

分类号: TP273

单位代码: 10363

密 级: 公开

学 号: 2210330101

题 目 面向双电机驱动伺服系统的自适应同步控制

题 目 ADAPTIVE SYNCHRONOUS CONTROL
FOR DUAL MOTOR DRIVEN SERVO
SYSTEM

学 生 姓 名: 徐莎曼

校 内 导 师: 陶亮

校 外 导 师: 郝刚

专业学位类别: 电子信息

研究方向 (邻域): 控制工程与自动化技术

论文答辩日期: 2024 年 5 月 22 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期：2024 年 5 月 28 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☐。

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期：2024 年 5 月 28 日

日期：2024 年 5 月 28 日

面向双电机驱动伺服系统的自适应同步控制

摘 要

随着工业、军事、航空航天等领域对大功率和大惯量的需求越来越高,当使用单一电机驱动负载时,有很多方面会受到限制。例如输出功率、设备成本、运行的容错性和可靠性等。因此,在大惯量、大功率的应用场合,采用双电机协同控制来取代当前的单电机驱动已成为一种发展趋势。然而,在双电机伺服系统中,由于齿隙非线性的存在,将会影响到系统的控制性能,进而影响生产的质量和可靠性。因此针对含有齿隙非线性的双电机驱动伺服系统设计可靠的控制器尤为关键,并且需要考虑双电机共同驱动负载时的同步控制性能。本文针对双电机系统中的齿隙非线性,设计基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制策略,以及考虑系统参数未知的情况下,基于参数估计误差的新型参数辨识律动态面控制策略,以提高系统的跟踪控制精度和同步性能。具体研究内容如下:

1) 为了满足双电机驱动伺服系统控制性能的要求,分析了双电机同步控制的工作原理,建立了双电机伺服系统的动力学方程。此外,考虑同步控制的齿隙非线性特性,构建了带有齿隙的双电机驱动伺服系统方程。为设计系统的参数辨识律和控制器奠定了理论基础。

2) 针对带有齿隙的双电机驱动伺服系统,研究了一种基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制方法。首先,针对传统双幂次趋近律

受系统集总不确定性影响时，易引起控制器抖振的问题，设计了补偿型双幂次趋近律。通过对滑模变量和传统的双幂次趋近律进行滤波，建立关于集总不确定性导致的变化率补偿项。其次，通过在传统双幂次趋近律中加入不确定项的补偿项来得到补偿型双幂次趋近律，并通过对该趋近律的收敛性分析及与传统双幂次趋近律的仿真对比，验证了所设计的补偿型双幂次趋近律在抖振抑制方面的优越性能。然后，结合反步法的设计思路与滑模控制理论，设计了基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制器。最后，通过Lyapunov第二法对系统进行了稳定性分析，并进行仿真验证其控制效果，根据所得结果可知，本文所设计的基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制器具有良好的跟踪控制性能。

3) 针对带有未知参数的双电机伺服系统，研究了一种基于参数估计误差的新型自适应参数辨识算法，并据此设计动态面控制器，以提高系统的跟踪同步性能。首先，针对传统自适应律存在参数无法收敛到真实值的问题，通过对系统已知的状态、回归矩阵等进行滤波操作，提取参数估计误差的信息，并设计新型参数辨识律。当参数估计误差收敛到零值时，参数将收敛到真实值，以此实现系统未知参数的精确辨识。然后，通过设计自适应上界估计律在线估计系统在建模过程中不确定项的上界，并对此进行补偿，以减小系统不确定性对参数辨识的精度和控制性能的影响。在此基础上，设计了自适应动态面控制器，解决了传统反步控制中存在的“微分爆炸”的问题。最后，通过 Lyapunov 第二法对整个系统进行稳定性证明，并将其与基于传统

自适应律的动态面控制进行仿真对比验证其辨识效果与控制性能。由仿真结果可知所提出的方法具有更好的参数辨识效果和跟踪性能。

本文针对含有齿隙非线性和未知参数的双电机伺服驱动系统，分别研究了基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制方法，以及基于参数辨识的动态面控制，能够有效的消除齿隙对系统控制性能的影响，并精确辨识系统未知参数。这两种控制策略对于双电机驱动伺服系统的理论研究和工程应用具有重要的意义。

关键词：双电机驱动伺服系统，齿隙非线性，补偿型双幂次趋近律，反步滑模控制，参数辨识

ADAPTIVE SYNCHRONOUS CONTROL FOR DUAL MOTOR DRIVEN SERVO SYSTEM

ABSTRACT

With the escalating demand for high-power and large-inertia systems across industrial, military, and aerospace sectors, relying solely on a single motor to power loads poses numerous limitations. These constraints range from limited output power, escalated equipment costs, to concerns over fault tolerance and operational reliability. Consequently, the trend has shifted towards employing dual motor collaborative control as a substitute for the traditional single motor drive in high-power and large-inertia applications. Nevertheless, within dual motor servo systems, the presence of nonlinear backlash poses a significant challenge to control performance, thereby compromising production quality and reliability. Therefore, designing a robust controller for a dual motor servo system with backlash nonlinearity is paramount, particularly when considering the synchronized control performance required when both motors jointly power the load. To enhance the tracking control precision and synchronization capabilities of the system, we have formulated an inverse sliding mode control approach, incorporating a compensated double power reaching law, alongside a dynamic surface control strategy that accounts for parameter estimation errors. The specifics of this research

endeavor are outlined as follows:

1) In order to meet the requirements of control performance of double motor driven servo system, the working principle of double motor synchronous control is analyzed, and the dynamic equation of double motor servo system is established. In addition, considering the backlash nonlinear characteristic of synchronous control, the equations of dual motor driven servo system with backlash are constructed. It lays a theoretical foundation for designing the parameter identification law and controller of the system.

2) A sliding mode control method based on compensated double power reaching law is studied for double motor servo system with backlash. Firstly, to solve the problem that the traditional double power reaching law is easy to cause controller buffeting when it is affected by the lumped uncertainty of the system, a compensated double power reaching law is designed. By filtering the sliding mode variable and the traditional double power reaching law, the compensation term of the rate of change caused by lumped uncertainty is established. Secondly, the compensated double power reaching law is obtained by adding the compensation term of the uncertainty to the traditional double power reaching law, and the convergence analysis of the convergence law and the simulation comparison with the traditional double power reaching law verify the superior performance of the designed compensated double

power reaching law in chattering suppression. Then, combining the design idea of backstepping method with the sliding mode control theory, a backstepping mode controller based on the compensated double power reaching law is designed. Finally, the stability of the system is analyzed by Lyapunov's second method, and the control effect is verified by simulation. According to the obtained results, the backstepping sliding mode controller based on the compensated double power reaching law has good tracking control performance.

3) An innovative adaptive parameter identification algorithm, leveraging parameter estimation error, is investigated for dual motor servo systems with unknown parameters. Additionally, a dynamic surface controller is crafted to enhance the tracking and synchronization capabilities of the system. Initially, to overcome the traditional adaptive law's inability to converge parameters to their true values, we extract information on parameter estimation error by filtering the system's known state and regression matrix. This approach leads to a novel parameter identification law that ensures convergence to the true value when the estimation error vanishes, thus facilitating precise identification of system unknowns. Furthermore, an adaptive upper bound estimation law is introduced to assess the uncertainty's upper limit during modeling. This estimation is then utilized for compensation, minimizing the impact of system uncertainty on parameter identification accuracy and overall

control performance. Subsequently, an adaptive dynamic surface controller is developed to mitigate the differential explosion issue commonly encountered in traditional backstepping control. To establish the stability of the overall system, we rely on Lyapunov's second method. Additionally, simulation tests are conducted, comparing our approach with dynamic surface control based on the traditional adaptive law. The simulation results clearly demonstrate that the proposed method exhibits superior parameter identification and tracking performance.

In this paper, two control strategies are examined in detail: the inverse sliding mode control method utilizing a compensated double power reaching law, and the dynamic surface control method founded on parameter identification. Both methods are designed to effectively mitigate the deleterious effects of backlash on the system's control performance, while also enabling precise identification of unknown system parameters. These two strategies hold significant value for both theoretical research and engineering applications involving dual motor-driven servo systems.

KEY WORDS: double motor drive servo system, backlash nonlinear, compensated double power reaching law, backstepping sliding mode control, parameter identification

目录

摘 要	III
ABSTRACT	VI
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 齿隙非线性及其研究现状	2
1.2.2 电机控制方法及其研究现状	4
1.2.3 参数辨识及其研究现状	8
1.2.4 同步控制策略及其研究现状	9
1.3 本文主要研究工作	14
第 2 章 理论基础	16
2.1 双电机动力学模型	16
2.1.1 系统模型	16
2.1.2 含齿隙的双电机模型	17
2.2 控制算法理论	20
2.2.1 动态面控制	20
2.2.2 滑模控制	23
2.3 本章小结	27
第 3 章 基于补偿型双幂次趋近律的自适应反步滑模控制	29
3.1 问题描述	29
3.2 补偿型双幂次趋近律	31
3.2.1 趋近律设计	31
3.2.2 收敛性分析	33
3.3 反步滑模控制	37
3.3.1 控制器设计	37
3.3.2 稳定性证明	40
3.4 仿真与分析	41
3.5 本章小结	44
第 4 章 基于自适应参数辨识的动态面控制	45
4.1 问题描述	45
4.2 自适应参数辨识	47

4.3 动态面控制	49
4.3.1 控制器设计	49
4.3.2 稳定性证明	54
4.4 仿真与分析	57
4.5 本章小结	66
第 5 章 结论与展望	67
5.1 总结	67
5.2 展望	68
参考文献	69
攻读硕士期间发表学术成果	75
致 谢	76

第1章 绪论

1.1 研究背景及意义

伺服系统是一种高性能高精度的控制系统，它指的是被控对象跟随期望轨迹的闭环控制系统，因此广泛应用于工业中^[1]。伺服系统具有的优点：1、高精度，指的是伺服系统中具有反馈控制和闭环控制两个环节，可以实时调整被控对象的位置、速度和加速度，从而减小误差，达到精确控制的目的。2、快速响应，指的是伺服系统中的控制器对传感器反馈的数据进行实时计算并处理，可以让执行机构即时定位，以此达到有效和精确的效果。3、高稳定性，指的是伺服系统中的闭环控制与传感器的反馈信号比较，可以实时调整执行器的位置与速度。这种方式可以避免外界干扰或者负载扰动而产生的误差，因此可以有效的改善系统的稳定性。由此可以看出，伺服系统具有精度高、响应快、稳定性好等特点。因此，将伺服系统应用在工业上可以提高控制对象的精确度、效率和可靠度。

随着现代工业生产发展迅速，当采用单一电机驱动负载时会受到功率等方面的限制，因此可以通过双电机共同控制来驱动大惯量负载，与单电机驱动系统相比较，这样不仅可以减小每个电机的功率而且还可以节约成本。

双电机伺服系统与单电机相比，其系统阶次较高，跟踪控制问题更为复杂。另外，双电机系统相较于单电机系统，在控制效果上受到更多复杂因素的影响，如电机间的同步协调问题、机械传动环节中的齿隙现象以及负载与电机间摩擦的非线性特性等。为了优化系统的控制性能和提升电机间的同步性能，深入研究并开发相应的控制策略与方法尤为重要。在这些问题中，齿隙非线性是一个非常重要的研究课题。

双电机驱动伺服系统的传动环节常采取齿轮传动的方式，为了防止齿轮啮合时出现卡死的情况，因此必须保证有一定的齿隙存在。但是由于齿隙的存在，当两个电机换向时又会产生齿隙非线性的问题^[2]。例如，当原本正转的主动轮突然间反转时，主动轮工作在齿隙这一段区间时，会导致从动轮不受主动轮的驱动力而出现暂时不可控的现象，因此主动轮与从动轮之间便会存在位置差，从而增大系统的跟踪误差。在某种意义上，双电机驱动伺服系统在实际工程中会受到一定的限制。所以，如何消除齿隙非线性，以确保双电机驱动伺服系统的稳定运行，

提高控制精度，是十分必要的。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 齿隙非线性及其研究现状

工业上的传动方式常常采取齿轮传动，在齿轮传动过程中，由于齿轮之间的啮合，齿隙是不可或缺的因素，这样的客观因素对系统的稳态性能和动态性能都有很大的影响。同时，齿隙的非线性和不可导的特性也给系统的控制带来了困难，会使得系统控制器的设计变得复杂。因此，对齿隙非线性进行研究具有重要的理论与实践意义。

对于带有齿隙非线性的双电机驱动伺服系统，国内外学者都给予了高度的重视，并进行了很多的研究。针对于此系统的研究，关注点一直是基于模型的补偿控制方案。由于各种类型的系统，其齿隙非线性的作用也各不相同，应该针对不同的情况进行具体的分析，选用相应的齿隙模型。以下是关于齿隙非线性模型及补偿方法的介绍。

常见的齿隙模型主要有三类：迟滞模型^[3]、振冲模型^[4]以及死区模型^[5]。

第一类迟滞模型，指的是当齿隙出现时，主动轮的驱动环节与从动轮的从动环节之间的位置或速度的对应关系。当主动轮运动在齿隙中时，因为从动轮暂时无法得到主动轮的驱动力而导致暂时不可控，又由于输入信号的存在主动轮会在齿隙间运行，这也就导致了主动轮与从动轮的位置输出不同，也就是迟滞现象。迟滞模型的适用场合是系统输入端与输出端的齿隙非线性^[6]。其模型描述为如下形式：

$$\theta_l(t) = \begin{cases} \frac{1}{i}(\theta_m(t) - \alpha), \dot{\theta}_m > 0, \theta_l(t^-) = \frac{1}{i}(\theta_l(t^-) - \alpha) \\ \theta_l(t), \text{其他} \\ \frac{1}{i}(\theta_m(t) + \alpha), \dot{\theta}_m < 0, \theta_l(t^-) = \frac{1}{i}(\theta_l(t^-) + \alpha) \end{cases} \quad (1-1)$$

其中， θ_m 代表主动轮的位置， θ_l 代表从动轮的位置， 2α 代表齿隙宽度， i 代表齿轮传动比， t^- 和 t^+ 分别代表齿轮贴合前的时刻与齿轮贴好后的时刻。

该模型在系统换向时，主动轮与从动轮的齿轮会发生分离现象，从动轮侧会保持上一时刻的输出位移。由迟滞模型的描述可知，其适用于工业上机器人的主动轮与从动轮之间的齿隙问题。

第二类是振-冲模型，它深入探讨了齿轮在撞击前后的变形特性。这些变形特性主要分为两类：刚性模型和弹性模型。刚性冲击模型主要聚焦于两个刚性物体在发生碰撞时的情形，因此只适用刚性物体。根据能量守恒原理，其模型描述为如下形式：

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t^+) - i\dot{\theta}_l(t^+) = -k[\dot{\theta}_m(t^-) - i\dot{\theta}_l(t^-)] \\ J_m[\dot{\theta}_m(t^+) - \dot{\theta}_l(t^+)] + \frac{J_l}{i}[\dot{\theta}_l(t^+) - \dot{\theta}_l(t^-)] = 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

其中， k 代表反射系数（即在齿隙作用过程中的能量变化）。而弹性冲击模型指的是两个弹性物体进行碰撞，其模型可表示如下：

$$\tau(t) = \begin{cases} k(t)(\Delta\theta - \alpha) + c\Delta\dot{\theta}, \Delta\theta \geq \alpha \\ 0, \alpha < \Delta\theta < -\alpha \\ k(t)(\Delta\theta + \alpha) + c\Delta\dot{\theta}, \Delta\theta \leq -\alpha \end{cases} \quad (1-3)$$

$$\Delta\theta = \theta_m - i\theta_l - e_c(t) \quad (1-4)$$

$$k(t) = k_0 + \sum_{r=1}^{\infty} k_r \cos(r\Omega_h t + \phi_r) \quad (1-5)$$

$$e_c(t) = \sum_{r=1}^{\infty} e_r \cos(r\Omega_h t + \phi_e) \quad (1-6)$$

其中， Ω_h 代表内部激励， ϕ_r 和 ϕ_e 分别代表 $k(t)$ 和 $e_c(t)$ 的初始相位， k_0 和 k_r 分别代表刚性系数的恒定分量和谐波分量， $e_c(t)$ 代表齿轮面、齿轮形状等造成的静态误差， e_r 代表静态误差的谐波分量。振-冲模型中引入的参数是时变的，会导致模型设计复杂，所以这种模型不适用于实际应用。

第三类是死区模型，该模型将主、从动轮之间的相对位移差视作其输入，将从动轮所产生的传递扭矩视作其输出。其模型可表示如下：

$$\tau(t) = \begin{cases} k(\Delta\theta(t) - \alpha) + c\Delta\dot{\theta}(t), \Delta\theta(t) \geq \alpha \\ 0, \text{其他} \\ k(\Delta\theta(t) + \alpha) + c\Delta\dot{\theta}(t), \Delta\theta(t) \leq -\alpha \end{cases} \quad (1-7)$$

其中， k 表示刚度系数， c 表示阻尼系数， $\Delta\theta(t) = \theta_m(t) - i\theta_l(t)$ 代表主动轮和从动轮的位移差。死区模型描述的齿隙非线性是从主动轮输出扭矩到从动轮输入扭矩之间的关系而得到的，其相对位移 $\Delta\theta$ 可以很好的反映齿隙非线性的传递过程。

综上所述,国内外研究学者所提出的齿隙模型各有其应用场合。其中迟滞模型的优点是能较好的反映齿隙的空回特性且模型简单、方便理解。缺点是没有考虑传递力矩与系统阻尼等因素,和真实的齿隙非线性有较大差距,可能会出现应用到控制器时精确性低,从而导致控制效果差的问题,所以实际应用中选择此模型较少。“振-冲”模型的优点是模型描述比较准确,可以具体描述关于齿隙作用下的动态过程。缺点是其模型复杂,因此计算量大,导致其在实际应用中对控制器提出了更高的要求,不适合设计控制方案,因此被限制了应用。而死区模型简洁直白,通过传动结构中的传递力矩反映齿隙非线性,因此公式中含有较多的传递力矩特点,所以死区非线性模型在带有齿隙的伺服系统中得到了广泛的应用。在具有传动环节的系统中,驱动环节与负载之间的齿隙被称为内部齿隙^[7],内部齿隙选用死区模型更为合适,因此本文的研究选取了死区函数来表示齿隙非线性。

但是,由于死区非线性模型具有不可导的特点,使得控制器的设计变得更加复杂。因此,在具体应用中,研究学者将连续可微的近似死区函数代替死区函数进行设计^[8],从而使得控制器的设计变得简单。文献[9]提出了一种基于近似死区函数的齿隙非线性模型,并采用反步控制结合滑模控制来设计控制器。文献[5]采用死区函数用来表征齿侧间隙非线性特性,并采用反步控制与神经网络相结合的方法,改善了系统的跟踪性能。

1.2.2 电机控制方法及其研究现状

(1) 反步控制方法及其研究现状

反步控制(Backstepping control)是一种非线性控制算法,在机器人、航空航天、工业自动化等领域都得到了广泛应用^[10,11]。与传统的非线性控制方法不同,反步控制是采用分步递归的思想,把一个高阶的系统拆分成多个不超出系统阶数的子系统,然后设计第一个合适的 Lyapunov 函数,将接下来的子系统的状态作为控制输入,然后再构造一个中间的虚拟控制器,这样就可以使前一环节的系统保持稳定。在此基础上,选择系统的实际控制律和全局 Lyapunov 函数,实现系统的稳定,从而达到收敛、有界的目的。根据反步控制方法的这些特点,其被广泛应用于高阶系统中,凭借着简单的公式推导,可以得到控制效果优异的控制器,因此越来越多的研究学者采用反步控制来对系统进行设计。文献[12]针对带有间隙非线性的伺服系统,采用二阶滤波和反步控制相结合,设计了最优跟踪控制器和最优同步控制器,最后将所提出的方法与 PI 控制、动态面控制进行对比仿真,

实验结果表明, 所提出的控制策略符合预期效果。文献[13]针对小型固定翼无人机系统, 设计了自适应反步滑模控制器, 抑制了滑模控制的抖振。文献[14]针对永磁同步电机(Permanent magnet synchronous motor, PMSM), 利用干扰观测器与反步控制相结合的方法, 研究了 PMSM 的速度跟踪控制问题。实验结果表明, 所提出的方案能够很好的解决 PMSM 高精度的控制问题, 同时还能有效的提高了系统的抗干扰能力。文献[15]为解决 PMSM 的调速问题, 提出了一种基于扰动观测的自适应超扭曲终端滑模控制与反步控制相结合的方法。并在此基础上, 针对整个系统的电流环设计了自适应反步控制策略。通过仿真和实验相结合的方式验证所提算法的优势。文献[16]针对内外部扰动问题, 设计了一种用自适应律改进趋近律的反步滑模控制方法, 以此来改善电机的动态响应速度, 减弱了滑模控制时的抖振情况。通过与反步滑模控制对比发现, 所提出方法具有跟踪精度高、抗干扰能力强、响应速度快等特点。

(2) 动态面控制方法及其研究现状

由于反步控制设计时需要虚拟控制量进行求导, 往往会使得控制器设计变得复杂, 因此提出了动态面控制方法^[17,18], 在反步设计的每一步加上一个低通滤波器, 再将通过低通滤波器得到的新变量用于下一步的控制设计, 该方法克服了反步控制中微分“膨胀”的现象, 使控制器设计更加简单, 易于在工程上使用^[19]。文献[20]为了解决水下电机的速度跟踪问题, 首先建立了一个非线性数学方程, 然后基于反步控制理论, 构造了一种基于有限时间动态面的控制器, 避免了反步控制中微分扩张的现象, 加快了系统的收敛速度, 增强了不确定环境下的鲁棒性能。最后, 利用多个模拟实验对所提的控制策略进行了验证。文献[21]针对存在非匹配不确定项的永磁直线电机系统, 首先, 对系统中的不确定性进行观测, 其次, 为了防止微分“膨胀”, 将动态面控制和反步滑模控制相结合, 对电机进行定位控制, 不仅预防了反步控制中微分“膨胀”的现象, 还加强了系统的抗干扰能力。最后, 通过与传统反步法的比较, 证明所提出的方法在定位精度、鲁棒性和速度等方面都有较大的优势。文献[22]采用动态面控制与反步控制相结合, 降低了运算困难度, 又将改进后的动态面反步控制结合有限时间控制。对所设计的系统进行了仿真试验, 得出了所设计的目标。

(3) 滑模控制方法及其研究现状

滑模控制(Sliding Mode Control)也被称为变结构控制, 由于滑模变结构不依

赖于系统参数和外部干扰,且具有较好的鲁棒性和快速的响应能力,因此在许多领域有着广泛的应用前景。滑动模态可分为两种类型:一类是线性的,一类是非线性的。非线性滑模面又分为积分滑模面^[23,24]与终端滑模面^[25,26]。文献[27]以多台 PMSM 作为研究对象,提出了改进型滑模变结构控制方法来控制电机的速度。并设计改进的偏差耦合控制方案,有效的实现对负载突变、电机转速波动等情况的控制,可以确保系统的同步稳定性。最后,与不同的控制方法进行对比试验,通过实验结果可以发现,所提出的方法有助于解决现有的偏差耦合方法的同步误差问题,并且有效地改善多电机同步控制的同步性能,保证了多电机同步控制系统的稳定性。文献[28]以四旋翼无人机为研究对象,综合考虑系统的干扰因素,结合反步控制和滑模控制,设计了一种指数时变增益趋近反步滑模控制策略。通过仿真对比实验发现了所提出方法相较于传统指数趋近律的滑模控制方法具有更好的光滑性,且这种方法具有很强的抗干扰性。文献[29]针对 AUV 垂直面运动控制中,执行器输出能力受到限制的问题,提出一种模糊滑模控制方法,该方法采用模糊切换率替代固定时间控制中的切换率来削弱滑模的抖振。根据仿真结果显示,所提出方法是有效的,且能一定程度的减小抖振。文献[30]将 Elman 神经网络与互补滑模控制相结合,旨在精准解决 PMSM 的位置跟踪问题,从而优化其控制性能。系统的未知量通过 Elman 神经网络来估计,并设计了一种 PMSM 的电流预测控制方法,通过仿真和实验得出,前者有更好的跟踪效果,后者改善了系统的稳态精度和动态性能。

(4) 自适应控制方法及其研究现状

自适应控制被视为现代控制理论的重要内容,能够按照被控对象的系统参数的改变来校正整个系统的控制参数,自适应控制方法的适应性较好,其主要的设计思想就是首先对系统的输出值与期望输出值进行作差,通过分析两者差值的变化对控制器进行调节,以使得系统的输出轨迹可以准确的跟踪参考信号。自适应控制原理图如图 1-1 所示。

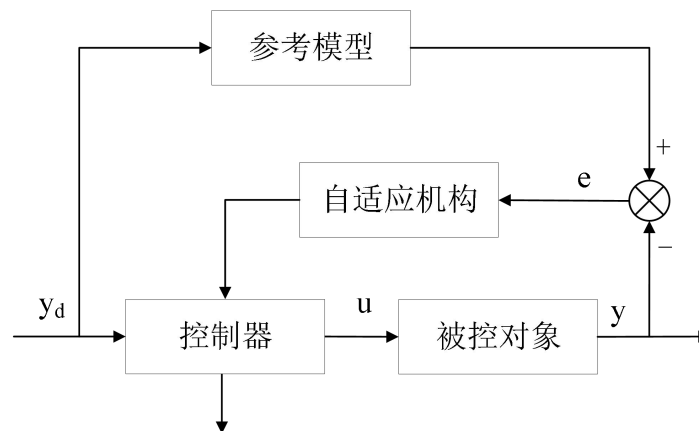


图 1-1 自适应控制原理图

自适应控制能够准确捕捉被控对象的动态变化，并迅速做出相应的调整，确保所设计的控制器能够紧密跟随受控系统的实时变动，实现精准而高效的控制。自适应控制具备以下功能：自适应控制方法可以通过参数的改变来反映系统的变化情况，并且可以通过这种变化情况来调节系统的控制律^[31]。在实际的应用过程中，系统受到多种复杂的不确定性的干扰，这些不确定性因素可能是受系统内部的影响，也可能受系统外部的影响。在分析系统内部时，可能并不知道被控系统的参数和结构^[32]。在进行系统外特性分析时，应考虑被控对象容易受到什么外界因素的影响。当系统变化时，自适应控制可以根据系统的情况及时调整控制增益的大小，以使得系统达到最优的工作状态。

在自适应控制方法中，模型参考自适应控制与自校正控制是最为常用的两种方法。

模型参考自适应控制的设计关键在于首先构建一个理想的参考模型，随后将该模型的期望输出与被控对象的实际输出进行细致比较。若两者之间存在差值，即意味着需要对控制器进行持续调整，直至差值归零或达到系统所设定的误差允许范围，从而确保被控对象的输出能够精准匹配参考模型的期望输出，实现系统性能的优化。模型参考自适应控制作为自适应控制领域的重要组成部分，其核心在于设计精确的自适应规则。随着技术的不断发展，这一领域的研究也日趋深入，其发展方向更是紧密围绕自适应规则的设计方法展开。

自校正控制的设计遵循先辨识后调整的原则。该方法通过实施参数在线辨识，精确捕捉系统的实时参数变化。随后，利用这些参数与控制器之间的内在联系，对控制参数进行在线微调，以实现自适应控制的目标。自校正控制将整个系统划

分为参数辨识和控制器设计两大关键环节。由于采用了多种先进的识别算法，并结合不同类型的控制器，可以构建出多样化的自校正控制模式，从而展现出强大的适应性，满足各种控制系统的需求。

从理论上讲，模型参考自适应控制与自校正控制方法在本质上是相通的。前者同样涉及到参数辨识的过程，通过辨识结果来指导控制策略的调整；而后者则在此基础上，进一步利用已辨识的参数构建了一个期望的参考模型，为控制系统提供了性能优化的参照标准。两者之间的主要差异在于适用范围和实施方式的不同，但都是实现自适应控制的重要方法。

随着理论研究的深入和实际应用的逐步深入，自适应控制已经被广泛地应用于许多领域，并取得了显著的成果。尤其是在电机控制中应用广泛，比如在参数辨识领域、死区非线性补偿领域等等。国内外学者、研究人员以及工程师等对自适应控制进行了研究。文献[33]采用自适应滑模控制策略，削弱了干扰项对系统造成的不利影响，减小了观测误差对系统带来的不利影响。仿真结果表明，采用自适应滑模控制器可以改善系统的控制效果。文献[34]设计了滑模控制和自适应反步法相结合的 PMSM 位置跟踪控制策略，且构造了速度环和位置环。最终根据实验结果证明所提出的控制方法取得了较好的跟踪效果。

与其它传统的控制方法相比，自适应控制有许多优势，但它也有一个缺点，那就是它的适用范围并不广。其根本原因在于，该方法在实际应用中、在理论上、在被控对象上及其在计算复杂度等方面都有很大的局限性。随着工业生产的迅速发展，自适应控制理论的发展及其与其它先进控制算法的有机融合，必将取得控制技术的伟大飞跃。

1.2.3 参数辨识及其研究现状

近几十年来，参数辨识在各个领域得到越来越广泛的应用，研究学者提出了许多用于伺服系统的参数辨识方法，可以将这些参数辨识方法归为两类，一是参数的离线辨识方法，二是参数的在线辨识方法。在电机参数辨识中，离线参数辨识指的是利用电机工作的历史数据进行的参数识别，而在线参数辨识指的是电机处于工作工况下进行的参数辨识，并且可以实时更新辨识的结果。下面就对两种参数辨识方法进行展开介绍。

(1) 离线参数辨识

伺服系统离线参数辨识的主要方法有^[35]：1) 通过空载和堵转实验，是获得

电机参数的传统方式,但存在显著局限性。这种方法不仅需依赖特定设备,测试流程也较为复杂,而且最终获取的参数误差较大,往往难以满足系统对控制精度的严苛要求。2)采用直流衰减法时,需要将电机连接至专用回路,并施加直流电压激励。通过分析电流通过电阻时的衰减曲线,可以有效识别电机的各项参数。然而,这种方法亦有其局限性,主要适用于特定的电机测试系统,其应用范围相对受限。3)有限元分析(Finite Element Analysis, FEA),是基于电机结构,对电机的参数进行求解。但是该方法的局限性在于电机使用时产生的机械磨损以及使用后产生发热的现象都会导致存在较大的辨识误差。

(2) 在线参数辨识

针对伺服系统而言,主要的在线参数辨识方法有^[36,37]: 1)最小二乘法(Recursive Least Square, RLS),其目标是为了达到观测值减去理论值的二次方之和最小^[38]。最小二乘法的优势是递推算法的计算量不大,但是其优化进程是采用目标函数对电机参数微分。由于电机测量噪声与速度的变化都会对微分造成影响,那么最终参数辨识也会有所误差。2)扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF),是一种将状态空间的数学模型和滤波器件相结合的方法,然后测量状态方程描述输入输出的关系来计算出参数值^[39]。但其缺点是计算量较大,计算时间长。3)模型参考自适应方法(Model Reference Adaptive System, MRAS),其参考模型指的是电机的实际模型,可调模型指的是电机中待辨识的参数,将电机运转时的被测量作为二者的输入和输出,并通过选取合适的自适应律来达到两个模型的误差收敛到零值的目的,那么辨识的参数即可收敛到真实值^[40,41]。

1.2.4 同步控制策略及其研究现状

(1) 同步控制的优缺点

双电机同步控制在实际应用中已展现出显著优势,经过广泛实践与验证,得到了业界的普遍认可。因此,双电机同步控制系统在实际工程中应用日益增多,其主要优势可简述为:

1)提高精度与稳定性:双电机同步控制通过精确控制两个电机的运行,使得它们能够同步工作,从而提高了整个系统的精度和稳定性。在需要高精度和高稳定性的应用场景中,如数控机床、自动化生产线等,双电机同步控制能够有效减少误差,提高生产效率。

2)提升效率与节能:通过优化双电机的协同工作,可以减少能量损耗,提

高整个系统的效率。同时，双电机同步控制还可以根据实际需求调整电机的运行状态，实现节能降耗。在能源日益紧张的今天，这一优势显得尤为重要。

3) 增强可靠性与安全性：双电机同步控制具有故障检测和容错功能，当一个电机失效时，另一电机能够立即替代其进行工作，确保系统运行的连续性。此外，通过精确控制电机的运行状态，还可以有效避免过载、过热等安全隐患，提高系统的安全性。

4) 技术创新与持续优化：随着科技的不断发展，双电机同步控制技术也在不断创新和优化。新的控制算法、传感器技术、通信技术等不断应用于双电机同步控制中，使得其性能得到进一步提升。

综上所述，双电机同步控制在实际应用中展现出了显著的优势，得到了业界的普遍认可。未来，随着技术的不断进步和应用领域的不断拓展，双电机同步控制有望发挥更大的作用，为更多行业带来更高效、更稳定、更安全的解决方案。

(2) 同步控制策略分类

同步控制方式有两类：一类是机械同步，一类是电同步。其中，电同步作为当前常用的方法，无需依赖机械部件，仅需深入分析被控对象的特性，并采用相应的耦合控制策略，以优化多电机的同步性能。根据是否采用补偿机制，多电机的同步控制分为耦合与非耦合两种方式。在实际应用中，多电机联动控制通常采用具有耦合结构的方法，并结合先进的控制技术，以实现多台电机的精准同步控制。如图 1-2 所示为多电机同步控制策略的分类。下面对多电机同步控制策略进行具体介绍。

1) 主令同步控制^[42]

主令同步控制也可以称作并行控制，其控制策略如图 1-3 所示，这样的控制方法相比较其他方法而言不算复杂。两台电机给定一致的输入参数，每台电机各自形成独立的闭环系统，这种方法可以减小单台电机的跟踪误差，以此使得系统更加接近参考轨迹。其中，两台电机之间不存在耦合关系，这种控制方法旨在使每台电机独立地输出期望的跟踪轨迹，并最终实现两台电机的同步控制目标。同时，每台电机都设计有独立的闭环回路，确保当其中任意一台电机受到扰动或转速发生变化时，另一台电机的控制过程不会受到任何影响，依然能够按照理想状态进行控制。在理想状态下，若电机在控制过程中未受扰动影响，两台电机可实现良好的同步效果。然而，实际应用中往往难以避免各种扰动因素。

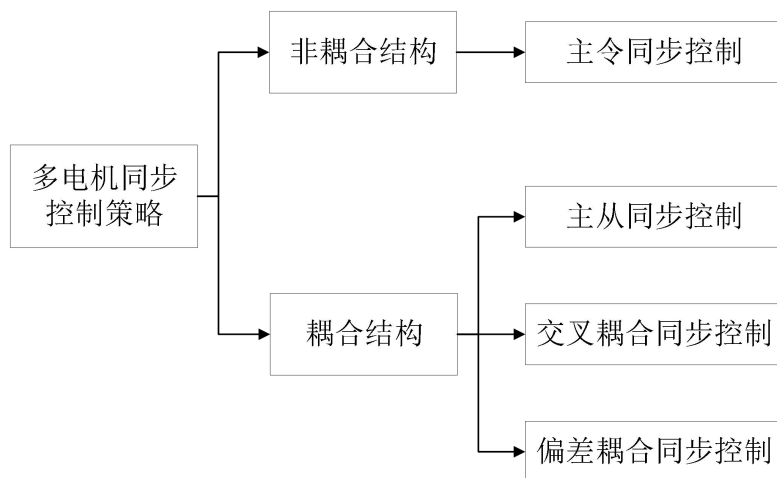


图 1-2 多电机同步控制策略分类

这种控制方法易于实现，便于前期设计与后期维护，并且在启动时可以保证两台电机速度同步，所以可以满足系统较好的跟踪性能。但是该控制策略的不足在于抗扰动性能较差，因此只能局限于对控制精度要求较低场合。

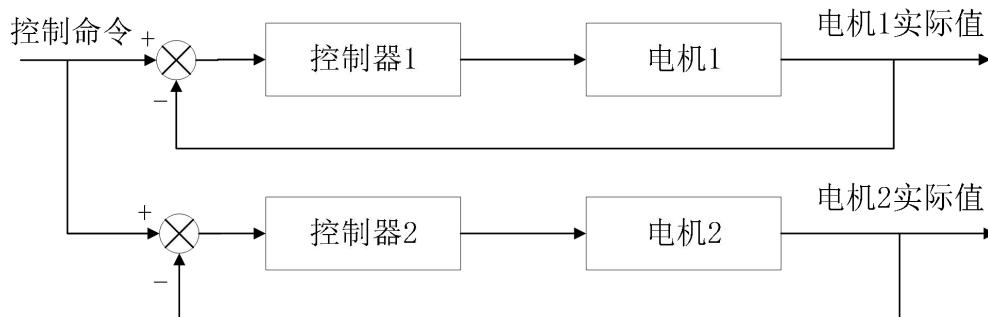


图 1-3 主令同步控制策略框图

2) 主从同步控制^[43]

主从同步控制是将给定输入参考信号作用于第一台电机，将第一台电机视为主电机，除了主电机之外的电机视作从电机。当考虑双电机同步控制时，将主电机的输出值视为从电机的输入，所以当主电机发生改变时，从电机也能够实时的变化。如图 1-4 所示，这种控制策略与主令同步控制策略在设计思想上存在相似之处，即依赖主电机的高精度输出来确保从电机的控制效果。然而，在实际控制系统中，主电机的跟踪误差会不断累积并影响从电机的跟踪精度。因此，随着控制过程的进行，跟踪误差会逐步叠加。此外，这种控制方法仅在主电机受到扰动

或控制信号发生变化时才会对从电机产生作用。但当从电机受到干扰时，它无法将反馈信号传递给主电机，导致从电机所受的干扰不会对主电机产生影响，进而在主电机与从电机之间产生同步误差。相较于主令同步控制，该同步控制策略的控制结构有一些提高。主令同步控制是一种非耦合性的控制结构，而主从控制策略则是一种正向传递的耦合结构（即主电机对从电机有干扰，从电机对主电机无干扰），具有抗干扰性能，因此相较于主令同步控制而言，该控制方法控制性能更好。这种同步控制方法在实际应用中较为普遍，尤其适用于对控制精度要求相对较低的场合。然而，其显著的缺点是，在启动、停止或负载发生突变时，系统容易出现滞后现象，这在一定程度上影响了控制的实时性和稳定性。

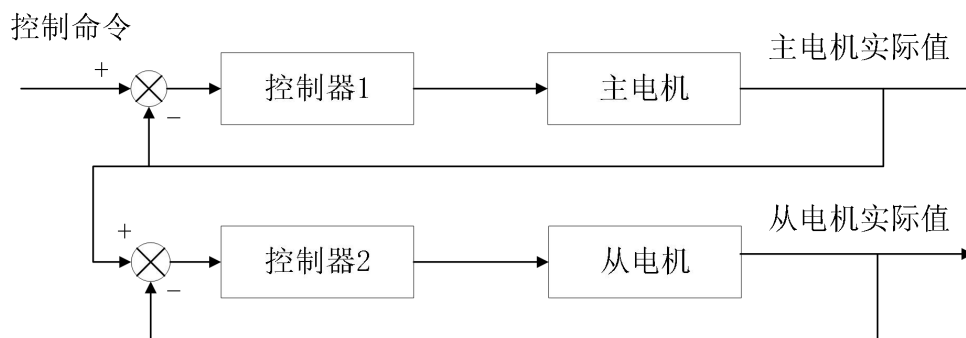


图 1-4 主从同步控制策略框图

3) 交叉耦合同步控制策略^[44]

无耦合结构的优点是可以减小跟踪误差，其缺点是抗干扰性能差。由于减小跟踪误差无法确保可以获得较小的同步误差，于是研究学者开始研究耦合控制。

交叉耦合同步控制策略巧妙地将主令同步控制策略快速启动的优点与主从同步控制策略中耦合结构的优势相结合，有效弥补了主令同步控制策略因无耦合结构导致的抗干扰性能不足，以及主从同步控制策略在启动、停止时存在的滞后现象和正向耦合结构的缺陷。如图 1-5 所示，该控制策略下的系统设计中，每台电机均融合了电机自身的输出反馈以及主电机与从电机输出差值的加权反馈信号。具体而言，通过计算两台电机输出信号的差值，并乘以相应的加权增益，得到的数值被用作电机的补偿。当其中一台电机的输出偏离参考轨迹时，该反馈信号能够实时传递至另一台电机，从而实现相近的输出信号。在两台电机的耦合控

制过程中，采用取差值的方法，并通过一台电机采用正反馈控制，另一台采用负反馈控制的方式，确保两台电机输出信号的一致性。

交叉耦合同步控制的优点是具有优良的抗干扰能力，所以能提高系统的同步性能，并且能改善系统的控制效果，但是其计算过程比较复杂，不适合超过两台电机的多电机同步控制系统，比较局限。

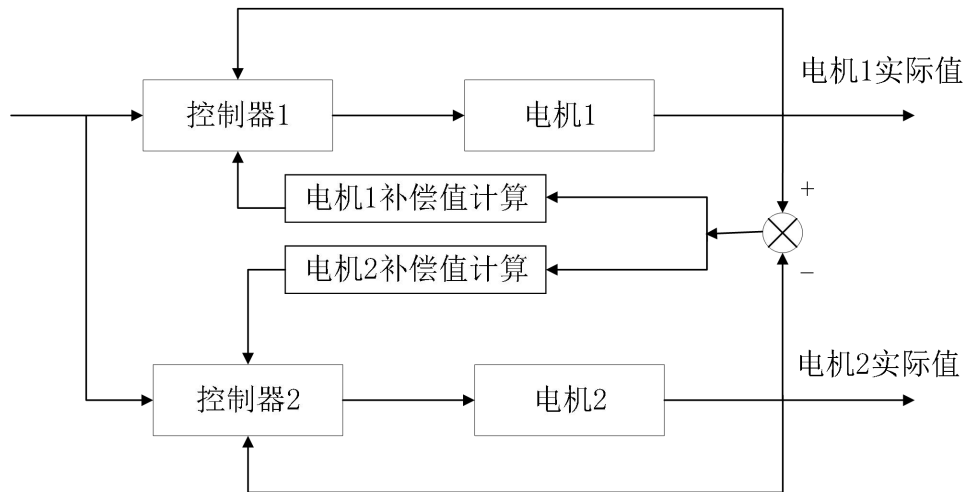


图 1-5 交叉耦合同步控制策略框图

4) 偏差耦合同步控制策略^[45]

如图 1-6 所示，偏差耦合控制继承了交叉耦合控制的核心设计思路，不仅适用于两台电机的同步控制，还可扩展至两台以上的电机同步控制场景，从而实现对整个控制系统全局性的有效补偿。这一策略在提升同步性能方面具有显著优势，适用于更广泛的实际应用需求。该控制策略的核心思想在于，通过计算系统中一台电机与其他电机输出信号的差值，并基于每台电机的转速补偿系数进行加权处理，得出相应的输出补偿值。随后，将这一补偿值信号与原始给定输入信号进行叠加，从而生成该电机的最终输入参考信号。这一过程有效提升了电机间的位置和速度同步性能，为系统的稳定运行提供了有力保障。

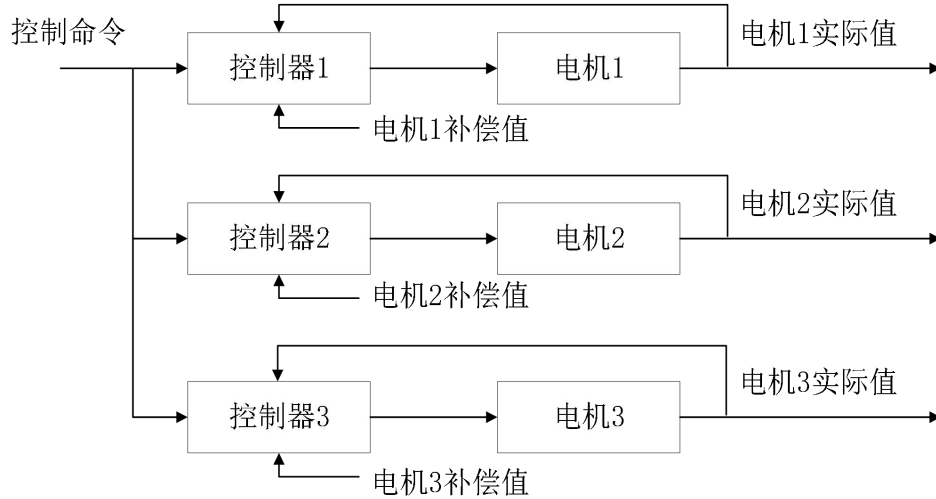


图 1-6 偏差耦合同步控制策略框图

1.3 本文主要研究工作

本文主要针对传统滑模控制存在抖振、反步控制存在微分“膨胀”以及自适应参数辨识无法精确收敛到参数真实值的问题。以双电机驱动伺服系统为控制对象，结合滑模控制理论、反步控制理论以及自适应参数辨识理论，提高系统的位置跟踪控制精度和同步性能。本文分为五章，其具体安排如下：

第一章为本文的绪论，介绍了本文的研究目的和选题意义，首先，分析了几种常用的齿隙模型，并对齿隙非线性模型的应用场合进行了介绍。然后，概述了几种常用的电机控制方法、参数辨识、同步控制策略等方面的研究现状。

第二章为了满足双电机驱动伺服系统控制性能的要求，分析了双电机驱动伺服系统的工作原理，并列写出双电机驱动伺服系统方程。考虑到实际应用的需求，选择了死区函数作为齿隙非线性模型，并对死区函数进行优化，进而构建了带有齿隙的双电机驱动伺服系统模型。然后，分析并推导了动态面反步控制与滑模控制，为后文的研究内容奠定了基础。

第三章为了解决传统双幂次趋近律在系统集总不确定性影响下容易产生控制器抖振的问题，研究了一种基于补偿型双幂次趋近律的自适应反步滑模控制。通过对滑模变量和传统双幂次趋近律进行滤波，构建了与集总不确定性相关的变化率补偿项。此外，将这一补偿项融入传统双幂次趋近律中，从而得到了补偿型双幂次趋近律。通过将无扰动影响的传统双幂次趋近律、有扰动影响的传统双幂次趋近律以及有扰动影响的补偿型双幂次趋近律对比仿真，结果表明补偿型双幂

次趋近律中的可以有效减小趋近律的稳态误差。在此基础上,设计了自适应反步滑模控制器,通过 Lyapunov 第二法对整个系统进行稳定性证明,根据仿真结果可知本文设计的基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制器的控制效果符合预期要求。

第四章为了解决传统自适应参数辨识存在无法收敛到真实值的问题,设计一种包含参数估计误差的新型自适应律,当参数估计误差收敛到零值时,参数将收敛到真实值,以此来达到参数在线辨识和收敛到真实值的目的。通过自适应反步控制来得到每个不确定项的估计和系统实际的控制律,再结合参数估计误差得到基于参数辨识的自适应律。又由于反步控制中存在“微分爆炸”的弊端,于是采用动态面方法来解决这个问题。最后,对整个系统进行稳定性证明,并将其与传统自适应律的动态面控制进行仿真对比验证其辨识效果与控制效果,由仿真结果可知所提方法具有更好的参数辨识效果,且所设计的控制器具有更好控制性能。

第五章,总结概括了全文的工作内容,也展望了双电机伺服驱动控制的发展趋势。如图 1-7 为本文主要内容框图。

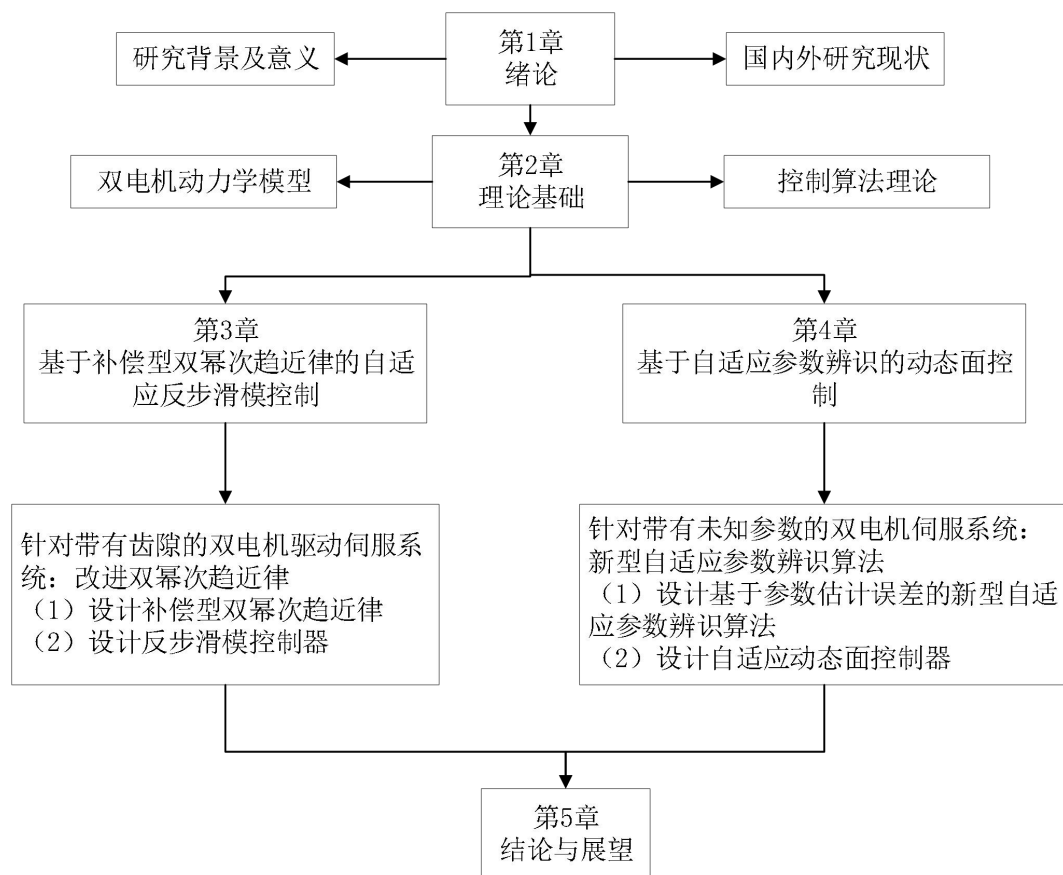


图 1-7 本文主要内容框图

第2章 理论基础

双电机联动控制能够显著增强伺服系统的驱动功率，然而，由于系统机械结构中包含齿轮传动环节，不可避免地会引入齿隙等非线性以及各种不确定因素。为确保控制器设计的准确性和有效性，在进行深入研究之前，有必要建立一个综合考虑齿隙非线性影响的双电机驱动伺服系统模型，从而为后续的控制策略设计提供坚实的理论基础。

在本章中，首先探究了理想状态下双电机驱动系统的数学模型。鉴于双电机驱动伺服系统中的齿轮传动环节占据着举足轻重的地位，经过第一章齿隙非线性的分析，选择死区函数作为齿隙模型，并对死区函数进行优化，最终建立了包含齿隙非线性因素在内的系统模型，为后续章节中提出的齿隙补偿算法奠定理论基础。此外，还针对本文所需的控制算法进行了简洁而有效的控制器设计，以确保系统的稳定运行和优良性能。

2.1 双电机电力学模型

2.1.1 系统模型

本课题将 PMSM 作为研究对象，将电压信号设定为系统的输入端，以转矩信号为输出端。分析公式(2-1)-(2-5)，最终可推导出双电机驱动伺服系统的数学方程式(2-6)，从而深入理解其工作原理和动态特性。

1) 电压平衡方程为：

$$u_i(t) = L_i \dot{i}_i(t) + R_i i_i(t) + K_{ei} \dot{\theta}_i(t) \quad (2-1)$$

其中， $u_i(t)$ 代表电压， L_i 代表电感， i_i 代表电流， R_i 代表电阻， K_{ei} 代表反电动势， $\dot{\theta}_i$ 代表输出角速度。

2) 电磁转矩方程为：

$$T_{mi} = k_{mi} i_i \quad (2-2)$$

其中， T_{mi} 代表电磁转矩， k_{mi} 代表电磁转矩系数， i_i 代表回路电流。

3) 转矩平衡方程为：

$$T_{mi} = J_i \ddot{\theta}_i + B_i \dot{\theta}_i + T_i \quad (2-3)$$

其中， J_i 代表电机的转动惯量， $\ddot{\theta}_i$ 代表电机的加速度， $\dot{\theta}_i$ 代表电机的速度， B_i 代表粘滞摩擦系数， T_i 代表小齿轮对电机轴的弹性力矩。

4) 传递力矩方程为：

$$T_i = k(\theta_i - i\theta_m) = k(\Delta\theta_i) \quad (2-4)$$

其中， T_i 代表电机和负载间的传递力矩， k 表示刚度系数， θ_i 代表电机的位置， θ_m 代表负载的位置。

5) 负载端的力矩平衡方程为：

$$\sum_{i=1}^2 T_i = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m \quad (2-5)$$

其中， J_m 代表负载的转动惯量， $\dot{\theta}_m$ 代表负载的角速度。

经过以上分析，可得到双电机系统的数学表达式为：

$$\begin{cases} u_i(t) = L_i \dot{i}_i(t) + R_i i_i(t) + K_{ei} \dot{\theta}_i(t) \\ T_{mi} = k_{mi} i_i \\ T_{mi} = J_i \ddot{\theta}_i + B_i \dot{\theta}_i + T_i \\ T_i = k(\theta_i - \theta_m) = k(z_i) \\ T_1 + T_2 = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m \end{cases} \quad (2-6)$$

2.1.2 含齿隙的双电机模型

含齿隙的双电机驱动伺服系统包括主动轮 O_1 、主动轮 O_2 、从动轮 O_0 以及含有齿隙的传动环节组成。一个独立的伺服控制器控制每个电机实现单一输出。然后，每个电机的输出被转移到最终的输出齿轮，通过扭矩求和驱动负载。因此两台电动机的输出转矩必须保持一致。否则，他们就会产生“伺服打架”。如图 2-1 所示。

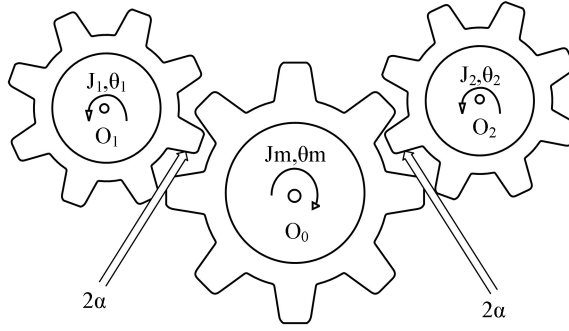


图 2-1 双电机驱动伺服系统示意图

考虑电机齿隙，传递力矩可表示为^[46]：

$$T_i(t) = kf(z_i(t)) + cf(\dot{z}_i(t)) \quad (2-7)$$

其中， k 和 c 分别代表电机和负载处的扭转系数和阻尼系数，齿隙非线性由死区函数 $f(z_i(t))$ 来表示：

$$f(z_i(t)) = \begin{cases} z_i(t) + \alpha, & z_i < -\alpha \\ 0, & -\alpha < z_i < \alpha \\ z_i(t) - \alpha, & z_i > \alpha \end{cases} \quad (2-8)$$

其中， 2α 表示齿隙宽度，设计传动比为 1，则 $z_i(t) = \theta_i(t) - \theta_m(t)$ ，求导可得出：
 $\dot{z}_i(t) = \dot{\theta}_i(t) - \dot{\theta}_m(t)$ 。由于死区函数存在着断点，因此存在着不可导的特性，这使得控制器的设计变得复杂。所以就引用一个连续可导的近似死区函数来代替死区函数^[47]。近似死区函数 $F(z_i(t))$ 的形式如下：

$$F(z_i(t)) = z_i - \alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz_i}} - 1 \right) \quad (2-9)$$

其中，令 $d_{\theta i} = \alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz_i}} - 1 \right)$ 。

将公式(2-9)代回公式(2-7)，传递力矩可重新写出如下形式：

$$\begin{aligned} T_i(t) &= kF(z_i(t)) + c\dot{F}(z_i(t)) \\ &= k\left(z_i - \alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz_i}} - 1 \right)\right) + c\dot{z}_i \left(1 - 2r\alpha \frac{e^{-rz_i}}{(1 + e^{-rz_i})^2} \right) \end{aligned} \quad (2-10)$$

其中， r 为一个大于零的数。

为了逼近公式(2-8)与(2-9)的重合度, 定义公式(2-8)与(2-9)之差为 $\Delta f(z_i(t))$:

$$\Delta f(z_i(t)) = \begin{cases} -\alpha(\frac{2}{1+e^{-rz_i}}-1)-\alpha, z_i < -\alpha \\ z_i - \alpha(\frac{2}{1+e^{-rz_i}}-1), -\alpha < z_i < \alpha \\ -\alpha(\frac{2}{1+e^{-rz_i}}-1)+\alpha, z_i > \alpha \end{cases} \quad (2-11)$$

定理 2.1^[47]: 当 $0 < r\alpha < 2$ 时, $F(z_i(t))$ 递增; 当 $r\alpha = 2$ 时, $f(z_i(t))$ 和 $F(z_i(t))$ 的误差最小, 对 $F(z_i(t))$ 求导:

$$F'(z_i(t)) = \frac{(e^{-rz_i})^2 + (2-2r\alpha)e^{-rz_i} + 1}{(1+e^{-rz_i})^2} \quad (2-12)$$

令公式(2-12)的分子为 0, 即:

$$(e^{-rz_i})^2 + (2-2r\alpha)e^{-rz_i} + 1 = 0 \quad (2-13)$$

当 $0 < r\alpha < 2$ 时, $\Delta = (2-2r\alpha)^2 - 4 \leq 0$ 。

此时 $F'(z_i(t)) \geq 0$, $F(z_i(t))$ 递增, $z_i(t)$ 一定有界, 假设 $|z_i(t)| \leq \zeta$, 容易看出

$\zeta \geq \alpha$, 因此 $f(z_i(t))$ 和 $F(z_i(t))$ 的围成的面积通过对 $\Delta f(z_i(t))$ 积分而求得:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^\zeta \Delta f(z_i(t)) dz_i(t) \\ &= \int_0^\alpha [z_i - \alpha(1 - \frac{2e^{-rz_i}}{1+e^{-rz_i}})] dz_i(t) + \int_\alpha^\zeta \frac{2\alpha e^{-rz_i}}{1+e^{-rz_i}} dz_i(t) \\ &= \left[\frac{1}{2} z_i^2 - \alpha z_i - \frac{2\alpha}{r} \ln(1+e^{-rz_i}) \right] \Big|_0^\alpha + \left[-\frac{2\alpha}{r} \ln(1+e^{-rz_i}) \right] \Big|_\alpha^\zeta \\ &= -\frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{2\alpha}{r} \ln(1+e^{-r\alpha}) \Big|_0^\zeta \\ &= -\frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{2\alpha}{r} \ln \frac{(1+e^{-r\zeta})}{2} \end{aligned} \quad (2-14)$$

在公式(2-14)中, $\ln \frac{(1+e^{-r\zeta})}{2} = -B (B > 0)$, 则公式(2-14)可重新改写为:

$$A = -\frac{1}{2} \alpha^2 + \frac{2\alpha}{r} B \quad (2-15)$$

由公式(2-15)可知, A 与 r 成反比, 当 $r\alpha = 2$ 时, A 最小为:

$$A = -\frac{1}{2}\alpha^2 + \alpha^2 B \quad (2-16)$$

因此，取 $r = \frac{2}{\alpha}$ 最合适，也就是函数 $f(z_i(t))$ 和 $F(z_i(t))$ 之间的误差最小。如

图 2-2 所示，取 $r = 10$ ， $\alpha = 0.2$ 。

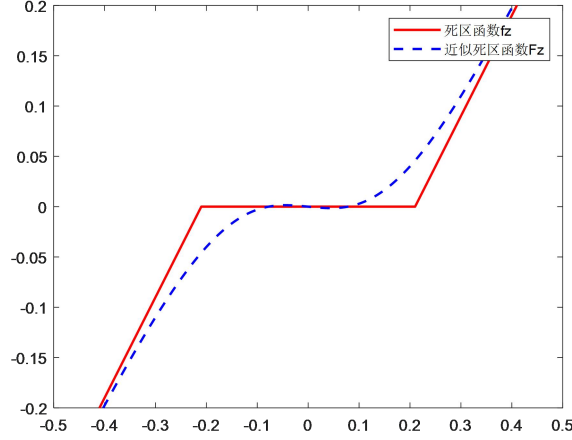


图 2-2 死区函数与近似死区函数

因此，带有齿隙非线性的双电机驱动伺服系统可表示为：

$$\begin{cases} u_i(t) = L_i \dot{i}_i(t) + R_i i_i(t) + K_{ei} \dot{\theta}_i(t) \\ T_{mi} = k_{mi} i_i \\ T_{mi} = J_i \ddot{\theta}_i + B_i \dot{\theta}_i + T_i \\ T_i(t) = kF(z_i(t)) + c\dot{F}(z_i(t)) \\ T_1 + T_2 = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m \end{cases} \quad (2-17)$$

2.2 控制算法理论

2.2.1 动态面控制

首先，假设被控系统模型如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x, t) + b(x, t)u \end{cases} \quad (2-18)$$

其中， x_1 代表系统的实际输出， $f(x, t)$ 代表系统内的不确定性， $b(x, t)$ 代表系数， u 代表系统的实际控制律。

Step 1: 定义系统的跟踪误差 z_1 为:

$$z_1 = x_1 - x_d \quad (2-19)$$

其中, x_d 代表系统的期望轨迹。

对公式(2-19)求导, 可得出 $\dot{z}_1$ 为:

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d \quad (2-20)$$

定义系统的跟踪误差 z_2 为:

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (2-21)$$

选取第一个 Lyapunov 函数 V_1 为:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (2-22)$$

对公式(2-22)求导, 可得出 $\dot{V}_1$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (\dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1) \\ &= z_1 (z_2 + \alpha_1 - \dot{x}_d) \end{aligned} \quad (2-23)$$

只有当 Lyapunov 函数的导数为负定时, 才能保证系统的稳定性, 因此虚拟控制律 α_1 可设计为:

$$\alpha_1 = -cz_1 + \dot{x}_d \quad (2-24)$$

将虚拟控制律 α_1 的值(2-24)重新带回公式(2-23)可得出:

$$\dot{V}_1 = -cz_1^2 + z_1 z_2 \quad (2-25)$$

Step 2: 对公式(2-21)求导, 可得出跟踪误差 $\dot{z}_2$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \\ &= f(x, t) + b(x, t)u - \dot{\alpha}_1 \end{aligned} \quad (2-26)$$

选取第二个 Lyapunov 函数 V_2 为:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (2-27)$$

对公式(2-27)求导, 可得出 $\dot{V}_2$ 为:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\
 &= \dot{V}_1 + z_2(f(x,t) + b(x,t)u + c\dot{z}_1 - \ddot{x}_d) \\
 &= -cz_1^2 + z_2(z_1 + f(x,t) + b(x,t)u + c\dot{z}_1 - \ddot{x}_d)
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

同理，只有 Lyapunov 函数的导数为负定，才能保证系统的稳定性，最终可以选取系统真实控制律 u 为如下形式：

$$u = -\frac{1}{b(x,t)}(-f(x,t) - c\dot{z}_1 + \ddot{x}_d - z_1 - c_2 z_2) \tag{2-29}$$

将真实控制律 u 重新带回公式(2-28)可得出：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= -cz_1^2 - c_2 z_2 x_2 \\
 &= -cz_1^2 - c_2 z_2(z_2 + \alpha_1) \\
 &= -cz_1^2 - c_2 z_2^2 - c_2 z_2 \alpha_1
 \end{aligned} \tag{2-30}$$

由以上数学推导可知 $\dot{V}_2 \leq 0$ ，满足 Lyapunov 稳定性定理，因此该系统稳定。

针对上面的反步控制设计过程中，对虚拟控制量进行求微分的操作会造成微分“膨胀”的弊端，因此下面通过设计低通滤波器来解决这个问题。

将动态面控制的低通滤波器环节设计为：

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \alpha_1, x_{2d}(0) = \alpha_1(0) \tag{2-31}$$

将第二个误差函数定义为：

$$z_2 = x_2 - x_{2d} \tag{2-32}$$

可将滤波误差定义为：

$$y_2 = \alpha_1 - x_{2d} \tag{2-33}$$

此环节是由于加入了低通滤波器，系统为了保证控制器的全局稳定性而设计的。

根据系统的误差项，可将第二个 Lyapunov 函数设计为：

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} y_2^2 \tag{2-34}$$

其中， $\dot{z}_2 = f(x,t) + b(x,t)u - \dot{\alpha}_1$ ， $\dot{y}_2 = \frac{-y_2}{\tau_2} + k_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_{1d}$ ，对公式(2-34)求导，并将 $\dot{z}_2$

和 $\dot{y}_2$ 代入，整理得出 $\dot{V}_2$ 为：

$$\dot{V}_2 = z_1(z_2 + y_2 - x_{2d}) + z_2(f(x,t) + b(x,t)u - \dot{\alpha}_1) + y_2\left(\frac{-y_2}{\tau_2} + B_1\right) \tag{2-35}$$

其中， $B_1 = k_1 \dot{z}_1 - \ddot{x}_{1d}$ ，将上述公式(2-31)-(2-32)代入到 B_1 中可得到表达式：

$$B_1 = k_1(z_2 + y_2 - k_1 z_1) - \ddot{x}_{1d}。$$

可得到系统最终的实际控制器为：

$$u = \frac{1}{b(x,t)}(-f(x,t) + \dot{\alpha}_1 - k_2 z_2) \quad (2-36)$$

其中， k_2 为控制器增益，是一个大于零的常数。

2.2.2 滑模控制

(1) 滑动模态的定义

对于非线性时变系统来说，其滑动模态可以表示为：

$$\dot{x} = f(x, u, t), x \in R^n, u \in R^m, x \in R \quad (2-37)$$

其中， x 代表状态变量， u 代表控制变量。假设状态空间的一个超平面 $s(x) = s(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ 将状态空间切分为两个部分，其中上面一部分是 $s(x) > 0$ ，下面一部分是 $s(x) < 0$ 。系统状态的运动轨迹在切换面上的运动点可以分为起始点、通常点和终止点。其示意图如图 2-3 所示。

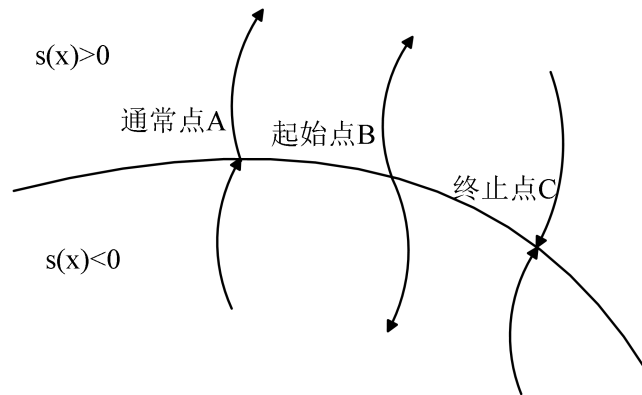


图 2-3 切换面和运动点

由图 2-3 可以看到：

- 1) 通常点表示运动点从切换面 $s = 0$ 的一边穿越到另一边的点，如图 2-3 点 A 所示。
- 2) 起始点表示运动点将切换面 $s = 0$ 作为起点出发的点，如图 2-3 点 B 所示。

3) 终止点表示运动点以切换面 $s=0$ 为终点的点，也就是收敛于切换面的点，如图 2-3 点 C 所示。

因此，只有终止点可以使系统达到稳定收敛。如果系统运动轨迹全由终止点构成的切换面，就会被切换面吸引，也就说明系统最终会趋于收敛状态。在切换面上这种区域叫做“滑动模态区”，而在这个范围内系统的运动叫做“滑模运动”。

由以上分析可知，要想使系统处于“滑动模态区”，在切换面 $s(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ 附近必须满足以下条件：

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\dot{s} \leq 0 \quad (2-38)$$

(2) 滑模控制的定义

针对控制系统(2-37)确定切换面为：

$$s(x) = s(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (2-39)$$

存在控制函数如下：

$$u = \begin{cases} u^+(x), & s(x) > 0 \\ u^-(x), & s(x) < 0 \end{cases} \quad (2-40)$$

其中， $u^+(x) \neq u^-(x)$ 。

当控制函数的设计可以实现以下三个条件，可以构成滑模控制^[48]。

1) 满足滑动模态存在的条件，也就是公式(2-38)成立；

2) 满足可达性条件，在切换面之外的点均可以在有限的时间收敛于 $s(x) = 0$ ，也就是公式(2-41)成立：

$$s\dot{s} \leq 0 \quad (2-41)$$

其中， $s(0) = 0$ ， $s(x)$ 是可导的；

3) 满足滑模运动的稳定性条件。即，一旦运动点抵达滑模面，它将逐渐逼近并收敛至原点。

(3) 滑模控制抖振分析及其解决办法

关于滑模控制产生抖振的问题，其根源在于：在滑模控制中，控制器常常过于理想化。一般用于理想滑模控制中使用的符号函数 sgn 项要求控制器具有无限的开关频率，但实际控制装置往往不理想，无法实现无限的开关频率。因为这种不合理的条件，实际的滑模运动状态不能准确地达到预先设计的滑模面，而是在

滑模面两边来回交错，从而造成抖振^[49]。

滑模控制的抖振现象会严重影响系统的稳定性，因此必须采取相应的措施削弱抖振问题，研究学者提出了以下解决方法^[50,51]：

1) 观测器补偿法

在实际工程中，由于系统受到自身的不确定性和外部扰动等因素的干扰，所以可以采用观测器对其进行实时监控，并将其与设定的预期值相对比，然后将其反馈给系统的输入，从而达到抑制滑模抖振的目的。

2) 趋近律法

在滑模运动过程中，当系统的运动点到达切换面时，其运动点仍然存在一定的速率，将维持其继续运动的状态。因此，随着系统运动点接近滑模面时，为了提高趋近滑模面的速度，具有更大的控制增益；反之，当运动点接近滑模面时，为了降低趋近滑模面的速度，抑制抖振，必须具有较小的控制增益。

当前，滑模控制中常见的趋近律包括以下：

a) 等速趋近律：

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) \quad (2-42)$$

等速趋近律中的等速指的是系统在趋近滑模面这一段时间内，系统的速度是固定不变的，且 ε 是一个大于0的常数，代表的是系统的切换常数，当 ε 越大时，接近速度也会加快，反之，接近速度就会变慢。

b) 指数趋近律：

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - ks \quad (2-43)$$

指数趋近律是将等速趋近律 $\varepsilon \operatorname{sgn}(s)$ 与纯指数趋近律 ks 相结合的趋近律。可从两种情况来分析。第一个方面是，随着系统距离滑模面较远时，公式(2-43)第二项纯指数项 ks 起主导作用，系统通过较快的速率来接近滑模面。第二个方面是，当系统接近滑模面时，公式(2-43)第一项等速趋近律 $\varepsilon \operatorname{sgn}(s)$ 起主导作用，系统以低速来趋近滑模面，以此来克服滑模抖振的弊端。等速趋近律的系数 ε 和纯指数趋近律的系数 k 可通过在不同的系统中选取合适的参数，使得系统得到理想的趋近运动。

c) 幂次趋近律：

$$\dot{s} = -k |s|^\alpha \operatorname{sgn}(s) \quad (2-44)$$

其中, $0 < \alpha < 1$ 且 $k > 0$ 。幂次趋近律是通过将等速趋近律乘以参数 $|s|^\alpha$ 得到。当系统离滑模面距离较远时, 其逼近速度越快; 当系统离滑模面距离较近时, 其逼近速度越慢。

d) 一般趋近律:

$$\dot{s} = -\varepsilon \operatorname{sgn}(s) - f(s) \quad (2-45)$$

其中, $\varepsilon > 0$, $f(s)$ 代表附加函数, $f(0) = 0$ 且 $sf(s) > 0$ 。一般趋近律由等速趋近律和 $f(s)$ 两部分组成的, 目的是提高趋近律的逼近速度, 从而降低系统的抖振。

由以上分析可知, 这几种滑模趋近律都满足 Lyapunov 到达条件, 即:

$$\begin{cases} V = \frac{1}{2}s^2 \\ \dot{V} = ss < 0 \end{cases} \quad (2-46)$$

3) 饱和函数法

饱和函数法是指采用饱和函数来取代原来的符号函数, 从而克服了符号函数中输入不连续的缺陷, 并能有效地抑制抖振的弊端。

4) 滤波方法

滤波方法具有结构简单、抗抖振能力强等优点。该方法是通过产生抖振的切换函数进行低通滤波, 使得经过低通滤波器的信号平滑化, 从而实现对抖振的抑制。但该方法的缺点在于, 在某种程度上, 它将对整个系统的鲁棒性及控制效果产生一定的影响。

为了使系统进入到滑动模态后具有良好的动态性能, 在滑模控制器的设计中, 先选取一种滑模面。其次, 设计滑模控制器, 使之能在有限时间内收敛到滑模面, 从而达到滑模态的平稳运动。

(4) 滑模面的选取

滑模面的选择直接影响到整个系统的性能, 所以该步骤是滑模控制设计中的关键。下面对线性滑模面与非线性滑模面进行展开介绍。

1) 线性滑模面

$$s(x) = cx \quad (2-47)$$

其中, $s(x)$ 代表滑模面, x 代表系统状态变量, c 代表滑模的系数。线性滑模控制参数整定简单, 但是在复杂非线性系统中无法达到很好的控制效果, 因此, 研

究学者提出了非线性滑模面。

2) 非线性滑模面

非线性滑模面可以分为积分滑模面、全局滑模面以及终端滑模面等等，受到了国内外学者的高度重视，下面以本文所研究的积分滑模面为例展开简单的介绍。

积分滑模能够通过求得合适的初始位置让系统只存在滑动阶段，保证了系统的鲁棒性，避免了普通滑模趋近阶段的缺点。因此被大量应用在电机控制中，积分滑模面表达式如下：

$$s(x) = \dot{e} + c_1 e + c_0 \int_0^t e dt \quad (2-48)$$

其中， c_1 与 c_0 表示滑模面系数，均为大于零的正常数。

以二阶非线性系统为例，进行积分滑模控制器设计。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x, t) + u \end{cases} \quad (2-49)$$

对公式(2-48)求导，可得出 $\dot{s}(x)$ 为：

$$\dot{s}(x) = \ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_2 e \quad (2-50)$$

定义系统误差为：

$$e = y - y_d \quad (2-51)$$

设计 Lyapunov 函数为：

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (2-52)$$

对公式(2-52)求导，并将公式(2-50)代入可得出 $\dot{V}$ 为：

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} \\ &= s(\ddot{e} + c_1 \dot{e} + c_2 e) \\ &= s(\dot{x}_2 - \ddot{y}_d + c_1 \dot{e} + c_2 e) \\ &= s(f(x, t) + u - \ddot{y}_d + c_1 \dot{e} + c_2 e) \end{aligned} \quad (2-53)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论，可得系统控制律的表达式为：

$$u = \ddot{y}_d - f(x, t) - c_1 \dot{e} - c_0 e \quad (2-54)$$

2.3 本章小结

首先，为了满足双电机驱动伺服系统控制性能的要求，分析了双电机驱动伺服系统的工作原理，从而列写出双电机驱动伺服系统方程。考虑到实际应用的需

求，选择了死区函数作为齿隙非线性的模型，并对死区函数进行优化，进而构建了带有齿隙的双电机驱动伺服系统模型。然后，根据第一章所介绍的电机控制方法分别详述了动态面控制器与滑模控制器的设计。

第3章 基于补偿型双幂次趋近律的自适应反步滑模控制

随着工业自动化水平的不断进步，在工控领域中，双电机驱动伺服系统的应用也日益广泛。对于有高精度控制要求的双电机驱动伺服系统来说，由于系统容易受到齿隙非线性、不确定等非线性特性的影响，所以高性能控制相对困难。其中，齿隙非线性是影响双电机驱动伺服系统性能的重要因素。为了提高双电机驱动伺服系统的位置跟踪精度和响应速度，很多控制方法被提出。如 PID 控制^[52]、自适应控制^[53]、滑模控制^[54]、反步控制^[55]等方法。

在众多控制方法中，由于滑模控制具备鲁棒性好和抗干扰能力强的优点而被广泛研究。但是滑模控制的抖振问题限制了其在实际中的应用。趋近律滑模控制方法是降低滑模控制器抖振的方案之一，如何改进趋近律，使得滑模抖振问题进一步削弱，是很有研究意义的。

考虑到齿隙非线性对双电机驱动伺服系统的动、静态特性都会造成较大的负面影响，因此为了提高双电机驱动伺服系统的控制性能，本章设计合适的齿隙非线性的补偿方法。首先，为了方便后续控制器的设计，对第二章建立的带有齿隙的双电机驱动伺服系统的数学表达式进行模型转换，然后设计带有扰动、噪声等额外变化率的补偿项的双幂次趋近律，并采用反步控制结合滑模控制来设计控制器，根据 Lyapunov 理论，给出了该控制器的稳定性分析。最后，进行仿真验证。通过仿真结果可以发现该算法能够对额外变化率进行补偿且确保双电机驱动伺服系统能够达到较好的控制效果。同时，降低传统滑模控制的抖振问题。

3.1 问题描述

将公式(2-17)化简，双电机驱动伺服系统动力学方程可表示如下^[56]：

$$\begin{cases} J_i \ddot{\theta}_i(t) + b_i \dot{\theta}_i(t) = u_i(t) - T_i(t) \\ J_i \ddot{\theta}_i(t) + b_i \dot{\theta}_i(t) = \sum T_i(t) \end{cases} \quad (3-1)$$

为了便于分析设计，将公式(3-1)改写为如下形式：

$$\begin{cases} x_1 = \theta_l \\ x_2 = \dot{\theta}_l \\ x_{3i} = z_i - \alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz_i}} - 1 \right) \\ x_{4i} = \dot{z}_i \left(1 - 2r\alpha \frac{e^{-rz_i}}{(1 + e^{-rz_i})^2} \right) \end{cases} \quad (3-2)$$

因此，双电机驱动伺服系统式(3-2)又可表示为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_3 k \sum_{i=1}^2 x_{3i} + g_1 \\ \dot{x}_{3i} = x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} = \lambda_i u_i + g_2 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3-3)$$

其中， $a_0 = \frac{b_i}{J_i}$ ， $a_1 = \frac{b_l}{J_l}$ ， $a_2 = \frac{1}{J_i}$ ， $a_3 = \frac{1}{J_l}$ ， $\bar{w}_i = \frac{e^{-rz_i}(1 - e^{-rz_i})}{(1 + e^{-rz_i})^3}$ ， $\rho_i = \frac{(1 - 2r\alpha)e^{-rz_i}}{(1 + e^{-rz_i})^2}$ ，

$$g_2 = -a_0 x_{4i} - (a_0 - a_1) \dot{x}_2 \rho_i - a_2 T_i \rho_i - a_3 \rho_i \sum_{i=1}^2 T_i + 2r^2 \alpha \dot{z}_i^2 \bar{w}_i, \quad g_1 = a_3 c \sum_{i=1}^2 x_{4i} - a_1 x_2,$$

$$\lambda_i = a_2 \rho_i (i = 1, 2)。$$

双电机驱动伺服系统在运动过程中，当两个电机转速不一致时，将产生“伺服打架”问题。为了解决这一问题，提出了“差速负反馈”方法，如图 3-1 所示。当主电机的转速比从电机高时，主电机驱动装置的设定在基准电流的基础上稍微降低，而从电机驱动装置的设定也相应地增大，直至两台电机的转速达到同步。类似地，如果主电机的转速比从电机低，那么主电机驱动装置的设定在基准电流的基础上稍微增大，而从电机驱动装置设定也会相应地降低，直至两个电机的转速达到同步。其中， G_{c1} 和 G_{c2} 分别表示速度环调节器和差速反馈控制器， G_1 和 G_2 分别表示电机 1 与电机 2 的反馈信号的传递函数， O_1 和 O_2 分别表示电机 1 和电机 2 输出的速度。

根据双电机同步控制原理图 3-1 可以列写出闭环传递函数 O_1 和 O_2 分别如下：

1) O_1 对 R 的传递函数为：

$$\frac{O_1}{R} = \frac{G_1 G_{c1} + 2G_1 G_2 G_{c1} G_{c2}}{\Delta} \quad (3-4)$$

其中, $\Delta = 1 + G_{c1}G_1 + G_{c2}G_1 + G_{c2}G_2 + 2G_{c1}G_{c2}G_1G_2$ 。

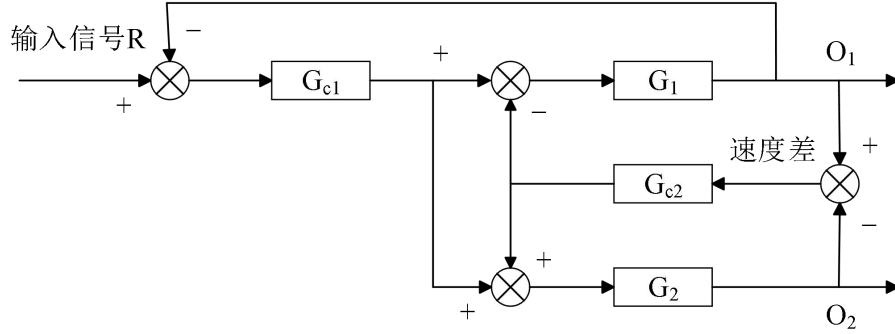


图 3-1 双电机同步控制原理图

2) O_2 对 R 的传递函数为:

$$\frac{O_2}{R} = \frac{G_2G_{c1} + 2G_1G_2G_{c1}G_{c2}}{\Delta} \quad (3-5)$$

公式(3-4)与(3-5)作差可得:

$$\frac{O_1 - O_2}{R} = \frac{G_{c1}(G_1 - G_2)}{\Delta} \quad (3-6)$$

由以上分析可知, 在系统不考虑扰动影响时, 当满足 $G_1 = G_2$ 且 $O_1 = O_2$ 时, 采用上述方案可保证两电机速度相同。

3.2 补偿型双幂次趋近律

3.2.1 趋近律设计

补偿型双幂次趋近律的形式设计如下:

$$\begin{cases} \dot{s} = b(s) - \hat{d}_x \\ b(s) = -k_1s^{r_1} - k_2s^{r_2} \end{cases} \quad (3-7)$$

其中, $b(s)$ 代表双幂次趋近律, $\hat{d}_x$ 是对不确定项的估计。为了削弱传统 SMC 抖振的弊端, 这一节基于双幂次趋近律, 设计了一种补偿型的双幂次趋近律, 可以有效抑制滑模控制的抖振问题, 并提高系统的收敛速度。当滑模变量距离平衡点较远时, 公式(3-7)中 $b(s)$ 的第一项 ($r_1 > 1$ 所在的一项) 起主导作用, 系统通过较快的速率来接近滑模面。当滑模变量逼近平衡点时, 公式(3-7)中 $b(s)$ 的第二项 ($0 < r_2 < 1$ 所在的一项) 起主导作用, 系统以低速来趋近滑模面, 以此来克服滑

模抖振的弊端。

对 s 和 $b(s)$ 进行如下滤波操作：

$$\begin{cases} l\dot{s}_f + s_f = s \\ l\dot{b}_f + b_f = b(s) \end{cases} \quad (3-8)$$

其中， s_f 、 b_f 分别是 s 和 $b(s)$ 滤波后的变量，并且 $s_f(0) = 0$ ， $b_f(0) = 0$ ，代表的是 s_f 和 b_f 的初值， l 是滤波系数。由公式(3-7)-(3-8)可设计 $\hat{d}_x$ 如下：

$$\hat{d}_x = \frac{s - s_f}{l} - b_f \quad (3-9)$$

在考虑不确定性后的趋近律 $\dot{s}$ 的收敛形式可表示为[57]：

$$\dot{s} = -k_1 s^{r_1} - k_2 s^{r_2} + d_x \quad (3-10)$$

无扰动影响的传统双幂次趋近律、有扰动影响的传统双幂次趋近律以及有扰动影响的补偿型双幂次趋近律如图 3-2 所示。其中， s_1 表示有扰动的传统双幂次趋近律， s_2 表示有扰动的补偿型双幂次趋近律， s_3 表示无扰动的传统双幂次趋近律。

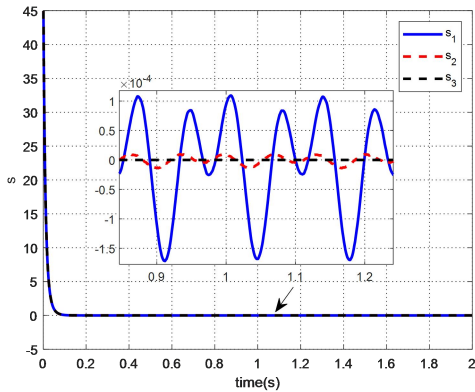


图 3-2 不确定性 d_x 对双幂次趋近律的影响

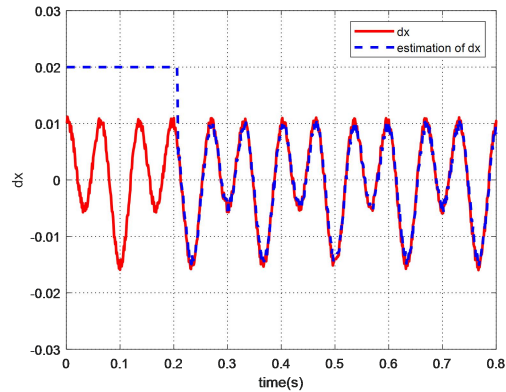


图 3-3 公式(3-7)对 d_x 的补偿项效果

由图 3-2 可知，无扰动影响的黑色曲线作为一个基准，显示了无扰动时系统的高精度收敛。有扰动影响的蓝色曲线，具有明显的稳态误差，而有扰动影响的红色曲线有很小的稳态误差。这说明补偿型双幂次趋近律中的 $\hat{d}_x$ 能有效减小趋近律的稳态误差。补偿型双幂次趋近律对于 d_x 的估计效果如图 3-3 所示，由图可

知，公式(3-7)中的 $\hat{d}_x$ 项在 0.2 秒能精确的估计 d_x 。

3.2.2 收敛性分析

为了分析补偿型双幂次趋近律，给出以下假设条件。

假设 3.1^[57]：所有不确定性的和 d_x 的导数有界，则可表示为： $\sup_{t \geq 0} |\dot{d}_x| \leq \bar{m}$ ，其中 $\bar{m} > 0$ 。

引理 3.1^[58]：对于不确定项 d_x 的实际收敛，对滑模变量 s 和双幂次趋近律 $b(s)$ 进行滤波操作(3-7)，对于任意给定的 $l > 0$ 变量 δ 均指数收敛。

$$\delta = \frac{s - s_f}{l} - b_f - d_x \quad (3-11)$$

$$\lim_{l \rightarrow 0} [\lim_{t \rightarrow \infty} (\frac{s - s_f}{l} - b_f - d_x)] = 0 \quad (3-12)$$

证明：对公式(3-11)求导，并将公式(3-8)与公式(3-10)代入可得：

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \frac{\dot{s} - \dot{s}_f}{l} - \dot{b}_f - \dot{d}_x \\ &= \frac{1}{l} [(b + d_x) - \frac{s - s_f}{l} - l\dot{b}_f - l\dot{d}_x] \\ &= -\frac{1}{l} (\delta + l\dot{d}_x) \end{aligned} \quad (3-13)$$

定义第一个 Lyapunov 函数为：

$$V_1 = \frac{1}{2} \delta^2 \quad (3-14)$$

对公式(3-14)求导，并结合假设 3.1 和公式(3-13)可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \delta \dot{\delta} \\ &= -\frac{1}{l} \delta^2 - \delta \dot{d}_x \\ &\leq -\frac{1}{l} \delta^2 + \frac{1}{2l} \delta^2 + \frac{l}{2} \dot{d}_x^2 \\ &\leq -\frac{1}{l} V_1 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \end{aligned} \quad (3-15)$$

因此通过对不等式(3-15)求解可得 $V_1(t) \leq e^{-t/l} V_1(0) + \frac{l^2 \bar{m}^2}{2}$ ，那么 δ 最终会收敛

到紧集 $|\delta| \leq \sqrt{\delta^2(0)e^{-t/l} + l^2 \bar{m}^2}$ ，当时间增加时， δ 会收敛到 $|\delta| \leq l\bar{m}$ ，其范围只受滤波参数 l 和 $\dot{d}_x$ 的上界影响。若滤波参数很小或不考虑 d_x ，那么 δ 将趋近于零，这时，对任意的初始值 $\delta(0)$ 而言， $\delta = 0$ 是一个不变流形。

由公式(3-11)-(3-12)，可以得到 d_x 的补偿项(3-9)。对考虑不确定项后 s 的收敛形式公式(3-10)进行滤波操作可得：

$$\dot{s}_f = b_f + d_{xf} \quad (3-16)$$

其中， d_{xf} 由 d_x 滤波得到，其形式由公式(3-17)给出：

$$l\dot{d}_{xf} + d_{xf} = d_x \quad (3-17)$$

其中， d_{xf} 的初始值为 $d_{xf}(0) = 0$ 。因为 d_x 是由于扰动等对趋近律造成的额外变量，无法测量得到，因此公式(3-17)只是用于分析，而不能用于趋近律的设计。

由公式(3-8)、公式(3-10)以及公式(3-16)可得：

$$\hat{d}_x = d_{xf} \quad (3-18)$$

对公式(3-18)求导可得：

$$\dot{\hat{d}}_x = \dot{d}_{xf} = \frac{d_x - d_{xf}}{l} = \frac{d_x - \hat{d}_x}{l} \quad (3-19)$$

定义补偿项 $\hat{d}_x$ 对 d_x 的补偿误差为：

$$\tilde{d}_x = d_x - \hat{d}_x \quad (3-20)$$

定义第二个 Lyapunov 函数为：

$$V_2 = \frac{1}{2} \tilde{d}_x^2 \quad (3-21)$$

对公式(3-21)求导可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= \tilde{d}_x \dot{\tilde{d}}_x \\
 &= \tilde{d}_x (\dot{d}_x - \dot{\hat{d}}_x) \\
 &= -\frac{1}{l} \tilde{d}_x^2 + \tilde{d}_x \dot{d}_x \\
 &\leq -\frac{1}{l} \tilde{d}_x^2 + \frac{1}{2l} \tilde{d}_x^2 + \frac{l}{2} \dot{d}_x^2 \\
 &\leq -\frac{1}{l} V_2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2
 \end{aligned} \tag{3-22}$$

则补偿误差 $\tilde{d}_x$ 最终会收敛到 $|\tilde{d}_x| \leq \sqrt{\tilde{d}_x^2(0)e^{-t/l} + l^2 \bar{m}^2}$ ，随着时间增长： $|\tilde{d}_x| \leq l\bar{m}$ ，当 $l \rightarrow 0$ 和 $\bar{m} \rightarrow 0$ 时，那么 $\tilde{d}_x \rightarrow 0$ 。

由以上分析，可得出如下定理。

定理 3.2: 考虑补偿型双幂次趋近律公式(3-7)-(3-9)的实际收敛，当参数 $r_1 > 1$ ， $0 < r_2 < 1$ ，最终 s 会收敛到平衡点附近的邻域：

$$s \leq \min \left\{ \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_1} \right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l\bar{m}^2}{2k_2} \right)^{\frac{1}{r_1+1}} \right\}, \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_2} \right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l\bar{m}^2}{2k_1} \right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\} \right\} \text{ 内。}$$

证明：定义第三个 Lyapunov 函数为：

$$V_3 = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}_x^2 \tag{3-23}$$

对公式(3-23)求导可得：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3 &= s\dot{s} + \tilde{d}_x \dot{\tilde{d}}_x \\
 &= s[-k_1 s^{r_1} - k_2 s^{r_2} - \hat{d}_x + d_x] - \frac{1}{l} \tilde{d}_x^2 + \tilde{d}_x \dot{d}_x \\
 &= -k_1 s^{r_1+1} - k_2 s^{r_2+1} + s\tilde{d}_x - \frac{1}{l} \tilde{d}_x^2 + \tilde{d}_x \dot{d}_x
 \end{aligned} \tag{3-24}$$

其中， $s\tilde{d}_x \leq \frac{l}{2} s^2 + \frac{1}{2l} \tilde{d}_x^2$ ， $\tilde{d}_x \dot{d}_x \leq \frac{1}{2l} \tilde{d}_x^2 + \frac{l}{2} \dot{d}_x^2$ 。

则公式(3-24)可简化为：

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 s^{r_1+1} - k_2 s^{r_2+1} + \frac{l}{2} s^2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \tag{3-25}$$

其中， $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ 。因此，当系统远离滑动模态 $s > 1$ 时，收敛速度取决于第一项。当系统状态趋于滑动模态 $s < 1$ 时，收敛速度取决于第二项。

第 1 种情况：当 s 远离平衡点时，则公式(3-25)可化简为：

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -k_1 s^{r_1+1} - k_2 s^{r_2+1} + \frac{l}{2} s^2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \\
 &\leq -(k_1 s^{r_1-1} - \frac{l}{2}) s^2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 - k_2 s^{r_2+1}
 \end{aligned} \tag{3-26}$$

因为 s 距离平衡点较远, 即 $s \geq \left(\frac{l}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}$, 此时有 $-(k_1 s^{r_1-1} - \frac{l}{2}) s^2 \leq 0$, 要确保 $\dot{V} \leq 0$,

必须满足 $-k_2 s^{r_2+1} + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \leq 0$, $k_2 s^{r_2+1} \geq \frac{l}{2} \bar{m}^2$, 即 $s \geq \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_2+1}}$, 也就是说, 当

$s \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$, V 能够不断地收敛, 并且 s 最终会收敛到一个很小

的邻域 $s \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$ 内。

第 2 种情况: 当 s 接近平衡点时, 则公式(3-25)可简化为:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq -k_1 s^{r_1+1} - k_2 s^{r_2+1} + \frac{l}{2} s^2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \\
 &\leq -(k_2 s^{r_2-1} - \frac{l}{2}) s^2 + \frac{l}{2} \bar{m}^2 - k_1 s^{r_1+1}
 \end{aligned} \tag{3-27}$$

因为 s 距离平衡点较近, 即 $s \geq \left(\frac{l}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_2-1}}$, 此时有 $-(k_2 s^{r_2-1} - \frac{l}{2}) s^2 \leq 0$, 要确保

$\dot{V} \leq 0$, 必须满足 $-k_1 s^{r_1+1} + \frac{l}{2} \bar{m}^2 \leq 0$, $k_1 s^{r_1+1} \geq \frac{l}{2} \bar{m}^2$, 即 $s \geq \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_2+1}}$, 也就是说,

当 $s \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$, V 能够不断地收敛, 并且 s 最终会收敛到一个很

小的邻域 $s \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$ 内。

经过上述分析, 考虑受到扰动或噪声或误差等额外变量 d_x 影响的趋近律, 在补偿型双幂次趋近律公式(3-7)-(3-9)的作用下, s 最终会收敛到平衡点附近的邻

域: $s \leq \min \left\{ \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}, \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_2}\right)^{\frac{1}{r_1-1}}, \left(\frac{l \bar{m}^2}{2k_1}\right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\} \right\}$ 内。

定理 3.2 证明完毕。

3.3 反步滑模控制

3.3.1 控制器设计

假设 3.2^[12]: 系统状态 $\theta_i(t)$, $\dot{\theta}_i(t)$, $\theta_l(t)$, $\dot{\theta}_l(t)$ 均可测。

假设 3.3^[12]: 两台电机的参数相同。

Step 1: 定义系统的跟踪误差为:

$$e_1 = x_1 - y_d \quad (3-28)$$

对公式(3-28)求导, 可得出 $\dot{e}_1$ 为:

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_d \quad (3-29)$$

设积分滑模面为:

$$s_1 = e_1 + \alpha_1 \int_0^t e_1 dt \quad (3-30)$$

其中, α_1 为滑模面调节参数。

对公式(3-30)求导, 可得出 $\dot{s}_1$ 为:

$$\dot{s}_1 = \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 \quad (3-31)$$

设计第四个 Lyapunov 函数为:

$$V_4 = \frac{1}{2} s_1^2 \quad (3-32)$$

对公式(3-32)求导, 可得出 $\dot{V}_4$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= s_1 \dot{s}_1 \\ &= s_1 (\dot{e}_1 + \alpha_1 e_1) \\ &= s_1 (x_2 - \dot{y}_d + \alpha_1 e_1) \end{aligned} \quad (3-33)$$

设第二个滑模面为:

$$s_2 = x_2 - x_{2d} \quad (3-34)$$

对公式(3-34)求导, 可得出 $\dot{s}_2$ 为:

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} \quad (3-35)$$

选取第一个虚拟控制量为:

$$x_{2d} = -k_1 s_1^{r_1} - k_2 s_1^{r_2} + \dot{y}_d - \alpha_1 e_1 \quad (3-36)$$

将公式(3-34)和公式(3-36)代入公式(3-33)，则 $\dot{V}_4$ 可转化为：

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= s_1(x_2 - \dot{y}_d + \alpha_1 e_1) \\ &= s_1(s_2 + x_{2d} - \dot{y}_d + \alpha_1 e_1) \\ &= s_1(s_2 - k_1 s_1^{r_1} - k_2 s_1^{r_2} + \dot{y}_d - \alpha_1 e_1 - \dot{y}_d + \alpha_1 e_1) \\ &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} + s_1 s_2 \end{aligned} \quad (3-37)$$

Step 2: 设计第五个 Lyapunov 函数为：

$$V_5 = V_4 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{d}_{x1}^2 \quad (3-38)$$

对公式(3-38)求导，可得出 $\dot{V}_5$ 为：

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + s_2 \dot{s}_2 + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \\ &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} + s_1 s_2 + s_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_{2d}) + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \\ &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} + s_1 s_2 + s_2 (a_3 k \sum_{i=1}^2 x_{3i} + g_1 - \dot{x}_{2d}) + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \end{aligned} \quad (3-39)$$

定义 $d_{x1} = g_1 - \dot{x}_{2d}$ ， $a_3 k \sum_{i=1}^2 x_{3i} + d_{x1} = -k_3 s_2^{r_3} - k_4 s_2^{r_4} - s_1$ 。

选取第二个虚拟控制量为：

$$x_{3d} = -k_3 s_2^{r_3} - k_4 s_2^{r_4} - \hat{d}_{x1} - s_1 \quad (3-40)$$

设第三个滑模面为：

$$s_3 = a_3 k \sum_{i=1}^2 x_{3i} - x_{3d} \quad (3-41)$$

对公式(3-41)求导，可得出 $\dot{s}_3$ 为：

$$\dot{s}_3 = a_3 k \sum_{i=1}^2 x_{4i} - \dot{x}_{3d} \quad (3-42)$$

将公式(3-40)和(3-41)代入(3-39)，则 $\dot{V}_5$ 可转化为：

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + s_2 \dot{s}_2 + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \\ &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} + s_1 s_2 + s_2 (s_3 + x_{3d} + d_{x1}) + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \\ &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} - k_3 s_2^{r_3+1} - k_4 s_2^{r_4+1} + s_2 s_3 + s_2 \tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} \end{aligned} \quad (3-43)$$

Step 3: 设计第六个 Lyapunov 函数为:

$$V_6 = V_5 + \frac{1}{2}s_3^2 + \frac{1}{2}\tilde{d}_{x2}^2 \quad (3-44)$$

对公式(3-44)求导, 可得出 $\dot{V}_6$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 &= \dot{V}_5 + s_3\dot{s}_3 + \tilde{d}_{x2}\dot{\tilde{d}}_{x2} \\ &= -k_1s_1^{r_1+1} - k_2s_1^{r_2+1} - k_3s_2^{r_3+1} - k_4s_2^{r_4+1} + s_2s_3 \\ &\quad + s_3(a_3k\sum_{i=1}^2x_{4i} - \dot{x}_{3d}) + \tilde{d}_{x2}\dot{\tilde{d}}_{x2} + s_2\tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1}\dot{\tilde{d}}_{x1} \end{aligned} \quad (3-45)$$

定义 $d_{x2} = -\dot{x}_{3d}$, $a_3k\sum_{i=1}^2x_{4i} + d_{x2} = -k_5s_3^{r_5} - k_6s_3^{r_6} - s_2$ 。

选取第三个虚拟控制量为:

$$x_{4d} = -k_5s_3^{r_5} - k_6s_3^{r_6} - \hat{d}_{x2} - s_2 \quad (3-46)$$

设第四个滑模面为:

$$s_4 = a_3k\sum_{i=1}^2x_{4i} - x_{4d} \quad (3-47)$$

对公式(3-47)求导, 可得出 $\dot{s}_4$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{s}_4 &= a_3k\sum_{i=1}^2\dot{x}_{4i} - \dot{x}_{4d} \\ &= a_3k(\lambda_1u_1 + g_{21} + \lambda_2u_2 + g_{22}) - \dot{x}_{4d} \end{aligned} \quad (3-48)$$

将公式(3-46)-(3-47)代入公式(3-45), 则 $\dot{V}_6$ 可转化为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 &= -k_1s_1^{r_1+1} - k_2s_1^{r_2+1} - k_3s_2^{r_3+1} - k_4s_2^{r_4+1} + s_2s_3 + \tilde{d}_{x2}\dot{\tilde{d}}_{x2} \\ &\quad + s_3(-k_5s_3^{r_5} - k_6s_3^{r_6} - s_2 - \hat{d}_{x2} + d_{x2}) + s_2\tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1}\dot{\tilde{d}}_{x1} \\ &= -k_1s_1^{r_1+1} - k_2s_1^{r_2+1} - k_3s_2^{r_3+1} - k_4s_2^{r_4+1} - k_5s_3^{r_5+1} - k_6s_3^{r_6+1} \\ &\quad + s_3\tilde{d}_{x2} + \tilde{d}_{x2}\dot{\tilde{d}}_{x2} + s_2\tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1}\dot{\tilde{d}}_{x1} \end{aligned} \quad (3-49)$$

Step 4: 设计第七个 Lyapunov 函数为:

$$V_7 = V_6 + \frac{1}{2}s_4^2 + \frac{1}{2}\tilde{d}_{x3}^2 \quad (3-50)$$

对公式(3-50)求导, 可得出 $\dot{V}_7$ 为:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_7 &= \dot{V}_6 + s_4 \dot{s}_4 + \tilde{d}_{x3} \dot{\tilde{d}}_{x3} \\
 &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} - k_3 s_2^{r_3+1} - k_4 s_2^{r_4+1} - k_5 s_3^{r_5+1} - k_6 s_3^{r_6+1} \\
 &\quad + s_3 \tilde{d}_{x2} + \tilde{d}_{x2} \dot{\tilde{d}}_{x2} + s_2 \tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} + s_4 (a_3 k (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) \\
 &\quad + a_3 k g_{21} + a_3 k g_{22} - \dot{x}_{4d} + \tilde{d}_{x3} \dot{\tilde{d}}_{x3})
 \end{aligned} \tag{3-51}$$

定义以下： $d_{x3} = a_3 k g_{21} + a_3 k g_{22} - \dot{x}_{4d}$ ， $a_3 k (\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) + \hat{d}_{x3} = -k_7 s_4^{r_7} - k_8 s_4^{r_8}$ ，

则可得：

$$u_1 = \frac{1}{2a_3 k \lambda_1} (-k_7 s_4^{r_7} - k_8 s_4^{r_8} - \hat{d}_{x3}) \tag{3-52}$$

同理有：

$$u_2 = \frac{1}{2a_3 k \lambda_1} (-k_7 s_4^{r_7} - k_8 s_4^{r_8} - \hat{d}_{x3}) \tag{3-53}$$

3.3.2 稳定性证明

根据以上分析，可得如下定理：

定理 3.2： 针对带有齿隙的双电机驱动伺服系统(3-2)，通过设计补偿型双幂次趋近律(3-7)、反步滑模控制器(3-52)-(3-53)，闭环系统可以渐近稳定，滑模变量 s_1 、 s_2 、 s_3 及 s_4 会收敛到原点附近的邻域。

证明：将公式(3-52)-(3-53)代入公式(3-51)，则 $\dot{V}_7$ 可转化为：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_7 &= -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} - k_3 s_2^{r_3+1} - k_4 s_2^{r_4+1} - k_5 s_3^{r_5+1} - k_6 s_3^{r_6+1} \\
 &\quad - k_7 s_4^{r_7+1} - k_8 s_4^{r_8+1} + s_2 \tilde{d}_{x1} + \tilde{d}_{x1} \dot{\tilde{d}}_{x1} + s_3 \tilde{d}_{x2} + \tilde{d}_{x2} \dot{\tilde{d}}_{x2} + s_4 \tilde{d}_{x3} + \tilde{d}_{x3} \dot{\tilde{d}}_{x3}
 \end{aligned} \tag{3-54}$$

其中， k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 、 k_5 、 k_6 均是大于零的增益。由公式(3-24)-(3-25)，可将公式(3-54)化简为：

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_7 &\leq -k_1 s_1^{r_1+1} - k_2 s_1^{r_2+1} - k_3 s_2^{r_3+1} - k_4 s_2^{r_4+1} + \frac{l}{2} s_2^2 + \frac{l}{2} \bar{m}_2^2 \\
 &\quad - k_5 s_3^{r_5+1} - k_6 s_3^{r_6+1} + \frac{l}{2} s_3^2 + \frac{l}{2} \bar{m}_3^2 - k_7 s_4^{r_7+1} - k_8 s_4^{r_8+1} + \frac{l}{2} s_4^2 + \frac{l}{2} \bar{m}_4^2
 \end{aligned} \tag{3-55}$$

为满足 $\dot{V}_7 \leq 0$ ，由公式(3-26)-(3-27)可知， s_1 最终会收敛到一个很小的邻域

$s_1 \leq \max \left\{ \left(\frac{l(\bar{m}_2^2 + \bar{m}_3^2 + \bar{m}_4^2)}{2k_1} \right)^{\frac{1}{r_1+1}}, \left(\frac{l(\bar{m}_2^2 + \bar{m}_3^2 + \bar{m}_4^2)}{2k_2} \right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$ 内， s_2 最终会收敛到一个

很小的邻域 $s_2 \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_4} \right)^{\frac{1}{r_3-1}}, \left(\frac{l(\bar{m}_2^2 + \bar{m}_3^2 + \bar{m}_4^2)}{2k_2} \right)^{\frac{1}{r_2+1}} \right\}$ 内, s_3 最终会收敛到一个很
 小的邻域 $s_3 \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_6} \right)^{\frac{1}{r_5-1}}, \left(\frac{l(\bar{m}_2^2 + \bar{m}_3^2 + \bar{m}_4^2)}{2k_5} \right)^{\frac{1}{r_6+1}} \right\}$ 内, s_4 最终会收敛到一个很小
 的邻域 $s_4 \leq \max \left\{ \left(\frac{l}{2k_8} \right)^{\frac{1}{r_7-1}}, \left(\frac{l(\bar{m}_2^2 + \bar{m}_3^2 + \bar{m}_4^2)}{2k_7} \right)^{\frac{1}{r_8+1}} \right\}$ 内。

定理 3.2 证明完毕。

3.4 仿真与分析

为了验证设计的基于补偿型双幂次趋近律的反步滑模控制器的有效性, 选取
 两个参考信号进行仿真, 双电机伺服系统的参数设置为: $\alpha = 0.05$, $r = 10$,
 $J_1 = 0.185$, $J_2 = J_1$, $J_l = 0.185$, $b_1 = 1.2$, $b_2 = b_1$, $b_l = 1.3$, $b_0 = 1.5$, $k = 5$, $c = 250$ 。
 补偿型双幂次趋近律的参数设置为: $k_1 = 10$, $k_2 = 5$, $k_3 = 7$, $k_4 = 5$, $k_5 = 7$,
 $k_6 = 7$, $k_7 = 7$, $k_8 = 7$, $r_1 = \frac{13}{11}$, $r_2 = \frac{9}{11}$, $r_3 = \frac{13}{11}$, $r_4 = \frac{9}{11}$, $r_5 = \frac{13}{11}$, $r_6 = \frac{9}{11}$, $r_7 = \frac{13}{11}$,
 $r_8 = \frac{9}{11}$ 。系统初始状态设置为: $x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

仿真实例 1: 第一个参考信号设为 $y_{d1} = \frac{1}{2} \sin(t)$, y_{d1} 的位置跟踪轨迹如图 3-4
 所示, y_{d1} 的位置跟踪误差如图 3-5 所示。从图中可知, 位置跟踪误差可以在 0.1
 秒到达稳态, 同时稳态误差收敛于 $[-3 \times 10^{-4}, 1.5 \times 10^{-4}]$, 由此可知控制系统具备
 较快的响应能力以及良好的位置跟踪性能。

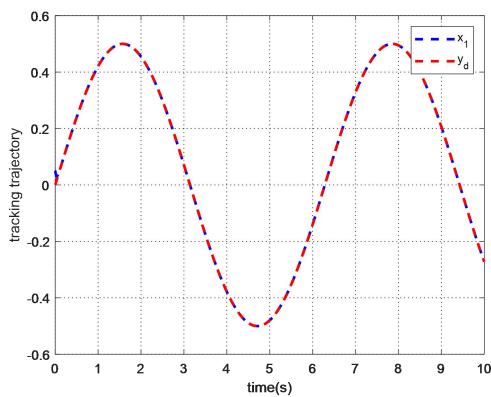


图 3-4 参考信号 y_{d1} 的跟踪轨迹

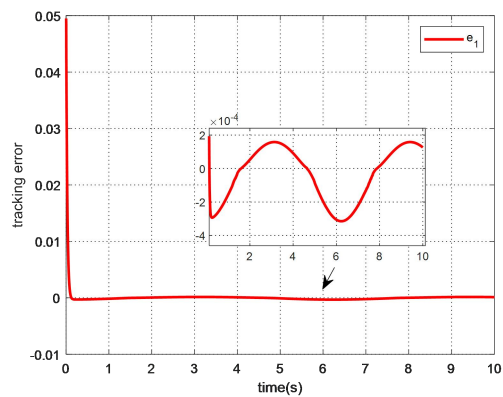
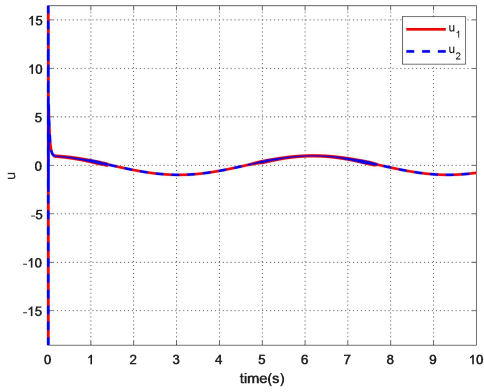
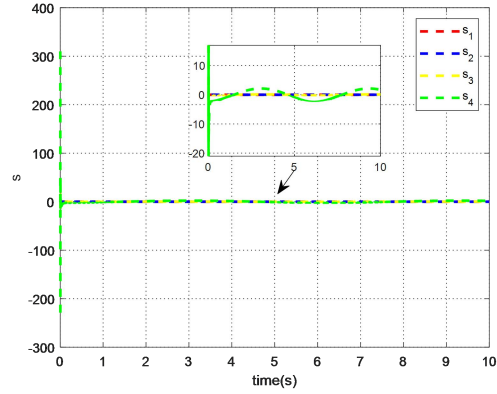
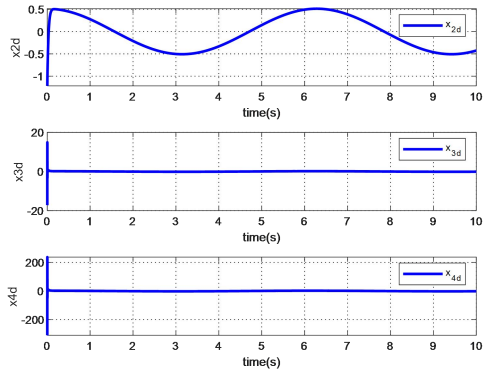
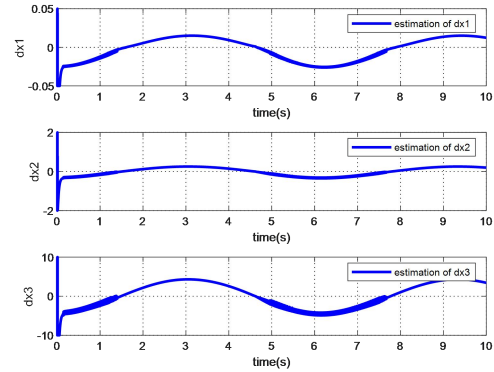


图 3-5 参考信号 y_{d1} 的跟踪误差

系统的输入力矩 u_1 和 u_2 如图 3-6 所示，滑模面 s_1 、 s_2 、 s_3 、 s_4 的曲线如图 3-7 所示。图 3-8 分别是虚拟控制律 x_{2d} 、 x_{3d} 以及 x_{4d} 的曲线图，图 3-9 分别是不确定性 d_{x1} 、 d_{x2} 以及 d_{x3} 的估计，由于反步法存在的微分“爆炸”的问题，使得直接获取 d_{x1} 、 d_{x2} 以及 d_{x3} 的真实值变得困难，因此在这里仅提供它们的估计图。尽管如此，这并不妨碍控制系统展现出卓越的位置跟踪性能和鲁棒性。


 图 3-6 控制输入 u_1 、 u_2

 图 3-7 滑模面 s_1 、 s_2 、 s_3 及 s_4

 图 3-8 虚拟控制律 x_{2d} 、 x_{3d} 、 x_{4d}

 图 3-9 不确定项 d_{x1} 、 d_{x2} 、 d_{x3} 的估计

仿真实例 2：第二个参考信号设为 $y_{d1} = \frac{1}{4}\sin(t) + \frac{1}{10}\cos(t)$ ， y_{d2} 的位置跟踪轨迹如图 3-10， y_{d2} 的位置跟踪误差如图 3-11。从图中可知，位置跟踪误差可以在 0.2 秒到达稳态，同时稳态误差收敛于 $[-1.6 \times 10^{-4}, 7 \times 10^{-5}]$ ，这反映了控制系统具备快速的响应能力以及良好的稳定性。

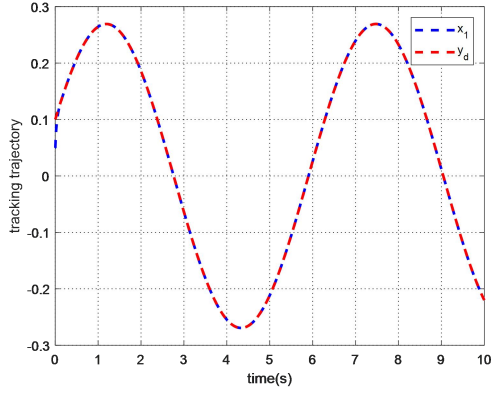


图 3-10 参考信号 y_{d2} 的跟踪轨迹

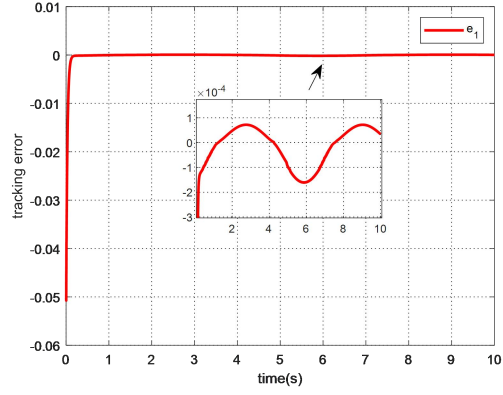


图 3-11 参考信号 y_{d2} 的跟踪误差

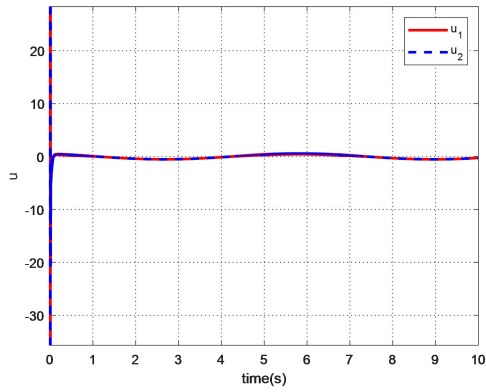


图 3-12 参考信号 y_{d2} 控制输入 u_1 、 u_2

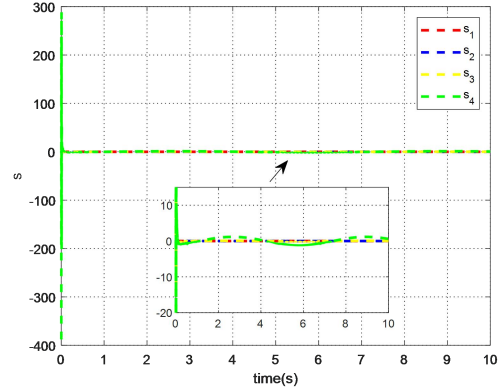


图 3-13 滑模面 s_1 、 s_2 、 s_3 及 s_4

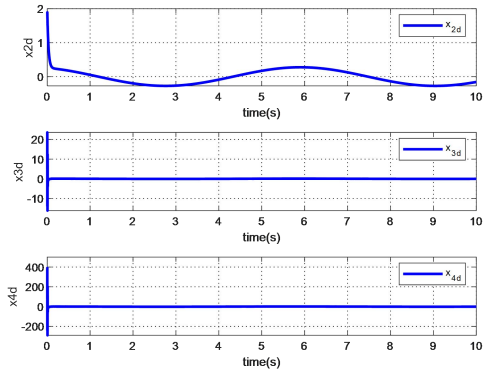


图 3-14 虚拟控制律 x_{2d} 、 x_{3d} 、 x_{4d}

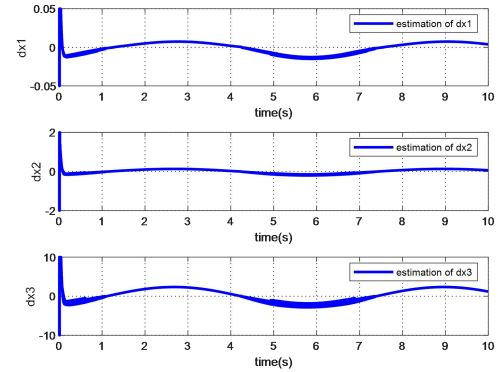


图 3-15 不确定项 d_{x1} 、 d_{x2} 、 d_{x3} 的估计

系统的输入力矩 u_1 和 u_2 如图 3-12，滑模面 s_1 、 s_2 、 s_3 以及 s_4 的曲线如图 3-13 所示，图 3-14 分别是虚拟控制律 x_{2d} 、 x_{3d} 以及 x_{4d} 的曲线图，图 3-15 分别是不确定性 d_{x1} 、 d_{x2} 以及 d_{x3} 的估计，尽管无法直接获取不确定性 d_{x1} 、 d_{x2} 以及 d_{x3} 的真实

值，但通过估计方法得到的近似值已经足够用于控制系统的设计和分析。这些估计图不仅提供了对系统不确定性的深入理解，还有助于评估控制系统的性能。

3.5 本章小结

本章基于趋近律滑模控制技术，设计了一种基于补偿型双幂次趋近律反步滑模控制方法，实现了对带有齿隙非线性的双电机驱动伺服系统的高精度控制，削弱了滑模控制的输入抖振问题。通过仿真，验证了本文提出的补偿型双幂次趋近律的有效性，能够很好的补偿系统的扰动和不确定项。也省略了神经网络、扰动观测器等环节的设计，给实际工程应用带来了便捷。

第4章 基于自适应参数辨识的动态面控制

双电机驱动伺服系统不断发展,以满足严格的安全性和可靠性要求。然而,有几个因素可能会降低系统的性能,如传动齿隙、参数不确定性等。并且该系统需要满足两个条件。首先,实现高精度的位置跟踪控制,在保证输出性能的前提下减少非线性和不确定性的影响。其次是提高系统的可靠性和安全性,保证两台电机的输出转矩同步。

为了实现第一个条件,即实现高精度的位置跟踪控制,各种控制策略已被提出,例如PID控制^[59]、滑模控制^[60,61]、反步控制^[62,63]等等。其中,由于反步控制具有适用于具有不确定性的非线性系统的优势被应用于各领域。但是该控制方法也有其缺陷,为了解决传统反步控制中微分“膨胀”的弊端,文献^[64-66]提出了动态面控制方法。通过在反步控制的每一步中引入低通滤波器来得到虚拟控制函数的导数。为了实现第二个条件,许多学者针对双电机控制系统提出了多种同步控制方法,例如主从同步控制^[67]、交叉耦合同步控制^[68]等等。其中,交叉耦合同步控制具有良好的控制性能,常常与其他控制策略结合使用。

为了解决不确定性,文献^[69]设计了可变增益神经网络观测器可以同时估计未知状态、不确定非线性以及干扰。文献^[70]考虑了转矩扰动、电机参数差异以及未建模动力学,采用命令滤波自适应控制方法实现了位置跟踪控制。

针对双电机驱动伺服系统存在齿隙非线性和参数不确定性的问题,本章提出了一种新型自适应律的动态面反步控制方法。由于传统自适应律存在无法收敛到真实值的问题,本章设计了一种包含参数估计误差的新型自适应律。鉴于反步控制在应用中存在的“微分爆炸”问题,引入了动态面方法以有效解决此难题。同时,为了应对同步控制方面的挑战,采纳了交叉耦合控制方案。通过自适应动态面反步控制策略,可以精确估计各项不确定性,并据此推导出系统实际的控制律。进一步地,结合参数估计误差,提出了一种新型自适应律。这种自适应律的核心思想在于,利用参数误差信息来设计自适应参数估计律,从而确保当参数误差趋于零时,参数能够逼近其真实值。

4.1 问题描述

考虑转矩平衡方程式(2-3)与(2-5),可得到如下:

$$T_1 = k \frac{\theta_1 - T_2 - d_{\theta 1}}{J_l s^2 + B_l s + k}, T_2 = k \frac{\theta_2 - T_1 - d_{\theta 2}}{J_l s^2 + B_l s + k} \quad (4-1)$$

这表明两个电机之间存在力耦合效应，对双电机驱动的伺服系统来说，当双电机的动态特性不同时，它们的输出转矩可能不一致。因此，如果不消除扭矩差异，可能会发生出扭矩的不匹配将使输出轴疲劳甚至断裂。此外，由于伺服“打架”现象，每个电机承受额外的负载，影响负载的正常运行。为了处理两个电机之间的耦合效应，必须进行转矩同步控制，以消除伺服“打架”。

由公式(2-4)可知，转矩同步误差 $T_1 - T_2$ 可转化为位置同步误差 $\theta_1 - \theta_2$ ，由于速度反映了位置的变化趋势，加速度反映了速度的变化趋势，如果能在速度和加速度偏差影响位置同步之前进行补偿，则系统的瞬态性能将得到显著改善。此外，由公式(2-3)可知，电机的输出转矩也受到电机转速和加速度的影响。因此，利用速度和加速状态来实现同步控制。

在设计控制器前首先定义新的系统状态变量，考虑 $x_1 = \theta_l$ ， $x_2 = \dot{\theta}_l$ ， $x_{3i} = \theta_i$ ， $x_{4i} = \dot{\theta}_i$ ， $x_{5i} = \ddot{\theta}_i (i=1,2)$ 作为状态变量，将公式(2-17)改写为如下形式：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \eta_0 x_3 - \mathcal{G}_0 x_1 - \mathcal{G}_1 x_2 + \Delta_0 \\ \dot{x}_{3i} = x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} = x_{5i} \\ \dot{x}_{5j} = \eta_j u_j + \mathcal{G}_{2i} x_1 + \mathcal{G}_{3i} x_2 - \mathcal{G}_{4i} x_{3i} - \mathcal{G}_{5i} x_{4i} - \mathcal{G}_{6i} x_{5i} + \Delta_i \end{cases} \quad (4-2)$$

其中， $\eta_0 = \frac{k}{J_l}$ ， $\eta_i = \frac{k_{mi}}{J_i L_i}$ ， $\theta_0 = \frac{2k}{J_l}$ ， $\theta_1 = \frac{B_l}{J_l}$ ， $\theta_{2i} = \frac{k R_i}{J_i L_i}$ ， $\theta_{3i} = \frac{k}{J_i}$ ， $\theta_{4i} = \frac{k R_i}{J_i L_i}$ ，

$$\theta_{5i} = \frac{K_{mi} K_{ei} + B_i R_i + k L_i}{J_i L_i} \quad , \quad \theta_{6i} = \frac{J_i R_i + B_i L_i}{J_i L_i} \quad , \quad \Delta_0 = \frac{-k d_{\theta 1} - k d_{\theta 2} + d_l}{J_l} \quad ,$$

$$\Delta_i = \frac{-k L_i \dot{d}_{\theta i} - k R_i d_{\theta i} - L_i d_i - R_i d_i}{J_i L_i} \quad , \quad u_j \text{ 代表两个电机的输入信号。}$$

假设 4.1^[71]：所有不确定的参数包括 η_0 、 η_j 、 Δ_0 、 Δ_j 和 $\theta_i (i=0,1,2j,...,6j, j=1,2)$ 是有界的。

将系统的动态方程重新表示为：

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_2 &= \eta_0 x_3 - \mathcal{G}_0 x_1 - \mathcal{G}_1 x_2 + \Delta_0 \\
 &= \eta_0 x_3 + \begin{bmatrix} -x_1 & -x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{G}_0 \\ \mathcal{G}_1 \end{bmatrix} + \Delta_0 \\
 &= \eta_0 x_3 + \Phi \Theta_0 + \Delta_0
 \end{aligned} \tag{4-3}$$

其中， $\Theta_0 = [\mathcal{G}_0 \quad \mathcal{G}_1]^T$ 表示待估计的未知参数向量， $\Phi = [-x_1 \quad -x_2]$ 表示已知回归量。

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{5f} &= \eta_i u_i + \mathcal{G}_{2i} x_1 + \mathcal{G}_{3i} x_2 - \mathcal{G}_{4i} x_{3i} - \mathcal{G}_{5i} x_{4i} - \mathcal{G}_{6i} x_{5i} + \Delta_i \\
 &= \eta_i u_i + \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & -x_{3i} & -x_{4i} & -x_{5i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{2i} \\ \mathcal{G}_{3i} \\ \mathcal{G}_{4i} \\ \mathcal{G}_{5i} \\ \mathcal{G}_{6i} \end{bmatrix} + \Delta_i \\
 &= \eta_i u_i + \Phi_i \Theta_i + \Delta_i
 \end{aligned} \tag{4-4}$$

其中， $\Theta_i = [\mathcal{G}_{2i} \quad \mathcal{G}_{3i} \quad \mathcal{G}_{4i} \quad \mathcal{G}_{5i} \quad \mathcal{G}_{6i}]^T$ ($i=1,2$) 表示待估计的未知参数向量，

$\Phi_i = [x_1 \quad x_2 \quad -x_{3i} \quad -x_{4i} \quad -x_{5i}]$ ($i=1,2$) 表示已知回归量。

4.2 自适应参数辨识

为了能够在线识别参数，必须提取参数误差信息以设计自适应参数估计律。因此，当参数误差收敛到零时，参数将收敛到其真实值。

对公式(4-3)进行滤波操作可得：

$$\begin{cases} \rho \dot{x}_{2f} + x_{2f} = x_2, x_{2f}(0) = 0 \\ \rho \dot{x}_{3f} + x_{3f} = x_3, x_{3f}(0) = 0 \\ \rho \dot{\Phi}_f + \Phi_f = \Phi, \Phi_f(0) = 0 \end{cases} \tag{4-5}$$

其中， x_{2f} ， x_{3f} 和 Φ_f 是经过 x_2 ， x_3 和 Φ 滤波得到的变量。 $\rho > 0$ 表示滤波调谐参数。 $x_{2f}(0)$ ， $x_{3f}(0)$ 和 $\Phi_f(0)$ 分别代表 x_2 ， x_3 和 Φ 的初值。

由公式(4-3)和公式(4-5)整理可得：

$$\dot{x}_{2f} = \frac{x_2 - x_{2f}}{\rho} = \Phi_f \Theta_0 + \eta_0 x_{3f} \tag{4-6}$$

定义辅助滤波回归矩阵 P 和向量 Q 的动态方程如下：

$$\begin{cases} \dot{P} = -lP + \Phi_f^T \Phi_f, P(0) = 0 \\ \dot{Q} = -lQ + \Phi_f^T \left(\frac{x_2 - x_{2f}}{\rho} - \eta_0 x_{3f} \right), Q(0) = 0 \end{cases} \quad (4-7)$$

其中, $l > 0$ 表示调优参数, 为了保证 P 和 Q 的有界性。 $P(0)$, $Q(0)$ 分别代表 P 和 Q 的初始值。

对公式(4-7)积分可以得到如下形式:

$$\begin{cases} P(t) = \int_0^t e^{-l(t-r)} \Phi_f^T(r) \Phi_f(r) dr \\ Q(t) = \int_0^t e^{-l(t-r)} \Phi_f^T(r) \left(\frac{x_2 - x_{2f}}{\rho} - \eta_0 x_{3f} \right) dr \end{cases} \quad (4-8)$$

根据公式(4-7)和公式(4-8)可得到以下关系式:

$$Q = P\Theta_0 \quad (4-9)$$

根据可测量的系统状态和系统输入, 参数误差信息由公式(4-9)可得到:

$$\begin{aligned} P\hat{\Theta}_0 - Q &= P\hat{\Theta}_0 - \int_0^t e^{-l(t-r)} \Phi_f^T(r) \left(\frac{x_2 - x_{2f}}{\rho} - \eta_0 x_{3f} \right) dr \\ &= P\hat{\Theta}_0 - \int_0^t e^{-l(t-r)} \Phi_f^T(r) \Phi_f(r) \Theta_0 dr \\ &= P\hat{\Theta}_0 - P\Theta_0 \\ &= P\tilde{\Theta}_0 \end{aligned} \quad (4-10)$$

其中, $\hat{\Theta}_0$ 表示对未知参数向量的估计, $\tilde{\Theta}_0$ 表示估计误差。 $P\hat{\Theta}_0 - Q$ 中含有估计误差, 所以利用该表达式来设计自适应律, 可以确保系统的收敛性能。

同理, 对公式(4-4)进行如下滤波操作:

$$\begin{cases} \rho_i \dot{x}_{5if} + x_{5if} = x_{5i}, x_{5if}(0) = 0 \\ \rho_i \dot{u}_{if} + u_{if} = u_i, u_{if}(0) = 0 \\ \rho_i \dot{\Phi}_{if} + \Phi_{if} = \Phi_i, \Phi_{if}(0) = 0 \end{cases} \quad (4-11)$$

其中, x_{5if} , u_{if} 和 Φ_{if} 是经过 x_{5i} , u_i 和 Φ_i 滤波得到的。 $\rho_i > 0$, 表示滤波调谐参数。 $x_{5if}(0)$, $u_{if}(0)$ 和 $\Phi_{if}(0)$ 分别代表 x_{5i} , u_i 和 Φ_i 的初值。

由公式(4-4)和公式(4-11)整理可得:

$$x_{5if} = \frac{x_{5i} - x_{5if}}{\rho} = \Phi_{if} \Theta_i + \eta_i u_{if} \quad (4-12)$$

定义关于参数 P_i 和参数 Q_i 的方程如下：

$$\begin{cases} \dot{P}_i = -l_i P_i + \Phi_{if}^T \Phi_{if}, P_i(0) = 0 \\ \dot{Q}_i = -l_i Q_i + \Phi_{if}^T \left(\frac{x_{si} - x_{sif}}{\rho} - \eta_i u_{if} \right), Q_i(0) = 0 \end{cases} \quad (4-13)$$

其中, $l_i > 0$ 表示调优参数, 为了保证 P_i 和 Q_i 的有界性。 $P_i(0)$, $Q_i(0)$ 分别代表 P_i 和 Q_i 的初始值。

$$\begin{cases} P_i(t) = \int_0^t e^{-l_i(t-r)} \Phi_{if}^T(r) \Phi_{if}(r) dr \\ Q_i(t) = \int_0^t e^{-l_i(t-r)} \Phi_{if}^T(r) \left(\frac{x_{si} - x_{sif}}{\rho} - \eta_i u_{if} \right) dr \end{cases} \quad (4-14)$$

根据公式(4-13)和公式(4-14)可得到以下关系式：

$$Q_i = P_i \Theta_i \quad (4-15)$$

根据可测量的系统状态和系统输入, 参数误差信息由公式(4-15)得到：

$$\begin{aligned} P_i \hat{\Theta}_i - Q_i &= P_i \hat{\Theta}_i - \int_0^t e^{-l_i(t-r)} \Phi_{if}^T(r) \left(\frac{x_{si} - x_{sif}}{\rho} - \eta_i u_{if} \right) dr \\ &= P_i \hat{\Theta}_i - \int_0^t e^{-l_i(t-r)} \Phi_{if}^T(r) \Phi_{if}^T(r) \Theta_i dr \\ &= P_i \hat{\Theta}_i - P_i \Theta_i \\ &= P_i \tilde{\Theta}_i \end{aligned} \quad (4-16)$$

其中, $\hat{\Theta}_i (i=1,2)$ 表示对未知参数向量的估计, $\tilde{\Theta}_i (i=1,2)$ 表示估计误差。

$P_i \hat{\Theta}_i - Q_i (i=1,2)$ 中含有估计误差, 所以利用该表达式来设计自适应律, 可以确保系统的收敛性能。

4.3 动态面控制

4.3.1 控制器设计

假设 4.2: Δ_0 有上界 D , 且 D 未知, 即: $|\Delta_0| \leq D$ 。 Δ_1 有上界 D_1 , 且 D_1 未知, 即: $|\Delta_1| \leq D_1$ 。 Δ_2 有上界 D_2 , 且 D_2 未知, 即: $|\Delta_2| \leq D_2$ 。

本节给出了一种自适应动态面反步控制器的设计, 保证了位置跟踪控制和同步控制的同时进行。进行如下坐标变换：

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - x_d \\ z_i = x_i - \alpha_{id} \\ y_i = \alpha_{id} - \alpha_i \\ z_s = x_{41} - x_{42} \\ z_a = x_{51} - x_{52} \end{cases} \quad (4-17)$$

其中, x_d 为期望轨迹, α_i 为虚拟控制变量 (且 $i=2,3,4,5, j=1,2$)。下面是动态面低通滤波的设计, α_{id} 设计为如下形式:

$$\tau_i \dot{\alpha}_{id} + \alpha_{id} = \alpha_i, \alpha_{id}(0) = \alpha_i(0) \quad (4-18)$$

为了保证双电机同步控制, 期望虚拟速度控制信号可以设置为 $\alpha_{41d} = \alpha_{42d} = \frac{\alpha_{4d}}{2}$ 。同理, 期望虚拟加速度控制信号可以设置为 $\alpha_{51d} = \alpha_{52d} = \frac{\alpha_{5d}}{2}$ 。

此外, z_s 和 z_a 分别表示速度和加速度同步误差。自适应动态面反步控制设计的详细步骤如下。

Step 1: 将第一个 Lyapunov 函数 V_1 设计为如下形式:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (4-19)$$

对公式(4-19)中的 z_1 求导, 可得出 $\dot{z}_1$ 为:

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_d = x_2 - \dot{x}_d = z_2 + \alpha_{2d} - \dot{x}_d \quad (4-20)$$

选取第一个虚拟控制量 α_{2d} 为:

$$\alpha_{2d} = -k_1 z_1 + \dot{x}_d \quad (4-21)$$

对公式(4-21)求导, 并整理可得 $\dot{V}_1$ 为:

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + z_1 z_2 \quad (4-22)$$

Step 2: 将第二个 Lyapunov 函数 V_2 设计为如下形式:

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (4-23)$$

对公式(4-23)中的 z_2 求导, 可得出 $\dot{z}_2$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_{2d} = \eta_0 x_3 - \mathcal{G}_0 x_1 - \mathcal{G}_1 x_2 + \Delta_0 - \dot{\alpha}_{2d} \\ &= \eta_0 x_3 - \mathcal{G}_0 x_1 - \mathcal{G}_1 x_2 + \Delta_0 - \dot{\alpha}_{2d} \end{aligned} \quad (4-24)$$

选取第二个虚拟控制量 α_{3d} 为:

$$\alpha_{3d} = \frac{1}{\eta_0}(\hat{g}_0 x_1 + \hat{g}_1 x_2 - \text{sign}(z_2)\hat{D} + \dot{\alpha}_{2d} - k_2 z_2 - z_1) \quad (4-25)$$

其中, $\hat{D} - D = \tilde{D}$, $\hat{D}$ 是 D 的估计值, $\tilde{D}$ 是估计误差。

对公式(4-25)求导, 并整理可得:

$$\dot{V}_2 \leq -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + \eta_0 z_2 z_3 + z_2(-\tilde{g}_0 x_1 - \tilde{g}_1 x_2 + \tilde{D}) \quad (4-26)$$

Step 3: 将第三个 Lyapunov 函数 V_3 设计为如下形式:

$$V_3 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (4-27)$$

对公式(4-27)的 z_3 求导, 可得出 $\dot{z}_3$ 为:

$$\dot{z}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_{3d} = \dot{x}_{31} + \dot{x}_{32} - \dot{\alpha}_{3d} = x_4 - \dot{\alpha}_{3d} = z_4 + \alpha_{4d} - \dot{\alpha}_{3d} \quad (4-28)$$

选取第三个虚拟控制量 α_{4d} 为:

$$\alpha_{4d} = \dot{\alpha}_{3d} - \eta_0 z_2 - k_3 z_3 \quad (4-29)$$

对公式(4-29)求导, 并整理可得 $\dot{V}_3$ 为:

$$\dot{V}_3 \leq -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 + z_3 z_4 + z_2(-\tilde{g}_0 x_1 - \tilde{g}_1 x_2 + \tilde{D}) \quad (4-30)$$

Step 4: 将第四个 Lyapunov 函数 V_4 设计为如下形式:

$$V_4 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2} z_s^2 \quad (4-31)$$

对公式(4-31)的 z_4 求导, 可得出 $\dot{z}_4$ 为:

$$\dot{z}_4 = \dot{x}_4 - \dot{\alpha}_{4d} = x_5 - \dot{\alpha}_{4d} = z_5 + \alpha_{5d} - \dot{\alpha}_{4d} \quad (4-32)$$

选取第四个虚拟控制量 α_{5d} 为:

$$\alpha_{5d} = \dot{\alpha}_{4d} - z_3 - k_4 z_4 \quad (4-33)$$

对公式(4-33)的 z_s 求导, 可得出 $\dot{z}_s$ 为:

$$\dot{z}_s = \dot{x}_{41} - \dot{x}_{42} = x_{51} - x_{52} = z_a \quad (4-34)$$

整理可得 $\frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2} z_s^2$ 的导数为:

$$z_4 \dot{z}_4 + z_s \dot{z}_s = -k_4 z_4^2 + z_4 z_5 + z_s z_a - z_3 z_4 \quad (4-35)$$

对公式(4-35)求导，可得 $\dot{V}_4$ 为：

$$\dot{V}_4 \leq -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 + z_4 z_5 + z_s z_a + z_2(-\tilde{g}_0 x_1 - \tilde{g}_1 x_2 + \tilde{D}) \quad (4-36)$$

Step 5: 将第五个 Lyapunov 函数 V_5 设计为如下形式：

$$V_5 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} z_3^2 + \frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2} z_s^2 + \frac{1}{2} z_5^2 + \frac{1}{2} z_a^2 \quad (4-37)$$

$\frac{1}{2} z_5^2$ 的导数为：

$$\begin{aligned} z_5 \dot{z}_5 &= z_5 (\dot{x}_5 - \dot{\alpha}_{5d}) \\ &= z_5 (\eta_1 u_1 + \mathcal{G}_{21} x_1 + \mathcal{G}_{31} x_2 - \mathcal{G}_{41} x_{31} - \mathcal{G}_{51} x_{41} - \mathcal{G}_{61} x_{51} + \Delta_1 \\ &\quad - \dot{\alpha}_{51d} + \eta_2 u_2 + \mathcal{G}_{22} x_2 + \mathcal{G}_{32} x_2 - \mathcal{G}_{42} x_{32} - \mathcal{G}_{52} x_{42} - \mathcal{G}_{62} x_{52} + \Delta_2 - \dot{\alpha}_{52d}) \end{aligned} \quad (4-38)$$

$\frac{1}{2} z_a^2$ 的导数为：

$$\begin{aligned} z_a \dot{z}_a &= \dot{x}_{51} - \dot{x}_{52} \\ &= z_a \left[\begin{aligned} &(\eta_1 u_1 + \mathcal{G}_{21} x_1 + \mathcal{G}_{31} x_2 - \mathcal{G}_{41} x_{31} - \mathcal{G}_{51} x_{41} - \mathcal{G}_{61} x_{51} + \Delta_1 - \dot{\alpha}_{51d}) \\ &+ (\eta_2 u_2 + \mathcal{G}_{22} x_2 + \mathcal{G}_{32} x_2 - \mathcal{G}_{42} x_{32} - \mathcal{G}_{52} x_{42} - \mathcal{G}_{62} x_{52} + \Delta_2 - \dot{\alpha}_{52d}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (4-39)$$

$\frac{1}{2} z_5^2 + \frac{1}{2} z_a^2$ 的导数为：

$$\begin{aligned} z_5 \dot{z}_5 + z_a \dot{z}_a &= (z_5 + z_a)(\eta_1 u_1 + \mathcal{G}_{21} x_1 + \mathcal{G}_{31} x_2 - \mathcal{G}_{41} x_{31} - \mathcal{G}_{51} x_{41} - \mathcal{G}_{61} x_{51} + \Delta_1 - \dot{\alpha}_{51d}) \\ &\quad + (z_5 + z_a)(\eta_2 u_2 + \mathcal{G}_{22} x_2 + \mathcal{G}_{32} x_2 - \mathcal{G}_{42} x_{32} \\ &\quad - \mathcal{G}_{52} x_{42} - \mathcal{G}_{62} x_{52} + \Delta_2 - \dot{\alpha}_{52d}) \end{aligned} \quad (4-40)$$

对公式(4-40)求导，并整理可得 $\dot{V}_5$ 为：

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 &= \dot{V}_4 + (z_5 + z_a)(\eta_1 u_1 + \mathcal{G}_{21} x_1 + \mathcal{G}_{31} x_2 - \mathcal{G}_{41} x_{31} - \mathcal{G}_{51} x_{41} - \mathcal{G}_{61} x_{51} + \Delta_1 - \dot{\alpha}_{51d}) \\ &\quad + (z_5 + z_a)(\eta_2 u_2 + \mathcal{G}_{22} x_2 + \mathcal{G}_{32} x_2 - \mathcal{G}_{42} x_{32} - \mathcal{G}_{52} x_{42} - \mathcal{G}_{62} x_{52} + \Delta_2 - \dot{\alpha}_{52d}) \end{aligned} \quad (4-41)$$

为使得系统满足 Lyapunov 稳定性理论，系统最终的控制律 u_1 为：

$$\begin{aligned} u_1 &= -\frac{1}{\eta} (\hat{\mathcal{G}}_{21} x_1 + \hat{\mathcal{G}}_{31} x_2 - \hat{\mathcal{G}}_{41} x_{31} - \hat{\mathcal{G}}_{51} x_{41} - \hat{\mathcal{G}}_{61} x_{51} \\ &\quad + \hat{D}_1 - \dot{\alpha}_{51d} + \frac{z_4}{2} + \frac{z_s}{2} + \frac{k_5}{2} (z_5 + z_a)) \end{aligned} \quad (4-42)$$

其中， $\hat{D}_1 - D_1 = \tilde{D}_1$ ， $\hat{D}_1$ 是 D_1 的估计值， $\tilde{D}_1$ 是估计误差。

同理可得控制律 u_2 为:

$$u_2 = -\frac{1}{\eta}(\hat{\mathcal{G}}_{22}x_1 + \hat{\mathcal{G}}_{32}x_2 - \hat{\mathcal{G}}_{42}x_{32} - \hat{\mathcal{G}}_{52}x_{42} - \hat{\mathcal{G}}_{62}x_{52} + \hat{D}_2 - \dot{\alpha}_{52d} + \frac{z_4}{2} + \frac{z_s}{2} + \frac{k_5}{2}(z_5 + z_a)) \quad (4-43)$$

其中, $\hat{D}_2 - D_2 = \tilde{D}_2$, $\hat{D}_2$ 是 D_2 的估计值, $\tilde{D}_2$ 是估计误差。

将公式(4-41)和公式(4-42)带回公式(4-40), 并整理可到如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 \leq & -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 - k_5 z_5^2 - k_5 z_a^2 + z_2(-\tilde{\mathcal{G}}_0 x_1 - \tilde{\mathcal{G}}_1 x_2 + \tilde{D}) \\ & + (z_5 + z_a)(\tilde{\mathcal{G}}_{21}x_1 + \tilde{\mathcal{G}}_{31}x_2 - \tilde{\mathcal{G}}_{41}x_{31} - \tilde{\mathcal{G}}_{51}x_{41} - \tilde{\mathcal{G}}_{61}x_{51} + \tilde{D}_1) \\ & + (z_5 - z_a)(\tilde{\mathcal{G}}_{22}x_2 + \tilde{\mathcal{G}}_{32}x_2 - \tilde{\mathcal{G}}_{42}x_{32} - \tilde{\mathcal{G}}_{52}x_{42} - \tilde{\mathcal{G}}_{62}x_{52} + \tilde{D}_2) \end{aligned} \quad (4-44)$$

再将系统总的 Lyapunov 函数设计为如下形式:

$$\begin{aligned} V_6 = V_5 + & \frac{1}{2r_1}\tilde{\Delta}_0^2 + \frac{1}{2r_2}\tilde{\Delta}_1^2 + \frac{1}{2r_3}\tilde{\Delta}_2^2 + \frac{1}{2r_4}\tilde{\mathcal{G}}_0^2 + \frac{1}{2r_5}\tilde{\mathcal{G}}_1^2 + \frac{1}{2r_6}\tilde{\mathcal{G}}_{2i}^2 + \frac{1}{2r_7}\tilde{\mathcal{G}}_{3i}^2 \\ & + \frac{1}{2r_8}\tilde{\mathcal{G}}_{4i}^2 + \frac{1}{2r_9}\tilde{\mathcal{G}}_{5i}^2 + \frac{1}{2r_{10}}\tilde{\mathcal{G}}_{6i}^2 + \frac{1}{2}y_2^2 + \frac{1}{2}y_3^2 + \frac{1}{2}y_4^2 + \frac{1}{2}y_{51}^2 + \frac{1}{2}y_{52}^2 \end{aligned} \quad (4-45)$$

对公式(4-45)求导, 并整理可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 \leq & -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 - k_5 z_5^2 - k_5 z_a^2 + \frac{1}{r_1}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} - z_2\dot{\tilde{D}} + \frac{1}{r_2}\tilde{D}_1\dot{\tilde{D}}_1 \\ & - (z_5 + z_a)\dot{\tilde{D}}_1 + \frac{1}{r_3}\tilde{D}_2\dot{\tilde{D}}_2 - (z_5 - z_a)\dot{\tilde{D}}_2 + \frac{1}{r_4}\tilde{\mathcal{G}}_0\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_0 + z_2\tilde{\mathcal{G}}_0\dot{x}_1 + \frac{1}{r_5}\tilde{\mathcal{G}}_1\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_1 + z_2\tilde{\mathcal{G}}_1\dot{x}_2 \\ & + \frac{1}{r_{61}}\tilde{\mathcal{G}}_{21}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{21} - (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{21}\dot{x}_1 + \frac{1}{r_{71}}\tilde{\mathcal{G}}_{31}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{31} - (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{31}\dot{x}_2 + \frac{1}{r_{81}}\tilde{\mathcal{G}}_{41}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{41} \\ & + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{41}\dot{x}_{31} + \frac{1}{r_{91}}\tilde{\mathcal{G}}_{51}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{51} + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{51}\dot{x}_{41} + \frac{1}{r_{101}}\tilde{\mathcal{G}}_{61}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{61} + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{61}\dot{x}_{51} \\ & + \frac{1}{r_{62}}\tilde{\mathcal{G}}_{22}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{22} - (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{22}\dot{x}_2 + \frac{1}{r_{72}}\tilde{\mathcal{G}}_{32}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{32} - (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{32}\dot{x}_2 + \frac{1}{r_{82}}\tilde{\mathcal{G}}_{42}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{42} \\ & + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{42}\dot{x}_{32} + \frac{1}{r_{92}}\tilde{\mathcal{G}}_{52}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{52} + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{52}\dot{x}_{42} + \frac{1}{r_{102}}\tilde{\mathcal{G}}_{62}\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{62} \\ & + (z_5 + z_a)\tilde{\mathcal{G}}_{62}\dot{x}_{52} + y_2\dot{y}_2 + y_3\dot{y}_3 + y_4\dot{y}_4 + y_5\dot{y}_5 \end{aligned} \quad (4-46)$$

将公式(4-46)化简为如下形式:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_6 \leq & -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - k_4 z_4^2 - k_5 z_5^2 - k_5 z_a^2 + \frac{1}{r_1} \tilde{D} \dot{\tilde{D}} - z_2 \tilde{D} \\
 & + \frac{1}{r_2} \tilde{D}_1 \dot{\tilde{D}}_1 - (z_5 + z_a) \tilde{D}_1 + \frac{1}{r_3} \tilde{D}_2 \dot{\tilde{D}}_2 - (z_5 - z_a) \tilde{D}_2 + \tilde{\Theta}_0^T \Gamma_0^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_0 \\
 & + \tilde{\Theta}_0^T H_0 + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_1 + \tilde{\Theta}_1^T H_1 + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_2 + \tilde{\Theta}_2^T H_2 \\
 & + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \dot{\tilde{\Theta}}_2 + y_2 \dot{y}_2 + y_3 \dot{y}_3 + y_4 \dot{y}_4 + y_5 \dot{y}_5
 \end{aligned} \quad (4-47)$$

其中, $\tilde{\Theta}_0 = [\tilde{\mathcal{G}}_0 \quad \tilde{\mathcal{G}}_1]^T$, $\dot{\tilde{\Theta}}_0 = [\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_0 \quad \dot{\tilde{\mathcal{G}}}_1]^T$, $H_0 = [z_2 x_1 \quad z_2 x_2]^T$, $\Gamma_0 = \begin{bmatrix} r_4 & 0 \\ 0 & r_5 \end{bmatrix}$,

$\tilde{\Theta}_i = [\tilde{\mathcal{G}}_{2i} \quad \tilde{\mathcal{G}}_{3i} \quad \tilde{\mathcal{G}}_{4i} \quad \tilde{\mathcal{G}}_{5i} \quad \tilde{\mathcal{G}}_6]^T, (i=1,2)$, $\dot{\tilde{\Theta}}_i = [\dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{2i} \quad \dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{3i} \quad \dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{4i} \quad \dot{\tilde{\mathcal{G}}}_{5i} \quad \dot{\tilde{\mathcal{G}}}_6]^T, (i=1,2)$,

$$H_1 = \begin{bmatrix} -(z_5 + z_a)x_1 \\ -(z_5 + z_a)x_2 \\ (z_5 + z_a)x_{31} \\ (z_5 + z_a)x_{41} \\ (z_5 + z_a)x_{51} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_i = \begin{bmatrix} r_{6i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{7i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{8i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{9i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{10i} \end{bmatrix}, (i=1,2), \quad H_2 = \begin{bmatrix} -(z_5 - z_a)x_1 \\ -(z_5 - z_a)x_2 \\ (z_5 - z_a)x_{32} \\ (z_5 - z_a)x_{42} \\ (z_5 - z_a)x_{52} \end{bmatrix},$$

调节参数 $r_4, r_5, r_{6i}, r_{7i}, r_{8i}, r_{9i}, r_{10i} (i=1,2)$ 是用来调整参数自适应律的收敛速度, 保证控制律具有良好的动态性能。

在线参数自适应辨识律应该设计为:

$$\dot{\tilde{\Theta}}_i = -\Gamma_i (H_i + P_i \hat{\Theta}_i - Q_i), i=0,1,2 \quad (4-48)$$

同理, 调节参数 r_1, r_2, r_3 用来调整参数自适应律的收敛速度, 保证控制律具有良好的动态性能, 得到的 D, D_1, D_2 的自适应律为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{D}} = r_1 z_2 \\ \dot{\tilde{D}}_1 = r_2 (z_5 + z_a) \\ \dot{\tilde{D}}_2 = r_3 (z_5 - z_a) \end{cases} \quad (4.49)$$

4.3.2 稳定性证明

根据以上分析, 可得如下定理:

定理 4.1: 针对带有齿隙的双电机驱动伺服系统(4.2), 通过设计控制器(4.42)-(4.43)、自适应参数估计律(4.48), 自适应律(4.49), 闭环系统可以渐近稳定。

本节分析双电机驱动伺服系统的稳定性。

证明: 基于公式(4-17)和公式(4-18), 可得到:

$$\dot{\alpha}_{id} = -\frac{y_i}{\tau_i} \quad (4-50)$$

对公式(4-17)中的 y_2 求导, 可得出 $\dot{y}_2$ 为:

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= \dot{\alpha}_{2d} - \dot{\alpha}_2 \\ &= -\frac{y_2}{\tau_2} - \dot{\alpha}_2 \end{aligned} \quad (4-51)$$

令 $B_2 = -\dot{\alpha}_2$ 。

那么 y_2 的导数可改写为:

$$\dot{y}_2 = -\frac{y_2}{\tau_2} + B_2 \quad (4-52)$$

同理可得:

$$\begin{cases} \dot{y}_2 = -\frac{y_2}{\tau_2} + B_2 \\ \dot{y}_3 = \dot{\alpha}_{3d} - \dot{\alpha}_3 = -\frac{y_3}{\tau_3} - \dot{\alpha}_3, B_3 = -\dot{\alpha}_3 \\ \dot{y}_4 = \dot{\alpha}_{4d} - \dot{\alpha}_4 = -\frac{y_4}{\tau_4} - \dot{\alpha}_4, B_4 = -\dot{\alpha}_4 \\ \dot{y}_5 = \dot{\alpha}_{5d} - \dot{\alpha}_5 = -\frac{y_5}{\tau_5} - \dot{\alpha}_5, B_5 = -\dot{\alpha}_5 \end{cases} \quad (4-53)$$

定义以下紧集:

$$\Omega_{all} = \{z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 + z_5^2 + z_a^2 + z_s^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2 + y_5^2 \leq 4q\} \quad (4-54)$$

其中, 公式(4-54)中 $q > 0$ 是可确定的常数, 因此 $|B_2|$ 、 $|B_3|$ 、 $|B_4|$ 、 $|B_5|$ 在紧集 $|\Omega_i|$ 上具有最大值 B_{2m} 、 B_{3m} 、 B_{4m} 、 B_{5m} 。并且 $|B_{2m}| \leq B_{2m}$ 、 $|B_{3m}| \leq B_{3m}$ 、 $|B_{4m}| \leq B_{4m}$ 、 $|B_{5m}| \leq B_{5m}$ 。

有以下不等式:

$$y_i \dot{y}_i = y_i \left(-\frac{y_i}{\tau_i} + B_i \right) \leq -\frac{y_i^2}{\tau_i} + |y_i| |B_{im}| \leq -\frac{y_i^2}{\tau_i} + \frac{1}{2h_i} B_{im}^2 + \frac{h_i}{2} y_i^2 \quad (4-55)$$

其中, $i = 2, 3, 4, 5$ 。 h_i 表示设计参数, 其值为正。因此可以得到:

$$\begin{aligned}
 y_2\dot{y}_2 + y_3\dot{y}_3 + y_4\dot{y}_4 + y_5\dot{y}_5 \leq & \left(\frac{h_2}{2} - \frac{1}{\tau_2}\right)y_2^2 + \left(\frac{h_3}{2} - \frac{1}{\tau_3}\right)y_3^2 + \left(\frac{h_4}{2} - \frac{1}{\tau_4}\right)y_4^2 \\
 & + \left(\frac{h_5}{2} - \frac{1}{\tau_5}\right)y_5^2 + \frac{1}{2h_2}B_{2m}^2 + \frac{1}{2h_3}B_{3m}^2 \\
 & + \frac{1}{2h_4}B_{4m}^2 + \frac{1}{2h_5}B_{5m}^2
 \end{aligned} \quad (4-56)$$

将公式(4-56)代入到公式(4-47)可得到:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_6 \leq & -k_1z_1^2 - k_2z_2^2 - k_3z_3^2 - k_4z_4^2 - k_5z_5^2 - k_5z_a^2 + \frac{1}{r_1}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} - e_2\tilde{D} + \frac{1}{r_2}\tilde{D}_1\dot{\tilde{D}}_1 \\
 & - (z_5 + z_a)\tilde{D}_1 + \frac{1}{r_3}\tilde{D}_2\dot{\tilde{D}}_2 - (z_5 - z_a)\tilde{D}_2 + \tilde{\Theta}_0^T H_0 + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_1 + \tilde{\Theta}_1^T H_1 \\
 & + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_2 + \tilde{\Theta}_2^T H_2 + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_2 + \left(\frac{h_2}{2} - \frac{1}{\tau_2}\right)y_2^2 + \left(\frac{h_3}{2} - \frac{1}{\tau_3}\right)y_3^2 \\
 & + \left(\frac{h_4}{2} - \frac{1}{\tau_4}\right)y_4^2 + \left(\frac{h_5}{2} - \frac{1}{\tau_5}\right)y_5^2 + \frac{1}{2h_2}B_{2m}^2 \\
 & + \frac{1}{2h_3}B_{3m}^2 + \frac{1}{2h_4}B_{4m}^2 + \frac{1}{2h_5}B_{5m}^2
 \end{aligned} \quad (4-57)$$

其中, 公式(4-57)满足如下条件:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tau_2} \geq \frac{h_2}{2} \\ \frac{1}{\tau_3} \geq \frac{h_3}{2} \\ \frac{1}{\tau_4} \geq \frac{h_4}{2} \\ \frac{1}{\tau_5} \geq \frac{h_5}{2} \\ k_i \geq g, i=1,2,3,4,5 \\ M = \frac{1}{2h_2}B_{2m}^2 + \frac{1}{2h_3}B_{3m}^2 + \frac{1}{2h_4}B_{4m}^2 + \frac{1}{2h_5}B_{5m}^2 \end{array} \right. \quad (4-58)$$

将公式(4-54)和公式(4-58)代入公式(4-57), 可以整理得到如下:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_6 \leq & -4gq + M + \frac{1}{r_1}\tilde{D}\dot{\tilde{D}} - z_2\tilde{D} + \frac{1}{r_2}\tilde{D}_1\dot{\tilde{D}}_1 - (z_5 + z_a)\tilde{D}_1 + \frac{1}{r_3}\tilde{D}_2\dot{\tilde{D}}_2 \\
 & - (z_5 - z_a)\tilde{D}_2 + \tilde{\Theta}_0^T \Gamma_0^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_0 + \tilde{\Theta}_0^T H_0 + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_1 \\
 & + \tilde{\Theta}_1^T H_1 + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_2 + \tilde{\Theta}_2^T H_2 + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1}\dot{\tilde{\Theta}}_2
 \end{aligned} \quad (4-59)$$

将公式(4-48)、公式(4-49)代入公式(4-59)可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_6 \leq & -4gq + M + \frac{1}{r_1} \tilde{D} r_1 z_2 - z_2 \tilde{D} + \frac{1}{r_2} \tilde{D} r_2 (z_5 + z_a) - (z_5 + z_a) \tilde{D}_1 \\
 & + \frac{1}{r_3} \tilde{D}_2 r_3 (z_5 - z_a) - (z_5 - z_a) \tilde{D}_2 + \tilde{\Theta}_0^T \Gamma_0^{-1} (-\Gamma_0 (H_0 + P_0 \hat{\Theta}_0 - Q_0)) \\
 & + \tilde{\Theta}_0^T H_0 + \tilde{\Theta}_1^T \Gamma_1^{-1} (-\Gamma_1 (H_1 + P_1 \hat{\Theta}_1 - Q_1)) + \tilde{\Theta}_1^T H_1 \\
 & + \tilde{\Theta}_2^T \Gamma_2^{-1} (-\Gamma_2 (H_2 + P_2 \hat{\Theta}_2 - Q_2)) + \tilde{\Theta}_2^T H_2
 \end{aligned} \quad (4-60)$$

继续将公式(4-60)化简为：

$$\dot{V}_6 \leq -4gq + M - \tilde{\Theta}_0^T P_0 \tilde{\Theta}_0 - \tilde{\Theta}_1^T P_1 \tilde{\Theta}_1 - \tilde{\Theta}_2^T P_2 \tilde{\Theta}_2 \quad (4-61)$$

分析公式(4-61)，需令 $4gq > M$ ，即选择 $g > \frac{M}{4q}$ ，可得 $\dot{V}_6 \leq 0$ ，从而可证明系统

渐近稳定。

定理 4.1 证明完毕。

4.4 仿真与分析

为了验证本文所设计的自适应参数辨识律的效果，将其与传统自适应律进行对比实验。传统自适应辨识律的形式如下：

$$\begin{cases} \dot{\hat{\Theta}}_{00} = -\Gamma_0 H_0 \\ \dot{\hat{\Theta}}_{10} = -\Gamma_1 H_1 \\ \dot{\hat{\Theta}}_{20} = -\Gamma_2 H_2 \end{cases} \quad (4-62)$$

其中， $\hat{\Theta}_{i0}, (i=0,1,2)$ 表示传统自适应参数辨识所得到的未知参数的估计值。有

$$\dot{\hat{\Theta}}_{00} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathcal{J}}}_0 & \dot{\hat{\mathcal{J}}}_1 \end{bmatrix}^T, \quad \hat{\Theta}_{i0} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathcal{J}}}_{2i0} & \dot{\hat{\mathcal{J}}}_{3i0} & \dot{\hat{\mathcal{J}}}_{4i0} & \dot{\hat{\mathcal{J}}}_{5i0} & \dot{\hat{\mathcal{J}}}_{6i0} \end{bmatrix}^T \quad (i=1,2)。$$

为了进行公平的仿真对比实验，本文设计的基于自适应参数辨识的动态面控制(NAL)与传统自适应律动态面控制(TAL)的仿真参数尽量设置相同。系统的参

数设置为： $R_1 = 0.01$ ， $R_2 = R_1$ ， $K_{e1} = 0.64$ ， $K_{e2} = K_{e1}$ ， $J_1 = 0.0323$ ， $J_2 = J_1$ ，

$B_1 = 0.0143$ ， $B_2 = B_1$ ， $K_{m1} = 1.11$ ， $K_{m2} = K_{m1}$ ， $L_1 = 0.1$ ， $L_2 = L_1$ ， $J_l = 0.2$ ， $B_l = 0.03$ ，

$k = 1$ ， $\alpha = 0.002$ ， $r = 0.001$ 。系统和各个变量的初始值为： $\Phi(0) = [0 \ 0]$ ，

$$P(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q(0) = [0 \ 0]^T, \quad \Phi_1(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad P_1(0) = 0_{5 \times 5},$$

$Q_1(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\Phi_2(0) = \Phi_1(0)$, $P_2(0) = P_1(0)$, $Q_2(0) = Q_1(0)$,
 $\hat{\Theta}_0(0) = [0 \ 0]$, $\hat{\Theta}_1(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$, $\hat{\Theta}_2(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ 。控制器参数:
 $k_1 = 1$, $k_2 = 8$, $k_3 = 10$, $k_4 = 20$, $k_5 = 100$ 。滤波调谐参数: $\rho = \rho_1 = \rho_2 = 0.01$,
 $l = l_1 = l_2 = 1$ 。

在下面的仿真中, 选择两个参考信号验证了所提方法的有效性。将两组电机参数设置为完全一致, 初始系统状态值为 $x_0 = [0.01 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

仿真实例 1: 第一个参考信号给定为 $x_{d1} = \frac{1}{20} \sin(\pi t)$, x_{d1} 的位置跟踪轨迹如图 4-1 和 x_{d1} 的位置跟踪误差如图 4-2 所示。从图中可以看出, NAL 相较于 TAL 展现出更为快速且准确的位置跟踪性能, NAL 收敛时间为 2.5 秒, 且位置跟踪误差收敛范围可达到 $[-1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-4}]$ 。NAL 的误差 z_2 、 z_3 、 z_4 、 z_5 的曲线如图 4-3 所示, 从图中可以看出, z_2 、 z_3 及 z_4 能在 0.5 秒左右到达稳态, 且 z_2 稳态误差收敛于 $[-1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-4}]$, z_3 的稳态误差收敛于 $[-1.4 \times 10^{-3}, 1.4 \times 10^{-3}]$, z_4 的稳态误差收敛于 $[-1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-3}]$, z_5 在 10 秒左右到达稳态, 且 z_5 的稳态误差收敛于 $[-7 \times 10^{-4}, 7 \times 10^{-4}]$ 。NAL 的速度同步误差 z_s 、加速度同步误差 z_a 的曲线如图 4-4 所示, NAL 的系统控制输入 u_1 和 u_2 如图 4-5 所示。

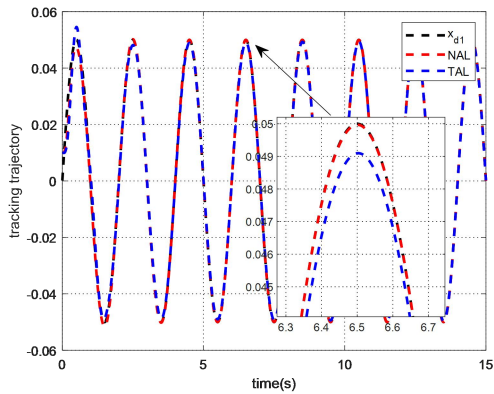


图 4-1 参考信号 x_{d1} 的跟踪轨迹

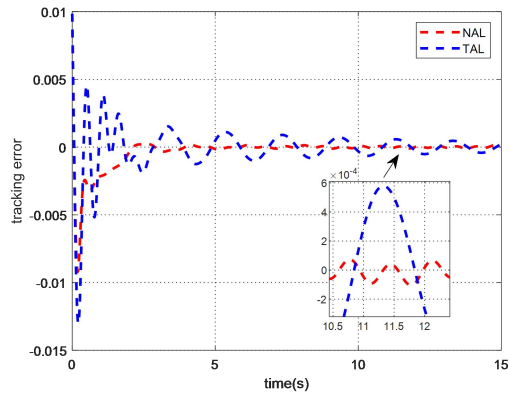
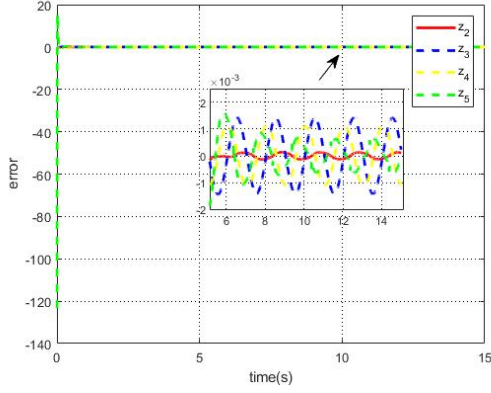
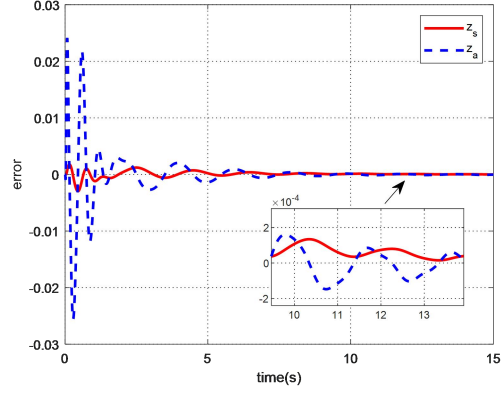
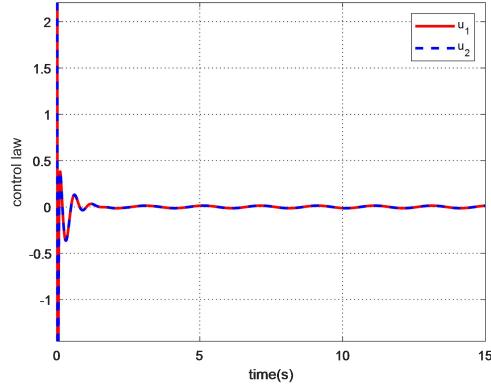
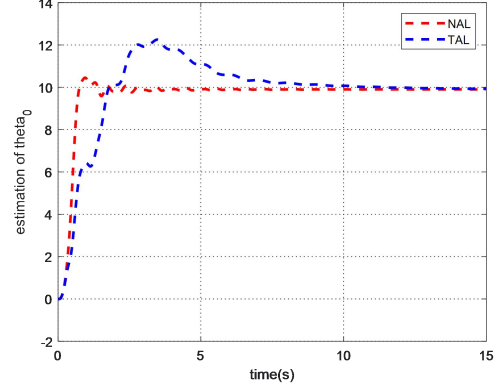


图 4-2 参考信号 x_{d1} 的跟踪误差


 图 4-3 误差 z_2 , z_3 , z_4 , z_5

 图 4-4 速度误差 z_s , 加速度误差 z_a

 图 4-5 参考信号 x_{d1} 的控制输入 u_1 、 u_2

 图 4-6 参数 $\vartheta_0 = 10$ 的辨识结果

未知参数设置为: $\Theta_0 = [10 \ 0.15]^T$, 图 4-6-图 4-7 分别是未知参数 ϑ_0 , ϑ_1 的辨识结果。从图 4-6 中可以看到, NAL 在 2 秒可到达稳态, 而 TAL 在 10 秒左右才到达稳态。从图 4-7 中可以看到, NAL 在 2 秒可到达稳态, 而 TAL 在 15 秒左右才到达稳态。其中, $\Theta_1 = [3.096 \ 30.96 \ 3.096 \ 250.94 \ 0.54]^T$, $\Theta_2 = \Theta_1$ 。图 4-8-图 4-17 分别是未知参数 ϑ_{21} , ϑ_{31} , ϑ_{41} , ϑ_{51} , ϑ_{61} , ϑ_{22} , ϑ_{32} , ϑ_{42} , ϑ_{52} , ϑ_{62} 的辨识结果。从图 4-8 与图 4-9 可知, NAL 在 5 秒左右到达稳态, 而 TAL 在 15 秒左右才到达稳态, 且 NAL 相较于 TAL 具备更高的收敛精度。

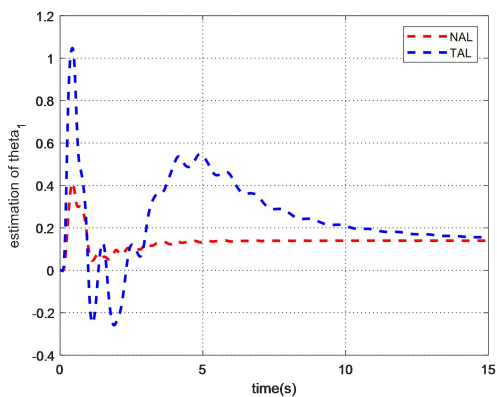


图 4-7 参数 $g_1 = 0.15$ 的辨识结果

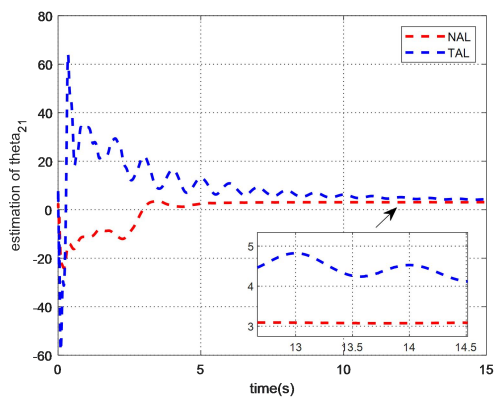


图 4-8 参数 $g_{21} = 3.096$ 的辨识结果

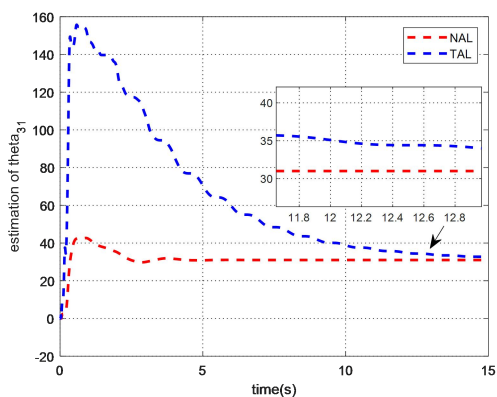


图 4-9 参数 $g_{31} = 30.96$ 的辨识结果

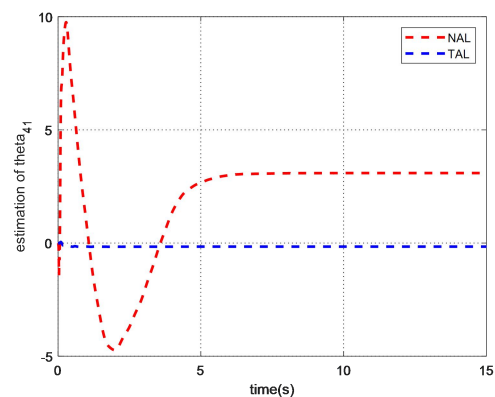


图 4-10 参数 $g_{41} = 3.096$ 的辨识结果

从图 4-10-图 4-17 可知，NAL 相较于 TAL 具有更快的收敛速度，且 NAL 辨识的参数值更加精确且稳定，而 TAL 存在较大的辨识误差。

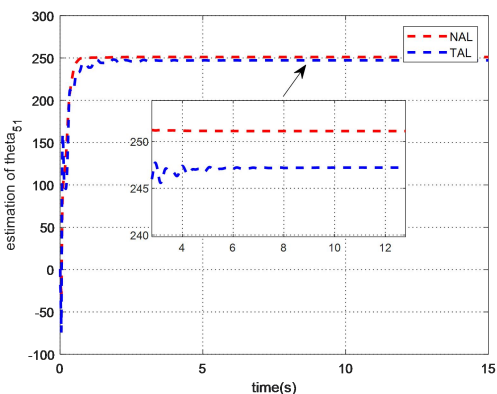


图 4-11 参数 $g_{51} = 250.94$ 的辨识结果

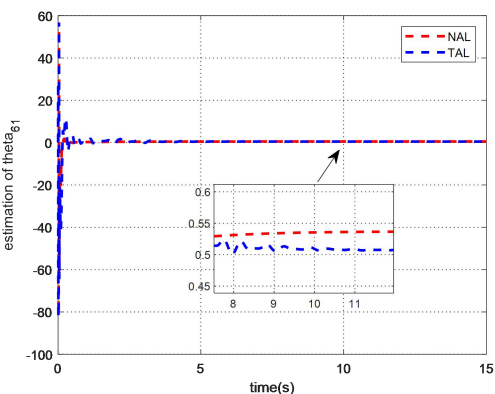


图 4-12 参数 $g_{61} = 0.543$ 的辨识结果

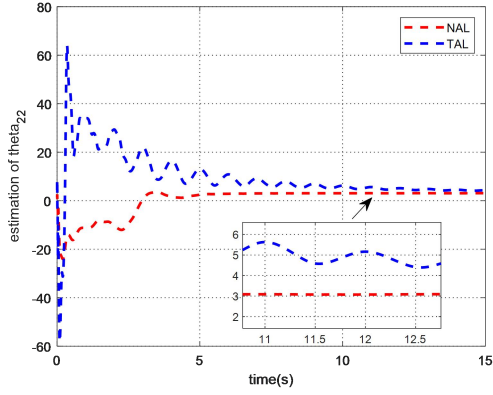


图 4-13 参数 $g_{22} = 3.096$ 的辨识结果

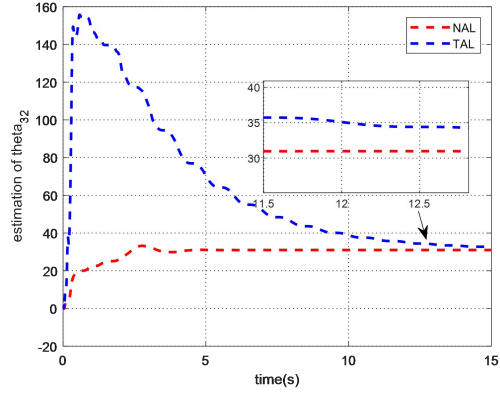


图 4-14 参数 $g_{32} = 30.96$ 的辨识结果

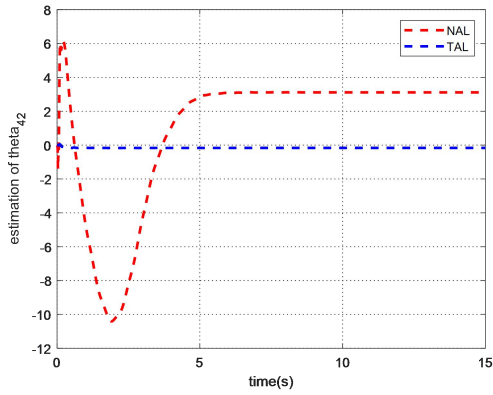


图 4-15 参数 $g_{42} = 3.096$ 的辨识结果

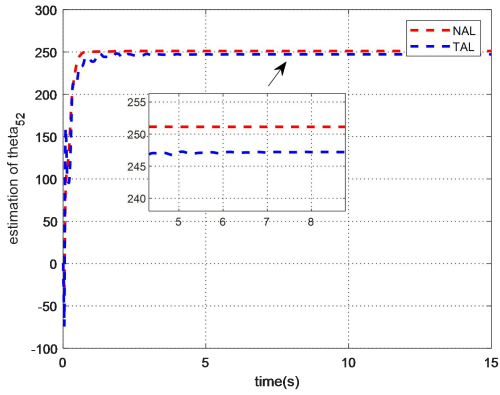


图 4-16 参数 $g_{52} = 250.94$ 的辨识结果

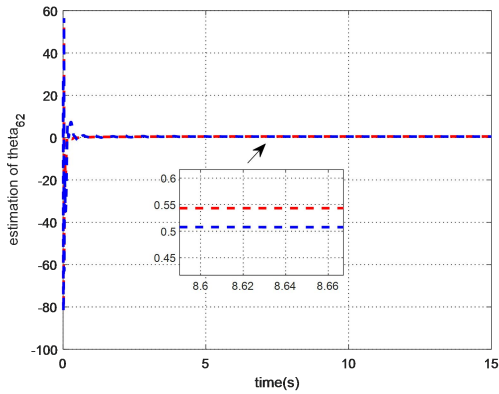


图 4-17 参数 $g_{62} = 0.543$ 的辨识结果

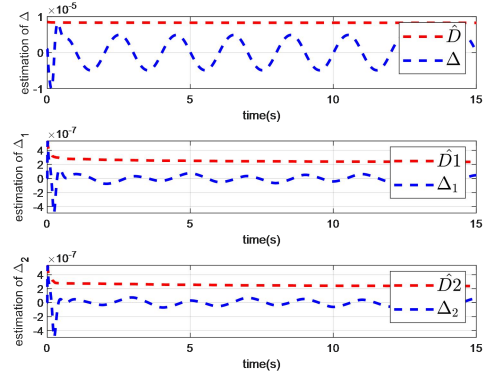


图 4-18 不确定项及其上界

图 4-18 是不确定项 Δ_0 及其上界 $\hat{D}$ 、不确定项 Δ_1 及其上界 $\hat{D}_1$ 、不确定项 Δ_2 及其上界 $\hat{D}_2$ 的曲线图。通过设计自适应上界估计律在线估计系统在建模过程中不确定项的上界，并对此进行补偿，以减小系统不确定性对参数辨识的精度和控制性能的影响。

仿真实例 2：第二个参考信号设为 $x_{d2} = \frac{1}{25}\sin(\pi t) + \frac{1}{100}\cos(\pi t)$ ， x_{d2} 的位置

跟踪轨迹如图 4-19 和 x_{d2} 的位置跟踪误差如图 4-20。从图中可以看出，NAL 相较于 TAL 展现出更为快速且准确的位置跟踪性能。其收敛时间为 2.5 秒，且位置跟踪误差收敛范围可达到 $[-5 \times 10^{-5}, 5 \times 10^{-5}]$ 。NAL 的误差 z_2 、 z_3 、 z_4 、 z_5 的曲线如图 4-23 所示，从图中可以看出， z_2 、 z_3 及 z_4 能在 0.5 秒左右到达稳态，且 z_2 稳态误差收敛于 $[-1 \times 10^{-4}, 1 \times 10^{-4}]$ ， z_3 的稳态误差收敛于 $[-1.5 \times 10^{-3}, 1.5 \times 10^{-3}]$ ， z_4 的稳态误差收敛于 $[-1.1 \times 10^{-3}, 1.1 \times 10^{-3}]$ ， z_5 在 10 秒左右到达稳态，且 z_5 的稳态误差收敛于 $[-7 \times 10^{-4}, 7 \times 10^{-4}]$ 。

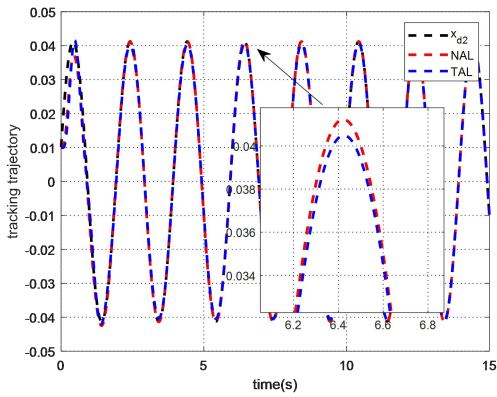


图 4-19 参考信号 x_{d2} 的跟踪轨迹

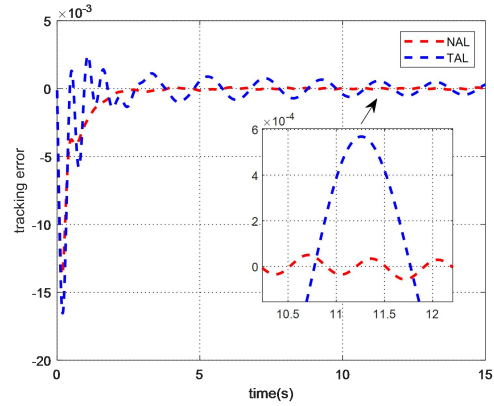


图 4-20 参考信号 x_{d2} 的跟踪误差

NAL 的速度同步误差 z_s 、加速度同步误差 z_a 的曲线如图 4-22，NAL 的系统控制输入 u_1 和 u_2 如图 4-23 所示。图 4-24 和图 4-25 分别是未知参数 ϑ_0 ， ϑ_1 的辨识结果。从图中可以看到，NAL 在 2 秒可到达稳态，而 TAL 收敛速度慢。

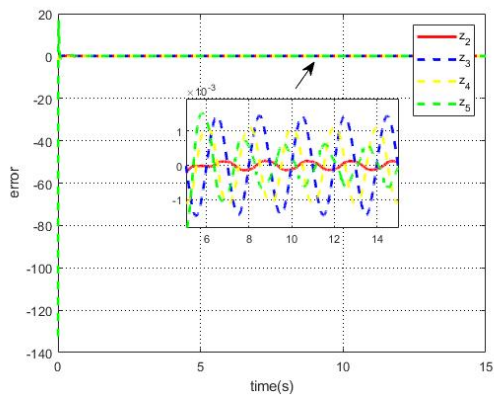


图 4-21 误差 z_2 , z_3 , z_4 , z_5

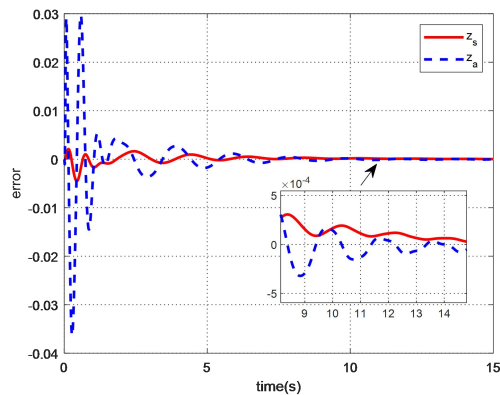


图 4-22 速度误差 z_s , 加速度误差 z_a

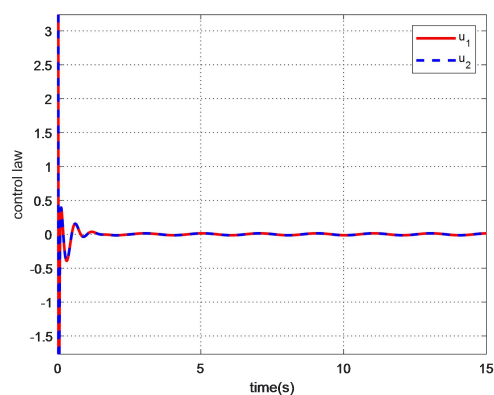


图 4-23 参考信号 x_{d2} 的控制输入 u_1 , u_2

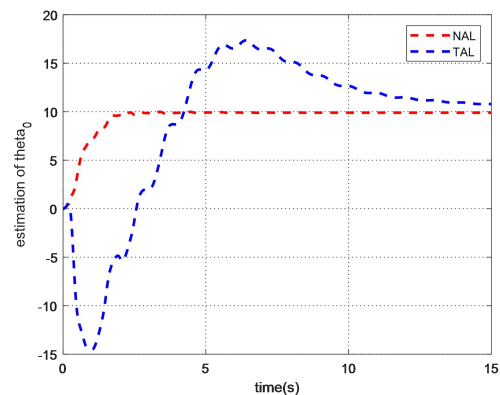


图 4-24 参数 $\theta_0 = 10$ 的辨识结果

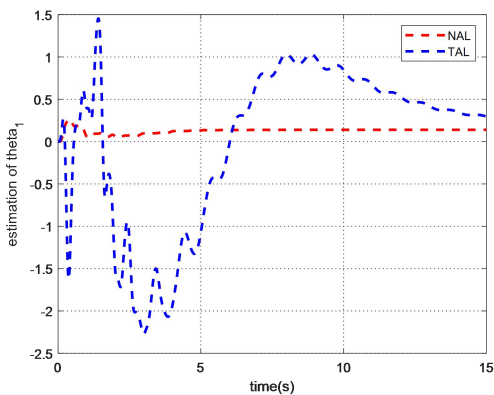


图 4-25 参数 $\theta_1 = 0.15$ 的辨识结果

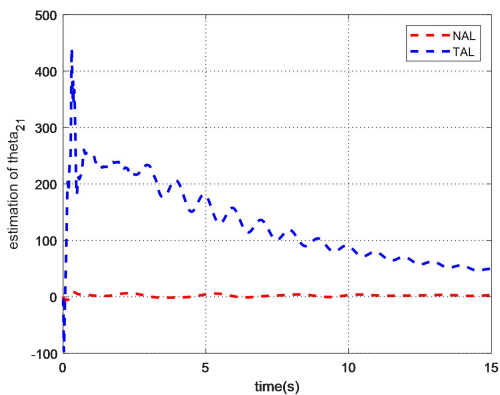


图 4-26 参数 $\theta_{21} = 3.096$ 的辨识结果

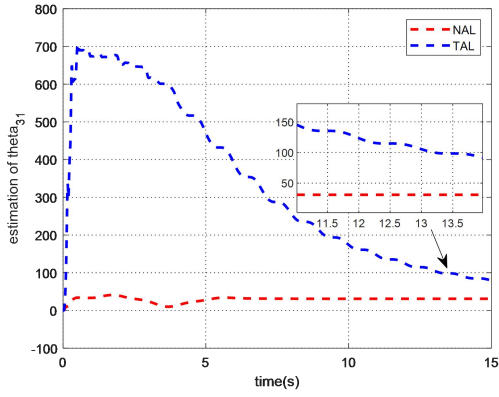


图 4-27 参数 $\vartheta_{31} = 30.96$ 的辨识结果

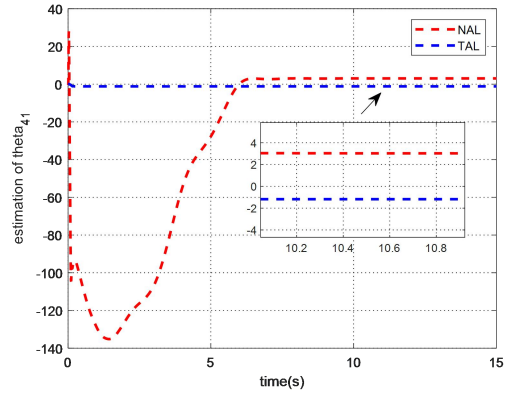


图 4-28 参数 $\vartheta_{41} = 3.096$ 的辨识结果

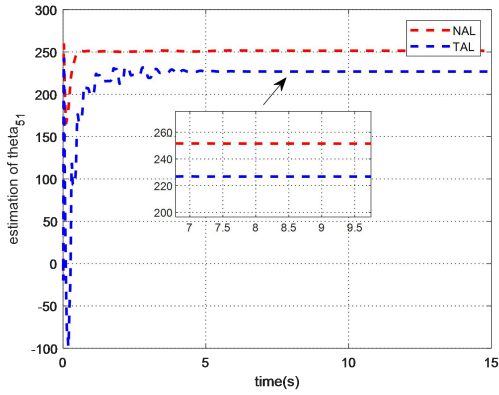


图 4-29 参数 $\vartheta_{51} = 250.94$ 的辨识结果

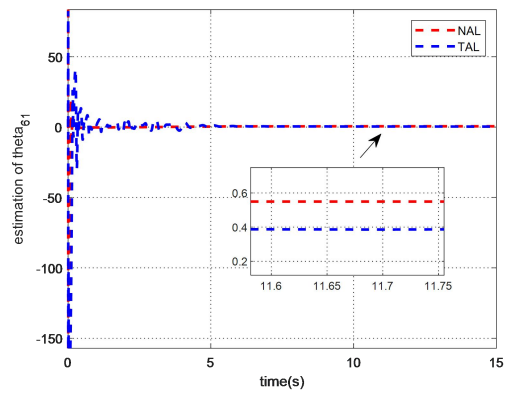


图 4-30 参数 $\vartheta_{61} = 0.543$ 的辨识结果

图 4-26-图 4-35 分别是未知参数 ϑ_{21} , ϑ_{31} , ϑ_{41} , ϑ_{51} , ϑ_{61} , ϑ_{22} , ϑ_{32} , ϑ_{42} , ϑ_{52} , ϑ_{62} 的辨识结果。从图 4-26-图 4-35 可知, 在改变参考信号的情况下, NAL 仍能保持快速精确收敛到真实值, 而 TAL 收敛速度变得更慢且存在较大的辨识误差, 显示了 NAL 在应对参考信号变化或不确定性时的强大适应能力和鲁棒性。这种特性使得 NAL 在动态环境中或需要快速响应的应用场景中具有显著优势。

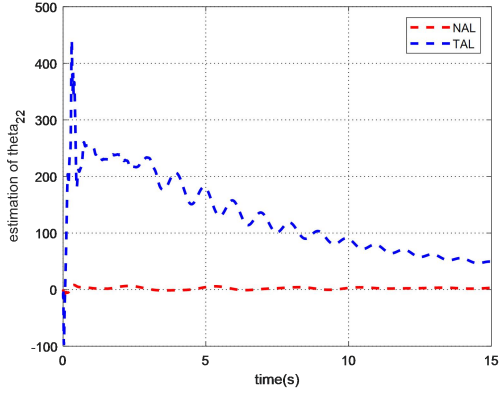


图 4-31 参数 $g_{22} = 3.096$ 的辨识结果

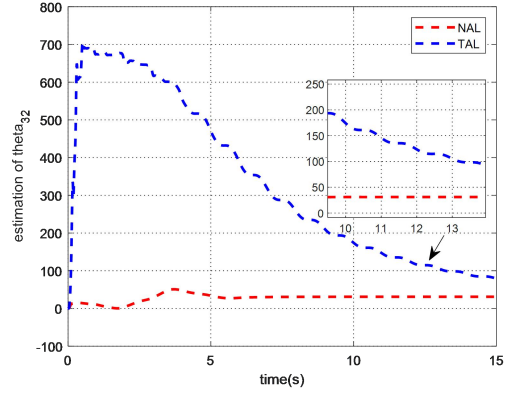


图 4-32 参数 $g_{32} = 30.96$ 的辨识结果

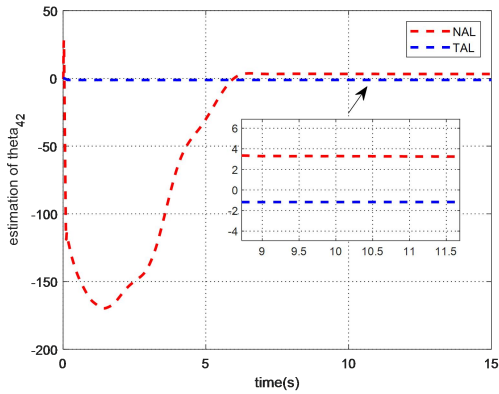


图 4-33 参数 $g_{42} = 3.096$ 的辨识结果

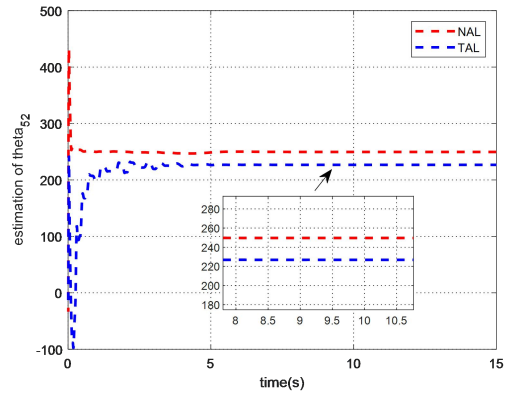


图 4-34 参数 $g_{52} = 250.94$ 的辨识结果

图 4-36 是不确定项 Δ_0 及其上界 $\hat{D}$ 、不确定项 Δ_1 及其上界 $\hat{D}_1$ 、不确定项 Δ_2 及其上界 $\hat{D}_2$ 的曲线图。这些不确定项上界的估计是为确保系统的状态变量保持有界，同时提高伺服系统的位置跟踪精度和稳定性。

在稳态下，NAL 的辨识结果更加靠近参数的实际值，并且辨识的参数值更加稳定。但是，TAL 对参数整定有严格要求，辨识误差也较大。并且当参考信号改变时，TAL 的参数辨识结果将无法收敛到参数的真实值。

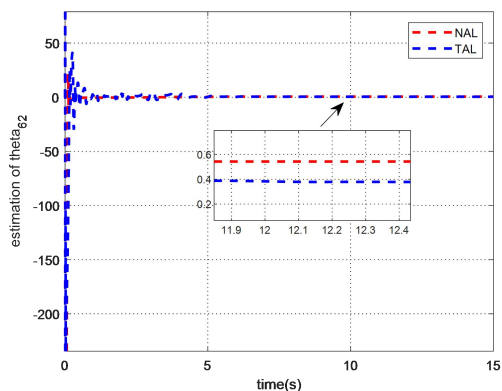
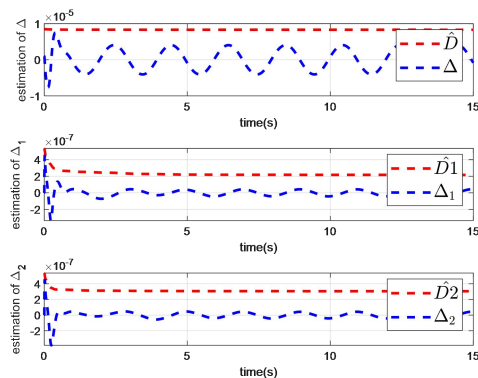
图 4-35 参数 $g_{62} = 0.543$ 的辨识结果

图 4-36 不确定项及其上界

4.5 本章小结

本章提出了一种基于自适应参数辨识的动态面控制方法。首先，通过滤波操作提取到参数估计误差，设计了在线自适应参数辨识方法，该方法可以快速、准确地识别系统参数。接着，在传统反步控制的基础上融入了动态面控制思想，有效避免了反步控制中因多次求导而带来的微分“膨胀”。最后，对系统进行了稳定性分析，并通过仿真结果验证了本章所提方法具有更好的参数辨识效果，并且所设计的控制器具有良好控制性能。

第5章 结论与展望

5.1 总结

随着现代工业的迅猛发展，各类系统对性能的要求也在不断提高。由于单电机的驱动能力有限，且受到技术条件的制约，使得系统难以满足日益增长的性能需求。为了克服这一挑战，将两台小功率电机联动控制的方案应运而生。相较于传统的单电机驱动系统，联动控制策略展现出了显著的优势。首先，它极大地增强了系统的过载能力。其次，联动控制也提升了整体的驱动能力。然而，这种设计也带来了一些挑战，特别是传动部分可能受到的非线性因素影响。在双电机驱动系统中，传动环节通常包括齿轮、传动轴等部件，这些部件在长时间运行或受到外部冲击时，可能会产生间隙。其会导致传动过程中的不连续性和非线性误差。

因此，设计高控制性能的控制器的，以确保系统的快速响应以及稳定运行，是至关重要的。滑模控制具有鲁棒性强、响应速度快、调节参数少以及物理实现简单等优点，反步控制在处理非线性系统、控制效果以及参数设计等方面具有显著优势，自适应控制具有灵活性强、能够应对系统参数的不确定性等优点，但在实际应用中仍需注意其存在的问题，例如滑模的抖振、反步控制的微分“爆炸”以及自适应参数无法有效收敛到真值等。以此为研究背景，具体研究内容如下：

1) 为了提升双电机驱动伺服系统的控制性能，深入探讨了其工作机制，并据此建立了精确的系统方程。在考虑到实际应用场景的需求后，选用了死区函数来模拟齿隙非线性，并对该函数进行了优化处理，以方便后续控制器的设计。此外，构建了融入齿隙因素的双电机驱动伺服系统模型。然后，对动态面反步控制和滑模控制进行了详细的分析与推导，为后续研究奠定了坚实的基础。

2) 针对传统双幂次趋近律在系统集总不确定性影响下容易产生控制器抖振的问题，研究了一种基于补偿型双幂次趋近律的自适应反步滑模控制。通过对滑模变量和传统双幂次趋近律进行滤波，成功构建了与集总不确定性相关的变化率补偿项。此外，将这一补偿项巧妙融入传统双幂次趋近律中，从而得到了补偿型双幂次趋近律。通过将无扰动影响的传统双幂次趋近律、有扰动影响的传统双幂次趋近律以及有扰动影响的补偿型双幂次趋近律进行对比仿真，结果表明补偿型

双幂次趋近律中的 $\hat{d}_x$ 可以有效减小趋近律的稳态误差。同时对补偿型双幂次趋近律对于 d_x 的估计效果进行仿真,结果表明补偿型双幂次趋近律中的 $\hat{d}_x$ 可以快速且精确的估计 d_x 。在此基础上,设计了反步滑模控制器,通过仿真可知所提方法使得系统具有良好的位置跟踪控制性能。

3) 针对传统自适应律在参数收敛至真实值方面存在的局限性,研究了一种基于自适应参数辨识的动态面控制方法。这种方法的关键在于对系统已知状态和回归矩阵进行滤波处理,以提取参数估计误差的信息,并据此设计新型参数辨识律。还设计了自适应上界估计律,用于在线估计和补偿系统建模过程中的不确定项上界。这一步骤对于提高参数辨识精度和控制性能至关重要。通过实时估计和补偿不确定项的上界,可以显著降低系统不确定性对参数辨识和控制效果的影响。此外,进一步设计了自适应动态面控制器。该控制器成功解决了传统反步控制中常见的“微分爆炸”问题。通过仿真结果表明,所提出的方法具有更好的参数辨识效果和位置跟踪性能。

5.2 展望

虽然本文已经对双电机传动系统中齿隙非线性、不确定因素进行了一定的研究,但仍有许多问题有待改进和补充。在已有的研究基础上,可以进一步开展以下研究:

1) 本文主要关注的是齿轮传动环节的齿隙非线性,对于其他可能影响系统控制性能的因素,如摩擦等非线性因素,尚未进行深入研究。未来的重要研究方向之一是设计更为先进的控制器,以消除更多结构非线性对系统性能造成的影响,实现结构和控制的一体化设计是未来的重要研究课题。

2) 随着现代工业的飞速发展,多电机的同步驱动受到了更多关注,其耦合性将会越来越复杂。如何设计更好的控制策略,确保多个电机之间的协调、有序的工作,也是今后工作的重点之一。

3) 在双电机系统和它的控制理论越来越成熟的今天,双电机的应用范围也会随之提高。同时,随着应用场景的拓展,也给控制理论提出了一系列新问题与新挑战。

参考文献

- [1] 梅云亮, 梁全. 电液伺服系统非线性控制方法研究[J]. 机械工程师, 2024, (1): 66-70+76.
- [2] 张国巨. 含齿隙非线性系统的自适应命令滤波控制[D]. 青岛理工大学, 2023.
- [3] Tao G, Kokotovic P V. Adaptive control of systems with backlash[J]. Automatica, 1993, 29(2): 323-335.
- [4] Mata-Jimenez M, Brogliato B, Goswami A. On the control of mechanical systems with dynamic backlash[C]. Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control . IEEE, 1997, 2:1990-1995.
- [5] 王世剑, 孙红江, 王佳伟, 等. 含齿隙转台伺服系统的 RBF 神经网络反步控制[J]. 现代制造工程, 2021(5): 39-46+13.
- [6] Li Y, Li T, Tong S. Adaptive neural networks output feedback dynamic surface control design for MIMO pure-feedback nonlinear systems with hysteresis[J]. Neurocomputing, 2016, 198: 58-68.
- [7] Wang M, Ren X, Chen Q, et al. Modified dynamic surface approach with bias torque for multi-motor servomechanism[J]. Control Engineering Practice, 2016, 50: 57-68.
- [8] Shi Z, Zuo Z. Backstepping control for gear transmission servo systems with backlash nonlinearity[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(2): 752-757.
- [9] 王艺忻, 汪湛清, 李明, 等. 基于滑模反演控制的稳定平台齿隙非线性补偿[J]. 航空精密制造技术, 2016, 52(6): 7-12.
- [10] Bi X, Shi Y. Attitude stabilization of rigid spacecraft implemented in backstepping control with input delay[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2017, 28(5): 955-962.
- [11] Yu X, Lin Y. Adaptive backstepping quantized control for aclass of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(2): 981-985.

-
- [12] 党佳丽, 王树波. 含齿隙非线性的双电机伺服系统最优控制[J]. 系统科学与数学, 2022, 42(12): 3189-3200.
 - [13] 田春宝. 基于反步滑模理论在固定翼无人机控制中应用研究[D]. 沈阳航空航天大学, 2022.
 - [14] Lan Y H. Backstepping control with disturbance observer for permanent magnet synchronous motor[J]. Journal of Control Science and Engineering, 2018: 1-8
 - [15] 浦春强, 于海生, 孟祥祥, 等. 基于扰动观测的 PMSM 自适应超扭曲终端滑模与反步控制[J]. 控制工程, 2023.
 - [16] 满忠璐, 于海生, 孟祥祥, 等. 改进扰动观测器的 IM 自适应滑模反步控制[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2023, (12): 98-101+104.
 - [17] Zhang T, Xia M, Yi Y, et al. Adaptive neural dynamic surface control of pure-feedback nonlinear systems with full state constraints and dynamic uncertainties[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics:Systems, 2017, 47(8): 2378-2387.
 - [18] Zhang W, Yi W. Fuzzy observer-based dynamic surface control for input-saturated nonlinear systems and its application to missile guidance[J]. IEEE Access, 2020, 8: 121285-121298.
 - [19] Yang Z, Dong W, Liu Z, et al, Global dynamic surface control for a class of nonlinear system[J]. Journal of Physics Conference Series, 2021, 1906(1): 12-15.
 - [20] 杨冠军. 基于虚拟主轴的水下机器人多电机动态平衡控制[D]. 江苏科技大学, 2022.
 - [21] 刘乐, 宋红姣, 方一鸣, 等. 基于 ELM 的永磁直线同步电机位移跟踪动态面反步滑模控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2549-2555.
 - [22] Wei Y, Zhou P F, Liang Y Z, Wang Y Y, Duan D P. Adaptive finite-time neural backstepping control for multi-input and multi-output state-constrained nonlinear systems using tangent-type nonlinear mapping[J]. International Journal of Robust Nonlinear Control, 2020, 30(14): 5559-5578.
 - [23] Li Z, Wang F., Ke D, et al. Robust continuous model predictive speed and

- current control for PMSM with adaptive integral sliding-mode approach[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2021, 36(12): 14398-14408.
- [24] 陈才, 王志亮, 徐潇, 等. 基于新型趋近律的永磁同步电机积分滑模控制[J]. 电机与控制应用, 2021, 48(4): 26-31.
- [25] 黄永红, 石姗姗, 袁野, 等. 磁悬浮开关磁阻电机的自适应终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(6): 1449-1456.
- [26] 赵少达, 修春波, 李宏杰. 改进滑模面的自适应终端滑模混沌同步控制[J]. 控制工程, 2023, 30(5): 841-848.
- [27] 侯方玉. 基于改进滑模控制器的 PMSM 控制与多电机同步控制策略研究[D]. 辽宁工程技术大学, 2022.
- [28] 薛晶勇, 王斌锐. 指数型时变增益反步滑模四旋翼姿态控制[J]. 控制工程, 2022, 29(5): 935-943.
- [29] 万磊, 张栋梁, 孙延超, 等. 水下滑翔机垂直面运动的模糊滑模控制方法[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(5): 148-156.
- [30] 丁豪, 于海生, 孟祥祥, 等. 永磁同步电机的神经网络滑模与预测控制[J]. 控制工程, 2022.
- [31] 韩正之, 陈彭年, 陈树中. 自适应控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014.
- [32] 朱阳. 不确定系统的自适应反步控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2015.
- [33] Li Z, Zhou S, Xiao Y, et al. Sensorless vector control of permanent magnet synchronous linear motor based on self-adaptive super-twisting sliding mode controller[J]. IEEE Access, 2019, 7: 44998-45011.
- [34] Sun X, Yu H, Liu X. Design and application of sliding mode controller in PMSM position tracking control based on adaptive back-stepping[C]. Chinese Automation Congress, Xian, China, 2018: 3507-3511.
- [35] 陶丁兴. 永磁同步电动机参数辨识与控制的研究[D]. 杭州电子科技大学, 2022.
- [36] Sergeant P, De Belie F, Melkebeek J. Effect of rotor geometry and magnetic saturation in sensorless control of PM synchronous machines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(3): 1756-1759.
- [37] Zheng P, Zhao J, Liu R, et al. Magnetic characteristics investigation of an

- hr/>
- axial-axial flux compound-structure PMSM used for HEVs[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2010, 46(6): 2191-2194.
- [38] Burth M, Verghese G C, Velez-Reyes M. Subset selection for improved parameter estimation in on-line identification of a synchronous generator[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(1): 218-225.
- [39] Feng G, Lai C, Kar N C. Speed harmonic based modeling and estimation of permanent magnet temperature for PMSM drive using Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 15(3): 1372-1382.
- [40] 孔庆乐. 基于参数辨识的永磁同步电机矢量控制方法研究[D]. 电子科技大学, 2019.
- [41] 陈美晓. 基于 PMSM 参数辨识的电机测试系统研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2017.
- [42] 姚武军. 多电机同步控制策略研究[D]. 湘潭: 湘潭大学, 2013.
- [43] 韩仁银, 郭阳宽, 祝连庆, 等. 多电机同步控制综述[J]. 电机与控制应用, 2017, 44(06): 8-12.
- [44] 李金子, 肖炯然, 潘剑飞. 多永磁同步直线电机协同控制研究[J]. 吉林大学学报(信息科学版), 2019, 37(1): 32-39.
- [45] 耿强, 王少炜, 周湛清, 等. 改进型偏差耦合多电机转速同步控制[J]. 电工技术学报, 2019, 34(03): 474-482.
- [46] Tao G, Ma X, Ling Y. Optimal and nonlinear decoupling control of systems with sandwiched backlash[J]. Automatica, 2001, 37(2): 165-176.
- [47] 赵海波, 王承光. 双电机驱动伺服系统径向基函数神经网络反推自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 1272-1284
- [48] 袁雷. 现代永磁同步电机控制原理及 MATLAB 仿真[M]. 北京航空航天大学出版社, 2016.
- [49] Kaynak O, Erbatur K, Ertugrnrl M. The fusion of computationally intelligent methodologies and sliding-mode control-a survey[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2001, 48(1): 4-17.
- [50] 穆效江, 陈阳舟. 滑模变结构控制理论研究综述[J]. 控制工程, 2007, 14(s1): 1-5.

-
- [51] Panchade V M, Chile R H, Patre B M. A survey on sliding mode control strategies for induction motors[J]. Annual Reviews in Control, 2013, 37(2): 289-307.
 - [52] 王轩. BP-PID 控制器在双电机消隙伺服系统中的应用[J]. 现代信息技术, 2020, 4(3): 161-163.
 - [53] 刘荣贵. 考虑本质非线性的多电机伺服系统协调与控制策略研究[D]. 青岛大学, 2022.
 - [54] 葛育晓, 赵荣珍. 基于改进积分滑模控制多电机协同控制研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(22): 138-143.
 - [55] 党佳丽, 王树波. 含齿隙非线性的双电机伺服系统最优控制[J]. 系统科学与数学, 42(12): 3189-3200.
 - [56] Zhao W, Ren X, Gao X. Synchronization and tracking control for multi-motor driving servo systems with backlash and friction[J]. International journal of robust and nonlinear control, 2016, 26(13): 2745-2766.
 - [57] 陶亮. 基于参数辨识的非线性伺服系统自适应滑模控制研究[D]. 浙江工业大学, 2019.
 - [58] Na J, Chen A S, Herrmann G, et al. Vehicle engine torque estimation via unknown input observer and adaptive parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 67(1): 409-422.
 - [59] Jo C, Hwang S, Kim H. Clamping-force control for electromechanical brake.[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(7): 3205-3212.
 - [60] Ma R, Zhang H, Yuan M, et al. Chattering suppression fast terminal sliding mode control for aircraft EMA braking system[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2021, 7(3): 1901-1914.
 - [61] Wang T, Zhao X, Jin H. Robust tracking control for permanent magnet linear servo system using intelligent fractional-order backstepping control[J]. Electrical Engineering, 2021, 103(3): 1555-1567.
 - [62] Deng W, Yao J. Asymptotic tracking control of mechanical servosystems with mismatched uncertainties[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2020, 26(4): 2204-2214.

-
- [63] Wu J, Wu Z G, Li J, et al. Practical adaptive fuzzy control of nonlinear pure-feedback systems with quantized nonlinearity input[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 49(3): 638-648.
 - [64] Krstic M, Kokotovic P V, Kanellakopoulos I. Nonlinear and adaptive control design[M]. John Wiley & Sons, Inc., 1995.
 - [65] Wu J, Chen X, Zhao Q, et al. Adaptive neural dynamic surface control with prespecified tracking accuracy of uncertain stochastic nonstrict-feedback systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 52(5): 3408-3421.
 - [66] Li G, Chen X, Yu J, et al. Adaptive neural network-based finite-time impedance control of constrained robotic manipulators with disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2021, 69(3): 1412-1416.
 - [67] Wu L, Wang L, Zhang C, et al. Dynamic characteristics analysis and dual motor synchronous control of hydraulic lifting system for large cranes[J]. The Journal of Engineering, 2019, 2019(13): 203-207.
 - [68] Deng Z, Shang J, Nian X. Synchronization controller design of two coupling permanent magnet synchronous motors system with nonlinear constraints[J]. ISA transactions, 2015, 59: 243-255.
 - [69] Zhao W, Ren X, Li L. Synchronization and tracking control for dual - motor driving servo systems with friction compensation[J]. Asian journal of control, 2019, 21(2): 674-685.
 - [70] Wang B, Iwasaki M, Yu J. Command filtered adaptive backstepping control for dual-motor servo systems with torque disturbance and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 69(2): 1773-1781.
 - [71] Yang X, Wang X, Wang S, et al. Finite-time adaptive dynamic surface synchronization control for dual-motor servo systems with backlash and time-varying uncertainties[J]. ISA transactions, 2023, 137: 248-262.

攻读硕士期间发表学术成果

(1) 公开发表的学术论文

以第一作者在第十二届数据驱动控制与学习系统会议发表论文一篇（已 EI 检索）

(2) 申请的国家发明专利

以第二发明人（导师为第一发明人）公开发明专利一项

致 谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼三年过去了。行文于此，落笔为终，我的研究生生涯也即将结束。回首三年的学习生活，有步入校园时的昂扬斗志，有面对困难时的彷徨，有事与愿违时的失落，也有同学之间的甜蜜友谊。这三年，目之所及，皆是回忆，纵有万般不舍，但仍心存感激。

首先，我要特别感谢我的论文指导老师陶老师，他严谨的教学态度、严密的逻辑思维、丰富的专业知识和认真负责的工作态度，使我在学习和做人方面都受益匪浅。在论文定稿和修改的整个过程中，他一直认真审阅，耐心纠错，为我指明了方向。我将牢记教诲，努力工作，在科研和做人方面超越过去的自己。同时，也感谢刘老师、王老师、万老师等在学术研究上给予我的帮助。真心祝愿你们身体健康，工作顺利。

其次，我要感谢我的家人，感谢他们二十多年来对我的照顾，让我衣食无忧地成长，感谢他们对我未来道路的支持和信任。

再者，我要感谢我的朋友们，感谢你们的相聚，有你们的存在让我这三年不再枯燥，感谢你们的帮助，让我们共同努力，一起进步，虽然最终我们会天各一方，但我希望你们能前程似锦，以梦为马，不负韶华行且知，再相见时仍如初见！

最后，我要感谢学校的所有老师，感谢食堂的叔叔阿姨们，感谢所有的教职员工，祝你们平安喜乐、万事胜意。

此外，非常感谢各位专家教授在百忙之中抽出宝贵的时间评审本文，感谢你们对本文所提出的宝贵建议和意见！

君子坐而论道，少年起而行之，愿我不忘初心，以坚定有力的心态，久久为功。