

分类号：TP273

密 级：公开

学校代码：10363

学 号：2210310107



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

# 硕士学位论文

题 目 不确定性脉冲切换网络控制系统  
的混杂控制研究

论 文 作 者 茆馨雅

指 导 教 师 郑群现

学 科（专业） 电气工程

研 究 方 向 切换系统、网络控制系统

论文提交日期： 2023 年 5 月 31 日

分类号: TP273

密 级: 公开

单位代码: 10363

学 号: 2200210103

题 目 不确定性脉冲切换网络控制系统  
的混杂控制研究

题 目 RESEARCH ON HYBRID CONTROL FOR  
UNCERTAIN IMPULSIVE SWITCHED  
NETWORKED CONTROL SYSTEMS

|              |                    |
|--------------|--------------------|
| 学 生 姓 名:     | <u>茆馨雅</u>         |
| 校 内 导 师:     | <u>郑群现</u>         |
| 专 业 学 位 类 别: | <u>电气工程</u>        |
| 研究方向 (领域):   | <u>切换系统、网络控制系统</u> |

论 文 答 辩 日 期: 2024 年 5 月 19 日

## 安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期：2024年5月31日

## 安徽工程大学学位论文版权使用授权书

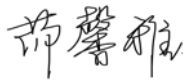
学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在            年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

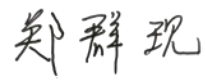
不保密 ☒。

学位论文作者签名：



日期：2024 年 5 月 31 日

指导教师签名：



日期：2024 年 5 月 31 日

# 不确定性脉冲切换网络控制系统的混杂控制研究

## 摘 要

切换系统是一类重要的混杂系统,无论是电力大系统还是电力电子电路,这些控制系统均可以利用切换策略来改善控制性能。随着切换系统研究的深入,切换的思想也被广泛应用于其它系统的研究中,如基于切换的方法,研究了网络控制系统的控制问题,以及考虑实际动力学系统中的脉冲行为,用来分析脉冲切换系统。因此切换系统的研究无论是对其他理论体系的发展还是对实际工程应用来说,都有着十分重要的意义。本论文在切换系统思想的基础上,综合分析了脉冲行为,将其建模为脉冲切换系统,并考虑了网络控制系统中量化和丢包行为对脉冲切换系统的影响。此外,服从李普希茨条件的局部非线性和服从增量二次限制的局部非线性在本文中也有讨论。因此,本文结合切换系统理论、非线性系统理论和矩阵理论等理论来研究脉冲切换系统。本文采用多 Lyapunov 和平均驻留时间的策略,着重研究了脉冲切换系统的混杂控制问题。由于获取系统的所有状态变量是难以实现的,所以本论文基于混杂动态输出反馈控制策略和基于混杂观测器的控制策略,综合网络控制系统中的量化和丢包现象,对脉冲切换系统中的混杂控制问题展开研究。

本论文的主要工作和创新之处如下:

1. 本文首先针对带有范数有界不确定性的脉冲切换系统,研究其动态输出反馈控制问题。针对系统中的脉冲状态跳变,动态输出反馈控制器在脉冲切换瞬间也设计了状态跳变,体现出混杂控制。此外,还考虑了网络控制中量化的影响。采用静态量化器对控制输入进行量化,将量化误差建模为范数有界不确定性。为解耦设计的混杂动态输

出反馈控制器，将待求的增益矩阵拟合到一个未知矩阵中。所得的系统镇定条件以一组线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)表达，通过求解这组 LMI，可以得到期望的混杂控制器。

2. 本文对不确定性为随机发生的非线性脉冲切换系统研究了保性能控制问题。针对脉冲切换系统带有服从李普希茨条件的局部非线性，设计的控制器为基于混杂观测器的控制器。为了应对系统状态在脉冲切换时刻的跳变，观测器的状态在脉冲切换时刻也设计跳变，以此强调脉冲行为的普适性。本文还考虑了多路信号量化和多路信号丢包的影响，对控制输入信号和测量输出信号在网络传输前均采用动态量化器量化，在网络传输的过程中都存在服从伯努利分布的随机丢包行为，并采用零补偿策略来处理丢包信号。本文得出了这种复杂情况下非线性脉冲切换系统在均方意义上渐进稳定的充分条件，以一组 LMI 形式给出。通过求解这组 LMI，可以得到期望的基于混杂观测器的控制器。

3. 本文针对局部非线性服从增量二次限制的脉冲切换系统，研究其混杂控制问题。首先设计了一个混杂观测器，在混杂观测器的基础上，针对测量输出信号的丢包行为提出了一种新的基于观测器的补偿策略。该策略是利用观测器的测量输出对系统丢失的测量输出信号进行实时补偿。其次，本文推导出这种局部非线性服从增量二次限制的脉冲切换系统在均方意义上渐进稳定的充分条件，利用 LMI 工具箱求得期望的混杂观测器与控制器。最后通过仿真验证了本文设计的混杂观测器与控制器的有效性，并与传统的保持补偿策略进行比较，证明了本文提出的补偿策略的优越性。

**关键词：**脉冲切换系统，网络控制系统，量化，丢包， $H_\infty$ 控制，保性能控制，局部非线性

# RESEARCH ON HYBRID CONTROL FOR UNCERTAIN IMPULSIVE SWITCHED NETWORKED CONTROL SYSTEMS

## ABSTRACT

Switched systems are an important class of hybrid systems, whether they are power grid systems or power electronic circuits, these control systems can be improved by switching strategies to improve control performance. With the in-depth study of switched systems, the idea of switching has also been widely used in the study of other systems, such as the control problems of networked control systems (NCSs) based on methods of switching, as well as the consideration of impulse behaviors in real dynamical systems, which are used to analyze the impulsive switched systems. Therefore the study of switched systems is of great importance both for the development of other theoretical systems and for practical engineering applications. Based on the idea of switched systems, the impulsive behavior is comprehensively analyzed and modeled as impulsive switched systems (ISSs), and the effects of quantization and packet loss in the NCSs on ISSs are considered. In addition, local nonlinearities obeying the Lipschitz condition and local nonlinearities obeying the incremental quadratic restriction are discussed in this paper. Therefore, in this paper, theories of combining switching system theory, nonlinear system theory and matrix theory are applied to the study of ISSs, which focus on the control problem of ISSs by utilizing the strategies of multi-Lyapunov and average dwell time (ADT). Since it is impractical to obtain all the state variables of the system, this thesis is centered around hybrid dynamic

output feedback control and hybrid observer-based control.

The main work and innovations of this thesis are listed below:

(1) In this paper, the dynamic output feedback (DOF) control problem of ISSs with norm-bounded uncertainty is studied. In order to cope with impulsive jumps in the system, the DOF controller is also designed with state jumps at impulsive switching moments, that is, hybrid control. The effect of quantization in NCSs is considered, and a static quantizer is used to quantize the control inputs, with the quantization error modeled as norm-bounded uncertainty. To decouple the designed hybrid DOF controller, gain matrices to be solved are fitted to one unknown matrix. The resulting stabilized conditions are expressed as a set of Linear Matrix Inequalities (LMIs), and the desired hybrid controller is obtained by solving this set of LMIs.

(2) This paper investigates the guaranteed cost (GC) control problem for nonlinear ISSs whose uncertainty is randomly occurring, and this part of the ISSs carries a local nonlinearity obeying the Lipschitz condition. The designed controller is based a hybrid observer. In order to cope with the state jumps of the system at impulsive switching moments, the state of the observer is also designed to jump at impulsive switching moments, reflecting the universality of the impulsive behavior. The effects of multipath quantization and multipath packet dropouts are considered, and both control input signals and measurement output signals are quantized by dynamic quantizers before network transmission, and there are random packet dropouts obeying the Bernoulli distribution during network transmission. The zero-compensation strategy is used to deal with the lost signals. In this thesis, sufficient conditions for asymptotic stabilization of nonlinear ISSs in the mean-square sense for this complex situation are derived and given in the form of a set of LMIs. By solving this set of LMIs, the expected hybrid observer-based controller can be obtained.

(3) In this paper, we study the hybrid observer-based control problem for ISSs with local nonlinearities obeying the incremental quadratic constraints. Based on the hybrid observer, a new observer-based compensation strategy is proposed for the packet dropouts of measurement output signals, which utilizes the measurement output states of the observer to compensate the lost measurement output signals of the system in real time. In this thesis, the sufficient conditions for this local nonlinearity to obey the incremental quadratic constraints ISSs to be asymptotically stable in the mean-square sense is derived, and the LMI toolbox is used to derive the expected hybrid observer and controller. By comparing with the traditional hold compensation strategy for packet dropouts, it proves the validity and superiority of the proposed method in this paper.

Mao Xinya (Electric Engineering)

Supervised by Associate Professor Zheng Qunxian

KEY WORDS: Impulsive switched systems, networked control systems, quantization, packet dropouts,  $H_\infty$  control, guaranteed cost control, local nonlinearity

## 目 录

|                                                   |     |
|---------------------------------------------------|-----|
| 摘 要 .....                                         | I   |
| ABSTRACT.....                                     | III |
| 第 1 章 绪论 .....                                    | 1   |
| 1.1 研究背景及意义.....                                  | 1   |
| 1.2 脉冲切换系统.....                                   | 3   |
| 1.2.1 切换系统.....                                   | 3   |
| 1.2.2 脉冲切换系统.....                                 | 9   |
| 1.3 网络控制系统.....                                   | 10  |
| 1.3.1 量化问题研究现状.....                               | 10  |
| 1.3.2 丢包问题研究现状.....                               | 11  |
| 1.4 本文的主要工作.....                                  | 12  |
| 1.5 预备知识.....                                     | 14  |
| 1.5.1 引理.....                                     | 14  |
| 1.5.2 符号说明.....                                   | 15  |
| 第 2 章 量化的不确定脉冲切换系统的 $H_\infty$ 混杂动态输出反馈控制研究 ..... | 16  |
| 2.1 引言.....                                       | 16  |
| 2.2 问题描述.....                                     | 17  |
| 2.2.1 不确定脉冲切换系统.....                              | 17  |
| 2.2.2 混杂动态输出反馈控制器.....                            | 18  |
| 2.2.3 量化器.....                                    | 19  |
| 2.2.4 闭环脉冲切换系统.....                               | 20  |
| 2.3 主要结论.....                                     | 21  |
| 2.3.1 系统稳定性分析及加权 $H_\infty$ 性能分析 .....            | 21  |
| 2.3.2 混杂动态输出反馈控制器的设计.....                         | 23  |
| 2.4 仿真实例.....                                     | 27  |
| 2.5 本章小结.....                                     | 32  |

|                                                               |           |
|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>第 3 章 基于混杂观测器对多路量化且丢包的脉冲切换系统的保性能控制研究</b>                   | <b>33</b> |
| 3.1 引言                                                        | 33        |
| 3.2 问题描述                                                      | 33        |
| 3.2.1 随机发生的不确定性脉冲切换系统                                         | 34        |
| 3.2.2 动态量化器                                                   | 35        |
| 3.2.3 数据丢包                                                    | 36        |
| 3.2.4 带有脉冲状态跳变的混杂观测器                                          | 37        |
| 3.2.5 随机发生的不确定性控制器                                            | 38        |
| 3.2.6 观测误差                                                    | 38        |
| 3.2.7 闭环非线性脉冲切换系统                                             | 39        |
| 3.3 主要结论                                                      | 40        |
| 3.3.1 系统稳定性分析和保性能分析                                           | 40        |
| 3.3.2 基于混杂观测器的控制器设计                                           | 45        |
| 3.4 仿真实例                                                      | 53        |
| 3.5 本章小结                                                      | 59        |
| <b>第 4 章 基于混杂观测器对丢包的非线性脉冲切换系统的 <math>H_\infty</math> 控制研究</b> | <b>60</b> |
| 4.1 引言                                                        | 60        |
| 4.2 问题描述                                                      | 60        |
| 4.2.1 带有局部非线性的脉冲切换系统                                          | 61        |
| 4.2.2 基于混杂观测器的控制器                                             | 62        |
| 4.2.3 数据丢包补偿策略                                                | 62        |
| 4.2.4 闭环非线性脉冲切换系统                                             | 63        |
| 4.3 主要结论                                                      | 64        |
| 4.3.1 系统稳定性分析及加权 $H_\infty$ 性能分析                              | 64        |
| 4.3.2 基于混杂观测器的控制器设计                                           | 69        |
| 4.4 仿真验证                                                      | 71        |
| 4.5 本章小结                                                      | 75        |
| <b>第 5 章 结论与展望</b>                                            | <b>77</b> |

|                              |           |
|------------------------------|-----------|
| 5.1 全文总结.....                | 77        |
| 5.2 展望.....                  | 78        |
| <b>参考文献 .....</b>            | <b>79</b> |
| <b>攻读学位期间发表的学术论文目录 .....</b> | <b>87</b> |
| <b>致 谢 .....</b>             | <b>88</b> |

## 第 1 章 绪论

### 1.1 研究背景及意义

随着现代科学技术的迅猛发展，现实生活中的系统越发复杂多变，这些复杂的系统往往存在着连续变量与离散变量相互耦合的动力学行为，显示出混杂的现象。对于此类系统很难用单一的模态方程表示整个系统特性的复杂，Witsenhausen<sup>[1]</sup> 1966 年将由连续变量动态系统和离散事件动态系统这两部分组成的复杂动态系统命名为混杂系统 (Hybrid System)。混杂系统因其强大的实际背景，涉及到生物、航天航空、计算机、经济等实际工程领域，应用广泛，因此混杂系统成为学者们研究的焦点。

切换系统的早期发展主要是伴随着混杂系统的研究进行的。随着混杂系统研究的深入，特别是 1998 年 Antsaklis 在混杂系统专刊中明确指出切换系统是一类典型的混杂系统<sup>[2]</sup>。以切换规则代替混杂系统的离散动态细节，切换系统模型在不限制其能力和适用范围的同时大大简化了混杂模型，进而使得控制器的设计更加灵活可靠。近年来，切换系统由于其广泛的代表性以及应用范围受到越来越多的关注，已成为国际上的主流研究方向<sup>[3-6]</sup>。

电力大系统<sup>[7]</sup>属于大规模切换系统，是由相互关联的具有切换特性的子系统组成的网状切换系统，电力电子电路是其中的一类子系统，而开关器件的存在使得电力电子电路表现出明显的切换特性。在实际的大规模系统中，不同的子系统对应不同的切换规则，甚至不同的状态变量，因此在稳定性分析和控制器设计过程中需要考虑各个子系统的稳定性对整个系统稳定性的影响，即系统的“分散”程度。目前存在的实际系统越来越复杂，系统之间的联系也越来越密切，将复杂实际系统建模为大规模切换系统可以大大降低稳定性分析的复杂性并有利于控制综合问题的解决。

随着智能电网的发展，电力电子电路的建模与分析越来越重要。传统的电力电子电路分析方法都是从线性系统的角度出发，通过平均化<sup>[8]</sup>、坐标变换或小信号线性化<sup>[9]</sup>等方法得到系统的近似线性化模型，并针对该模型进行稳定性分析与控制。此类方法虽然经典，有很强的理论支持，却由于忽略了

系统的某些因素，不能体现出电力电子电路的混杂动态特性，对系统分析有很大的局限性。由于功率开关器件的存在，大部分的电力电子装置都是典型的切换系统，利用切换系统理论对其建模和分析更贴近系统真实的物理工作过程，可以很好地解决线性化处理对系统分析带来的局限性，进而有利于设计更加可靠灵活的控制器。因此，将切换系统理论应用于电力电子电路具有重要的实际意义<sup>[10]</sup>。

在实际应用中，一个真实的系统可能会在某一时刻发生一些突变，这种突变称为脉冲现象。在过去的几年里，学者们对脉冲微分方程进行了广泛的研究<sup>[11-13]</sup>。从脉冲效应的角度，对脉冲微分系统稳定性的研究一般可以分为两类：脉冲控制问题 (Impulsive Control Problem)和脉冲扰动问题 (Impulsive Perturbation Problem)。假设一个无脉冲的系统具有一定的稳定性，如一致稳定、渐近稳定或者输入至状态稳定，那么该系统在受到不利于系统稳定性的脉冲扰动影响下仍能保持相应的稳定性问题，可以被视为脉冲扰动问题。然而当一个无脉冲系统不具备所要求的稳定性，但可以通过适当的脉冲控制使其具备相应稳定性或满足期待的控制性能时，则称之为脉冲控制问题。由于脉冲行为普遍存在于实际的动力学系统中，所以将其建模为脉冲切换系统 (Impulsive Switched Systems)并研究脉冲行为对切换系统的影响是十分必要的。

随着科技的发展，人们的生产、生活已经与网络密切相关，网络的影响极大地改变了传统的信息传输方式。传统的点对点的连接方式，会导致空间资源紧张，增加布线成本，降低系统的灵活性。而将通信网络引入控制系统中，实现传感器、执行器和控制器之间的互联，可以增加控制系统的灵活性和可靠性，且布线简单、易于安装和维护等。网络控制系统(Networked Control System)中的控制和检测等各种信号均可通过网络进行传输。电气工程领域也是网络控制系统广泛渗透的领域之一<sup>[14]</sup>，如基于网络的闭环伺服控制系统，以控制器为核心，以电力电子功率变换装置为驱动电路，以电动机为执行机构，在控制理论指导下组成的电力传动控制系统。这类系统控制电动机的转矩、转速和转角，将电能转换为机械能，实现运动机械的各种运动要求。以及基于网络控制的逆变器并联系统，对于基于网络的逆变器并联系统，如何减小网络时延与数据包丢失的影响，从而提高系统的均流度等性能，是一个

重要的课题<sup>[15]</sup>。网络的介入给控制系统带来许多便利的同时，也增加了许多新的问题，如通信约束问题、干扰问题、网络安全问题等，这些问题会影响系统的性能，甚至会导致系统不再稳定。为了实现系统稳定且具有理想的性能，需要深入研究网络控制系统的特点，并发展与之相适应的分析理论。

## 1.2 脉冲切换系统

### 1.2.1 切换系统

切换系统作为一类典型的混杂系统，因此切换系统的建模与混杂系统的模型是紧密相连的。切换系统建模方法有很多种，常用建模有分层结构模型、七元组模型<sup>[16]</sup>、混合逻辑动态模型<sup>[17]</sup>、五元组模型<sup>[18]</sup>等，但无论哪种建模方法，均体现出系统中连续变量与离散变量共存且两者之间相互作用的关系。一个典型的切换系统可以建模如下：

$$\delta x(t) = \mathbb{F}_{\sigma(t)}(x(t), u(t), w(t)) \quad (1-1)$$

上式中，

$$\delta x(t) = \begin{cases} \dot{x}(t), & \text{对于连续时间切换系统,} \\ x(t+1), & \text{对于离散时间切换系统,} \end{cases}$$

其中  $x(t) \in R^{n_x}$  代表状态向量， $u(t)$  表示控制输入， $w(t)$  表示扰动输入， $\mathbb{F}_{\sigma(t)}(\cdot)$  表示非线性函数。切换信号  $\sigma(t)$  一般为依赖于状态或时间的函数，并且是分段连续的。为了便于理解，图 1-1 绘出切换系统的结构示意图。

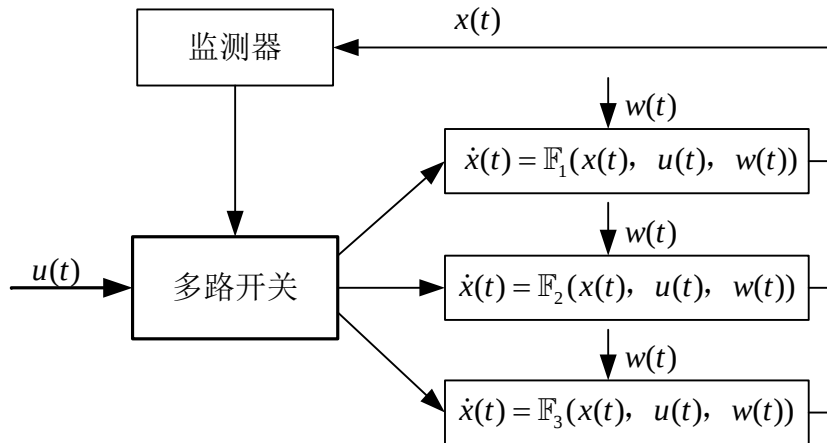


图 1-1 切换系统的结构示意图

切换规则对整个切换系统的动力学演化过程有着显著的影响,根据切换的原理,可以将切换规则划分为状态依赖型和时间依赖型这两种情况。

(1). 状态依赖型: 状态依赖型切换规则是指切换信号受到状态变量的影响,通过切换面将整个状态区间划分为有限个状态区间,每个区间对应一个子系统。当状态轨迹到达切换面时,子系统发生切换。

(2). 时间依赖型: 时间依赖型切换规则是指子系统的切换主要取决于时间变量。如驻留时间(Dwell Time, DT)切换规则和平均驻留时间(Average Dwell Time, ADT)切换规则是典型的时间依赖型切换信号,定理如下:

定理 1.1<sup>[19]</sup>: 若切换系统中两个相邻切换之间的时间间隔不大于某一个常数那么该常数被称为切换信号的驻留时间。

当所有子系统均稳定且切换地足够慢,即  $\tau_a$  的值足够大时,整个切换系统必定是稳定的。实际上,若有个别子系统的滞留时间小于给定的时间界时,只要发生的不很频繁,切换系统的稳定性还是可以得到保证。因此,引入“平均驻留时间”的概念。

定理 1.2<sup>[20]</sup>: 对于任意  $T_2 \geq T_1 \geq 0$ , 如果存在两个正实数  $N_0$  ( $N_0$  表示栅值边界)和  $\tau_a$  满足以下不等式:

$$N\sigma(T_2, T_1) \leq N_0 + \frac{T_2 - T_1}{\tau_a}, \quad (1-2)$$

那么称切换信号  $\sigma(t)$  具有平均驻留时间  $\tau_a$ , 其中  $N\sigma(T_2, T_1)$  表示  $\sigma(t)$  在时间区间  $(T_1, T_2)$  上的切换次数。

根据定理 1.1 和定理 1.2 很明显可以看出, 驻留时间有界的切换规则一定平均驻留时间有界, 所以“平均驻留时间”这一概念比“驻留时间”意义更具一般性, 适用范围更广<sup>[21]</sup>。

然而, 从分析与综合的角度来说, 切换规则可以分为以下几类:

(1). 任意切换规则, 即切换规则不受任何约束, 可以随便选取。此类切换系统的稳定性分析集中在公共 Lyapunov 函数的存在性问题。

(2). 已知切换规则, 系统本身具有切换特性, 即状态相关约束或时间相关约束是给定的。

(3). 受控切换规则, 将切换规则视作设计参数。因为切换规则与切换系统的稳定性相关, 在切换规则未知情况下, 通过设计时间依赖或状态依赖型切换规则

来保证系统的稳定性。

切换系统的分析一般针对任意切换规则和给定切换规则的情况，而切换规则的设计可以看作一类切换系统的综合问题。由于切换规则(2)和(3)受到系统本身或控制的约束，统称为受约束的切换规则。综上，切换规则的分类可以用图 1-2 表示。

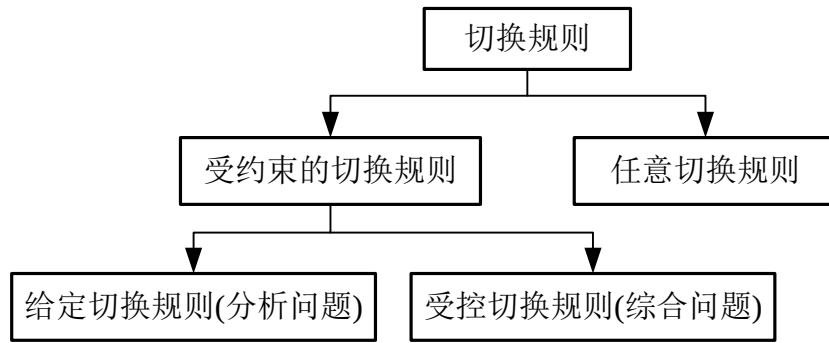


图 1-2 切换规则的分类

切换系统往往是十分复杂的动力学系统，为了更好地了解切换系统，下面给出一个具体的例子。图 1-3 为三相电压型 SPWM 逆变器的拓扑结构图，其工作原理是通过正弦波脉宽调制技术控制功率开关器件的关断，使得输出的电压或电流为标准的正弦波，达到逆变电源的要求。功率开关器件使得三相 SPWM 逆变器是典型的切换系统。

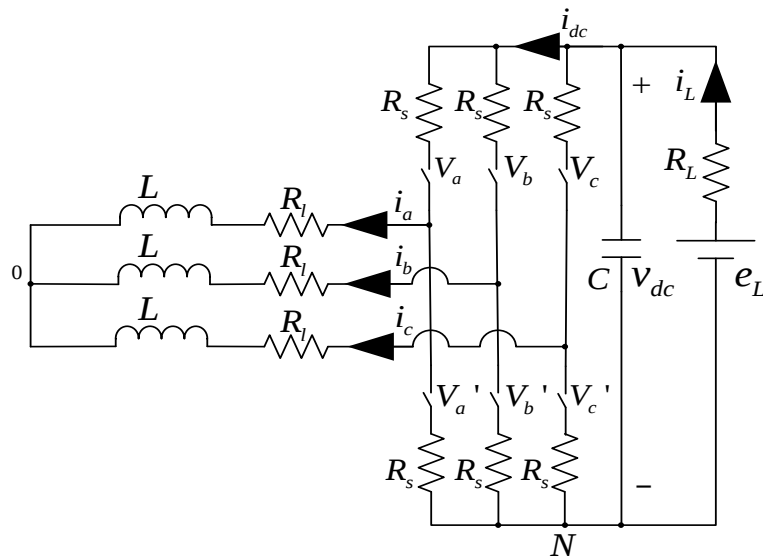


图 1-3 三相电压型 SPWM 逆变器的拓扑结构图

为了便于分析，定义单极性二值逻辑开关函数  $s_k$  为

$$s_k = \begin{cases} 0, & \text{上桥臂关断, 下桥臂导通;} \\ 1, & \text{上桥臂导通, 下桥臂关断;} \end{cases} \quad (k=a, b, c) \quad (1-3)$$

将三相 VSC 功率开关损耗  $R_s$  与交流测负载电阻  $R_l$  合并, 令  $R = R_s + R_l$ , 根据基尔霍夫电压定律可建立三相电压型逆变器  $a$  相回路方程为:

$$L \frac{di_a}{dt} + Ri_a = v_{aN} + v_{N0} \quad (1-4)$$

其中  $v_{aN} = v_{dc} s_a$ 。同理可得  $b$  相和  $c$  相的回路方程为:

$$L \frac{di_b}{dt} + Ri_b = v_{dc} s_b + v_{N0}, \quad (1-5)$$

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = v_{dc} s_c + v_{N0}。 \quad (1-6)$$

根据三相对称系统, 可以得到公式:

$$i_a + i_b + i_c = 0。 \quad (1-7)$$

联立式(1-4)、(1-5)、(1-6)、(1-7)可以得到下列等式:

$$v_{N0} = -\frac{v_{dc}}{3} \sum_{k=a, b, c} s_k。 \quad (1-8)$$

此外, 利用基尔霍夫电流定理研究直流侧电容正极节点处可以得到下列等式:

$$C \frac{dv_{dc}}{dt} = -\frac{v_{dc} - e_L}{R_L} - (i_a s_a + i_b s_b + i_c s_c)。 \quad (1-9)$$

至此, 设状态变量  $x = [i_a, i_b, i_c, v_{dc}]^T$ , 采用单极性二值逻辑开关函数描述的三相电压型逆变器的一般状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = & \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} \left( s_a - \frac{1}{3} \sum_{k=a, b, c} s_k \right) \\ 0 & \frac{-R}{L} & 0 & \frac{1}{L} \left( s_b - \frac{1}{3} \sum_{k=a, b, c} s_k \right) \\ 0 & 0 & \frac{-R}{L} & \frac{1}{L} \left( s_c - \frac{1}{3} \sum_{k=a, b, c} s_k \right) \\ \frac{-s_a}{C} & \frac{-s_b}{C} & \frac{-s_c}{C} & -\frac{1}{CR_L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{CR_L} \end{bmatrix} e_L \\ & = A(s_a, s_b, s_c)x + be_L \end{aligned} \quad (1-10)$$

由于  $s_a$ 、 $s_b$ 、 $s_c$  值的不同对应不同的系统矩阵, 根据式(1-3),  $s_a$ 、 $s_b$  和  $s_c$  可以组成系统的 8 种开关模式, 如表 1-1 所示

表 1-1 三相 SPWM 逆变器的 8 种开关模态

| 开关模态 | $s_a$ | $s_b$ | $s_c$ |
|------|-------|-------|-------|
| 系统 1 | 0     | 0     | 0     |
| 系统 2 | 0     | 0     | 1     |
| 系统 3 | 0     | 1     | 0     |
| 系统 4 | 0     | 1     | 1     |
| 系统 5 | 1     | 0     | 0     |
| 系统 6 | 1     | 0     | 1     |
| 系统 7 | 1     | 1     | 0     |
| 系统 8 | 1     | 1     | 1     |

SPWM 逆变器的开关模态即为切换子系统，将表 1-1 中的  $s_a$ 、 $s_b$ 、 $s_c$  值代入 (1-10)，即可得到三相电压型逆变器的切换系统模型：

$$\dot{x}_i = A_i x + b e_L, (i = 1, 2, \dots, 8)。 \quad (1-11)$$

任意切换规则的研究方法主要是为所有子系统构造一个公共的 Lyapunov 函数<sup>[21]</sup>。文献<sup>[22,23]</sup>指出切换系统所有的子系统具有公共的 Lyapunov 函数是切换系统在任意切换下渐近稳定的充要条件。而对于线性切换系统，一般是为所有的子系统寻找一个公共的二次型 Lyapunov 函数。值得注意的是存在一个这样的公共的二次型 Lyapunov 函数仅仅是任意切换条件下线性切换系统实现稳定的一个充分条件，且该条件具有较强的保守性。因此越来越多的研究人员开始关注如何构造新的 Lyapunov 函数并得出具有较低保守性的结果。切换的二次型 Lyapunov 函数便是一个有效降低公共二次型 Lyapunov 函数保守性的方法<sup>[24]</sup>。该方法的基本思想是：由于每个子系统都是稳定的，所以对于每个子系统均存在一个正定对称矩阵  $P_i$  可以求解该子系统的 Lyapunov 方程；然后通过切换信号  $\sigma(t)$  将这些正定对称矩阵  $P_i$  拟合在一起构成一个如式(1-12)所示的全局 Lyapunov 函数

$$V(t, x(t)) = x^T(t) P_{\sigma(t)} x(t), \quad (1-12)$$

由式(1-12)可知，若  $\sigma(t)$  为同一个值，切换的二次型 Lyapunov 函数则简化为公共的二次型 Lyapunov 函数。所以基于切换的二次型 Lyapunov 函数的稳定性准则可以降低基于公共的二次型 Lyapunov 函数的稳定性准则的保守性。

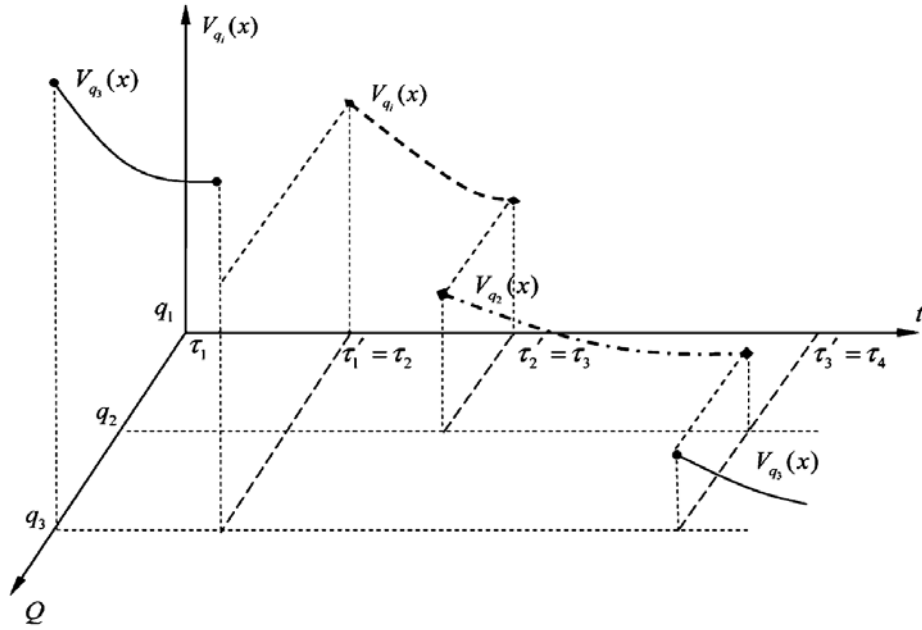


图 1-4 切换瞬间不增的多 Lyapunov 函数

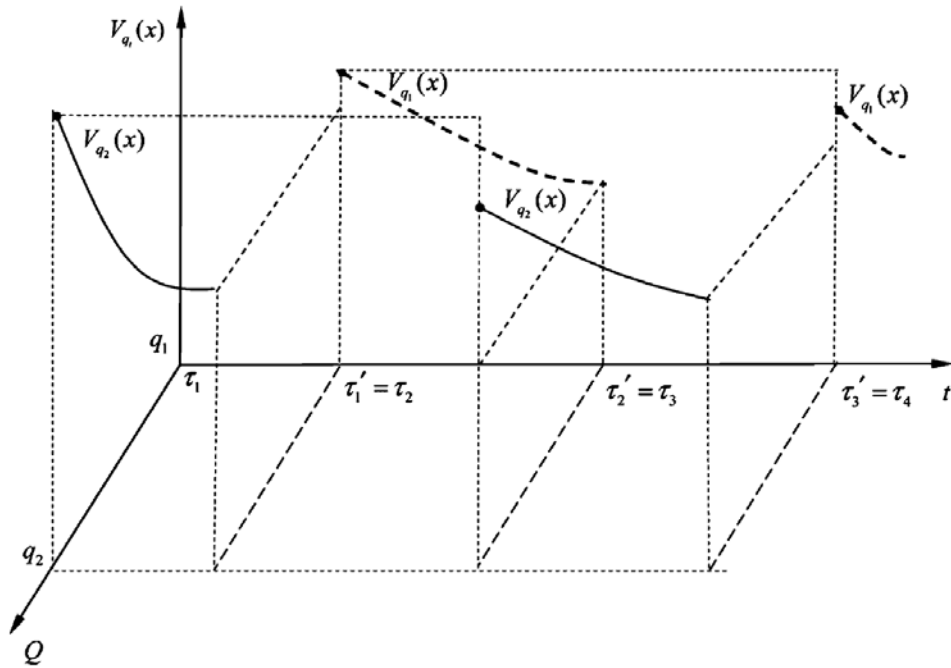


图 1-5 切换瞬间不增的多 Lyapunov 函数

对于受约束的切换规则，多 Lyapunov 函数方法是一个有效的分析工具<sup>[25]</sup>，该方法的基本思想是：对每个子系统或者状态空间的某些特定区域构造一个 Lyapunov 函数，所有这些 Lyapunov 函数一起形成一个非传统的 Lyapunov 函数。此处用“非传统”一词是为了说明多 Lyapunov 函数沿着状态轨迹可能不是单调递减的，或者存在不连续或分段可微的情况。多 Lyapunov 函数有多种形式，图 1-4<sup>[26]</sup>给出了一种多 Lyapunov 函数。该函数的原理是：每个子系统有其 Lyapunov

函数，当某个子系统激活时，该激活子系统对应的 Lyapunov 是递减的，并且在切换瞬间不允许 Lyapunov 函数增长，以保证切换系统是渐近稳定的。

图 1-5<sup>[26]</sup>给出了另外一种多 Lyapunov 函数。由图 1-5 可以看出，每个切换子系统有一个各自的 Lyapunov 函数，每个 Lyapunov 函数在各自的激活区间内是下降的，在切换瞬间允许 Lyapunov 函数有跳变，但是在整个工作区间内 Lyapunov 函数呈递减趋势，这样也能保证切换系统是渐近稳定的。相比于图 1-4 所示的多 Lyapunov 函数，图 1-5 所示的多 Lyapunov 函数更能得出保守性较低的结果。

### 1.2.2 脉冲切换系统

脉冲系统是描述系统状态在某些时刻发生跳跃突变的一类特殊的混杂系，一般来说可以分为三类<sup>[27]</sup>：(1) 固定脉冲时刻的脉冲系统：该类脉冲系统为最常见的系统，其脉冲点的集合为超平面  $t = t_k$ ， $\{t_k\}$  为有脉冲作用的序列点。脉冲仅发生在  $t = t_k$  时刻上；(2) 脉冲时刻变动的脉冲系统，该类脉冲系统的脉冲点属于超平面  $t = t_k(x)$  的集合；(3) 脉冲自治系统，设该类系统脉冲点的集合为  $M$ ，自治系统  $f(t, x) = g(x)$ ， $x(t)$  沿着系统  $dx/dt = g(x)$  的轨道运动，当  $t = t_k$  时， $x(t)$  与集合  $M$  相遇，则  $x(t)$  立即转移为  $x(t_k) + I_k(x(t_k))$ 。

本文研究的脉冲切换系统假设脉冲点与切换点相同，且脉冲切换点为固定脉冲切换点  $t_k$ ，则连续时间的脉冲切换系统可以由下式表述：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_{i_k}(t, x(t)), & t \neq t_k \\ \Delta x(t^+) = I_k(t, x), & t = t_k, k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (1-13)$$

其中， $f$  在  $(t_{k-1}, t_k] \times R^n$  上是连续函数，对任意  $x \in R^n$ ， $i_k \in \{1, 2, \dots, m\}$ ，均存在  $\lim_{(t,x) \rightarrow (t_k^+, x)} f(t, x(t))$ 。

离散时间的脉冲切换系统同样可以被表示：

$$\begin{cases} x(t+1) = f(t, x(t)), & t \neq t_k \\ \Delta x(t+1) = I_k(t, x(t)), & t \neq t_k \end{cases} \quad (1-14)$$

由脉冲和切换导致的状态跳变是造成系统不稳定的重要因素，因此脉冲切换系统的稳定性问题被许多学者重点研究。文献<sup>[28]</sup>针对具有切换延迟的非线性脉冲切换系统，引入了一个新的分段 Lyapunov-Razumikhin 函数，得到了鲁棒指数

稳定的充分条件。文献<sup>[29]</sup>解决了异步切换下存在状态延迟的不确定离散脉冲切换系统的镇定问题。文献<sup>[30]</sup>讨论了时间连续脉冲切换系统的有限时间稳定性。文献<sup>[31]</sup>针对脉冲切换系统的稳定性讨论了两种情况，一种情况是具有稳定脉冲的不稳定子系统；另一种情况是具有不稳定脉冲的稳定子系统。文献<sup>[32]</sup>研究了一类脉冲与切换不同步的脉冲切换系统在异步切换下的稳定性问题。

### 1.3 网络控制系统

“网络控制系统”这个名词最早出现在在美国马里兰大学 Walsh<sup>[33]</sup>的论著中，指出在该系统中，控制器与传感器通过串行通信网络形成闭环。文献<sup>[34]</sup>将网络控制系统定义为通过实时网络形成闭环的反馈控制系统，其特征是将控制系统所需的各种指信息通过网络在各个组成部分之间进行交换。文献<sup>[35]</sup>将每个直接连接到网络的系统组件视为一个节点，当一个控制回路通过串行通道形成闭环时，将其定义为网络控制系统。这些文献描述的控制系统均有相同特性，即网络化的结构、智能化的现场设备和现场化的控制功能。

从现有的研究成果来看，关于网络控制系统的研究主要有两个角度，一个是从通信的角度，偏向于计算机领域，使得通信网络满足控制系统的实时性；另一个是从控制的角度研究。从通信的角度来看，研究的焦点在网络的通信协议、调度算法、拥塞控制等问题，主要是改善网络通信服务质量。从控制的角度研究网络控制系统，主要是通过设计合理的控制策略，尽可能降低网络诱导时延、数据包丢失、量化误差等问题对网络控制系统造成的不良影响。本文是建立在控制的角度来研究网络控制系统的特点和问题。

与传统的控制系统相比，网络控制系统具有资源共享、存储成本低、安装与维护简单、减少系统的体积，且增加系统的灵活性等优点<sup>[36-38]</sup>。因此，网络化控制系统被广泛应用在各个领域，如云控制系统<sup>[39]</sup>、智能电网<sup>[40]</sup>和故障检测系统<sup>[41]</sup>等。但同时由于网络的引入，系统中的数据不可避免的存在着信号量化、网络攻击、网络延迟、数据包丢失等问题，从而导致系统性能下降甚至是失稳。

#### 1.3.1 量化问题研究现状

在经典的反馈控制设置中，传感器的输出直接传递给控制器，控制器生成控制输入，然后将其直接传递回驱动器。然而在网络控制系统中，通常采用连续的

系统作为可调反馈对象，由数字处理器进行管理控制，信号传输需要在 D/A 或 A/D 的通道中进行通信，因此通信信号在到达下一个网络节点之前必须对传出的信号进行信号量化处理。由于通信信道容量是有限容的，为了减轻数据包的大小，减小信道传输压力，在数据传输之前必须对其进行量化处理。然而，由于信号量化前和量化后存在着量化误差，可能会对系统性能造成不良影响，因此研究网络控制系统的信号量化问题对现代工业具有较大的意义。

在早期的量化研究中，Kalman<sup>[42]</sup>研究了采样数据控制系统中的量化效应，指出使用有限字母量化器对稳定控制器进行量化将导致反馈系统出现极限环和混沌行为。这之后的量化研究主要是集中在量化效应的理解和减轻上。量化根据其所在位置可以分为输入量化与输出量化，且又可分为静态量化和动态量化两种方式。相比于动态量化器，静态量化器在原点附近具有更好的性能，而动态量化器可以通过缩放参数来动态调整量化器的精度和范围，避免饱和现象。文献<sup>[43]</sup>将经典的扇区约束方法用于非保守的量化反馈控制问题，该方法将量化反馈控制问题转换为众所周知的鲁棒控制问题。文献<sup>[44]</sup>提出一种称为动态量化的量化策略，动态量化器对量化电平进行动态缩放，可以增加吸引区域，降低稳定极限循环。文献<sup>[45]</sup>研究了测量输出和控制输入在传输过程中经过信号量化，一类分段仿射系统的观测器和控制器的同时设计问题。文献<sup>[46]</sup>提出了一种具有动态量化、可变通信时延和可变采样间隔的不确定线性神经网络的稳定性分析方法。文献<sup>[47]</sup>针对切换异步的模糊脉冲切换系统研究了输入量化的非脆弱保性能控制问题。文献<sup>[48]</sup>对存在量化输出和切换延时的切换线性系统研究了其时变量化器的设计问题，得到了最大切换延迟和停留时间下的量化器存在的充分条件。

### 1.3.2 丢包问题研究现状

当网络中发生丢包时，首先面临的问题就是此时控制器/执行器该如何动作？现有的研究结果主要有两种策略，即保持输入策略和零输入策略<sup>[49]</sup>。零输入策略是用零替代丢失的信号，保持输入策略是用丢包前最后一个传输成功的信号来补偿丢失的信号。这两种策略对网络控制系统的动态和性能都有重要影响，文献<sup>[49]</sup>通过研究具有丢包的 NCS 线性二次最优控制问题，分析这两种策略对网络控制系统性能的影响，证明出这两种策略各有千秋。

由于数据包丢失会直接破坏整个网络系统的可靠性、准确性和稳定性，所以

研究人员对数据丢包现象进行了深入研究。文献<sup>[34]</sup>将切换控制方法运用到网络控制系统中,针对在反馈通道上存在任意丢包的离散时间系统,将其闭环系统建模为采样点与采样点间的切换系统,使用迭代法以便充分地运用系统先前储存的状态信息,给出了系统稳定的充分性判据和相应的状态及输出反馈控制器设计方法。文献<sup>[50]</sup>研究了更一般的情况:反馈通道和前向通道都存在数据包丢失的网络控制系统,将其闭环系统转化为由四个子系统构成的离散时间切换系统,再运用异步动态系统理论和平均延时法,给出了闭环系统指数稳定的充分性判据和观测器状态下输出反馈控制器设计方法,并确立了丢包率和闭环系统稳定的关系。文献<sup>[51]</sup>在此基础上做了进一步研究,给出了一种新的切换系统模式,该模式可以针对各个周期内不同的丢包情况,并且将丢包率和闭环系统稳定的关系进行了量化。文献<sup>[52]</sup>为含有饱和结构和丢包现象的脉冲系统的动态行为提供了一个统一的理论框架,并提出了平均丢包间隔的概念来描述丢包间隔。

此外,数据量化和丢包并存的现象比仅仅考虑数据丢包或量化更真实、更合理<sup>[53]</sup>。文献<sup>[54]</sup>中研究了由于时间导致的主动丢包现象,针对切换信号传输存在无界延迟和丢包问题的切换线性系统,设计了基于观测器的量化反馈控制器。文献<sup>[55]</sup>研究了模糊非线性奇摄动系统的控制问题,先用静态量化器对控制输入信号进行静态量化,再利用伯努利随机函数来描述控制输入信号在网络传输中的丢包现象。文献<sup>[46]</sup>研究了具有随机丢包的量化控制问题。为了节省有限的带宽和能源消耗,提出了一种最粗的量化器,它可以实现网络控制系统的均方二次稳定。然后将模糊神经网络的镇定转化为不确定系统的鲁棒镇定,不足的地方是只考虑前向信道的量子化,但是未涉及到两个量化器的情况。在此基础上,考虑多个传输路径的量化及多个传输路径的数据丢包应符合实际。然而在现有的研究成果中,关于脉冲切换系统的多路径量化及多路径丢包的研究较少,这也是本文的研究意义所在。

## 1.4 本文的主要工作

本文针对一类存在信号量化或数据丢包现象的脉冲切换系统,研究了其稳定性及混杂控制问题。众所周知,状态反馈控制的控制效果要优于输出反馈控制,这是因为一个系统的状态变量可以展现其整个系统的内部特性。然而状态反馈控

制在实际中很难实现，这是因为获取系统的所有状态变量是不切实际的。因此本文对脉冲切换系统的控制研究围绕混杂动态输出反馈控制和基于混杂观测器的输出反馈控制展开。由于还考虑了网络控制系统中量化及数据丢包行为的影响，因此本文的具体组织结构设计如下：

第 1 章 本章首先讨论了脉冲切换系统及网络控制系统的研究背景，给出了切换系统中基本的定理与研究方法，并在此基础上明确了对脉冲切换系统控制问题的研究意义。然后针对网络控制系统中的数据量化和丢包进行了调查，基于此研究背景下，确定了本文的研究目标和研究内容。在本章的最后介绍了本文的组织结构和后续推导所需的预备知识。

第 2 章 本章节针对系统参数带有范数有界不确定性的脉冲切换系统进行  $H_\infty$  混杂动态输出反馈控制研究。在脉冲切换的瞬间，本章设计的控制器也发生状态跳变，即混杂控制，强调了脉冲行为的普遍性。同时也考虑网络控制系统中量化带来的影响，采用静态量化器对控制输入进行量化。利用平均驻留时间切换策略和多 Lyapunov 函数进行分析，使得带有量化的闭环系统达到全局渐进稳定并具有  $H_\infty$  性能指标。然后通过矩阵理论知识去不确定性并解耦从而得到求解控制器参数的 LMI 形式。最后给出了一个数值仿真实例验证了所设计的混杂动态输出反馈控制器的有效性。

第 3 章 针对系统参数和控制器参数均带有随机不确定性的脉冲切换系统进行基于混杂观测器的控制研究。为了强调脉冲行为的普遍性，设计的观测器状态在脉冲切换瞬间也存在状态跳变，即混杂观测器。在第 2 章的基础上，本章节研究了多路径量化以及多路径数据丢包的影响，对测量输出信号和控制输入信号在网络传输前均采用动态量化器进行量化。在网络传输中，两路信号也存在服从伯努利分布的数据丢包行为。对丢包信号的补偿，采用了传统的零补偿策略。然后通过平均驻留时间切换策略、多 Lyapunov 函数以及 S 过程进行分析，使得具有李普希茨非线性的闭环脉冲切换系统实现均方稳定并具有保性能指标，再通过矩阵理论知识去不确定性并解耦，以严格的 LMI 形式给出充分条件。最后给出了一个实际例子来验证所设计的基于混杂观测器的控制器的有效性。

第 4 章 根据第 3 章基于混杂观测器网络控制的研究，发现了观测器会对测量输出信号的量化及丢包行为实现一定程度的补偿。因此，针对测量输出信号的

数据丢包提出了一种新的基于观测器的补偿策略,利用观测器测量输出的实时状态进行补偿。采用平均驻留时间切换策略、多 Lyapunov 函数以及 S 过程进行分析,使得具有增量二次非线性的闭环脉冲切换系统实现均方意义上的渐进稳定并具有  $H_\infty$  性能指标。最后给出了一个数值仿真实例来验证所设计的基于混杂观测器的控制器的有效性。此外,在相同条件下,与传统的保持补偿策略进行对比分析,强调了本章节提出的补偿方案的优越性。

第 5 章 全文总结与展望 针对本文研究的脉冲切换系统混杂控制进行总结,并针对网络化控制下的脉冲切换系统的后续研究做出展望。

## 1.5 预备知识

为了便于推导基于 LMI 的混杂控制器及混杂观测器,本节介绍了一些引理和符号说明。

### 1.5.1 引理

本节将介绍在混杂控制器和混杂观测器分析和设计中所要用到的引理。具体如下:

引理 1.3<sup>[56]</sup>: (Schur 补): 给定对称矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中  $S_{11}$  是  $r \times r$  维的, 下面三个条件等价:

- (1)  $S < 0$ ;
- (2)  $S_{11} < 0$ ,  $S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ ;
- (3)  $S_{22} < 0$ ,  $S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ 。

引理 1.4<sup>[57]</sup>: 令  $\Omega = \Omega^T$ ,  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  都是给定矩阵且具有适当的维度。对于  $\forall F$  满足  $F^T F \leq I$  的矩阵, 成立以下不等式:

$$\Omega + \Omega_1 F \Omega_2 + \Omega_2^T F^T \Omega_1^T < 0,$$

当且仅当存在一个标量  $\varepsilon > 0$  使得:

$$\Omega + \varepsilon^{-1} \Omega_1 \Omega_1^T + \varepsilon \Omega_2^T \Omega_2 < 0。$$

引理 1.5<sup>[58]</sup>: 如果矩阵  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{H}$  可成立下列不等式

$$\begin{bmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{N} + \mathcal{H}^T \mathcal{M}^T \\ * & -\mathcal{M} - \mathcal{M}^T \end{bmatrix} < 0,$$

则说明下列不等式一定是满足的

$$\mathcal{F} + \mathcal{H}^T \mathcal{N}^T + \mathcal{N} \mathcal{H} < 0。$$

引理 1.6<sup>[59]</sup>(S 过程): 对于给定的变量  $\theta \in R^n$  和二次函数  $\mathcal{S}_s(\theta)$  满足:

$$\mathcal{S}_s(\theta) = \theta^T \mathbb{S}_s \theta, \quad \mathbb{S}_s = \mathbb{S}_s^T, \quad s = 1, 2, \dots, m。$$

如果以下两个条件成立, 则不等式  $\mathcal{S}_0(\theta) < 0$  对于标量  $\zeta_s > 0$  成立:

$$(1) \quad \mathcal{S}_1(\theta) \geq 0, \quad \mathcal{S}_2(\theta) \geq 0, \quad \mathcal{S}_3(\theta) \geq 0, \dots, \quad \mathcal{S}_m(\theta) \geq 0,$$

$$(2) \quad \mathbb{S}_0 + \zeta_1 \mathbb{S}_1 + \zeta_2 \mathbb{S}_2 + \zeta_3 \mathbb{S}_3 + \dots + \zeta_m \mathbb{S}_m < 0。$$

### 1.5.2 符号说明

在脉冲切换网络控制系统的混杂动态控制器和混杂观测器的性能分析和设计中因为涉及的矩阵维数较高不便完全呈现, 所以使用了一些符号进行简化。

本学位论文中,  $R^{n_d}$  表示  $n_d$  维欧氏空间。 $\|\cdot\|$  表示欧几里得向量范数。 $*$  代表对称位置的转置元素。矩阵  $R$  的转置表示为  $R^T$ , 矩阵  $R$  的逆矩阵表示为  $R^{-}$ 。对于信号  $w(k): [0, \infty) \in R^n$ ,  $L_\infty$  范数定义为  $\|w\|_\infty = \sup_{k>0} \|w(k)\|$ ,  $L_\infty^m$  表示属于  $L_\infty$  的所有  $m$  维的信号集合。符号  $P > 0$  表示  $P$  是正定对称矩阵, 符号  $He\{\mathcal{Y}\}$  表示  $\mathcal{Y} + \mathcal{Y}^T$ 。事件 ' $\mathbf{v}$ ' 发生的概率用符号  $\mathbb{Pr}\{\mathbf{v}\}$  表示, 以及随机变量 ' $\mathbf{v}$ ' 的期望用符号  $\mathbb{E}\{\mathbf{v}\}$  表示。符号  $diag\{\cdot\}$  表示分块对角矩阵。如无特殊说明, 本论文所有的矩阵都具有兼容的维度。

## 第2章 量化的不确定脉冲切换系统的 $H_\infty$ 混杂动态输出反馈控制研究

### 2.1 引言

脉冲切换系统是包含脉冲和切换行为的动力学系统，在实践中得到了广泛的应用。由脉冲行为和切换行为所引起的状态跳变是导致系统不稳定的重要原因，因此脉冲切换系统的稳定性问题是一个非常重要的研究方向。同时还考虑了网络控制系统中的量化问题，对控制输入采用了静态量化器，分析了带有量化的脉冲切换系统的稳定性。

在实际中，许多受控系统很难实现接收所有的状态变量。因此，动态输出反馈控制方法吸引了许多学者，且被用于研究各种类型的动态系统，如模糊系统<sup>[60]</sup>、马尔可夫跳跃系统<sup>[61]</sup>及切换系统<sup>[62, 63]</sup>等。由于脉冲行为和切换行为的影响同时存在，使得关于脉冲切换系统的一系列问题变得复杂且具有挑战性。值得注意的是，文献<sup>[64]</sup>只考虑了系统状态的突变，文献<sup>[65]</sup>仅仅讨论了控制器状态的更新。因此本文将脉冲切换系统控制问题与多脉冲跳变的问题综合考虑，即允许系统状态与控制器状态在脉冲切换时刻都发生突变。采用文献<sup>[65]</sup>的思想，将脉冲切换时刻的控制器状态跳变理解作为一种待设计的更新规则，不仅合乎逻辑，且对脉冲切换系统的动态输出反馈控制问题具有特殊的研究意义，强调了脉冲行为的普遍性。

此外，如果系统中存在能量有界的外部扰动，则很难实现对系统的精确描述。为了克服这一困难， $H_\infty$ 控制理论直接出现并迅速发展<sup>[66]</sup>。 $H_\infty$ 控制理论不考虑外部干扰的统计特征是否已知，这为分析系统的鲁棒性和性能提供了一种良好的方法。至此，一个发人深省的问题值得研究，即具有多脉冲状态跳变的脉冲切换系统的量化  $H_\infty$  动态输出反馈控制能否在一个统一的框架中实现？

与前人的工作相比，本章节的主要工作表现为：

(1) 除了考虑系统状态的脉冲跳变外，动态输出反馈控制器的状态在脉冲切换瞬间也存在跳变；

(2) 充分研究了对控制输入信号进行量化以及多脉冲跃变对鲁棒  $H_\infty$  动态输

出反馈控制问题的影响；

(3) 推导了设计混杂控制器增益的一般条件，并以严格的 LMI 形式表示。

## 2.2 问题描述

本节首先对研究的不确定性脉冲切换系统动态输出反馈控制问题建立了一个整体的框架，如图 2-1 所示。如图，控制输入信号在被传输至不确定脉冲切换系统之前被量化。接下来将针对每个部分进行详细的数学建模及说明。依次是不确定脉冲切换系统、静态量化器以及混杂动态输出反馈控制器。

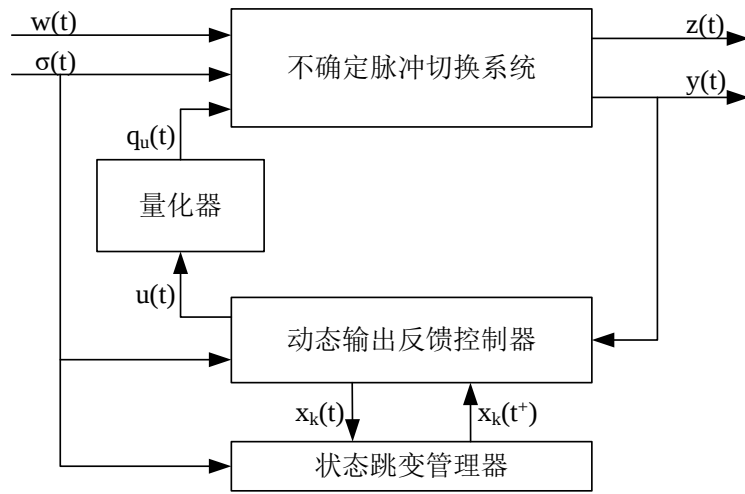


图 2-1 具有多脉冲跳变的量化不确定脉冲切换系统示意图

### 2.2.1 不确定脉冲切换系统

本章考虑以下的连续时间不确定脉冲切换系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + \Delta_{A_{\sigma(t)}})x(t) + (B_{\sigma(t)} + \Delta_{B_{\sigma(t)}})\bar{u}(t) + C_{1,\sigma(t)}w(t), t \neq t_i \\ z(t) = (D_{\sigma(t)} + \Delta_{D_{\sigma(t)}})x(t) + (E_{\sigma(t)} + \Delta_{E_{\sigma(t)}})\bar{u}(t) + C_{2,\sigma(t)}w(t), \\ y(t) = G_{\sigma(t)}x(t) + C_{3,\sigma(t)}w(t), \\ \Delta x(t) = T_{x\sigma(t)}x(t), t = t_i \\ \bar{u}(t) = q_u(t), \end{cases} \quad (2-1)$$

其中  $x(t) \in R^{n_x}$  是系统的状态向量， $y(t) \in R^{n_y}$  是测量输出， $z(t) \in R^{n_z}$  是受控输出， $\bar{u}(t) \in R^{n_u}$  是量化控制输入， $w(t) \in R^{n_w}$  是属于  $L_\infty$  的外部干扰。切换信号是由时间右连续分段函数  $\sigma(t): [0, +\infty] \rightarrow \mathcal{S} = \{1, 2, \dots, N\}$  表示，其中  $N$  表示子系统的个数。关于不确定脉冲切换系统(2-1)，存在切换序列  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_i < t_{i+1} < \dots$ ,

子系统  $\sigma(t_i)$  在  $t \in [t_i, t_{i+1})$  时刻响应, 在切换瞬间, 系统状态的突变可以理解为  $\Delta x(t_i) = x(t_i^+) - x(t_i^-)$ , 其中参数为  $x(t_i^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} x(t_i + h)$ ,  $x(t_i^-) = x(t_i) = \lim_{h \rightarrow 0^-} x(t_i + h)$ 。 $A_{\sigma(t)}$ ,  $D_{\sigma(t)}$ ,  $G_{\sigma(t)}$ ,  $B_{\sigma(t)}$ ,  $E_{\sigma(t)}$ ,  $C_{1,\sigma(t)}$ ,  $C_{2,\sigma(t)}$ ,  $C_{3,\sigma(t)}$  和  $T_{x\sigma(t)}$  是已知的常数矩阵, 其中矩阵  $T_{x\sigma(t)}$  用来表示子系统状态的脉冲跳变。

此外, 公式(2-1)中时变参数的不确定性由  $\Delta_{A_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{D_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{B_{\sigma(t)}}$  和  $\Delta_{E_{\sigma(t)}}$  表示, 定义为范数有界函数, 满足下列条件:

$$\begin{bmatrix} \Delta_{A_{\sigma(t)}} & \Delta_{B_{\sigma(t)}} \\ \Delta_{D_{\sigma(t)}} & \Delta_{E_{\sigma(t)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1,\sigma(t)} \\ F_{2,\sigma(t)} \end{bmatrix} \Delta_f(t) \begin{bmatrix} N_{1,\sigma(t)} & N_{2,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \quad (2-2)$$

其中  $F_{1,\sigma(t)}$ ,  $F_{2,\sigma(t)}$ ,  $N_{1,\sigma(t)}$  和  $N_{2,\sigma(t)}$  是已知的常数矩阵, 不确定矩阵  $\Delta_f(t)$  满足  $\Delta_f(t)^T \Delta_f(t) \leq I$ 。

**说明 2.1:** 关于动态系统的鲁棒性通常是指抵抗外部干扰和模型不确定性影响的能力。由于环境的复杂性和系统建模的不准确性, 许多实际的动态系统往往无法避免外界的意外干扰和模型的不确定性。因此, 外部干扰  $w(t)$  是时变且不确定的, 所以增益矩阵  $C_{1,\sigma(t)}$  和  $C_{2,\sigma(t)}$  没有像文献<sup>[67]</sup>一样, 设计带有不确定性。

**说明 2.2:** 本章节参考<sup>[67-69]</sup>工作中对不确定性的设计, 研究的不确定性  $\Delta_{A_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{D_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{B_{\sigma(t)}}$  和  $\Delta_{E_{\sigma(t)}}$  满足范数有界约束。不确定性  $\Delta_{A_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{D_{\sigma(t)}}$ ,  $\Delta_{B_{\sigma(t)}}$  和  $\Delta_{E_{\sigma(t)}}$  的扰动都依据同一时变矩阵  $\Delta_f(t)$  的变化, 因此这些不确定性不是相互独立的。

### 2.2.2 混杂动态输出反馈控制器

为了与系统(2-1)中的脉冲相对应, 对动态输出反馈控制器设置状态跳变, 并将其表示为一种在脉冲切换时刻发生的控制器状态更新规则。因此, 混杂控制器的可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = A_{k,\sigma(t)} x_k(t) + B_{k,\sigma(t)} y(t), t \neq t_i \\ u(t) = C_{k,\sigma(t)} x_k(t) + D_{k,\sigma(t)} y(t), \\ \Delta x_k(t) = L_{k\sigma(t)} x_k(t), t = t_i \end{cases} \quad (2-3)$$

其中  $x_k(t) \in R^{n_k}$  表示控制器状态,  $A_{k,\sigma(t)}$ ,  $B_{k,\sigma(t)}$ ,  $C_{k,\sigma(t)}$  和  $D_{k,\sigma(t)}$  是未知矩阵, 表

示动态输出反馈控制器的增益。一旦脉冲切换发生，控制器状态的跳变可以被理解为  $\Delta x_k(t_i) = x_k(t_i^+) - x_k(t_i^-)$ ，该式中的参数为  $x_k(t_i^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} x_k(t_i + h)$  及  $x_k(t_i^-) = x_k(t_i) = \lim_{h \rightarrow 0^-} x_k(t_i + h)$ 。将动态输出反馈控制器在脉冲切换瞬间的状态跳变理解作为一种状态更新规则，即可实现混杂控制。未知矩阵  $L_{k\sigma(t)}$  是状态更新控制器的增益，需要进一步设计。

说明 2.3: 在式(2-3)中，如果  $n_k = n_x$ ，则动态输出反馈控制器是全阶的，如果  $n_k \leq n_x$ ，则动态输出反馈控制器为降阶的。特别地，当  $n_k = 0$  时，设计的控制器则变为静态控制器。

### 2.2.3 量化器

考虑到控制器与物理设备之间通信信道传输容量的限制，控制输入  $u(t) \in R^{n_u}$  经过静态量化器  $Q_u(\cdot)$  被量化再进行传输。本章节采用文<sup>[70]</sup>中的一种静态对数且时不变的量化器。因此，设定本章节的控制输入信号  $u(t)$  具有以下量化级别

$$\mathcal{H}_u = \{\pm h_{ui}, h_{ui} = \rho_{ui} h_{u0}, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{\pm h_{u0}\} \cup \{0\}, \quad (2-4)$$

其中  $0 < \rho_u < 1$  表示量化密度，且  $h_{u0} > 0$ 。

量化器的函数定义为：

$$Q_u(\theta) = \begin{cases} h_{ui}, & \frac{1}{1+\xi_u} < \theta \leq \frac{1}{1-\xi_u} \\ 0, & \theta = 0 \\ -Q_u(-\theta), & \theta < 0 \end{cases} \quad (2-5)$$

式中  $\xi_u$  表示扇形边界，定义为

$$\xi_u = \frac{1-\rho_u}{1+\rho_u}. \quad (2-6)$$

因此本章节选定的量化器可以被表示为

$$q_u(t) = Q_u(u(t)) = [Q_u(u_1(t)) \cdots Q_u(u_{n_u}(t))]^T. \quad (2-7)$$

而对于量化带来的影响，本章节采用文献<sup>[70]</sup>中提出的扇区边界法来处理量化误差，该方法具有以下形式：

$$q_u(t) - u(t) = \Delta_u(t)u(t), \quad (2-8)$$

其中

$$\Delta_u(t) = \text{diag}\{\Delta_u^1(t), \dots, \Delta_u^{n_u}(t)\}, \Delta_u^*(t) \in [-\xi_u^* \quad \xi_u^*]. \quad (2-9)$$

因此, 根据公式(2-8), 可以得到下列等式

$$q_u(t) - u(t) = \Delta_u(t)u(t), \quad (2-10)$$

式中 $|\Delta_u(t)|$ 满足下列不等式

$$|\Delta_u(t)| \leq \mathbf{J}_u, \mathbf{J}_u = \text{diag}\{\xi_u^1, \dots, \xi_u^{n_u}\}. \quad (2-11)$$

**说明 2.4:** 在上式中, 符号 $|\Delta_u(t)|$ 表示对矩阵 $\Delta_u(t)$ 中的元素取绝对值, 利用文献<sup>[70]</sup>中关于扇区边界的方法, 量化误差 $\Delta_u(t)$ 可以被建模为一种范数有界不确定性, 即可利用鲁棒技术有效地处理量化带来的影响。

**说明 2.5:** 本章节选择静态量化器对控制输入  $u(t)$  进行量化, 因为静态量化器在原点周围的性能优于动态量化器。值得注意的是, 许多关于动态量化器量化反馈的结论可能是不合理的, 因为存在有三个问题: (1) 许多工作结果只是为了系统稳定而不是为了性能控制; (2) 由于缺乏设计优良的控制算法, 暂态响应非常不理想; (3) 如文献<sup>[71]</sup>所述, 关于信道容量的工作结果通常不适用于具有噪声的实际通信信道。

#### 2.2.4 闭环脉冲切换系统

结合公式(2-1)及(2-3), 并定义 $x_{cl}(t) = [x^T(t) \quad x_k^T(t)]^T$ , 可以得到下列闭环脉冲切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{cl}(t) = A_{cl,\sigma(t)}x_{cl}(t) + B_{cl,\sigma(t)}w(t), & t \neq t_i \\ z(t) = C_{cl,\sigma(t)}x_{cl}(t) + D_{cl,\sigma(t)}w(t), \\ x_{cl}(t^+) = H_{cl,\sigma(t)}x_{cl}(t), & t = t_i \end{cases} \quad (2-12)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{cl,\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} \mathfrak{A}_{\sigma(t)} + \mathfrak{B}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))D_{k,\sigma(t)}G_{\sigma(t)} & \mathfrak{B}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))C_{k,\sigma(t)} \\ B_{k,\sigma(t)}G_{\sigma(t)} & A_{k,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \\ B_{cl,\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} \mathfrak{B}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))D_{k,\sigma(t)}C_{3,\sigma(t)} + C_{1,\sigma(t)} \\ B_{k,\sigma(t)}C_{3,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \\ C_{cl,\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} \mathfrak{D}_{\sigma(t)} + \mathfrak{E}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))D_{k,\sigma(t)}G_{\sigma(t)} & \mathfrak{E}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))C_{k,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{cl,\sigma(t)} &= C_{2,\sigma(t)} + \mathfrak{E}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t))D_{k,\sigma(t)}C_{3,\sigma(t)}, \quad \mathfrak{A}_{\sigma(t)} = A_{\sigma(t)} + \Delta_{A_{\sigma(t)}}, \\
 H_{cl,\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} T_{x\sigma(t)} + I & 0 \\ 0 & L_{k\sigma(t)} + I \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{B}_{\sigma(t)} = B_{\sigma(t)} + \Delta_{B_{\sigma(t)}}, \\
 \mathfrak{D}_{\sigma(t)} &= D_{\sigma(t)} + \Delta_{D_{\sigma(t)}}, \quad \mathfrak{E}_{\sigma(t)} = E_{\sigma(t)} + \Delta_{E_{\sigma(t)}}.
 \end{aligned}$$

为了求得闭环脉冲切换系统的  $H_\infty$  性能, 下面引入加权  $H_\infty$  性能的定义。

**定义 2.1<sup>[3]</sup>:** 在零初始条件下, 如果满足下列不等式, 且存在标量  $\lambda > 0$ ,  $\gamma > 0$  则闭环脉冲切换系统在  $\forall w(t) \in L_2[0, \infty)$  具有的加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ ,

$$\int_0^\infty e^{-\lambda s} z^T(s)z(s)ds \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(s)w(s)ds. \quad (2-13)$$

## 2.3 主要结论

### 2.3.1 系统稳定性分析及加权 $H_\infty$ 性能分析

本小节将利用两个定理对不确定性脉冲切换系统的稳定性及加权  $H_\infty$  性能进行分析。

**定理 2.1:** 对于构造的不确定脉冲切换系统 公式(2-1), 给定已知参数  $\alpha > 0$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $\forall(\sigma(t_i) = q, \sigma(t_i^-) = p) \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}$ ,  $q \neq p$ 。如果函数  $V_{\sigma(t_i)} : R^n \rightarrow R$  且  $V_{\sigma(t_0)}(x(t_0)) \equiv 0$  是正定连续可微的并满足不等式

$$V_q(x(t_i^+)) < \mu V_p(x(t_i)), \quad t = t_i \quad (2-14)$$

和

$$\dot{V}_q(x(t)) + \alpha V_q(x(t)) + J(t) < 0, \quad t \in (t_i, t_{i+1}), \quad (2-15)$$

其中  $J(t) = z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)$ , 以及任意切换信号满足

$$\tau_a \geq \frac{\ln \mu}{\alpha}, \quad (2-16)$$

那么(2-1)式子的不确定脉冲切换系统是全局一致渐进稳定的, 且带有一个加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ 。

**证明:** 参考文章<sup>[65]</sup> 中的引理 2, 当该文献中参数  $\theta$  取值为 1 时, 即可用于证明本节定理 2.1。

定理 2.2: 对于公式(2-12)不确定闭环 脉冲切换系统, 给定已知参数  $\alpha > 0$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $\forall (\sigma(t_i) = q, \sigma(t_i^-) = p) \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}$ ,  $q \neq p$ 。在切换信号满足公式(2-16)的情况下, 如果存在正定矩阵  $P_q > 0$  满足条件

$$\begin{bmatrix} \mu P_p & H_{cl,q}^T P_q \\ * & P_q \end{bmatrix} > 0, \quad (2-17)$$

和

$$\begin{bmatrix} He\{P_q A_{cl,q}\} + \alpha P_q & P_q B_{cl,q} & C_{cl,q}^T \\ * & -\gamma^2 I & D_{cl,q}^T \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (2-18)$$

则公式(2-12)不确定闭环 ISS 是全局一致渐进稳定的, 且带有一个加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ 。

证明: 对公式(2-12) 脉冲切换系统的子系统  $q$  考虑并使用多 Lyapunov 函数如下:

$$V_q(x_{cl}(t)) = x_{cl}^T(t) P_q x_{cl}(t). \quad (2-19)$$

当  $t = t_i$  时, 不等式(2-17)根据 Schur 补定理可以被表述为

$$H_{cl,q}^T(t) P_q H_{cl,q}(t) < \mu P_p. \quad (2-20)$$

因此可以得到下列不等式

$$x_{cl}^T(t) H_{cl,q}^T(t) P_q H_{cl,q}(t) x_{cl}(t) < \mu x_{cl}^T(t) P_p x_{cl}(t), \quad (2-21)$$

等价于

$$V_q(x(t_i^+)) < \mu V_p(x(t_i)). \quad (2-22)$$

沿着闭环脉冲切换系统(2-12)的轨迹, 可以实现下式

$$\dot{V}_q(t) + \alpha V_q(x_{cl}(t)) + J(t) = \phi^T(t) \Omega_{pq} \phi(t), \quad (2-23)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(t) &= [x_{cl}(t) \quad w(t)], \\ \Omega_{pq} &= \begin{bmatrix} He\{P_q A_{cl,q}\} + \alpha P_q + C_{cl,q}^T C_{cl,q} & P_q B_{cl,q} + C_{cl,q}^T D_{cl,q} \\ * & D_{cl,q}^T D_{cl,q} - \gamma^2 I \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

不等式(2-18)依据 Schur 补定理可以得到结论  $\Omega_{pq} < 0$ , 因此下列不等式可以成立

$$\dot{V}_q(x_{cl}(t)) + \alpha V_q(x_{cl}(t)) + J(t) < 0 \quad t \in (t_i, t_{i+1}). \quad (2-24)$$

式(2-14)和(2-15)可以由不等式(2-22)和式(2-24)得到。因此,在切换信号满足(2-16)的情况下,不确定脉冲切换系统(2-12)为全局一致渐近稳定的,且得到一个加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ , 证明完成。

### 2.3.2 混杂动态输出反馈控制器的设计

本小节讨论了混杂动态输出反馈制器的设计问题。对于求解混杂动态输出反馈控制器的困难主要有两个部分,一是在脉冲切换系统(2-12)中的矩阵  $A_{cl,\sigma(t)}$ ,  $B_{cl,\sigma(t)}$ ,  $C_{cl,\sigma(t)}$  和  $D_{cl,\sigma(t)}$  中包含两种类型的不确定性,需要先消除这两种不确定性才能获得基于 LMI 的控制器设计条件;另一个是由于混杂控制器的增益矩阵与矩阵  $P_{\sigma(t)}$  之间的耦合,使得直接求解混杂控制器较为困难。

为了解耦乘积项并设计理想的控制器,本小节定义了以下矩阵

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_{\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} \mathfrak{A}_{\sigma(t)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{B}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t)) \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_{1\sigma(t)} = \begin{bmatrix} C_{1,\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbb{C}_{3\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} 0 \\ C_{3,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{G}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ G_{\sigma(t)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{T}_{1\sigma(t)} = \begin{bmatrix} T_{x\sigma(t)} + I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \\ \mathbb{F}_{1\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} F_{1,\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{I}_1 = \begin{bmatrix} 0_{n_x \times n_k} \\ I_{n_k} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{I}_2 = \begin{bmatrix} 0_{n_u \times n_k} & I_{n_u} \end{bmatrix}, \\ \mathbb{D}_{\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} \mathfrak{D}_{\sigma(t)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{E}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{E}_{\sigma(t)}(I + \Delta_u(t)) \end{bmatrix}, \quad \mathbb{C}_{2\sigma(t)} = C_{2,\sigma(t)}, \\ \mathbb{N}_{1\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} N_{1,\sigma(t)} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{N}_{2\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & N_{2,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{E}}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} 0 & E_{\sigma(t)} \end{bmatrix}, \\ K_{\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} A_{k,\sigma(t)} & B_{k,\sigma(t)} \\ C_{k,\sigma(t)} & D_{k,\sigma(t)} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbb{B}}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} B_{\sigma(t)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathcal{B}}_{\sigma(t)} = \begin{bmatrix} I & B_{\sigma(t)} \\ I & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2-25)$$

根据公式(2-25)的定义,闭环脉冲切换系统 (2-12)中的矩阵可以被改写为

$$\begin{aligned} A_{cl,\sigma(t)} &= \mathbb{A}_{\sigma(t)} + \mathbb{B}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \mathbb{G}_{\sigma(t)}, \quad B_{cl,\sigma(t)} = \mathbb{C}_{1\sigma(t)} + \mathbb{B}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \mathbb{C}_{3\sigma(t)}, \\ C_{cl,\sigma(t)} &= \mathbb{D}_{\sigma(t)} + \mathbb{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \mathbb{G}_{\sigma(t)}, \quad D_{cl,\sigma(t)} = \mathbb{C}_{2\sigma(t)} + \mathbb{E}_{\sigma(t)} K_{\sigma(t)} \mathbb{C}_{3\sigma(t)}. \end{aligned} \quad (2-26)$$

根据公式(2-25)和(2-26),增益矩阵  $A_{cl,\sigma(t)}$ ,  $B_{cl,\sigma(t)}$ ,  $C_{cl,\sigma(t)}$  和  $D_{cl,\sigma(t)}$  被整合在一个矩阵  $K_{\sigma(t)}$  中。基于这种变换,下文将介绍一种解耦技术。

**定理 2.3:** 对于闭环脉冲切换系统(2-12),给定已知标量  $\alpha > 0$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\mu \geq 1$ ,

$\forall(\sigma(t_i)=q, \sigma(t_i^-)=p) \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}, q \neq p$ 。如果存在矩阵  $P_l > 0, (l=p, q), Q_q, W_q, V_q, R_q$  和参数  $\varepsilon_q > 0, \zeta_q > 0$  满足不等式

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & \Xi_3 & \Xi_5 & P_q \widehat{\mathbb{B}}_q \mathbf{J}_u & 0 & P_q \mathbb{F}_{1q} & \zeta_q \mathbb{N}_{1q}^T \\ * & -\gamma^2 I & \Xi_4 & \mathbb{C}_{3q}^T W_q^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -I & \Xi_6 & E_q \mathbf{J}_u & 0 & F_{2,q} & 0 \\ * & * & * & -Q_q - Q_q^T & 0 & \varepsilon_q \mathbb{I}_2^T & 0 & \zeta_q \mathbb{N}_{2q}^T \\ * & * & * & * & -\varepsilon_q I & 0 & 0 & \zeta_q \mathbf{J}_u^T N_{2,q}^T \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_q I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\zeta_q I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\zeta_q I \end{bmatrix} < 0, \quad (2-27)$$

和

$$\begin{bmatrix} -\mu P_p & \mathbb{T}_{1q}^T P_q & \mathbb{I}_1 R_q^T \\ * & -P_q & P_q \mathbb{I}_1 \\ * & * & -V_q - V_q^T \end{bmatrix} < 0, \quad (2-28)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi_1 &= \left[ He\{P_q \begin{bmatrix} A_q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \overline{\mathcal{B}}_q W_q \mathbb{G}_q\} + \alpha P_q \right], \quad \Xi_6 = [\overline{\mathcal{E}}_q - \overline{\mathcal{E}}_q Q_q], \\ \Xi_2 &= [P_q \mathbb{C}_{1q} + \overline{\mathcal{B}}_q W_q \mathbb{C}_{3q}], \quad \Xi_3 = \left[ \begin{bmatrix} D_q & 0 \end{bmatrix} + \overline{\mathcal{E}}_q W_q \mathbb{G}_q \right]^T, \\ \Xi_5 &= \left[ P_q \begin{bmatrix} 0 & B_q \\ I & 0 \end{bmatrix} - \overline{\mathcal{B}}_q Q_q \right] + \mathbb{G}_q^T W_q^T, \quad \Xi_4 = [\mathbb{C}_{2q} + \overline{\mathcal{E}}_q W_q \mathbb{C}_{3q}]^T, \end{aligned}$$

那么带有量化的不确定脉冲切换系统(2-12)是全局一致渐近稳定的, 且带有一个加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ 。同时, 设计的混杂控制器增益可以通过下列等式获得

$$K_q = Q_q^{-1} W_q, \quad L_{kq} = V_q^{-1} R_q. \quad (2-29)$$

证明: 为了解耦矩阵  $P_q$  和  $K_q$ , 根据等式(2-26)(2-29)及引理 1.5, 不等式(2-18)被推导为:

$$\begin{bmatrix} \gamma & \mathcal{T} + \mathcal{V}^T Q_q^{-T} Q_q^T \\ * & -Q_q - Q_q^T \end{bmatrix} < 0, \quad (2-30)$$

其中

$$\mathcal{Y} = \begin{bmatrix} \check{\Xi}_1 & \Xi_2 & \check{\Xi}_3 \\ * & -\gamma^2 I & \Xi_4 \\ * & * & -I \end{bmatrix}, \quad \mathcal{T} = \begin{bmatrix} P_q \mathbb{B}_q - \overline{\mathcal{B}}_q Q_q \\ 0 \\ \mathbb{E}_q - \overline{\mathcal{E}}_q Q_q \end{bmatrix}, \quad \mathcal{V} = \begin{bmatrix} W_q \mathbb{G}_q & W_q \mathbb{C}_{3q} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\check{\Xi}_1 = \left[ He\{P_q \mathbb{A}_q + \overline{\mathcal{B}}_q W_q \mathbb{G}_q\} + \alpha P_q \right], \quad \check{\Xi}_3 = \left[ \mathbb{D}_q + \overline{\mathcal{E}}_q W_q \mathbb{G}_q \right]^T.$$

为了消除矩阵(2-30)中的不确定性, 需要先将矩阵中不确定性分离出来, 然后再消除。根据引理 1.4, 结合式(2-10)与式(2-11), 为消除量化误差  $\Delta_u(t)$ , 不等式(2-30)被处理为:

$$\Psi + He\left\{\mathcal{X} \frac{\Delta_u(t)}{\mathbf{J}_u} \mathcal{S}\right\} < 0, \quad (2-31)$$

其中

$$\Psi = \begin{bmatrix} \mathcal{Y} & \mathcal{T}_1 + \mathcal{V}^T \\ * & -Q_q - Q_q^T \end{bmatrix}, \quad \mathcal{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \mathbb{I}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} \mathfrak{B}_q \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{J}_u \\ 0 \\ \mathfrak{E}_q \mathbf{J}_u \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{T}_1 = \begin{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{B}_q \\ I & 0 \end{bmatrix} - \overline{\mathcal{B}}_q Q_q \\ 0 \\ \begin{bmatrix} 0 & \mathfrak{E}_q \end{bmatrix} - \overline{\mathcal{E}}_q Q_q \end{bmatrix}.$$

在式(2-12)的基础上, 当且仅当标量  $\varepsilon_q > 0$  存在且满足下列不等式, 则可以利用引理 1.4 和 Schur 补引理将不等式(2-31)改写为

$$\begin{bmatrix} \Psi & [\mathcal{X} \quad \varepsilon_q \mathcal{S}^T] \\ * & -\varepsilon_q I \end{bmatrix} < 0. \quad (2-32)$$

接着, 用同样的方法消除不确定性  $\Delta_f(t)$ , 可以不等式

$$\begin{bmatrix} \Phi & [\Pi \quad \zeta_q \Theta^T] \\ * & -\zeta_q I \end{bmatrix} < 0, \quad (2-33)$$

其中

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & [\mathcal{X}_1 \quad \varepsilon_q \mathcal{S}^T] \\ * & -\varepsilon_q I \end{bmatrix}, \quad \Psi_1 = \begin{bmatrix} \mathcal{Y}_1 & \mathcal{T}_2 + \mathcal{V}^T \\ * & -Q_q - Q_q^T \end{bmatrix}, \quad \mathcal{X}_1 = \begin{bmatrix} P_q \widehat{\mathbb{B}}_q \mathbf{J}_u \\ 0 \\ E_q \mathbf{J}_u \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{Y}_1 = \begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 & \Xi_3 \\ * & -\gamma^2 I & \Xi_4 \\ * & * & -I \end{bmatrix}, \quad \mathcal{T}_2 = \begin{bmatrix} P_q \begin{bmatrix} 0 & B_q \\ I & 0 \end{bmatrix} - \overline{B}_q Q_q \\ 0 \\ \Xi_6 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = [\mathbb{N}_1 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbb{N}_2 \quad N_2 \mathbf{J}_u \quad 0], \quad \Pi^T = [\mathbb{F}_1^T P_q^T \quad 0 \quad F_2^T \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T.$$

因此，不等式(2-27)被求得。

为了求得不等式(2-28)，利用 Schur 补引理将不等式(2-17)改写为

$$\begin{bmatrix} -\mu P_p & \Lambda \\ * & -P_q \end{bmatrix} < 0, \quad (2-34)$$

其中  $\Lambda = (\mathbb{T}_{1q}^T + \mathbb{I}_1 L_{kq}^T \mathbb{I}_1^T) P_q$ 。

为了解耦矩阵  $P_q$  和  $L_{kq}$ ，根据等式(2-28)以及引理 1.5，不等式(2-33)可以被推导为

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M} & \mathcal{O} + \mathcal{L}^T V_p^T \\ * & -V_p - V_p^T \end{bmatrix} < 0, \quad (2-35)$$

其中

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} -\mu P_p & \mathbb{T}_{1q}^T P_q \\ * & -P_q \end{bmatrix}, \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_q \mathbb{I}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{L} = V_p^{-1} \begin{bmatrix} R_q \mathbb{I}_1^T & 0 \end{bmatrix}.$$

综上所述，证明完成。

**说明 2.6:** 对于各子系统，定理 2.3 给出了一种以矩阵  $K_i$  的形式获得所有动态输出反馈控制器所有增益矩阵的方法，并给出了一种以矩阵  $L_{ki}$  形式表示由脉冲引起的控制器状态跳变增益矩阵的方法。此外，这些条件对控制器的设计来说是具有普适性的。因此，本章提供的方法也可用于其他切换系统中解决多脉冲跃变问题，如切换时滞系统、T-S 模糊系统、非线性切换系统等。

**说明 2.7:** 定理 2.3 中的各个参数( $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$ )都有其特定物理意义。其中， $\alpha$  表示多 Lyapunov 函数的衰减速率，也反映了响应子系统的收敛速率。由切换行为导致的增长的界限表示为  $\mu \geq 1$ 。这些标量在实际操作中可以设定在适当的范围内，从而增强方案的灵活性。

**说明 2.8:** 根据前面小节的讨论，可以得出结论，目前对于具有多脉冲跳变

的脉冲切换系统的研究较少,对于脉冲切换系统中带有量化的动态输出反馈控制器的研究也很少。对于具有多脉冲跳变的不确定脉冲切换系统,目前也没有相关工作研究其带有量化的动态输出反馈控制问题,因此本章节的工作是对这方面研究的补充。

**说明 2.9:** 根据前面小节的讨论,可以得出结论,目前对于具有多脉冲跳变的脉冲切换系统的研究较少,对于脉冲切换系统中带有量化的动态输出反馈控制器的研究也很少。对于具有多脉冲跳变的不确定脉冲切换系统,目前也没有相关工作研究其带有量化的动态输出反馈控制问题,因此本章节的工作是对这方面研究的补充。此外,引言部分已经提到,网络控制系统中存在一些不可忽视的问题,如时延、丢包、网络安全等。然而,本章节我们只考虑了网络控制系统中静态量化的影响。因此,我们将在接下来的工作中对网络控制系统中存在的问题做进一步研究。

## 2.4 仿真实例

本小节给出了一个数值实例来说明本章提出的结论的有效性。这里考虑具有两个子系统的不确定线性脉冲切换系统,其参数为

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.1 & -0.3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 1 \end{bmatrix}, C_{11} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, T_{x1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.15 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}, \\
 G_1 &= \begin{bmatrix} 6 & 0.2 \\ 0.3 & 6 \end{bmatrix}, C_{31} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 4 & 0.2 \\ 0.3 & -6 \end{bmatrix}, C_{32} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \\
 F_{1,1} &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}, N_{1,1} = [0.1 \quad 0.4], D_1 = [0.2 \quad 0.6], C_{21} = 0.15, \\
 F_{2,1} &= 0.5, F_{2,2} = 0.1, C_{22} = 0.3, N_{2,1} = 0.3, N_{2,2} = 0.1, E_1 = 0.3, \\
 A_2 &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.24 & -0.24 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}, C_{12} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}, T_{x2} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 \\ 0.15 & 0.6 \end{bmatrix}, \\
 F_{1,2} &= \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.15 \end{bmatrix}, N_{1,2} = [0.2 \quad 0.15], D_2 = [0.1 \quad 0.75], E_2 = 0.4.
 \end{aligned}$$

定理 2.3 中涉及到的常数设为:  $\alpha = 0.057$ ,  $\mu = 1.48$ ,  $\gamma = 3$ 。扰动输入在此设为  $w(t) = \cos(t)e^{-0.5t}$ 。那么,根据式(2-15),可以得到切换信号需要满足图 2-2 所示,切换的时间间隔为  $\tau_a \geq 6.8779$ 。

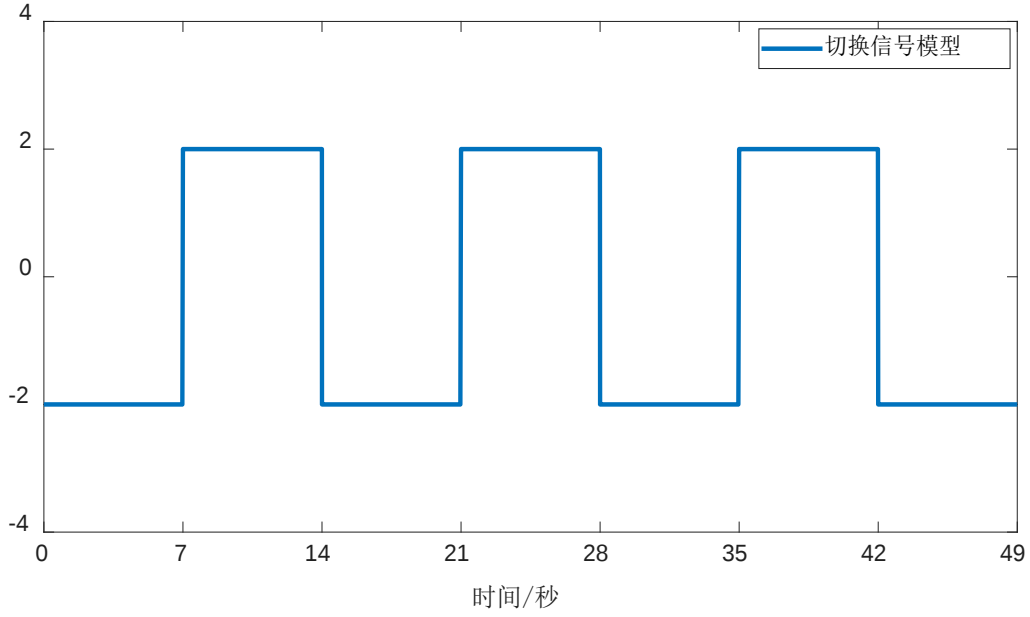


图 2-2 切换信号示意图

在平均驻留时间切换策略下,对脉冲切换系统没有控制的开环状态响应如图 2-3 所示。一方面,图 2-3 所示的开环不确定脉冲切换系统的状态具有明显的不稳定性。另一方面,可以明显地发现,脉冲切换系统的状态在脉冲切换时刻发生了突变,特别是在图 2-3 中的第 35 秒和第 42 秒时刻,状态突变现象十分明显。

应用定理 2.3 可得到理想混杂动态输出反馈控制器,可以有效保证闭环脉冲切换系统全局一致渐进稳定且带有加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ 。在式(2-8)中,量化不确定性设为  $\Delta_u(t) = 0.2\sin(t)$ , 参数  $\xi_u = 0.2$ 。在这些已知参数的条件下,利用 LMI 工具箱,可以求得不等式(2-27)和式(2-28)中的未知矩阵和标量如下

$$P_1 = \begin{bmatrix} 7.3846 & -1.2156 & 5.7903 & 1.6798 \\ -1.2156 & 6.0583 & -2.2818 & 1.1481 \\ 5.7903 & -2.2818 & 8.0133 & 5.8113 \\ 1.6798 & 1.1481 & 5.8113 & 15.8375 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_1 = 1, \quad \zeta_1 = 2,$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 21.3347 & -6.8002 & 8.0125 & 3.7634 \\ -6.8002 & 17.8613 & -2.6195 & 1.7513 \\ 8.0125 & -2.6195 & 7.0824 & 7.2061 \\ 3.7634 & 1.7513 & 7.2061 & 19.3804 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_2 = 8, \quad \zeta_2 = 9,$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.0013 & 0.0002 & 0.0002 \\ 0.0002 & 0.0009 & 0.0002 \\ 0.0005 & 0.0004 & 0.0878 \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0.0010 & -0.0002 & -0.0008 \\ -0.0002 & 0.0010 & -0.0000 \\ -0.0005 & 0.0010 & 0.1391 \end{bmatrix},$$

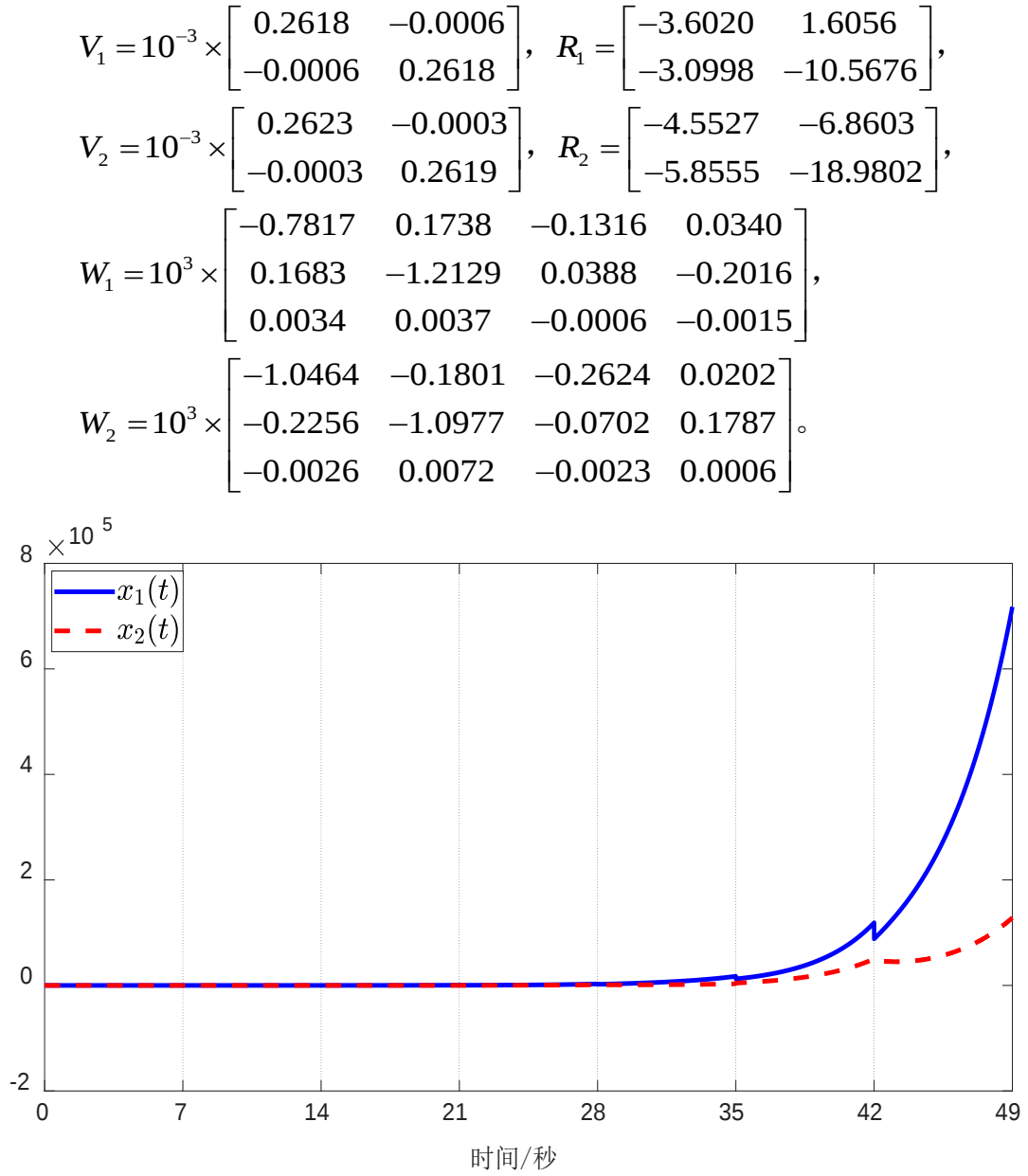


图 2-3 不确定脉冲切换系统开环控制下的状态响应

根据式(2-29)中对混杂控制器的增益  $K_q$  和  $L_{kq}$  的定义,可以得到我们设计出的控制器增益如下:

$$K_1 = \begin{bmatrix} A_{k,1} & B_{k,1} \\ C_{k,1} & D_{k,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9928 & 0.0002 & -0.1641 & 0.0070 \\ -0.0144 & -0.9979 & 0.0077 & -0.1604 \\ -0.0028 & -0.0584 & -0.1410 & -0.1664 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} A_{k,2} & B_{k,2} \\ C_{k,2} & D_{k,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5964 & -1.5732 & -0.5834 & 0.5266 \\ -0.3790 & -1.6608 & 0.1551 & 0.2989 \\ -1.9776 & -5.2738 & -1.2405 & 1.7855 \end{bmatrix},$$

$$L_{k1} = \begin{bmatrix} -0.0014 & -0.0053 \\ 0.0028 & -0.0206 \end{bmatrix}, L_{k2} = \begin{bmatrix} -0.0095 & -0.0071 \\ -0.0044 & -0.0261 \end{bmatrix}。$$

说明 **2.10**: 对控制输入进行量化和控制输入没有量化的 LMI 解出的期望增益矩阵是不同的, 因为对没有静态量化的不等式(2-18)求解时会少一次引理 **1.4** 的应用。对于这两组 LMI, 求解考虑静态量化的 LMI 所需的计算时间约为 0.04 秒, 求解不考虑静态量化的 LMI 所需的计算时间约为 0.02 秒。

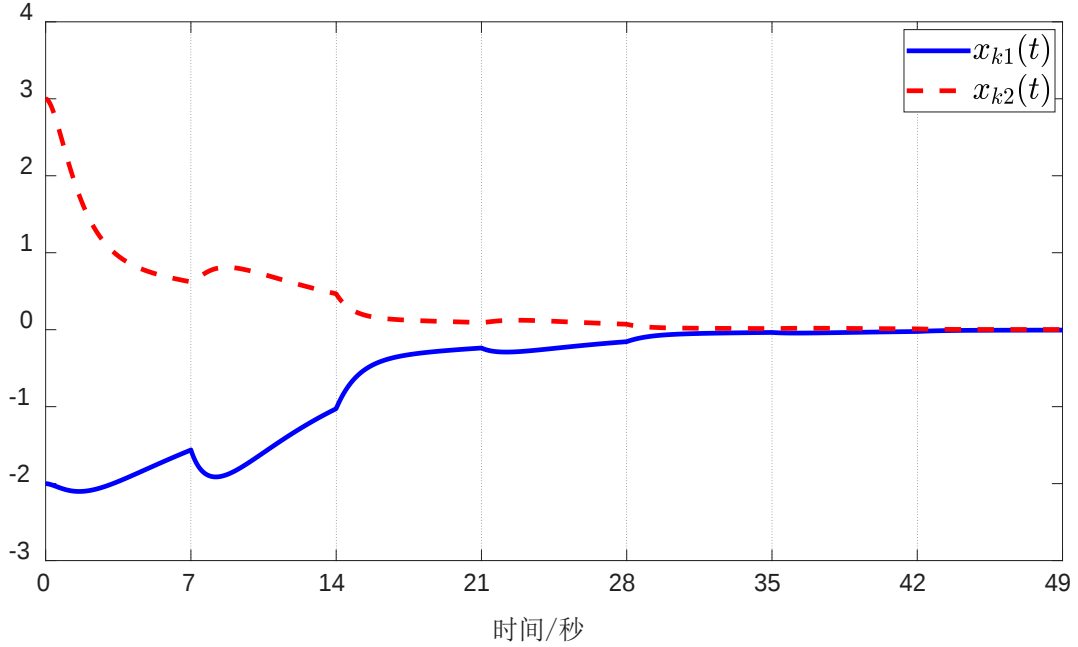


图 2-4 混杂控制器的状态响应

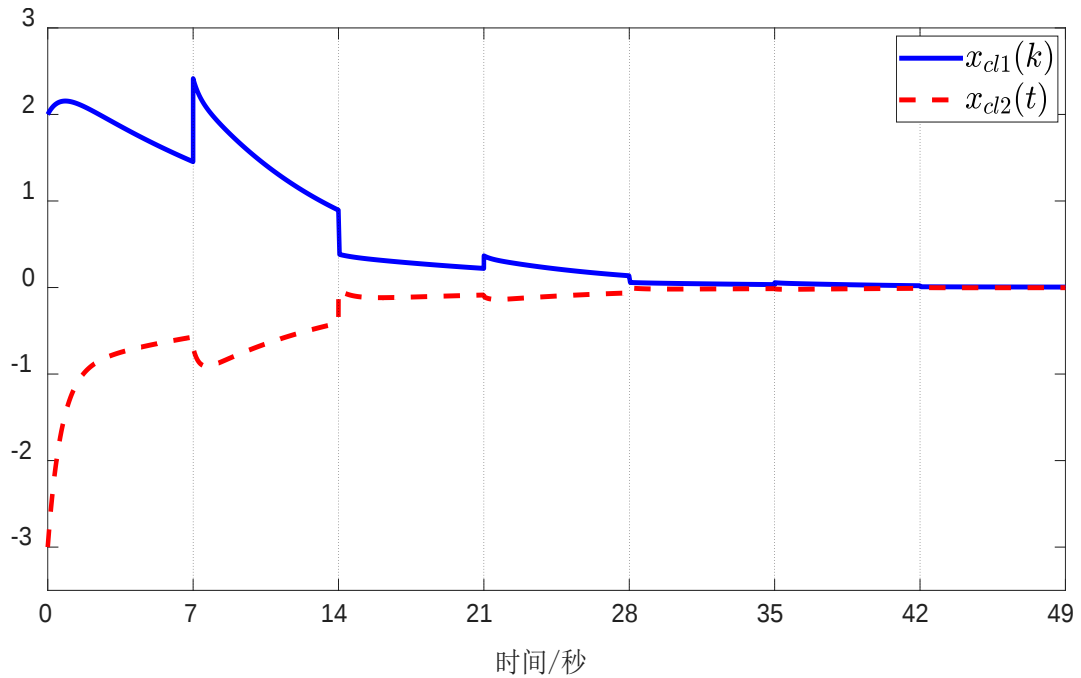


图 2-5 不确定脉冲切换系统在混杂控制下的状态响应

给定初始条件为  $x_{cl}(t_0) = [2, -3, -2, 3]^T$ , 混杂控制器的状态响应如图 2-4 所

示，量化后闭环脉冲切换系统的状态响应如图 2-5 所示。由图 2-4 可以看出，混杂控制器的状态为渐近稳定的。同时，图 2-4 所示混杂控制器的状态响应存在明显的脉冲跳变，体现了脉冲行为的普遍性。因此，与图 2-3 相比，图 2-5 明确反映了在混杂动态输出反馈控制器控制下的不确定脉冲切换系统的状态变为全局一致渐近稳定的。

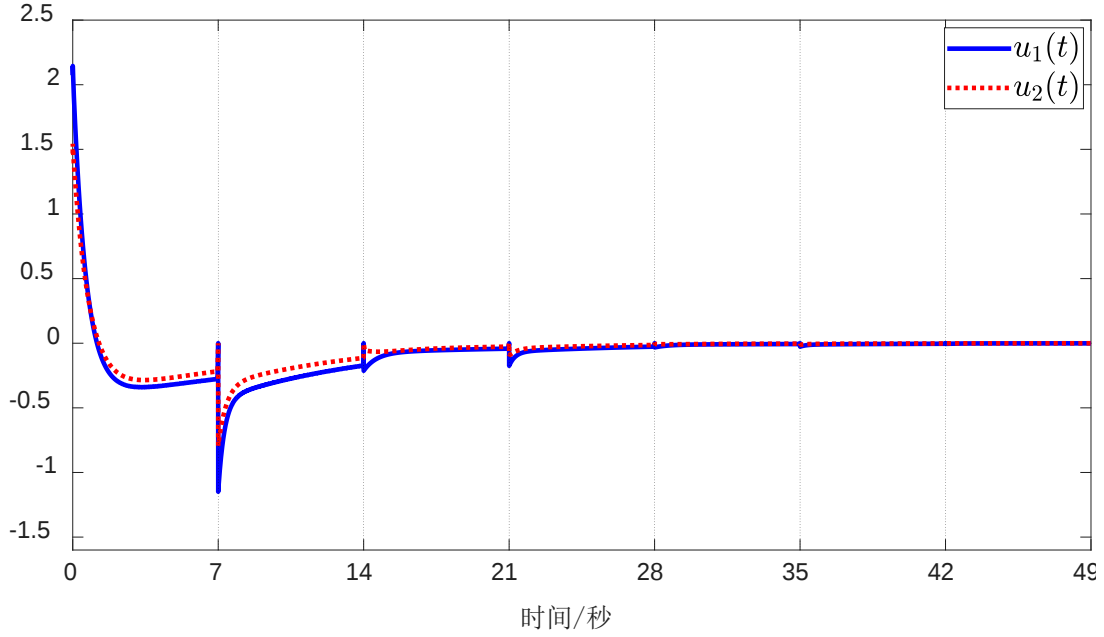


图 2-6 有量化和没量化的控制输入的比较

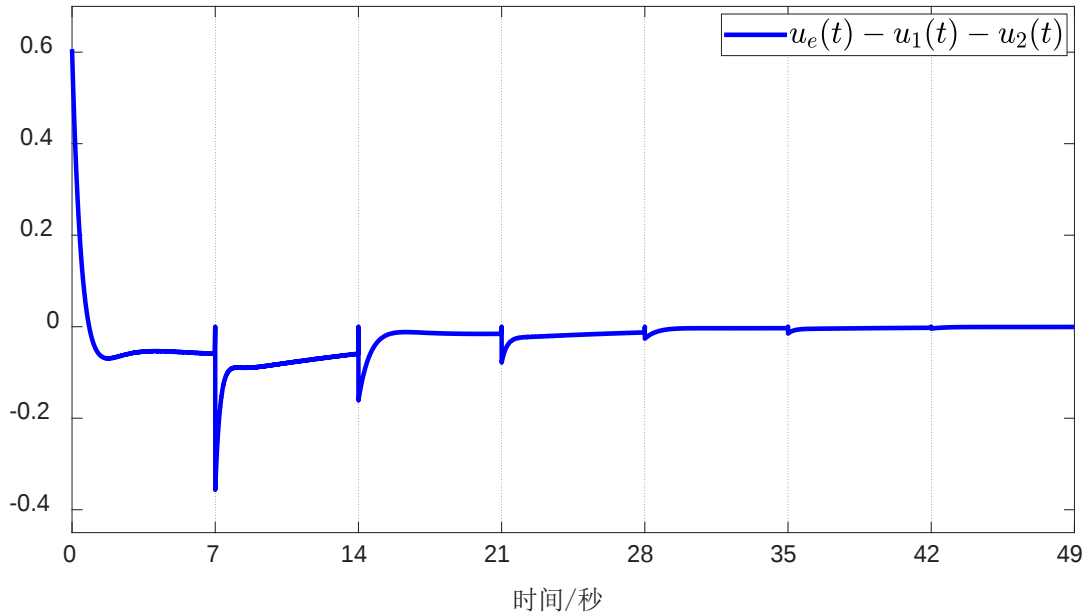


图 2-7  $u_1(t)$  和  $u_2(t)$  之间的差值

同时，为了分析静态量化带来的影响，将存在静态量化的控制输入与不考虑

静态量化的控制输入进行对比,如图 2-6 所示。在图 2-6 中,  $u_1(t)$  表示经过静态量化的控制输入等于式(2-3)中的  $u(t)$ ,  $u_2(t)$  表示未经过静态量化的控制输入。

为了能够更直观地观察  $u_1(t)$  和  $u_2(t)$  之间的差异,在图 2-7 中绘制了经过静态量化的控制输入  $u_1(t)$  与未经过量化的  $u_2(t)$  之间的差值函数  $u_e(t)$ , 其中  $u_e(t)$  等于  $u_1(t) - u_2(t)$ 。从图 2-6 和图 2-7 可以直观地看出,量化后的控制输入在第 7 秒和第 14 秒的跳跃变化量远大于未量化时的控制输入的跳跃变化量,这反映出量化不可避免地会导致信息丢失,从而对控制性能和系统稳定性产生不利影响。

仿真结果表明,本文提出设计的混杂  $H_\infty$  动态输出反馈控制器是有效的。

## 2.5 本章小结

本章节研究了针对具有多脉冲跳变的脉冲切换系统研究了  $H_\infty$  动态输出反馈控制问题。值得注意的是,在脉冲切换时刻,所研究的脉冲切换系统和所设计的控制器中都存在状态跳变,以强调脉冲行为的普遍性。将平均驻留时间切换策略与多 Lyapunov 方法相结合,解得本章节设计的混杂控制器的充分条件,保证了闭环脉冲切换系统是全局一致渐近稳定的且具有加权  $H_\infty$  性能。通过求解一组 LMI 得到所设计的混杂控制器的未知参数。最后,通过一组数值仿真例子验证了所得设计的混杂观测器的有效性。

## 第3章 基于混杂观测器对多路量化且丢包的脉冲切换系统的保性能控制研究

### 3.1 引言

众所周知，在实践中，大多数系统都是非线性的，因此非线性系统被广泛研究<sup>[72,73]</sup>。对于非线性脉冲切换系统，其研究具有重要的理论价值和现实意义，现在已经取得了一些关于非线性脉冲切换系统的结果。在<sup>[74]</sup>中，状态反馈控制被用于稳定非线性脉冲切换系统，其控制效果优于输出反馈控制。然而，要实现状态反馈控制是不现实的，因为需要获取系统的所有状态变量，所以设计状态观测器来实现基于观测器的控制<sup>[75]</sup>是必要的。因此，本章节主要针对脉冲切换系统的基于观测器的控制进行研究。此外，为了增强脉冲行为的普适性，本章节设计的观测器的状态在切换时刻也会发生跳跃

保性能控制方法因其不仅可以利用LMI进行控制器设计，而且可以处理参数不确定性和状态时滞而受到广泛关注。它已广泛应用于各种系统，如非线性网络控制系统<sup>[76]</sup>、马尔可夫跳跃系统<sup>[77]</sup>和无人水面车辆系统<sup>[78]</sup>。因此，将保性能控制方法应用于非线性脉冲切换系统是合乎逻辑且符合实际的。

基于混杂弹性观测器的非线性脉冲切换系统保性能控制问题具有重要的研究意义。与现有的研究结果相比，本章节的主要贡献可以概括为以下三点：

(1) 基于混杂观测器，研究了非线性脉冲切换系统的弹性保性能控制问题。本章节设计的观测器在脉冲切换时刻状态也有跳变，体现了混杂控制。

(2) 本章节对非线性脉冲切换系统的稳定性分析与控制研究考虑了一个非常复杂的情况。这里研究的系统和控制器都存在服从伯努利分布的随机不确定性。控制输入和测量输出在通过网络传输之前均由动态量化器进行量化。此外，也考虑到两种信号在网络传输中都存在丢包的问题。

(3) 本章节提出了一个新的成本函数，其中控制输入是独特的。它是控制输入经过量化和丢包后的输入信号。

### 3.2 问题描述

本章节所研究的控制系统结构图如图 3-1 所示。通信网络将不确定非线性脉冲切换系统与基于观测器的混合控制器连接起来。由于通信网络是不可靠的，信号不可避免地遭受量化误差和丢包。值得注意的是，观察者的状态在切换时刻跳跃，这使得冲动行为更加普遍。

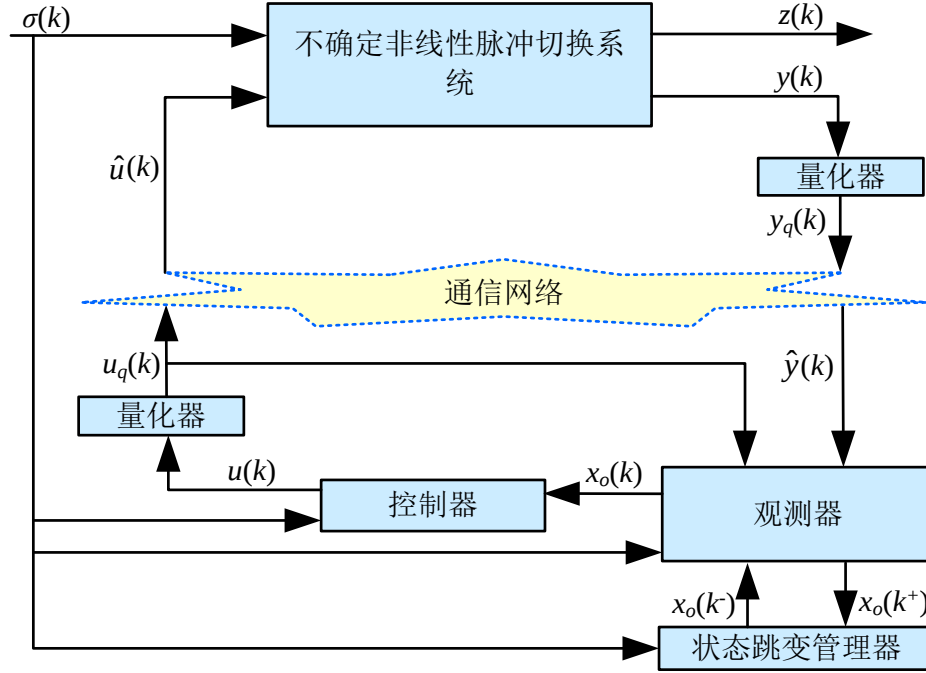


图 3-1 具有多路径量化和数据丢包的非线性脉冲切换系统示意图

### 3.2.1 随机发生的不确定性脉冲切换系统

本文考虑下列具有随机不确定性的非线性脉冲切换系统：

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_{\sigma(k)} + \rho_1(k)\Delta_{A_{\sigma(k)}}(k))x(k) + B_{\sigma(k)}\hat{u}(k) + C_{\sigma(k)}\psi_{\sigma(k)}(x(k)), & k \neq k_i \\ z(k) = D_{\sigma(k)}x(k), \\ y(k) = E_{\sigma(k)}x(k), \\ x(k+1) = (T_{x,\sigma(k)} + I)x(k), & k = k_i \\ x(k_0) = x_0, \end{cases} \quad (3-1)$$

其中  $x(t) \in R^{n_x}$  是系统的状态向量， $y(t) \in R^{n_y}$  表示测量输出， $z(t) \in R^{n_z}$  表示被控输出， $\hat{u}(k) \in R^{n_u}$  是存在数据丢包和量化误差的控制输入。控制输入  $u(k) \in R^{n_u}$  先被量化为  $u_q(k) \in R^{n_u}$ ，然后经不可靠的通信网络传输得到存在数据丢包的控制输入  $\hat{u}(k)$ 。矩阵  $T_{x,\sigma(k)}$ ， $A_{\sigma(k)}$ ， $B_{\sigma(k)}$ ， $C_{\sigma(k)}$ ， $D_{\sigma(k)}$  和  $G_{\sigma(k)}$  是已知的常数矩阵。值得注意的是，矩阵  $T_{x,\sigma(k)}$  用来表示由脉冲导致的子系统状态的状态跳变。

切换信号由  $\sigma(k)$  表示，从有限集合  $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, S\}$  中取值，其中  $S \in \mathbb{N}^+$  表示子系统的个数。 $k_i$  表示右连续函数  $\sigma(k)$  中的第  $i$  个切换瞬间，切换顺序为  $0 = k_0 < k_1 < \dots < k_{i-1} < k_i < \dots$ 。在  $k \in [k_i, k_{i+1})$  时刻，子系统  $\sigma(k_i)$  响应。为便于分析，以下部分  $\sigma(k_i)$  缩写为  $l$ ， $\sigma(k_i - 1)$  缩写为  $j$ 。

下列 Lipschitz 条件要求非线性函数  $\psi_{\sigma(k)}(x(k))$  满足：

$$\| \psi_{\sigma(k)}(x_1(k)) - \psi_{\sigma(k)}(x_2(k)) \| \leq \mathcal{E}_{\sigma(k)} \| x_1(k) - x_2(k) \|, \quad (3-2)$$

其中  $\mathcal{E}_{\sigma(k)} > 0$  是 Lipschitz 常数矩阵。

系统参数的不确定性

$$\Delta_{A_{\sigma(k)}}(k) = F_{1,\sigma(k)} \Delta_x(k) N_{1,\sigma(k)}, \quad (3-3)$$

其中，常数矩阵  $F_{1,\sigma(k)}$  和  $N_{1,\sigma(k)}$  是给定的。未知的实值时变矩阵  $\Delta_x(k)$  满足形式  $\Delta_x(k)^T \Delta_x(k) \leq I$ 。不确定性  $\Delta_x(k)$  的存在性用随机变量  $\rho_1(k)$  来描述， $\rho_1(k)$  服从伯努利分布，且满足分布  $\Pr\{\rho_1(k) = 1\} = \overline{\rho_1}$ ， $\Pr\{\rho_1(k) = 0\} = 1 - \overline{\rho_1}$ ，其中给定的常数  $\overline{\rho_1}$  满足  $0 \leq \overline{\rho_1} \leq 1$ 。

**说明 3.1：**本章节选择的不确定性是随机的不确定性，而不是确定的不确定性。如文献<sup>[79]</sup>所述，设备的不确定性往往以随机的方式发生，且更具普遍性。

### 3.2.2 动态量化器

本小节针对测量输出  $y(k)$  和控制输入  $u(k)$ ，引入了两个独立的动态量化器  $q_y(y(k))$  和  $q_u(u(k))$ 。本小节参考文献<sup>[44]</sup>中定义的动态量化器的单参数族，因此，量化器  $q_g(\mathcal{G}(k))$  ( $\mathcal{G} = y, u$ ) 被表示为：

$$q_g(\mathcal{G}(k)) = \mu_g q\left(\frac{\mathcal{G}(k)}{\mu_g}\right). \quad (3-4)$$

在上式中， $\mu_g > 0$  是动态参数， $q(\mathcal{G}(k)/\mu_g)$  表示静态量化量。量化器  $q_g(\mathcal{G}(k))$  ( $\mathcal{G} = y, u$ ) 也满足

$$|q_g(\mathcal{G}(k)) - \mathcal{G}(k)| \leq \mu_g \varepsilon_g, \quad \text{如果 } |\mathcal{G}(k)| \leq \mu_g M_g, \quad (3-5)$$

和

$$|q_g(\mathcal{Y}(k)) - \mathcal{Y}(k)| > \mu_g \varepsilon_g, \quad \text{如果 } |\mathcal{Y}(k)| > \mu_g M_g, \quad (3-6)$$

其中  $q(\mathcal{Y}(k)/\mu_g)$  表示量化误差,  $M_g$  表示量化范围以及  $\varepsilon_g$  表示误差界限。

动态量化器存有饱和及不饱和的两种情况, 不等式(3-5)表示不饱和情况下的量化误差的界。由不等式(3-6)可知, 在饱和情况下, 信号不在量化区域  $\mu_g M_g$  内。

据此, 将信号  $y(k)$  和  $u(k)$  量化为  $y_q(k)$  和  $u_q(k)$ , 可以表示为

$$y_q(k) = q(y(k)) = \mu_y q\left(\frac{y(k)}{\mu_y}\right), \quad \text{和} \quad u_q(k) = q(u(k)) = \mu_u q\left(\frac{u(k)}{\mu_u}\right). \quad (3-7)$$

结合不等式(3-7)和(3-5), 可以推导出下列不等式

$$\left| q\left(\frac{y(k)}{\mu_y}\right) - \frac{y(k)}{\mu_y} \right| \leq \varepsilon_y, \quad \text{和} \quad \left| q\left(\frac{u(k)}{\mu_u}\right) - \frac{u(k)}{\mu_u} \right| \leq \varepsilon_u. \quad (3-8)$$

因此被量化的信号可以被进一步推导表示为

$$y_q(k) = \bar{\mathcal{Y}}(k) + y(k), \quad \text{和} \quad u_q(k) = \bar{\mathcal{U}}(k) + u(k), \quad (3-9)$$

其中  $\bar{\mathcal{Y}}(k)$  和  $\bar{\mathcal{U}}(k)$  是信号  $y(k)$  和  $u(k)$  的量化误差, 形式如下

$$\bar{\mathcal{Y}}(k) = \mu_y \left( q\left(\frac{y(k)}{\mu_y}\right) - \frac{y(k)}{\mu_y} \right) \leq \mu_y \varepsilon_y, \quad \bar{\mathcal{U}}(k) = \mu_u \left( q\left(\frac{u(k)}{\mu_u}\right) - \frac{u(k)}{\mu_u} \right) \leq \mu_u \varepsilon_u. \quad (3-10)$$

**说明 3.2:** 测量输出信号  $y(k)$  和控制输入信号  $u(k)$  在被传输前分别由不同的动态量化器  $q_y(y(k))$  和  $q_u(u(k))$  进行量化, 本章节将这种量化行为称为“多路径量化”。

### 3.2.3 数据丢包

多路径量化信号会以数据包的形式在网络中传输。因此本章节考虑网络传输中数据丢包的可能性。参考文献<sup>[80]</sup>, 将数据包丢失的行为用已知条件概率分布的伯努利分布来描述。因此经过量化后的信号  $y_q(k)$  和  $u_q(k)$  在通过存在一定概率数据丢包的通信网络后可以被建模为

$$\hat{y}(k) = \delta_y(k) y_q(k), \quad \hat{u}(k) = \delta_u(k) u_q(k), \quad (3-11)$$

其中随机变量  $\delta_y(k)$  和  $\delta_u(k)$  表示数据包丢失的概率。由于不同信道的数据丢包对网络控制系统动态的影响不同, 因此公式(3-11)中引入两个独立的伯努利随机变

量  $\delta_y(k)$  和  $\delta_u(k)$  来分别表示从传感器到控制器和从控制器到执行器的通信信道中的随机数据丢包。这里随机变量  $\delta_y(k)$  和  $\delta_u(k)$  服从伯努利分布, 取值为 0 或 1。当随机变量的值为 1 时, 表示数据传输成功; 值为 0 时, 表示数据传输失败。所以, 随机变量可以被表示为

$$\begin{aligned}\Pr\{\delta_y(k)=1\} &= \overline{\delta_y}, \quad \Pr\{\delta_y(k)=0\} = 1 - \overline{\delta_y}, \\ \Pr\{\delta_u(k)=1\} &= \overline{\delta_u}, \quad \Pr\{\delta_u(k)=0\} = 1 - \overline{\delta_u},\end{aligned}\quad (3-12)$$

其中  $\overline{\delta_u}$  和  $\overline{\delta_y}$  是已知常数, 可取值为  $0 \leq \overline{\delta_u} \leq 1$ ,  $0 \leq \overline{\delta_y} \leq 1$ 。

**说明 3.3:** 本章节采用伯努利随机过程来描述网络传输中存在的丢包过程, 并将描述丢包过程的随机变量组合到网络控制系统模型中, 利用随机系统分析和设计方法推导出丢包概率与网络控制系统稳定性以及一些性能指标之间的关系。数据丢包会对系统产生不良影响, 文献<sup>[81]</sup>中已经指出, 数据丢包的概率越大, 系统的稳定性越差, 保性能控制效果越差, 因此对数据丢包的处理是非常重要的。本章节对丢失的信号选择零补偿策略。目前, 对丢失的信号主要有两只处理方法, 一种是零补偿策略, 用零替代丢失的信号, 另一种是保持补偿策略, 用最后传输成功的信号来代替丢失的信号。与保持补偿策略相比, 文献<sup>[82]</sup>中提到, 零补偿策略更容易实现, 因为它的数学模型更简单, 易于计算, 并且不需要缓冲区来存储有关传输测量的先前值。

#### 3.2.4 带有脉冲状态跳变的混杂观测器

针对(3-1)脉冲切换系统, 本节构造的观测器如下

$$\begin{cases} x_o(k+1) = (A_l + \rho_l(k)\Delta_{A_l}(k))x_o(k) + B_l u_q(k) + L_l(\hat{y}(k) - y_o(k)) \\ \quad + C_l \psi_l(x_o(k)), \quad k \neq k_i \\ y_o(k) = E_l x_o(k), \\ x_o(k+1) = (H_{o,l} + I)x_o(k), \quad k = k_i \end{cases} \quad (3-13)$$

其中  $x_o(k) \in R^{n_x}$  表示观测器的状态,  $y_o(k) \in R^{n_y}$  表示观测器输出。  $L_l \in R^{n_x \times n_y}$  和  $H_{o,l} \in R^{n_x \times n_x}$  分别表示观测器增益和观测器在脉冲切换瞬间的状态跳变, 需要在下文进一步设计求解。

**说明 3.4:** 与<sup>[83, 84]</sup>中提到的观测器设计不同, 为了对应脉冲切换系统中的脉冲行为, (3-13)还设计了在脉冲切换时刻观测器状态的跳跃。因此, 本章节基于

观测器的控制方法被称为“混杂”控制。

### 3.2.5 随机发生的不确定性控制器

本节设计的带有不确定性的控制器被构造如下：

$$u(k) = (K_l + \rho_2(k)\Delta_{k_l}(k))x_o(k), \quad (3-14)$$

其中  $K_l \in R^{n_u \times n_x}$  表示控制器增益，是待设计求解的未知矩阵。随机变量  $\rho_2(k)$  服从伯努利分布，其值为 0 或 1。概率为  $\mathbb{Pr}\{\rho_2(k)=1\} = \overline{\rho_2}$  和  $\mathbb{Pr}\{\rho_2(k)=0\} = 1 - \overline{\rho_2}$ ，其中已知常数  $\overline{\rho_2}$  可取值为  $0 \leq \overline{\rho_2} \leq 1$ 。

此外，允许存在的不确定性  $\Delta_{k_l}(k)$  具有以下形式

$$\Delta_{k_l}(k) = F_{2,l}\Delta_u(k)N_{2,l}, \quad (3-15)$$

其中， $F_{2,l}$  和  $N_{2,l}$  是已知的常数矩阵，且未知矩阵  $\Delta_u(k)$  满足  $\Delta_u(k)^T \Delta_u(k) \leq I$ 。

### 3.2.6 观测误差

观测器的误差定义为  $e(k) = x(k) - x_o(k)$ ，结合公式(3-1)和(3-13)，可得到下列等式：

$$\begin{aligned} e(k+1) &= x(k+1) - x_o(k+1) \quad \text{当 } k \neq k_l \text{ 时} \\ &= (A_l + \rho_1(k)\Delta_{A_l}(k))e(k) + B_l(\hat{u}(k) - u_q(k)) - L_l(\hat{y}(k) - y_o(k)) \\ &\quad + C_l(\psi_l(x(k)) - \psi_l(x_o(k))) \\ &= ((\overline{\delta_u} - 1)B_lK_l + (1 - \overline{\delta_y})L_lE_l + (\overline{\rho_3} - \overline{\rho_2})B_l\Delta_{k_l}(k))x(k) - L_l(\overline{\delta_y} + \widehat{\delta_y}(k))\overline{y}(k) \\ &\quad + ((\overline{\delta_u} - 1)B_l)\overline{u}(k) + \widehat{\delta_u}(k)B_l\overline{u}(k) + C_l(\psi_l(x(k)) - \psi_l(x_o(k))) \\ &\quad + (\widehat{\delta_u}(k)B_lK_l - \widehat{\delta_y}(k)L_lE_l - \widehat{\rho_2}(k)B_l\Delta_{k_l}(k) + \widehat{\rho_3}(k)B_l\Delta_{k_l}(k))x(k) \\ &\quad + (A_l + \overline{\rho_1}\Delta_{A_l}(k) + (1 - \overline{\delta_u})B_lK_l + (\overline{\rho_2} - \overline{\rho_3})B_l\Delta_{k_l}(k) - L_lE_l)e(k) \\ &\quad + (\widehat{\rho_1}(k)\Delta_{A_l}(k) - \widehat{\delta_u}(k)B_lK_l + \widehat{\rho_2}B_l\Delta_{k_l}(k) - \widehat{\rho_3}(k)B_l\Delta_{k_l}(k))e(k), \end{aligned} \quad (3-16)$$

$$\begin{aligned} e(k+1) &= x(k+1) - x_o(k+1) \quad \text{当 } k = k_l \text{ 时} \\ &= (T_{x,l} + I)x(k) - (H_{o,l} + I)x_o(k) = (T_{x,l} - H_{o,l})x(k) + (H_{o,l} + I)e(k), \end{aligned} \quad (3-17)$$

其中  $\widehat{\delta_y}(k)$ 、 $\widehat{\rho_1}(k)$  和  $\widehat{\delta_u}(k)$  分别为  $\widehat{\delta_y}(k) = \delta_y(k) - \overline{\delta_y}$ 、 $\widehat{\rho_1}(k) = \rho_1(k) - \overline{\rho_1}$  和  $\widehat{\delta_u}(k) = \delta_u(k) - \overline{\delta_u}$ 。考虑一个新的随机变量  $\rho_3(k) = \delta_u(k)\rho_2(k)$ ，其概率分布为  $\mathbb{Pr}\{\rho_3(k)=1\} = \overline{\rho_3}$ ， $\mathbb{Pr}\{\rho_3(k)=0\} = 1 - \overline{\rho_3}$ ，常数  $\overline{\rho_3}$  可取值为  $0 < \overline{\rho_3} < 1$ 。由于随机

变量  $\delta_u(k)$  和  $\rho_2(k)$  是相互独立, 所以  $\rho_3(k)$  的概率值为  $\overline{\rho_3} = \overline{\delta_u} \overline{\rho_2}$ , 随机函数  $\widehat{\rho_3}(k)$  为  $\widehat{\rho_3}(k) = \rho_3(k) - \overline{\rho_3}$ 。

同时, 联合式(3-7)、(3-9)、(3-16)和(3-17), 存在量化误差及数据丢包的信号  $\hat{y}(k)$  和  $\hat{u}(k)$  可以被改写为

$$\begin{aligned}\hat{y}(k) &= \delta_y(k) \overline{y}(k) + \delta_y(k) y(k) = (\overline{\delta_y} + \widehat{\delta_y}(k)) \overline{y}(k) + (\overline{\delta_y} + \widehat{\delta_y}(k)) E_l x(k), \\ \hat{u}(k) &= \delta_u(k) \overline{u}(k) + \delta_u(k) u(k) \\ &= (\overline{\delta_u} + \widehat{\delta_u}(k)) \overline{u}(k) + (\overline{\delta_u} K_l + \overline{\rho_3} \Delta_{k_l}) (x(k) - e(k)) \\ &\quad + (\widehat{\delta_u}(k) K_l + \widehat{\rho_3}(k) \Delta_{k_l}(k)) (x(k) - e(k)).\end{aligned}\quad (3-18)$$

### 3.2.7 闭环非线性脉冲切换系统

设矩阵  $\eta(k) = [x^T(k) \ e^T(t)]^T$ , 结合式(3-1)、(3-16)和(3-17)可以得到如下闭环不确定非线性脉冲切换系统

$$\begin{cases} \eta(k+1) = \left( \mathcal{A}_l + \widehat{\rho_1}(k) \mathcal{A}_{2l} + \widehat{\rho_2}(k) \mathcal{A}_{3l} + \widehat{\rho_3}(k) \mathcal{A}_{4l} + \widehat{\delta_u}(k) \mathcal{A}_{5l} + \widehat{\delta_y}(k) \mathcal{A}_{6l} \right) \eta(k) \\ \quad + \left( B_{cll} + \widehat{\delta_u}(k) B_{c2l} \right) \overline{u}(k) + \left( D_{c1l} + \widehat{\delta_y}(k) D_{c2l} \right) \overline{y}(k) \\ \quad + C_{cl} \overline{\psi_l}(\eta(k)), \quad k \neq k_i \\ z(k) = D_{zl} \eta(k), \\ \eta(k+1) = T_{Hl} \eta(k), \quad k = k_i \end{cases} \quad (3-19)$$

其中

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{1l} &= \begin{bmatrix} A_l + \overline{\rho_1} \Delta_{A_l}(k) + \overline{\delta_u} B_l K_l + \overline{\rho_3} B_l \Delta_{k_l}(k) & -\overline{\delta_u} B_l K_l - \overline{\rho_3} B_l \Delta_{k_l}(k) \\ a_{3l} & a_{4l} \end{bmatrix}, \\ a_{3l} &= (\overline{\delta_u} - 1) B_l K_l + (\overline{\rho_3} - \overline{\rho_2}) B_l \Delta_{k_l}(k) + (1 - \overline{\delta_y}) L_l E_l, \\ a_{4l} &= A_l + \overline{\rho_1} \Delta_{A_l}(k) + (1 - \overline{\delta_u}) B_l K_l + (\overline{\rho_2} - \overline{\rho_3}) B_l \Delta_{k_l}(k) - L_l E_l, \\ \mathcal{A}_{2l} &= \begin{bmatrix} \Delta_{A_l}(k) & 0 \\ 0 & \Delta_{A_l}(k) \end{bmatrix}, \mathcal{A}_{3l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -B_l \Delta_{k_l}(k) & B_l \Delta_{k_l}(k) \end{bmatrix}, B_{c1l} = \begin{bmatrix} \overline{\delta_u} B_l \\ (1 - \overline{\delta_u}) B_l \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A}_{4l} &= \begin{bmatrix} B_l \Delta_{k_l}(k) & -B_l \Delta_{k_l}(k) \\ B_l \Delta_{k_l}(k) & -B_l \Delta_{k_l}(k) \end{bmatrix}, \mathcal{A}_{5l} = \begin{bmatrix} B_l K_l & -B_l K_l \\ B_l K_l & -B_l K_l \end{bmatrix}, \mathcal{A}_{6l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -L_l E_l & 0 \end{bmatrix}, \\ B_{c2l} &= \begin{bmatrix} B_l \\ B_l \end{bmatrix}, D_{c1l} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_l \overline{\delta_y} \end{bmatrix}, D_{c2l} = \begin{bmatrix} 0 \\ -L_l \end{bmatrix}, T_{Hl} = \begin{bmatrix} T_{x,l} + I & 0 \\ T_{x,l} - H_{o,l} & H_{o,l} + I \end{bmatrix}, \\ C_{cl} &= \begin{bmatrix} C_l & 0 \\ 0 & C_l \end{bmatrix}, \overline{\psi_l}(\eta(k)) = \begin{bmatrix} \psi_l(x(k)) \\ \psi_l(x(k)) - \psi_l(x_o(k)) \end{bmatrix}, D_{zl} = \begin{bmatrix} D_l & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

为了解决本章节提出的针对具有动态量化、丢包和多脉冲的非线性脉冲切换系统的基于混杂观测器的保性能控制问题,本章节提出了一种新的代价函数如下

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ x^T(k) Q_1 x(k) + \hat{u}^T(k) Q_2 \hat{u}(k) \right], \quad (3-20)$$

其中,矩阵  $Q_1$  和  $Q_2$  是给定的常数矩阵。值得注意的是,在这个 GC 函数中,带有数据包丢失和量化误差的  $\hat{u}(k)$  的控制输入取代了正常输入,它考虑了控制律的量化误差和数据包丢失的影响。

**说明 3.5:** 众所周知,状态反馈控制中包含有更多关于系统结构的信息,比输出反馈控制更精确。然而,控制系统的状态是不完全可知的,因此基于观测器的输出反馈设计是必要的,利用系统的输出信息重构的系统状态可用于状态反馈控制器的设计。为了应对非线性脉冲切换系统的脉冲状态跳变,从而提高脉冲行为的普遍性,设计的观测器在脉冲切换时刻也考虑状态跳变。

为了实现本文的主要结果,需要介绍以下定义和引理。

**定义 3.1<sup>[83]</sup>:** 对于任意初始条件,如果系统(3-19)满足下列条件,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left\{ \|\eta(k)\|^2 \right\} = 0, \quad (3-21)$$

则系统(3-18)是在均方意义上是渐近稳定的。

**引理 3.1<sup>[85]</sup>:** 对于给定的非线性函数  $\psi_l(\cdot)$ , 如果式(3-2)满足 Lipschitz 条件,且  $\|\psi_l(0)\| = 0$ , 则可以得到以下不等式

$$\overline{\psi_l^T}(\eta(k)) \overline{\psi_l}(\eta(k)) \leq \eta^T(k) \mathcal{F}_l^T \mathcal{F}_l \eta(k), \quad (3-22)$$

其中矩阵  $\mathcal{F}_l = \text{diag}\{\mathcal{E}_l, \mathcal{E}_l\}$  有着合适的维度,变量  $\overline{\psi_l}(\eta(k))$  和  $\eta(k)$  被定义在式(3-19)中。

### 3.3 主要结论

#### 3.3.1 系统稳定性分析和保性能分析

**定理 3.1:** 对于非线性脉冲切换系统(3-19), 给定矩阵  $Q_1 > 0$ ,  $Q_2 > 0$  和标量  $0 < \alpha < 1$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $\forall (\sigma(k_i) = l, \sigma(k_i - 1) = j) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}, l \neq j$ 。如果存在一组 Lyapunov 函数  $\forall (\sigma(t_i) = q, \sigma(t_i^-) = p) \in \mathcal{S} \times \mathcal{S}, q \neq p$ , 满足:

$$\mathbb{E}\{V_l(\eta(k))\} < \lambda \mathbb{E}\{V_j(\eta(k^-))\}, \quad k = k_i \quad (3-23)$$

和

$$\mathbb{E}\{V_l(\eta(k+1)) - V_l(\eta(k)) + \alpha V_l(\eta(k)) + \mathbb{J}(k)\} < 0, \quad \forall k \in [k_i, k_{i+1}) \quad (3-24)$$

其中  $\mathbb{J}(k) = x^T(k)Q_1x(k) + \hat{u}^T(k)Q_2\hat{u}(k)$ , 则具有保性能的不确定非线性脉冲切换系统(3-19)在切换信号满足下列不等式的条件下是在均方意义上是渐近稳定的。

$$\tau_{adt} \geq \text{ceil}\left[-\frac{\ln \lambda}{\ln(1-\alpha)}\right], \quad (3-25)$$

在均方意义上是渐近稳定的, 其中实数  $\star$  可以被函数  $\text{ceil}[\star]$  舍入为大于或等于  $\star$  的整数。

证明: 结合式(3-23)和(3-24), 可以得到下列不等式

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\eta(k))\} &< (1-\alpha)^{k-k_i} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\eta(k_i))\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_i} \lambda \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_i^-)}(\eta(k_i^-))\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_i} \lambda \left[ (1-\alpha)^{k_i^- - k_{i-1}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_{i-1})}(\eta(k_{i-1}))\} - \sum_{s=k_{i-1}}^{k_i^- - 1} (1-\alpha)^{k_i^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \right] \\ &\quad - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_{i-1}} \lambda^2 \left[ (1-\alpha)^{k_{i-1}^- - k_{i-2}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_{i-2})}(\eta(k_{i-2}))\} - \sum_{s=k_{i-2}}^{k_{i-1}^- - 1} (1-\alpha)^{k_{i-1}^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \right] \\ &\quad - (1-\alpha)^{k-k_i} \lambda \sum_{s=k_{i-1}}^{k_i^- - 1} (1-\alpha)^{k_i^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \\ &\vdots \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_0} \lambda^{N_{\sigma(k)}(k_0, k)} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\eta(k_0))\} - \sum_{s=k_0}^{k-1} \lambda^{N_{\sigma(k)}(s, k)} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(s)\} \\ &< (1-\alpha)^{k-k_0} \lambda^{N_{\sigma(k)}(k_0, k)} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\eta(k_0))\}, \quad \forall k \in [k_i, k_{i+1}) \end{aligned} \quad (3-26)$$

其中,  $N_{\sigma(k)}(k_1, k_2)$  表示在给定时间  $(k_1, k_2)$  内的切换次数。同时, 根据定理 1.2,

从式(3-26)可以推导出下列不等式:

$$\begin{aligned} (1-\alpha)^{k-k_0} \lambda^{N_{\sigma(k)}(k_0, k)} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\eta(k_0))\} &\leq (1-\alpha)^{k-k_0} \lambda^{N_0 + \frac{k-k_0}{\tau_{adt}}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\eta(k_0))\} \\ &= e^{N_0 \ln \lambda} e^{(k-k_0)(\ln(1-\alpha) + \frac{\ln \lambda}{\tau_{adt}})} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\eta(k_0))\}, \end{aligned} \quad (3-27)$$

如果满足下列条件,则得到了非线性脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定的充分条件。

$$\ln(1-\alpha) + \frac{\ln \lambda}{\tau_{adt}} < 0. \quad (3-28)$$

至此,可以得到当  $k \rightarrow \infty$  时  $\mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\eta(k))\} \rightarrow 0$  的结论。

此外,根据不等式(3-24),可以得到下列不等式

$$\mathbb{E}\{\mathbb{J}(k)\} < \mathbb{E}\{-V_l(\eta(k+1)) + V_l(\eta(k))\} - \alpha \mathbb{E}\{V_l(\eta(k))\}. \quad (3-29)$$

对式(3-29)两边求和可得:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\{\mathbb{J}(k)\} < \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{E}\{-V_l(\eta(k+1)) + V_l(\eta(k))\} - \sum_{k=0}^{\infty} \alpha \mathbb{E}\{V_l(\eta(k))\} \\ &< \mathbb{E}\{V_l(\eta(0))\} = \eta^T(0)P_l\eta(0) = \mathcal{Q}^*. \end{aligned} \quad (3-30)$$

因此,不确定非线性脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定且具有保性能,证明完成。

**定理 3.2:** 给定矩阵  $\mathcal{Q}_1 > 0$ ,  $\mathcal{Q}_2 > 0$  和标量  $0 < \overline{\rho}_1 < 1$ ,  $0 < \overline{\rho}_2 < 1$ ,  $0 < \overline{\delta}_u < 1$ ,  $0 < \overline{\delta}_y < 1$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $M_g > 0$ ,  $\forall (\sigma(k_i)=l, \sigma(k_i-1)=j) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}$ ,  $l \neq j$ ,  $\varepsilon_g > 0$  ( $g=y, u$ )。如果存在正定矩阵  $P_l > 0$  和标量  $\beta > 0$ ,  $\theta_y \geq 1$ ,  $\theta_u \geq 1$  满足:

$$\begin{bmatrix} \mu P_j & T_{Hl}^T P_l \\ * & P_l \end{bmatrix} > 0, \quad k = k_i \quad (3-31)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_{11l} & \Xi_{12l} & \mathcal{A}_{1l}^T P_l D_{c1l} + \widetilde{\delta}_y^2 \mathcal{A}_{6l}^T P_l D_{c2l} & \mathcal{A}_{1l}^T P_l C_{cl} \\ * & \Xi_{22l} & B_{c1l}^T P_l D_{c1l} & B_{c1l}^T P_l C_{cl} \\ * & * & \Xi_{33l} & D_{c1l}^T P_l C_{cl} \\ * & * & * & C_{cl}^T P_l C_{cl} - \beta I \end{bmatrix} < 0, \quad k \neq k_i \quad (3-32)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi_{11l} &= \mathcal{A}_{1l}^T P_l \mathcal{A}_{1l} + \widetilde{\rho}_1^2 \mathcal{A}_{2l}^T P_l \mathcal{A}_{2l} + \widetilde{\rho}_2^2 \mathcal{A}_{3l}^T P_l \mathcal{A}_{3l} + \widetilde{\rho}_3^2 \mathcal{A}_{4l}^T P_l \mathcal{A}_{4l} + \widetilde{\delta}_u^2 \mathcal{A}_{5l}^T P_l \mathcal{A}_{5l} \\ &\quad + \widetilde{\delta}_y^2 \mathcal{A}_{6l}^T P_l \mathcal{A}_{6l} + U_{o1l}^T \mathcal{Q}_2 U_{o1l} - (1-\alpha)P_l + \widetilde{\delta}_u^2 U_{o2l}^T \mathcal{Q}_2 U_{o2l} + \widetilde{\rho}_3^2 U_{o3l}^T \mathcal{Q}_2 U_{o3l} \\ &\quad + \mathcal{Q}_{o1} + \beta \mathcal{F}_l^T \mathcal{F}_l + \theta_y^2 \widetilde{E}_l^T \widetilde{E}_l + \theta_u^2 U_{u1l}^T U_{u1l} + \theta_u^2 \widetilde{\rho}_2^2 U_{u2l}^T U_{u2l}, \\ \Xi_{12l} &= \mathcal{A}_{1l}^T P_l B_{c1l} + \widetilde{\delta}_u^2 \mathcal{A}_{5l}^T P_l B_{c2l} + U_{o1l}^T \mathcal{Q}_2 \overline{\delta}_u + \widetilde{\delta}_u^2 U_{o2l}^T \mathcal{Q}_2, \\ \Xi_{22l} &= B_{c1l}^T P_l B_{c1l} + \widetilde{\delta}_u^2 B_{c2l}^T P_l B_{c2l} + \overline{\delta}_u^2 \mathcal{Q}_2 + \widetilde{\delta}_u^2 \mathcal{Q}_2 - \frac{M_u^2}{\varepsilon_u^2} I, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Xi_{33l} &= D_{c1l}^T P_l D_{c1l} + \widetilde{\delta}_y^2 D_{c2l}^T P_l D_{c2l} - \frac{M_y^2}{\varepsilon_y^2} I, \quad U_{u2l} = [\Delta_{k_l}(k) \quad -\Delta_{k_l}(k)] = U_{o3l}, \\
 U_{o1l} &= [\overline{\delta}_u K_l + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}(k) \quad -\overline{\delta}_u K_l - \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}(k)], \quad U_{o2l} = [K_l \quad -K_l], \\
 U_{u1l} &= [K_l + \overline{\rho}_2 \Delta_{k_l}(k) \quad -K_l - \overline{\rho}_2 \Delta_{k_l}(k)], \quad \widetilde{\rho}_3 = (\overline{\rho}_3(1 - \overline{\rho}_3))^{1/2}, \\
 \widetilde{\rho}_1 &= (\overline{\rho}_1(1 - \overline{\rho}_1))^{1/2}, \quad \widetilde{\rho}_2 = (\overline{\rho}_2(1 - \overline{\rho}_2))^{1/2}, \quad \widetilde{\delta}_y = (\overline{\delta}_y(1 - \overline{\delta}_y))^{1/2}, \\
 \widetilde{\delta}_u &= (\overline{\delta}_u(1 - \overline{\delta}_u))^{1/2}, \quad \tilde{E}_l = [E_l \quad 0], \quad Q_{o1} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

则在任意切换信号满足(3-25)的情况下, 闭环非线性脉冲切换系统(3-19)在均方意义上渐近稳定, 并且可以存在保性能函数的上界  $\mathcal{Q}^* = \eta(k_0)^T P_l \eta(k_0)$ 。

证明: 参考文章<sup>[83]</sup>, 动态量化器的参数  $\mu_g$  ( $g = u, y$ ) 可以被设定为:

$$\mu_g = \frac{\theta_g}{M_g} |\mathcal{G}(k)|, \quad (3-33)$$

其中为了保证  $|\mathcal{G}(k)/\mu_g| \leq M_g$ , 要求  $\theta_g > 1$ 。当  $\mathcal{G} = y$  时, 结合式(3-7)、(3-8)、(3-33), 即可得到下列不等式:

$$\overline{\mathcal{Y}}^T(k) \overline{\mathcal{Y}}(k) \leq \frac{\theta_y^2 \varepsilon_y^2}{M_y^2} y^T(k) y(k) = \frac{\theta_y^2 \varepsilon_y^2}{M_y^2} \eta^T(k) \tilde{E}_l^T \tilde{E}_l \eta(k). \quad (3-34)$$

式(3-34)也可以被表述为:

$$\xi^T(k) \Pi_{yl} \xi(k) \geq 0, \quad (3-35)$$

其中

$$\Pi_{yl} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_l^T \tilde{E}_l & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{M_y^2}{\theta_y^2 \varepsilon_y^2} I & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \quad \xi^T(k) = [\eta^T(k) \quad \overline{\mathcal{U}}^T(k) \quad \overline{\mathcal{Y}}^T(k) \quad \overline{\psi}_l^T(\eta(k))].$$

同样地, 当  $\mathcal{G} = u$  时, 下列不等式可以被推导出来:

$$\begin{aligned}
 \overline{\mathcal{U}}^T(k) \overline{\mathcal{U}}(k) &\leq \frac{\theta_u^2 \varepsilon_u^2}{M_u^2} u^T(k) u(k) \\
 &= \frac{\theta_u^2 \varepsilon_u^2}{M_u^2} \eta^T(k) (U_{u1l} + \widehat{\rho}_2(k) U_{u2l})^T (U_{u1l} + \widehat{\rho}_2(k) U_{u2l}) \eta(k),
 \end{aligned} \quad (3-36)$$

其中函数  $\widehat{\rho}_2(k)$  为  $\widehat{\rho}_2(k) = \rho_2(k) - \overline{\rho}_2$ 。依据等式  $\mathbb{E}\{\widehat{\rho}_2(k)^2\} = \overline{\rho}_2(1 - \overline{\rho}_2) = \widetilde{\rho}_2^2$ ，不等式(3-36)可以被表达为：

$$\xi^T(k) \Pi_{ul} \xi(k) \geq 0, \quad (3-37)$$

其中

$$\Pi_{ul} = \begin{bmatrix} U_{ul}^T U_{ul} + \widetilde{\rho}_2^2 U_{u2l}^T U_{u2l} & 0 & 0 & 0 \\ * & \frac{-M_u^2}{\theta_u^2 \varepsilon_u^2} I & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix}。$$

引理 3.1 中的不等式(3-22)可以用同样的形式改写为

$$\xi^T(k) \Pi_{\psi_l} \xi(k) \geq 0, \quad (3-38)$$

其中

$$\Pi_{\psi_l} = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_l^T \mathcal{F}_l & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix}。$$

对于非线性脉冲切换系统 (3-18)的  $l$  子系统，选取如下多 Lyapunov 函数：

$$V_p(\eta(k)) = \eta(k)^T P_l \eta(k)。 \quad (3-39)$$

在  $k \neq k_i$  时，通过等式  $\mathbb{E}\{\widehat{\rho}_1(k)^2\} = \overline{\rho}_1(1 - \overline{\rho}_1) = \widetilde{\rho}_1^2$ ， $\mathbb{E}\{\widehat{\rho}_3(k)^2\} = \overline{\rho}_3(1 - \overline{\rho}_3) = \widetilde{\rho}_3^2$ ，

$\mathbb{E}\{\widehat{\delta}_u(k)^2\} = \overline{\delta}_u(1 - \overline{\delta}_u) = \widetilde{\delta}_u^2$ ， $\mathbb{E}\{\widehat{\delta}_y(k)^2\} = \overline{\delta}_y(1 - \overline{\delta}_y) = \widetilde{\delta}_y^2$ ，可以得到下列等式：

$$\mathbb{E}\{V_l(\eta(k+1)) - V_l(\eta(k)) + \alpha V_j(\eta(k)) + J(k)\} = \xi^T(k) \Pi_{0l} \xi(k),$$

其中

$$\Pi_{0l} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11l} & \Xi_{12l} & \mathcal{A}_{1l}^T P_l D_{c1l} + \widetilde{\delta}_y^2 \mathcal{A}_{6l}^T P_l D_{c2l} & \mathcal{A}_{1l}^T P_l C_{cl} \\ * & \Lambda_{22l} & B_{c1l}^T P_l D_{c1l} & B_{c1l}^T P_l C_{cl} \\ * & * & D_{c1l}^T P_l D_{c1l} + \widetilde{\delta}_y^2 D_{c2l}^T P_l D_{c2l} & D_{c1l}^T P_l C_{cl} \\ * & * & * & C_{cl}^T P_l C_{cl} \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_{22l} = B_{c1l}^T P_l B_{c1l} + \widetilde{\delta}_u^2 B_{c2l}^T P_l B_{c2l} + \overline{\delta}_u^2 Q_2 + \widetilde{\delta}_u^2 Q_2,$$

$$\Lambda_{11l} = \mathcal{A}_{1l}^T P_l \mathcal{A}_{1l} + \widetilde{\rho}_1^2 \mathcal{A}_{2l}^T P_l \mathcal{A}_{2l} + \widetilde{\rho}_2^2 \mathcal{A}_{3l}^T P_l \mathcal{A}_{3l} + \widetilde{\rho}_3^2 \mathcal{A}_{4l}^T P_l \mathcal{A}_{4l} + \widetilde{\delta}_u^2 \mathcal{A}_{5l}^T P_l \mathcal{A}_{5l} + \widetilde{\delta}_y^2 \mathcal{A}_{6l}^T P_l \mathcal{A}_{6l} - (1-\alpha)P_l + \mathcal{Q}_{0l} + U_{01l}^T \mathcal{Q}_2 U_{01l} + \widetilde{\delta}_u^2 U_{02l}^T \mathcal{Q}_2 U_{02l} + \widetilde{\rho}_3^2 U_{03l}^T \mathcal{Q}_2 U_{03l}。$$

为了应用 S 过程, 设定  $\mathcal{S}_0(\xi) = \xi^T(k) \Pi_{0l} \xi(k)$ ,  $\mathcal{S}_1(\xi) = \xi^T(k) \Pi_{ul} \xi(k)$ ,  $\mathcal{S}_2(\xi) = \xi^T(k) \Pi_{yl} \xi(k)$ ,  $\mathcal{S}_3(\xi) = \xi^T(k) \Pi_{\psi l} \xi(k)$ 。根据式(3-35)、(3-37)和(3-38), 如果标量  $\kappa_u = \theta_u^2 > 0$ ,  $\kappa_y = \theta_y^2 > 0$ ,  $\kappa_\psi = \beta > 0$  存在且满足:

$$\Pi_{0l} + \kappa_u \Pi_{ul} + \kappa_y \Pi_{yl} + \kappa_\psi \Pi_{\psi l} < 0 \quad (3-40)$$

那么下列不等式即可以成立:

$$\xi^T(k) \Pi_{0l} \xi(k) < 0。 \quad (3-41)$$

因此, 如果不等式(3-41)可以成立, 则下式被证明成立:

$$\mathbb{E}\{V_l(\eta(k+1)) - V_l(\eta(k)) + \alpha V_j(\eta(k)) + x^T(k) \mathcal{Q}_1 x(k) + \hat{u}^T(k) \mathcal{Q}_2 \hat{u}(k)\} < 0 \quad (3-42)$$

在  $k = k_i$  时, 根据舒尔补定理, 可以通过式(3-31)得到下列不等式:

$$T_{Hl}^T P_l T_{Hl} < \lambda P_j。 \quad (3-43)$$

显然, 通过式(3-43)可以得到下列不等式:

$$\eta(k)^T T_{Hl}^T P_l T_{Hl} \eta(k) < \lambda \eta(k)^T P_j \eta(k), \quad (3-44)$$

等价于不等式

$$V_l(\eta(k)) < \lambda V_j(\eta(k^-))。 \quad (3-45)$$

因此, 闭环非线性脉冲切换系统(3-19)在均方意义上是渐近稳定的。性能函数(3-20)的上界被式子(3-30)证明为  $\mathcal{Q} \leq \mathcal{Q}^* = \eta(k_0)^T P_l \eta(k_0)$ 。因此, 闭环非线性脉冲切换系统(3-19)在均方意义上是渐近稳定的且具有 GC 性能, 证明完成。

### 3.3.2 基于混杂观测器的控制器设计

接下来介绍的定理描述了具有多路径量化和数据丢包的非线性脉冲切换系统的混杂弹性保性能控制器设计的条件。

**定理 3.3:** 给定矩阵  $\mathcal{Q}_1 > 0$ ,  $\mathcal{Q}_2 > 0$  和标量  $0 < \overline{\rho}_1 < 1$ ,  $0 < \overline{\rho}_2 < 1$ ,  $0 < \overline{\delta}_u < 1$ ,  $0 < \overline{\delta}_y < 1$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $M_g > 0$ ,  $\forall (\sigma(k_i) = l, \sigma(k_i - 1) = j) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}, l \neq j$ ,  $\varepsilon_g > 0$  ( $g = y, u$ )。如果存在矩阵  $P_{1l}$ ,  $P_{2l}$ ,  $P_{3l}$ ,  $R_{1l}$ ,  $R_{2l}$ ,  $R_{3l}$ ,  $R_{4l}$ ,  $\mathcal{C}_l$ ,  $\mathcal{W}_l$ ,

$\mathcal{O}_l$ ,  $\mathcal{M}_l$ ,  $\mathcal{V}_l$ ,  $\mathcal{H}_l$  和标量  $\beta > 0$ ,  $\theta_y \geq 1$ ,  $\theta_u \geq 1$ ,  $\delta_l > 0$ ,  $\zeta_{1l} > 0$  且满足:

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_{1j} & -\lambda P_{2j} & T_{x,l}^T P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} + P_{1l} & T_{x,l}^T P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} + P_{1l} & -\mathcal{H}_l^T \\ * & -\lambda P_{3j} & P_{2l} & P_{3l} & \mathcal{H}_l^T \\ * & * & -P_{1l} & -P_{2l} & P_{2l} \\ * & * & * & -P_{3l} & P_{3l} \\ * & * & * & * & -\mathcal{V}_l^T - \mathcal{V}_l \end{bmatrix} < 0, \quad (3-46)$$

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{N}_{11l} & \mathfrak{N}_{12l} & 0 & \mathfrak{N}_{14l} & \mathfrak{N}_{15l} & \mathfrak{N}_{16l} & \mathfrak{N}_{17l} \\ * & \mathfrak{N}_{22l} & 0 & 0 & 0 & \mathfrak{N}_{26l} & \mathfrak{N}_{27l} \\ * & * & \mathfrak{N}_{33l} & 0 & 0 & 0 & \mathfrak{N}_{37l} \\ * & * & * & \mathfrak{N}_{44l} & 0 & \mathfrak{N}_{46l} & 0 \\ * & * & * & * & \mathfrak{N}_{55l} & \mathfrak{N}_{56l} & \mathfrak{N}_{57l} \\ * & * & * & * & * & \mathfrak{N}_{66l} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \mathfrak{N}_{77l} \end{bmatrix} < 0, \quad (3-47)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_{11l} &= \begin{bmatrix} \mathcal{Q}_l - (1-\alpha)P_{1l} + \beta\mathcal{E}_l^T \mathcal{E}_l & (1-\alpha)P_{2l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & (1-\alpha)P_{3l} + \beta\mathcal{E}_l^T \mathcal{E}_l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{\mathbf{M}_u^2}{\mathcal{E}_u^2} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\frac{\mathbf{M}_y^2}{\mathcal{E}_y^2} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\beta I \end{bmatrix}, \\ \mathfrak{N}_{15l} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \theta_y E_l^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{\delta}_u I & -\widetilde{\delta}_u I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{N}_{17l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \zeta_{1l} N_{1,l}^T & 0 & 0 & ?_l N_{2,l}^T \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_l N_{1,l}^T & 0 & -?_l N_{2,l}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathfrak{N}_{12l} &= \begin{bmatrix} A_l^T R_{1l} & A_l^T R_{2l} & 0 & 0 \\ A_l^T R_{3l} & A_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ \overline{\delta}_u B_l^T R_{1l} + (\overline{\delta}_u - 1)B_l^T R_{3l} & \overline{\delta}_u B_l^T R_{2l} + (\overline{\delta}_u - 1)B_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_l^T R_{1l} & C_l^T R_{2l} & 0 & 0 \\ C_l^T R_{3l} & C_l^T R_{4l} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathfrak{N}_{66l} &= \text{diag}\{-\mathcal{O}_l - \mathcal{O}_l^T, -\mathcal{C}_l - \mathcal{C}_l^T, -\mathcal{C}_l - \mathcal{C}_l^T\}, \\ \mathfrak{N}_{77l} &= \text{diag}\{-\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I, ?_l I, \delta_l I\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{J}_{14l} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \widetilde{\delta}_u B_l^T R_{1l} + \widetilde{\delta}_u B_l^T R_{3l} & \widetilde{\delta}_u B_l^T R_{2l} + \widetilde{\delta}_u B_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathfrak{J}_{56l} = \begin{bmatrix} \overline{\delta}_u I & 0 & 0 \\ \widetilde{\delta}_u I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \theta_u I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathfrak{J}_{27l} &= \begin{bmatrix} \overline{\rho}_1 R_{1l}^T F_{1,l} & \overline{\rho}_1 R_{3l}^T F_{1,l} & 0 & 0 & \overline{\rho}_3 R_{1l}^T B_l F_{2,l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) R_{3l}^T B_l F_{2,l} & 0 \\ \overline{\rho}_1 R_{2l}^T F_{1,l} & \overline{\rho}_1 R_{4l}^T F_{1,l} & 0 & 0 & \overline{\rho}_3 R_{2l}^T B_l F_{2,l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) R_{4l}^T B_l F_{2,l} & 0 \\ \widetilde{\rho}_1 R_{1l}^T F_{1,l} & \widetilde{\rho}_1 R_{3l}^T F_{1,l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \widetilde{\rho}_1 R_{2l}^T F_{1,l} & \widetilde{\rho}_1 R_{4l}^T F_{1,l} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathfrak{J}_{16l} &= \begin{bmatrix} \mathcal{M}_l^T & (1 - \overline{\delta}_u) E_l^T \mathcal{W}_l^T & E_l^T \mathcal{W}_l^T \\ -\mathcal{M}_l^T & -E_l^T \mathcal{W}_l^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\overline{\delta}_y \mathcal{W}_l^T & \mathcal{W}_l^T \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathfrak{J}_{57l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{\rho}_3 F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widetilde{\rho}_3 F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_u \overline{\rho}_3 F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_u \widetilde{\rho}_3 F_{2,l} & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathfrak{J}_{22l} &= \begin{bmatrix} -R_{1l} - R_{1l}^T + P_{1l} & -R_{2l} - R_{3l}^T + P_{2l} & 0 & 0 \\ * & -R_{4l} - R_{4l}^T + P_{3l} & 0 & 0 \\ * & * & -R_{1l} - R_{1l}^T + P_{1l} & -R_{2l} - R_{3l}^T + P_{2l} \\ * & * & * & -R_{4l} - R_{4l}^T + P_{3l} \end{bmatrix} = \mathfrak{J}_{33l} = \mathfrak{J}_{44l}, \\
 \mathfrak{J}_{26l} &= \begin{bmatrix} \overline{\delta}_u R_{1l}^T B_l + (\overline{\delta}_u - 1) R_{3l}^T B_l & R_{3l}^T & 0 \\ \overline{\delta}_u R_{2l}^T B_l + (\overline{\delta}_u - 1) R_{4l}^T B_l & R_{4l}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathfrak{J}_{55l} = \text{diag}\{-Q_2^{-1}, -Q_2^{-1}, -Q_2^{-1}, -I, -I, -I\}, \\
 \mathfrak{J}_{37l} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\widetilde{\rho}_2 R_{3l}^T B_l F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\widetilde{\rho}_2 R_{4l}^T B_l F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widetilde{\rho}_3 (R_{1l}^T + R_{3l}^T) B_l F_{2,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \widetilde{\rho}_3 (R_{2l}^T + R_{4l}^T) B_l F_{2,l} & 0 \end{bmatrix}, \mathfrak{J}_{46l} = \begin{bmatrix} \widetilde{\delta}_u R_{1l}^T B_l + \widetilde{\delta}_u R_{3l}^T B_l & 0 & 0 \\ \widetilde{\delta}_u R_{2l}^T B_l + \widetilde{\delta}_u R_{4l}^T B_l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\widetilde{\delta}_y R_{3l}^T \\ 0 & 0 & -\widetilde{\delta}_y R_{4l}^T \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

则不确定非线性脉冲切换系统(3-19)在均方意义上渐近稳定且具有保性能。同时，根据式(3-33)，动态量化器参数  $\mu_g$  ( $g=u, y$ ) 也能够确定。

观测器的增益矩阵  $L_l$ ，观测器的状态跳变矩阵  $H_{o,l}$  以及控制器的增益矩阵

$K_l$  被定义为:

$$L_l = \mathcal{C}_l^{-1} \mathcal{W}_l, \quad K_l = \mathcal{O}_l^{-1} \mathcal{M}_l, \quad H_{o,l} = \mathcal{V}_l^{-1} \mathcal{H}_l. \quad (3-48)$$

证明: 根据舒尔补引理, 不等式(3-32)可以被推导为:

$$\begin{bmatrix} Y_{11l} & Y_{12l} & Y_{13l} & Y_{14l} & Y_{15l} \\ * & Y_{22l} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & Y_{33l} & 0 & 0 \\ * & * & * & Y_{44l} & 0 \\ * & * & * & * & \mathbb{I}_{55l} \end{bmatrix} < 0, \quad (3-49)$$

其中公式中的参数矩阵为:

$$\begin{aligned} Y_{11l} &= \begin{bmatrix} -(1-\alpha)P_l + Q_{o1} + \beta \mathcal{F}_l^T \mathcal{F}_l & 0 & 0 & 0 \\ * & -\frac{M_u^2}{\varepsilon_u^2} I & 0 & 0 \\ * & * & -\frac{M_y^2}{\varepsilon_y^2} I & 0 \\ * & * & * & -\beta I \end{bmatrix}, \quad Y_{12l} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{1l}^T & \tilde{\rho}_1 \mathcal{A}_{2l}^T \\ B_{c1l}^T & 0 \\ D_{c1l}^T & 0 \\ C_{cl}^T & 0 \end{bmatrix}, \\ Y_{15l} &= \begin{bmatrix} U_{o1l}^T & \tilde{\delta}_u U_{o2l}^T & \tilde{\rho}_3 U_{o3l}^T & \theta_y \tilde{E}_l & \theta_u U_{u1l}^T & \theta_u \tilde{\rho}_2 U_{u2l}^T \\ \tilde{\delta}_u I & \tilde{\delta}_u I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y_{13l} = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_2 \mathcal{A}_{3l}^T & \tilde{\rho}_3 \mathcal{A}_{4l}^T \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ Y_{14l} &= \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_u \mathcal{A}_{5l}^T & \tilde{\delta}_y \mathcal{A}_{6l}^T \\ \tilde{\delta}_u B_{c2l}^T & 0 \\ 0 & \tilde{\delta}_y D_{c2l}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y_{22l} = Y_{33l} = Y_{44l} = \begin{bmatrix} -P_l^{-1} & 0 \\ * & -P_l^{-1} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

根据不等式  $(P_l - R_l)^T P_l^{-1} (P_l - R_l) \geq 0$  可以推导出:

$$-R_l^T P_l^{-1} R_l \leq -R_l - R_l^T + P_l. \quad (3-50)$$

为了利用 LMI 工具箱, 需要移除矩阵  $P_l^{-1}$ , 因此将矩阵  $R_l$  和正定矩阵  $P_l$  定义为:

$$P_l = \begin{bmatrix} P_{1l} & P_{2l} \\ * & P_{3l} \end{bmatrix}, \quad R_l = \begin{bmatrix} R_{1l} & R_{2l} \\ R_{3l} & R_{4l} \end{bmatrix}. \quad (3-51)$$

设矩阵  $\mathbf{v} = \text{diag}\{I, I, I, I, R_l^T, R_l^T, R_l^T, R_l^T, R_l^T, I, I, I, I, I, I\}$ , 矩阵(3-49)左乘矩阵  $\mathbf{v}$ , 右乘矩阵  $\mathbf{v}^T$  后, 根据式(3-50)和(3-51), 可以得到下列不等式:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{K}_{11l} & \mathcal{K}_{12l} & \mathcal{K}_{13l} & \mathcal{K}_{14l} & \mathcal{K}_{15l} \\ * & \mathcal{K}_{22l} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \mathcal{K}_{33l} & 0 & 0 \\ * & * & * & \mathcal{K}_{44l} & 0 \\ * & * & * & * & \mathcal{K}_{55l} \end{bmatrix} < 0, \quad (3-52)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{12l} &= \begin{bmatrix} \widehat{\mathcal{K}_{al}} & \widehat{\mathcal{K}_{bl}} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) R_{1l} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) R_{2l} \\ \widehat{\mathcal{K}_{cl}} & \widehat{\mathcal{K}_{dl}} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) R_{3l} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) R_{4l} \\ \overline{\delta}_u B_l^T R_{1l} + (\overline{\delta}_u - 1) B_l^T R_{3l} & \overline{\delta}_u B_l^T R_{2l} + (\overline{\delta}_u - 1) B_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ -\overline{\delta}_y L_l^T R_{3l} & -\overline{\delta}_y L_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ C_l^T R_{1l} & C_l^T R_{2l} & 0 & 0 \\ C_l^T R_{3l} & C_l^T R_{4l} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{K}_{14l} &= \begin{bmatrix} \widetilde{\delta}_u K_l^T B_l^T (R_{1l} + R_{3l}) & \widetilde{\delta}_u K_l^T B_l^T (R_{2l} + R_{4l}) & -\widetilde{\delta}_y E_l^T L_l^T R_{3l} & -\widetilde{\delta}_y E_l^T L_l^T R_{4l} \\ -\widetilde{\delta}_u K_l^T B_l^T (R_{1l} + R_{3l}) & -\widetilde{\delta}_u K_l^T B_l^T (R_{2l} + R_{4l}) & 0 & 0 \\ \widetilde{\delta}_u B_l^T (R_{1l} + R_{3l}) & \widetilde{\delta}_u B_l^T (R_{2l} + R_{4l}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\widetilde{\delta}_y L_l^T R_{3l} & -\widetilde{\delta}_y L_l^T R_{4l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathcal{K}_{13l} &= \begin{bmatrix} -\widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{3l} & -\widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{4l} & b_{11l} & b_{12l} \\ \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{3l} & \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{4l} & b_{21l} & b_{22l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ b_{11l} &= \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{1l} + \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{3l}, \quad b_{12l} = \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{2l} + \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{4l}, \\ b_{21l} &= -\widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{1l} - \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{3l}, \quad b_{22l} = -\widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{2l} - \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{4l}, \\ \widehat{\mathcal{K}_{al}} &= \left( A_l^T + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) + \overline{\delta}_u K_l^T B_l^T + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T \right) R_{1l} + (\overline{\delta}_u - 1) K_l^T B_l^T R_{3l} + \\ &\quad (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{3l} + (1 - \overline{\delta}_y) E_l^T L_l^T R_{3l}, \\ \widehat{\mathcal{K}_{bl}} &= \left( A_l^T + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_q}^T(k) + \overline{\delta}_u K_l^T B_l^T + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T \right) R_{2l} + (\overline{\delta}_u - 1) K_l^T B_l^T R_{4l} + \\ &\quad (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) \Delta_{k_q}^T(k) B_l^T R_{4l} + (1 - \overline{\delta}_y) E_l^T L_l^T R_{4l}, \end{aligned}$$

$$\widehat{\mathcal{K}}_{dl} = A_l^T R_{4l} + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{4l} - \overline{\delta}_u K_l^T B_l^T R_{2l} + (1 - \overline{\delta}_u) K_l^T B_l^T R_{4l} - \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{2l} + (\overline{\rho}_2 - \overline{\rho}_3) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{4l} - E_l^T L_l^T R_{4l},$$

$$\mathcal{K}_{15l} = \begin{bmatrix} \overline{\delta}_u K_l^T + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & \widetilde{\delta}_u K_l^T & \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & \theta_y E_l^T & \theta_u K_l^T + \theta_u \overline{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) & \theta_u \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) \\ -\overline{\delta}_u K_l^T - \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & -\widetilde{\delta}_u K_l^T & -\widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & 0 & -\theta_u K_l^T - \theta_u \overline{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) & -\theta_u \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) \\ \overline{\delta}_u I & \widetilde{\delta}_u I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

为了解耦  $K_l$ ,  $L_l$ ,  $R_{1l}$ ,  $R_{2l}$ ,  $R_{3l}$  和  $R_{4l}$ , 根据公式(3-48)和引理 2, 不等式(3-52)可以被推导为

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathcal{K}}_{11l} & \overline{\mathcal{W}}_{12l} & \mathcal{K}_{13l} & \overline{\mathcal{W}}_{14l} & \overline{\mathcal{W}}_{15l} & \overline{\mathcal{K}}_{16l} \\ * & \overline{\mathcal{K}}_{22l} & 0 & 0 & 0 & \overline{\mathcal{K}}_{26l} \\ * & * & \overline{\mathcal{K}}_{33l} & 0 & 0 & \overline{\mathcal{K}}_{36l} \\ * & * & * & \overline{\mathcal{K}}_{44l} & 0 & \overline{\mathcal{K}}_{46l} \\ * & * & * & * & \overline{\mathcal{K}}_{55l} & \overline{\mathcal{K}}_{56l} \\ * & * & * & * & * & \overline{\mathcal{K}}_{66l} \end{bmatrix} < 0, \quad (3-53)$$

其中,

$$\overline{\mathcal{W}}_{12l} = \begin{bmatrix} \widehat{\overline{\mathcal{W}}_{al}} & \widehat{\overline{\mathcal{W}}_{bl}} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{1l} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{2l} \\ \widehat{\overline{\mathcal{W}}_{cl}} & \widehat{\overline{\mathcal{W}}_{dl}} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{3l} & \widetilde{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{4l} \\ \overline{\delta}_u B_l^T R_{1l} + (\overline{\delta}_u - 1) B_l^T R_{3l} & \overline{\delta}_u B_l^T R_{2l} + (\overline{\delta}_u - 1) B_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_l^T R_{1l} & C_l^T R_{2l} & 0 & 0 \\ C_l^T R_{3l} & C_l^T R_{4l} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\widehat{\overline{\mathcal{W}}_{al}} = A_l^T R_{1l} + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{1l} + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{1l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{3l},$$

$$\widehat{\overline{\mathcal{W}}_{bl}} = A_l^T R_{2l} + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{2l} + \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{2l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{4l},$$

$$\widehat{\overline{\mathcal{W}}_{cl}} = A_l^T R_{3l} + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{3l} - \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{1l} + (\overline{\rho}_2 - \overline{\rho}_3) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{3l},$$

$$\widehat{\overline{\mathcal{W}}_{dl}} = A_l^T R_{4l} + \overline{\rho}_1 \Delta_{A_l}^T(k) R_{4l} - \overline{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{2l} + (\overline{\rho}_2 - \overline{\rho}_3) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{4l},$$

$$\overline{\mathcal{W}}_{14l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \widetilde{\delta}_u B_l^T (R_{1l} + R_{3l}) & \widetilde{\delta}_u B_l^T (R_{2l} + R_{4l}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\omega}_{15l} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & 0 & \widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & \theta_y E_l^T & \theta_u \bar{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) & \theta_u \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) \\ -\bar{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & 0 & -\widetilde{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) & 0 & -\theta_u \bar{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) & -\theta_u \widetilde{\rho}_2 \Delta_{k_l}^T(k) \\ \bar{\delta}_u I & \widetilde{\delta}_u I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

因此, 式(3-53)中的存在两种随机发生的不确定性  $\Delta_{A_l}(k)$  和  $\Delta_{k_l}(k)$  需要被消除。

根据式子(3-3)和引理 1.2, 为了消除  $\Delta_{A_l}(k)$ , 不等式(3-53)被改写为:

$$\mathbb{C}_{1l} + He\{\mathbb{X}_{1l}(\Delta_x(k)I)\mathbb{X}_{2l}\} < 0, \quad (3-54)$$

其式子中的矩阵为

$$\mathbb{C}_{1l} = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_{11l} & \omega_{12l} & \kappa_{13l} & \bar{\omega}_{14l} & \bar{\omega}_{15l} & \bar{\gamma}_{16l} \\ * & \bar{\gamma}_{22l} & 0 & 0 & 0 & \bar{\gamma}_{26l} \\ * & * & \bar{\gamma}_{33l} & 0 & 0 & \bar{\gamma}_{36l} \\ * & * & * & \bar{\gamma}_{44l} & 0 & \bar{\gamma}_{46l} \\ * & * & * & * & \bar{\gamma}_{55l} & \bar{\gamma}_{56l} \\ * & * & * & * & * & \bar{\gamma}_{66l} \end{bmatrix},$$

$$\omega_{12l} = \begin{bmatrix} A_l^T R_{1l} + c_{11l} & A_l^T R_{2l} + c_{12l} & 0 & 0 \\ A_l^T R_{3l} - c_{11l} & A_l^T R_{4l} - c_{12l} & 0 & 0 \\ \bar{\delta}_u B_l^T R_{1l} + (\bar{\delta}_u - 1)B_l^T R_{3l} & \bar{\delta}_u B_l^T R_{2l} + (\bar{\delta}_u - 1)B_l^T R_{4l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_l^T R_{1l} & C_l^T R_{2l} & 0 & 0 \\ C_l^T R_{3l} & C_l^T R_{4l} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$c_{11l} = \bar{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{1l} + (\bar{\rho}_3 - \bar{\rho}_2) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{3l},$$

$$c_{12l} = \bar{\rho}_3 \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{2l} + (\bar{\rho}_3 - \bar{\rho}_2) \Delta_{k_l}^T(k) B_l^T R_{4l},$$

$$\mathbb{X}_{1l} = \begin{bmatrix} 000000 \bar{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{1l} & \bar{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{2l} & \widetilde{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{1l} & \widetilde{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{2l} & 000000000000000000 \\ 000000 \bar{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{3l} & \bar{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{4l} & \widetilde{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{3l} & \widetilde{\rho}_1 F_{1,l}^T R_{4l} & 000000000000000000 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbb{X}_{2l} = \begin{bmatrix} N_{1,l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

如果存在标量  $\zeta_{1l} > 0$ , 根据引理 1.4 和式(3-54)可以得到下列不等式:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{C}_{1l} & \begin{bmatrix} \mathbb{X}_{1l} & \zeta_{1l} \mathbb{X}_{2l}^T \end{bmatrix} \\ * & -\zeta_{1l} I \end{bmatrix} < 0。 \quad (3-55)$$

选用同样的方法和步骤去除不确定性  $\Delta_{k_l}(k)$ 。如果存在标量  $\delta_l > 0$ , 并且满足:

$$\begin{bmatrix} \mathbb{C}_{3l} & \begin{bmatrix} \mathbb{Y}_{1l} & \delta_l \mathbb{Y}_{2l}^T \end{bmatrix} \\ * & -?_l I \end{bmatrix} < 0, \quad (3-56)$$

式中矩阵为

$$\mathbb{C}_{3l} = \begin{bmatrix} \mathbb{C}_{11l} & \mathbb{C}_{12l} & \mathbb{C}_{13l} & 0 & \mathbb{C}_{15l} & \mathbb{C}_{16l} & \mathfrak{J}_{17l} \\ * & \mathbb{C}_{22l} & 0 & 0 & 0 & \mathbb{C}_{26l} & \mathfrak{J}_{27l} \\ * & * & \mathbb{C}_{33l} & 0 & 0 & \mathbb{C}_{36l} & 0 \\ * & * & * & \mathbb{C}_{44l} & 0 & \mathbb{C}_{46l} & 0 \\ * & * & * & * & \mathbb{C}_{55l} & \mathbb{C}_{56l} & 0 \\ * & * & * & * & * & \mathbb{C}_{66l} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \mathfrak{J}_{77l} \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{J}_{17l} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \zeta_{1l} N_{1,l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_{1l} N_{1,l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathfrak{J}}_{27l} = \begin{bmatrix} \overline{\rho_1} R_{1l}^T F_{1,l} & \overline{\rho_1} R_{3l}^T F_{1,l} & 0 & 0 \\ \overline{\rho_1} R_{2l}^T F_{1,l} & \overline{\rho_1} R_{4l}^T F_{1,l} & 0 & 0 \\ \widetilde{\rho_1} R_{1l}^T F_{1,l} & \widetilde{\rho_1} R_{3l}^T F_{1,l} & 0 & 0 \\ \widetilde{\rho_1} R_{2l}^T F_{1,l} & \widetilde{\rho_1} R_{4l}^T F_{1,l} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathfrak{J}}_{77l} = \{-\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I, -\zeta_{1l} I\},$$

$$\begin{aligned} \mathbb{Y}_{2l} &= [N_{2,l} - N_{2,l} \text{ } 00000000000000000000000000], \\ \mathbb{Y}_{1l} &= [0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } \overline{\rho}_3 F_{2,l}^T B_p^T R_{1l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) F_{2,l}^T B_l^T R_{3l} \text{ } \overline{\rho}_3 F_{2,l}^T B_l^T R_{2l} + (\overline{\rho}_3 - \overline{\rho}_2) F_{2,l}^T B_l^T R_{4l} \\ &\quad 0 \text{ } 0 \text{ } -\widetilde{\rho}_2 F_{2,l}^T B_l^T R_{3l} - \widetilde{\rho}_2 F_{2,l}^T B_l^T R_{4l} \text{ } \widetilde{\rho}_3 F_{2,l}^T B_l^T (R_{1l} + R_{3l}) \text{ } \widetilde{\rho}_3 F_{2,l}^T B_l^T (R_{4l} + R_{4l}) \text{ } 0 \text{ } 0 \\ &\quad 0 \text{ } 0 \text{ } \overline{\rho}_3 F_{2,l}^T \text{ } 0 \text{ } \widetilde{\rho}_3 F_{2,l}^T \text{ } 0 \text{ } \theta_u \overline{\rho}_2 F_{2,l}^T \text{ } \theta_u \widetilde{\rho}_2 F_{2,l}^T \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0]^T. \end{aligned}$$

至此,求得的不等式(3-56)等于式(3-47),式(3-47)得证。

此外, 根据不等式(3-51)和舒尔补定理, 公式(3-31)可以被推导为:

$$\begin{bmatrix} -\lambda P_{1j} & -\lambda P_{2j} & T_{x,l}^T P_{1l} + P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} - H_{o,l}^T P_{2l} & T_{x,l}^T P_{1l} + P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} - H_{o,l}^T P_{3l} \\ * & -\lambda P_{3j} & P_{2l} & P_{3l} \\ * & * & -P_{1l} & -P_{2l} \\ * & * & * & -P_{3l} \end{bmatrix} < 0 \quad (3-57)$$

在上式中, 未知矩阵  $P_{2l}$ 、 $P_{3l}$  和  $H_{o,l}$  之间存在耦合, 利用引理 1.5 以及公式(3-48)

可以将式(3-57)推导为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{f}_l + \mathbf{h}_l^T \mathbf{v}_l^T \\ * & -\mathbf{v}_l^T - \mathbf{v}_l \end{bmatrix} < 0, \quad (3-58)$$

式中的矩阵为:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} -\lambda P_{1j} & -\lambda P_{2j} & T_{x,l}^T P_{1l} + P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} & T_{x,l}^T P_{1l} + P_{1l} + T_{x,l}^T P_{2l} \\ * & -\lambda P_{3j} & P_{2l} & P_{3l} \\ * & * & -P_{1l} & -P_{2l} \\ * & * & * & -P_{3l} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}_l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{2l} \\ P_{3l} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}_l = \mathcal{V}_l^{-1} \begin{bmatrix} -\mathcal{H}_l & \mathcal{H}_l & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

由于不等式(3-58)等价于式(3-46)，证明完成。

**说明 3.6:** 脉冲现象在现实中普遍存在，本章节研究的非线性脉冲切换系统控制方案同样适用于实际应用，如单链路机器人臂系统<sup>[57]</sup>、生物神经网络、调频信号处理系统、飞行物运动系统<sup>[86]</sup>等。

**说明 3.7:** 定理 3.3 的每个参数( $\alpha$ ,  $\mu$ ,  $M_g$ ,  $\varepsilon_g$ ,  $g = y, u$ )都有其物理意义。其中， $\alpha$  不仅表示多 Lyapunov 函数的衰减速率，还反映了被激活子系统的收敛速率。 $\mu \geq 1$  表示切换引起的增长率的界限。 $M_g$  表示量化范围， $\varepsilon_g$  表示误差范围。因此，就可以很容易地得到这种动态量化器的量化误差  $\mu_g M_g$  和量程  $\mu_g \varepsilon_g$ 。所以，可以根据上述动态参数的物理含义对其进行调整，以达到适当的量化误差和量程。综上所述，这些参数可以在实际中设定在合理的范围内的同时，还可以增强方案的灵活性。

### 3.4 仿真实例

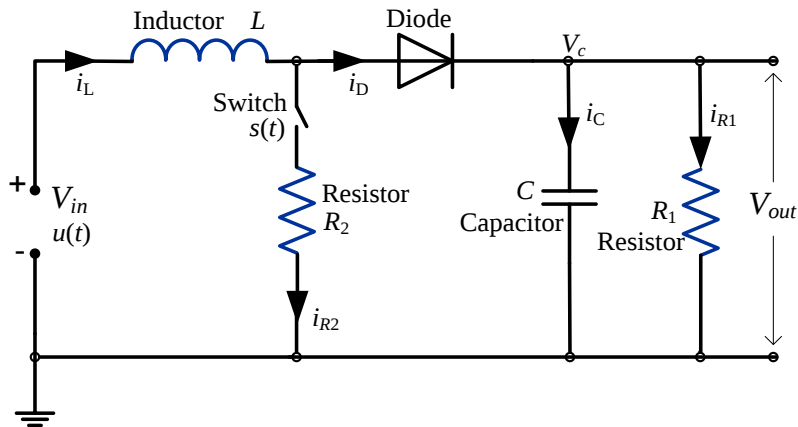


图 3-2 实例电子电路

在本小节中，文献<sup>[84]</sup>中提到的电子电路如图 3-2 所示。为了证明本章节研究的基于混杂弹性观测器的 GC 控制方法的适用性和有效性，采取了该实例。

图 3-2 中的电子电路的特性方程为：

$$\begin{cases} \dot{V}_c(t) = -\frac{1}{R_1 C} V_c(t) + \frac{s(t)}{C} i_L(t), \\ \dot{i}_L(t) = -\frac{s(t)}{L} V_c(t) - \frac{(1-s(t))R_2}{L} i_L(t) + \frac{1}{L} V_{in}, \end{cases} \quad (3-58)$$

上式中其中  $s(t)$  表示切换信号，在下文给出定义。 $s(t)$  由脉宽调制(PWM)电路产生，可以被理解为两个电路之间的开关控制信号，可以被表示为：

$$s(t) = \begin{cases} 0, & \text{子系统1运行;} \\ 1, & \text{子系统2运行。} \end{cases} \quad (3-59)$$

设定  $x_1(t) = V_c(t)$ ， $x_2(t) = i_L(t)$ ， $u(t) = V_{in}$  以及  $\sigma(t) = s(t) + 1$ 。允许电感值在一定范围内存在变化，即实现参数的不确定性。因此改电子电路系统可以被推导为：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= (A_1 + \rho_1(t)\Delta_{A_1}(t)) \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + B_1 u(t), \\ y(t) &= E_1 \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3-60)$$

上式中矩阵为：

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C} & 0 \\ 0 & -\frac{R_2}{L} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}, B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \end{bmatrix}^T, E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

电路图 3-2 中，电容  $C$  取值为  $C = 0.2F$ ，电阻  $R_1$  和  $R_2$  取值为  $R_1 = 10/3\Omega$  及  $R_2 = 0.5\Omega$ ，电感  $L$  取值为  $L = 0.2H$ 。本章节允许非线性、数据丢包、动态量化和多脉冲跳变。同时，选取采样时间  $T = 0.1s$  对系统(3-60)进行离散化，因此子系统  $l$  (3-60)可以推导为：

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_l + \rho_1(k)\Delta_{A_l}(k))x(k) + B_l \hat{u}(k) + C_l \psi_l(x(k)), & k \neq k_i \\ y(k) = E_l x(k), \\ x(k+1) = (T_{x,l} + I)x(k), & k = k_i \end{cases} \quad (3-61)$$

上式中的矩阵为：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.8607 & 0 \\ 0 & 0.7788 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.7499 & 0.4452 \\ -0.4452 & 0.8835 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4424 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1165 \\ 0.4802 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$T_{x,1} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.01 \\ 0.05 & 0.15 \end{bmatrix}, T_{x,2} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.01 \\ 0.05 & 0.15 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.04 \end{bmatrix}, E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.20 \end{bmatrix}.$$

为了应用定理 3.3, 下面给出了定理 3.3 中的常数矩阵和标量:

$$F_{2,1} = 0.15, F_{2,2} = 0.1, \bar{\rho}_1 = 0.8, \bar{\rho}_2 = 0.8, \bar{\rho}_3 = 0.64, \bar{\delta}_u = 0.8, \bar{\delta}_y = 0.9,$$

$$F_{1,1} = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.1 \end{bmatrix}, F_{1,2} = \begin{bmatrix} 0.08 \\ 0.06 \end{bmatrix}, \varepsilon_1 = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.01 \\ 0.01 & 0.08 \end{bmatrix}, \varepsilon_2 = \begin{bmatrix} 0.12 & 0.02 \\ 0.01 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$N_{1,1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.05 \end{bmatrix}, N_{1,2} = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.05 \end{bmatrix}, N_{2,2} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.1 \end{bmatrix}, \lambda = 1.54,$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 18 & 1 \\ 1 & 15 \end{bmatrix}, Q_2 = 15, \varepsilon_u = \varepsilon_y = 0.3, M_u = M_y = 12, \alpha = 0.054.$$

根据式(3-24), 可以计算出平均停留时间  $\tau_{adt} \geq 4$ , 如图 3-3 所示。

假设非线性函数为  $\psi_l(x(k)) = 0.4\sin(x(k))$ ,  $\psi_l(x_o(k)) = 0.4\sin(x_o(k))$  以及不确定性为  $\Delta_x(k) = 0.5\cos(k-1)$ ,  $\Delta_u(k) = 0.4\sin(k-1)$ , 得到的基于观测器的控制器增益  $K_l$ ,  $L_l$ ,  $H_{o,l}$  为:

$$H_{o,1} = \begin{bmatrix} 0.1144 & 0.0575 \\ 0.0005 & 0.0351 \end{bmatrix}, H_{o,2} = \begin{bmatrix} 0.0575 & -0.0333 \\ -0.0182 & 0.1123 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} 0.2106 \\ 0.0115 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.0014 & -0.0791 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 0.0387 & -0.0858 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 0.0240 \\ -0.0190 \end{bmatrix}.$$

设定系统和观测器的初始状态为  $x(k_0) = [3 \ -3]$ ,  $x_o(k_0) = [4 \ -4]$ , 两个子系统的观测器响应和系统的响应如图 3-4 和图片 3-5 所示。

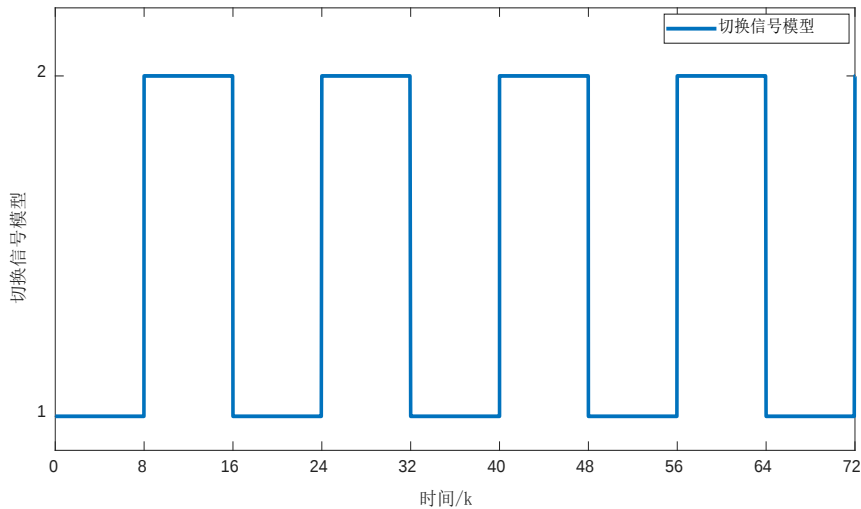


图 3-3 切换信号

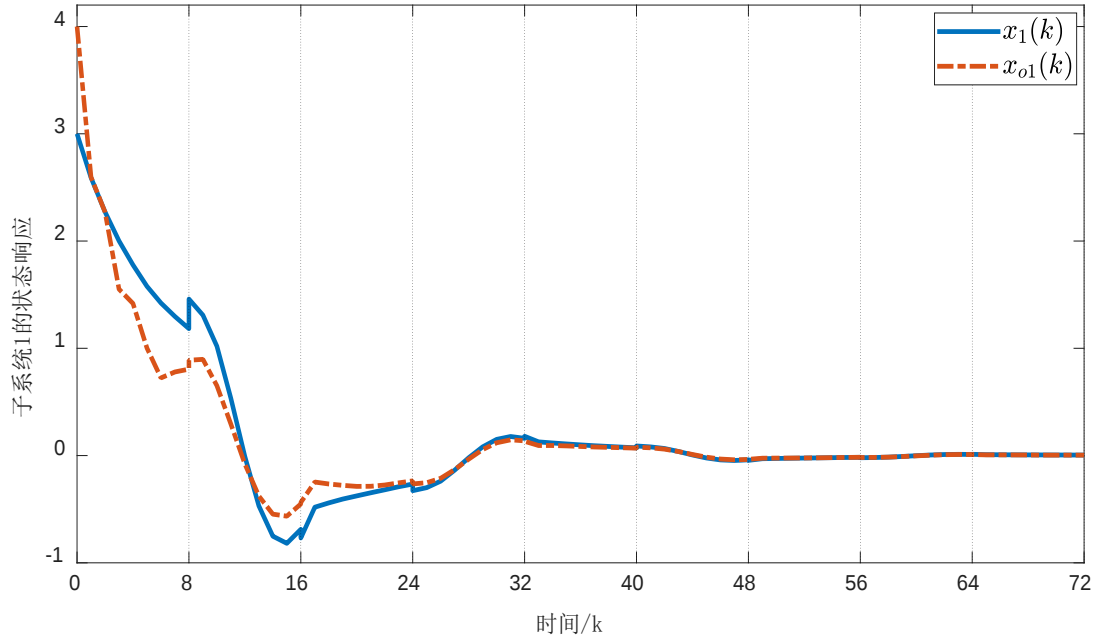
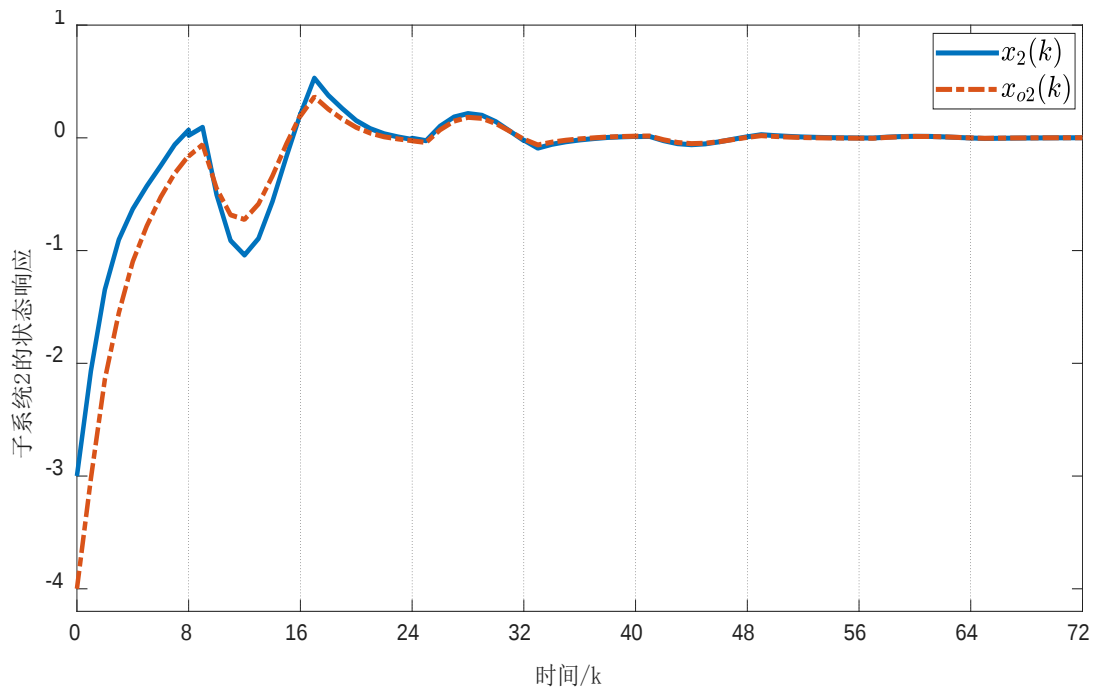


图 3-4 子系统 1 的系统状态和观测器状态



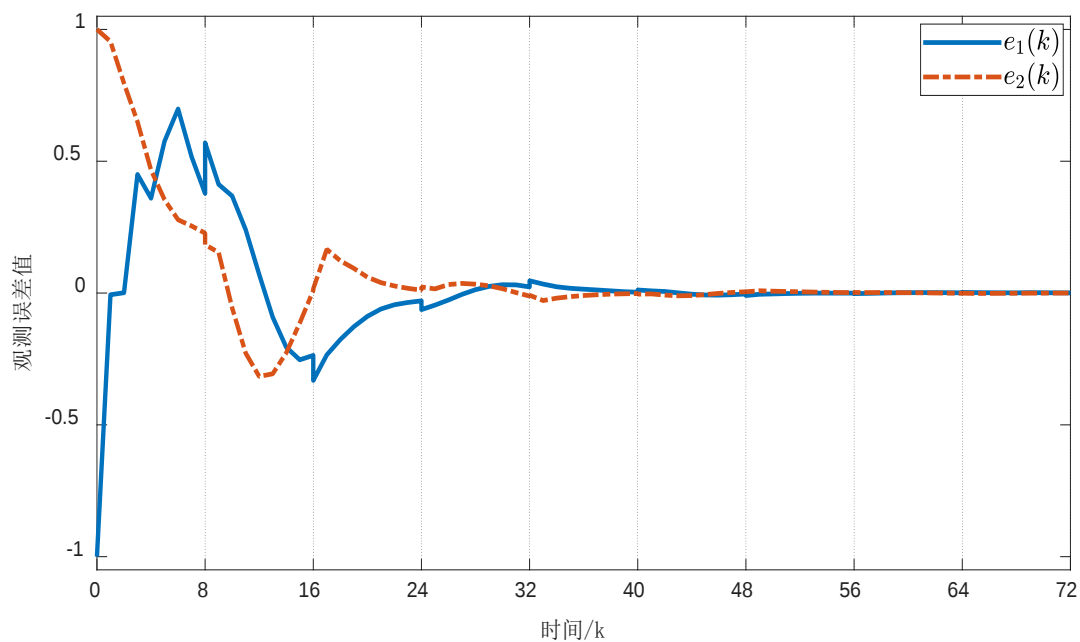
3-5 子系统 2 的系统状态和观测器状

由于脉冲行为和切换行为是同步的，从图 3-4 和图 3-5 中可以清楚地看出，系统状态和观测器的状态在脉冲切换时刻会存在突变，特别是前两次脉冲切换时刻。

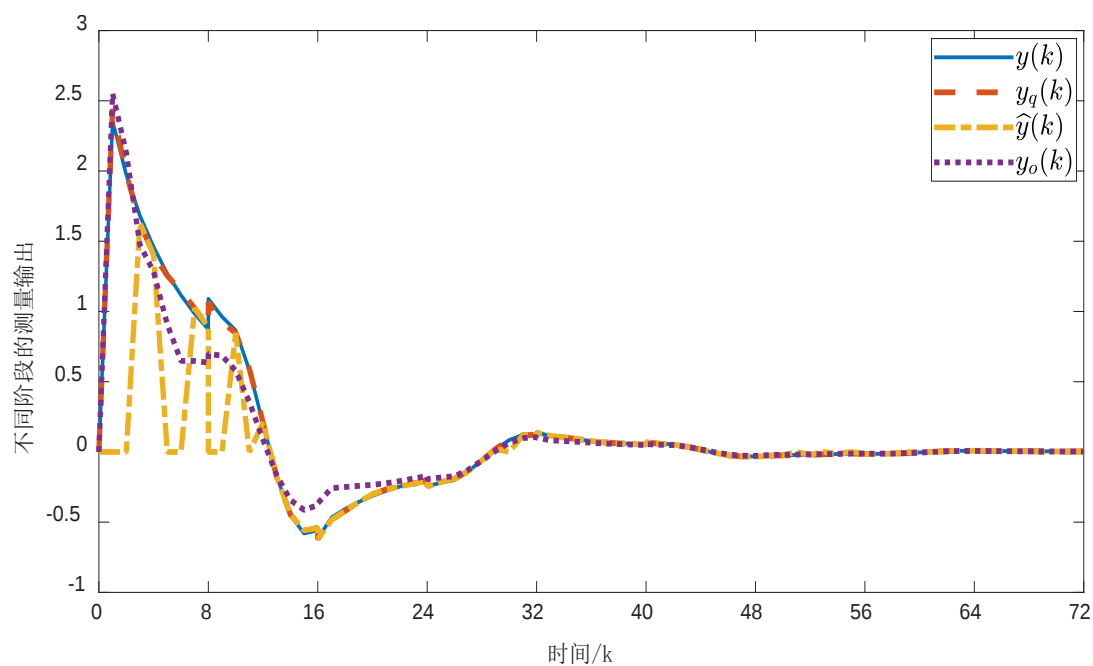
为了验证本章节提出方法的有效性，观测者与系统之间的误差  $e(k)$  如图 3-6 所示，误差最终收敛为零，说明观测器及控制器是有效。由于系统状态和观测器

状态脉冲切换瞬间都存在跳变，所以误差在切换瞬间也会发生突变，尤其是图 3-6 中的前四次切换时刻。

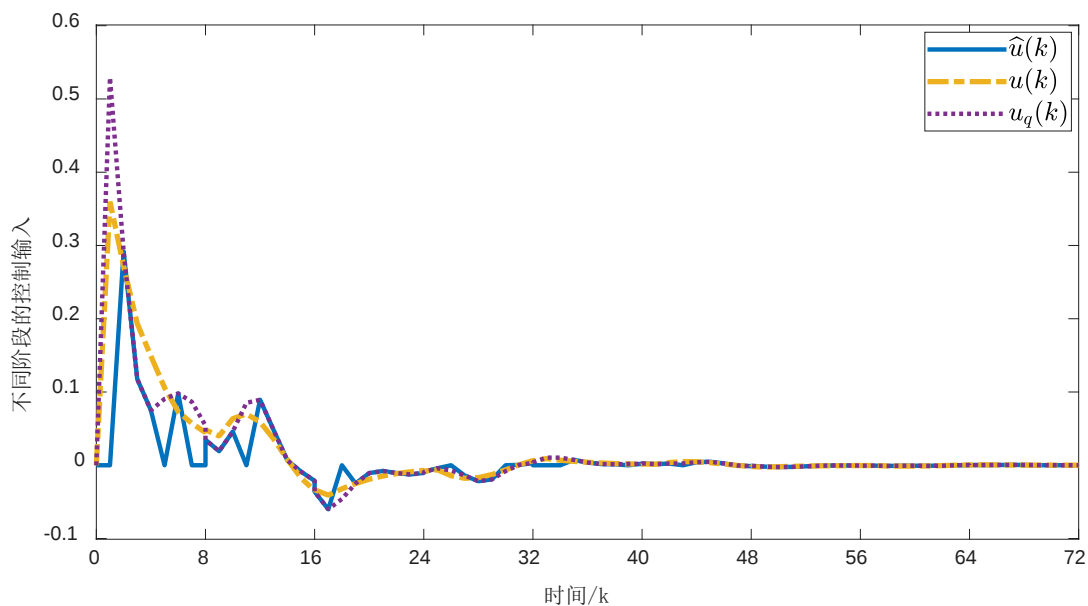
同时，图 3-7 中同时绘制出  $y(k)$ 、 $y_q(k)$ 、 $y_o(k)$  和  $\hat{y}(k)$  进行比较。由于丢失数据用数据零来处理，可以发现  $\hat{y}(k)$  的值随机变为零。最后，将  $\hat{y}(k)$  与观测器输出  $y_o(k)$  进行比较，发现观测器可以补偿动态量化和丢包造成的误差。类似地，在图 3-8 中绘制了网络传输中不同阶段的控制输入  $u(k)$ 、 $u_q(k)$  和  $\hat{u}(k)$ 。



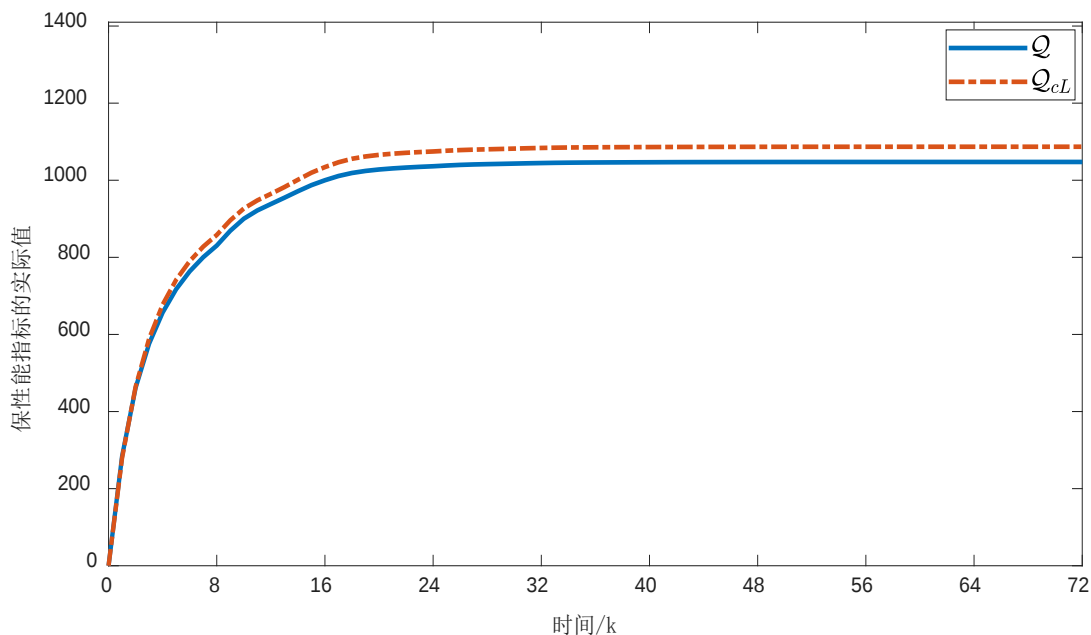
3-6 混杂控制下的观测误差



3-7 不同阶段的测量输出的比较



3-8 对不同阶段的控制输入的比较



3-9 两种分析方法的保性能指标的比较

此外，为了体现本章节对非线性脉冲切换系统分析方法的优越性，在相同条件下，采用公共的 Lyapunov 函数进行分析，也可获得混杂观测器及控制器的可行解。系统在实现相同性能时，对两种分析方法的保性能函数进行对比，如图 3-9 所示。在图 3-9 中， $Q$  表示利用多 Lyapunov 方法下的保性能指标， $Q_{cl}$  表示利用公共的 Lyapunov 方法下的保性能指标。对比两种分析方法的保性能指标，可以发现本章节采用的方法成本更小，效果更佳。

上述仿真结果表明，本文设计的基于混杂观测器的控制方案是合理有效的。

### 3.5 本章小结

本章节在考虑随机不确定性、多路径量化、多路径丢包和多脉冲跳变等复杂情况下，提出了一种对非线性脉冲切换系统的混杂弹性保性能控制方案。在本章节中，控制输入和测量输出都存在动态量化和数据包丢失的影响。为了平衡这些通信约束对测量输出的不利影响，引入了一种基于混杂观测器的控制方案。混杂观测器在脉冲切换时刻也发生状态跳变，增强了脉冲行为的普适性。给出了基于 LMI 的混杂弹性观测器和保性能控制器成立的充分条件，以保证闭环脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定并具有良好的保性能。最后，通过实例验证了本文提出的基于混杂观测器的控制方法是有效且实用的。

## 第4章 基于混杂观测器对丢包的非线性脉冲切换系统的 $H_\infty$ 控制研究

### 4.1 引言

基于混杂观测器的非线性脉冲切换系统  $H_\infty$  控制问题具有重要的研究意义，在观测器的基础上，本章节为测量输出信号的数据丢包提供了一种基于观测器的补偿方式。与现有的研究结果相比，本章节的主要贡献可以概括为以下三点：

(1) 基于混杂观测器，研究了局部非线性服从增量二次限制的脉冲切换系统  $H_\infty$  控制问题，本章节设计的观测器在脉冲切换时刻状态也有突变，体现了混杂控制。

(2) 在混杂观测器的基础上，针对测量输出信号的丢包行为提出了一种新的基于观测器的补偿策略，利用观测器的测量输出状态对系统丢失的测量输出信号进行实时补偿。

### 4.2 问题描述

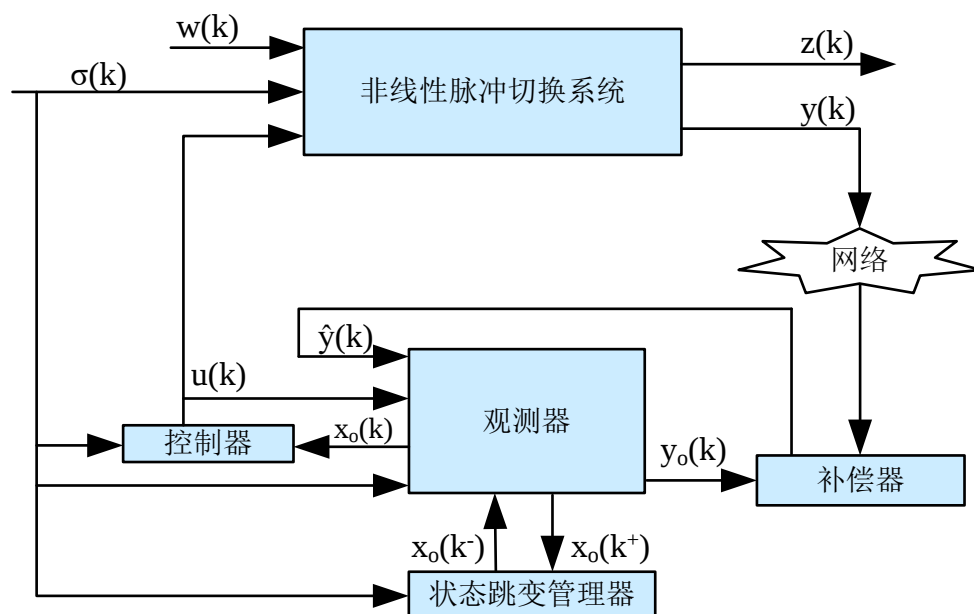


图 4-1 具有数据丢包的非线性脉冲切换系统示意图

本章节的控制网络如图 4-1 所示，它连接了不确定非线性脉冲切换系统、混杂观测器及控制器。由于该通信网络是不可靠的，所以考虑信号不可避免地会存在数据丢包。此外，在脉冲切换时刻，观测器的状态也存在突变，这也使得脉冲行为更加普遍。

#### 4.2.1 带有局部非线性的脉冲切换系统

本章节考虑局部非线性满足增量二次约束的脉冲切换系统如下：

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}u(k) + C_{\sigma(k)}w(k) + R_{\sigma(k)}\Psi_{\sigma(k)}[\varphi(x(k))], & k \in (k_i, k_i + 1] \\ y(k) = D_{\sigma(k)}x(k), \\ z(k) = F_{\sigma(k)}x(k), \\ \varphi(x(k)) = E_{\sigma(k)}x(k), \\ \Delta x(k) = T_{x, \sigma(k)}x(k), & k = k_i \\ x(k_0) = x_0, \end{cases} \quad (4-1)$$

其中  $x(k) \in R^{n_x}$  是系统的状态向量， $y(k) \in R^{n_y}$  表示测量输出， $z(k) \in R^{n_z}$  表示被控输出， $u(k) \in R^{n_u}$  是控制输入， $w(k) \in R^{n_w}$  是服从  $L_2[0, \infty)$  的外部干扰。 $\Psi_{\sigma(k)}[\cdot]$  是满足给定约束的非线性函数。矩阵  $T_{x, \sigma(k)}$ ， $A_{\sigma(k)}$ ， $B_{\sigma(k)}$ ， $C_{\sigma(k)}$ ， $D_{\sigma(k)}$  和  $E_{\sigma(k)}$  是已知的常数矩阵。值得注意的是，矩阵  $T_{x, \sigma(k)}$  用来表示由脉冲导致的子系统状态的跳变。定义  $\Delta x(k_i) = x(k_i^+) - x(k_i^-) = x(k_i^+) - x(k_i)$ ，其中  $x(k_i^-) = x(k_i) = A_{\sigma(k_{i-1})}x(k_i - 1) + B_{\sigma(k_{i-1})}u(k_i - 1) + C_{\sigma(k_{i-1})}w(k_i - 1) + R_{\sigma(k_{i-1})}\Psi_{\sigma(k_{i-1})}[\varphi(x(k_i - 1))]$ ，那么  $x(k_i^+)$  可以被表示为  $x(k_i^+) = (I + T_{x, \sigma(k_{i-1})})x(k_i)$ 。

设  $S \in N^+$  为子系统的个数，切换信号  $\sigma(k)$  从有限集合  $\mathcal{L} = \{1, 2, \dots, S\}$  中取值。 $k_i$  表示右连续函数  $\sigma(k)$  中的第  $i$  个切换瞬间，切换顺序为  $0 = k_0 < k_1 < \dots < k_{i-1} < k_i < \dots$ 。在  $k \in [k_i, k_{i+1})$  时刻，子系统  $\sigma(k_i)$  响应。为便于分析，本章节以下部分  $\sigma(k_i + 1)$  缩写为  $p$ ， $\sigma(k_i)$  缩写为  $l$ 。

为了描述函数  $\Psi_p[\varphi(x(k))]$  的特征，引入了以下定义：

**定义 4.1:** 考虑一类函数  $\Psi_p[\varphi(\cdot)]: R^{n_\Psi} \rightarrow R^{n_\varphi}$ 。如果存在一个对称矩阵  $\mathbb{G}$  对于所有  $\varphi_1, \varphi_2 \in R^{n_\varphi}$  都满足下列约束：

$$\begin{bmatrix} \Lambda_\varphi \\ \Lambda_\Psi \end{bmatrix}^T \mathbb{G} \begin{bmatrix} \Lambda_\varphi \\ \Lambda_\Psi \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4-2)$$

其中  $\Lambda_\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ,  $\Lambda_\Psi = \Psi[\varphi_2] - \Psi[\varphi_1]$ , 那么矩阵  $\mathbb{G}$  在这里表示增量乘数矩阵。

说明 4.1: 由于许多非线性可以用增量二次约束表示, 因此本章节所研究的非线性具有很好的通用性。举例来说, 全局 Lipschitz 条件  $\|\Psi[\varphi_2] - \Psi[\varphi_1]\| \leq \varepsilon \|\varphi_2 - \varphi_1\|$  且  $\varepsilon > 0$  可以写成(4-2)的形式, 那么相应的增量乘数矩阵  $\mathbb{G}$  为:

$$\mathbb{G} = \begin{bmatrix} \varepsilon^2 I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}.$$

增量扇形有界非线性  $\begin{bmatrix} \Lambda_\Psi - \kappa_1 \Lambda_\varphi \end{bmatrix}^T \mathbb{Z} \begin{bmatrix} \Lambda_\Psi - \kappa_2 \Lambda_\varphi \end{bmatrix} \leq 0$  且  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^T$  也可以被写成(4-2)的形式, 其增量乘数矩阵  $\mathbb{G}$  为:

$$\mathbb{G} = \begin{bmatrix} -\kappa_1^T \mathbb{Z} \kappa_2 - \kappa_2^T \mathbb{Z} \kappa_1 & * \\ \mathbb{Z}(\kappa_1 + \kappa_2) & -2\mathbb{Z} \end{bmatrix}.$$

此外, 如文献<sup>[87]</sup>所述, 一些其他的非线性也可以用增量二次约束来表示。

#### 4.2.2 基于混杂观测器的控制器

本章节对系统(4-1)构造的混杂观测器如下:

$$\begin{cases} x_o(k+1) = A_p x_o(k) + B_p u(k) + L_p (\hat{y}(k) - y_o(k)) + R_p \Psi_p [\varphi(x_o(k))], k \neq k_i \\ y_o(k) = D_p x_o(k), \\ \varphi(x_o(k)) = E_p x_o(k), \\ \Delta x_o(k) = H_{o,p} x_o(k), k = k_i \end{cases} \quad (4-3)$$

其中  $x_o(k) \in R^{n_x}$  表示观测器的状态,  $y_o(k) \in R^{n_y}$  表示观测器输出。  $L_p \in R^{n_x \times n_y}$  和  $H_{o,p} \in R^{n_x \times n_x}$  分别表示观测器增益和观测器在脉冲切换瞬间的状态跳变, 需要在下文进一步设计求解。

因此, 本章节设计的控制器可以构造为:  $u(k) = K_p x_o(k)$ , 其中  $K_p \in R^{n_u \times n_x}$  为未知矩阵, 在下文进行设计。

#### 4.2.3 数据丢包补偿策略

不稳定的网络会导致网络通信中断, 造成数据包丢失。本章节采用伯努利随

机二值分布来描述的随机丢包。因此，测量输出信号  $y(k)$  通过存在数据丢包的不稳定网络后的信号  $\hat{y}(k)$  可以被建模为：

$$\hat{y}(k) = \mathcal{G}_y(k)y(k) + (1 - \mathcal{G}_y(k))y_o(k), \quad (4-4)$$

其中数据包丢失的概率由随机变量  $\mathcal{G}_y(k)$  表示，服从伯努利分布，取值为 0 或 1。随机变量的值为 1 时表示数据传输成功，值为 0 时表示数据传输失败。因此，随机变量可以表示为：

$$\Pr\{\mathcal{G}_y(k)=1\} = \overline{\mathcal{G}_y}, \quad \Pr\{\mathcal{G}_y(k)=0\} = 1 - \overline{\mathcal{G}_y}, \quad (4-5)$$

其中  $\overline{\mathcal{G}_y}$  已知常数，取值范围在  $0 \leq \overline{\mathcal{G}_y} \leq 1$ 。

**说明 4.2:** 本章节提出了一种基于观测器的丢包补偿策略。对于测量输出  $y(k)$  丢失的信号，使用观测器的输出信号  $y_o(k)$  进行补偿。在网络控制系统中，有两种主要方法来处理丢失的信号，一种是零补偿策略，用零代替丢失的信号，如下列等式所示：

$$\tilde{y}(k) = \mathcal{G}_y(k)y(k). \quad (4-6)$$

另一种是保持补偿策略，用最后一个成功传输的信号来补偿丢失的信号，可以表示为：

$$\tilde{y}(k) = \mathcal{G}_y(k)y(k) + (1 - \mathcal{G}_y(k))\tilde{y}(k-1). \quad (4-7)$$

值得注意的是，零补偿策略一般是为了计算方便，而保持补偿策略在大多数情况下，特别是在瞬态阶段，在信号损耗方面更胜一筹。

#### 4.2.4 闭环非线性脉冲切换系统

定义估计误差为  $e(k) = x(k) - x_o(k)$ ，结合式(4-4)可得到下列等式：

$$\begin{aligned} e(k+1) &= A_p e(k) + C_p w(k) + R_p \left\{ \Psi_p [\varphi(x(k))] - \Psi_p [\varphi(x_o(k))] \right\} \\ &\quad - L_p \left( \overline{\mathcal{G}_y} + \theta_y(k) \right) D_p e(k), \quad k \neq k_i \\ e(k+1) &= (T_{x,p} - H_{o,l})x(k) + (H_{o,p} + I)e(k), \quad k = k_i \end{aligned} \quad (4-8)$$

其中  $\theta_y(k)$  为  $\theta_y(k) = \mathcal{G}_y(k) - \overline{\mathcal{G}_y}$ 。

设矩阵  $\zeta(k) = [x^T(k) \ e^T(k)]^T$ ，那么非线性闭环脉冲切换系统可以结合式(4-1)、(4-3)、(4-4)和(4-8)推导如下：

$$\begin{cases} \zeta(k+1) = (\mathcal{A}_{1p} + \theta_y(k)\mathcal{A}_{2p})\zeta(k) + \mathcal{C}_p w(k) + \mathcal{R}_{1p} \Psi_p[\varphi(x(k))] \\ \quad + \mathcal{R}_{2p} \Psi_p[\varphi(x_o(k))], \quad k \neq k_i \\ \zeta(k+1) = \mathcal{A}_{3p} \zeta(k), \quad k = k_i \\ z(k) = \mathcal{F}_p \zeta(k), \end{cases} \quad (4-9)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{1p} &= \begin{bmatrix} A_p + B_p K_p & -B_p K_p \\ 0 & A_p - L_p \overline{g}_y D_p \end{bmatrix}, \quad \mathcal{A}_{2p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -L_p D_p \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R}_{2p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -R_{1p} \end{bmatrix}, \\ \mathcal{A}_{3p} &= \begin{bmatrix} T_{x,p} + I & 0 \\ T_{x,p} - H_{o,p} & H_{o,p} + I \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R}_{1p} = \begin{bmatrix} R_{1p} \\ R_{1p} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{C}_p = \begin{bmatrix} C_p \\ C_p \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_p = \begin{bmatrix} F_p & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

为了实现本章节的主要结果，接下来将介绍定义和引理。

**定义 4.1:** 对于任何初始条件，在  $w(k)=0$  时，如果系统满足下列条件，则系统是在均方意义上是渐近稳定的，

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E} \left\{ \|\eta(k)\|^2 \right\} = 0. \quad (4-10)$$

**定义 4.2:** 对于给定常数  $\gamma > 0$  和  $0 < \lambda < 1$ ，如果在零初始条件下，系统满足下列不等式，则系统是具有加权  $H_\infty$  指标，

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} (1-\lambda)^k z^T(k) z(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=k_0}^{\infty} w^T(k) w(k), \quad (4-12)$$

其中  $\forall w(k) \in L_2[0, \infty)$ 。

## 4.3 主要结论

### 4.3.1 系统稳定性分析及加权 $H_\infty$ 性能分析

**引理 4.1:** 对于非线性脉冲切换系统，给定标量  $0 < \alpha < 1$ ， $\gamma > 0$ ， $\mu \geq 1$ ， $\forall (\sigma(k_i+1)=p, \sigma(k_i)=l) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}$ ， $p \neq l$ ，如果存在一组 Lyapunov 函数  $V(\zeta(k)) = \{V_p(\zeta(k))\}$  满足：

$$V_p(\zeta(k)) < \mu V_l(\zeta(k^-)), \quad k = k_i \quad (4-12)$$

和

$$\mathbb{E}\{V_p(\zeta(k+1)) - V_p(\zeta(k)) + \alpha V_p(\zeta(k)) + \mathfrak{J}(k)\} < 0, \quad \forall k \in (k_i, k_{i+1}], \quad (4-13)$$

其中  $\mathfrak{J}(k) = z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)$ ，那么具有  $H_\infty$  性能指标的非线性脉冲切换系统(4-1)对于任意切换信号满足：

$$\tau_{adt} \geq \text{ceil}\left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\alpha)}\right], \quad (4-14)$$

的情况下，非线性脉冲切换系统是在均方意义上渐近稳定的。式(4-14)中实数  $\star$  可被函数  $\text{ceil}[\star]$  舍入为大于或等于  $\star$  的整数。

证明：根据上式(4-12)，可以得到下面不等式：

$$\mathbb{E}\{V_p(\zeta(k+1))\} < (1-\alpha)\mathbb{E}\{V_p(\zeta(k))\} - \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(k)\}, \quad (4-15)$$

式(4-15)可以被推导为：

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_p(\zeta(k+\varkappa))\} &< (1-\alpha)^{k+\varkappa-k} \mathbb{E}\{V_p(\zeta(k))\} \\ &- \sum_{s=k}^{k+\varkappa-1} (1-\alpha)^{k+\varkappa-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\}. \quad \forall k \& (k+\varkappa) \in (k_i, k_{i+1}] \end{aligned} \quad (4-16)$$

结合公式(4-12)，式(4-16)可以被推导为：

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\zeta(k))\} &< (1-\alpha)^{k-k_i} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\zeta(k_i))\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_i} \mu \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_i^-)}(\zeta(k_i^-))\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_i} \mu \left[ (1-\alpha)^{k_i^- - k_{i-1}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_{i-1})}(\zeta(k_{i-1}))\} - \sum_{s=k_{i-1}}^{k_i^- - 1} (1-\alpha)^{k_i^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \right] \\ &\quad - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_{i-1}} \mu^2 \left[ (1-\alpha)^{k_{i-1}^- - k_{i-2}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_{i-2})}(\zeta(k_{i-2}))\} - \sum_{s=k_{i-2}}^{k_{i-1}^- - 1} (1-\alpha)^{k_{i-1}^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \right] \\ &\quad - (1-\alpha)^{k-k_i} \mu \sum_{s=k_{i-1}}^{k_i^- - 1} (1-\alpha)^{k_i^- - 1 - s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} - \sum_{s=k_i}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \\ &\vdots \\ &\leq (1-\alpha)^{k-k_0} \mu^{N_{\sigma(k)}(k_0, k)} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\zeta(k_0))\} - \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{N_{\sigma(k)}(s, k)} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\} \\ &= \Xi(k) - \Pi(k), \end{aligned} \quad (4-17)$$

其中,

$$\Xi(k) = (1-\alpha)^{k-k_0} \mu^{N_{\sigma(k)}(k_0, k)} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(\zeta(k_0))\}, \quad \Pi(k) = \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{N_{\sigma(k)}(s, k)} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathbb{E}\{\mathfrak{J}(s)\},$$

且  $N_{\sigma(k)}(s, k)$  表示脉冲切换系统在给定时间  $(k_1, k_2)$  内的切换次数。同时根据定理

1.2, 下列不等式可以由式(4-17)推导出来

$$\begin{aligned} \Xi(k) &\leq (1-\alpha)^{k-k_0} \mu^{N_0 + \frac{k-k_0}{\tau_{adt}}} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(x(k_0))\} \\ &= e^{N_0 \ln \mu} e^{(k-k_0)(\ln(1-\alpha) + \frac{\ln \mu}{\tau_{adt}})} \mathbb{E}\{V_{\sigma(k_0)}(x(k_0))\}. \end{aligned} \quad (4-18)$$

如果满足下列条件, 即得到了保证非线性脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定的充分条件

$$\ln(1-\alpha) + \frac{\ln \mu}{\tau_{adt}} < 0 \quad (4-19)$$

因此, 如果满足式(4-19), 即可得到当  $k \rightarrow \infty$  时,  $\mathbb{E}\{V_{\sigma(k)}(\zeta(k))\} \rightarrow 0$  成立。

此外, 还可以求得非线性脉冲切换系统的  $H_\infty$  性能指标。在零初始条件下, 由式(4-17)可得下列不等式:

$$\Pi(k) = \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{N_{\sigma(k)}(s, k)} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathfrak{J}(s) \leq 0, \quad (4-20)$$

其中  $\mathfrak{J}(s) = z^T(s)z(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)$ 。考虑到  $\mu \geq 1$ , 不等式(4-20)两边都乘以  $\mu^{-N_{\sigma(k)}(0, k)}$ , 可以得到下列不等式:

$$\sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{-N_{\sigma(k)}(0, s)} (1-\alpha)^{k-1-s} \mathfrak{J}(s) \leq 0, \quad (4-21)$$

等价于

$$\sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{-N_{\sigma(k)}(0, s)} (1-\alpha)^{k-1-s} z^T(s)z(s) \leq \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{-N_{\sigma(k)}(0, s)} (1-\alpha)^{k-1-s} \gamma^2 w^T(s)w(s). \quad (4-22)$$

根据定义 1.2 和式(4-19), 可以得到不等式:

$$-N_{\sigma(k)}(0, s) \geq -\frac{s}{\tau_{adt}} \geq s \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln \mu}. \quad (4-23)$$

在上式(4-23)的基础上, 不等式(4-22)可以被推导为:

$$\begin{aligned}
 \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{\frac{s \ln(1-\alpha)}{\ln \mu}} (1-\alpha)^{k-1-s} z^T(s) z(s) &\leq \sum_{s=k_0}^{k-1} \mu^{\frac{s \ln(1-\alpha)}{\ln \mu}} (1-\alpha)^{k-1-s} \gamma^2 w^T(s) w(s) \\
 &\leq \sum_{s=k_0}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \gamma^2 w^T(s) w(s).
 \end{aligned} \tag{4-24}$$

上式(4-24)等价于

$$\sum_{s=k_0}^{k-1} (1-\alpha)^s (1-\alpha)^{k-1-s} z^T(s) z(s) \leq \sum_{s=k_0}^{k-1} (1-\alpha)^{k-1-s} \gamma^2 w^T(s) w(s). \tag{4-25}$$

因此，不等式

$$\sum_{s=k_0}^{k-1} (1-\alpha)^s z^T(s) z(s) \leq \sum_{s=k_0}^{k-1} \gamma^2 w^T(s) w(s) \tag{4-26}$$

可以实现。

至此，具有加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  的非线性脉冲切换系统(4-1)在均方意义上是渐近稳定的，证明完成。

根据上面给出的定义和定理，下面的定理给出了具有加权  $H_\infty$  性能的非线性脉冲切换系统稳定的充分条件。

**定理 4.2:** 对于给定矩阵  $\mathbb{G}_1$ ,  $\mathbb{G}_2$ ,  $\mathbb{G}_3$  和标量  $0 < \alpha < 1$ ,  $\gamma > 0$ ,  $\mu \geq 1$ ,  $\forall (\sigma(k_i+1)=p, \sigma(k_i)=l) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}$ ,  $p \neq l$ , 如果存在正定矩阵  $P_p > 0$  和参数  $\epsilon_1, \epsilon_2$  满足不等式:

$$\begin{bmatrix} \mu P_l & \mathcal{A}_{3p}^T P_p \\ * & P_p \end{bmatrix} > 0, \tag{4-27}$$

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11p} & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{C}_p & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{1p} + \epsilon_1 \mathcal{E}_{1p}^T \mathbb{G}_2 & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} + \epsilon_2 \mathcal{E}_{2p}^T \mathbb{G}_2 \\ * & -\gamma^2 I + \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{C}_p & \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{R}_{1p} & \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{R}_{2p} \\ * & * & \mathcal{R}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{1p} + \epsilon_1 \mathbb{G}_3 & \mathcal{R}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} \\ * & * & * & \mathcal{R}_{2p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} + \epsilon_2 \mathbb{G}_3 \end{bmatrix} < 0, \quad k \neq k_i \tag{4-28}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Theta_{11p} &= \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{A}_{1p} + \widehat{\mathcal{G}}_y^2 \mathcal{A}_{2p}^T P_p \mathcal{A}_{2p} - (1-\alpha) P_p + \mathcal{F}_p^T \mathcal{F}_p + \epsilon_1 \mathcal{E}_{1p}^T \mathbb{G}_1 \mathcal{E}_{1p} + \epsilon_2 \mathcal{E}_{2p}^T \mathbb{G}_1 \mathcal{E}_{2p}, \\
 \mathcal{E}_{1p} &= \begin{bmatrix} E_p & 0 \end{bmatrix}, \mathcal{E}_{2p} = \begin{bmatrix} E_p & -E_p \end{bmatrix}, \mathbb{G} = \begin{bmatrix} \mathbb{G}_1 & \mathbb{G}_2 \\ \mathbb{G}_2^T & \mathbb{G}_3 \end{bmatrix}, \widehat{\mathcal{G}}_y = \left( \overline{\mathcal{G}}_y (1 - \overline{\mathcal{G}}_y) \right)^{1/2},
 \end{aligned}$$

且对于满足(4-13)的任意切换信号，闭环非线性脉冲切换系统(4-9)在均方意义上

是渐近稳定的，并具有加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ 。

证明：针对非线性闭环脉冲切换系统的子系统  $p$  构造多 Lyapunov 函数如下：

$$V_p(\zeta(k)) = \zeta(k)^T P_p \zeta(k)。 \quad (4-29)$$

根据不等式 (4-13) 和 (4-29)，可以推导出等式如下：

$$\mathbb{E}\{V_p(\zeta(k+1)) - V_p(\zeta(k)) + \alpha V_p(\zeta(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} = \xi^T(k) \mathcal{S}_0 \xi(k), \quad (4-30)$$

其中

$$\xi(k) = \begin{bmatrix} \zeta^T(k) & w^T(k) & \Psi_p^T[\varphi(x(k))] & \Psi_p^T[\varphi(x_o(k))] \end{bmatrix}^T, \\ \mathcal{S}_0 = \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{A}_{1p} + \overline{\mathcal{G}}_y(1 - \overline{\mathcal{G}}_y) \mathcal{A}_{2p}^T P_p \mathcal{A}_{2p} - (1 - \alpha) P_p + \mathcal{F}_p^T \mathcal{F}_p & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{C}_p & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{1p} & \mathcal{A}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} \\ * & -\gamma^2 I + \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{C}_p & \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{R}_{1p} & \mathcal{C}_p^T P_p \mathcal{R}_{2p} \\ * & * & \mathcal{R}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{1p} & \mathcal{R}_{1p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} \\ * & * & * & \mathcal{R}_{2p}^T P_p \mathcal{R}_{2p} \end{bmatrix}。$$

在定义 4.1 以及  $\Psi_p[0] = 0$  的基础上，可以得到下列不等式：

$$\begin{bmatrix} \varphi(x(k)) \\ \Psi_p^T[\varphi(x(k))] \end{bmatrix}^T \mathbb{G} \begin{bmatrix} \varphi(x(k)) \\ \Psi_p^T[\varphi(x(k))] \end{bmatrix} \geq 0, \quad (4-31) \\ \begin{bmatrix} \varphi(x_o(k)) \\ \Psi_p^T[\varphi(x_o(k))] \end{bmatrix}^T \mathbb{G} \begin{bmatrix} \varphi(x_o(k)) \\ \Psi_p^T[\varphi(x_o(k))] \end{bmatrix} \geq 0。$$

设矩阵  $\begin{bmatrix} \varphi(x(k))^T & \Psi_p^T[\varphi(x(k))]^T \end{bmatrix}^T = \mathbb{Q}_{1p} \xi(k)$  和  $\begin{bmatrix} \varphi(x_o(k))^T & \Psi_p^T[\varphi(x_o(k))]^T \end{bmatrix}^T = \mathbb{Q}_{2p} \xi(k)$ ，

那么不等式 (4-31) 可以被改写为：

$$\xi(k)^T \mathbb{Q}_{1p}^T \mathbb{G} \mathbb{Q}_{1p} \xi(k) \geq 0, \quad \xi(k)^T \mathbb{Q}_{2p}^T \mathbb{G} \mathbb{Q}_{2p} \xi(k) \geq 0, \quad (4-32)$$

其中  $\mathbb{Q}_{1p}$  和  $\mathbb{Q}_{2p}$  为：

$$\mathbb{Q}_{1p} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{1p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{Q}_{2p} = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{2p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}。$$

那么根据不等式 (4-32) 可以得出  $\mathcal{S}_1 = \mathbb{Q}_{1p}^T \mathbb{G} \mathbb{Q}_{1p} \geq 0$  和  $\mathcal{S}_2 = \mathbb{Q}_{2p}^T \mathbb{G} \mathbb{Q}_{2p} \geq 0$  的结论。

设定  $\mathcal{S}_0(\xi) = \xi^T(k) \mathcal{S}_0 \xi(k)$ ， $\mathcal{S}_1(\xi) = \xi^T(k) \mathcal{S}_1 \xi(k)$ ， $\mathcal{S}_2(\xi) = \xi^T(k) \mathcal{S}_2 \xi(k)$ ，应用

S 过程，如果参数  $\epsilon_1 > 0$ ， $\epsilon_2 > 0$  存在且满足：

$$\mathcal{S}_0 + \epsilon_1 \mathcal{S}_1 + \epsilon_2 \mathcal{S}_2 < 0, \quad (4-33)$$

那么可以得到下列结论：

$$\mathcal{S}_0(\xi) = \xi^T(k) \mathfrak{S}_0 \xi(k) < 0. \quad (4-34)$$

不等式(4-34)等价于(4-28)，所以(4-28)是充分条件之一。

此外，当  $k = k_i$  时，根据舒尔补引理，不等式(4-27)可以被推导为：

$$\mathcal{A}_{3p}^T P_p \mathcal{A}_{3p} < \mu P_l. \quad (4-35)$$

上式(4-35)显然等于：

$$\zeta(k)^T \mathcal{A}_{3p}^T P_p \mathcal{A}_{3p} \zeta(k) < \mu \zeta(k)^T P_l \zeta(k), \quad (4-36)$$

至此，式(4-36)等价于(4-26)。

因此，根据上述讨论，对于满足式(4-14)的任意切换信号闭环非线性脉冲切换系统可得到具有加权  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$  的在均方意义上的渐近稳定性，证明完成。

#### 4.3.2 基于混杂观测器的控制器设计

下列定理 4.3 描述了基于观测器的非线性脉冲切换系统控制器的设计条件。

**定理 4.3：** 对于给定矩阵  $\mathbb{G}_1$ ， $\mathbb{G}_2$ ， $\mathbb{G}_3$  和标量  $0 < \alpha < 1$ ， $\gamma > 0$ ， $\mu \geq 1$ ， $\forall (\sigma(k_i + 1) = p, \sigma(k_i) = l) \in \mathcal{L} \times \mathcal{L}$ ， $p \neq l$ ，如果存在矩阵  $P_{1p}$ ， $P_{2p}$ ， $P_{3p}$ ， $N_{1p}$ ， $\mathcal{T}_p$ ， $\mathcal{Q}_p$ ， $\mathcal{M}_p$  和参数  $\epsilon_1 > 0$ ， $\epsilon_2 \geq 0$  满足不等式：

$$\begin{bmatrix} -\mu P_{1l} & -\mu P_{2l} & -T_{x,p}^T P_{1p} - T_{x,p}^T P_{2p} - P_{1p} & -T_{x,p}^T P_{2p} - T_{x,p}^T P_{3p} - P_{2p} & \mathcal{Q}_p^T \\ * & -\mu P_{3l} & -P_{2p} & -P_{3p} & -\mathcal{Q}_p^T \\ * & * & -P_{1p} & -P_{2p} & P_{2p} \\ * & * & * & -P_{3p} & P_{3p} \\ * & * & * & * & -\mathcal{T}_p^T - \mathcal{T}_p \end{bmatrix} < 0, \quad (4-37)$$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11p} & 0 & \Gamma_{13p} & \Gamma_{14p} & \Gamma_{15p} & \Gamma_{16p} \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \Gamma_{25p} & 0 \\ * & * & \epsilon_1 \mathbb{G}_3 & 0 & \Gamma_{35p} & 0 \\ * & * & * & \epsilon_2 \mathbb{G}_3 & \Gamma_{45p} & 0 \\ * & * & * & * & \Gamma_{55p} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Gamma_{66p} \end{bmatrix} < 0, \quad k \neq k_i \quad (4-38)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{11p} &= \begin{bmatrix} (\alpha-1)P_{1p} + F_p^T F_p + \epsilon_1 E_p^T \mathbb{G}_1 E_p + \epsilon_2 E_p^T \mathbb{G}_1 E_p & (\alpha-1)P_{2p} - \epsilon_2 E_p^T \mathbb{G}_1 E_p \\ * & (\alpha-1)P_{3p} + \epsilon_2 E_p^T \mathbb{G}_1 E_p \end{bmatrix}, \\
 \Gamma_{13p} &= \begin{bmatrix} \epsilon_1 E_p^T \mathbb{G}_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \Gamma_{14p} = \begin{bmatrix} \epsilon_2 E_p^T \mathbb{G}_2 \\ -\epsilon_2 E_p^T \mathbb{G}_2 \end{bmatrix}, \Gamma_{15p} = \begin{bmatrix} A_p^T + K_p^T B_p^T & 0 \\ -K_p^T B_p^T & A_p N_{1p} - D_p^T \overline{\mathcal{G}_y} \mathcal{M}_p \end{bmatrix}, \\
 \Gamma_{16p} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\widehat{\mathcal{G}_y} D_p^T \mathcal{M}_p \end{bmatrix}, \Gamma_{25p} = [C_p^T \quad C_p^T N_{1p}], \Gamma_{35p} = [R_p \quad R_p N_{1p}], \\
 \Gamma_{45p} &= [0 \quad -R_p N_{1p}], \Gamma_{55p} = \begin{bmatrix} -2I + P_{1p} & P_{2p} \\ * & -N_{1p} - N_{1p}^T + P_{3p} \end{bmatrix} = \Gamma_{66p},
 \end{aligned}$$

那么非线性脉冲切换系统(4-9)是在均方意义上渐进稳定的且具有加权  $H_\infty$  性能。

定义观测器增益  $L_p$  和观测器状态跳变  $H_{o,p}$  为:

$$L_p = N_{1p}^{-T} \mathcal{M}_p^T, \quad H_{o,p} = T_p^{-1} Q_p. \quad (4-39)$$

证明: 根据舒尔补引理, 不等式(4-28)可以被推导为:

$$\begin{bmatrix} Y_{11p} & 0 & \epsilon_1 \mathcal{E}_{1p}^T \mathbb{G}_2 & \epsilon_2 \mathcal{E}_{2p}^T \mathbb{G}_2 & \mathcal{A}_{1p}^T & \widehat{\mathcal{G}_y} \mathcal{A}_{2p}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & \mathcal{C}_p^T & 0 \\ * & * & \epsilon_1 \mathbb{G}_3 & 0 & \mathcal{R}_{1p}^T & 0 \\ * & * & * & \epsilon_2 \mathbb{G}_3 & \mathcal{R}_{2p}^T & 0 \\ * & * & * & * & -P_p^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -P_p^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad k \neq k_i \quad (4-40)$$

其中  $Y_{11p} = (\alpha-1)P_p + \mathcal{F}_p^T \mathcal{F}_p + \epsilon_1 \mathcal{E}_{1p}^T \mathbb{G}_1 \mathcal{E}_{1p} + \epsilon_2 \mathcal{E}_{2p}^T \mathbb{G}_1 \mathcal{E}_{2p}$ 。

不等式  $(P_p - N_p)^T P_p^{-1} (P_p - N_p) \geq 0$ , 可以被推导为:

$$-N_p^T P_p^{-1} N_p \leq -N_p - N_p^T + P_p. \quad (4-41)$$

为了移除矩阵  $P_p^{-1}$ , 定义矩阵  $N_p$  和正定矩阵  $P_p$  为:

$$P_p = \begin{bmatrix} P_{1p} & P_{2p} \\ * & P_{3p} \end{bmatrix}, \quad N_p = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & N_{1p} \end{bmatrix}. \quad (4-42)$$

对公式(4-39)从左到右乘以矩阵  $\mathbf{n}$  和  $\mathbf{n}^T$ , 其中矩阵  $\mathbf{n}$  为  $\mathbf{n} = \text{diag}\{I, I, I, N_p^T, N_p^T\}$ ,

依据公式(4-39)、(4-41)及(4-42), 可以得到不等式(4-37)。

此外, 根据不等式(4-42)及舒尔补引理, 式(4-27)可以被推导为:

$$\begin{bmatrix} -\mu P_{1l} & -\mu P_{2l} & -T_{x,p}^T P_{1p} - P_{1p} - T_{x,p}^T P_{2p} + H_{o,p}^T P_{2p} & -T_{x,p}^T P_{1p} - P_{1p} - T_{x,p}^T P_{2p} + H_{o,p}^T P_{3p} \\ * & -\mu P_{3l} & -H_{o,p}^T P_{2p} - P_{2p} & -H_{o,p}^T P_{3p} - P_{3p} \\ * & * & -P_{1p} & -P_{2p} \\ * & * & * & -P_{3p} \end{bmatrix} < 0. \quad (4-43)$$

为了解开  $P_{2p}$ ,  $P_{3p}$  与  $H_{o,p}$  之间的耦合, 不等式(4-42)可以利用引理 1.4 和式(4-39)推导为:

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{X} & \mathfrak{D}_p + \mathfrak{B}_p^T \mathcal{T}_p^T \\ * & -\mathcal{T}_p^T - \mathcal{T}_p \end{bmatrix} < 0, \quad (4-44)$$

其中

$$\mathfrak{B}_p = \mathcal{T}_p^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{Q}_p & -\mathcal{Q}_p & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathfrak{X} = \begin{bmatrix} -\mu P_{1l} & -\mu P_{2l} & -T_{x,p}^T P_{1p} - P_{1p} - T_{x,p}^T P_{2p} & -T_{x,p}^T P_{1p} - P_{1p} - T_{x,p}^T P_{2p} \\ * & -\mu P_{3l} & -P_{2p} & -P_{3p} \\ * & * & -P_{1p} & -P_{2p} \\ * & * & * & -P_{3p} \end{bmatrix}, \quad \mathfrak{D}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_{2p} \\ P_{3p} \end{bmatrix}.$$

因此不等式(4-37)可以成立, 证明完成。

#### 4.4 仿真实验验证

在本小节中, 给出了一个数值实例来说明所设计的控制器和观测器的有效性。为了分析和证明本章节所提出的丢包补偿方案的优越性, 在相同条件下与传统的保持补偿策略也进行了仿真, 对两种方案进行比较分析。

对于非线性脉冲切换系统(4-1), 这里设计两个子系统, 其参数如下:

子系统 1:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.02 & 0.05 \\ 0.15 & 1.1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1 \end{bmatrix}, T_{x,1} = \begin{bmatrix} 0.12 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.15 \end{bmatrix}, E_1 = [0.15 \quad 0.2], F_1 = [0.2 \quad 0.15], D_1 = [0.5 \quad 0.7],$$

子系统 2:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1.1 & 0.05 \\ 0.05 & 0.2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \end{bmatrix}, T_{x,2} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.15 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.12 \end{bmatrix},$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, E_2 = [0.25 \quad 0.1], F_2 = [0.2 \quad 0.15], D_2 = [0.7 \quad 0.4]。$$

非线性函数取为  $\Psi_1[\cdot] = \Psi_2[\cdot] = \sin[\cdot]$ 。根据拉格朗日中值定理。可以证明下列不等式：

$$-1 \leq \frac{\sin[\varphi_2] - \sin[\varphi_1]}{\varphi_2 - \varphi_1} \leq 1。 \quad (4-44)$$

因此，这里的增量乘数矩阵  $\mathbb{G}$  可以选择为：

$$\mathbb{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}。$$

设初始状态  $x(k_0) = [-20 \quad 30]^T$  时，开环子系统的状态响应如图 4-2 和图 4-3 所示，可以明显看出两个子系统都是不稳定的。

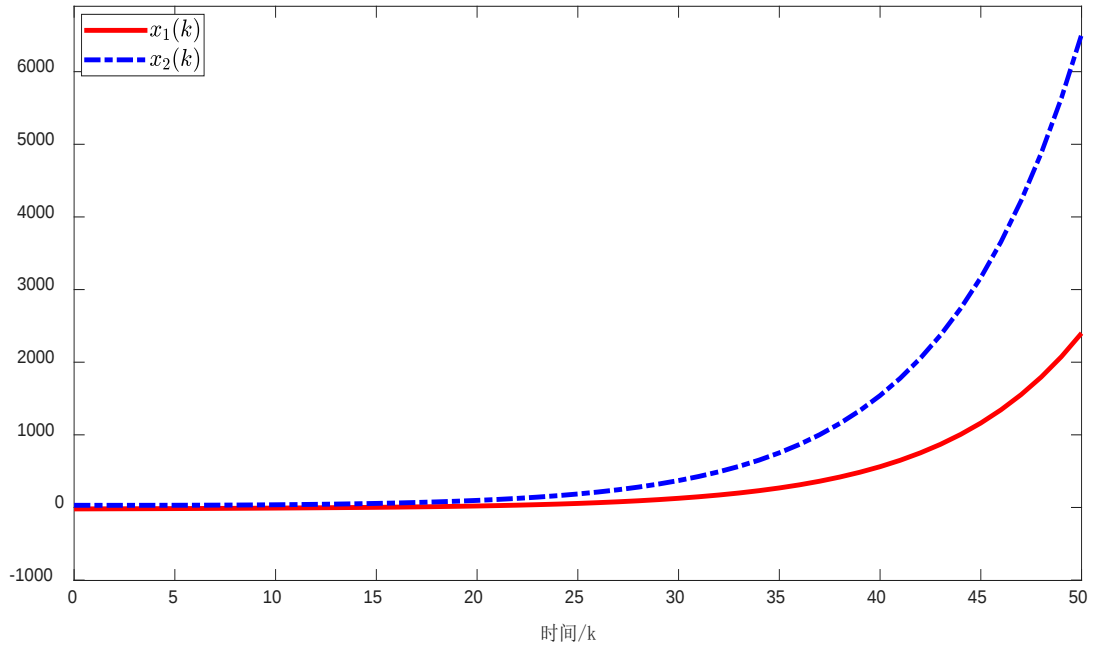


图 4-2 开环子系统 1 的状态响应

为了应用定理 4.3 求解出观测器与控制器，定理 4.3 中的相关参数给定为：

$$\alpha = 0.07, \mu = 1.42, \gamma = 3, \overline{\mathcal{G}}_y = 0.8。$$

根据式(4-13)，可以求得平均驻留时间为  $\tau_{adt} \geq 5$  如图 4-4 所示，以及求得的观测器和控制器如下：

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.9655 \\ 0.9988 \end{bmatrix}, H_{o,1} = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.3994 & 0.0691 \\ 0.0484 & 0.5640 \end{bmatrix}, K_1 = \begin{bmatrix} -0.2944 & -0.3717 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 1.3622 \\ 0.1749 \end{bmatrix}, H_{o,2} = 10^{-3} * \begin{bmatrix} 0.3420 & 0.0006 \\ 0.0589 & 0.3654 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} -0.4794 & -0.0960 \end{bmatrix}。$$

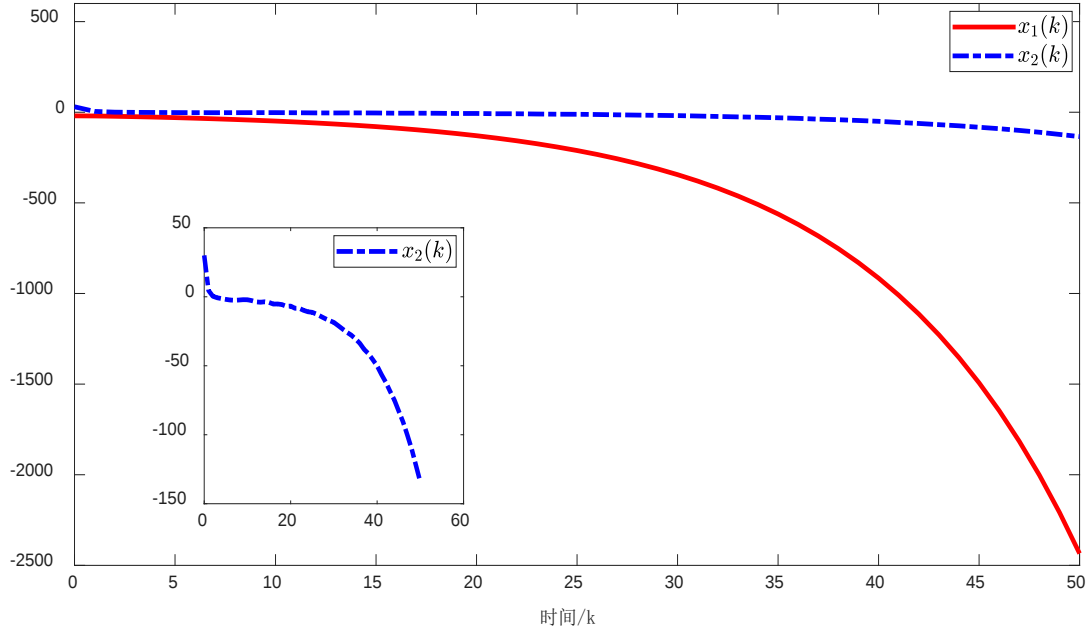


图 4-3 开环子系统 2 的状态响应

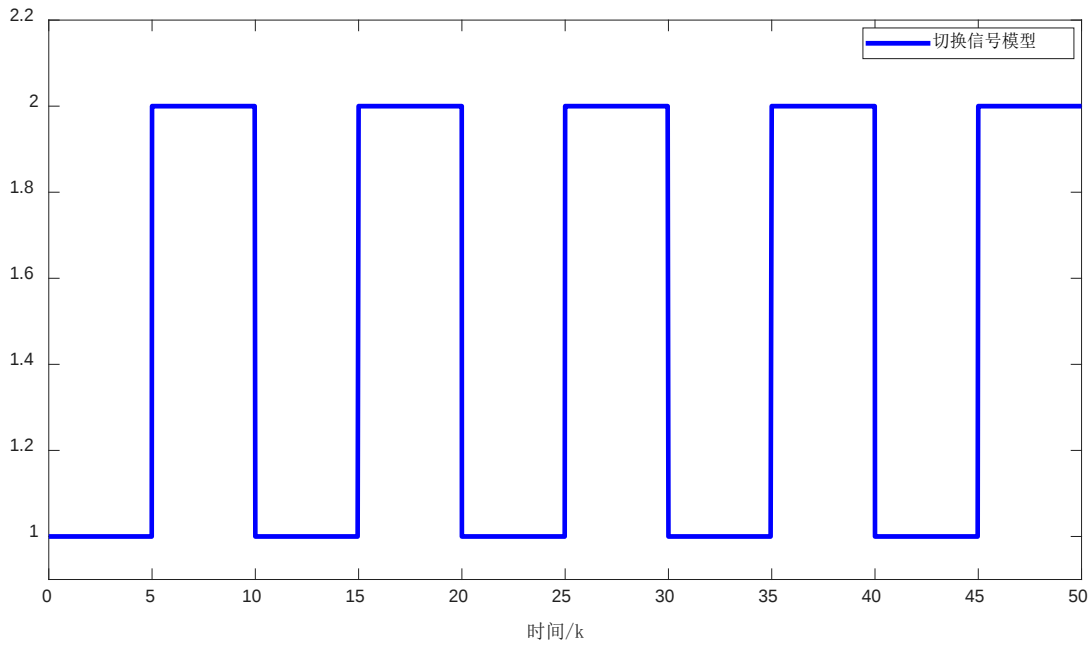


图 4-4 切换信号示意图

观测器的初始状态设为  $x_o(k_0) = [-15 \ 25]^T$ ，采用平均驻留时间策略时，闭环

非线性脉冲切换系统(4-9)和观测器的状态响应均画在图 4-5 中。图 4-5 中  $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$  表示闭环脉冲切换系统的状态,  $x_{o1}(k)$ ,  $x_{o2}(k)$  表示观测器的状态。从图 4-5 中可以观察得到, 具有数据包丢失的非线性脉冲切换系统最终趋于稳定, 观测器跟踪效果良好。

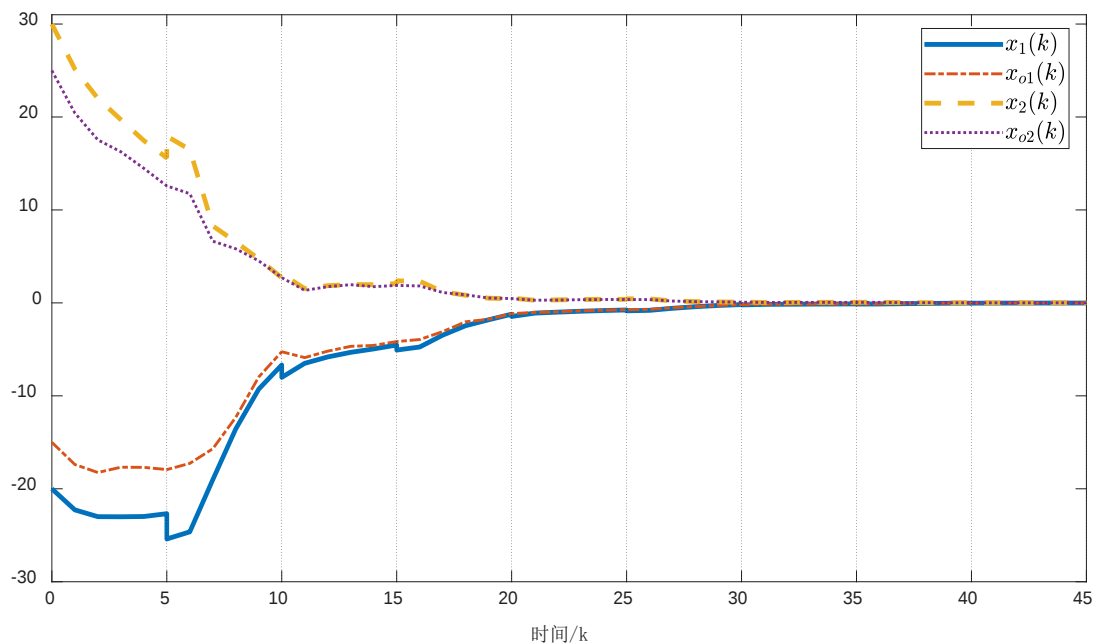


图 4-5 控制器和观测器的状态响应

在前三个切换时刻, 图 4-5 可以清楚地观察到脉冲切换系统在脉冲切换瞬间有明显的状态突变。因此, 本章节所设计的混杂观测器和控制器是有效的。

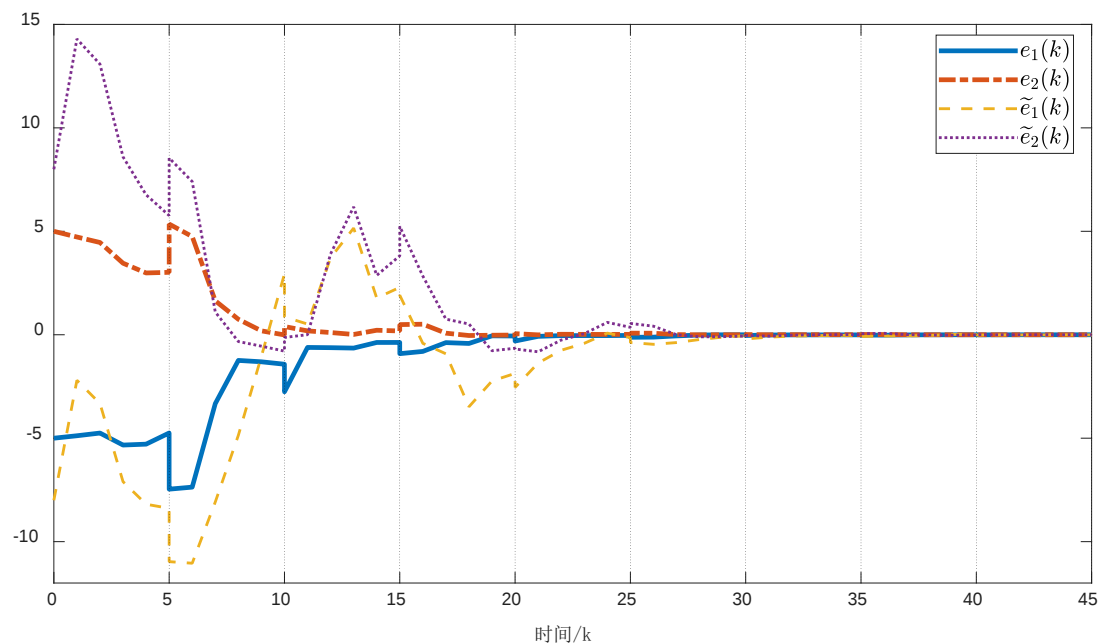


图 4-6 两种补偿策略下的观测误差比较

值得注意的是，本章节针对测量输出的数据丢包行为提出了一种新的丢包补偿策略。为了证明该策略的优越性，在相同条件下，对式(4-7)保持补偿策略进行仿真验证。首先，这两种丢包补偿方案下，混杂观测器的状态与系统状态之间的观测误差如图 4-6 所示。在图 4-6 中， $e_1(k)$ ， $e_2(k)$  表示本章节提出的观测器补偿策略下的观测误差， $\tilde{e}_1(k)$ ， $\tilde{e}_2(k)$  表示传统的保持补偿策略下的观测误差。由图 4-6 可以直观感受到本章节提出的补偿策略使得观测误差更小，更快镇定。两种补偿方案的误差在脉冲切换瞬间都具有状态突变，反映了脉冲行为的普遍性。

为了更加直观地比较这两种补偿方案，将补偿后的测量输出状态与丢包的测量输出相减，得到图 4-7。

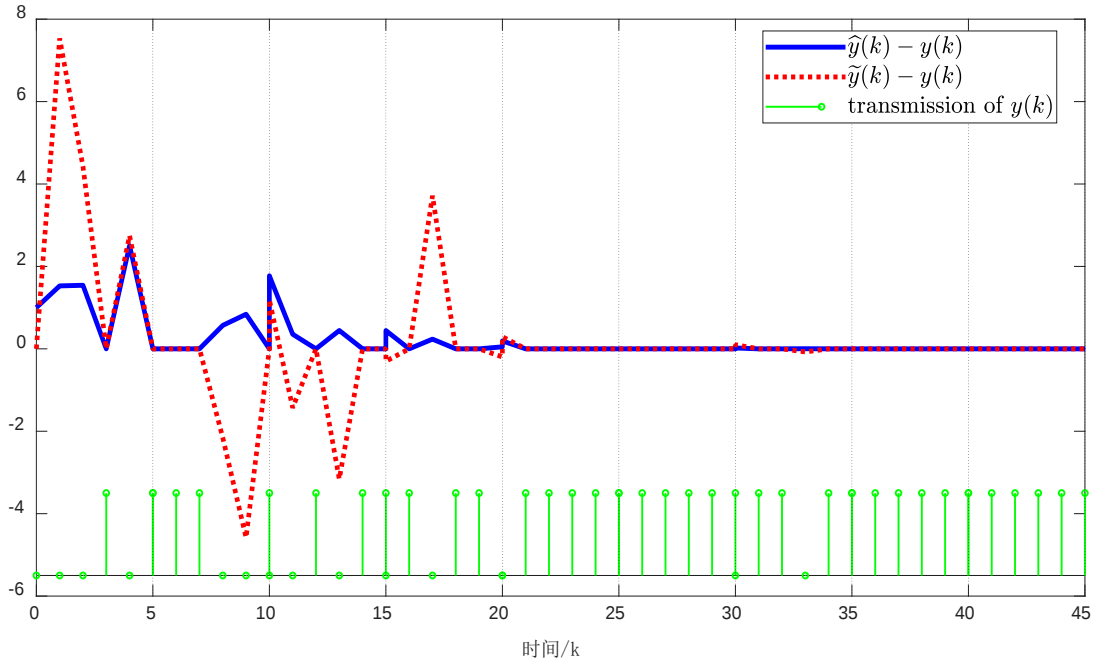


图 4-7 两种补偿策略补偿前后的误差

在图 4-7 中，除了第 4 秒丢包，在其他丢包时刻，保持补偿策略的误差都要远大于观测器补偿策略。由图 4-7 可以直观地感受到本章节提出的观测器补偿方案要优于传统的保持补偿策略。

#### 4.5 本章小结

本章节对研究了具有丢包的非线性脉冲切换系统的混杂  $H_\infty$  控制问题。脉冲切换系统和观测器都存在了满足增量二次约束的局部非线性部分。本章节设计了

一种基于混杂观测器的控制器,使非线性脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定且具有  $H_\infty$  性能。本章节对系统的测量输出提出了基于观测器的补偿方法。利用多 Lyapunov 函数方法和平均驻留时间切换策略,得到了保证非线性脉冲切换系统均方意义上的渐进稳定和  $H_\infty$  性能的充分条件。设计的控制器和观测器的充分条件用 LMI 表示。最后,在仿真验证部分首先利用一个数值验证了本章节提出的混杂观测器的控制器是有效的。此外,为了验证本章节提出的丢包补偿策略的优越性,在相同条件下对保持补偿策略进行了仿真,根据对比,证明了本章节的补偿方案更加优秀。

## 第 5 章 结论与展望

### 5.1 全文总结

本论文深入探讨了脉冲切换系统中的反馈控制问题，具体的研究工作为：

第 1 章 阐述了课题的研究背景，研究背景下阐述了研究控制问题意义，确立了本文的研究目标和研究内容。

第 2 章 针对不确定脉冲切换系统设计了动态输出反馈控制器，在脉冲切换时刻，所研究的脉冲切换系统和所设计的控制器中都存在状态跳变，此外也考虑了控制输入的量化影响。

第 3 章 针在考虑随机不确定性、多径量化、数据包丢失和多次脉冲跳变等影响的复杂情况下，提出了一种对非线性脉冲切换系统的混杂弹性保性能控制方案。在本章节中，控制输入和测量输出都考虑了动态量化和数据包丢失的影响。为了平衡这些通信约束对测量输出的不利影响，引入了一种基于混杂观测器的控制方案。混杂观测器在脉冲切换时刻也允许状态跳变的存在，提高了脉冲行为的普适性。给出了基于 LMI 的混杂观测器弹性和保性能控制器实现的充分条件，以保证闭环脉冲切换系统在均方意义上渐近稳定并具有良好的保性能。最后，通过实例验证了本文提出的基于混杂观测器的控制方法是有效且实用的。

第 4 章 针对具有丢包的非线性脉冲切换系统，研究其混杂  $H_\infty$  控制问题。脉冲切换系统和观测器都包含满足增量二次约束的局部非线性部分。本章节设计了一种基于混杂观测器的控制器，使非线性脉冲切换系统在均方意义上具有渐近稳定的  $H_\infty$  性能。本章节对系统的测量输出提出了基于观测器的补偿方法。利用多重 Lyapunov 函数方法和平均驻留时间切换策略，得到了保证非线性脉冲切换系统均方意义上的渐进稳定和  $H_\infty$  性能的充分条件。设计的控制器和观测器的充分条件用线性矩阵不等式表示。最后，在仿真验证部分首先利用一个数值验证了本章节提出的混杂观测器的控制器是有效的，然后为了验证本章节提出的丢包补偿策略的优越性，在相同条件下对保持补偿策略进行了仿真，根据对比，证明了本章节的方法更加优秀。

## 5.2 展望

本论文的研究成果为脉冲切换系统中的反馈控制领域做了补充。通过对“混杂”这一概念的理解运用，对脉冲切换系统设计了混杂动态输出反馈控制器和基于混杂观测器的控制器，表明了混杂控制的有效性和实用性。对带有随机不确定性以及局部非线性的脉冲切换系统，我们不仅实现了弹性控制策略，还提供了一种新的保性能函数，既确保了系统的稳定性，还是系统满足保性能。考虑网络通信传输给控制系统带来的影响，分别讨论了静态量化、动态量化、数据丢包的影响，并对数据丢包的补偿策略进行了深入研究。

未来的研究将沿着以下几个方向深入：

首先，将进一步探索如何将这些方法推广到更复杂的系统结构，如多智能体系统。其次，我们将继续探讨网络传输中的影响，比如网络攻击行为对控制系统的稳定性及控制性能的影响，网络安全问题越发重要。此外控制输入信号的数据丢包应该如何补偿也是值得分析研究的。

## 参考文献

- [1] Witsenhausen H. A class of hybrid-state continuous-time dynamic systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(2): 161-167.
- [2] Antsaklis P J, Nerode A. Hybrid control systems: An introductory discussion to the special issue [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(4): 457-460.
- [3] Yang D, Zong G, Su S.  $H_\infty$  tracking control of uncertain Markovian hybrid switching systems: A fuzzy switching dynamic adaptive control approach [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3111-3122.
- [4] Wang Q, Wu Z G, Shi P, Yan H, Chen Y. Stability analysis and control for switched system with bounded actuators [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020, 50(11): 4506-4512.
- [5] Lu A, Yang G. Stabilization of switched systems with all modes unstable via periodical switching laws [J]. Automatica, 2020, 122: 109150.
- [6] Yang D, Zong G, Nguang S K, Zhao X. Bumpless transfer  $H_\infty$  anti-disturbance control of switching Markovian LPV systems under the hybrid switching [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 2833-2845.
- [7] 赵洪山, 米增强, 宋玮, 杨奇逊. 具有 OLTC 的混杂电力系统模型与切换稳定分析 [J]. 电力系统自动化, 2003, (09): 24-8+53.
- [8] Galigekere V P, Kazimierczuk M K. Small-signal modeling of PWM Z-source converter by circuit-averaging technique [C], proceedings of the 2011 IEEE International Symposium of Circuits and Systems (ISCAS), 2011, 1600-1603.
- [9] Liu J, Yang Z, Zhao J, Yu J, Tan B, Li W. Explicit data-driven small-signal stability constrained optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(5): 3726-3737.
- [10] 韩璐. 切换系统稳定性分析及其在电力电子系统中的应用研究 [D]. 西南交通大学, 2014.
- [11] Yang X, Li X. Finite-time stability of nonlinear impulsive systems with applications to neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34(1): 243-251.
- [12] Dashkovskiy S, Feketa P. Input-to-state stability of impulsive systems and their networks [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2017, 26: 190-200.

- [13]Georgiev S G, Zennir K, Khalifa W B, Yassin A H M, Ghilen A, Zubair S A, Osman N E A. Classical solutions for a BVP for a class impulsive fractional partial differential equations [J]. *Fractals*, 2022, 30(10): 2240264.
- [14]江兵. 线性和非线性网络控制系统及其电气工程应用研究 [D]. 合肥工业大学, 2011.
- [15]张尧. 基于逆变器并联系统的网络控制技术及其相关问题的研究 [D]. 浙江大学, 2010.
- [16]Branicky M S, Borkar V S, Mitter S K. A unified framework for hybrid control: Model and optimal control theory [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(1): 31-45.
- [17]Bemporad A, Morari M. Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints [J]. *Automatica*, 1999, 35(3): 407-427.
- [18]Michel A N. Recent trends in the stability analysis of hybrid dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1999, 46(1): 120-134.
- [19]Allerhand L I, Shaked U. Robust state-dependent switching of linear systems with dwell time [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 994-1001.
- [20]Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell-time [C]. *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, 1999, 2655-2660.
- [21]Liberzon D. *Switching in systems and control* [M]. Springer, 2003.
- [22]Dayawansa W P, Martin C F. A converse Lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(4): 751-760.
- [23]Mancilla-Aguilar J L, García R A. A converse Lyapunov theorem for nonlinear switched systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 41(1): 67-71.
- [24]Daafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched Lyapunov function approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1883-1887.
- [25]Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.
- [26]Lin H, Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A

- survey of recent results [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.
- [27] 许弘雷. 脉冲切换系统  $H_\infty$  优化控制及应用 [D]. 华中科技大学, 2005.
- [28] Liu X, Zhong S, Ding X. Robust exponential stability of impulsive switched systems with switching delays: A razumikhin approach [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(4): 1805-1812.
- [29] Li X, Xiang Z, Karimi H R. Asynchronously switched control of discrete impulsive switched systems with time delays [J]. Information Sciences, 2013, 249: 132-142.
- [30] Zhang T, Li X, Cao J. Finite-time stability of impulsive switched systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, 68(9): 5592-5599.
- [31] Zhang T, Li J, Xu W, Li X. Stability and  $L_2$ -gain analysis for impulsive switched systems [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2019, 78: 104854.
- [32] Wang Z, Gao L, Liu H. Stability and stabilization of impulsive switched system with inappropriate impulsive switching signals under asynchronous switching [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2021, 39: 100976.
- [33] Walsh G C, Beldiman O, Bushnell L. Asymptotic behavior of networked control systems [C]. Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Application, 1999, 1448-1453.
- [34] Wei Z, Branicky M S, Phillips S M. Stability of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.
- [35] Walsh G C, Hong Y, Bushnell L G. Stability analysis of networked control systems [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [36] 游科友, 谢立华. 网络控制系统的最新研究综述 [J]. 自动化学报, 2013, 39(02): 101-118.
- [37] Zhang X M, Han Q, Ge X, Ding D, Ding L, Yue D, Peng C. Networked control systems: A survey of trends and techniques [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2020, 7(1): 1-17.
- [38] Ge X, Yang F, Han Q. Distributed networked control systems: A brief overview [J]. Information Sciences, 2017, 380: 117-131.
- [39] Zhan Y, Xia Y, Vasilakos A V. Future directions of networked control systems: A combination of cloud control and fog control approach [J]. Computer Networks, 2019, 161: 235-248.

- [40] Guo C, Luo F, Cai Z, Dong Z, Zhang R. Integrated planning of internet data centers and battery energy storage systems in smart grids [J]. *Applied Energy*, 2021, 281: 116093.
- [41] Peng C, Yang T C, Tian E G. Robust fault-tolerant control of networked control systems with stochastic actuator failure [J]. *Iet Control Theory and Applications*, 2010, 4(12): 3003-3011.
- [42] Kalman R E. Physical and mathematical mechanisms of instability in nonlinear automatic control systems [J]. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1957, 79(3): 553-563.
- [43] Wang Z, Yang F, Ho D W C, Liu X. Robust  $H_\infty$  control for networked systems with random packet losses [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2007, 37(4): 916-924.
- [44] Liberzon D. Hybrid feedback stabilization of systems with quantized signals [J]. *Automatica*, 2003, 39(9): 1543-1554.
- [45] Zhang L, Ning Z, Zheng W X. Observer-based control for piecewise-affine systems with both input and output quantization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(11): 5858-5865.
- [46] Liu M, Wang Q, Li H. State estimation and stabilization for nonlinear networked control systems with limited capacity channel [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2011, 348(8): 1869-1885.
- [47] Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous nonfragile guaranteed cost control for impulsive switched fuzzy systems with quantizations and its applications [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2022, 30(10): 4471-4483.
- [48] Wakaiki M, Yamamoto Y. Stabilization of switched linear systems with quantized output and switching delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(6): 2958-2964.
- [49] Schenato L. To zero or to hold control inputs with lossy links? [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(5): 1093-1099.
- [50] Yu M, Wang L, Xie G, Chu T. Stabilization of networked control systems with data packet dropout via switched system approach [C]. *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2004, 362-367.
- [51] Zhang W, Yu L, Song H. Modelling and control of networked control systems with random packet losses [C]. *Proceedings of the 2007 Chinese Control Conference*,

- 2007, 695-699.
- [52] Zhu H, Lu J, Lou J, Liu Y. Saturated control for uncertain nonlinear impulsive systems with non-uniformly distributed packet loss [J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2024, 51: 101438.
- [53] 张波. 基于观测器的网络控制系统输出反馈控制问题研究 [D]. 上海工程技术大学, 2021.
- [54] Yan J, Xia Y, Wen C. Quantized stabilization of switched systems with switching delays and packet loss [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(13): 5351-5366.
- [55] Guo Y, Li J. Network-based quantized  $H_\infty$  control for T-S fuzzy singularly perturbed systems with persistent dwell-time switching mechanism and packet dropouts [J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2021, 42: 101060.
- [56] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法 [M]. 清华大学出版社, 2002.
- [57] Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous resilient state estimation of switched fuzzy systems with multiple state impulsive jumps [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(12): 7966-7979.
- [58] Li Z, Chang X, Xiong J. Event-based fuzzy tracking control for nonlinear networked systems subject to dynamic quantization [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, 31(3): 941-954.
- [59] Boyd S, Ghaoui L El, Feron E, Balakrishnan V. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. SIAM, 1994.
- [60] Li L, Li X, Ye S. Dynamic output feedback  $H_\infty$  control for 2D fuzzy systems [J]. *ISA Transactions*, 2019, 95: 1-10.
- [61] Li X, Zhang W, Lu D. Robust asynchronous output-feedback controller design for Markovian jump systems with output quantization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(2): 1214-1223.
- [62] Li X, Ye D. Asynchronous event-triggered control for networked interval type-2 fuzzy systems against DoS attacks [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(2): 262-274.
- [63] Zha L, Liao R, Liu J, Xie X, Tian E, Cao J. Dynamic event-triggered output feedback control for networked systems subject to multiple cyber attacks [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(12): 13800-13808.

- [64] Zhu C, Li X, Cao J. Finite-time  $H_\infty$  dynamic output feedback control for nonlinear impulsive switched systems [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2021, 39: 100975.
- [65] Zheng Q, Zhang H, Ling Y, Guo X. Mixed  $H_\infty$  and passive control for a class of nonlinear switched systems with average dwell time via hybrid control approach [J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(3): 1156-1175.
- [66] Meng Q, Shen Y. Finite-time  $H_\infty$  control for linear continuous system with norm-bounded disturbance [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(4): 1043-1049.
- [67] Chang X, Wang Y. Peak-to-peak filtering for networked nonlinear DC motor systems with quantization [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(12): 5378-5388.
- [68] Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous nonfragile mixed  $H_\infty$  and  $L_2$ - $L_\infty$  control of switched fuzzy systems with multiple state impulsive jumps [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(6): 1966-1980.
- [69] Chen H, Zheng Q. Nonfragile peak-to-peak filtering for discrete-time takagi-sugeno fuzzy systems with dynamic quantizations [J]. Journal of the Franklin Institute, 2021, 358(15): 7863-7882.
- [70] Fu M, Xie L. The sector bound approach to quantized feedback control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(11): 1698-1711.
- [71] Sahai S. The necessity and sufficiency of anytime capacity for control over a noisy communication link [C]. Proceedings of the 2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2004, 1896-1901.
- [72] Wang N, Fu Z, Song S, Wang T. Barrier-Lyapunov-based adaptive fuzzy finite-time tracking of pure-feedback nonlinear systems with constraints [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(4): 1139-1148.
- [73] Wang N, Tao F, Fu Z, Song S. Adaptive fuzzy control for a class of stochastic strict feedback high-order nonlinear systems with full-state constraints [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(1): 205-213.
- [74] Xu H, Teo K L. Exponential stability with  $L_2$ -gain condition of nonlinear impulsive switched systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(10): 2429-2433.

- [75] Lin X, Wu C, Yao W, Liu Z, Shen X, Xu R, Sun G, Liu J. Observer-based fixed-time control for permanent-magnet synchronous motors with parameter uncertainties [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2023, 38(4): 4335-4344.
- [76] Zheng Q, Xu S, Du B. Quantized guaranteed cost output feedback control for nonlinear networked control systems and its applications [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(7): 2402-2411.
- [77] Liu X, Li W, Yao C, Li Y. Finite-time guaranteed cost control for markovian jump systems with time-varying delays [J]. Mathematics, 2022, 10(12): 2028.
- [78] Ding K, Zhu Q. Network-based modeling and sampling guaranteed cost control for unmanned surface vehicle systems under stochastic cyber-attacks [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2024, early access, doi: 10.1109/TITS.2023.3348841.
- [79] Chang X, Liu Y, Shen M. Resilient control design for lateral motion regulation of intelligent vehicle [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019, 24(6): 2488-2497.
- [80] Elahi A, Alfi A. Finite-time  $H_\infty$  stability analysis of uncertain network-based control systems under random packet dropout and varying network delay [J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 91(1): 713-731.
- [81] Zhang W, Yu L. Optimal guaranteed cost stabilization of networked systems with bounded random packet losses [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2012, 33(1): 81-99.
- [82] Fioravanti A R, Gonçalves A P C, Geromel J C. Filter inputs with markovian lossy links: Zero or hold [C]? Proceedings of the 2011 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), 2011, 656-661.
- [83] Li Z, Chang X. Robust  $H_\infty$  control for networked control systems with randomly occurring uncertainties: Observer-based case [J]. ISA Transactions, 2018, 83: 13-24.
- [84] Zhao X, Liu H, Zhang J, Li H. Multiple-mode observer design for a class of switched linear systems [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(1): 272-280.
- [85] Xiao Z, Zheng Q, Wang J. A novel  $H_\infty$  memory observer design for uncertain switched nonlinear systems using past output measurements [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(12): 7310-7332.

- [86] Li L, Song L, Li T, Fu J. Event-triggered output regulation for networked flight control system based on an asynchronous switched system approach [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(12): 7675-7684.
- [87] Xu X, Açıkmüşe B, Corless M J. Observer-based controllers for incrementally quadratic nonlinear systems with disturbances [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(3): 1129-1143.

## 攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] **Xinya Mao**, Yufei Zhu, Qunxian Zheng. Quantized  $H_\infty$  output feedback control for uncertain impulsive switched systems via a hybrid control approach. Int J Adapt Control Signal Process. 2023;37(11):3008-3025. doi: 10.1002/acs.3670.
- [2] **Xinya Mao**, Qunxian Zheng, Zhongzhang Xiao. Hybrid resilient observer-based guaranteed cost control for nonlinear impulsive switched systems with multipath quantizations and packet dropouts. International Journal of Robust and Nonlinear Control. (在审)
- [3] Yufei Zhu, **Xinya Mao**, Qunxian Zheng. Asynchronous Hybrid  $H_\infty$  Filtering for Uncertain Impulsive Switched Systems. Circuits Syst Signal Process. 2023. doi: 10.1007/s00034-023-02533-w.
- [4] Zhongzhang Xiao, Qunxian Zheng, **Xinya Mao**, Xiang Wu. Non-fragile observer-based  $H_\infty$  control for switched T-S fuzzy systems using past output measurements. International Journal of Fuzzy Systems. 2024. doi: 10.1007/s00034-023-02533-w.

## 致 谢

行文至此，我的硕士生涯也就步入了尾声。人生有很多关键点，人生也有许多人许多感谢要铭记于心。

本文是在导师郑群现副教授的指导下完成的。从选题确定到公式推导、论文结构，老师都给予了精心的指导。导师的谆谆教诲和亲切关怀历历在目，让人感念至深。导师渊博的学识，严谨的治学态度、崇高的敬业精神必将在我未来的人生轨迹中起到指引方向的作用。借此论文完成之际，谨向郑老师致以诚挚的敬意和祝福，祝愿郑老师及家人平安健康。

读研三年，特别感谢实验室中的师姐曹伟、陈皞玲，师兄王杰，同门朱雨菲、肖仲璋等，在我学习遇到问题时一起探讨，给与我帮助。感谢好友张彦、李雯婷、李夏雨、汤祥宇、胡俊，一起运动拓宽视野，一起愉快玩耍，度过了愉快的三年时光。感谢知己郜成利，感谢你在我遇到困难的时候开导我、安慰我，给了我莫大的鼓励与支持，让我学会打开自己的心扉。

最后，我深深感谢我的父亲母亲，是他们不断给我鼓励，给我精神上的动力，是他们的理解和支持使我不断用更高的要求鞭策自己。

尚德敏学 唯实惟新

