\chi \in R^n$ 是广义坐标， $\dot{\chi} \in R^n$ 是速度， $\ddot{\chi} \in R^n$ 是加速度， $\sigma \in R^p$ （可能快速时变）是不确定参数。 $H(\cdot) \in R^{n \times n}$ 为惯性矩阵， $Q(\cdot) \in R^n$ 表示施加在控制需求被释放的系统上的已知力， $\tau \in R^m$ 为控制输出， $B \in R^{n \times m}$ 为控制系数矩阵， $H(\cdot)\ddot{\chi}$ 、 $Q(\cdot)$ 和 B 具有适当的维数，并且，函数 $H(\cdot)$ 和 $Q(\cdot)$ 是连续的（这可以推广为 Lebesgue 可测的 t ）。

定义 1:式(4-1)中的所有不确定性均有界,其界由已知模糊集描述。它们可以表示为

$$\tilde{F}_i = \{(\sigma_i, \mu_i(\sigma_i)) \mid \sigma_i \in \Sigma_i\}, \quad i=1,2,\dots,p \quad (4-2)$$

其中 $\tilde{F}_i$ 为 σ_i 的模糊集, σ_i 是 σ 的第 i 项, Σ_i 是 σ_i 的语域, 其为紧致的, $\mu_i: \sigma_i \rightarrow [0, 1]$ 是 $\tilde{F}_i$ 的隶属函数。注意模糊集合理论与动态系统的合并不同于模糊逻辑理论的研究。

跟踪控制力 τ 由作动器提供, 使模糊欠驱动智能平衡移动机器人系统(4-1)服从于规定的跟踪轨迹。在本章中, 把跟踪控制问题放在有约束运动的框架内, 把规定的跟踪轨迹看作施加在模糊系统上的伺服约束。假设模糊系统受 h 完整伺服约束形式为

$$q_i(\chi, t) = 0, \quad i=1,2,\dots,h \quad (4-3)$$

$m - h$ 非完整伺服约束的形式为

$$q_i(\chi, \dot{\chi}, t) = 0, \quad i=h+1, h+2, \dots, m \quad (4-4)$$

其中 $m < n$, 假设这些约束方程是可微的。将(4-3)对 t 的一阶导数与(4-4)结合, 将最终方程集以矩阵形式表示为

$$A(\chi, t) \dot{\chi} = c(\chi, t) \quad (4-5)$$

其中 $A = [A_{li}]_{m \times n}$, $c = [c_1, c_2, \dots, c_m]^T$, 然后将(4-3)对 t 的二阶导数与 (4-4)对 t 的一阶导数结合, 将结果用矩阵形式表示为

$$A(\chi, t) \ddot{\chi} = b(\chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-6)$$

其中 $b = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$ 。

备注 1:对于任意给定的形式, 伺服约束(4-5)、(4-6)提供了模糊欠驱动智能平衡移动机器人系统(4-1)的参考轨迹, 伺服约束可以是完整的, 也可以是非完整的。换句话说, (4-5)决定速度 $\dot{\chi}$, (4-6)决定加速度 $\ddot{\chi}$ 。

在本节中, 结合(4-5)中的完整和非完整伺服约束, 然后将它们转换为二阶形式(4-6)。这种转换有助于确保系统模型和约束之间的数学一致性, 这适用于进一步设计约束力, 如下一节所示。

4.3 移动机器人自适应鲁棒控制

4.3.1 自适应鲁棒控制器设计

为了设计控制函数 τ ，必须考虑被控系统的不确定性。为此，矩阵 H 和 Q 被分解为

$$H(\chi, \sigma, t) = \bar{H}(\chi, t) + \Delta H(\chi, \sigma, t) \quad (4-7)$$

$$Q(\chi, \dot{\chi}, \sigma, t) = \bar{Q}(\chi, \dot{\chi}, t) + \Delta Q(\chi, \dot{\chi}, \sigma, t) \quad (4-8)$$

其中 $\bar{H}$ 和 $\bar{Q}$ 分别表示 H 和 Q 的标称部分， ΔH 和 ΔQ 表示相应的不确定性。假设 $\bar{H} > 0$ ，函数 $\bar{H}(\cdot)$ ， $\Delta H(\cdot)$ ， $\bar{Q}(\cdot)$ 和 $\Delta Q(\cdot)$ 都是连续的。

令

$$E(\chi, t) := \bar{H}^{-1}(\chi, t) \quad (4-9)$$

$$\Delta E(\chi, \sigma, t) := H^{-1}(\chi, \sigma, t) - \bar{H}^{-1}(\chi, t) \quad (4-10)$$

$$F(\chi, \sigma, t) := \bar{H}(\chi, t) H^{-1}(\chi, \sigma, t) - I \quad (4-11)$$

结合 (4-9) 到 (4-11) 得到

$$H^{-1}(\chi, \sigma, t) = E(\chi, t) + \Delta E(\chi, \sigma, t) \quad (4-12)$$

$$\Delta E(\chi, \sigma, t) = E(\chi, t) F(\chi, \sigma, t) \quad (4-13)$$

假设 1: 对于每一个 $(\chi, t) \in R^n \times R$ ，都有 $A(\chi, t) \geq 1$ ，给定 $P \in R^{m \times m}$ ， $P > 0$ ，令

$$\Lambda(\chi, \sigma, t) := PA(\chi, t)E(\chi, t)F(\chi, \sigma, t)B \times \left(A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)B \right)^+ P^{-1} \quad (4-14)$$

其中上标符号 “+” 表示摩尔-彭罗斯广义逆。存在一个常数 $\nu_E > -1$ ，使得对所有的 $(\chi, t) \in R^n \times R$ ，有

$$\frac{1}{2} \min_{\sigma \in \Sigma} \lambda_m \left(\Lambda(\chi, \sigma, t) + \Lambda^T(\chi, \sigma, t) \right) \geq \nu_E \quad (4-15)$$

假设 2: 令

$$\bar{b}(\chi, \dot{\chi}, t) := b(\chi, \dot{\chi}, t) - A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)\bar{Q}(\chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-16)$$

对于所有 $\bar{b}(\chi, \dot{\chi}, t)$ 和 P , 有 $(A(\chi, t)\bar{H}(\chi, t)B) \in R^{m \times n} \times R^{n \times n} \times R^m$, 假设

$$\bar{b}(\chi, \dot{\chi}, t) = (A(\chi, t)\bar{H}(\chi, t)^{-1}B) \times (A(\chi, t) \times \bar{H}^{-1}(\chi, t)B)^+ \bar{b}(\chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-17)$$

和

$$P^{-1} = (A(\chi, t)\bar{H}(\chi, t)^{-1}B)(A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)B)^+ P^{-1} \quad (4-18)$$

假设 3:

1) 存在未知常量 $\zeta \in (0, \infty)^k$ 和已知函数 $Y(\cdot): (0, \infty)^k \times R^n \times R^n \times R \rightarrow R_+$, 使得对于所有的 $(\chi, \dot{\chi}, t) \in R^n \times R^n \times R$, $\sigma \in \Sigma$

$$\begin{aligned} & (1 + \nu_E)^{-1} \max_{\sigma \in \Sigma} [\|PA(\chi, t)E(\chi, t)\Delta Q(\chi, \dot{\chi}, \sigma, t)\| \\ & + PA(\chi, t)\Delta E(\chi, \sigma, t)Q(\chi, \dot{\chi}, \sigma, t) \\ & + PA(\chi, t) \times \Delta E(\chi, \sigma, t)B(p_1 + p_2)\|] \leq Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) \end{aligned} \quad (4-19)$$

2) 对于每一个 $(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t)$, 函数 $Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t)$, 可相对于 ζ 被线性分解; 存在函数 $Y(\cdot): R^n \times R^n \times R \rightarrow R_+$, 使得

$$Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) = \zeta^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-20)$$

现在提出了自适应鲁棒控制

$$\tau(t) = p_1(\chi, \dot{\chi}, t) + p_2(\chi, \dot{\chi}, t) + p_3(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-21)$$

与

$$p_1(\chi, \dot{\chi}, t) = (A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)B)^+ \times [b(\chi, \dot{\chi}, t) - A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)\bar{Q}(\chi, \dot{\chi}, t)] \quad (4-22)$$

$$p_2(\chi, \dot{\chi}, t) = -k_1(A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)B)^+ P^{-1}\varpi(\chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-23)$$

$$p_3(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) = -k_1^2(A(\chi, t)\bar{H}^{-1}(\chi, t)B)^+ P^{-1} \times \gamma(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t)\beta(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t)Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-24)$$

其中

$$\varpi(\chi, \dot{\chi}, t) = A(\chi, t)\dot{\chi} - c(\chi, t) \quad (4-25)$$

$$\beta(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) = \varpi(\chi, \dot{\chi}, t)Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) \quad (4-26)$$

$$\gamma(n, \hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) = \frac{\omega^{n-1}}{\omega^{n-1} + \omega^{n-2}k_2 + \cdots + \omega k_2^{n-2} + k_2^{n-1}} \quad (4-27)$$

$$\omega(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) = k_1^2 \|\beta(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t)\|^2 \quad (4-28)$$

$k_1, k_2 \in R, k_1, k_2 > 0, n = 1, 2, 3, \dots$ 为标量常数。

参数 $\hat{\zeta}$ 受下列自适应律支配：

$$\dot{\hat{\zeta}} = k_1 (L_1 \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi(\chi, \dot{\chi}, t)\| - (L_2 e^{-\|\varpi(\chi, \dot{\chi}, t)\|} + L_3) \hat{\zeta}) \quad (4-29)$$

$\hat{\zeta}_i(t_0) > 0$ (其中 $\hat{\zeta}_i$ 是向量 $\hat{\zeta}$ 的第 i 个分量, $i = 1, \dots, k$) , $L_1, L_2, L_3 > 0$, $L_1, L_2, L_3 \in R$ 。

设计控制函数 τ 的目标是, 当应用该控制函数时, 模糊欠驱动智能平衡移动机器人系统跟踪规定的伺服约束(4-5)、(4-6), 并抑制不确定性。所提出的控制器有三个部分: p_1 , p_2 , 和 p_3 。 p_1 部分是为标称模型设计的, p_2 部分抑制初始条件下的偏差, p_3 抑制不确定性。由于自适应参数 ζ 与不确定参数 σ 相关, 因此自适应律(34)设计了基于系统性能估计 ζ , 并通过它进一步估计不确定性的界。此外, 自适应律设计为泄漏型, (4-29)的泄漏项可以防止 p_3 的大小不要太大。

备注 2: 设计的控制函数的结果是一个封闭的形式, 无论伺服约束的类型是线性、非线性、完整或非完整。形式上, 闭形式解是用有限的数据量给出的精确解的表达式, 如果问题可以用闭形式解来解决, 通常被称为是可处理的。

备注 3: 控制参数 k_1 和 k_2 是(4-23), (4-24)和(4-29)的增益参数, 决定了影响系统瞬态性能、稳态性能和控制成本 p_2 、 p_3 和 $\dot{\zeta}$ 的“速率”。因此, 进一步讨论 k_1, k_2 的最优值是有必要的。

4.3.2 算法稳定性证明

令 $\delta := [\varpi^T(\hat{\zeta} - \zeta)]^T \in R^{m+k}$ 。考虑受控模糊欠驱动智能平衡移动机器人系统, 并假设满足假设 1-3, 自适应鲁棒控制(4-21)具有以下性能:

1)一致有界性: 对于任意的 $r > 0$, 存在 $d(r) < \infty$, 使得如果 $\|\delta(t_0)\| \leq r$, 则 $\|\delta(t)\| \leq d(r)$ 对于所有的 $t \geq t_0$ 成立。

2) 一致最终有界性: 对于任意的 $r > 0$ 并有 $\|\delta(t_0)\| \leq r$, 存在 $\underline{d} > 0$ 且 $T(\bar{d}, r) < \infty$, 使得 $\|\delta(t)\| \leq \bar{d}$ 对于任意的 $\bar{d} > \underline{d}$ 在 $t \geq t_0 + T(\bar{d}, r)$ 时均成立。

证明 : 给出了一个合理的 Lyapunov 函数候选函数

$$V(\varpi, \hat{\zeta} - \zeta) = \varpi^T P \varpi + (k_1 L_1)^{-1} (1 + \nu_E) \times (\hat{\zeta} - \zeta)^T (\hat{\zeta} - \zeta) \quad (4-30)$$

对于给定的不确定度 $\sigma(\cdot)$ 和相应的控制系统轨迹 $\chi(\cdot)$, $\dot{\chi}(\cdot)$, $\hat{\zeta}(\cdot)$ 。在证明过程中, 除了一些关键的参数外, 函数的参数大部分被省略了。 V 的导数是

$$\dot{V} = 2\varpi^T P \dot{\varpi} + 2(k_1 L_1)^{-1} (1 + \nu_E) (\hat{\zeta} - \zeta)^T \dot{\hat{\zeta}} \quad (4-31)$$

将分别分析(4-31)的每一项。首先, 可以获得

$$\begin{aligned} 2\varpi^T P \dot{\varpi} &= 2\varpi^T P [A\ddot{\chi} - b] \\ &= 2\varpi^T P [AH^{-1}Q + AH^{-1}B\tau - b] \\ &= 2\varpi^T P [AH^{-1}Q + AH^{-1}B(p_1 + p_2 + p_3) - b] \end{aligned} \quad (4-32)$$

根据(4-7), (4-8)和(4-9), 有

$$\begin{aligned} &AH^{-1}Q + AH^{-1}B(p_1 + p_2 + p_3) - b \\ &= A(E + \Delta E)(\bar{Q} + \Delta Q) + A(E + \Delta E) \times B(p_1 + p_2 + p_3) - b \\ &= AE\bar{Q} + AE\Delta Q + A\Delta EQ + AEBp_1 + AEBp_2 \\ &\quad + A\Delta EB(p_1 + p_2) + A(E + \Delta E)Bp_3 - b \end{aligned} \quad (4-33)$$

根据(4-22), 有

$$AE\bar{Q} + AEBp_1 - b = 0 \quad (4-34)$$

接下来, 根据假设 3, 有

$$\begin{aligned} &2\varpi^T P [AE\Delta Q + A\Delta EQ + A\Delta EB(p_1 + p_2)] \\ &\leq 2\|\varpi\| \|PAE\Delta Q + PA\Delta EQ + PA\Delta EB(p_1 + p_2)\| \\ &\leq 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) \end{aligned} \quad (4-35)$$

根据(4-23)和假设 2

$$\begin{aligned} &2\varpi^T PAEBp_2 \\ &= 2\varpi^T PAEB \{ -k_1 (A\bar{H}^{-1}B)^+ P^{-1} \varpi \} \\ &= -2k_1 \varpi^T \varpi = -2k_1 \|\varpi\|^2 \end{aligned} \quad (4-36)$$

根据(4-13), (4-24), (4-27)和假设 2

$$\begin{aligned}
 & 2\varpi^T PA(E + \Delta E)Bp_3 \\
 &= 2\varpi^T PAEBp_3 + 2\varpi^T PAEFBp_3 \\
 &= 2\varpi^T PAEB \left[-k_1^2 (A\bar{M}^{-1}B)^+ P^{-1} \gamma \beta \times Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) \right] + 2\varpi^T PAEFBp_3 \\
 &= -2k_1^2 \varpi^T \gamma \beta Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) + 2\varpi^T PAEFBp_3 \\
 &= -2k_1^2 \beta^T \gamma \beta + 2\varpi^T PAEFBp_3 \\
 &= -2k_1^2 \gamma \|\beta\|^2 + 2\varpi^T PAEFBp_3
 \end{aligned} \tag{4-37}$$

基于假设 1 和瑞利原理，有

$$\begin{aligned}
 & 2\varpi^T PAEFBp_3 \\
 &= 2\varpi^T PAEFB \left[-k_1^2 (A\bar{H}^{-1}B)^+ P^{-1} \gamma \beta Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) \right] \\
 &= -2k_1^2 \gamma \frac{1}{2} \beta^T \{ PAEFB((A\bar{H}^{-1}B)^+ P^{-1} + P^{-1}[(A\bar{H}^{-1}B)^+]^T B^T F^T E A^T P) \} \beta \\
 &= -2k_1^2 \gamma \frac{1}{2} \beta^T (\Lambda + \Lambda^T) \beta \leq -2k_1^2 \gamma \frac{1}{2} \lambda_m(\Lambda + \Lambda^T) \|\beta\|^2 \leq -2k_1^2 \gamma \nu_E \|\beta\|^2
 \end{aligned} \tag{4-38}$$

结合 (4-37) 和 (4-38)，可得

$$\begin{aligned}
 & 2\varpi^T PA(E + \Delta E)Bp_3 \\
 &\leq -2k_1^2 \gamma \|\beta\|^2 - 2k_1^2 \gamma \nu_E \|\beta\|^2 \\
 &= -2k_1^2 \gamma (1 + \nu_E) \|\beta\|^2
 \end{aligned} \tag{4-39}$$

根据 (4-27)，有

$$\begin{aligned}
 & 2\varpi^T P\dot{\varpi} \leq -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) - 2k_1^2 \gamma (1 + \nu_E) \|\beta\|^2 \\
 &= -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) - 2(1 + \nu_E) \\
 &\quad \times \frac{\omega^n}{\omega^{n-1} + \omega^{n-2} k_2 + \cdots + \omega k_2^{n-2} + k_2^{n-1}} \\
 &\leq -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) - 2(1 + \nu_E) \\
 &\quad \times \frac{\omega^n - k_2^n}{\omega^{n-1} + \omega^{n-2} k_2 + \cdots + \omega k_2^{n-2} + k_2^{n-1}} \\
 &= -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) - 2(1 + \nu_E) \\
 &\quad \times \frac{(\omega - k_2)(\omega^{n-1} + \omega^{n-2} k_2 + \cdots + \omega k_2^{n-2} + k_2^{n-1})}{\omega^{n-1} + \omega^{n-2} k_2 + \cdots + \omega k_2^{n-2} + k_2^{n-1}} \\
 &= -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\zeta, \chi, \dot{\chi}, t) \\
 &\quad + 2(1 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) - 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| \\
 &\quad \times Y(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) - 2(1 + \nu_E) k_1^2 \|\varpi\|^2 Y^2(\hat{\zeta}, \chi, \dot{\chi}, t) n \\
 &\leq -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1 + \nu_E) \|\varpi\| (\zeta - \hat{\zeta})^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) + 2(1 + \nu_E) k_2 + \frac{1}{2} (1 + \nu_E) k_1^{-2}
 \end{aligned} \tag{4-40}$$

对于(4-31)的 RHS 的第二项, 利用自适应律(4-29)和 $e^{-\|\varpi\|} \leq 1$, 可以得到

$$\begin{aligned}
 & 2(k_1 L_1)^{-1}(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \dot{\hat{\zeta}} \\
 &= 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}(\hat{\zeta}-\zeta)^T (L_2 e^{-\|\varpi\|} + L_3) \hat{\zeta} \\
 &= 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}(L_2 e^{-\|\varpi\|} + L_3)(\hat{\zeta}-\zeta)^T (\hat{\zeta}-\zeta + \zeta) \\
 & \leq 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}(L_2 + L_3)(\|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 - \|\hat{\zeta}-\zeta\| \|\zeta\|) \\
 &= 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_2(\|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 - \|\hat{\zeta}-\zeta\| \|\zeta\|) \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_3(\|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 - \|\hat{\zeta}-\zeta\| \|\zeta\|) \\
 & \leq 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| + \frac{1}{2}(1+\nu_E) \\
 & \times L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 - 2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \times (\|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 - \|\hat{\zeta}-\zeta\| \|\zeta\|) \\
 &= 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| + \frac{1}{2}(1+\nu_E)L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 + 2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\hat{\zeta}-\zeta\| \|\zeta\| \\
 & \leq 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| + \frac{1}{2}(1+\nu_E)L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 \\
 & -2(1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 + (1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\zeta\|^2
 \end{aligned} \tag{4-41}$$

利用(4-31)和(4-40) (注意其中 $\|\delta\|^2 = \|\varpi\|^2 + \|\hat{\zeta}-\zeta\|^2$), 有

$$\begin{aligned}
 \dot{V} & \leq -2k_1 \|\varpi\|^2 + 2(1+\nu_E) \|\varpi\| (\zeta - \hat{\zeta})^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \\
 & + 2(1+\nu_E)k_2 + \frac{1}{2}(1+\nu_E)k_1^{-2} + \frac{1}{2}(1+\nu_E)L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 \\
 & + 2(1+\nu_E)(\hat{\zeta}-\zeta)^T \tilde{Y}(\chi, \dot{\chi}, t) \|\varpi\| \\
 & + (1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\zeta\|^2 - (1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 \\
 & = -2k_1 \|\varpi\|^2 - (1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\hat{\zeta}-\zeta\|^2 + 2(1+\nu_E)k_2 + \frac{1}{2}(1+\nu_E)k_1^{-2} \\
 & + \frac{1}{2}(1+\nu_E)L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 + (1+\nu_E)L_1^{-1}L_3 \|\zeta\|^2 \leq -\rho \|\delta\|^2 + \Omega
 \end{aligned} \tag{4-42}$$

其中 $\rho := \min\{2k_1, (1 + v_E)L_1^{-1}L_3\}$, $\Omega := \left(\frac{1}{2}\right)(1 + v_E)k_1^{-2} + 2(1 + v_E)k_2 + \left(\frac{1}{2}\right)(1 + v_E)L_1^{-1}L_2 \|\zeta\|^2 + (1 + v_E)L_1^{-1}L_3 \|\zeta\|^2$ 。

综合上述计算结果，得出结论，受控模糊欠驱动智能平衡移动机器人系统的解满足一致有界性

$$d(r) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\psi_2}{\psi_1}} R, & \text{if } r \leq R \\ \sqrt{\frac{\psi_2}{\psi_1}} r, & \text{if } r > R \end{cases} \quad (4-43)$$

$$R = \sqrt{\frac{\Omega}{\rho}} \quad (4-44)$$

其中 $\psi_1 = \min\{\lambda_{\min}(P), (k_1 L_1)^{-1}(1 + v_E)\}$, $\psi_2 = \max\{\lambda_{\max}(P), (k_1 L_1)^{-1}(1 + v_E)\}$ 。

此外，均匀的有界性也包括

$$\underline{d} = \sqrt{\frac{\psi_2}{\psi_1}} R \quad (4-45)$$

$$T(\tilde{d}, r) = \begin{cases} 0, & \text{if } r \leq \bar{d} \sqrt{\frac{\psi_1}{\psi_2}} \\ \frac{\psi_2 r^2 - (\psi_1^2 / \psi_2) \tilde{d}^2}{\rho d^2 (\psi_1 / \psi_2) - \Omega}, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4-46)$$

4.4 仿真结果与分析

为了验证所提控制的鲁棒性，假设系统初始值为 $\chi(0) = \left[-\left(\frac{\pi}{3}\right), 5, -\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]^T$ 和 $\dot{\chi}(0) = [2, 0, 0]^T$ 。为了验证所提控制对非完整伺服约束的跟踪能力，考虑以下伺服约束：

$$\begin{cases} \dot{\phi} = 1 \\ \dot{\theta} + \theta = 0.1 \sin\left(\frac{1}{(t+1)^{10}}\right) \end{cases} \quad (4-47)$$

需要注意的是(4-47)中的第二个函数显然是非完整的。将其对 t 求导一次，可以得到

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} = 0 \\ \ddot{\theta} + \dot{\theta} = -\frac{\cos\left(\frac{1}{(t+1)^{10}}\right)}{(t+1)^{11}} \end{cases} \quad (4-48)$$

将(4-46)和(4-47)分别代入到(4-5)和(4-6)，可以得到

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ -\theta + 0.1 \sin\left(\frac{1}{(t+1)^{10}}\right) \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -\dot{\theta} - \frac{\cos\left(\frac{1}{(t+1)^{10}}\right)}{(t+1)^{11}} \end{pmatrix} \quad (4-49)$$

欠驱动智能平衡移动机器人在 $x-y$ 平面上的运动轨迹描述为： $X = R \cos(\dot{\varphi}t)$, $Y = R \sin(\dot{\varphi}t)$ (其中 $R = \left|\left(\frac{\dot{x}}{\dot{\varphi}}\right)\right|$)。自适应率选择设计参数为 $P = I_{2 \times 2}$, $n = 2$, $v_E = -0.1$, $L_1 = 1$, $L_2 = 1$, $L_3 = 1$, $\hat{\zeta}(0) = 0.1$, $k_1 = 1.3875$, $k_2 = 0.8746$ 。得到的仿真结果如图 4-1 至 4-8 所示，这是通过 MATLAB 中的 *ode15i* 算法得到的。如图 4-1 和图 4-2 所示，经过一段时间的调整，该运动轨迹最终是一个近似的圆。

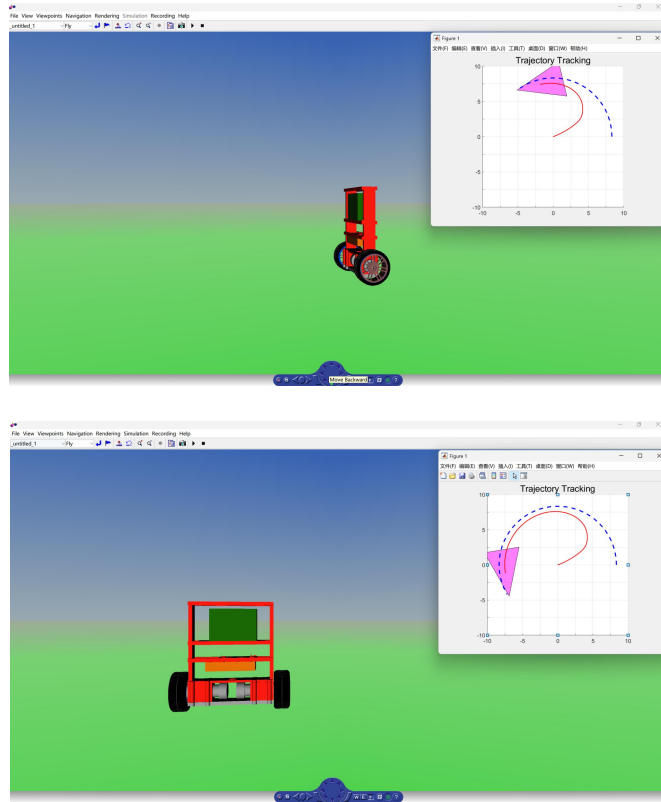


图 4-1 移动机器人自适应鲁棒控制跟踪虚拟仿真过程图

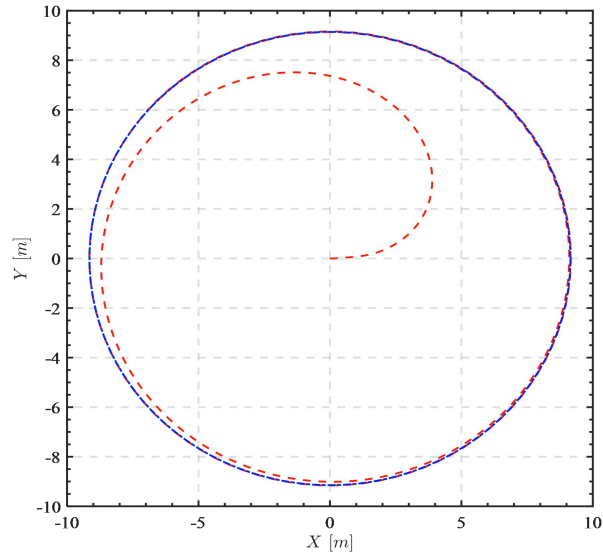


图 4-2 移动机器人自适应鲁棒控制跟踪轨迹结果

图 4-3 和到图 4-6 分别显示了 ϕ , θ , $\dot{\theta}$ 和 $\dot{\theta} + \theta$ 的实际轨迹和对应的误差。通过以下几个轨迹图以及误差曲线，可以看出，系统的不确定性被很好的抑制。图 4-3 显示了转角速度 $\dot{\phi}$ 随时间的变化。可以看到，初始时刻转角速度迅速上升后下降至一个稳定值。该稳定值维持了一段时间，这表示机器人在短时间内完成了转向，并保持了一个恒定的角速度。图 4-4 显示了转角速度的误差，即实际转角速度与目标转角速度之间的差异。误差在初始时刻快速减小并接近零，这表示控制系统能够迅速减少初始误差，使机器人的转向行为符合预定的轨迹。

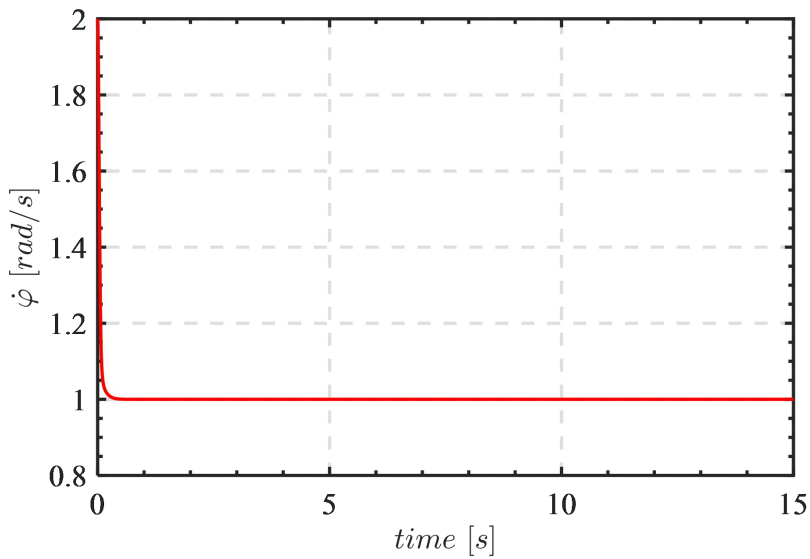


图 4-3 $\dot{\phi}$ 的实际轨迹

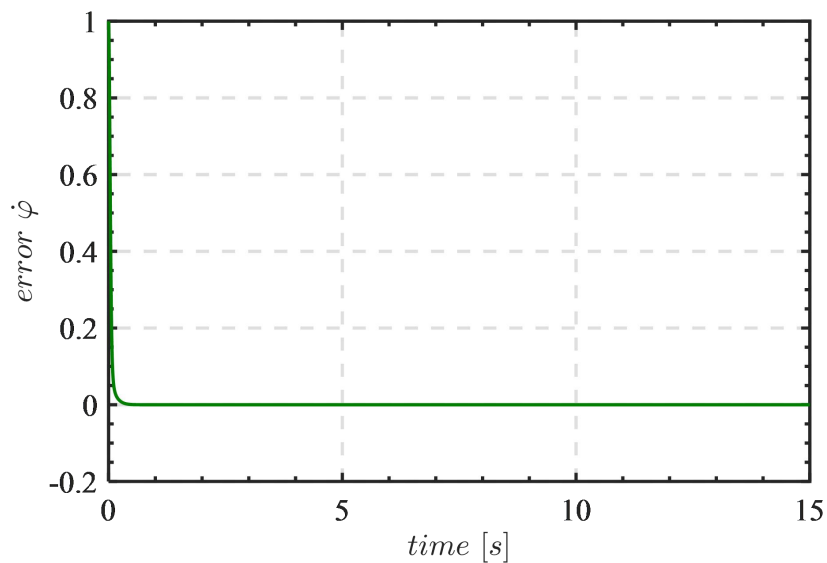
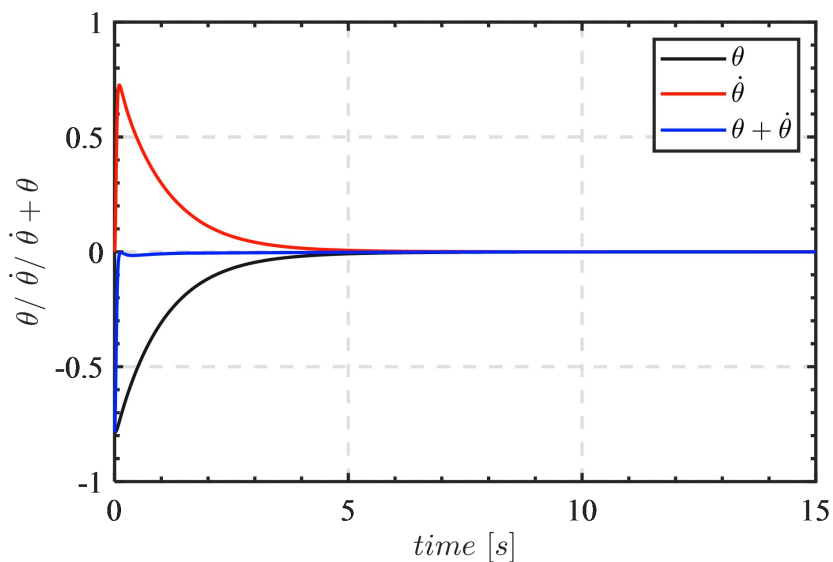
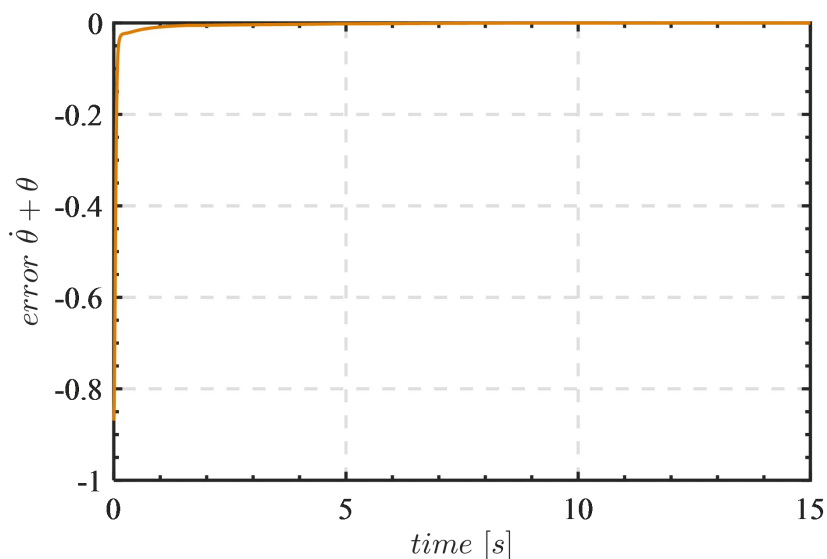
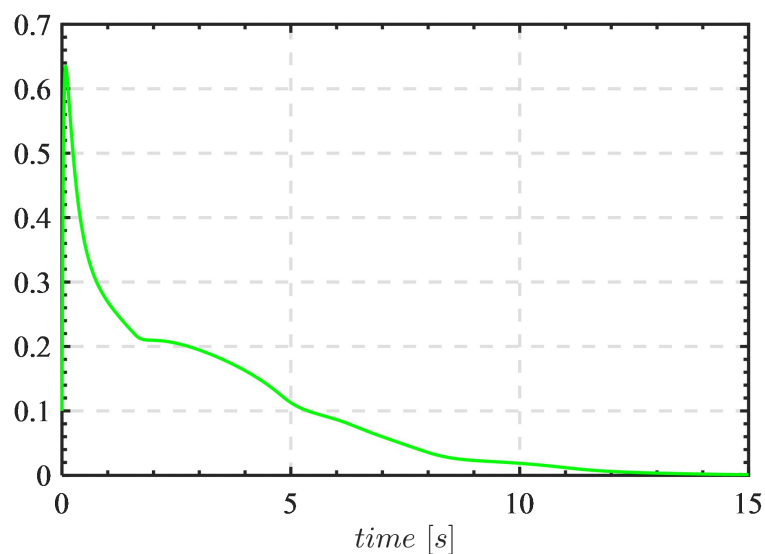
图 4-4 ϕ 的轨迹误差

图 4-5 展示了倾斜角 θ ，倾斜角速度 $\dot{\theta}$ ，以及它们的和 $\dot{\theta} + \theta$ 随时间的变化。初始时刻，倾斜角和角速度迅速减小并趋向于稳定值，这表示机器人迅速从倾斜状态恢复到平衡状态。 $\dot{\theta} + \theta$ 的轨迹显示了机器人在动态平衡中的总体性能，也是伺服约束条件。所有误差曲线在初始时刻迅速接近零，表明机器人能够快速调整其姿态，准确地跟踪预定的平衡状态。

图 4-5 $\theta, \dot{\theta}$ 和 $\dot{\theta} + \theta$ 的实际轨迹

图 4-6 $\theta, \dot{\theta}$ 和 $\dot{\theta} + \theta$ 的误差

自适应参数 $\hat{\zeta}$ 绘制在图 4-7 中。初始时，由于初始条件的偏差， $\hat{\zeta}$ 迅速增加。经过一段时间后，初始条件偏差逐渐被抑制，系统性能趋于满意， $\hat{\zeta}$ 下降且稳定。图 4-8 显示了一个欠驱动智能平衡移动机器人左侧和右侧车轮的输出力矩随时间的变化。图中有两条曲线，蓝色的虚线代表右侧车轮的力矩，红色的短划线代表左侧车轮的力矩。初始时刻，两个车轮的力矩都迅速增加，这可能是为了克服机器人的初始静态不平衡和应对轨迹跟踪的一个大的扰动。力矩曲线在开始的瞬间达到峰值，这表明了一个强大的初始控制作用，用于快速地将机器人推向预定轨迹位置并保持平衡。

图 4-7 自适应参数 $\hat{\zeta}$

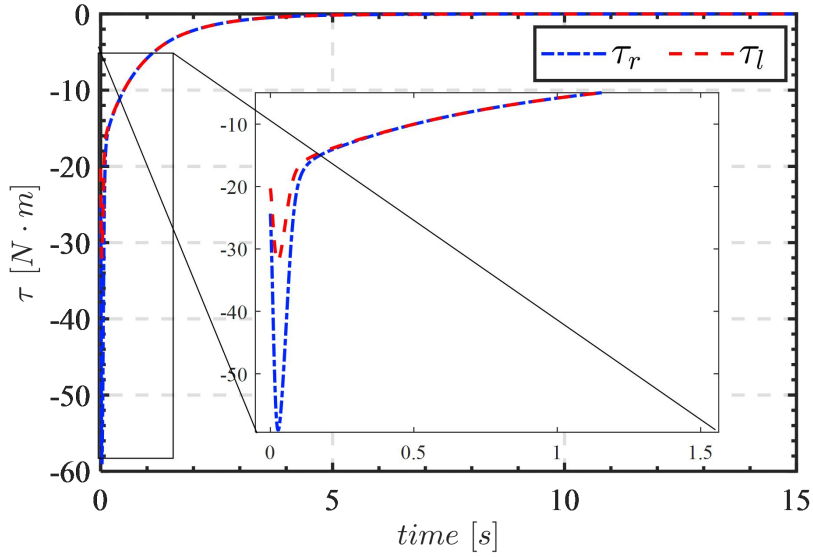


图 4-8 左侧和右侧车轮的输出力矩

4.5 本章小结

本章研究了移动机器人的自适应鲁棒轨迹跟踪控制问题，特别是针对模糊欠驱动移动机器人的约束建模和控制设计。在控制器设计方面，所提出的自适应鲁棒控制器包含三个主要部分： p_1 、 p_2 和 p_3 。 p_1 部分针对机器人的标称模型设计，旨在确保在理想条件下的轨迹跟踪性能。 p_2 部分旨在抑制由于初始条件偏差带来的影响，通过适应性调整控制律来补偿这些初始误差。 p_3 部分专注于处理模型不确定性和外部扰动，通过增加鲁棒性措施来确保控制系统在面对广泛的未知因素时仍能保持稳定和高效的性能。

通过理论分析和模拟实验，证明了所提出的控制策略不仅能够实现对移动机器人的有效轨迹跟踪，而且还具有一致有界性和一致最终有界性。这表明，无论初始条件如何，系统的跟踪误差都将保持在一个有限的范围内，并且随着时间的推移，这个误差将收敛到零或一个足够小的值，从而实现长期稳定的轨迹跟踪性能。

第 5 章 基于博弈理论的移动机器人控制参数优化

5.1 引言

本章的研究集中于优化欠驱动智能平衡移动机器人的控制参数，这是确保控制效果及系统性能的关键因素。在控制理论领域，增益参数的设定对系统的稳定性和响应速度具有决定性作用。为实现系统性能的最大化，采用了一种创新的基于博弈论的优化方法。这种方法不仅新颖，而且在处理控制参数优化问题时更具有适应性和灵活性。在本研究中，构造了一个二人合作对策博弈模型，将控制中的对偶增益参数视为博弈的参与者。通过这种模型，将增益参数的选择问题转化为每个参与者试图最小化其成本函数的问题。在这里，成本函数是以两个不同的性能指标来定义的，它们分别代表系统稳定性和控制响应的性能度量。通过这种方法，每个增益参数的优化不再是孤立的，而是要在多目标优化的框架下考虑相互之间的影响。这种方法不仅能够提升机器人在面对不确定性和动态变化环境时的适应性和鲁棒性，而且还能在保证系统稳定性的前提下，优化响应速度和能效，实现整体性能的最大化。

5.2 博弈理论

5.2.1 博弈论方法分类

基于博弈理论的控制参数优化可以包括以下几种博弈方法：

（1）非合作博弈

非合作博弈是指参与者之间不协调行动的情况。在机器人控制参数优化中，可以将机器人视为一个参与者，而环境则可以被视作另一个参与者。机器人的控制参数决定了其行动策略，而环境的变化则影响了机器人的性能表现。通过非合作博弈理论，可以分析机器人和环境之间的相互作用，找到最优的控制参数。

（2）合作博弈

合作博弈是指参与者之间通过合作达成共同利益的情况。在机器人控制参数

优化中,可以考虑将机器人的多个参数目标视为参与者,它们通过协作来实现平衡移动的目标。合作博弈理论可以用来分析机器人多个控制参数之间的合作策略,以及它们如何共同优化控制参数以实现最佳性能。

(3) 演化博弈

演化博弈是指参与者的策略在演化过程中逐步优化的情况。在机器人控制参数优化中,可以将机器人的控制策略看作是一个遗传或演化的过程。通过演化博弈理论,可以模拟机器人控制参数的演化过程,找到适应环境变化和最优性能的控制策略。

(4) 动态博弈

动态博弈是指参与者在连续时间内进行决策的情况。在机器人控制参数优化中,环境可能会随着时间变化而变化,而机器人需要实时调整其控制参数以应对这些变化。动态博弈理论可以用来分析机器人在不同时间段内的最优控制策略,以及如何在动态环境中实现平衡移动。

5.2.2 合作博弈论运用

博弈游戏理论通常包含三个元素:1)玩家;2)决策;3)成本函数。游戏中的规则定义了每个参与者的成本函数,每个函数都取决于所有参与者的决定。每个玩家如何做出决定也取决于规则。假设有 M 个参与者,游戏规则规定了映射

$$J_i(\cdot): \prod_i^M \hat{D}_i \rightarrow R, \quad i=1,2,\dots,M \quad (5-1)$$

其中 $J_i(\cdot)$ 和 $\hat{D}_i$ 分别表示参与人 i 的代价函数和决策集。

通俗地说,游戏中的每个参与者都想要付出最少的成本。如果存在 $d^* \in \prod_i^M \hat{D}_i$ 对于所有的 $i = \{1,2, \dots, M\}$, 有

$$J(d^*) \leq J(d) \quad \forall d \in \prod_i^M \hat{D}_i \quad (5-2)$$

其中 d^* 是一个理想的决策 M 元组。因为它同时使每个参与人的成本最小化。然而,这种理想的决策通常并不存在,这就是定义最佳决策的难点所在。

提出合作博弈论的经济学家帕累托提出了解决这一问题的思路，它要求参与者相互合作，以使每个人的成本最小。合作博弈论涉及多参数、多目标的问题，因此本文选择合作博弈论作为优化工具。在合作博弈中，帕累托定义了帕累托最优决策 M 元组如下：

定义 1: 决策 M 元组 $d^* \in \prod_{i=1}^M \hat{D}_i$ 是帕累托最优 (或帕累托最优性) 当且仅当对于每个 $d \in \prod_{i=1}^M \hat{D}_i$ ，满足

$$J_i(d) = J_i(d^*) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (5-3)$$

或者至少有一个 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 使得

$$J_i(d) > J_i(d^*) \quad (5-4)$$

一般而言，在合作博弈中，Pareto 最优决策 M 元组通常不是唯一的。在不同的 Pareto 最优决策下，可能存在不同的代价结果集 ($J_1, J_2, \dots, J_M$)，这些结果集合称为 Pareto 前沿。Pareto 前沿表示了在给定的合作博弈中，无法通过改变参与者的策略来同时改善所有参与者的情况。因此，Pareto 前沿是一种重要的概念，帮助我们理解在合作博弈中可行解的分布情况，以及在实践中如何选择最优的决策。在定义 1 的基础上，提出了以下引理来求出帕累托最优解。

引理 1: 决策 M 元组 $d^* \in \prod_{i=1}^M \hat{D}_i$ 是帕累托最优，如果存在一个 $\zeta \in R, \zeta_i > 0, i = 1, 2, \dots, M$ 且 $\sum_{i=1}^M \zeta_i = 1$ ，使得

$$J(d^*) \leq J(d) \quad \forall d \in \prod_{i=1}^M \hat{D}_i \quad (5-5)$$

其中 $J(d) = \sum_{i=1}^M \zeta_i J_i(d)$ 。

证明: 令 $d \in \prod_{i=1}^M \hat{D}_i$ ，公式 (5-5) 表示 $J(d^*) < J(d)$ 或 $J(d^*) = J(d)$ 。假设 $J(d^*) = J(d)$ ，可以得到，对于所有的 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ ，有 $J_i(d^*) = J_i(d)$ (因此公式 (5-3) 是满足的)，或者存在 $i, j \in \{1, 2, \dots, M\}$ 使得 $J_i(d^*) < J_i(d)$ (因此公式 (5-4) 是满足的) 和 $J_j(d^*) < J_j(d)$ 。

备注 1: 从合作博弈的角度出发，可将优化设计问题的设计参数和性能指标分别视为参与者和成本函数。然后，将最优设计问题转化为寻找合作对策的

Pareto 最优解的问题。

5.3 基于合作博弈的控制参数优化

5.3.1 模糊优化设计

为了构建控制参数的优化问题，需要设计合理的成本函数。在这一节中，综合考虑智能平衡移动机器人系统性能 k_1, k_2 与控制代价 J ，分别设计与这两个方面有关的成本函数。

首先，考虑系统性能的成本函数。这个成本函数应该包括机器人在平衡、移动和执行任务时的性能指标。其次，考虑控制代价的成本函数。这个成本函数应该包括控制器设计和执行过程中的代价。通过设计这些成本函数，可以建立一个全面的控制参数优化问题，以寻找最优的控制参数配置，以在系统性能和控制代价之间取得最佳平衡。基于瑞利原理的最优参数设计为

$$\lambda_m(P) \|\varpi\|^2 \leq \varpi^T P \varpi \leq \lambda_M(P) \|\varpi\|^2 \quad (5-6)$$

其中 $\lambda_m(P) > 0$ ，因为 P 是正定的，所以

$$-2k_1 \frac{\lambda_m(P)}{\lambda_M(P)} \|\varpi\|^2 \geq -\frac{2k_1}{\lambda_M(P)} \varpi^T P \varpi \geq -2k_1 \|\varpi\|^2 \quad (5-7)$$

如果令 $\hat{\rho} := \min \left\{ \left\lceil \frac{2}{\lambda_M(P)} \right\rceil, L_3 \right\}$ ，可以得到

$$\begin{aligned} & -2k_1 \|\varpi\|^2 - (1 + v_E) L_1^{-1} L_3 \|\hat{\zeta} - \zeta\|^2 \\ & \leq -\frac{2k_1}{\lambda_M(P)} \varpi^T P \varpi - k_1 L_3 (k_1 L_1)^{-1} (1 + v_E) \times (\hat{\zeta} - \zeta)^T (\hat{\zeta} - \zeta) \\ & \leq -k_1 \hat{\rho} V \end{aligned} \quad (5-8)$$

根据 (5-6) 和 (4-42)，有

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq -2k_1 \|\varpi\|^2 - (1 + v_E) L_1^{-1} L_3 \|\hat{\zeta} - \zeta\|^2 + \Omega \\ & \leq -k_1 \hat{\rho} V(t) + \Omega \end{aligned} \quad (5-9)$$

其中 $v(t_0) = \varpi^T(t_0) P \varpi(t_0) + (k_1 L_1)^{-1} (1 + v_E) (\hat{\zeta}(t_0) - \zeta)^T (\hat{\zeta}(t_0) - \zeta)$ 这是一个微分不等式，详细的理论和分析可以在 [55] 和 [56] 中找到。下面将对 (5-9) 进行

数学分析。

首先，考虑微分方程

$$\dot{y}(t) = -k_1 \hat{\rho} y(t) + \Omega, \quad y(t_0) = V_0 = V(t_0) \quad (5-10)$$

其中泄漏项满足全局 Lipschitz 条件

$$L = k_1 \hat{\rho} \quad (5-11)$$

继续求解微分方程 (5-10)，得到结果

$$y(t) = \left(V_0 - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right) e^{-k_1 \hat{\rho}(t-t_0)} + \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \quad (5-12)$$

然后，基于微分不等式的求解过程 (见 [55], [56])，有

$$V(t) \leq y(t) \quad (5-13)$$

或者

$$V(t) \leq \left(V_0 - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right) e^{-k_1 \hat{\rho}(t-t_0)} + \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \quad (5-14)$$

对于所有的 $t \geq t_0$ 。同理，对于任意的 t_s 和任意的 $\Gamma \geq t_s$

$$V(\Gamma) \leq \left(V_s - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right) e^{-k_1 \hat{\rho}(\Gamma-t_s)} + \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \quad (5-15)$$

其中 $V_s = V(t_s) = \varpi^T(t_s)P\varpi(t_s) + (k_1 L_1)^{-1}(1 + \nu_E)(\hat{\zeta}(t_s) - \zeta)^T(\hat{\zeta}(t_s) - \zeta)$ ，时间 t_s 是控制方案 (4-21) 开始被执行的时间，它并不一定需要是 t_0 。为了分离变量，将 V_s 改写为

$$V_s = V_{s1} + \frac{V_{s2}}{k_1} \quad (5-16)$$

其中 $V_{s1} := \varpi^T(t_s)P\varpi(t_s)$ 和 $V_{s2} := L_1^{-1}(1 + \nu_E)(\hat{\zeta}(t_s) - \zeta)^T(\hat{\zeta}(t_s) - \zeta)$ 。通过 (5-6)，知道 $V(\Gamma) \geq \lambda_m(P) \|\varpi\|^2 + (k_1 L_1)^{-1}(1 + \nu_E) \|\hat{\zeta} - \zeta\|^2$ ，(5-15) 的泄漏项提供了 $\lambda_m(P) \|\varpi\|^2 + (k_1 L_1)^{-1}(1 + \nu_E) \|\hat{\zeta} - \zeta\|^2$ 的上界。这又反过来导致了一个上界 $\|\varpi\|^2$ 。对于每一个 $\Gamma \geq t_s$ ，令

$$\eta(\zeta, k_1, k_2, \Gamma, t_s) = \left(V_s - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right) e^{-k_1 \hat{\rho}(\Gamma-t_s)} \quad (5-17)$$

$$\eta_{\infty}(\zeta, k_1, k_2) = \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \quad (5-18)$$

定义一个在 U 中具有隶属函数 $\mu_{\tilde{D}_\alpha} = \alpha I_{D_\alpha}(x)$ 的模糊集 $\tilde{D}_\alpha$ ，其中如果 $x \in D_\alpha$ ， $I_{D_\alpha}(x) = 1$ ，如果 $x \in U - D_\alpha$ ， $I_{D_\alpha}(x) = 0$ 。然后，得到模糊集 D 为

$$D = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \tilde{D}_\alpha \quad (5-19)$$

其中 U 是模糊集的并集。

接下来进行 $D -$ 操作，先考虑一个模糊集

$$N = \{(v, \mu_N(v)) | v \in N\} \quad (5-20)$$

对于任意函数 $f: N \rightarrow R$ ， $D -$ 操作 $D[f(v)]$ 为

$$D[f(v)] = \frac{\int_N f(v) \mu_N(v) dv}{\int_N \mu_N(v) dv} \quad (5-21)$$

从某种意义上说， $D -$ 操作 $D[f(v)]$ 取 $f(v)$ 除以 $\mu_N(v)$ 的平均值。在 $f(v)=v$ 的特殊情况下，这被简化为众所周知的重心去模糊化方法。如果 N 对所有 $v \in N$ 都是明晰的 [即 $\mu_N(v) = 1$]，则 $D[f(v)] = f(v)$ 。

引理 2: 对于任意清晰的常数 $a \in R$

$$D[af(v)] = aD[f(v)] \quad (5-22)$$

备注 2: 模糊数学被用来描述不确定性，通过对应的隶属函数可以有效地求解。相比之下，模糊描述具有比概率论更多的优点。在概率论中，通常需要进行大量的重复实验来获取观测数据，然后通过统计分析来推断结果的可能性。相比之下，模糊数学通过将不确定性表示为隶属于模糊集合的程度，更直观地捕捉了不确定性的特征。这种方法不仅可以应用于不确定性的建模和分析，还可以用于决策问题的求解，特别是在面对不确定性较高的复杂系统时，模糊描述更具优势，因为它能够更好地处理不完备信息和模糊性。

进而提出智能平衡移动机器人性能指标 k_1 和 k_2 。对于任意 t_s ，这些指标为

$$J_1(k_1, k_2, t_s) := D\left[\int_{t_s}^{\infty} \eta^2(\zeta, k_1, k_2, \Gamma, t_s) d\Gamma\right] + k_1^2 \quad (5-23)$$

$$J_2(k_1, k_2, t_s) := D[\eta_{\infty}^2(\zeta, k_1, k_2)] + k_2^{-2} \quad (5-24)$$

$J_1(k_1, k_2, t_s)$ 可以被认为是智能平衡移动机器人稳态性能由 D-操作得到的平均值, $J_2(k_1, k_2, t_s)$ 可以被认为是系统的控制代价。可以进一步证明

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_s}^{\infty} \eta^2(\zeta, k_1, k_2, \Gamma, t_s) d\Gamma \\
 &= \left(V_s - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right)^2 \int_{t_s}^{\infty} e^{-2k_1 \hat{\rho}(\Gamma - t_s)} d\Gamma \\
 &= \left(V_s - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right)^2 \left(-\frac{1}{2k_1 \hat{\rho}} \right) e^{-2k_1 \hat{\rho}(\Gamma - t_s)} \Big|_{t_s}^{\infty} \\
 &= \left(V_{s1} + \frac{V_{s2}}{k_1} - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right)^2 \frac{1}{2k_1 \hat{\rho}}
 \end{aligned} \tag{5-25}$$

考虑到 D-操作, 可以得到

$$\begin{aligned}
 & D \left[\int_{t_s}^{\infty} \eta^2(\zeta, k_1, k_2, \Gamma, t_s) d\Gamma \right] \\
 &= D \left[\left(V_{s1} + \frac{V_{s2}}{k_1} - \frac{\Omega}{k_1 \hat{\rho}} \right)^2 \frac{1}{2k_1 \hat{\rho}} \right] \\
 &:= \sigma_1 k_1^{-7} + \sigma_2 k_1^{-5} + \sigma_3 k_1^{-4} + \sigma_4 k_1^{-3} + \sigma_5 k_1^{-2} + \sigma_6 k_1^{-1} \\
 &\quad + \sigma_7 k_1^{-3} k_2 + \sigma_8 k_1^{-3} k_2^2 + \sigma_9 k_1^{-5} k_2 + \sigma_{10} k_1^{-2} k_2
 \end{aligned} \tag{5-26}$$

再次使用 D-操作, 可以得到

$$\begin{aligned}
 & D[\eta^2(\zeta, k_1, k_2)] \\
 &= D \left[\frac{\Omega^2}{k_1^2 \hat{\rho}^2} \right] \\
 &:= \lambda_1 k_1^{-6} + \lambda_2 k_1^{-4} + \lambda_3 k_1^{-2} + \lambda_4 k_1^{-2} k_2 + \lambda_5 k_1^{-4} k_2 + \lambda_6 k_1^{-2} k_2^2
 \end{aligned} \tag{5-27}$$

那么, 控制代价 J_1 和 J_2 可以被写成

$$\begin{aligned}
 J_1(k_1, k_2) &= \sigma_1 k_1^{-7} + \sigma_2 k_1^{-5} + \sigma_3 k_1^{-4} + \sigma_4 k_1^{-3} + \sigma_5 k_1^{-2} \\
 &\quad + \sigma_6 k_1^{-1} + \sigma_7 k_1^{-3} k_2 + \sigma_8 k_1^{-3} k_2^2 + \sigma_9 k_1^{-5} k_2 + \sigma_{10} k_1^{-2} k_2 + k_1^2
 \end{aligned} \tag{5-28}$$

$$\begin{aligned}
 J_2(k_1, k_2) &= \lambda_1 k_1^{-6} + \lambda_2 k_1^{-4} + \lambda_3 k_1^{-2} + \lambda_4 k_1^{-2} k_2 \\
 &\quad + \lambda_5 k_1^{-4} k_2 + \lambda_6 k_1^{-2} k_2^2 + k_2^{-2}
 \end{aligned} \tag{5-29}$$

5.3.2 最优求解

求解智能平衡移动机器人性能指标 (k_1^*, k_2^*) , 使得对于每一个 $(k_1, k_2) \in \prod_{i=1}^2 D_i$,

$$J_i(k_1, k_2) = J_i(k_1^*, k_2^*) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (5-30)$$

或者至少有一个 $i \in \{1, 2\}$, 使得

$$J_i(k_1, k_2) > J_i(k_1^*, k_2^*) \quad (5-31)$$

为了求解 (k_1^*, k_2^*) , 运用引理 1: 如果存在加权因子 $\gamma_1 > 0$ 和 $\gamma_2 > 0$ 且 $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ 使得

$$J(k_1^*, k_2^*) \leq J(k_1, k_2) \quad \forall k_1 \in D_1, k_2 \in D_2 \quad (5-32)$$

则决策对 (k_1^*, k_2^*) 是帕累托最优的。

其中控制代价 $J(k_1, k_2) = \zeta_1 J_1(k_1, k_2) + \zeta_2 J_2(k_1, k_2)$, 即

$$\begin{aligned} J(k_1, k_2) = & \gamma_1 (\sigma_1 k_1^{-7} + \sigma_2 k_1^{-5} + \sigma_3 k_1^{-4} + \sigma_4 k_1^{-3} + \sigma_5 k_1^{-2} \\ & + \sigma_6 k_1^{-1} + \sigma_7 k_1^{-3} k_2 + \sigma_8 k_1^{-3} k_2^2 + \sigma_9 k_1^{-5} k_2 + \sigma_{10} k_1^{-2} k_2 + k_1^2) \\ & + \gamma_2 (\lambda_1 k_1^{-6} + \lambda_2 k_1^{-4} + \lambda_3 k_1^{-2} + \lambda_4 k_1^{-2} k_2 + \lambda_5 k_1^{-4} k_2 + \lambda_6 k_1^{-2} k_2^2 + k_2^{-2}) \end{aligned} \quad (5-33)$$

因此, 可以解决以下约束优化问题。

对于任意的 t_s 和给定的 $D_{1,2}$

$$\min_{k_1, k_2} : J(k_1, k_2) \quad k_1 \in D_1, k_2 \in D_2 \quad (5-34)$$

为了得到解, 对控制代价 $J(k_1, k_2)$ 进行关于 k_1 的一个偏微分运算

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial k_1} = & \gamma_1 (-7\sigma_1 k_1^{-8} - 5\sigma_2 k_1^{-6} - 4\sigma_3 k_1^{-5} - 3\sigma_4 k_1^{-4} - 2\sigma_5 k_1^{-3} \\ & - \sigma_6 k_1^{-2} - 3\sigma_7 k_1^{-4} k_2 - 3\sigma_8 k_1^{-4} k_2^2 - 5\sigma_9 k_1^{-6} k_2 - 2\sigma_{10} k_1^{-3} k_2 + 2k_1) \\ & + \gamma_2 (-6\lambda_1 k_1^{-7} - 4\lambda_2 k_1^{-5} - 2\lambda_3 k_1^{-3} - 2\lambda_4 k_1^{-3} k_2 - 4\lambda_5 k_1^{-5} k_2 - 2\lambda_6 k_1^{-3} k_2^2) \end{aligned} \quad (5-35)$$

同样地, 对 $J(k_1, k_2)$ 进行关于 k_2 的一个偏微分运算

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial k_2} = & \gamma_1 (\sigma_7 k_1^{-3} + 2\sigma_8 k_1^{-3} k_2 + \sigma_9 k_1^{-5} + \sigma_{10} k_1^{-2} \\ & + \gamma_2 (\lambda_4 k_1^{-2} + \lambda_5 k_1^{-4} + 2\lambda_6 k_1^{-2} k_2 - 2k_2^{-3}) \end{aligned} \quad (5-36)$$

令

$$\frac{\partial J}{\partial k_1} = 0 \quad (5-37)$$

$$\frac{\partial J}{\partial k_2} = 0 \quad (5-38)$$

这里有 $k_1 \in D_1$, $k_2 \in D_2$ 。通过分析 J 的二阶导数, 得到

$$\Delta(k_1, k_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial k_1^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial k_1 \partial k_2} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial k_2 \partial k_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial k_2^2} \end{bmatrix} \quad (5-39)$$

假设候选解 k_1^* , k_2^* 满足充分条件

$$\Delta(k_1, k_2) > 0 \quad (5-40)$$

则 (5-37) 和 (5-38) 的解可使 (5-33) 最小, 为帕累托最优解。

备注 3: 通过适当地选择设计参数 P , v_E , L_1 , L_2 和 L_3 , 可以保证最优解性能指标解 k_1^* , k_2^* 。

假设解 $k_1^* > 0$ 和 $k_2^* > 0$ 到 (5-37) 和 (5-38) 存在。再假设它们满足充分条件 (5-40), 则它们就是帕累托最优性 (或帕累托效率)。加权因子 $\gamma_1 > 0$ 和 $\gamma_2 > 0$, 根据以上分析, 得到的最小性能指标为

$$J_{\min} = \gamma_1 J_1(k_1^*, k_2^*) + \gamma_2 J_2(k_1^*, k_2^*) \quad (5-41)$$

5.4 仿真结果与分析

为了验证所优化控制的性能, 通过 $m_p = \bar{m}_p + \Delta m_p$, $m_c = \bar{m}_c + \Delta m_c$, $m_w = \bar{m}_w + \Delta m_w$, 将不确定性包含在其中。选择参数 $\bar{m}_p = 5\text{kg}$, $\bar{m}_c = 10\text{kg}$, $\bar{m}_w = 2\text{kg}$, $J_v = 0.6\text{kg} \cdot \text{m}^2$, $J_c = 0.5\text{kg} \cdot \text{m}^2$, $J_w = 0.1\text{kg} \cdot \text{m}^2$, $l = 0.2\text{m}$, $r = 0.1\text{m}$, $d = 0.2\text{m}$, $g = \frac{9.8\text{m}}{\text{s}^2}$ 。系统的初始值为 $\chi(0) = \left[-\left(\frac{\pi}{3}\right), 5, -\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]^T$ 和 $\dot{\chi}(0) = [2, 0, 0]^T$ 同上一节。假设系统的不确定性如下: $\Delta m_p = 0.5$, $\Delta m_c = 1$, $\Delta m_w = 0.2$, $\zeta = 0.1$, 相关的隶属函数为

$$\mu_{\Delta m_p}(v) \begin{cases} 2v, & 0 \leq v \leq 0.5 \\ -2v + 2, & 0.5 \leq v \leq 1 \end{cases} \quad (5-42)$$

$$\mu_{\Delta m_c}(v) \begin{cases} v, & 0 \leq v \leq 1 \\ -v + 2, & 1 \leq v \leq 2 \end{cases} \quad (5-43)$$

$$\mu_{\Delta m_w}(\nu) \begin{cases} 5\nu, & 0 \leq \nu \leq 0.2 \\ -5\nu + 2, & 0.2 \leq \nu \leq 0.4 \end{cases} \quad (5-44)$$

$$\mu_{\zeta}(\nu) \begin{cases} 10\nu, & 0 \leq \nu \leq 0.1 \\ -10\nu + 2, & 0.1 \leq \nu \leq 0.2 \end{cases} \quad (5-45)$$

接下来，考虑优化问题。通过 D- 操作和数学计算，可以得到 $\sigma_1 = 0.1013, \sigma_2 = 0.0024, \sigma_3 = -0.7902, \sigma_4 = -0.0274, \sigma_5 = -0.0092, \sigma_6 = 1.5420, \sigma_7 = 0.0095, \sigma_8 = 1.6200, \sigma_9 = 0.8100, \sigma_{10} = -3.1610, \lambda_1 = 0.2025, \lambda_2 = 0.0142, \lambda_3 = 3.7989 \times 10^{-4}, \lambda_4 = 0.0567, \lambda_5 = 1.6200, \lambda_6 = 3.2400$ 。通过回顾(5-37)和式(5-38)，计算得到最优分配的集合，并选择表 5-1 中的五组加权因子 $\gamma_{1,2}$ 进行比较。

表 5-1 加权因素/最优收益/最小成本

序号	(γ_1, γ_2)	(k_1^*, k_2^*)	J_{min}
1	(0.9,0.1)	(0.8847,0.5907)	1.3102
2	(0.7,0.3)	(1.1239,0.7715)	2.1233
3	(0.5,0.5)	(1.3875,0.8746)	2.5114
4	(0.3,0.7)	(1.7549,0.9846)	2.5320
5	(0.1,0.9)	(2.6260,1.2036)	1.9855

图 5-1 给出了 $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5$ 时，智能平衡移动机器人控制代价 J 、性能指标 k_1 和 k_2 之间的关系，证明了总是存在最小化 J 的解，即帕累托最优。

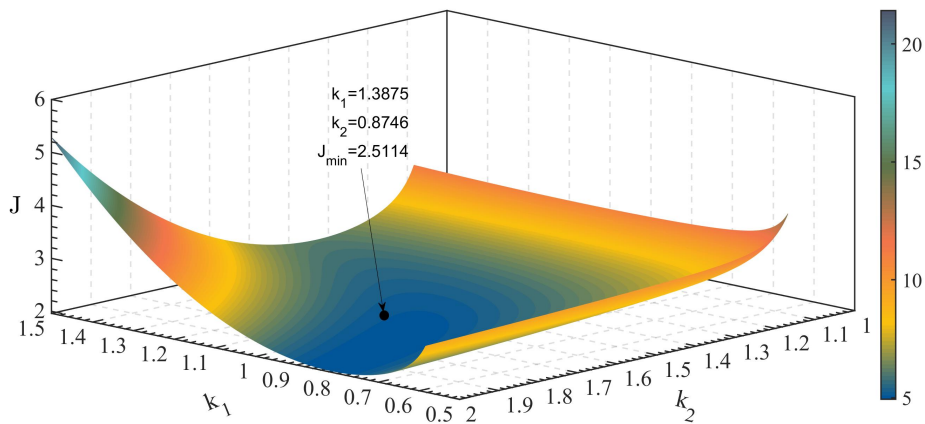


图 5-1 当 $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5$ 时 J 与 k_1 和 k_2 的关系

为了证明表 5-1 中所列不同加权因子 γ_1 和 γ_2 的影响，通过仿真了比较误差和控制力矩，其结果分别显示在图 5-2 至图 5-5 所示。发现在 5 个不同的 (k_1^*, k_2^*) 下，力矩上升越快，峰值越大，误差越快收敛于 0。然而，快速的转矩响应和快速的误差收敛需要优秀的执行器和巨大的控制成本。结果表明，控制成本在特定系统性能方面存在冲突。因此，应根据实际需要选择性能指标中合适的权重因子。

为了比较，对滑模控制(SMC)进行了对比仿真，可以看出，一方面非完整伺服约束不能直接输入 SMC。另一方面，在这种情况下，采用滑模控制的误差调整速度比采用该方法的慢，且输出转矩峰值高于采用该方法的输出转矩峰值。综上所述，所提出的方法在控制系统、处理非完整伺服约束、优化双控制参数等方面具有显著优势。

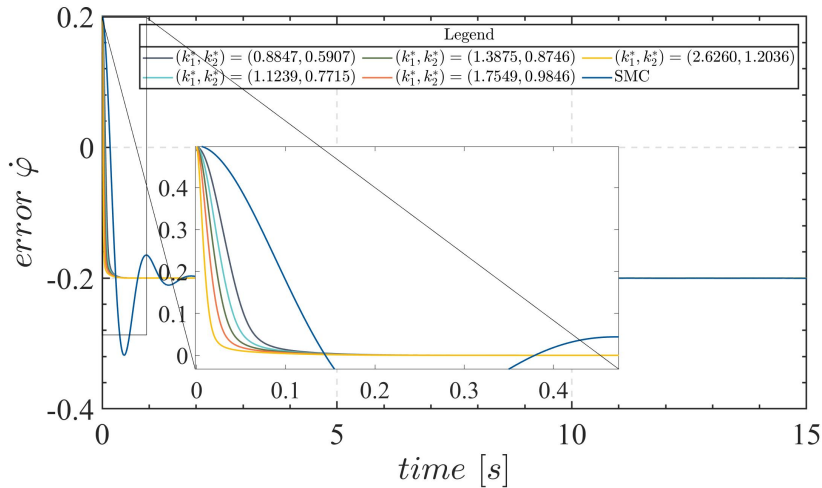


图 5-2 $\dot{\phi}$ 的轨迹误差

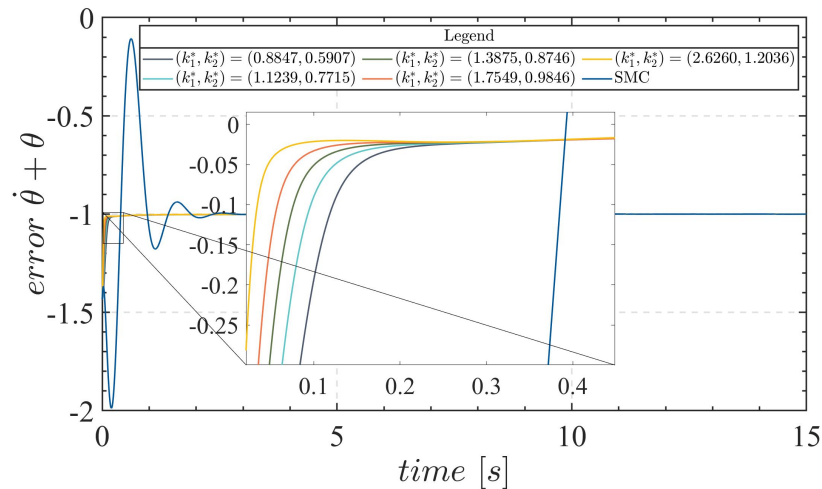


图 5-3 $\dot{\theta} + \theta$ 的误差

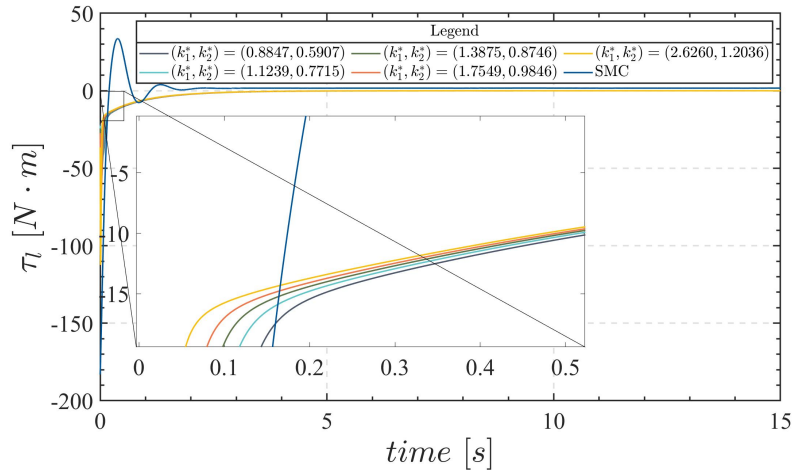


图 5-4 左侧车轮的输出力矩

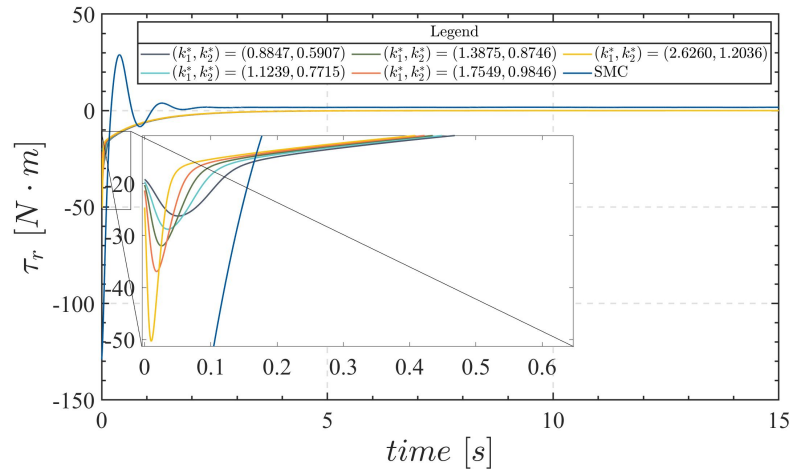


图 5-5 右侧车轮的输出力矩

5.5 本章小结

本章通过建立基于模糊集理论的性能指标和合作博弈理论,提出了一种系统的参数优化方法。该方法通过构造增益参数作为参与者,并设置两个性能指标作为参与者的成本函数,采用二人博弈的方法来寻找 Pareto 最优解,目标是在确保一个指标的最优化过程中不会对另一个指标产生负面影响,实现两个性能指标的共同最小化,达到优化整个系统的性能的目的。主要贡献包括利用模糊集理论处理有界不确定性,将跟踪轨迹视为对模糊系统施加的伺服约束,并通过构造二人合作对策对控制中的对偶增益参数进行优化。数值仿真验证了该方法在优化欠驱动智能平衡移动机器人性能方面的有效性。

第 6 章 总结与展望

6.1 全文总结

本文专注于基于博弈论参数优化的欠驱动智能平衡移动机器人轨迹跟踪控制，旨在解决在复杂环境下，如何提高智能平衡移动机器人轨迹跟踪的精确性和鲁棒性的问题。欠驱动智能平衡移动机器人由于其结构的特殊性，控制和优化任务尤为复杂，需要精确的模型、高效的控制策略以及对不确定性和外部扰动的强大适应能力。本研究通过鲁棒控制减少不确定性影响，引入博弈论进行参数优化，为欠驱动智能平衡移动机器人的轨迹跟踪控制提供了一种新颖的视角和有效的方法。主要完成以下几方面工作：

(1) 详细构建了智能平衡移动机器人的两轮控制模型，并通过运动学和动力学模型的推导，为车辆的轨迹跟踪控制策略开发提供了理论基础。此外，还通过 Euler-Lagrange 方法对动力学模型进行了改善，为设计有效的动态控制系统做了准备。

(2) 提出了一种具有学习型反馈增益自动调整的智能平衡移动机器人车轮不确定性鲁棒位置控制算法，以获得更好的轨迹跟踪性能。首先，在 PD 控制框架下，基于模型和误差设计了鲁棒控制器，然后，通过学习进行反馈增益自动调整，从而迭代地自动调整控制反馈增益，优化系统的期望性能。最后，根据反馈后的动态模型，设计了一种结构简单、参数自调整、具有工程实用性的新型鲁棒控制方法，将跟踪误差从 0.2° 减少到 0.05° 以内。

(3) 针对模糊欠驱动移动机器人的特定问题，研究了自适应鲁棒轨迹跟踪控制策略。该策略包括三个主要部分（p1、p2 和 p3），分别为机器人的标称模型设计、初始条件偏差的适应性调整，以及模型不确定性和外部扰动的鲁棒措施，以保持系统的稳定和高效性能，5s 内既可完成平衡调整又能精准跟踪预设轨迹。

(4) 基于模糊集理论和合作博弈理论，提出了一种系统参数优化方法。通过设置增益参数和性能指标作为博弈参与者的成本函数，该方法旨在找到 Pareto 最优解，实现性能指标最小化，优化整体系统性能。结果表明，在 5 组不同性能指标(k_1^*, k_2^*)下，力矩上升越快，峰值越大，误差越快收敛于 0。

6.2 工作展望

本文对智能平衡移动机器人轨迹跟踪问题进行了初步研究, 尽管取得了一些研究成果, 但仍存在许多不足和值得完善的地方, 有待进一步研究:

(1) 虽然已经提出了有效的控制策略和参数优化方法, 未来的工作可以探索更加复杂的模型和算法, 以进一步提高控制精度和系统稳定性。例如, 考虑非线性因素和更复杂的动力学模型, 或者利用更先进的机器学习技术来细化参数优化过程。

(2) 尽管已经考虑了车轮的不确定性并提出了相应的鲁棒控制策略, 但在实际应用中, 环境的不确定性(如地面条件、障碍物等)对轨迹跟踪性能也有显著影响。未来的研究可以进一步考虑这些因素, 研发能够适应更广泛不确定性的控制算法。

(3) 虽然论文中已进行了仿真和初步的实验验证, 但在更复杂、更接近实际应用的环境中测试所提出的方法仍然非常重要。这可能包括在不同的地形、不同的环境条件下进行测试, 以评估控制策略的算法算力、鲁棒性和适应性。

参考文献

- [1] 张振国, 毛建旭, 谭浩然, 等. 重大装备制造多机器人任务分配与运动规划技术研究综述[J]. 自动化学报, 2024, 50(1): 21-41.
- [2] Alatis M B, Hancke G P. A review on challenges of autonomous mobile robot and sensor fusion methods[J]. IEEE Access, 2020, 8: 39830-39846.
- [3] Raj R, Kos A. A comprehensive study of mobile robot: history, developments, applications, and future research perspectives[J]. Applied Sciences, 2022, 12(14): 6951.
- [4] Zhu K, Zhang T. Deep reinforcement learning based mobile robot navigation: A review[J]. Tsinghua Science and Technology, 2021, 26(5): 674-691.
- [5] 曹风魁, 庄严, 闫飞, 等. 移动机器人长期自主环境适应研究进展和展望[J]. 自动化学报, 2020, 46(2): 205-221.
- [6] 徐冽, 何庆柏, 任静, 等. “互联网+” 背景下智能配送现状与发展对策[J]. 物流技术, 2021, 40(1): 19.
- [7] Zhang Y. Metaphor in science communication: With special reference to Jade Rabbit of the Moon Rover[J]. Science Communication, 2021, 43(6): 719-739.
- [8] Rubio F, Valero F, Llopis-Albert C. A review of mobile robots: Concepts, methods, theoretical framework, and applications[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2019, 16(2): 1729881419839596.
- [9] Crnokic B, Grubisic M, Volaric T. Different applications of mobile robots in education[J]. arXiv preprint arXiv:1710.03064, 2017.
- [10] Adăscăliței F, Doroftei I. Practical applications for mobile robots based on mecanum wheels-a systematic survey[J]. The Romanian Review Precision Mechanics, Optics and Mechatronics, 2011, 40: 21-29.
- [11] Sharma N, Pandey J K, Mondal S. A review of mobile robots: Applications and future prospect[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2023, 24(9): 1695-1706.
- [12] 鲁守银, 张营, 李建祥, 等. 移动机器人在高压变电站中的应用[J]. 高电压技

- 术, 2017, 43(1): 276-284.
- [13] Klancar G, Zdesar A, Blazic S, et al. Wheeled mobile robotics: from fundamentals towards autonomous systems[M]. Butterworth-Heinemann, 2017.
- [14] Morin P, Samson C. Motion control of wheeled mobile robots[J]. Springer handbook of robotics, 2008, 1: 799-826.
- [15] 胡映, 陈志环. 侧滑和打滑下的轮式移动机器人轨迹跟踪控制[J]. 计算机应用, 2023: 0.
- [16] Yang T, Sun N, Zhai M, et al. Unactuated and Actuated States Simultaneously Constrained Optimal Trajectory Planning-Based Path-Following Control for Underactuated Robots[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024.
- [17] Xu J X, Guo Z Q, Lee T H. Design and implementation of integral sliding-mode control on an underactuated two-wheeled mobile robot[J]. IEEE Transactions on industrial electronics, 2013, 61(7): 3671-3681.
- [18] Kanjanawanishkul K, Hofmeister M, Zell A. Path following with an optimal forward velocity for a mobile robot[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2010, 43(16): 19-24.
- [19] Tzafestas S G. Introduction to mobile robot control[M]. Elsevier, 2013.
- [20] Zheng Y, Zheng J, Shao K, et al. Adaptive trajectory tracking control for nonholonomic wheeled mobile robots: A barrier function sliding mode approach[J]. IEEE/CAA journal of automatica sinica, 2024.
- [21] Li Q, Yang H, Xia Y, et al. Switched Model Predictive Control for Nonholonomic Mobile Robots Under Adaptive Dwell Time[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023.
- [22] Kuhne F, Lages W F, da Silva Jr J G. Model predictive control of a mobile robot using linearization[C]//Proceedings of mechatronics and robotics. 2004: 525-530.
- [23] Lim H, Kang Y, Kim C, et al. Nonlinear model predictive controller design with obstacle avoidance for a mobile robot[C]//2008 IEEE/ASME International Conference on Mechtronic and Embedded Systems and Applications. IEEE, 2008: 494-499.

- [24]Gao Y, Dai L, Xia Y, et al. Distributed model predictive control for consensus of nonlinear second - order multi - agent systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(5): 830-842.
- [25]Han Y, Zhu Q. Robust optimal control of omni-directional mobile robot using model predictive control method[C]. 2019 Chinese Control Conference (CCC). IEEE, 2019: 4679-4684.
- [26]Zheng W, Zhu B. Stochastic Time-Varying Model Predictive Control for Trajectory Tracking of a Wheeled Mobile Robot[J]. Frontiers in Energy Research, 2021, 9: 767597.
- [27]Meng J, Xiao H, Jiang L, et al. Adaptive Model Predictive Control for Mobile Robots with Localization Fluctuation Estimation[J]. Sensors, 2023, 23(5): 2501.
- [28]郭一军. 非完整轮式移动机器人鲁棒轨迹跟踪控制研究[D].浙江工业大学,2020.
- [29]Wu Q, Lin F, Zhao H, et al. A deterministic robust control with parameter optimization for uncertain two-wheel driven mobile robot[J]. ISA transactions, 2023.
- [30]徐俊艳, 张培仁, 程剑锋. 基于 Backstepping 时变反馈和 PID 控制的移动机器人实时轨迹跟踪控制[J]. 电机与控制学报, 2004, 8(1): 35-38.
- [31]Pourboghrat F, Karlsson M P. Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints[J]. Computers & Electrical Engineering, 2002, 28(4): 241-253.
- [32]席雷平,段连飞,江涛.非完整四轮式移动机器人反演轨迹跟踪控制[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(08): 2143-2145.
- [33]宋立业, 邢飞. 移动机器人自适应神经滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2018, 25(11): 1965-1970.
- [34]Ibari B, Benchikh L, Elhachimi A R H, et al. Backstepping approach for autonomous mobile robot trajectory tracking[J]. Indonesian journal of electrical engineering and computer Science, 2016, 2(3): 478--485.
- [35]Hassani I, Maalej I, Rekik C. Backstepping tracking control for nonholonomic

- mobile robot[C]. 2020 4th International Conference on Advanced Systems and Emergent Technologies (IC_ASET). IEEE, 2020: 63-68.
- [36]李雪冰,马莉,丁世宏.一类新的二阶滑模控制方法及其在倒立摆控制中的应用[J].自动化学报, 2015, 41(1): 193-20.
- [37]朱建. 双轮移动机器人的平衡及路径跟踪控制的研究[D].合肥工业大学,2016.
- [38]Rossomando F G, Soria C, Carelli R. Sliding mode neuro adaptive control in trajectory tracking for mobile robots[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2014, 74: 931-944.
- [39]Salinas L R, Santiago D, Slawiński E, et al. P+ d plus sliding mode control for bilateral teleoperation of a mobile robot[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16: 1927-1937.
- [40]Zhai J, Song Z. Adaptive sliding mode trajectory tracking control for wheeled mobile robots[J]. International Journal of Control, 2019, 92(10): 2255-2262.
- [41]孙棣华,崔明月,李永福. 具有参数不确定性的轮式移动机器人自适应 backstepping 控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1198-1204.
- [42]Xin L, Wang Q, She J, et al. Robust adaptive tracking control of wheeled mobile robot[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 78: 36-48.
- [43]Liu D, Tang M, Fu J. Robust adaptive trajectory tracking for wheeled mobile robots based on Gaussian process regression[J]. Systems & Control Letters, 2022, 163: 105210.
- [44]Taheri-Kalani J, Khosrowjerdi M J. Adaptive robust fuzzy-based dynamic controller design for wheeled mobile robot[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2014, 26(5): 2557-2566.
- [45]闫茂德, 贺昱曜, 武奇生. 非完整移动机器人的自适应全局轨迹跟踪控制[J]. 机械科学与技术, 2007(01): 57-60.
- [46]Zheng Y, Zhao H, He C, et al. Optimal Adaptive Robust Control for Uncertain Mechanical Systems: A Nash Game-Oriented Approach[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2022, 24(7): 3226-3243.

- [47]Chen Y H. A new approach to the control design of fuzzy dynamical systems[J]. 2011.
- [48]Dong F, Han J, Chen Y H, et al. A novel robust constraint force servo control for under - actuated manipulator systems: fuzzy and optimal[J]. Asian Journal of Control, 2018, 20(5): 1818-1838.
- [49]Sun H, Zhao H, Huang K, et al. A fuzzy approach for optimal robust control design of an automotive electronic throttle system[J]. IEEE transactions on fuzzy systems, 2017, 26(2): 694-704.
- [50]Li C, Chen Y H, Zhao H, et al. Stackelberg game theory-based optimization of high-order robust control for fuzzy dynamical systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 52(2): 1254-1265.
- [51]Dong F, Jin D, Zhao X, et al. A non-cooperative game approach to the robust control design for a class of fuzzy dynamical systems[J]. ISA transactions, 2022, 125: 119-133.
- [52]Ariyur K B, Krstić M. Slope seeking: a generalization of extremum seeking[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2004, 18(1): 1-22.
- [53]Krstić M, Wang H H. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems[J]. Automatica, 2000, 36(4): 595-601.
- [54]Chen Y H. On the deterministic performance of uncertain dynamical systems[J]. International Journal of Control, 1986, 43(5): 1557-1579.
- [55]Chen Y H. Performance analysis of controlled uncertain systems[J]. Dynamics and Control, 1996, 6(2): 131-142.
- [56]Miller R K, Michel A N. Ordinary differential equations[M]. Academic press, 2014.

攻读硕士期间取得的学术成果

（1）期刊论文

- [1] Liu X, Chen M. Robust trajectory tracking control for collaborative robots based on learning feedback gain self-adjustment[J]. Mechanical Sciences, 2023, 14(2): 293-304. (SCI)

（2）会议论文

- [2] Liu X, Chen M, Xu T, et al. Research on particle swarm optimized image alignment algorithm based on improved SURF features[C]//2022 China Automation Congress. IEEE, 2022: 1693-1698. (EI)
- [3] Liu X, Gong G, Xu T, et al. Research on global path planning method based on improved ant colony algorithm[C]//2022 37th Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation. IEEE, 2022: 962-67. (EI)

致谢

在我三年的硕士研究生生涯即将结束之际，我心中充满了无限的感激和深深的怀念。这段时光不仅是我学术探索的旅程，也是我个人成长和变化的重要阶段。在这里，我想向所有在这段旅程中给予我帮助和支持的人表示最诚挚的感谢。

首先，我必须向我的恩师陈孟元教授表达我最深的敬意和感激。陈老师不仅在学术上对我进行了严格的指导，更在学习和生活中给予了我极大的关怀和支持。在研究过程中遇到的每一个难题，陈老师都会耐心地与我探讨，帮助我找到突破的方向。陈老师的高尚品德和学术精神，将是我终生追求的目标。

对于我的实验室同门郭俊阳、钱润邦、郭行荣、徐韬、程浩、姚满宇、龚光强等，我也要表达深深的感谢。在这个充满挑战的学术环境中，是你们的陪伴和互助，让我能够勇敢地面对每一个挑战。我们共同度过的时光，充满了辛勤的工作和美好的回忆，这些都将成为我人生中宝贵的财富。我还要感谢我的宿舍伙伴昌婷婷、徐莎曼、王洁。在学习和生活中，你们的陪伴和支持给了我巨大的力量。我们一起度过的欢笑和泪水，都是我人生旅程中不可或缺的一部分。

特别感谢我的家人，我的父母、公婆以及我的老公，感谢你们始终如一的支持和鼓励。在我追求学术梦想的路上，你们是我坚强的后盾。在我读研期间出生的小宝宝媛媛，你的到来给我的生活带来了无比的快乐和动力，感谢你给予我的幸福和责任感。

此外，我还想感谢安徽工程大学电气学院的所有教师和同学们。在这里，我不仅获得了宝贵的知识和技能，更收获了友谊和成长。每一位老师的悉心教导和每一位同学的友好合作，都对我产生了深远的影响。

最后，我要感谢所有曾经给予我帮助和支持的人。在我学术旅程的每一步，都有你们的陪伴和鼓励。虽然未来的道路还长，但我相信，带着你们的祝福和支持，我能够勇往直前，追求更高的学术成就，也为社会做出更多的贡献。

再次感谢所有关心和帮助过我的人，是你们让我的研究生生涯充满了色彩和意义。我将带着这份深情的感激，继续前行，开启人生的新篇章。

尚德敏学 唯实惟新

