

分类号:

密 级:

学校代码: 10363

学 号:



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题目 基于过去输出的非线性切换系统
的状态估计与控制研究

论 文 作 者 肖仲璋

指 导 教 师 郑群现

学 科 (专 业) 控制科学与工程

研 究 方 向 复杂系统的建模、控制与优化

论文提交日期: 2024 年 5 月 31 日

分类号: TP273

密 级: 公开

单位代码: 10363

学 号: 2210320125

题 目 基于过去输出的非线性切换系统
的状态估计与控制研究

题 目 Research on State Estimation and Control
of Nonlinear Switching Systems
Based on Past Outputs

学 生 姓 名:

肖仲璋

校 内 导 师:

郑群现

专 业 学 位 类 别:

控制科学与工程

研 究 方 向 (领 域):

复杂系统的建模、控制与优化

论 文 答 辩 日 期:

2024 年 5 月 19 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：商仲璋
日期：2024年5月31日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☐。

学位论文作者签名：

商仲璋

日期：2024年5月31日

指导教师签名：

郑群现

日期：2024年5月31日

基于过去输出的非线性切换系统状态估计与控制研究

摘 要

切换系统作为一类特殊的混杂系统具有广泛的应用背景,如机器人系统,切换电路系统,电力系统等。随着工业的发展和科技的进步,人们对性能的要求变得越来越高。此外,状态估计与反馈控制是控制系统研究的两个关键问题。因此,如何提升观测器以及控制器的性能是非常重要的研究课题。现有的针对非线性切换系统的状态估计、控制及其性能提升的研究还不够全面。本文通过在设计过程中引入过去的输出信息,针对多种非线性切换系统,研究了其状态估计问题与基于观测器的反馈控制问题,给出了提升观测器与控制器 H_∞ 性能的方案。本文的研究内容丰富了非线性切换系统的状态估计与控制领域的研究成果。本文的主要工作包括:

首先通过使用过去的输出测量解决了离散时间非线性切换系统鲁棒 H_∞ 记忆观测器设计问题。与使用当前输出测量的传统鲁棒 H_∞ 观测器设计策略不同,记忆观测器设计策略引入了切换系统和观测器的过去输出测量。此外,为了更好地描述观测器误差系统,提出了一种新的增广状态变量框架。通过引入的过去输出测量来改善性能,这是本工作的主要特色。通过结合多 Lyapunov 函数方法和平均驻留时间技术,并引入具有自由结构的矩阵变量,推导出了观测器误差系统的

加权 H_∞ 性能分析的新充分条件。然后，通过求解这些线性矩阵不等式可以得到记忆观测器的增益矩阵。

其次，研究了非线性切换系统基于观测器的非脆弱 H_∞ 控制问题，其中每个子系统都由带有局部非线性项的 T-S 模糊模型来描述。这里提出的基于观测器的控制器设计方法的一个显著特点是观测器的设计。其中构造的观测器可以充分利用系统过去输出信息来提高观测器在系统状态估计中的性能。在此基础上，设计了一组基于这类观测器的非脆弱模糊控制器。通过引入自由矩阵变量，利用线性化技术，得到了一种新的基于非脆弱观测器的 H_∞ 控制判据。通过求解一组严格的线性矩阵不等式，可以同时获得观测器和非脆弱控制器的增益。这种求解方法比传统的两步法更有效。

随后考虑到模糊系统前件变量可能具有不可测性，研究了具有不可测前件变量的切换 T-S 模糊系统的基于观测器的指数镇定问题。在系统和观测器中存在满足增量二次约束的局部非线性部分。由于前件变量是不可测量的，因此观测器的估计性能就显得尤为重要。然后，基于本文提出的观测器，设计了一组非脆弱的 H_∞ 控制器。基于投影引理和 S 过程，给出了基于观测器的控制器设计条件。

最后研究了一类具有增量二次非线性和多个测量丢包的切换系统的输出反馈 H_∞ 控制问题。增量二次非线性可以以一个统一的框架包含许多常见非线性。此外，假设在从被控对象到控制器以及从控制器到执行器的通信信道中同时出现数据包丢失现象，该现象服从伯努利分布。然后，针对导致系统性能下降甚至不稳定的丢包问题，

提出了一种新的输出丢包补偿策略。在该策略中,动态观测器的输出用来补偿丢包后的输出。重点分析和设计了一种基于观测器的反馈控制器,使得闭环系统是随机稳定的。利用矩阵奇异值分解技术, s 过程等,得到了新的基于观测器的 H_∞ 控制判据。同时,通过求解一组严格的线性矩阵不等式,可以同时获得动态观测器和控制器的增益。

关键词: 非线性切换系统, T-S 模糊系统, 增量二次非线性, 过去输出测量, 非脆弱控制器设计, 丢包

THE RESEARCH ON STATE ESTIMATION AND CONTROL OF NONLINEAR SWITCHED SYSTEMS BASED ON PAST OUTPUT MEASUREMENTS

ABSTRACT

Switched systems, as a special type of hybrid system, have a wide range of applications, such as robotics systems, switched circuit systems, power systems, etc. With the development of industry and advancements in technology, the demands for performance have become increasingly higher. Additionally, state estimation and feedback control are two key issues in control system research. Therefore, improving the performance of the observer and controller is a significant research topic. The existing research on state estimation, control, and performance enhancement for nonlinear switched systems is not comprehensive enough. This paper focuses on various nonlinear switched systems and investigates the state estimation problem and observer-based feedback control problem by introducing past output information into the design process. The paper presents a scheme to enhance the performance of the observer and controller. The research in this paper enriches the achievements in the field

of state estimation and control of nonlinear switched systems. The main contributions of this paper include:

Firstly, the problem of robust H_∞ memory observer design for discrete-time switched nonlinear systems is studied by introducing past output measurements. Different from traditional design strategies of Luenberger-type observers using the current output measurements, the memory Luenberger-type observer design strategy introduces the past output measurements of switched systems and observers simultaneously. In addition, in order to better describe the observer error systems, a novel augmented state variable framework of the observer error systems is developed. The highlight of this paper lies that the memory observer design strategy is developed by considering past output measurements and state error values of memory observers, whose performance can be improved by increasing the number of past output measurements used in the observer design, which is an important discovery and significant novelty of this work. By combining the multiple Lyapunov functions approach and average dwell time technique, and introducing matrix variables with free structure, new sufficient conditions for weighted H_∞ performance analysis of observer error systems are derived. Then, the memory observer synthesis conditions are obtained in the form of linear matrix inequality, and the memory observers can be obtained by solving these linear matrix inequalities.

Secondly, this paper investigates the non-fragile observer-based H_∞ control problem of switched T-S fuzzy systems, where every subsystem is described by the T-S fuzzy model with local nonlinear terms. A distinguishing feature of the observer-based controller design methods proposed in this paper is the design of observers. Observers constructed in this paper can make full use of past output measurements from the systems and the observers to enhance the performance of the observers in system state estimation. Then, a set of non-fragile fuzzy controllers based on this kind of observers are designed. By introducing free matrix variables and using the linearization technique, a new non-fragile observer-based H_∞ control criterion is obtained. Meanwhile, the gains of the observers and the non-fragile controllers can be obtained simultaneously by solving a set of strict linear matrix inequalities. This solving method is more efficient than the traditional two-step method.

Then, considering that the antecedent variables of fuzzy systems may be unmeasurable, the observer-based exponential stabilization of switched T-S fuzzy systems with unmeasurable premise variables is studied. The local nonlinear parts that satisfy the incremental quadratic constraint exist in the systems and observers. Because premise variables are unmeasurable, the performance of the observers in estimation is particularly important. Therefore, based on observers proposed in this paper, a set of non-fragile H_∞ controllers are designed. Furthermore, observer-based controller

design conditions are derived by projection Lemma and S-procedure.

Finally, the output feedback H_∞ control problem for a class of networked switched systems with incremental quadratic nonlinearities and multiple missing measurements is studied. The nonlinearities existing in systems and observers can include many common nonlinearities of the practical systems in a unified framework. In addition, the packet loss phenomenon is assumed to arise, simultaneously, in the communication channels from the plant to the controller and from the controller to the actuator, which obeys the Bernoulli distribution. Then, aiming at the problem of packet loss, which leads to the degradation and even instability of the system performance, a new output packet loss compensation strategy is proposed. In this strategy, the output of the dynamic observer is used to compensate for the output after packet loss. Attention is focused on the analysis and design of an observer-based feedback controller such that the closed-loop system is stochastically stable and preserves a guaranteed H_∞ performance. By the singular value decomposition technique and the S-procedure, a new observer-based H_∞ control criterion is obtained. Meanwhile, the gains of the dynamic observer and the controller can be obtained simultaneously by solving a set of strict linear matrix inequalities. Finally, a numerical example and a practical example are given to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Xiao Zhongzhang (Control Science and Engineering)

Supervised by Associate Professor Zheng Qunxian

KEY WORDS: Nonlinear switched systems, T-S fuzzy systems, Incremental quadratic nonlinearity, past output measurements, non-fragile controller design, packet loss.

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	IV
第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景与研究意义.....	1
1.2 切换系统.....	2
1.3 非线性系统的研究现状.....	4
1.4 网络切换系统的研究现状.....	4
1.5 状态估计与反馈控制的研究现状.....	5
1.6 本文的主要工作和结构安排.....	7
1.7 预备知识.....	8
1.7.1 符号说明.....	8
1.7.2 重要定义和引理.....	8
第 2 章 基于过去输出测量的非线性切换系统 H_∞ 记忆观测器设计	12
2.1 引言.....	12
2.2 模型设计.....	12
2.2.1 离散时间不确定非线性切换系统模型.....	12
2.2.2 基于过去输出测量的记忆观测器模型.....	13
2.2.3 观测器误差系统模型.....	14
2.3 稳定性分析.....	15
2.4 H_∞ 记忆观测器设计	18
2.5 仿真例子.....	20
2.6 本章小结.....	25
第 3 章 引入过去输出测量的切换 T-S 模糊系统的基于观测器的非脆弱控制....	26
3.1 引言.....	26
3.2 前件变量可测下的模型设计.....	27
3.2.1 带有局部非线性项的切换 T-S 模糊系统模型.....	27

3.2.2 基于过去输出测量的模糊观测器模型.....	28
3.2.3 基于观测器的非脆弱控制器模型.....	29
3.2.3 闭环系统模型.....	29
3.3 前件变量可测下的闭环切换稳定性分析.....	31
3.4 前件变量可测下的观测器和非脆弱控制器设计.....	33
3.5 仿真例子.....	37
3.6 不可测前件变量下的模型设计.....	42
3.6.1 具有增量二次约束局部非线性项的切换 T-S 模糊系统模型.....	42
3.6.2 基于过去输出测量的模糊观测器模型.....	43
3.6.3 基于观测器的非脆弱控制器模型.....	43
3.6.4 闭环系统模型.....	44
3.7 不可测前件变量下的闭环系统稳定性分析.....	45
3.8 不可测前件变量下的观测器和非脆弱控制器设计.....	47
3.9 仿真实例.....	51
3.10 本章小节.....	61
第 4 章 基于过去输出测量的网络切换系统的基于动态观测器的反馈控制.....	62
4.1 引言.....	62
4.2 模型设计.....	62
4.2.1 网络通信下的非线性切换系统模型.....	62
4.2.2 动态观测器模型.....	63
4.2.3 基于动态观测器的控制器模型.....	64
4.2.4 网络传输丢包模型以及输出丢包补偿模型.....	64
4.2.5 闭环系统模型.....	65
4.3 闭环的网络非线性切换系统稳定性分析.....	67
4.4 动态观测器和控制器设计.....	69
4.5 仿真实例.....	72
4.6 本章小结.....	74
第 5 章 总结及展望.....	75
5.1 总结.....	75

5.2 展望.....	76
参考文献.....	77
攻读学位期间发表的学术论文目录.....	85
致谢.....	86

第一章 绪论

1.1 研究背景与研究意义

随着实际生活中的系统越发复杂,往往具有多个相互耦合的动力学行为,很难用单一的模态方程来表征整个系统的特性,例如汽车变速系统^[1, 2]、电压转换系统^[3]、智能机器人系统^[4]、交通控制系统^[5]、飞行器控制系统^[6]等。这类系统同时由相互影响的连续或离散时间系统和离散事件系统组成,并在 1966 年由 Witsenhausen 将其命名为混杂系统^[7]。切换系统是混杂系统的一个子类,它由一族微分/差分方程组和协调它们之间切换的规则组成。它在最近的控制文献中得到了相当大的关注。

研究切换系统主要有两个原因。其一是许多物理或人造系统可以描述为涉及连续动力学和离散事件相互作用的切换系统,如通信网络^[8, 9]、汽车传动系统^[10]、和电力电子^[11]。其二是从控制系统的角度来看,切换机构为控制设计带来了额外的自由度。例如,可以人工引入切换来处理高度复杂的非线性系统和大的建模不确定性。早期对切换系统的研究主要集中于子系统是线性的情况,然而当子系统是非线性时,切换系统的动力学行为将变得更加复杂,此时的切换系统可称为非线性切换系统。非线性切换系统结构更加复杂,研究价值更高。另一方面, Takagi 和 Sugeno 在 1985 年的文献^[12]中提出了 T-S 模糊模型,可以有效的处理非线性。另一方面,鉴于非线性在实际工程系统中的普遍存在性,对非线性切换系统的研究也具有重要的理论和应用价值。

人们对控制工程领域中的系统状态估计问题从来都不缺少研究兴趣,如何了解系统运行的内部规律对系统控制和监测都有重要的作用。对系统的输入和输出进行测量而得到的数据只能反映系统的外部特性,因此状态估计对于了解和控制系统具有十分重要的意义^[13-18]。在以状态空间方法为基础的现代控制理论中,对于确定线性系统的状态估计问题通常称为状态观测,其常见估计方法为龙伯格型的状态观测器。在状态空间的分析中可利用状态反馈来配置系统的闭环极点。为了实现状态反馈,需要状态变量的测量值,而在工程实际中,并不是状态变量都

能测量到，而一般只有输出可测，因此希望利用系统的输入输出量构成对系统状态变量的估计。因此，对于非线性切换系统的状态估计与控制研究也是具有极其重要的价值的。

1.2 切换系统

切换系统由多个子系统和一个协调各子系统运行的切换规则构成。与其他系统不同，切换系统的一个重要特征是“切换”的存在。具体来说，切换系统每一时刻只能工作于某一个子系统，而其他子系统则不工作。切换系统类似于时分复用技术，以分时的方式在这些子系统中工作。切换系统何时由当前子系统切换到另一个子系统运行是由切换规则决定的。通常，切换规则有三种情况：基于驻留时间的切换规则、基于状态空间的切换规则，以及同时基于二者的切换规则。

在实际应用中，许多系统的切换时刻取决于系统的状态。为了确保系统正常运行，系统必须对系统状态(全部或部分)进行实时测量，并及时将测量结果反馈给决策机构，由决策机构按照切换规则完成系统的切换。然而，基于状态的切换难以从全局角度和系统的整个运行时间对系统进行分析，而基于驻留时间的切换则可以从整个系统运行时间的角度对系统进行分析，并且易于表述。

驻留时间作为一种受限的切换信号规则，一般包括最小驻留时间、平均驻留时间和模式依赖的驻留时间三类。本文主要讨论基于驻留时间的切换。在这种情况下，切换系统可以用以下模型描述

$$\delta x(t) = \mathcal{F}_{\sigma(t)}(x(t), u(t), w(t)) \quad (1-1)$$

其中，

$$\delta x(t) = \begin{cases} \dot{x}(t), & \text{对于连续时间切换系统,} \\ x(t+1), & \text{对于离散时间切换系统,} \end{cases}$$

其中 $x(t) \in R^{n_x}$ 代表状态向量， $u(t)$ 表示控制输入， $w(t)$ 表示扰动输入。 $\mathcal{F}_{\sigma(t)}(\cdot)$ 表示非线性函数。切换信号 $\sigma(t)$ 一般为依赖于状态或时间的函数，并且是分段连续的。子系统模型与切换信号是切换系统的两个重要组成部分，在运行的过程中，它们相互影响使得系统持续运行。并且由于它们的协调运行，切换系统往往是十分复杂的动力学系统。在切换系统运行过程中，一般对子系统不做限制，可以全部是稳定的子系统，也可以是稳定子系统和不稳定子系统组成，或者系统子系统

全为不稳定的。下面给出一个具体的例子，以便更好地了解切换系统。

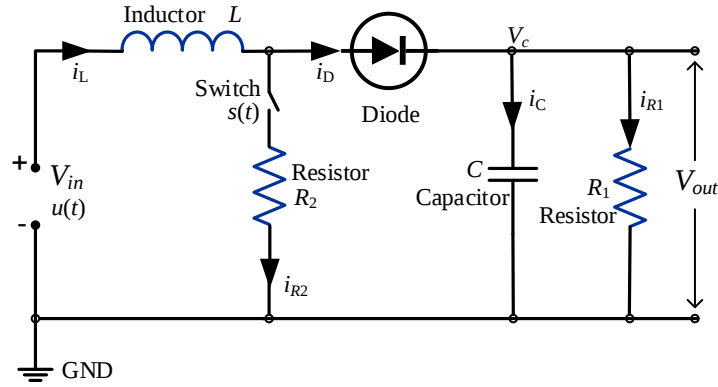


图 1-1 DC-DC 升压简化电路

$$\begin{cases} \dot{V}_c(t) = -\frac{1}{R_1 C} V_c(t) + \frac{s(t)}{C} i_L(t), \\ \dot{i}_L(t) = -\frac{s(t)}{L} V_c(t) - \frac{(1-s(t))R_2}{L} i_L(t) + \frac{1}{L} V_{in}. \end{cases} \quad (1-2)$$

图 1-1 是一个简易的 DC-DC 升压电路，通过 PWM 来控制开关 $S(t)$ 。式子 (1-2) 是此电路的微分方程描述。其中 R_1 和 R_2 表示电阻， L 表示电感， C 表示电容，Diode 表示二极管， V_c 表示电容两端的电压， i_L 表示流过电感的电流。

在研究切换系统时，最基础的问题是稳定性分析^[19]。早期的研究是基于公共 Lyapunov 函数方法展开的^[20]。其中，文献^[2]里指出，如果所有的子系统具有一个公共的 Lyapunov 函数，切换系统是全局一致指数稳定的。显然，这种方法的核心是如何寻找公共的 Lyapunov 函数。文献^[15]则指出，对于具有两个线性时不变子系统的切换系统，如果子系统及它们的凸组合都渐近稳定，那么该切换系统的公共 Lyapunov 函数存在。使用公共 Lyapunov 函数得到的稳定性判据通常具有相对简单的形式，但由于使用公共 Lyapunov 函数时需要其能满足所有子系统的自稳定，同时要求在切换时刻 Lyapunov 函数衰减，所以具有很大的保守性。值得一提的是早期基于公共 Lyapunov 函数展开的稳定性分析都是基于任意切换的。为了降低公共 Lyapunov 函数的保守性，学者们考虑针对每一个子系统都寻找一个 Lyapunov 函数，这就是后来被广泛采用的多 Lyapunov 函数。文献^[21]指出多 Lyapunov 函数方法可以更有效地处理切换系统的分析与综合问题。文献^[22, 23]中

利用多 Lyapunov 函数方法, 给出了在平均驻留时间切换框架下切换系统的稳定性判据。文献^[22]中则将稳定性分析的结果拓展到模态依赖的平均驻留时间切换框架下。进一步, 文献^[24]中则基于模态依赖的持续驻留时间切换, 给出了切换系统的稳定性判据。

1.3 非线性系统的研究现状

大多数物理系统都表现出非线性动力学特性^[25, 26]。因此, 近年来对非线性系统的研究受到了极大的关注。非线性系统的镇定问题比线性系统的镇定问题更为复杂和具有挑战性, 因为前者难以建立精确的数学模型。为了解决这一问题, 各种技术应运而生^[27-30], 其中模糊数学和人工神经网络得到了迅速的发展, 并取得了显著的进展。文献^[30]通过设计一个具有双隐层的全调节递归神经网络, 设计了一种多输入通用动态系统的滑模轨迹跟踪控制策略。

作为处理非线性的另一种有效方法, T-S 模糊系统引起了越来越多的兴趣, 因为可以通过用适当的隶属函数拟合许多局部线性子系统来构造非线性系统^[31]。因此, 基于 T-S 模糊建模技术, 可以通过拟合多个局部线性子系统来近似具有非线性或不确定性的系统。根据建立的 T-S 模糊模型, 可以利用传统的线性系统理论来研究非线性系统。基于具有线性局部模型的 T-S 模糊模型框架^[32-35]发展了与分析非线性系统稳定性和设计控制器相关的许多重要发现。通过引入过去的输出测量并利用分段模糊 Lyapunov 函数方法^[36], T-S 模糊仿射模型已被用来研究 H_∞ 记忆滤波器的设计。最近, 文献^[37]的工作给出了一个重要发现, 即具有局部非线性项的 T-S 模糊系统比传统的 T-S 模糊线性/仿射模型具有更少的模糊规则, 这意味着使用具有局部非线性项的 T-S 模糊模型导出的结果具有更少的计算负担。

1.4 网络切换系统的研究现状

近几十年来, 由于与专用电缆相比, 通信网络具有安装方便、维护容易和成本低等优点, 使用称为网络控制系统的通信网络进行闭环控制已成为一种日益增长的趋势。这一趋势引发了网络控制系统的广泛研究试验和成功应用, 如工业制造系统^[38]、无人驾驶车辆^[39]、网络机器人^[40]以及许多其他在网络物理系统领域

的应用。网络切换系统作为网络控制系统的一种,有着众多的实际应用,包括带宽受限的传感器网络^[41]和无人驾驶的海上航行器^[42]。由于切换系统在对许多实际系统进行有效建模方面的优势,网络切换系统是复杂系统传输和节省系统设计成本的必然选择。

另一方面,网络控制系统中的不同组件通过共享的通信网络传输信息,网络拥塞和链路故障不可避免地会导致丢包。人们普遍认为,这种丢包严重影响控制性能,甚至会导致系统不稳定。因此,研究网络控制系统的一个重要问题是如何有效地分配通信资源,并确保网络控制系统对丢包的影响具有较强的鲁棒性。到目前为止,丢包建模主要分为三种方法:马尔可夫过程、切换系统和伯努利分布。值得注意的是,伯努利分布被证明是最流行的方法。在该方法的框架内,传统的数据丢失处理可以大致分为两种不同的策略。第一种策略称为“置零”策略^[43, 44],在该策略中,丢失的数据被直接赋值为零,而不进行任何形式的补偿。因此,在数据丢失的情况下,整个系统运行在开环状态,从而对性能和稳定性造成严重的负面影响。另一方面,第二种策略被称为“保持”策略^[45, 46],旨在通过利用先前时间的数据作为补偿值来替换丢失的数据以减轻数据丢失的影响。但是,应该注意的是,长时间的连续丢包可能会导致补偿值和原始值之间的显著偏差。

文献^[47]的工作表明,这两种策略各有其优势。为提高补偿精度,近期的一些文献^[48, 49]提出了单指数平滑方法,使补偿后的数据更加合理。因此,可以看出,研究网络传输过程中的数据包丢失补偿策略在理论方面和实践方面都具有重要的现实意义。

1.5 状态估计与反馈控制的研究现状

在稳定性分析的基础上,切换系统的各类性能分析也得到了广泛的研究。其中,由于能有效地描述系统的扰动抑制能力, L_2 增益得到了广泛的关注^[33, 50-52]。

在平均驻留时间切换框架下,文献^[53]研究了连续切换系统的 L_2 增益分析,文献^[54]则关注了离散切换系统的 L_2 增益分析。值得一提的是,上述结果中,仅能得到加权的 L_2 增益指标。文献^[55]中,在持续驻留时间切换的框架下,为离散切换系统

提出了 L_2 增益判据, 这里得到的指标是不加权的, 更具有实际意义。此外, 多种方案被提出来解决切换系统的 H_∞ 控制问题。在文献^[22]中, 基于平均驻留时间切换, 设计了状态反馈控制器来确保切换系统的 H_∞ 性能。

在另一个研究前沿, 由于并不是所有的系统状态都是方便或是可测量的, 估计被噪声污染的动态系统的状态研究已经被广泛关注。为此, 非切换系统的 H_∞ 滤波和状态观测问题已经取得了很大的进展^[53, 56]。切换系统也不例外。在文献^[57]中, 设计了一类观测器, 提出了一种基于状态估计的随机马尔可夫切换系统鲁棒滑模 H_∞ 控制方法。

Lipschitz 非线性是常见非线性的一种, 文献^[58]提出了三种将 Lipschitz 非线性条件考虑为矩阵不等式的方法, 提出了一种考虑干扰和噪声衰减的非线性系统 H_∞ 状态观测器的设计方法。在文献^[59]中, 提出了一个切换非线性系统的非脆弱观测器, 该观测器考虑了 Lipschitz 非线性的标量形式。Lipschitz 非线性条件的一种更复杂、更不保守的形式是在条件中考虑一个矩阵, 称为 Lipschitz 非线性条件的矩阵形式。据我们所知, 这种矩阵形式的非线性在切换系统的观测器设计中很少有考虑, 这可以发现, 具有矩阵形式的 Lipschitz 条件的切换系统观测器设计的研究更具挑战性。

另一个非常重要的研究问题是观测器的估计性能。在基于观测器的控制器中, 观测器的性能将直接影响整个系统的控制性能。因此, 在过去的几十年里, 学者们对观测器的性能做了大量的工作, 并获得了新的有效的方法来提高观测器的性能^[60, 61]。对于切换线性系统, 文献^[62]提出了一种利用平均驻留时间切换规则和多个 Lyapunov 函数设计多模状态观测器的新方法。在此基础上, 文献^[63]研究了非线性对观测器设计的影响, 它考虑了一种增量二次约束的非线性项。最近, 基于 Halanay 不等式, 文献^[61]给出了非线性系统高增益观测器的设计方法, 它同时考虑了系统和观测器的时变时滞输出测量。在文献^[60]中, 值得注意的是, 自适应的概念被引入到观测器设计中。然后, 给出了一种多输出非线性系统高增益观测器的设计方法, 放宽了自适应观测器的条件。此外, 上述例子的结果是基于经典的 Luenberger 型观测器, 而没有改进观测器结构。值得注意的是, 文献^[64]中提出

了一种利用切换线性系统的输出测量和当前运行的子系统的模型信息来观测未知输入的结构改进方法。然而，在工程应用中，估计系统的不可测状态比估计输入信号更为常见。

1.6 本文的主要工作和结构安排

本文的整体研究工作密切围绕非线性切换系统的状态估计与控制问题。论文组织结构如图 1-2 所示。

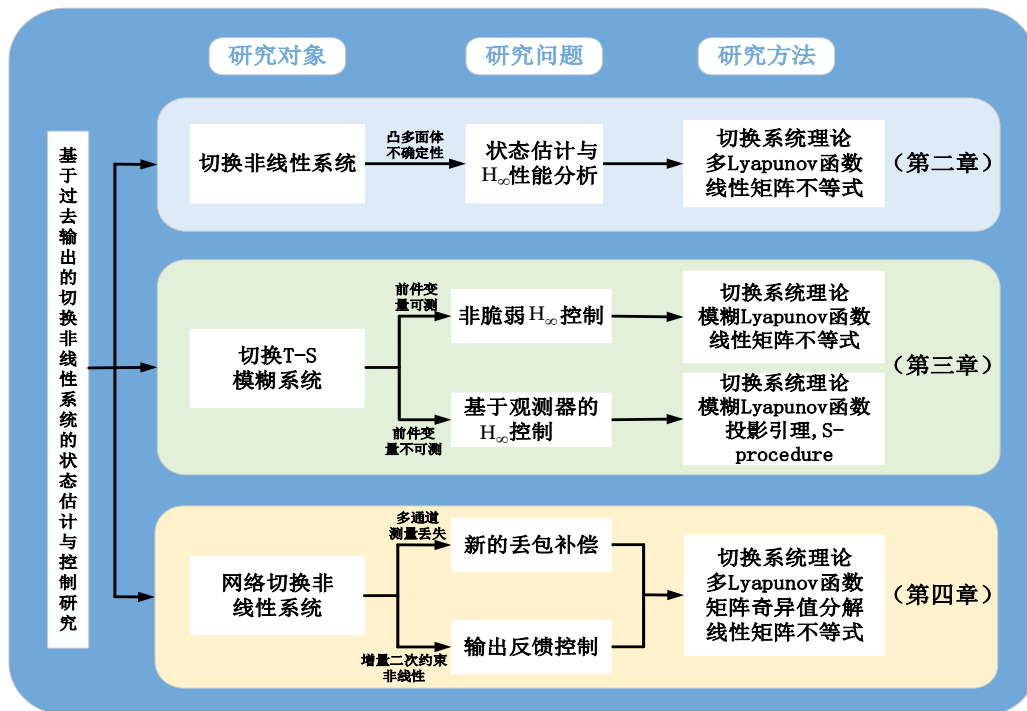


图 1-2 论文结构

主要研究工作如下：

第一章对本文的研究背景、研究意义以及近年来的研究进展进行了一个概括性的阐述。

第二章研究了离散时间非线性切换系统鲁棒记忆观测器设计问题，首先将多个系统的过去输出引入到观测器的设计中来。为了更好地描述观测器误差系统，提出了一种新的增广状态变量框架。然后，通过线性化技术以线性矩阵不等式的形式给出了鲁棒记忆观测器的设计方法。

第三章讨论了切换 T-S 模糊系统的基于观测器的指数镇定问题，首先针对模糊系统中前件变量可测的情况，设计了一个基于观测器的非脆弱控制器。其次研

究了前件变量不可测情况下的切换 T-S 模糊系统的镇定问题。

第四章研究了一类具有增量二次非线性和多个测量丢失的网络切换系统的输出反馈控制问题，首先构造了一类动态观测器，通过辅助变量来缓存系统和观测器过去输出的误差。然后针对输出丢包问题，提出了一种基于动态观测器的补偿策略。重点分析和设计了一种基于观测器的反馈控制器，使得闭环系统是随机稳定的。

1.7 预备知识

1.7.1 符号说明

R^n 表示 n 维的欧式空间；符号 “*” 用于标记对称矩阵中对称位置的转置元素； $\mathcal{A}^T$ 表示矩阵 $\mathcal{A}$ 的转置； $\text{He}\{\mathcal{B}\}$, 表示 $\mathcal{B} + \mathcal{B}^T$ ；符号 $\mathbb{E}\{\star\}$ 表示 $\star$ 的数学期望；符号 diag 表示对角矩阵； I 和 0 分别表示具有适当维数的单位矩阵和零矩阵；符号 “ $\|\cdot\|$ ” 表示某个向量的欧几里得范数； $\mathcal{P} > 0 (\geq 0, < 0, \leq 0)$ 表示矩阵 $\mathcal{P}$ 定义为正定的(定义的半正定的、定义的负定的、定义的半负定的)；在全文中未具体说明的矩阵均具有相兼容的维度。

1.7.2 重要定义和引理

定义 1.1^[7]: 对于切换信号 $\sigma(k_l)$ 和每个时刻 $k_0 \leq k_1 \leq k_2$ ，把 $N_{\sigma(k)}(k_2, k_1)$ 定义为在开区间 (k_2, k_1) 上函数 $\sigma(k_l)$ 的不连续数，只要存在 2 个正数 N_0 (称为颤动界)和 τ_a 满足

$$N_{\sigma(k)}(k_2, k_1) \leq N_0 + \frac{k_2 - k_1}{\tau_a}, \quad k_2 \geq k_1 \geq k_0. \quad (1-3)$$

我们称之为 $\sigma(k_l)$ 具有平均驻留时间 τ_a 。

定义 1.2^[65]: 针对离散时间系统，如果在零初始条件下，对于给定的常数 $\gamma > 0$ 和 $0 < \alpha < 1$ ，如果满足

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} (1-\alpha)^{(k-k_0)} z^T(k) z(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=k_0}^{\infty} w^T(k) w(k), \quad (1-4)$$

其中 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 。则称系统具有规定的加权 H_∞ 性能指标 γ 。

说明 1.1: 加权 H_∞ 性能反映了系统抑制外部干扰的能力。指标 γ 根据实际应用场景和实际系统的性能要求确定。此外, (1-4) 还表明当系统的衰减程度不同时, 性能也会有所不同。标量 ν 表示每个子系统构建的不连续分段 Lyapunov 函数的衰减速率。当 $\nu \rightarrow 0$ 时, 加权 H_∞ 性能将变成标准的 H_∞ 性能。

定义 1.3^[4]: 针对离散时间系统, 如果在零初始条件下, 对于给定的常数 $\gamma > 0$ 和 $0 < \alpha < 1$, 如果满足

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} z^T(k) z(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=k_0}^{\infty} w^T(k) w(k), \quad (1-5)$$

其中 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 。称系统具有规定的 H_∞ 性能指标 γ 。

定义 1.4^[63]: 考虑一类非线性函数 $\psi_p[\phi(\cdot)] : \mathbb{R}^{n_\phi} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\psi}$ 。如果存在对称矩阵 $\mathbf{M}$ 对于所有 $\phi_1, \phi_2 \in \mathbb{R}^{n_\phi}$ 满足以下约束

$$\begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\psi \end{bmatrix}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\psi \end{bmatrix} \geq 0, \quad (1-6)$$

其中 $\delta\phi = \phi_2 - \phi_1$, $\delta\psi = \psi(\phi_2) - \psi(\phi_1)$, $\mathbf{M}$ 称为增量乘子矩阵。

可见 $\mathbf{M}$ 在增量意义上描述了 ψ 的特征。一般来说, 不同类型的非线性对应不同的乘子矩阵。值得一提的是, 对于给定的非线性函数, 增量乘子矩阵可能有多种选择。

说明 1.2: 事实上, 此类的非线性可以包括许多常见非线性。例如, 全局 Lipschitz 条件 $\|\psi(\phi_2) - \psi(\phi_1)\| \leq \gamma \|\phi_2 - \phi_1\|$, 其中 $\gamma \geq 0$ 时可以写成上述定义的形式。增量乘子矩阵可以选为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma^2 I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}。$$

增量扇区有界条件 $[\delta\psi - \sigma_1 \delta\phi]^T S [\delta\psi - \sigma_2 \delta\phi] \leq 0$, 当 $S = S^T$ 时, 可以写成

上述定义的形式。增量乘子矩阵可以选为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\sigma_1^T S \sigma_2 - \sigma_2^T S \sigma_1 & * \\ S(\sigma_1 + \sigma_2) & -2S \end{bmatrix}。$$

当非线性函数 $\psi_p[\phi(\cdot)]: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ，即 $S \in \mathbb{R}^1$ 时，增量扇区有界条件可写为

$$\sigma_1 \leq \frac{\psi(\phi_2) - \psi(\phi_1)}{\phi_2 - \phi_1} \leq \sigma_2。 \quad (1-7)$$

文献^[63]已经表明，一些其他非线性也可以通过增量二次约束来表达。

引理 1.1: 对于给定的非线性函数 $F_i(\cdot)$ ，如果 Lipschitz 条件成立且 $\|F_i(0)\| = 0$ ，则可得到下列不等式

$$\bar{F}_i^T(\bar{x}(k))\bar{F}_i(\bar{x}(k)) \leq \bar{x}^T(k)\bar{U}_i^T\bar{U}_i\bar{x}(k)， \quad (1-8)$$

其中 $\bar{U}_i = \text{diag}\{0, \dots, 0, U_i, U_i\}$ 具有合适的维数。

证明: 结合文献^[66]，我们可以得到

$$\begin{aligned} \bar{F}_i^T(\bar{x}(k))\bar{F}_i(\bar{x}(k)) &= F_i^T(x(k))F_i(x(k)) + [F_i(x(k)) - F_i(x_o(k))]^T[F_i(x(k)) - F_i(x_o(k))] \\ &\leq x^T(k)U_i^T U_i x(k) + (x(k) - x_o(k))^T U_i^T U_i (x(k) - x_o(k)) \\ &= \bar{x}^T(k)\bar{U}_i^T\bar{U}_i\bar{x}(k)。 \end{aligned}$$

引理1.2^[59]: 对于给定的矩阵 $\zeta = \zeta^T$ ， ζ_1 ， ζ_2 和具有合适维度的 $\Delta(n)$ ，对于所有满足 $\Delta^T(n)\Delta(n) \leq I$ 的 $\Delta(n)$ ，以下不等式是可行的：

$$\zeta + \zeta_1 \Delta(n) \zeta_2 + \zeta_2^T \Delta^T(n) \zeta_1^T < 0， \quad (1-9)$$

当且仅当存在正标量 ϵ 使得

$$\zeta + \epsilon^{-1} \zeta_1 \zeta_1^T + \epsilon \zeta_2^T \zeta_2 < 0。 \quad (1-10)$$

引理1.3^[36]: 考虑矩阵 $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n1 \times n2}$ ， $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n3 \times n1}$ ， $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{n3 \times n2}$ 和共轭矩阵 $\Xi \in \mathbb{R}^{n2 \times n2}$ 。

下面的不等式

$$\Xi + \mathcal{X}^T \mathcal{V}^T \mathcal{W} + \mathcal{W}^T \mathcal{V} \mathcal{X} > 0， \quad (1-11)$$

是可解的，当且仅当

$$\begin{cases} \mathcal{X}_\perp^T \Xi \mathcal{X}_\perp < 0, & \text{如果 } \mathcal{W}_\perp = 0, \mathcal{X}_\perp \neq 0, \\ \mathcal{W}_\perp^T \Xi \mathcal{W}_\perp < 0, & \text{如果 } \mathcal{X}_\perp = 0, \mathcal{W}_\perp \neq 0, \\ \mathcal{X}_\perp^T \Xi \mathcal{X}_\perp < 0, \mathcal{W}_\perp^T \Xi \mathcal{W}_\perp < 0, & \text{如果 } \mathcal{W}_\perp \neq 0, \mathcal{X}_\perp \neq 0. \end{cases} \quad (1-12)$$

假设 1.1: 矩阵 B_p 的列满秩, 即 $\text{rank}(B_p) = n_u$ 。

说明 1.1^[67]: 如果假设 1.1 成立, 则存在正交矩阵 $U_p \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ 和 $V_p \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$, 使得

$$U_p B_p V_p = \begin{bmatrix} U_{p1} \\ U_{p2} \end{bmatrix} B_p V_p = \begin{bmatrix} S_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1-13)$$

其中 $U_{p1} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$, $U_{p2} \in \mathbb{R}^{(n_x - n_u) \times n_x}$, $S_p = \text{diag}\{\lambda_{p1}, \lambda_{p2}, \dots, \lambda_{pn_u}\}$ 。符号 $\lambda_l (l=1, \dots, n_u)$ 表示 B_p 的非零奇异值。

引理1.4^[67]: 根据假设1.1, 如果矩阵 P_{p3} 具有以下结构:

$$P_{p3} = U_p^T \begin{bmatrix} \bar{P}_{p11} & 0 \\ 0 & \bar{P}_{p22} \end{bmatrix} U_p = U_{p1}^T \bar{P}_{p11} U_{p1} + U_{p2}^T \bar{P}_{p22} U_{p2},$$

其中 $\bar{P}_{p11} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ 和 $\bar{P}_{p22} \in \mathbb{R}^{(n_x - n_u) \times (n_x - n_u)}$ 是正定矩阵, U_{p1} 和 U_{p2} 在(1-13)中定义, 那么存在非奇异矩阵 $\mathcal{P}_p \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$, 使得 $B_p \mathcal{P}_p = P_{p3} B_p$ 。

第 2 章 基于过去输出测量的非线性切换系统 H_∞ 记忆观测器设计

2.1 引言

状态估计作为控制领域中重要的课题之一。一直以来都备受广大研究人员的关注。因此，在过去的几十年里，学者们对观测器做了大量的工作。其中，如何提升观测器性能是一个重要的方面。并也获得了许多新的有效的方法来提高观测器的性能^[14, 35, 58, 59]。对于切换线性系统，文献^[62]提出了一种利用平均驻留时间切换规则和多 Lyapunov 函数设计多模状态观测器的新方法。最近，基于 Halanay 不等式，给出了一种同时考虑系统和观测器时变时滞输出测量的非线性系统高增益观测器的设计方法。在文献^[60]中，值得注意的是，自适应的概念被引入到观测器设计中。然后，给出了一种多输出非线性系统高增益观测器的设计方法，放宽了自适应观测器的条件。

通过对比不难发现，现有的观测器设计模型大多是基于经典的 Luenberger 型观测器，而没有改进观测器结构。因此，如何针对观测器结构进行一定优化是值得研究的。近来，文献^[64]利用切换线性系统的输出测量和当前运行的子系统的模型信息，提出了一种观测未知输入的结构改进方法。然而，在工程应用中，估计系统的不可测状态比估计输入信号更为常见。但对切换非线性系统的观测器结构改进问题的研究较少。因此，本章将针对这一问题做一些探讨和研究。本章的重点是通过引入过去的输出测量值为切换非线性系统设计一类具有更优性能的鲁棒观测器。

2.2 模型设计

2.2.1 离散时间不确定非线性切换系统模型

考虑如下的具有凸多面体不确定性的切换非线性系统：

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}(\theta)x(k) + B_{\sigma(k)}f(k) + E_{\sigma(k)}(\theta)w(k) + H_{\sigma(k)}F_{\sigma(k)}(x(k)), \\ y(k) = C_{\sigma(k)}(\theta)x(k), \end{cases} \quad (2-1)$$

其中 $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 表示系统状态, $f(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 代表输入向量, $w(k) \in \mathbb{R}^{n_w}$ 表示属于 $L_2[0, \infty)$ 空间的外部干扰信号, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_z}$ 代表系统可测量的控制输出。 $B_{\sigma(k)}$ 和 $H_{\sigma(k)}$ 是已知的实矩阵。此外, $A_{\sigma(k)}(\theta)$, $E_{\sigma(k)}(\theta)$ 和 $C_{\sigma(k)}(\theta)$ 是不确定的, 假设属于依赖时不变参数 θ 描述的多面域的矩阵。

$$\begin{bmatrix} A_{\sigma(k)}(\theta) \\ E_{\sigma(k)}(\theta) \\ C_{\sigma(k)}(\theta) \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^m \theta_{\sigma(k)j} \begin{bmatrix} A_{\sigma(k)j} \\ E_{\sigma(k)j} \\ C_{\sigma(k)j} \end{bmatrix}. \quad (2-2)$$

其中参数 $\theta_{\sigma(k)j} \in \Xi_m$ 是时不变的, Ξ_m 是已知的多面体类型的凸紧集, 如下所示

$$\Xi_m \triangleq \{\theta \in \mathbb{R}^m : \sum_{j=1}^m \theta_{\sigma(k)j} = 1, \theta_{\sigma(k)j} \geq 0, j = 1, \dots, m\}. \quad (2-3)$$

时间分段右连续信号 $\sigma(k): [0, +\infty) \rightarrow \mathcal{J} = [1, 2, \dots, N]$ 被称作切换信号, 此外, 对于一个切换序列 $0 \leq k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_i \leq k_{i+1} \leq \dots$, 当 $k \in [k_i, k_{i+1})$ 时, 我们称第 $\sigma(k_i)^{\text{th}}$ 个子系统正在运行。为了简洁起见, 在接下来的部分中, 我们将 $\sigma(k_i)$ 简写为 i 。因此, 可以将模型(2-1)简写为如下形式:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_i(\theta)x(k) + B_i f(k) + E_i(\theta)w(k) + H_i F_i(x(k)), \\ y(k) = C_i(\theta)x(k). \end{cases} \quad (2-4)$$

本章所研究的非线性函数 $F_i(x(k))$ 满足下列 Lipschitz 条件

$$F_i(x_1(k)) - F_i(x_2(k)) \leq U_i(x_1(k) - x_2(k)) \quad (2-5)$$

其中 U_i 是 Lipschitz 常数矩阵。

说明 2.1: 基于文献^[66]可知, 当根据函数 $F_i(x(k))$ 的形式适当地选择矩阵 U_i 时, 所得到的线性矩阵不等式具有更低的保守性且更容易获得可行解。

2.2.2 基于过去输出测量的记忆观测器模型

本部分旨在同时利用系统和观测器的最新的 $h \in \mathbb{N}$ 个输出测量值来设计具有改进性能的记忆观测器。为切换系统(2-4)构造的如下的模型依赖观测器

$$\begin{cases} x_o(k+1) = A_i(\theta)x_o(k) + B_i f(k) + H_i F_i(x_o(k)) + \sum_{\chi=0}^{h-1} G_i^\chi [y(k-\chi) - y_o(k-\chi)], \\ y_o(k) = C_i(\theta)x_o(k), \end{cases} \quad (2-6)$$

其中 $x_o(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 是观测器的状态, $y_o(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 是观测器的输出, 需要被求解的观测器增益为 $G_i^\chi (\chi \in \{0, 1, \dots, h-1\})$ 。

说明 2.2: 一方面, 值得注意的是, 为切换非线性系统(2-1)设计的记忆 Luenberger 型观测器使用了过去的输出测量。当 $h=1$ 时, 记忆 Luenberger 型观测器将简化为传统的 Luenberger 型观测器, 这表明本文推导的结果可以包含一些已有的结果作为特例。

说明 2.3: 本章节的观测器设计与传统 Luenberger 型观测器设计模型不同。在设计记忆 Luenberger 型观测器时, 除了当前时刻的输出测量值之外, 本章节设计的观测器还引入了切换系统和观测器的历史输出测量值。而在传统的 Luenberger 型观测器的设计中只使用了切换系统和观测器的当前输出测量值。因此, 观测器误差系统的状态不能直接由观测误差和系统状态组成。为了克服这一困难, 利用增广方法将切换系统和记忆观测器的历史输出误差引入到观测器误差系统的状态变量框架中。此外, 切换系统和记忆观测器中都考虑了 Lipschitz 非线性项, 这是更为复杂的。对于本文推导的增广观测器误差系统, 如何处理这种非线性是另一个具有挑战性的问题。

2.2.3 观测器误差系统模型

将观测误差定义为 $e(k) = x(k) - x_o(k)$ 和 $\bar{x}(k) = [e(k-h+1)^T, \dots, e(k-1)^T, e(k)^T, x(k)]^T$, 则状态估计误差可表示为

$$\begin{aligned} e(k+1) &= A_i(\theta)e(k) + E_i(\theta)w(k) + H_i(F_i(x(k)) - F_i(x_o(k))) - \sum_{\chi=0}^{h-1} G_i^\chi C_i e(k-\chi) \\ &= (A_i(\theta) - G_i^0 C_i) e(k) + E_i(\theta)w(k) + H_i(F_i(x(k)) - F_i(x_o(k))) - \sum_{\chi=1}^{h-1} G_i^\chi C_i e(k-\chi). \end{aligned} \quad (2-7)$$

为了构造误差的控制输出, 我们引入了一个已知常量矩阵, 如下所示

$$z(k) = L e(k). \quad (2-8)$$

将切换非线性系统(2-4)、记忆观测器(2-6)和估计误差(2-7)相结合, 可以得到

如下的观测器误差系统:

$$\begin{aligned}\bar{x}(k+1) &= \bar{A}_i(\theta)\bar{x}(k) + \bar{E}_i(\theta)w(k) + \bar{H}_i\bar{F}_i(\bar{x}(k)), \\ z(k) &= \bar{L}\bar{x}(k).\end{aligned}\quad (2-9)$$

其中

$$\begin{aligned}\bar{A}_i(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I & 0 \\ -G_i^{h-1}C_i & -G_i^{h-2}C_i & -G_i^{h-3}C_i & \cdots & -G_i^1C_i & A_i(\theta) - G_i^0C_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & A_i(\theta) \end{bmatrix}, \\ \bar{E}_i(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ E_i(\theta) \\ E_i(\theta) \end{bmatrix}, \quad \bar{H}_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ * & \cdots & * & H_i & 0 \\ * & \cdots & * & * & H_i \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_i(\bar{x}(k)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ F_i(x(k)) - F_i(x_o(k)) \\ F_i(x(k)) \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$\bar{L} = [0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ L \ 0]$, 且矩阵 $\bar{H}_i$ 和 $\bar{A}_i(\theta)$ 具有相同的维度。

本章的目标是为具有凸多面体不确定性的离散时间切换非线性系统设计一组 H_∞ 观测器。众所周知, 切换系统需要设计相应的切换信号。在众多的切换策略中, 平均驻留时间切换是保证系统性能的有效方法之一。因此, 本章将基于平均驻留时间切换策略来获得主要结果。

2.3 稳定性分析

首先, 我们研究了增广误差系统(2-9)的稳定性和加权 H_∞ 性能。

引理 2.1^[56]: 对于给定的常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0$, 考虑如下的切换系统

$$\begin{cases} x(k+1) = \Gamma_i(x(k)), \\ z(k) = \Psi_i(x(k)), \end{cases}, \quad (2-10)$$

其中 $i \in \mathfrak{I}, \forall (\sigma(k_l) \times \sigma(k_l + 1)) \in \mathfrak{I}(i) \times \mathfrak{I}(j), i \neq j$ 。假设存在一组候选 Lyapunov 函数 $V(x(k)) = \{V_i(x(k)), i \in \mathfrak{I}\}$ 满足如下约束

$$V_i(x(k+1)) - V_i(x(k)) < -\alpha V_i(x(k)) - J(k), \quad \forall k \in [k_l, k_{l+1}), \quad (2-11)$$

$$V_i(x(k)) \leq \mu V_j(x(k^-)), \quad k = k_l. \quad (2-12)$$

其中 $J(k) = z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)$ ，那么，在满足以下不等式的切换信号下，

切换系统(2-10)是全局指数稳定的且具有加权的 H_∞ 噪声抑制性能指标 γ 。

$$\tau_a \geq \tau_a^* = -\frac{\ln \mu}{\ln(1-\alpha)}. \quad (2-13)$$

基于引理 2.1，下面将给出具有加权 H_∞ 性能的系统(2-9)的稳定性充分条件。

定理 2.1: 对于切换非线性系统(2-4)、记忆观测器(2-6)和观测器误差系统(2-9)，给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0, \forall (i \times j) \in \mathfrak{I} \times \mathfrak{I}, i \neq j$ ，如果存在正定的矩阵 P_i 满足

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ \bar{A}_i(\theta) & \bar{H}_i & \bar{E}_i(\theta) & -P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (2-14)$$

$$P_i \leq \mu P_j, \quad (2-15)$$

其中 $\Lambda_{i1} = (\alpha - 1)P_i + \bar{L}^T \bar{L} + \bar{U}_i^T \bar{U}_i$ ，那么在切换信号满足条件(2-13)的情况下，观测器误差系统是全局指数稳定的且具有预定的加权 H_∞ 性能指标 γ 。

证明: 对于误差系统(2-9)，考虑如下的多Lyapunov函数

$$V_i(\bar{x}(k)) = \bar{x}^T(k) P_i \bar{x}(k), \quad (2-16)$$

其中 $P_i > 0, (i \in \mathfrak{I})$ 是正定的矩阵。

假设观测器误差系统当前处于子系统 i 的运行阶段，下一阶段是子系统 j 。通过(2-12)、(2-11)和(2-16)可以得到以下不等式。

$$\begin{aligned}
 & V_i(\bar{x}(k+1)) - V_i(\bar{x}(k)) + \alpha V_i(\bar{x}(k)) + J(k) \\
 &= V_i(\bar{x}(k+1)) + (\alpha - 1)V_i(\bar{x}(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) \\
 &\leq V_i(\bar{x}(k+1)) + (\alpha - 1)V_i(\bar{x}(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) \\
 &\quad + \bar{x}^T(k)\bar{U}_i^T\bar{U}_i\bar{x}(k) - \bar{F}_i^T(\bar{x}(k))\bar{F}_i(\bar{x}(k)) \\
 &= \varrho^T(k)\Theta_i\varrho(k).
 \end{aligned} \tag{2-17}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \varrho^T(k) &= [\bar{x}^T(k), \bar{F}_i^T(\bar{x}(k)), w^T(k)], \\
 \Theta_i &= \begin{bmatrix} \Theta_{i1} & * & * \\ \bar{H}_i^T P_i \bar{A}_i(\theta) & \bar{H}_i^T P_i \bar{H}_i - I & * \\ \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{A}_i(\theta) & \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{H}_i & \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{E}_i(\theta) - \gamma^2 I \end{bmatrix}, \\
 \Theta_{i1} &= \bar{A}_i^T(\theta) P_i \bar{A}_i(\theta) + (\alpha - 1)P_i + \bar{L}^T \bar{L} + \bar{U}_i^T \bar{U}_i.
 \end{aligned}$$

根据Schur补, 由(2-14)可得

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{i1} + \bar{A}_i^T(\theta) P_i \bar{A}_i(\theta) & * & * \\ \bar{H}_i^T P_i \bar{A}_i(\theta) & \bar{H}_i^T P_i \bar{H}_i - I & * \\ \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{A}_i(\theta) & \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{H}_i & \bar{E}_i^T(\theta) P_i \bar{E}_i(\theta) - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{2-18}$$

可以注意到在(2-18)中的 $\Lambda_{i1} + \bar{A}_i^T(\theta) P_i \bar{A}_i(\theta)$ 实际上等价于(2-17)中的 Θ_{i1} , 因

此, 只有满足不等式(2-14), 条件 $\Theta_i < 0$ 才成立。

因此, 考虑到条件(2-17), 以下不等式成立

$$V_i(\bar{x}(k+1)) - V_i(\bar{x}(k)) + \alpha V_i(\bar{x}(k)) + J(k) < 0, \quad \forall k \in [k_l, k_{l+1}). \tag{2-19}$$

结合(2-15)和(2-16), 在(2-15)左边乘以 $\bar{x}^T(k)$, 右边乘以 $\bar{x}(k)$, 可得

$$\bar{x}^T(k) P_i \bar{x}(k) \leq \mu \bar{x}^T(k) P_j \bar{x}(k), \quad k = k_l. \tag{2-20}$$

即:

$$V_i(\bar{x}(k)) \leq \mu V_j(\bar{x}(k^-)), \quad k = k_l. \tag{2-21}$$

综上所述, 不等式(2-19)和(2-22)能够说明引理2-2中的条件(2-11)和(2-12)。

因此, 基于上述结果, 可以说明观测器误差系统(2-9)在切换信号满足条件(2-13)

下是全局指数稳定, 且具有预先设定的加权 H_∞ 噪声抑制水平 γ 。

证毕。

2.4 H_∞ 记忆观测器设计

根据具有预先设定的噪声抑制性能的观测器误差系统(2-9)的稳定性分析结果, 观测器增益 $G_i^\chi (\chi \in \{0, 1, 2, \dots, h-1\})$ 可以通过以下定理求解得到。

定理 2.2: 对于切换系统(2-4)、观测器(2-6)和观测器误差系统(2-9), 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0, \forall (i \times j) \in \mathcal{I} \times \mathcal{I}, i \neq j$, 如果存在矩阵 $\bar{G}_i^\chi (\chi \in \{0, 1, 2, \dots, h-1\})$, 正定的矩阵 P_i , 和非奇异矩阵 R_i 满足

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ \Lambda_{i2} & \Lambda_{i3} & \Lambda_{i4} & -N_i - N_i^T + P_i \end{bmatrix} < 0, \quad (2-22)$$

$$P_i \leq \mu P_j, \quad (2-23)$$

其中

$$\Lambda_{i1} = (\alpha - 1)P_i + \bar{L}^T \bar{L} + \bar{U}_i^T \bar{U}_i,$$

$$\Lambda_{i2} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I & 0 \\ -\bar{G}_i^{h-1} C_i & -\bar{G}_i^{h-2} C_i & -\bar{G}_i^{h-3} C_i & \cdots & -\bar{G}_i^1 C_i & R_i A_i(\theta) - \bar{G}_i^0 C_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & A_i(\theta) \end{bmatrix},$$

$$\Lambda_{i3} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & 0 & & & & \\ & & & R_i H_i & & & \\ & & & & H_i & & \end{bmatrix}, \quad \Lambda_{i4} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ R_i E_i(\theta) \\ E_i(\theta) \end{bmatrix}, \quad N_i = \text{diag}\{I, I, \dots, I, R_i, I\}.$$

则对于满足不等式(2-12)的任意切换信号, 观测器误差系统是全局指数稳定的且具有预定的加权 H_∞ 性能指标 γ 。此外, 期望的观测器增益可以由如下式子计算得出

$$G_i^\chi = R_i^{-1} \bar{G}_i^\chi, \quad \chi \in \{0, 1, 2, \dots, h-1\}. \quad (2-24)$$

证明：注意到定理 2.1 中的条件(2-14)是一个典型的非线性矩阵不等式，需要对其进行处理来获得鲁棒记忆观测器的基于线性矩阵不等式的设计条件。因此，考虑具有合适维数的非奇异矩阵 N_i ，并定义 $\Lambda_i = \text{diag}\{I, I, I, N_i^T\}$ 。(2-14)式子左侧记为 LHS(2-14)。因此，在 LHS(2-14)左右两边分别乘以 Λ_i^T 和 Λ_i ，可以推导出

$$\Lambda_i^T \text{LHS}(2-17) \Lambda_i = \begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ N_i \bar{A}_i(\theta) & N_i \bar{H}_i & N_i \bar{E}_i(\theta) & -N_i P_i^{-1} N_i^T \end{bmatrix} < 0. \quad (2-25)$$

考虑到 $-(N_i - P_i)^T P_i^{-1} (N_i - P_i) \leq 0$ ， $P_i > 0$ ，可以说明 $-N_i P_i^{-1} N_i^T \leq -N_i - N_i^T + P_i$ ，因此，(2-25)可以被如下的不等式证明

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ N_i \bar{A}_i(\theta) & N_i \bar{H}_i & N_i \bar{E}_i(\theta) & -N_i - N_i^T + P_i \end{bmatrix} < 0. \quad (2-26)$$

为了获得期望的观测器增益矩阵 G_i^χ ，定义 $N_i = \text{diag}\{I, I, \dots, I, R_i, I\}$ 。我们可以得到以下式子

$$N_i \bar{A}_i(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & I & 0 \\ -R_i G_i^{h-1} C_i & -R_i G_i^{h-2} C_i & \cdots & -R_i G_i^1 C_i & R_i A_i(\theta) - R_i G_i^0 C_i & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & A_i(\theta) \end{bmatrix}, \quad (2-27)$$

$$N_i \bar{H}_i = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & R_i H_i & & \\ & & & & H_i & \end{bmatrix}, \quad N_i \bar{E}_i(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ R_i E_i(\theta) \\ E_i(\theta) \end{bmatrix}. \quad (2-28)$$

由于 R_i 是可逆矩阵，为了获得观测器增益 G_i^χ ($\chi \in \{0, 1, 2, \dots, h-1\}$)，令 $\bar{G}_i^\chi = R_i G_i^\chi$ ，因此，不等式(2-26)可以写成以下形式

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{i1} & * & * & * \\ 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * \\ \Lambda_{i2} & \Lambda_{i3} & \Lambda_{i4} & -N_i - N_i^T + P_i \end{bmatrix} < 0, \quad (2-29)$$

其中 Λ_{i1} , Λ_{i2} , Λ_{i3} 和 Λ_{i4} 被定义在式子(2-22)中。

根据定理 2.1 的证明,我们可以知道,根据条件(2-21)可以得到不等式(2-23)。此外,不等式(2-22)是一个线性矩阵不等式,可以通过线性矩阵不等式技术求解。综上所述,由上述结果可以证明定理 2.2。

说明 2.4: 定理 2.2 中的线性矩阵不等式条件一般可以在多项式时间内求解,其求解时间与复杂度 $\mathcal{C} = \mathcal{D}^3 \mathcal{L}$ 成比例,其中 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{D}$ 表示矩阵维数和决策变量个数。定理 2.2 中关于记忆观测器的设计结果说明,通过增大 h 来可以考虑更多的信息来设计观测器。然而,增加 h 将导致以下两个影响:一方面,增加 h 将改善所设计的观测器的性能,这将在例子部分中说明;另一方面,随着 h 的增加,矩阵维数和决策变量个数将增加。因此,实际应用中,必须在设计观测器的性能和计算复杂度之间进行权衡。

2.5 仿真例子

在这一部分中,给出了一个数值算例,以说明本文提出的鲁棒 H_∞ 记忆观测器设计方法的有效性和适用性。考虑具有两个子系统的切换系统,其参数如下

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.2 \\ 0 & 0.43 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.35 \end{bmatrix}, E_{11} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.01 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ -0.04 \end{bmatrix}, \\ H_1 &= \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, C_1 = [0.2 \quad 0.1], U_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} -0.6 & 0 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} 1.6 & 0 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}, E_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.03 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ -0.09 \end{bmatrix}, \\ H_2 &= \begin{bmatrix} -0.15 & 0 \\ 0 & -0.15 \end{bmatrix}, C_2 = [0.3 \quad 0.2], U_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, L = [0.5 \quad 0.1]. \end{aligned}$$

为了表示(2-2)中的多面体不确定性,子系统 1 的参数设置为 $\theta_{11} = 0.4$, $\theta_{12} = 0.6$, 子系统 2 的参数设置为 $\theta_{21} = 0.5$, $\theta_{22} = 0.5$ 。非线性函数取为

$F_i(x(k)) = \sin(x_i(k))$ 和 $F_i(x_o(k)) = \sin(x_{o1}(k))$ 。

为了应用定理 2.2 来设计记忆观测器, 将定理 2.2 中的其他参数设置为 $\mu = 1.2$, $\alpha = 0.2$, 和 $\gamma = 2$ 。然后, 基于上述参数, 通过在定理 2.2 中求解(2-22)-(2-24), 可以获得以下矩阵变量

Case I. $h = 1$:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1.6306 & -0.0065 \\ -0.0095 & 1.5929 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 1.5781 & -0.1147 \\ -0.0930 & 1.6959 \end{bmatrix}, \bar{G}_1^0 = \begin{bmatrix} 1.1387 \\ 0.5360 \end{bmatrix},$$

$$\bar{G}_2^0 = \begin{bmatrix} 1.3852 \\ 0.1939 \end{bmatrix}, G_1^0 = \begin{bmatrix} 0.6997 \\ 0.3407 \end{bmatrix}, G_2^0 = \begin{bmatrix} 0.8896 \\ 0.1631 \end{bmatrix};$$

Case II. $h = 2$:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 2.8999 & 0.1708 \\ 0.3014 & 3.0183 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 2.8458 & 0.3424 \\ -0.0213 & 3.1277 \end{bmatrix}, \bar{G}_1^0 = \begin{bmatrix} 2.0872 \\ 1.2391 \end{bmatrix}, \bar{G}_2^0 = \begin{bmatrix} 2.6075 \\ 0.7604 \end{bmatrix},$$

$$\bar{G}_1^1 = \begin{bmatrix} 4.2208 \\ -4.2598 \end{bmatrix}, \bar{G}_2^1 = \begin{bmatrix} 3.9233 \\ -1.9926 \end{bmatrix}, G_1^0 = \begin{bmatrix} 0.6997 \\ 0.3407 \end{bmatrix}, G_2^0 = \begin{bmatrix} 0.8896 \\ 0.1631 \end{bmatrix}, G_1^1 = \begin{bmatrix} 1.5477 \\ -1.5659 \end{bmatrix},$$

$$G_2^1 = \begin{bmatrix} 1.4000 \\ -0.8000 \end{bmatrix};$$

Case III. $h = 3$:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 2.4420 & 0.4166 \\ 0.3909 & 2.7872 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 2.2978 & 0.6176 \\ -0.1964 & 2.7118 \end{bmatrix}, \bar{G}_1^0 = \begin{bmatrix} 1.8505 \\ 1.2230 \end{bmatrix}, \bar{G}_2^0 = \begin{bmatrix} 2.2403 \\ 0.8023 \end{bmatrix},$$

$$\bar{G}_1^1 = \begin{bmatrix} 3.1271 \\ -3.7594 \end{bmatrix}, \bar{G}_2^1 = \begin{bmatrix} 3.0855 \\ -1.6824 \end{bmatrix}, \bar{G}_1^2 = \begin{bmatrix} 0.9361 \\ -0.4571 \end{bmatrix}, \bar{G}_2^2 = \begin{bmatrix} 0.6639 \\ -0.8173 \end{bmatrix}, G_1^0 = \begin{bmatrix} 0.6997 \\ 0.3407 \end{bmatrix},$$

$$G_2^0 = \begin{bmatrix} 0.8896 \\ 0.1631 \end{bmatrix}, G_1^1 = \begin{bmatrix} 1.5477 \\ -1.5659 \end{bmatrix}, G_2^1 = \begin{bmatrix} 1.4000 \\ -0.8000 \end{bmatrix}, G_1^2 = \begin{bmatrix} 0.4214 \\ -0.2231 \end{bmatrix}, G_2^2 = \begin{bmatrix} 0.3298 \\ -0.3395 \end{bmatrix}。$$

首先, 根据(2-13), 平均驻留时间可以计算为 $\tau_{(a)} \geq \tau_{(a)}^* = 0.8171$ 。

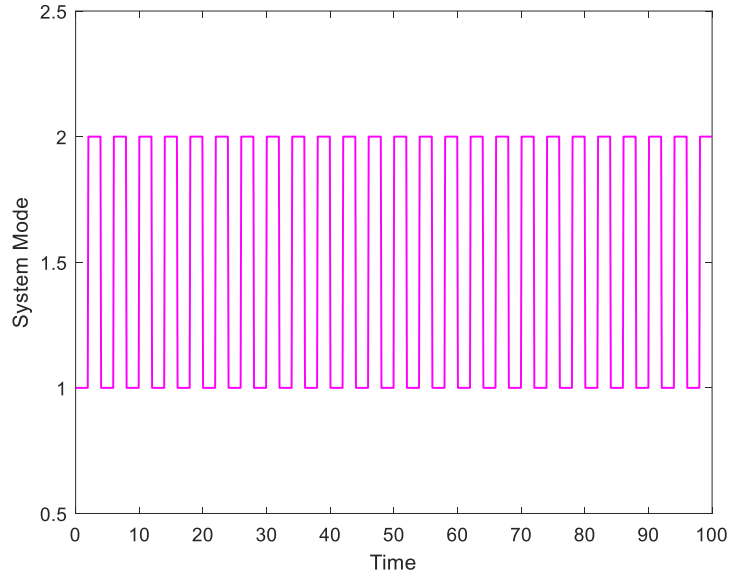


图 2-1 切换信号，“1”代表子系统 1 正在运行，“2”代表子系统 2 正在运行

图 2-1 给出了具有 $\tau_a = 2$ 的可行的切换信号。其中，“ $\sigma(k)=1$ ”表示第一个子系统正在运行，“ $\sigma(k)=2$ ”表示第二个子系统正在运行。扰动输入设为 $w(k) = 20 \sin(0.2k)e^{-0.1k}$ ，系统输入设为 $f(k) = 0.8 \sin(0.8k)$ 。在初始条件 $x(0) = [0.15, 0.55]^T$ 和 $x_o(0) = [0, 0]^T$ 下，仿真结果如图 2-2 至图 2-6 所示。

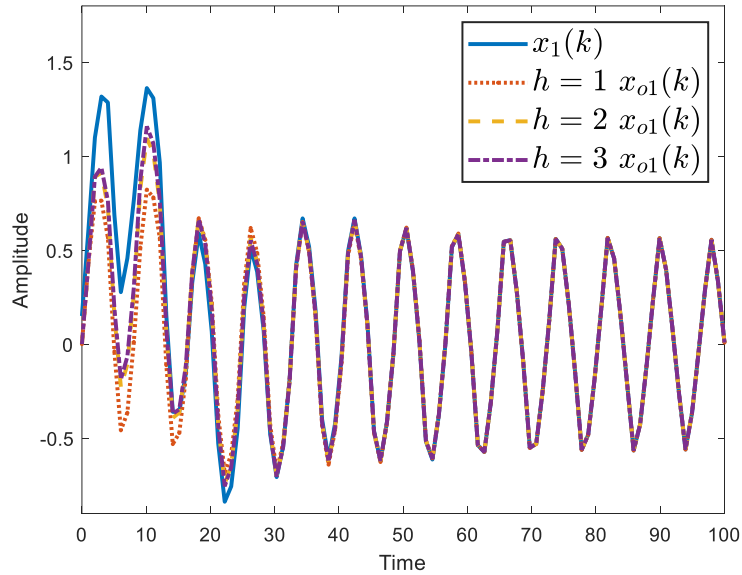


图 2-2 系统与观测器的状态响应曲线

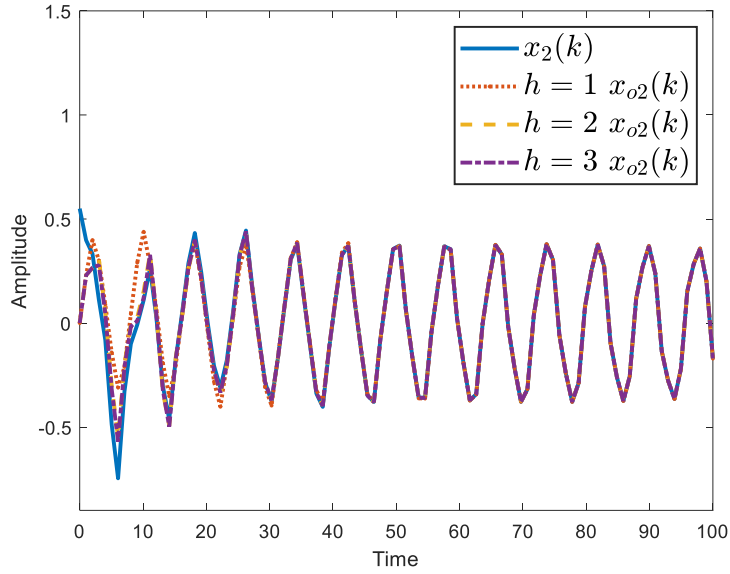


图 2-3 系统与观测器的状态响应曲线

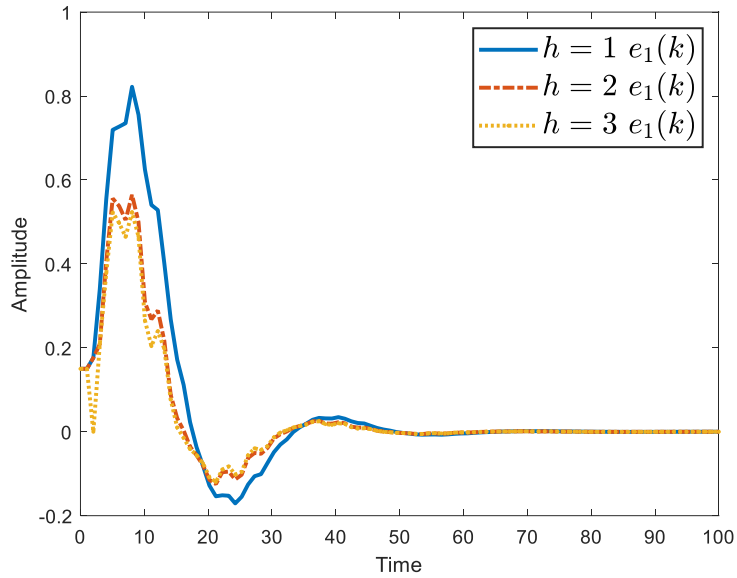


图 2-4 观测器误差曲线

其中 $h=2$ 和 $h=3$ 意味着使用切换系统和观测器的过去输出测量来设计观测器。图 2-2 和图 2-3 画出了切换系统(2-1)和记忆观测器(2-6)的状态响应。从图 2-2 和图 2-3 可以看出，观测器的状态可以渐近地跟随具有凸多面体不确定性的切换非线性系统的状态。观测误差在图 2-4 和图 2-5 中画出。从图 2-4 和图 2-5 可以看出，误差最终收敛为零。

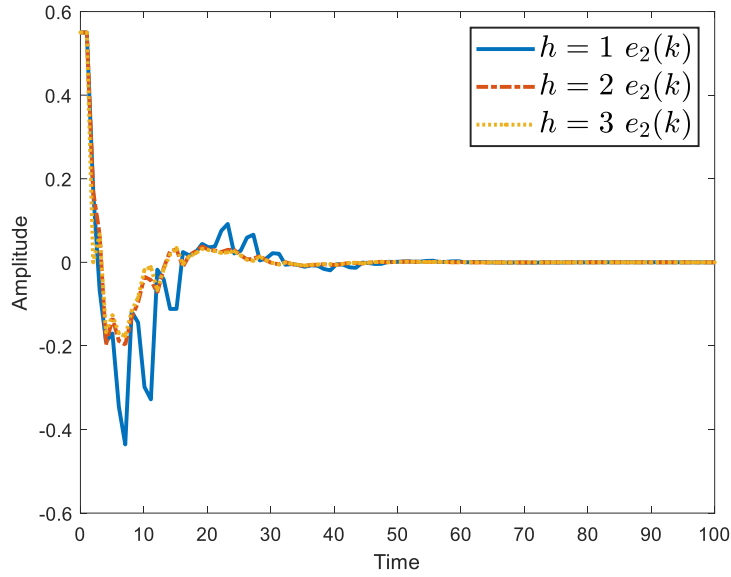


图 2-5 观测器误差曲线

所有以上的仿真结果证明了设计的观测器的有效性。正如图 2-4 和图 2-5 所示，可以发现一个重要结果，即使用更多的过去输出测量，观测误差就会更小，这意味着将过去的输出测量引入观测器设计可以显著减少观测误差。

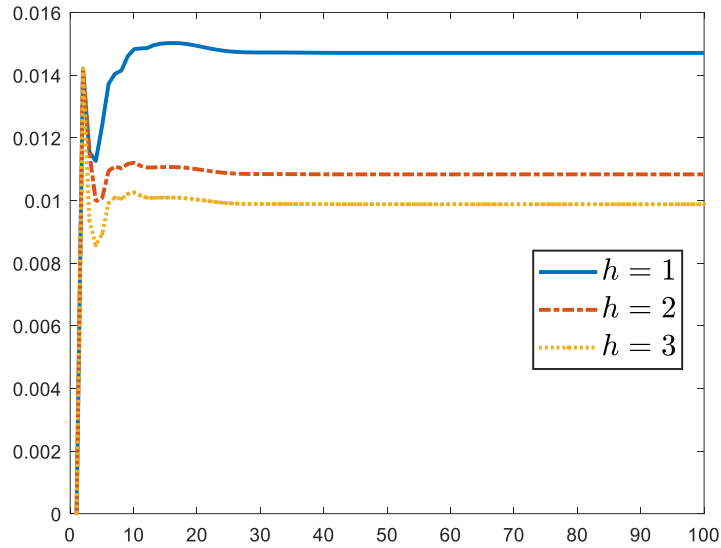


图 2-6 三种情况下的 $\sqrt{\sum_{k=0}^{k_k} (1-\alpha)^k z^T(k)z(k) / \sum_{k=0}^{k_k} w^T(k)w(k)}$ 比值曲线

为了进一步比较我们的方法($h>1$)与一些现有方法($h=1$)。图 2-6 绘制了上述三种情况的 $\sqrt{\sum_{k=0}^{k_k} (1-\alpha)^k z^T(k)z(k) / \sum_{k=0}^{k_k} w^T(k)w(k)}$ 比值。正如图 2-6 所示，随着 h 值的增加，比值显著减小。因此，通过以上所有的仿真结果，本文推导的观测器设计方法的优势和有效性得到了证明。

2.6 本章小结

本章通过引入切换系统和观测器的过去的输出测量值,设计了一类离散时间切换非线性系统的鲁棒 H_∞ 观测器。在所设计的观测器中,同时考虑了凸多面体不确定性和 Lipschitz 非线性。通过平均驻留时间切换方案和多重 Lyapunov 函数方法,得到了保证误差系统渐近稳定且具有加权 H_∞ 性能的一组新的充分条件,观测器的增益可以通过求解一组线性矩阵不等式得到。最后,给出了一个数值算例,验证了该方法的优越性和有效性,并验证了在观测器设计中引入过去输出测量值可以提高观测器的性能。

第3章 引入过去输出测量的切换 T-S 模糊系统的基于观测器的非脆弱控制

3.1 引言

作为处理非线性的另一种有效方法, T-S 模糊系统因其特性而受到越来越多的关注。T-S 模糊建模技术, 可以通过拟合多个局部线性子系统来逼近具有非线性或不确定性的系统^[12]。因此, 根据建立的 T-S 模糊模型, 传统的线性系统理论可以用来研究非线性系统。利用由线性局部模型构成的 T-S 模糊模型框架, 得到了许多有关非线性系统稳定性分析和控制器设计的重要结果^[31]。利用 T-S 模糊仿射模型, 文献^[36]通过引入过去的输出测量并利用分段模糊 Lyapunov 函数方法来研究 H_∞ 记忆滤波器的设计。最近, 文献^[37]给出了一个重要的发现, 具有非线性局部模型的 T-S 模糊系统比传统的 T-S 模糊线性/仿射模型具有更少的模糊规则, 意味着使用具有非线性局部模型的 T-S 模糊模型所得到的结果具有更少的计算负担。

另一方面由于测量所有系统状态的实际可行性有限, 动态系统状态估计的研究是控制领域的主要问题之一。除了状态反馈控制之外, 基于观测器的控制是另一个应用广泛的问题。值得注意的是, 在切换系统和 T-S 模糊系统的控制方面已经取得了许多成果。此外, 据我们所知, 现有的基于观测器的控制策略主要依赖于传统的观测器, 而不是性能得到改善的新的观测器。其中一个原因是, 将新的观测器应用到基于观测器的控制器的设计中, 会给稳定性分析和控制器的求解带来很多困难和挑战。这也是本章写作的动机之一。

现有的基于观测器的控制策略在仅依赖系统当前输出信息的情况下取得了许多成果。然而, 非随机系统的历史数据可以在一定程度上反映系统的内在特征。因此, 将过去时刻的数据引入到基于观测器的控制器设计中也有很多好处。因此, 研究如何通过观测器中引入更多的历史信息来提高观测器的性能, 从而改善基于观测器的控制器的控制性能是非常必要的。所以, 本章将重点研究基于新的观测器的切换 T-S 模糊系统的非脆弱控制器设计。先后研究了前件变量可测和不可测情况下的切换 T-S 模糊系统镇定问题。

3.2 前件变量可测下的模型设计

3.2.1 带有局部非线性项的切换 T-S 模糊系统模型

本文研究了具有非线性局部模型的切换 T-S 模糊系统, 第 $\sigma_1(n)$ 个子系统的第 i 个模糊规则: **IF** $\mathcal{G}_1^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{i1}^{\sigma(n)}$, $\mathcal{G}_2^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{i2}^{\sigma(n)}$, $\mathcal{G}_j^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{ij}^{\sigma(n)}$ **THEN**

$$\begin{cases} x(n+1) = A_{\sigma(n)i}x(n) + B_{\sigma(n)i}u(n) + E_{\sigma(n)i}w(n) + F_{\sigma(n)i}\phi_{\sigma(n)}[x(n)], \\ y(n) = C_{\sigma(n)i}x(n), \\ z(n) = D_{\sigma(n)i}x(n), i \in \varphi = \{1, 2, 3, \dots, r\}, \end{cases} \quad (3-1)$$

其中 $x(n) \in \mathbb{R}^{m_x}$ 表示系统的状态向量, $u(n) \in \mathbb{R}^{m_u}$ 代表控制输入信号, $w(n) \in \mathbb{R}^{m_w}$ 是属于 $l_2[0, \infty)$ 空间的外部干扰信号, $y(n) \in \mathbb{R}^{m_y}$ 表示可测输出。 $z(n) \in \mathbb{R}^{m_z}$ 是系统的控制输出。 $\sigma(n): [0, +\infty) \rightarrow \mathcal{T} = [1, 2, \dots, N]$ 定义为切换信号。给定一个已知的序列 $0 \leq n_1 \leq \dots \leq n_l \leq n_{l+1} \leq \dots$, 当 $n \in [n_l, n_{l+1})$ 时, 称第 $\sigma(n_l)^{th}$ 个系统正在运行。

为了简单起见, 在本章节的后续部分, 我们定义 $\sigma(n_l) = p, (p \in \mathcal{T})$ 。 A_{pi} , B_{pi} , C_{pi} , D_{pi} , E_{pi} 和 F_{pi} 是已知的常数矩阵。 $\phi_p[x(n)]$ 是满足约束的非线性函数, r 是推理规则的数, $\mathcal{G}^p(n) = [\mathcal{G}_1^p(n), \dots, \mathcal{G}_j^p(n)]$ 被定义为系统的前件变量, M_{ig}^p ($g=1, 2, \dots, j$) 表示模糊集。

通过进行去模糊化, 可以得到最终的模型

$$\begin{cases} x(n+1) = A_p(n)x(n) + B_p(n)u(n) + E_p(n)w(n) + F_p(n)\phi_p[x(n)], \\ y(n) = C_p(n)x(n), \\ z(n) = D_p(n)x(n), \end{cases} \quad (3-2)$$

其中 $[A_p(n) \ B_p(n) \ E_p(n) \ F_p(n) \ C_p(n) \ D_p(n)] = \sum_{i=1}^r h_{pi}(n) [A_{pi} \ B_{pi} \ E_{pi} \ F_{pi} \ C_{pi} \ D_{pi}]$, $h_{pi}(n) = \frac{\mu_{pi}(n)}{\sum_{i=1}^r \mu_{pi}(n)}$, $\mu_{pi}(n) = \prod_{s=1}^g M_{is}^p(\mathcal{G}_s^p(n))$, $M_{is}^p(\mathcal{G}_s^p(n))$ 表示 $\mathcal{G}_s^p(n)$ 在模糊集 M_{is}^p 的

隶属度。对于 $n \geq 0$, 让 $\mu_{pi}(n) \geq 0$, 归一化的隶属函数满足以下条件

$$h_{pi}(n) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^r h_{pi}(n) = 1$$

$\phi_p(\cdot)$ 是T-S模糊模型中包含的非线性项，它假设满足下列Lipschitz条件

$$\|\phi_p(\underline{z}_1) - \phi_p(\underline{z}_2)\| \leq \|L_p(\underline{z}_1 - \underline{z}_2)\|, \quad (3-3)$$

其中， L_p 称为Lipschitz常数矩阵。

说明3.1: 结合T-S模糊模型和切换模型的优点，在切换模糊系统的研究中取得了一些很好的结果。在已有的大多数切换T-S模糊系统的研究中，可以注意到T-S模糊模型的每个子模型都是线性的。

本章所考虑的系统中的每个T-S模糊模型都可以是非线性的，这与T-S模糊仿射系统和具有线性局部模型的T-S模糊系统的研究不同。文献^[37]表明，这种类型的模糊系统可以得到与传统T-S模糊模型相似的结果，但具有更少的规则。

3.2.2 基于过去输出测量的模糊观测器模型

本章的目标之一是利用最新的 $b \in \mathbb{N}$ 个输出来提高观测器的性能。因此，构造了如下的模型依赖的模糊观测器

$$\begin{cases} x_o(n+1) = A_p(n)x_o(n) + B_p(n)u(n) + F_p(n)\phi_p(x_o(n)) \\ \quad + \sum_{\chi=0}^{b-1} G_p^\chi(n)[y(n-\chi) - y_o(n-\chi)], \\ y_o(n) = C_p(n)x_o(n), \end{cases} \quad (3-4)$$

其中 $x_o(n) \in \mathbb{R}^{m_x}$ 是估计的状态向量， $y_o(n) \in \mathbb{R}^{m_y}$ 表示可测量的观测器的输出。需

要设计的观测器增益 $G_p^\chi(n)$, $\chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$ ，可以表示为 $G_p^\chi(n) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(n)G_{pi}^\chi$ 。

说明3.2: 可以看出，传统的Luenberger型观测器可以作为特例($b=1$)包含在模型(3-4)中。因此，基于观测器模型(3-4)得出的结果可以包含一些现有结果作为特殊实例。当 $b \geq 2$ 时，观测器(3-4)表示当前和过去的输出都用于设计观测器。该功能使观测器具有记忆功能，将较早的输出存储在缓冲区中。另外，需要注意的是 $\chi \leq n$ 。也就是说，当 $n=0$ 时没有过去的输出测量。

3.2.3 基于观测器的非脆弱控制器模型

考虑系统(3-2)和模糊观测器(3-4)，构造如下的非脆弱模糊控制器

$$u(n) = K_p(n)x_o(n), \quad (3-5)$$

其中 $K_p(n) = \sum_{j=1}^r h_{pj}(n)[K_{pj} + \Delta K_{pj}(n)]$ ，矩阵 K_{pj} 代表要求解的控制律， $\Delta K_{pj}(n)$ 代表控制器增益摄动，描述如下

$$\Delta K_{pj}(n) = H_{pj} \Delta_c(n) T_{pj}, \quad (3-6)$$

其中 H_{pj} 和 T_{pj} 是给定的具有合适维数的矩阵， $\Delta_c(n)$ 是满足如下条件的不确定项

$$\Delta_c^T(n) \Delta_c(n) \leq I, \quad \forall n \geq 0. \quad (3-7)$$

3.2.3 闭环系统模型

设 $e(n) = x(n) - x_o(n)$ 为观测误差，可得以下方程

$$\begin{aligned} e(n+1) = & A_p(n)e(n) + E_p(n)w(n) + F_p(n)(\phi_p(x(n)) - \phi_p(x_o(n))) \\ & - \sum_{\chi=0}^{b-1} G_p^\chi(n) C_p(n-\chi)e(n-\chi). \end{aligned} \quad (3-8)$$

基于定义的观测误差并结合方程(3-2)、(3-4)和(3-5)，可与得到如下的闭环切换非线性系统

$$\begin{cases} x(n+1) = [A_p(n) + B_p(n)K_p(n)]x(n) - B_p(n)K_p(n)e(n) + E_p(n)w(n) \\ \quad + F_p(n)\phi_p[x(n)], \\ y(n) = C_p(n)x(n), \\ z(n) = D_p(n)x(n). \end{cases} \quad (3-9)$$

令增广状态向量为

$$\begin{cases} \varepsilon(n) = [e(n)^T, x(n)^T]^T, \text{ 如果 } b=1, \\ \varepsilon(n) = [e_y(n-b+1)^T, e_y(n-b+2)^T, \dots, e_y(n-1)^T, e(n)^T, x(n)^T]^T, \text{ 如果 } b \geq 2. \end{cases}$$

通过结合闭环切换非线性系统(3-9)、模糊观测器(3-4)和非脆弱模糊控制器(3-5)，可以得到如下增广的切换T-S模糊系统

$$\begin{cases} \varepsilon(n+1) = \bar{A}_p(n)\varepsilon(n) + \bar{E}_p(n)w(n) + \bar{F}_p(n)\bar{\phi}_p(\varepsilon(n)), \\ z(n) = \bar{D}_p(n)\varepsilon(n), \end{cases} \quad (3-10)$$

其中

如果 $b=1$:

$$\bar{A}_p(n) = \begin{bmatrix} \psi_p^0(n) & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} \\ \Gamma_{p2}(n) & \Gamma_{p1}(n) \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_p(n) = \begin{bmatrix} E_p(n) \\ E_p(n) \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_p(n) = \begin{bmatrix} F_p(n) & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & F_p(n) \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_p(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m_z \times m_x} & D_p(n) \end{bmatrix}, \quad \bar{\phi}_p(\varepsilon(n)) = \begin{bmatrix} \phi_p(x(n)) - \phi_p(x_o(n)) \\ \phi_p(x(n)) \end{bmatrix},$$

$$\psi_p^0(n) = A_p(n) - G_p^0(n)C_p(n), \quad \Gamma_{p2}(n) = -B_p(n)K_p(n), \quad \Gamma_{p1}(n) = [A_p(n) + B_p(n)K_p(n)],$$

如果 $b \geq 2$:

$$\bar{A}_p(n) = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_2(n) & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_x} \\ -\psi_p(n) & \psi_p^0(n) & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \Gamma_{p2}(n) & \Gamma_{p1}(n) \end{bmatrix},$$

$$\bar{F}_p(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_\phi} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & F_p(n) & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & F_p(n) \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_p(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_w} \\ E_p(n) \\ E_p(n) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\phi}_p(\varepsilon(n)) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_\phi \times 1} \\ \phi_p(x(n)) - \phi_p(x_o(n)) \\ \phi_p(x(n)) \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_p(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m_z \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_z \times m_x} & D_p(n) \end{bmatrix},$$

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-2)m_y \times m_y} & \mathbf{I}_{(b-2)m_y} \\ \mathbf{0}_{m_y \times m_y} & \mathbf{0}_{m_y \times (b-2)m_y} \end{bmatrix}, \quad \Omega_2(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-2)m_y \times m_x} \\ C_p(n) \end{bmatrix},$$

$$\psi_p^0(n) = A_p(n) - G_p^0(n)C_p(n) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(n)[A_{pi} - G_{pi}^0 C_{pi}],$$

$$\psi_p(n) = [\psi_p^{b-1}(n), \psi_p^{b-2}(n), \dots, \psi_p^1(n)],$$

$$\psi_p^\chi(n) = G_p^\chi(n) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(n)G_{pi}^\chi, \quad \chi \in \{1, 2, \dots, b-1\},$$

$$\Gamma_{p2}(n) = -B_p(n)K_p(n) = -\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_{pi}(n)h_{pj}(n)[B_{pi}K_{pj} + B_{pi}\Delta K_{pj}],$$

$$\Gamma_{p1}(n) = [A_p(n) + B_p(n)K_p(n)] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_{pi}(n)h_{pj}(n)[A_{pi} + B_{pi}K_{pj} + B_{pi}\Delta K_{pj}].$$

说明 3.3: 与无记忆基于观测器的控制策略^[14, 15, 31, 44]不同, 本文中设计的基于观测器的控制器使用了系统和观测器的当前和过去输出, 即 $y(n), y_o(n)$,

$y(n-1), y_o(n-1), \dots, y(n-\chi), y_o(n-\chi)$ 。值得注意的是，当 $b=1$ 时，本文提出的控制策略简化为传统的无记忆观测器控制策略。

为了获得本文的主要结果，引入以下引理。

引理 3.1 设 $0 < \nu < 1$ 和 $\mu > 1$ 为给定常数。考虑切换非线性系统(3-10)。对于所有 $(\sigma(n_l) = p, \sigma(n_{l+1}) = q) \in \mathcal{T} \times \mathcal{T}, p \neq q$ ，如果存在 Lyapunov 函数 $V(\varepsilon(n)) = \{V_p(\varepsilon(n))\}$ 满足以下条件：

$$V_p(\varepsilon(n+1)) + (\nu - 1)V_p(\varepsilon(n)) + J(n) < 0, \quad \forall n \in [n_l, n_{l+1}), \quad (3-11)$$

$$V_p(\varepsilon(n)) \leq \mu V_q(\varepsilon(n^-)), \quad n = n_l, \quad (3-12)$$

其中 $J(n) = z^T(n)z(n) - \gamma^2 w^T(n)w(n)$ ，那么，称切换非线性系统在满足以下条件的任何切换信号下是全局指数稳定的且具有加权的 H_∞ 性能：

$$t_a \geq \text{ceil} \left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\nu)} \right], \quad (3-13)$$

其中 $\text{ceil}[W]$ 是一个返回大于或等于 W 的最近整数的函数。

3.3 前件变量可测下的闭环切换稳定性分析

定理 3.1 设 $0 < \nu < 1, \mu > 1, \gamma > 0$ 和 $b \in \mathbb{N}$ 为给定常数。对于任何满足(3-13)的切换信号，以及所有 $(p, q) \in \mathcal{T} \times \mathcal{T}, p \neq q$ ，如果存在 $P_a(n) > 0, (a = p, q)$ 使得以下条件成立，那么闭环系统(3-10)是全局指数稳定性的，并且可以获得设定的加权 H_∞ 噪声衰减指标 γ ，

$$\begin{bmatrix} \Theta_{1p}(n) & * & * \\ \Theta_{2p}(n) & \Theta_{3p}(n) & * \\ \Theta_{4p}(n) & \Theta_{5p}(n) & \Theta_{6p}(n) \end{bmatrix} < 0, \quad (3-14)$$

以及

$$P_p(n) < \mu P_q(n), \quad (3-15)$$

其中

$$\Theta_{1p}(n) = \bar{A}_p^T(n)P_{p^+}\bar{A}_p(n) + (\nu-1)P_p(n) + \bar{L}_p^T\bar{L}_p + \bar{D}_p^T(n)\bar{D}_p(n)$$

$$\Theta_{2p}(n) = \bar{F}_p(n)^T P_{p^+}\bar{A}_p(n), \Theta_{3p}(n) = \bar{F}_p(n)^T P_{p^+}\bar{F}_p(n) - I \quad \Theta_{4p}(n) = \bar{E}_p^T(n)P_{p^+}\bar{A}_p(n)$$

$$\Theta_{5p}(n) = \bar{E}_p^T(n)P_{p^+}\bar{F}_p(n) \quad \Theta_{6p}(n) = \bar{E}_p^T(n)P_{p^+}\bar{E}_p(n) - \gamma^2 I$$

$$P_{p^+} = P_p(n+1) = \sum_{l=1}^r h_{pl}(n+1)P_{pl}, \quad (p \in \mathcal{T}).$$

证明：为闭环系统(3-10)考虑如下的 Lyapunov 函数

$$V_p(\varepsilon(n)) = \varepsilon^T(n)P_p(n)\varepsilon(n), \quad (3-16)$$

其中 $P_p(n) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(n)P_{pi}, (p \in \mathcal{T}), P_{pi} > 0$ 。

为了确保普适性，我们假设闭环系统(3-10)目前处于子系统 p 的运行阶段，

并将接下来转移到子系统 q 。根据(3-12)、(3-15)和(3-16)，可以得出

$$\begin{aligned} & V_p(\varepsilon(n+1)) + (\nu-1)V_p(\varepsilon(n)) + J(n) \\ &= V_p(\varepsilon(n+1)) + (\nu-1)V_p(\varepsilon(n)) + z^T(n)z(n) - \gamma^2 w^T(n)w(n) \\ &\leq V_p(\varepsilon(n+1)) + (\nu-1)V_p(\varepsilon(n)) + z^T(n)z(n) - \gamma^2 w^T(n)w(n) + \varepsilon^T(n)\bar{L}_p^T\bar{L}_p\varepsilon(n) \\ &\quad - \bar{\phi}_p^T(\varepsilon(n))\bar{\phi}_p(\varepsilon(n)) \\ &= \varrho^T(n)F_p(n)\varrho(n), \end{aligned} \quad (3-17)$$

其中

$$\varrho^T(n) = [\varepsilon^T(n), \bar{\phi}_p^T(\varepsilon(n)), w^T(n)], \quad F_p(n) = \begin{bmatrix} \Theta_{1p}(n) & * & * \\ \Theta_{2p}(n) & \Theta_{3p}(n) & * \\ \Theta_{4p}(n) & \Theta_{5p}(n) & \Theta_{6p}(n) \end{bmatrix},$$

$$J(n) = z^T(n)z(n) - \gamma^2 w^T(n)w(n)。$$

可以注意到，如果满足定理3.1中的条件(3-14)，则结合上述推导可以得到如下不等式

$$V_p(\varepsilon(n+1)) + (\nu-1)V_p(\varepsilon(n)) + J(n) < 0。 \quad (3-18)$$

结合(3-15)与(3-16)，分别在(3-15)两侧乘以 $\varepsilon^T(n)$ 和 $\varepsilon(n)$ ，可以得到以下不等式

$$\varepsilon^T(n)P_p(n)\varepsilon(n) \leq \mu \varepsilon^T(n)P_q(n)\varepsilon(n), \quad n = n_l。 \quad (3-19)$$

即

$$V_p(\varepsilon(n)) \leq \mu V_q(\varepsilon(n^-)), \quad n = n_l. \quad (3-20)$$

因此，引理3.3的条件(3-11)和(3-12)可以通过不等式(3-18)和(3-20)来证明。基于上述结果，闭环系统(3-10)在任何满足(3-13)的切换信号下是全局指数稳定，并且可以获得规定的加权 H_∞ 噪声衰减性能。证毕。

说明3.4: 参数 ν, μ, γ 和 b 具有实际意义。参数 ν 表示Lyapunov函数的衰减速率。参数 μ 表示在切换过程中允许Lyapunov函数增加的速率。参数 γ 是一个给定的性能指标，可以根据实际应用的需求进行调整。参数 b 表示在设计中考虑最新的 b 个输出，即 $y(n), y_o(n), y(n-1), y_o(n-1), \dots, y(n-b+1), y_o(n-b+1)$ ，用于设计基于观测器的控制器。在实际应用中，所有上述参数可以设置以确保切换系统实现规定的性能。

3.4 前件变量可测下的观测器和非脆弱控制器设计

本节主要是为切换 T-S 模糊系统(3-2)设计观测器(3-4)和控制器(3-5)。因此，观测器增益 $G_{pi}^\chi, \chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$ 和控制器增益 K_{pj} 可以根据以下定理确定。

定理 3.2 设给定常数 $0 < \nu < 1, \mu > 1, \gamma > 0, b \in \mathbb{N}$ 。对于所有 $(p, q) \in \mathbb{T} \times \mathbb{T}, p \neq q$ 和 $i, j, l \in \varphi = \{1, 2, 3, \dots, r\}$ ，如果存在常数 $\beta_{pij} > 0$ ，矩阵 $\bar{G}_{pi}^\chi (\chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\})$ ， K_{pj} ， $P_{as} (a = p, q) (s = i, l)$ 和非奇异矩阵 N_{pi2} ，满足

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & * & * & * & * \\ 0 & -I & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & * & * \\ \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 & \Phi_5 & * \\ \Phi_6 & 0 & 0 & \Phi_7 & -\beta_{pij} I \end{bmatrix} < 0, \quad (3-21)$$

$$P_{as} = \begin{bmatrix} P_{as1} & * & * \\ P_{as2} & P_{as3} & * \\ P_{as4} & P_{as5} & P_{as6} \end{bmatrix} > 0, \quad (3-22)$$

和

$$P_{pi} < \mu P_{qj}, \quad (3-23)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 &= \begin{bmatrix} \Xi_1 & * & * \\ \Xi_2 & \Xi_3 & * \\ \Xi_4 & \Xi_5 & \Xi_6 \end{bmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{bmatrix} N_{pil1}\Omega_1 & N_{pil1}\Omega_2 & 0 \\ \Xi_8 & \Xi_9 & 0 \\ 0 & \bar{\Gamma}_{2pij} & \bar{\Gamma}_{1pij} \end{bmatrix}, \quad \Phi_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{pi2}F_{pi} & 0 \\ 0 & 0 & F_{pi} \end{bmatrix}, \\
 \Phi_4 &= \begin{bmatrix} 0 \\ N_{pi2}E_{pi} \\ E_{pi} \end{bmatrix}, \quad \Phi_5 = \begin{bmatrix} \Xi_7 & * & * \\ P_{pl2} & \Xi_{10} & * \\ P_{pl4} & P_{pl5} & P_{pl6} - 2I \end{bmatrix}, \quad \Phi_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta_{pij}T_{pj} & \beta_{pij}T_{pj} \end{bmatrix}, \\
 \Phi_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & (B_{pi}H_{pj})^T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Xi_1 = (\nu-1)P_{pi1}, \quad \Xi_2 = (\nu-1)P_{pi2}, \quad \Xi_3 = (\nu-1)P_{pi3} + L_p^T L_p + I, \\
 \Xi_4 &= (\nu-1)P_{pi4}, \quad \Xi_5 = (\nu-1)P_{pi5}, \quad \Xi_6 = (\nu-1)P_{pi6} + L_p^T L_p + \lambda D_{pi}^T D_{pi}, \\
 \Xi_7 &= -N_{pil1} - N_{pil1}^T + P_{pl1}, \quad \Xi_8 = -\bar{\psi}_{pi}, \quad \Xi_9 = \bar{\psi}_{pi}^0, \quad \Xi_{10} = -N_{pi2} - N_{pi2}^T + P_{pl3}, \\
 \bar{\psi}_{pi}^0 &= N_{pi2}A_{pi} - \bar{G}_{pi}^0 C_{pi}, \quad \bar{\psi}_{pi} = [\bar{\psi}_{pi}^{b-1}, \bar{\psi}_{pi}^{b-2}, \dots, \bar{\psi}_{pi}^1], \quad \bar{\psi}_{pi}^\chi = \bar{G}_{pi}^\chi (\chi \in \{1, 2, \dots, b-1\}), \\
 \bar{\Gamma}_{2pij} &= -B_{pi}K_{pj}, \quad \bar{\Gamma}_{1pij} = A_{pi} + B_{pi}K_{pj}.
 \end{aligned}$$

那么就存在观测器(3-4)和控制器(3-5)，对于任何满足(3-13)的切换信号，使得增广的闭环系统(3-10)是指数稳定的，并满足加权的 H_∞ 性能，控制器的增益可以通过求解(3-21)-(3-23)直接获得。此外，观测器的期望增益可以表示为

$$G_{pi}^\chi = N_{pi2}^{-1} \bar{G}_{pi}^\chi, \quad \chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}. \quad (3-24)$$

证明：为了使用线性矩阵不等式工具箱来获得期望的观测器和控制器，需要对定理 3.1 中的典型非线性矩阵不等式(3-14)进行一系列转换。首先，考虑(3-2)、(3-4)和(3-5)，可以将(3-17)中的矩阵 $F_p(n)$ 重新表述为

$$F_p(n) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r h_{pi}(n) h_{pj}(n) h_{pl}(n+1) \begin{bmatrix} \Theta_{pijl} & * & * \\ \bar{F}_{pi}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} & \bar{F}_{pi}^T P_{pl} \bar{F}_{pi} - I & * \\ \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} & \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{F}_{pi} & \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{E}_{pi} - \gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

其中

如果 $b=1$:

$$\begin{aligned}
 \Theta_{pijl} &= \bar{A}_{pij}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} + (\nu-1)P_{pi} + \bar{L}_p^T \bar{L}_p + \bar{D}_{pi}^T \bar{D}_{pi}, \\
 \bar{A}_{pij} &= \begin{bmatrix} \psi_{pi}^0 & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} \\ \Gamma_{2pij} & \Gamma_{1pij} \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_{pi} = \begin{bmatrix} E_{pi} \\ E_{pi} \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_{pi} = \begin{bmatrix} F_{pi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & F_{pi} \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m_z \times m_x} & D_{pi} \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\psi_{pi}^0 = A_{pi} - G_{pi}^0 C_{pi}, \Gamma_{2pij} = -[B_{pi} K_{pj} + B_{pi} \Delta K_{pj}], \Gamma_{1pij} = [A_{pi} + B_{pi} K_{pj} + B_{pi} \Delta K_{pj}],$$

如果 $b \geq 2$:

$$\Theta_{pijl} = \bar{A}_{pij}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} + (\nu - 1) P_{pi} + \bar{L}_p^T \bar{L}_p + \bar{D}_{pi}^T \bar{D}_{pi},$$

$$\bar{A}_{pij} = \begin{bmatrix} \Omega_1 & \Omega_{2pi} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_x} \\ -\psi_{pi} & \psi_{pi}^0 & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \Gamma_{2pij} & \Gamma_{1pij} \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_{pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_w} \\ E_{pi} \\ E_{pi} \end{bmatrix},$$

$$\bar{F}_{pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_\phi} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & F_{pi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & F_{pi} \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{m_z \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_z \times m_x} & D_{pi} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-2)m_y \times m_y} & \mathbf{I}_{(b-2)m_y} \\ \mathbf{0}_{m_y \times m_y} & \mathbf{0}_{m_y \times (b-2)m_y} \end{bmatrix}, \quad \Omega_{2pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-2)m_y \times m_x} \\ C_{pi} \end{bmatrix}, \quad \psi_{pi}^0 = [A_{pi} - G_{pi}^0 C_{pi}],$$

$$\psi_{pi} = [\psi_{pi}^{b-1}, \psi_{pi}^{b-2}, \dots, \psi_{pi}^1], \psi_{pi}^\chi = G_{pi}^\chi, \quad \chi \in \{1, 2, \dots, b-1\}, \Gamma_{2pij} = -[B_{pi} K_{pj} + B_{pi} \Delta K_{pj}],$$

$$\Gamma_{1pij} = [A_{pi} + B_{pi} K_{pj} + B_{pi} \Delta K_{pj}].$$

由于模糊隶属函数本质上是非负的, 因此当满足以下条件时, 条件(3-14)成立

$$\begin{bmatrix} \Theta_{pijl} & * & * \\ \bar{F}_{pi}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} & \bar{F}_{pi}^T P_{pl} \bar{F}_{pi} - I & * \\ \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{A}_{pij} & \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{F}_{pi} & \bar{E}_{pi}^T P_{pl} \bar{E}_{pi} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (3-26)$$

根据Schur补, 条件(3-26)等价于

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & * & * & * \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{(b+1)m_\phi} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I}_{m_w} & * \\ \bar{A}_{pij} & \bar{F}_{pi} & \bar{E}_{pi} & -P_{pl}^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (3-27)$$

然后, 我们按如下方式引入自由矩阵变量

$$\Lambda_{pil} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(b-1)m_y + 2m_x} & * & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{(b+1)m_\phi} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{m_w} & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & N_{pil}^T \end{bmatrix}, \quad (3-28)$$

并且在 Π 的左右两边分别乘以 Λ_{pil}^T 和 Λ_{pil} 。可以证明, 只要下列条件成立, 则不

等式(3-27)成立

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & * & * & * \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{(b+1)m_\phi} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I}_{m_w} & * \\ N_{pil} \bar{A}_{pij} & N_{pil} \bar{F}_{pi} & N_{pil} \bar{E}_{pi} & -N_{pil} P_{pl}^{-1} N_{pil}^T \end{bmatrix} < 0. \quad (3-29)$$

考虑到这样一个事实， $-(N_{pil} - P_{pl})^T P_{pl}^{-1} (N_{pil} - P_{pl}) \leq 0$ 和 $P_{pl} > 0$ 能够说明

$-N_{pil} P_{pl}^{-1} N_{pil}^T \leq -N_{pil} - N_{pil}^T + P_{pl}$ ，因此，如下的不等式暗含着(3-29)。

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & * & * & * \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{(b+1)m_\phi} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I}_{m_w} & * \\ N_{pil} \bar{A}_{pij} & N_{pil} \bar{F}_{pi} & N_{pil} \bar{E}_{pi} & -N_{pil} - N_{pil}^T + P_{pl} \end{bmatrix} < 0. \quad (3-30)$$

为了计算观测器增益 G_{pi}^z 和非脆弱控制律 K_{pj} ，现在，矩阵 P_{as} ($a = p, q$) ($s = i, l$) 和

N_{pil} 被指定为以下形式

$$P_{as} = \begin{bmatrix} P_{as1} & * & * \\ P_{as2} & P_{as3} & * \\ P_{as4} & P_{as5} & P_{as6} \end{bmatrix}, \quad N_{pil} = \begin{bmatrix} N_{pil1} & * & * \\ \mathbf{0} & N_{pi2} & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{m_x} \end{bmatrix},$$

其中 $P_{as1} \in \mathbb{R}^{(b-1)m_y \times (b-1)m_y}$ ， $P_{as2} \in \mathbb{R}^{m_x \times (b-1)m_y}$ ， $P_{as3} \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ ， $P_{as4} \in \mathbb{R}^{m_x \times (b-1)m_y}$ ，

$P_{as5} \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ ， $P_{as6} \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ ， $N_{pil1} \in \mathbb{R}^{(b-1)m_y \times (b-1)m_y}$ ，和可逆矩阵 $N_{pi2} \in \mathbb{R}^{m_x \times m_x}$ 。根据

上面描述的矩阵定义，(3-30)可以表示为

$$\bar{\Xi} = \bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 = \begin{bmatrix} \Phi_1 & * & * & * \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{(b+1)m_\phi} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I}_{m_w} & * \\ \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 & \Phi_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * \\ \bar{\Phi}_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad (3-31)$$

其中

$$\bar{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_x} & \mathbf{0}_{(b-1)m_y \times m_x} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} & \mathbf{0}_{m_x \times m_x} \\ \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & -B_{pi} \Delta K_{pj} & B_{pi} \Delta K_{pj} \end{bmatrix}.$$

通过将等式(3-6)代入条件(3-31)并考虑条件(3-7)，我们可以利用引理1.2来推导出(3-30)等价于

$$\bar{\Xi}_1 + \zeta_1 \Delta(n) \zeta_2 + \zeta_2^T \Delta^T(n) \zeta_1^T < 0, \quad (3-32)$$

其中

$$\begin{cases} \zeta_1 = [\mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_x} & \mathbf{0}_{m_x} & \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_w} & \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_x} & (B_{pi} H_{pj})^T]^T, \\ \zeta_2 = [\mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & -T_{pj} & T_{pj} & \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_\phi} & \mathbf{0}_{m_x \times m_w} & \mathbf{0}_{m_x \times (b-1)m_y} & \mathbf{0}_{m_x} & \mathbf{0}_{m_x}]^o. \end{cases}$$

如果存在满足以下条件的参数 β_{pij} ，则(3-32)成立

$$\bar{\Xi}_1 + \beta_{pij}^{-1} \zeta_1 \zeta_1^T + \beta_{pij} \zeta_2^T \zeta_2 < 0. \quad (3-33)$$

基于 Schur 补，上述条件可表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{\Xi}_1 & * \\ \begin{bmatrix} \zeta_1^T \\ \beta_{pij} \zeta_2 \end{bmatrix} & -\beta_{pij} I \end{bmatrix} < 0. \quad (3-34)$$

因此，令 $\bar{\Gamma}_{2pij} = -B_{pi} K_{pj}$ ， $\bar{\Gamma}_{1pij} = A_{pi} + B_{pi} K_{pj}$ 和 $\bar{G}_{pi}^\chi = N_{pi2} G_{pi}^\chi$ ， $\chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$ ，(3-34)等价于条件(3-15)。此外，条件(3-15)可以基于条件(3-22)和(3-23)获得。根据定理 3.1，在满足(3-13)的切换信号下，闭环系统(3-10)是全局指数稳定的，且具有加权的 H_∞ 性能。控制律 K_{pj} 和观测器增益 G_{pi}^χ ， $\chi \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$ 可以通过求解(3-21)-(3-24)来计算。证明结束。

说明 3.5：许多实际系统都可以建模为本文所考虑的切换 T-S 模糊系统，如搅拌釜式反应器、隧道二极管电路系统等实际工程系统。根据文献，本文所考虑的模型与文献相比，具有减少模型模糊规则个数的可能性。此外，当 $b=1$ 时，本章提出的控制策略将简化为传统的基于无记忆观测器的控制策略。本章提出策略的主要优点是，它提供了一种通过引入过去的输出值来改进系统性能的方法。

3.5 仿真例子

这一部分提供了一个示例，以展示所提出的切换 T-S 模糊系统的观测器和基于观测器的非脆弱控制器联合设计方法的有效性和适用性。下面给出了一个具有两个子系统的离散时间切换 T-S 模糊系统

子系统 1:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 1.3 & -0.3 \\ -0.2 & 0.4 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.3 \\ -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.3 \\ -0.4 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$E_{11} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.6 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{bmatrix}, F_{11} = F_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, C_{11} = C_{12} = [1 \ 0], D_{11} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}。$$

子系统 2:

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.3 \\ -0.2 & -0.1 \end{bmatrix}, A_{22} = \begin{bmatrix} 1.1 & -0.2 \\ -0.2 & 0.5 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 1.3 & 0.5 \\ -0.2 & -1.0 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} 1.3 & 0.4 \\ -0.2 & -0.8 \end{bmatrix},$$

$$E_{21} = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.6 \end{bmatrix}, F_{21} = F_{22} = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.15 \end{bmatrix}, C_{21} = C_{22} = [1 \ 0], D_{21} = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.5 \\ -0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.5 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}。$$

(3-3)和(3-6)中的常量矩阵给出如下

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, H_{11} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, H_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, H_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$H_{22} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, T_{11} = [0.1 \ 0.2], T_{12} = [0.2 \ 0.1], T_{21} = [0.1 \ 0.1], T_{22} = [0.1 \ 0.2]。$$

归一化隶属函数如下所示

$$\text{子系统 1: } \begin{cases} h_{11}(n) = \frac{1 - \cos(x_1(n))}{2} \\ h_{12}(n) = 1 - h_{11}, \end{cases} \text{子系统 2: } \begin{cases} h_{21}(n) = \frac{1 - \sin(x_1(n))}{2} \\ h_{22}(n) = 1 - h_{21}。 \end{cases}$$

说明 3.6: 在这个例子中, 模糊系统的前件变量是可测量的。但系统的状态变量不是完全可测的。为了通过状态反馈控制使系统稳定, 应用定理 3.2 设计了基于观测器的控制器。

令 $\phi_1(x(n)) = \phi_2(x(n)) = \sin(x_1(n))$ 和 $\phi_1(x_o(n)) = \phi_2(x_o(n)) = \sin(x_{o1}(n))$ 为给定的非线性函数。当 $x(0) = [-0.2, 0.5]^T$ 时, 开环子系统的状态响应描绘在图 3-1。可以看出, 两个子系统都是不稳定的。

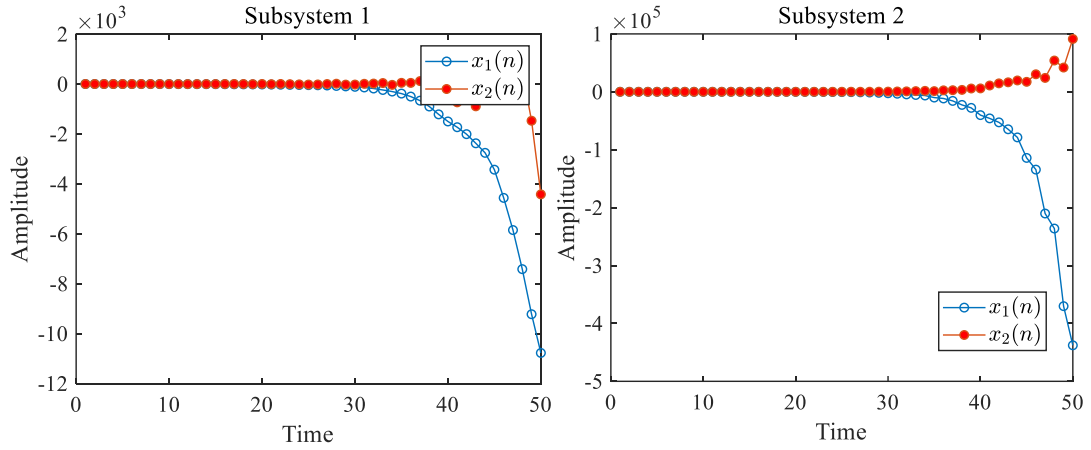


图 3-1 子系统开环状态响应曲线

选择 $\mu = 2$, $\nu = 0.1$ 和 $\gamma = 2.5$ 作为其他参数。然后, 根据不等式(3-13), 我们可以得到 $t_a \geq \text{ceil}[6.5788]$ 。接下来, 图 3-2 中给出了一个满足 $t_a = 7$ 的可行的切换信号。

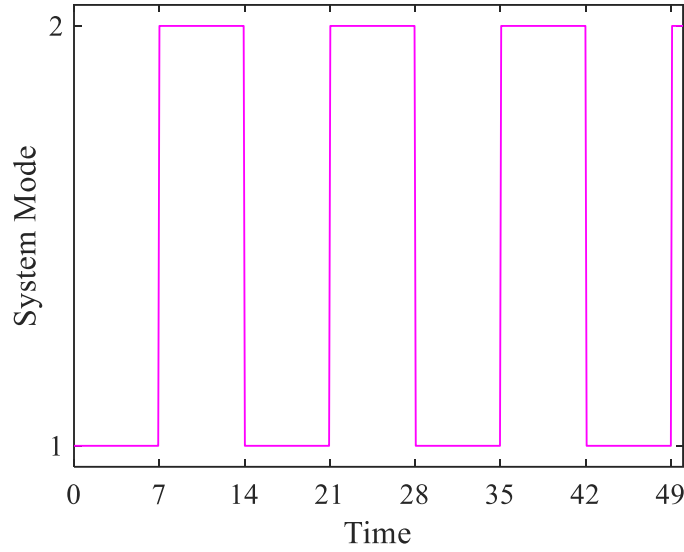


图 3-2 切换信号, “1”代表子系统 1 正在运行, “2”代表子系统 2 正在运行

为了更好地分析结果, 给出了两种情况。矩阵变量可以通过求解(3-21)-(3-24)得到。得到的一些重要的矩阵变量如下

Case I. $b = 1$,

$$G_{11}^0 = \begin{bmatrix} 1.2359 \\ 0.9495 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^0 = \begin{bmatrix} 1.3355 \\ 0.2090 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 1.3289 \\ -0.2470 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.0157 \\ 0.2042 \end{bmatrix},$$

$$K_{11} = \begin{bmatrix} 0.4264 & 0.8200 \\ 4.5102 & 0.7343 \end{bmatrix}, \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 0.3960 & 0.7994 \\ 4.4696 & 0.6817 \end{bmatrix}, \quad K_{21} = \begin{bmatrix} -0.9729 & 0.1839 \\ 0.0053 & 0.1635 \end{bmatrix},$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} -0.9762 & 0.1821 \\ 0.0182 & 0.1582 \end{bmatrix},$$

Case II. $b = 2$,

$$G_{11}^0 = \begin{bmatrix} 1.2157 \\ 0.9411 \end{bmatrix}, G_{12}^0 = \begin{bmatrix} 1.2699 \\ 0.1796 \end{bmatrix}, G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 1.3137 \\ -0.2525 \end{bmatrix}, G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.0017 \\ 0.2277 \end{bmatrix}, G_{11}^1 = \begin{bmatrix} -0.0118 \\ -0.0063 \end{bmatrix}$$

$$G_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.1041 \\ 0.0997 \end{bmatrix}, G_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0.0081 \\ 0.0040 \end{bmatrix}, G_{22}^1 = \begin{bmatrix} -0.0021 \\ -0.0011 \end{bmatrix}, K_{11} = \begin{bmatrix} 0.3436 & 0.8359 \\ 4.3798 & 0.7501 \end{bmatrix},$$

$$K_{12} = \begin{bmatrix} 0.3122 & 0.8129 \\ 4.3379 & 0.6931 \end{bmatrix}, K_{21} = \begin{bmatrix} -0.9501 & 0.2020 \\ -0.0063 & 0.1716 \end{bmatrix}, K_{22} = \begin{bmatrix} -0.9530 & 0.2006 \\ 0.0053 & 0.1652 \end{bmatrix}.$$

仿真中的扰动输入 $w(n) = 4\sin(2.8n)e^{-0.3n}$, 在控制器摄动为 $\Delta_c(n) = 0.5\sin(n)$ 。

在初始状态 $x(0) = [-0.2, -0.5]^T$ 和 $x_o(0) = [0, 0]^T$ 下, 闭环切换 T-S 模糊系统的仿真结果如图 3-3 至 3-5 所示。

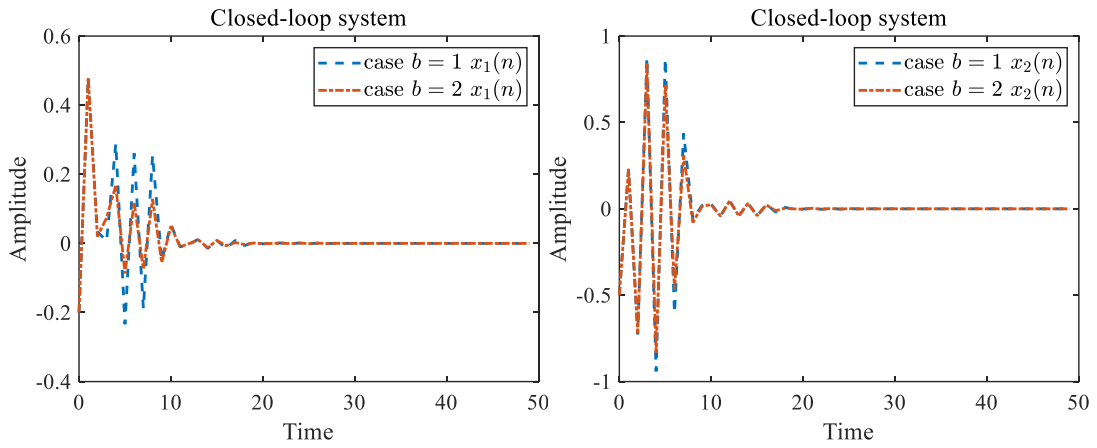


图 3-3 闭环系统状态响应曲线

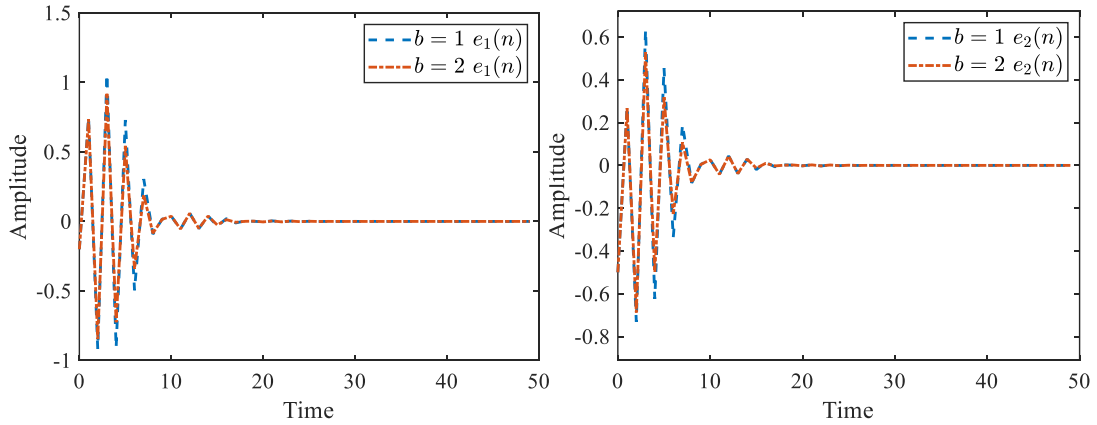


图 3-4 观测误差曲线

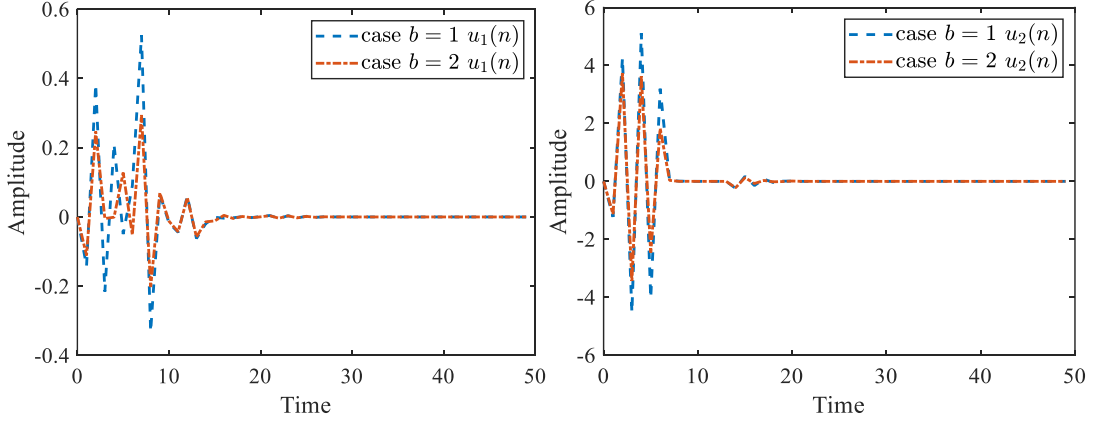
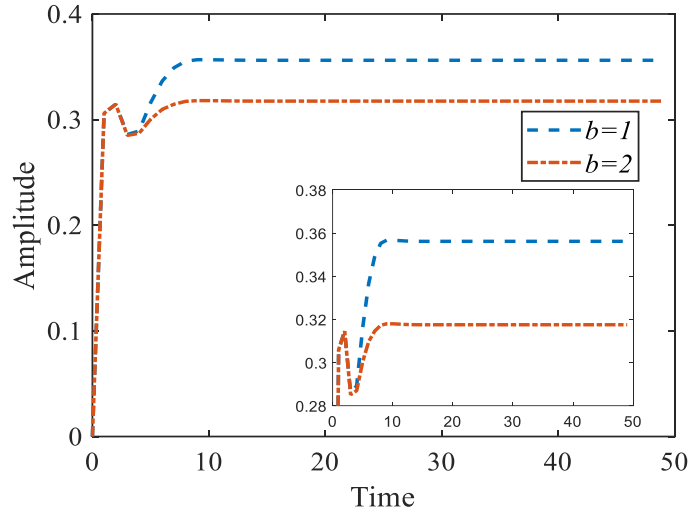


图 3-5 控制输入曲线


 图 3-6: 两种情况下的 $\sqrt{\sum_{k=0}^{k_k} (1-\alpha)^k z^T(k)z(k) / \sum_{k=0}^{k_k} w^T(k)w(k)}$ 比值曲线

根据(3-4)可知, 当 $b=1$ 时, 所提出的观测器退化为传统观测器。然而, 当 $b \geq 2$ 时, 观测器的设计融合了系统和观测器的历史输出信息。图 3-3 表明, 在基于这种观测器设计的控制器控制下, 无论 $b=1$ 还是 $b=2$, 当干扰衰减为零时, 不稳定子系统都得到了稳定。此外, 与 $b=1$ 的情况相比, 当 $b=2$ 时, 闭环系统表现出更好的稳定性。

图 3-4 和图 3-5 分别绘制了观测误差和控制输入的响应。图 3-6 显示了在 $b=1$ 和 $b=2$ 的情况下比值 $\sqrt{\sum_{n=0}^{n_k} \frac{(1-\nu)^n z^T(n)z(n)}{w^T(n)w(n)}}$ 的响应曲线。

根据上述结果, 与 $b=1$ 相比, 当 $b=2$ 时, 观测器在估计系统状态时具有较小的误差。这意味着通过结合系统过去的输出信息设计的观测器可以更准确地预测

系统的行为，这是一个重要的方面。此外，控制器的控制输出的幅度也较小。并且闭环系统可以获得更好的性能指标。也就是说，基于本文提出的设计方法所设计的观测器和非脆弱控制器可以使闭环系统在较小的控制输入下获得更好的性能。

3.6 不可测前件变量下的模型设计

3.6.1 具有增量二次约束局部非线性项的切换 T-S 模糊系统模型

考虑具有增量二次约束局部非线性项的切换 T-S 模糊系统

第 $\sigma_1(n)$ 个子系统的第 i 个模糊规则： **IF** $\ell_1^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{i1}^{\sigma(n)}$, $\ell_2^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{i2}^{\sigma(n)}$, ..., $\ell_j^{\sigma(n)}(n)$ is $M_{ij}^{\sigma(n)}$ **THEN**

$$\begin{cases} x(n+1) = A_{\sigma(n)i}x(n) + B_{\sigma(n)i}u(n) + E_{\sigma(n)i}w(n) + R_{\sigma(n)i}\psi_{\sigma(n)}[\phi(x(n))], \\ y(n) = C_{\sigma(n)i}x(n), \\ z(n) = D_{\sigma(n)i}x(n), \\ \phi(x(n)) = H_{\sigma(n)}x(n) \quad i \in \varphi = \{1, 2, 3, \dots, r\}, \end{cases} \quad (3-35)$$

其中 $x(n) \in \mathbb{R}^{m_x}$, $u(n) \in \mathbb{R}^{m_u}$, $y(n) \in \mathbb{R}^{m_y}$ 和 $z(n) \in \mathbb{R}^{m_z}$ 和分别表示系统的状态向量、控制输入、可测输出和控制输出。 $w(n) \in \mathbb{R}^{m_w}$ 是属于 $l_2[0, \infty)$ 空间的外部干扰信号，令 $\aleph = [1, \dots, N]$ 表示一个有限索引集， $\sigma(n): [0, +\infty) \rightarrow \aleph = [1, 2, \dots, N]$ 定义为切换信号。给定一个已知的序列 $0 \leq n_1 \leq \dots \leq n_l \leq n_{l+1} \leq \dots$, 当 $n \in [n_l, n_{l+1})$ 时，称第 $\sigma(n_l)$ 个系统正在运行。为了简单起见，在本章节的后续部分，我们定义 $\sigma(n_l) = p, (p \in \aleph)$ 。 A_{pi} , B_{pi} , C_{pi} , D_{pi} , E_{pi} 和 F_{pi} 是第 p 个子系统的第 i 个模型的已知的常数矩阵。 $\phi_p[x(n)]$ 是满足给定约束的非线性函数， r 是推理规则的数， $\ell_g^p(n) (g=1, 2, \dots, j)$ 被定义为系统的前件变量， $M_{ig}^p (g=1, 2, \dots, j)$ 表示模糊集。

通过采用去模糊化技术，最终的模型如下所示

$$\begin{cases} x(n+1) = A_p(\ell)x(n) + B_p(\ell)u(n) + E_p(\ell)w(n) + R_p(\ell)\psi_p[\phi(x(n))], \\ y(n) = C_p(\ell)x(n), \\ z(n) = D_p(\ell)x(n), \\ \phi(x(n)) = H_p x(n), \end{cases} \quad (3-36)$$

其中 $A_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) A_{pi}$, $B_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) B_{pi}$, $E_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) E_{pi}$, $R_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) R_{pi}$,
 $C_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) C_{pi}$, $D_p(\ell) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\ell) D_{pi}$ 。

说明3.7: 本节同时考虑了系统状态的不可测性和前件变量的不可测性, 这是更一般的情况。观测器和系统都用局部非线性满足增量二次约束的切换T-S模糊模型来表示, 可以保证所获得的模型具有更好的适用性。

3.6.2 基于过去输出测量的模糊观测器模型

假设3.1: 系统状态和前件变量是不可测量的。然而, 系统的输出是可测的, 前件变量与系统的状态变量相关。

目标是通过使用最新的 $\eta \in \mathbb{N}$ 个输出测量来获得性能更好的模糊观测器。考虑具有增量二次约束局部非线性的切换T-S模糊系统(3-36), 构建如下模糊观测器

$$\begin{cases} x_o(n+1) = A_p(\hat{\ell})x_o(n) + B_p(\hat{\ell})u(n) + R_p(\hat{\ell})\psi_p[\phi(x_o(n))] \\ \quad + \sum_{\eta=0}^{m-1} G_p^\eta(\hat{\ell})[y(n-\eta) - y_o(n-\eta)], \\ y_o(n) = C_p(\hat{\ell})x_o(n), \\ \phi(x_o(n)) = H_p x_o(n). \end{cases} \quad (3-37)$$

其中 $\begin{bmatrix} A_p(\hat{\ell}) & B_p(\hat{\ell}) & E_p(\hat{\ell}) & R_p(\hat{\ell}) & C_p(\hat{\ell}) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\hat{\ell}) \begin{bmatrix} A_{pi} & B_{pi} & E_{pi} & R_{pi} & C_{pi} \end{bmatrix}$,

$G_p^\eta(\hat{\ell}) = \sum_{j=1}^r h_{pj}(\hat{\ell}) G_{pj}^\eta$ 表示需要求解的观测器增益,

说明3.8: 模糊模型中前件变量的不可测性给观测器设计带来了许多挑战。因此, 本文采用了文献^[68]中提出的方法, 利用观测器观测到的信息来构建观测器和相应控制器的前件变量。 $\hat{\ell}(n)$ 表示由观测器观测到的信息构建的前件变量的估计值。值得注意的是, 系统模型、观测器模型和随后的控制器都共享相同的模糊集。

3.6.3 基于观测器的非脆弱控制器模型

基于系统(3-36)和观测器(3-37), 非脆弱模糊控制器构造为

$$u(n) = K_p(\hat{\ell})x_o(n), \quad (3-38)$$

其中 $K_p(\hat{\ell}) = \sum_{l=1}^r h_{pl}(\hat{\ell})[K_{pl} + \Delta K_{pl}(n)]$ ，矩阵 K_{pl} 是要获得的控制律， $\Delta K_{pl}(n)$ 代表控制器扰动，描述如下

$$\Delta K_{pl}(n) = F_{pl}\Delta_c(n)U_{pl}, \quad (3-39)$$

其中 F_{pl} 和 U_{pl} 是已知矩阵。未知时变矩阵 $\Delta_c(n)$ 满足

$$\Delta_c^T(n)\Delta_c(n) \leq I, \quad \forall n \geq 0. \quad (3-40)$$

说明3.9: 现有的基于观测器的控制策略在仅依赖系统当前时刻输出的情况下取得了许多出色的结果。值得注意的是，将过去时刻的数据引入基于观测器的控制器设计也有很多好处。

3.6.4 闭环系统模型

把估计误差和输出误差记作： $e(n) = x(n) - x_o(n)$ ， $e_y(n) = y(n) - y_o(n)$ ，如下的式子可以被推导出

$$\begin{aligned} e(n+1) &= A_p(\ell)x(n) - A_p(\hat{\ell})x_o(n) + [B_p(\ell) - B_p(\hat{\ell})]K_p(\hat{\ell})x_o(n) + E_p(\ell)w(n) \\ &\quad + R_p(\ell)\psi_p[\phi(x(n))] - R_p(\hat{\ell})\psi_p[\phi(x_o(n))] - G_p^\eta(\hat{\ell})C_p(\ell)e(n) \\ &\quad - \sum_{\eta=1}^{m-1} G_p^\eta(\hat{\ell})e_y(n-\eta) \\ &= [A_p(\ell) - A_p(\hat{\ell})]x(n) + A_p(\hat{\ell})e(n) + [B_p(\ell) - B_p(\hat{\ell})]K_p(\hat{\ell})x(n) \\ &\quad - [B_p(\ell) - B_p(\hat{\ell})]K_p(\hat{\ell})x_o(n) + R_p(\ell)\psi_p[\phi(x(n))] \\ &\quad - R_p(\hat{\ell})\psi_p[\phi(x_o(n))] - G_p^\eta(\hat{\ell})C_p(\ell)e(n) - \sum_{\eta=1}^{m-1} G_p^\eta(\hat{\ell})e_y(n-\eta), \end{aligned} \quad (3-41)$$

$$e_y(n) = C_p(\hat{\ell})e(n) + [C_p(\ell) - C_p(\hat{\ell})]x(n)。$$

考虑定义的估计误差和输出误差，并结合(3-36)、(3-37)和(3-38)，具有不可测前件变量和局部非线性的闭环系统可表示为

$$\begin{cases} x(n+1) = \Gamma_4(\ell, \hat{\ell})x(n) + \Gamma_3(\ell, \hat{\ell})e(n) + E_p(\ell)w(n) + R_p(\ell)\psi_p[\phi(x(n))], \\ y(n) = C_p(\ell)x(n), \\ z(n) = D_p(\ell)x(n), \end{cases} \quad (3-42)$$

其中 $\Gamma_4(\ell, \hat{\ell}) = A_p(\ell) + B_p(\ell)K_p(\hat{\ell})$ ， $\Gamma_3(\ell, \hat{\ell}) = -B_p(\ell)K_p(\hat{\ell})$ ，为了简洁起见，定义

$$\Gamma_1(\ell, \hat{\ell}) = A_p(\ell) - [B_p(\ell) - B_p(\hat{\ell})]K_p(\hat{\ell}) - G_p^0(\hat{\ell})C_p(\hat{\ell}),$$

$$\Gamma_2(\ell, \hat{\ell}) = A_p(\ell) - A_p(\hat{\ell}) + [B_p(\ell) - B_p(\hat{\ell})]K_p(\hat{\ell}) - G_p^0(\hat{\ell})[C_p(\ell) - C_p(\hat{\ell})].$$

令

$$\bar{x}(n) = \begin{cases} [e^T(n), x^T(n)]^T, & \text{如果 } m=1, \\ [e_y^T(n-m+1), \dots, e_y^T(n-1), e^T(n), x^T(n)]^T, & \text{如果 } m \geq 2, \end{cases}$$

并结合(3-37)、(3-38)、(3-41)和(3-42), 增广系统可以表示为

$$\begin{cases} \bar{x}(n+1) = \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell})\bar{x}(n) + \bar{E}_p(\ell)w(n) + \Omega_3(\ell)\psi_p[\phi(x(n))] + \Omega_4(\hat{\ell})\psi_p[\phi(x_o(n))], \\ z(n) = \bar{D}_p(\ell)\bar{x}(n), \end{cases} \quad 3-43$$

其中

如果 $m=1$,

$$\bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) = \begin{bmatrix} \Gamma_1(\ell, \hat{\ell}) & \Gamma_2(\ell, \hat{\ell}) \\ \Gamma_3(\ell, \hat{\ell}) & \Gamma_4(\ell, \hat{\ell}) \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_p(\ell) = \begin{bmatrix} E_p(\ell) \\ E_p(\ell) \end{bmatrix}, \quad \Omega_3(\ell) = \begin{bmatrix} R_p(\ell) \\ R_p(\ell) \end{bmatrix}, \quad \Omega_4(\hat{\ell}) = \begin{bmatrix} -R_p(\hat{\ell}) \\ \mathbf{0}_{n_x \times n_{\psi}} \end{bmatrix},$$

$$\bar{D}_p(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_z \times n_x} & D_p(\ell) \end{bmatrix},$$

如果 $m \geq 2$:

$$\bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) = \begin{bmatrix} \Omega_0 & \Omega_1(\hat{\ell}) & \Omega_2(\ell, \hat{\ell}) \\ -G_p(\hat{\ell}) & \Gamma_1(\ell, \hat{\ell}) & \Gamma_2(\ell, \hat{\ell}) \\ \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \Gamma_3(\ell, \hat{\ell}) & \Gamma_4(\ell, \hat{\ell}) \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_p(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_w} \\ E_p(\ell) \\ E_p(\ell) \end{bmatrix}, \quad \Omega_3(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_{\psi}} \\ R_p(\ell) \\ R_p(\ell) \end{bmatrix},$$

$$\Omega_4(\hat{\ell}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_{\psi}} \\ -R_p(\hat{\ell}) \\ \mathbf{0}_{n_x \times n_{\psi}} \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_p(\ell) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_z \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_z \times n_x} & D_p(\ell) \end{bmatrix},$$

$$\Omega_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-2)n_y \times n_y} & \mathbf{I}_{(m-2)n_y} \\ \mathbf{0}_{n_y \times n_y} & \mathbf{0}_{n_y \times (m-2)n_y} \end{bmatrix}, \quad \Omega_1(\hat{\ell}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-2)n_y \times n_x} \\ C_p(\hat{\ell}) \% \mathbf{I}_{n_x} \end{bmatrix}, \quad \Omega_2(\ell, \hat{\ell}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-2)n_y \times n_x} \\ C_p(\ell) - C_p(\hat{\ell}) \% \mathbf{I}_{n_x} \end{bmatrix},$$

$$G_p(\hat{\ell}) = [G_p^{m-1}(\hat{\ell}), G_p^{m-2}(\hat{\ell}), \dots, G_p^1(\hat{\ell})].$$

3.7 不可测前件变量下的闭环系统稳定性分析

根据引理 3.1, 在假设 3.1 成立的前提下, 随后给出了具有加权 H_{∞} 噪声抑制性能的系统(3-42)稳定性的充分条件。

定理 3.3 对于给定常数 $0 < \alpha < 1$, $\lambda > 1$, $\gamma > 0$, $\forall (p \times q) \in \aleph \times \aleph, p \neq q, m \in \mathbb{N}$, 在任何满足(3-13)的切换信号下, 如果存在实数 $\varkappa_{1p} > 0$, $\varkappa_{2p} > 0$, 和矩阵 $P_a(n) > 0, (a = p, q)$ 满足如下式子, 则闭环系统(3-42)被称为全局指数稳定, 具有加权 H_∞ 噪声抑制性能,

$$S_0 + \varkappa_{1p} S_1 + \varkappa_{2p} S_2 < 0, \quad (3-43)$$

$$P_p(n) < \lambda P_q(n), \quad n = n_l \quad (3-44)$$

其中

$$S_0 = \begin{bmatrix} \Theta_{p1}(\ell, \hat{\ell}) & * & * & * \\ \Omega_3^T(\ell) P_p^+ \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) & \Omega_3^T(\ell) P_p^+ \Omega_3(\ell) & * & * \\ \Omega_4^T(\hat{\ell}) P_p^+ \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) & \Omega_4^T(\hat{\ell}) P_p^+ \Omega_3(\ell) & \Omega_4^T(\hat{\ell}) P_p^+ \Omega_4(\hat{\ell}) & * \\ \bar{E}_p^T(\ell) P_p^+ \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) & \bar{E}_p^T(\ell) P_p^+ \Omega_3(\ell) & \bar{E}_p^T(\ell) P_p^+ \Omega_4(\hat{\ell}) & \Theta_{p2}(\ell) \end{bmatrix}$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} T_{11}^T M_1 T_{11} & * & * & * \\ M_2 T_{11} & M_3 & * & * \\ \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & * \\ \mathbf{0}_{n_w \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_w \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_w \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_w \times n_w} \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} T_{21}^T M_1 T_{21} & * & * & * \\ \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & * & * \\ M_2 T_{21} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & M_3 & * \\ \mathbf{0}_{n_w \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_w \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_w \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_w \times n_w} \end{bmatrix},$$

$$\Theta_{p1}(\ell, \hat{\ell}) = \bar{A}_p^T(\ell, \hat{\ell}) P_p^+ \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) + (\alpha - 1) P_p(n) + \bar{D}_p^T(\ell) \bar{D}_p(\ell),$$

$$\Theta_{p2}(\ell) = \bar{E}_p^T(\ell) P_p^+ \bar{E}_p(\ell) - \gamma^2 I, \quad P_p^+ = \sum_{m=1}^r h_{pm}(\hat{\ell}(n+1)) P_{pm}, \quad (p \in \aleph),$$

$$T_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_\phi \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_x} & H_p \end{bmatrix}, \quad T_{21} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_\phi \times (m-1)n_y} & -H_p & H_p \end{bmatrix}.$$

证明: 构造如下的模糊 Lyapunov 函数

$$V_p(\bar{x}(n)) = \bar{x}^T(n) P_p(n) \bar{x}(n), \quad (3-45)$$

其中 $P_p(n) = \sum_{i=1}^r h_{pi}(\hat{\ell}(n)) P_{pi}, (p \in \aleph)$ 和 $P_{pi} > 0$ 。

在不失一般性的情况下, 假设系统(3-36)处于子系统 p 的运行阶段, 根据(3-42)和(3-45)可以推出

$$\begin{aligned} & \Delta V_p(\bar{x}(n)) + \alpha V_p(\bar{x}(n)) + J(n) \\ &= V_p(\bar{x}(n+1)) + (\alpha - 1) V_p(\bar{x}(n)) + z^T(n) z(n) - \gamma^2 w^T(n) w(n) \\ &= \zeta^T(n) S_0 \zeta(n), \end{aligned} \quad (3-46)$$

其中

$$\zeta^T(n) = [\bar{x}^T(n), \psi_p^T[\phi(x(n))], \psi_p^T[\phi(x_o(n))], w^T(n)]^T, \quad J(n) = z^T(n)z(n) - \gamma^2 w^T(n)w(n)。$$

基于(1-6)和 $\psi_p(0) = 0$ ，我们可以推导出

$$\begin{bmatrix} \phi[x(n)] \\ \psi[\phi] \end{bmatrix}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \phi[x(n)] \\ \psi[\phi] \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \phi[x_o(n)] \\ \psi[\phi] \end{bmatrix}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \phi[x_o(n)] \\ \psi[\phi] \end{bmatrix} \geq 0。 \quad (3-47)$$

又因为 $[\phi^T[x(n)] \quad \psi^T[\phi]]^T = \zeta^T(n)T_1^T$ 和 $[\phi^T[x_o(n)] \quad \psi^T[\phi]]^T = \zeta^T(n)T_2^T$ ，条件(3-47)

等价于

$$\zeta^T(n)T_1^T \mathbf{M} T_1 \zeta(n) \geq 0, \quad \zeta^T(n)T_2^T \mathbf{M} T_2 \zeta(n) \geq 0, \quad (3-48)$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} T_{11} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_w} \\ \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{I}_{n_\psi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_w} \end{bmatrix}, \quad T_{11} = [\mathbf{0}_{n_\phi \times (m-1)n_y} \quad \mathbf{0}_{n_\phi \times n_x} \quad H_p],$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} T_{21} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\phi \times n_w} \\ \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_\psi} & \mathbf{I}_{n_\psi \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_w} \end{bmatrix}, \quad T_{21} = [\mathbf{0}_{n_\phi \times (m-1)n_y} \quad -H_p \quad H_p]。$$

令 $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2^T \\ M_2 & M_3 \end{bmatrix}$ 为增量乘子矩阵，根据(3-48)，我们能够推导出 $S_1 \geq 0$ ，和 $S_2 \geq 0$ 。

因此，根据 S-过程，我们知道条件(3-43)暗含着

$$\Delta V_p(\bar{x}(n)) + \alpha V_p(\bar{x}(n)) + J(n) < 0。 \quad (3-49)$$

将(3-44)与(3-45)相结合，可以得到

$$\bar{x}^T(n)P_p(n)\bar{x}(n) \leq \lambda \bar{x}^T(n)P_q(n)\bar{x}(n), \quad n = n_l, \quad (3-50)$$

也就是

$$V_p(\bar{x}(n)) \leq \lambda V_q(\bar{x}(n^-)), \quad n = n_l。 \quad (3-51)$$

因此，将引理 3.1 与上述结果相结合，对于满足条件(3-13)的任何切换信号，系统(3-42)是指数稳定的且可以获得具有加权性能 γ 。证明完毕。

3.8 不可测前件变量下的观测器和非脆弱控制器设计

定理 3.4: 给定常数 $0 < \alpha < 1, \lambda > 1, \gamma > 0$ 。对于所有 $(p, q) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}, p \neq q$ 和

$i, j, l, m \in \varphi = \{1, 2, 3, \dots, r\}$, 如果存在实数 $\varkappa_{1p} > 0$, $\varkappa_{2p} > 0$, $\beta_{pijlm} > 0$, 矩阵 $\bar{G}_{pj}^\eta$ ($\eta \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$), K_{pl} , P_{as} ($a = p, q$) ($s = j, m$), N_{pijlm1} , N_{pijlm2} 和 N_{pijlm3} 满足

$$\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_1 & * & * & * & * \\ \bar{\Lambda}_2 & \bar{\Lambda}_3 & * & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I} & * & * \\ \bar{\Lambda}_4 & \bar{\Lambda}_5 & \bar{\Lambda}_6 & \bar{\Lambda}_7 & * \\ \bar{\Lambda}_8 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\Lambda}_9 & -\beta_{pijlm} \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (3-52)$$

$$P_{as} = \begin{bmatrix} P_{as1} & * & * \\ P_{as2} & P_{as3} & * \\ P_{as4} & P_{as5} & P_{as6} \end{bmatrix} > 0, \quad (3-53)$$

和

$$P_{pj} < \lambda P_{qm} \quad (3-54)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Lambda}_1 &= \begin{bmatrix} (\alpha-1)P_{pj1} & * & * \\ (\alpha-1)P_{pj2} & \Lambda_1 & * \\ (\alpha-1)P_{pj4} & (\alpha-1)P_{pj5} & \Lambda_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_\psi \times n_x} & \varkappa_{1p} M_2 H_p \\ \mathbf{0}_{n_\psi \times (m-1)n_y} & -\varkappa_{2p} M_2 H_p & \varkappa_{2p} M_2 H_p \end{bmatrix} \\ \bar{\Lambda}_3 &= \begin{bmatrix} \varkappa_{1p} M_3 & * \\ \mathbf{0}_{n_\psi} & \varkappa_{2p} M_3 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_4 = \begin{bmatrix} N_{1pijlm} \Omega_0 & N_{1pijlm} \Omega_{1pj} & N_{1pijlm} \Omega_{2pij} \\ \bar{\Lambda}_1 & \bar{\Lambda}_2 & \bar{\Lambda}_3 \\ N_{3pijlm} \Omega_0 & \bar{\Lambda}_4 & \bar{\Lambda}_5 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Lambda}_5 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_\psi} & \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_\psi} \\ R_{pi} & -R_{pj} \\ R_{pi} & \mathbf{0}_{n_x \times n_\psi} \end{bmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_6 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times n_w} \\ E_{pi} \\ E_{pi} \end{bmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_7 = \begin{bmatrix} \Lambda_3 & * & * \\ P_{pm2} - N_{2pijlm} & \Lambda_4 & * \\ P_{pm4} - N_{3pijlm} & P_{pm5} & \Lambda_5 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Lambda}_8 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x} \\ \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & -\beta_{pijlm} U_{pl} & \beta_{pijlm} U_{pl} \end{bmatrix}, \quad \bar{\Lambda}_9 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \bar{\Lambda}_6 & (B_{pi} F_{pl})^T \\ \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x} \end{bmatrix}, \\ \Lambda_1 &= (\alpha-1)P_{pj3} + \varkappa_{1p} H_p^T M_1 H_p, \quad \Lambda_2 = (\alpha-1)P_{pj6} + D_{pi}^T D_{pi} + \varkappa_{2p} H_p^T M_1 H_p, \\ \Lambda_3 &= P_{pm1} - N_{1pijlm} - N_{1pijlm}^T, \quad \Lambda_4 = P_{pm3} - 2I, \quad \Lambda_5 = P_{pm6} - 2I, \\ \bar{\Lambda}_1 &= N_{2pijlm} \Omega_0 - G_{pj}, \quad \bar{\Lambda}_2 = N_{2pijlm} \Omega_{1pj} + A_{pi} - [B_{pi} - B_{pj}] K_{pl} - G_{pj}^0 C_{pj}, \\ \bar{\Lambda}_3 &= N_{3pijlm} \Omega_{2pij} + A_{pi} - A_{pj} + [B_{pi} - B_{pj}] K_{pl} - G_{pj}^0 [C_{pi} - C_{pj}], \quad \bar{\Lambda}_4 = N_{2pijlm} \Omega_{1pj} - B_{pi} K_{pl}, \end{aligned}$$

$$\bar{\Lambda}_5 = N_{3pijlm} \Omega_{2pij} + A_{pi} + B_{pi} K_{pl} \quad , \quad \bar{\Lambda}_6 = [(B_{pi} - B_{pj}) F_{pl}]^T \quad , \quad \Omega_{1pj} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-2)n_y \times n_x} \\ C_{pj} \end{bmatrix} ,$$

$$\Omega_{2pij} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-2)n_y \times n_x} \\ C_{pi} - C_{pj} \end{bmatrix} , \quad G_{pj} = [G_{pj}^{m-1}, G_{pj}^{m-2}, \dots, G_{pj}^1]^\circ .$$

那么就存在一组模糊观测器(3-37)和基于观测器的非脆弱模糊控制器(3-38), 在满足(3-13)的任意切换信号下, 使得增广的闭环系统(3-36)是指数稳定的, 并满足给定的加权 H_∞ 性能, 观测器的增益和非脆弱控制律可以从(3-52)-(3-54)的解中获得。

证明: 不等式(3-43)等价于

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(m-1)n_y + 2n_x + 2n_w + n_w} \\ [\bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) \quad \Omega_3(\ell) \quad \Omega_4(\hat{\ell}) \quad \bar{E}_p(\ell)] \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}_\perp^T} \underbrace{\begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & P_p(n+1) \end{bmatrix}}_{\Xi} < 0 \quad (3-55)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(m-1)n_y + 2n_x + 2n_w + n_w} \\ [\bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) \quad \Omega_3(\ell) \quad \Omega_4(\hat{\ell}) \quad \bar{E}_p(\ell)] \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}_\perp} < 0$$

其中

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & * & * & * \\ \varkappa_{1p} M_2 T_{11} & \varkappa_{1p} M_3 & * & * \\ \varkappa_{2p} M_2 T_{21} & \mathbf{0}_{n_w \times n_w} & \varkappa_{2p} M_3 & * \\ \mathbf{0}_{n_w \times (m-1)n_y + 2n_x} & \mathbf{0}_{n_w \times n_w} & \mathbf{0}_{n_w \times n_w} & -\gamma^2 \mathbf{I}_{n_w} \end{bmatrix}$$

$$F_1 = (\alpha - 1)P_p(n) + \bar{D}_p^T(\ell) \bar{D}_p(\ell) + \varkappa_{1p} T_{11}^T M_1 T_{11} + \varkappa_{2p} T_{21}^T M_1 T_{21} .$$

然后, 令

$$[\bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) \quad \Omega_3(\ell) \quad \Omega_4(\hat{\ell}) \quad \bar{E}_p(\ell) \quad \mathbf{I}_{(m-1)n_y + 2n_x}] \rightarrow \mathcal{X}, \quad \mathbf{I} \rightarrow \mathcal{W}, \quad \mathbf{0} \rightarrow \mathcal{W}_\perp, \quad (3-56)$$

通过使用引理 1.3, 以下不等式等价于(3-55)

$$\Xi + He\left\{\mathcal{V} \begin{bmatrix} \bar{A}_p(\ell, \hat{\ell}) & \Omega_3(\ell) & \Omega_4(\hat{\ell}) & \bar{E}_p(\ell) & \mathbf{I}_{(m-1)n_y + 2n_x} \end{bmatrix}\right\} < 0 . \quad (3-57)$$

为了便于获得线性矩阵不等式条件, 令 $\mathcal{V}$ 和 P_{as} ($a = p, q$) ($s = j, m$) 具有如下形式

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} N_{pijlm} & E_1 & E_2 \end{bmatrix}, \quad P_{as} = \begin{bmatrix} P_{as1} & * & * \\ P_{as2} & P_{as3} & * \\ P_{as4} & P_{as5} & P_{as6} \end{bmatrix}, \quad (3-58)$$

$$\begin{aligned}
 \text{其中 } N_{pijlm} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(m-1)n_y \times [(m-1)n_y + 2n_x + 2n_\psi + n_w + (m-1)n_y + 2n_x]} & N_{1pijlm}^T & N_{2pijlm}^T & N_{3pijlm}^T \end{bmatrix}^T, \\
 E_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_x \times [(m-1)n_y + 2n_x + 2n_\psi + n_w + (m-1)n_y + 2n_x]} & \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \mathbf{I}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x} \end{bmatrix}^T, \\
 E_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_x \times [(m-1)n_y + 2n_x + 2n_\psi + n_w + (m-1)n_y + 2n_x]} & \mathbf{0}_{n_x \times (m-1)n_y} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{I}_{n_x} \end{bmatrix}^T, \\
 P_{as1} &\in \mathbb{R}^{(m-1)n_y \times (m-1)n_y}, P_{as2} \in \mathbb{R}^{n_x \times (m-1)n_y}, P_{as3} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}, P_{as4} \in \mathbb{R}^{n_x \times (m-1)n_y}, P_{as5} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}, \\
 P_{as6} &\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}, N_{1pijlm} \in \mathbb{R}^{(m-1)n_y \times (m-1)n_y}, N_{2pijlm} \in \mathbb{R}^{n_x \times (m-1)n_y}, N_{3pijlm} \in \mathbb{R}^{n_x \times (m-1)n_y}.
 \end{aligned}$$

在后半部分中, 为了简洁起见, 令 n_f 定义为 $(m-1)n_y$, 将(3-58)代入(3-57), 条件(3-57)等价于

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r \sum_{m=1}^r h_{pi}(\ell) h_{pj}(\hat{\ell}) h_{pl}(\hat{\ell}) h_{pm}(\hat{\ell}(n+1)) \Lambda_{pijlm} < 0, \quad (3-59)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{pijlm} &= \bar{\Lambda}_{pijlm1} + \bar{\Lambda}_{pijlm2} = \begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_1 & * & * & * \\ \bar{\Lambda}_2 & \bar{\Lambda}_3 & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\gamma^2 \mathbf{I} & * \\ \bar{\Lambda}_4 & \bar{\Lambda}_5 & \bar{\Lambda}_6 & \bar{\Lambda}_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & * & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & * \\ \Lambda_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\
 \Lambda_4 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -[B_{pi} - B_{pj}]F_{pl}\Delta_c(n)U_{pl} & [B_{pi} - B_{pj}]F_{pl}\Delta_c(n)U_{pl} \\ \mathbf{0} & -B_{pi}F_{pl}\Delta_c(n)U_{pl} & B_{pi}F_{pl}\Delta_c(n)U_{pl} \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

可以看出, 条件(3-59)包含时变不确定项。因此, 考虑到条件(3-40), 我们可以得出

$$\Lambda_{pijlm} = \bar{\Lambda}_{pijlm1} + Q_1 \Delta_c(n) Q_2 + Q_2^T \Delta_c^T(n) Q_1^T, \quad (3-60)$$

其中

$$\begin{cases} Q_1 = [\mathbf{0}_{n_x \times n_f} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_x \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_x \times n_w} & \mathbf{0}_{n_x \times n_f} & [(B_{pi} - B_{pj})F_{pl}]^T & (B_{pi}F_{pl})^T]^T, \\ Q_2 = [\mathbf{0}_{n_x \times n_f} & -U_{pl} & U_{pl} & \mathbf{0}_{n_x \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_x \times n_\psi} & \mathbf{0}_{n_x \times n_w} & \mathbf{0}_{n_x \times n_f} & \mathbf{0}_{n_x} & \mathbf{0}_{n_x}]^T. \end{cases} \quad (3-61)$$

然后, 考虑到模糊隶属函数的非负性质, 以下不等式暗含着(3-60)

$$\bar{\Lambda}_{pijlm1} + Q_1 \Delta_c(n) Q_2 + Q_2^T \Delta_c^T(n) Q_1^T < 0. \quad (3-62)$$

如果存在参数 $\beta_{pijlm} > 0$ 满足以下条件, 则根据引理 1.2 上述不等式成立

$$\bar{\Lambda}_{pijlm1} + \beta_{pijlm}^{-1} Q_1 Q_1^T + \beta_{pijlm} Q_2^T Q_2 < 0. \quad (3-63)$$

上述条件可以使用 Schur 引理表示为以下不等式

$$\begin{bmatrix} \bar{\Lambda}_{pilm1} & * \\ \begin{bmatrix} Q_1^T \\ \beta_{pilm} Q_2 \end{bmatrix} & -\beta_{pilm} \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (3-64)$$

因此, 根据矩阵变量的定义, 可以推导出(3-64)等价于(3-52)。此外, 通过考虑条件(3-44)可以得到不等式(3-54)。此外, 可知(3-52)和(3-54)分别隐含定理 3.1 的条件(3-11)和(3-12)。因此, 在满足(3-13)的切换信号下, 系统(3-36)可以称为全局指数稳定, 且具有给定的加权 H_∞ 性能水平 γ 。证明完成。

3.9 仿真实例

例子 1: 提供了一个由两个子系统组成的离散时间切换 T-S 模糊系统。子系统参数如下:

子系统 1:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{bmatrix} -1.2 & -0.4 \\ -0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} -1.1 & -0.1 \\ 0.1 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad B_{11} = B_{12} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.3 \\ -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad E_{11} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.9 \end{bmatrix} \\ E_{12} &= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad R_{11} = R_{12} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad C_{11} = C_{12} = [0.8 \quad 0.2], \quad D_{11} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix}, \\ D_{12} &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

子系统 2:

$$\begin{aligned} A_{21} &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.65 \\ 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad B_{21} = B_{22} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.3 \\ -0.4 & -0.2 \end{bmatrix}, \quad E_{21} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \\ E_{22} &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad R_{21} = R_{22} = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.15 \end{bmatrix}, \quad C_{21} = C_{22} = [0.5 \quad 0.3], \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ D_{22} &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

归一化隶属函数可以表示如下

$$\begin{cases} h_{11}(\ell(n)) = \frac{1 - \sin(x_1(n))}{2}, & h_{21}(\ell(n)) = \frac{1 - \cos(x_1(n))}{2}, \\ h_{12}(\ell(n)) = 1 - h_{11}(\ell(n)), & h_{22}(\ell(n)) = 1 - h_{21}(\ell(n)). \end{cases} \quad (3-65)$$

其中 $\ell(n) = x_1(n)$ 。(3-36)中的常数矩阵如下

$$F_{11} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, \quad F_{12} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad F_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, \quad F_{22} = \begin{bmatrix} -0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}, \quad U_{11} = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$U_{12} = \begin{bmatrix} -0.01 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad U_{21} = \begin{bmatrix} -0.01 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad U_{22} = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.1 \end{bmatrix}。$$

非线性函数选择为 $\psi_1(\cdot) = \psi_2(\cdot) = \sin(\cdot)$ ，根据拉格朗日中值定理，可以证明

$$-1 \leq \frac{\sin(\phi_2) - \sin(\phi_1)}{\phi_2 - \phi_1} \leq 1。$$

因此，可以得到相应的增量乘子矩阵如下

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}。$$

图 3-7 和图 3-8 绘制了初始状态为 $[0.8, 0.5]^T$ 下开环子系统的状态响应。很明显，两个子系统都不稳定。

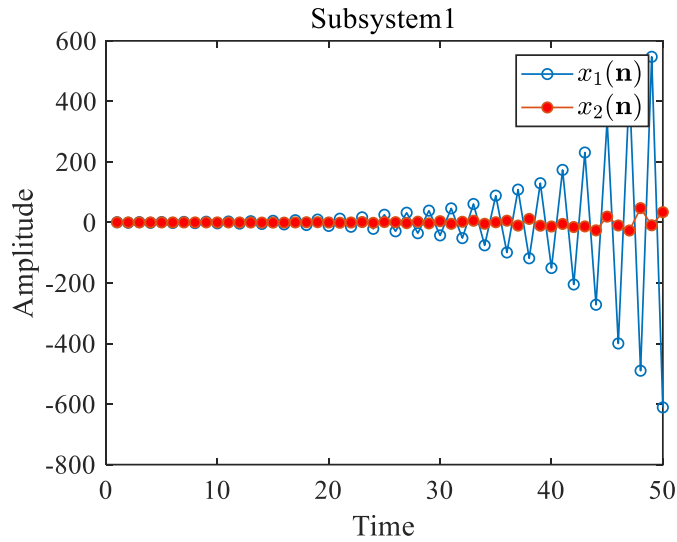


图 3-7 子系统 1 开环系统响应

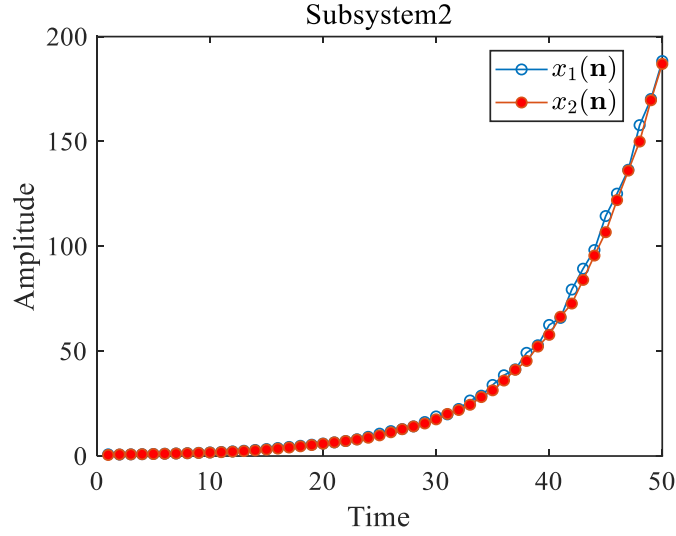


图 3-8 子系统 2 开环系统响应

考虑到系统的前件变量和状态变量不可测，所设计的观测器和控制器的隶属函数构造如下

$$\begin{cases} h_{11}(\hat{\ell}(n)) = \frac{1 - \sin(x_{o1}(n))}{2}, & h_{21}(\hat{\ell}(n)) = \frac{1 - \cos(x_{o1}(n))}{2}, \\ h_{12}(\hat{\ell}(n)) = 1 - h_{11}(\hat{\ell}(n)), & h_{22}(\hat{\ell}(n)) = 1 - h_{21}(\hat{\ell}(n)). \end{cases}$$

此外，为了采用定理 3.4 来设计观测器(3-37)和控制器(3-38)用于系统(3-36)，选择其他参数为 $\lambda = 1.5$ ， $\alpha = 0.1$ 和 $\gamma = 2.3$ 。然后，根据不等式(3-13)可以得到 $\tau_a \geq \text{ceil}[3.8484]$ 。接下来，在图 3-9 中给出了一个具有 $\tau_a = 4$ 的可行切换信号。符号“S1”用于指示子系统 1 的运行。“S2”代表子系统 2 的运行。

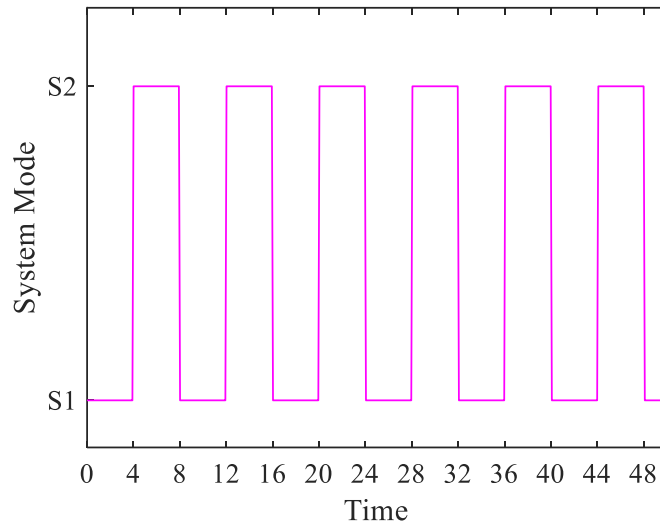


图 3-9 平均驻留时间为 4 的切换信号

为了更好地将本文的结果与一些已有的结果进行比较，我们给出两种情形。令 $m=1$ 作为第一种情形，这代表着现有的基于观测器的控制器设计策略。

让 $m=2$ 作为对照组，它代表本文通过引入过去的输出测量而提出的基于观测器的输出反馈控制策略。通过求解(3-52)-(3-54)即可得到需要求解的矩阵变量，其中一些重要的矩阵变量结果为

Case I. $m=1$:

$$\begin{aligned} G_{11}^0 &= \begin{bmatrix} -2.1119 \\ -1.3885 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^0 = \begin{bmatrix} -1.8287 \\ -2.2143 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 2.0040 \\ 1.4558 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.8869 \\ 1.4570 \end{bmatrix}, \\ K_{11} &= \begin{bmatrix} 0.3517 & 0.3341 \\ -1.3491 & 0.2929 \end{bmatrix}, \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 0.3517 & 0.3341 \\ -1.3490 & 0.2929 \end{bmatrix}, \quad K_{21} = \begin{bmatrix} 0.1955 & 0.0266 \\ 1.3979 & 1.4745 \end{bmatrix}, \\ K_{22} &= \begin{bmatrix} 0.1955 & 0.0266 \\ 1.3979 & 1.4745 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

Case II. $m=2$:

$$\begin{aligned} G_{11}^0 &= \begin{bmatrix} -2.2011 \\ -0.6051 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^0 = \begin{bmatrix} -1.3708 \\ -1.6892 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 1.8518 \\ 1.1456 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.7460 \\ 1.1464 \end{bmatrix}, \\ G_{11}^1 &= \begin{bmatrix} -0.5375 \\ 0.6031 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^1 = \begin{bmatrix} 0.3274 \\ -0.7769 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0.1104 \\ 0.0600 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^1 = \begin{bmatrix} 0.1074 \\ 0.0601 \end{bmatrix}, \\ K_{11} &= \begin{bmatrix} 0.2353 & 0.2998 \\ -0.8066 & 0.5018 \end{bmatrix}, \quad K_{12} = \begin{bmatrix} 0.2352 & 0.2998 \\ -0.8066 & 0.5018 \end{bmatrix}, \quad K_{21} = \begin{bmatrix} 0.2237 & 0.0375 \\ 0.7835 & 1.2524 \end{bmatrix}, \\ K_{22} &= \begin{bmatrix} 0.2237 & 0.0375 \\ 0.7835 & 1.2524 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

考虑到外部噪声信号为 $w(n)=10\sin(1.2n)e^{-0.3n}$ ，控制器摄动为 $\Delta_c(n)=0.1\sin(n)$ ，在初始条件为 $x(0)=[0.59, 0.8]^T$ ， $x_o(0)=[0, 0]^T$ 的情况下，闭环切换 T-S 模糊系统的仿真结果如图 3-10 到图 3-16 所示。

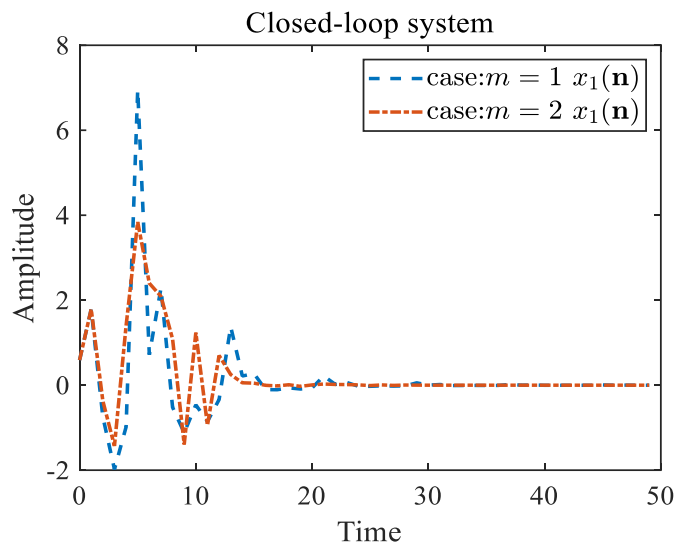


图 3-10 闭环系统状态 $x_1(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

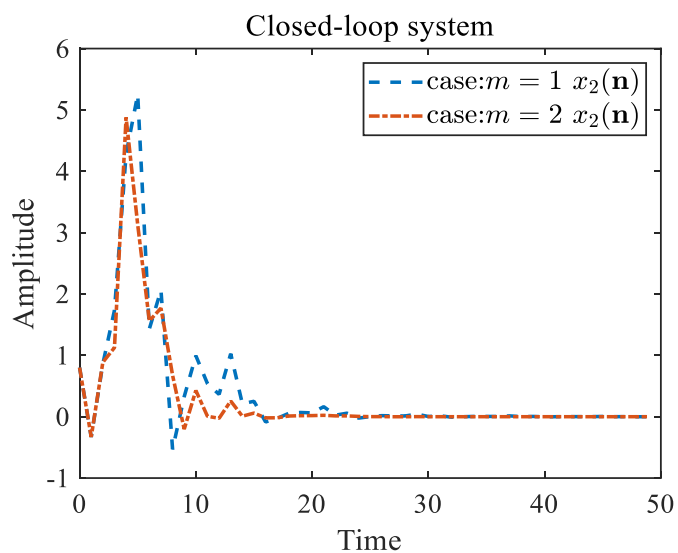


图 3-11 闭环系统状态 $x_2(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

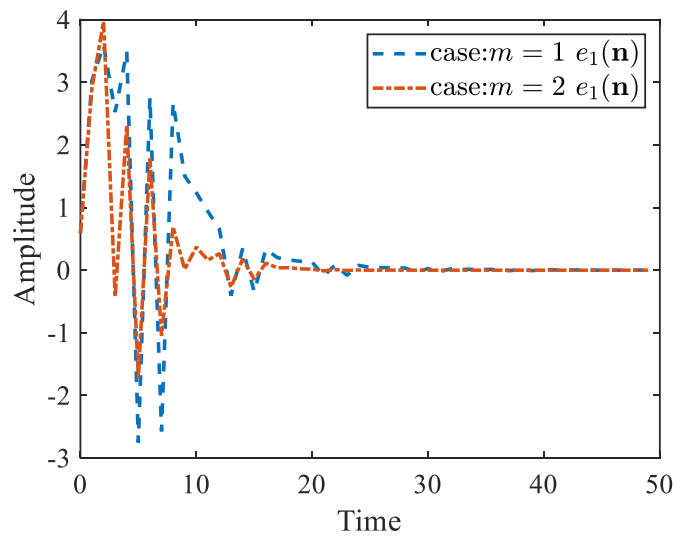


图 3-12 观测器状态误差 $e_1(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

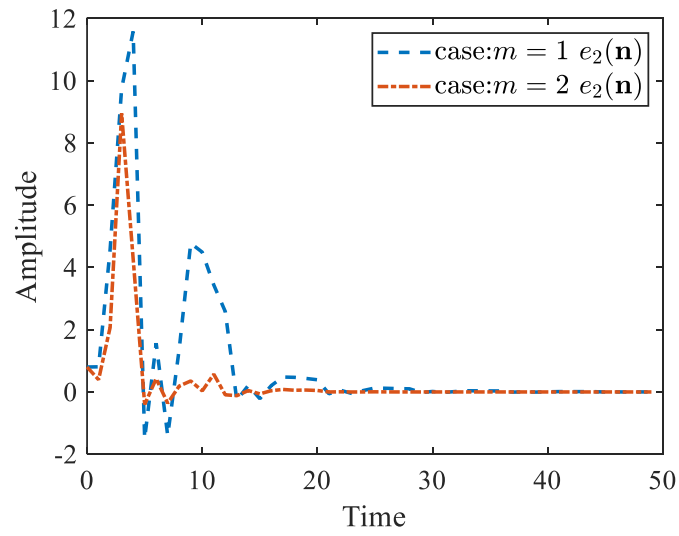


图 3-13 观测器状态误差 $e_2(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

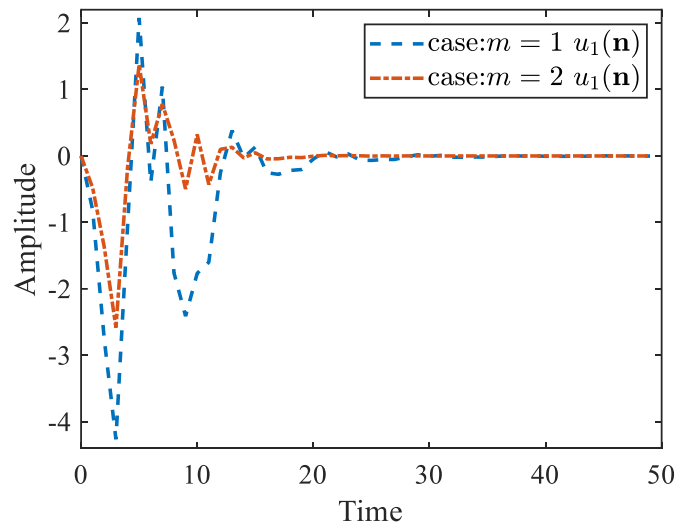


图 3-14 控制输入 $u_1(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

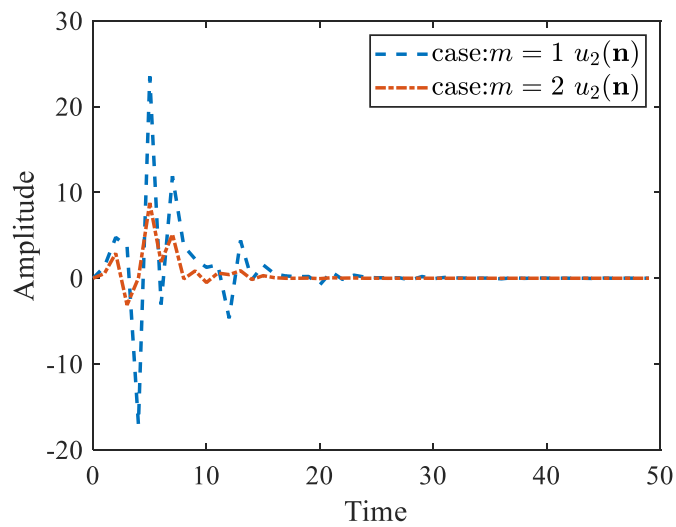


图 3-15 控制输入 $u_2(n)$ 在 2 种情形下的响应曲线

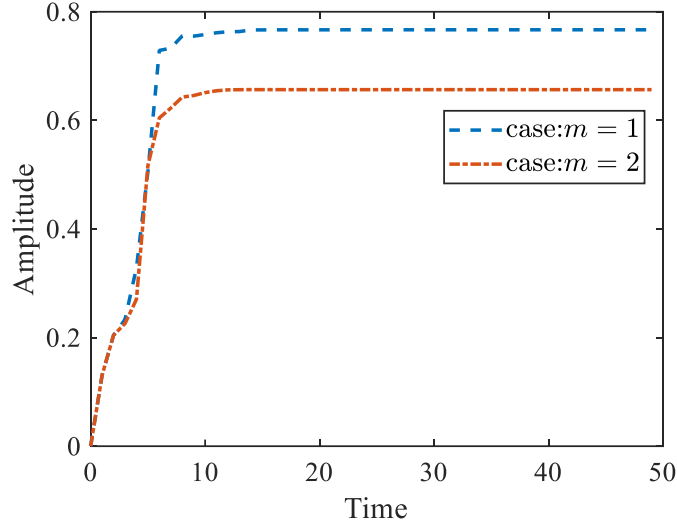


图 3-16 两种情况下的 $\sqrt{\sum_{k=0}^{k_k} (1-\alpha)^k z^T(k)z(k) / \sum_{k=0}^{k_k} w^T(k)w(k)}$ 比值曲线

图 3-10 和图 3-11 显示，在所设计的控制器的控制下，当扰动衰减到零时，不稳定的子系统都稳定下来，这意味着传统的基于观测器的控制器和设计的基于观测器的控制器通过引入过去的输出测量可以提供稳定性保证。另外，从图 3-10 和图 3-11 可以看出，与现有的基于观测器的控制策略 $m=1$ 相比，当 $m=2$ 时，闭环系统稳定得更快。图 3-12 到图 3-15 分别绘制了估计误差和控制输入的轨迹。与传统观测器相比，图 3-12 和图 3-13 表明，通过引入过去的输出测量而设计的观测器在估计系统状态方面具有更小的误差。这意味着通过引入过去的输出测量而设计的基于观测器的控制器可以更准确地控制系统。

从图 3-14 和图 3-15 可以看出，控制输入的幅度也较小。因此，本文提出的观测器和非脆弱控制器可以通过引入过去的输出测量，使闭环系统在更少的控制工作下获得更好的性能，这是非常有价值的。图 3-16 描绘了两种情况比值

$\sqrt{\sum_{n=0}^{n_k} \frac{(1-\alpha)^n z^T(n)z(n)}{w^T(n)w(n)}}$ 的曲线。

说明 3.10: 情况: $m=1$ 表示采用仅依赖于当前输出的传统控制策略设计的基于观测器的控制器。情况: $m=2$ 表示系统和观测器当前和过去的输出, 即 $y(n)$, $y_o(n)$, $y(n-1)$, $y_o(n-1)$, 用于设计基于观测器的控制器。

例子 2: 考虑文献^[3, 32]中提出的一个实际例子, 它是一个隧道二极管电路系统。

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{0.2}{C} x_1(t) + \frac{0.01}{C} x_1^3(t) + \frac{1}{C} x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{1}{L} x_1(t) - \frac{R_p}{L} x_2(t) + \frac{1}{L} u(t), \end{cases}$$

其中 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 表示分别为隧道二极管的电压和电流。让 $C = 0.1F$ 和 $L = 1H$ 代表电容和电感。 $R_1 = 5\Omega$ 和 $R_2 = 8\Omega$ 是电阻。参数如下

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 2.9 & 10 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 2.9 & 10 \\ -1 & -8 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = B_{12} = B_{21} = B_{22} = [0 \quad 1]^T.$$

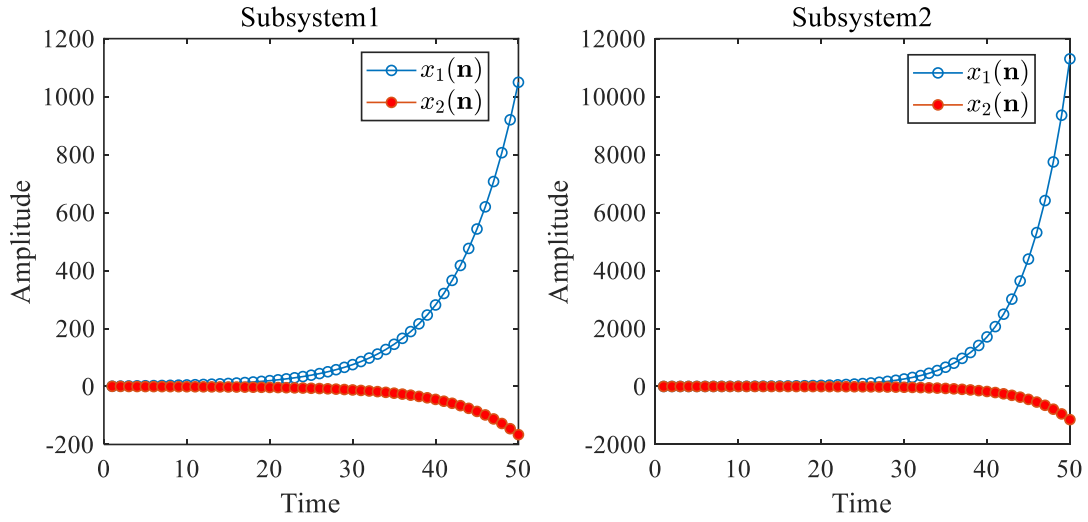


图 3-17 子系统状态响应曲线

两个子系统都不稳定。为了利用定理 3.4 设计相应的观测器和控制器，采样时间设置为 $0.1s$ 。其他参数设置为

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$F_{11} = [-0.1], F_{12} = [0.1], F_{21} = [0.1], F_{22} = [-0.1]$, $\lambda = 2.1$, $\alpha = 0.1$, $\gamma = 2.8$ 。未提及的参数与例子 1 相同。隶属函数取为

$$h_{p1}(\ell(n)) = \begin{cases} \frac{(1-x_1(n))^2}{9}, & -3 \leq x_1(n) \leq 3, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$h_{p2}(\ell(n)) = 1 - h_{p1}(\ell(n)), p = \{1, 2\}.$$

其中 $\ell(n) = x_1(n)$ 表示系统的前件变量。

考虑到系统的前件变量和状态变量不可测,所设计的观测器和控制器的隶属函数构造如下

$$h_{p1}(\hat{\ell}(n)) = \begin{cases} \frac{(1-x_{o1}(n))^2}{9}, & -3 \leq x_{o1}(n) \leq 3, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

$$h_{p2}(\hat{\ell}(n)) = 1 - h_{p1}(\hat{\ell}(n)), p = \{1, 2\}.$$

通过求解(3-52)-(3-54)即可得到待求解的矩阵变量,其中重要的变量结果如下

Case I. $m = 1$:

$$G_{11}^0 = \begin{bmatrix} 1.2325 \\ -0.3504 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^0 = \begin{bmatrix} 1.3577 \\ -0.3553 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 1.4114 \\ -0.1879 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.5406 \\ -0.1929 \end{bmatrix}.$$

$$K_{11} = [-2.2827 \quad -3.7632], \quad K_{12} = [-2.2826 \quad -3.7632],$$

$$K_{21} = [-3.6449 \quad -4.2752], \quad K_{22} = [-3.6449 \quad -4.2752].$$

Case II. $m = 2$:

$$G_{11}^0 = \begin{bmatrix} 1.2450 \\ -0.3308 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^0 = \begin{bmatrix} 1.3720 \\ -0.3358 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^0 = \begin{bmatrix} 1.4039 \\ -0.1927 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^0 = \begin{bmatrix} 1.5351 \\ -0.1972 \end{bmatrix},$$

$$G_{11}^1 = \begin{bmatrix} -0.0039 \\ -0.0031 \end{bmatrix}, \quad G_{12}^1 = \begin{bmatrix} -0.0039 \\ -0.0020 \end{bmatrix}, \quad G_{21}^1 = \begin{bmatrix} 0.0013 \\ -0.0017 \end{bmatrix}, \quad G_{22}^1 = \begin{bmatrix} -0.0031 \\ -0.0000 \end{bmatrix},$$

$$K_{11} = [-3.5890 \quad -5.1242], \quad K_{12} = [-3.5889 \quad -5.1238],$$

$$K_{21} = [-4.6575 \quad -5.3060], \quad K_{22} = [-4.6575 \quad -5.3063].$$

根据定理 3.4, 我们可以根据给定的参数设计满足(3-13)的切换信号, 如图 3-18 所示。为了通过仿真验证所设计的非脆弱控制器的适用性, 选择隧道二极管电路的初始状态为 $x(0) = [0.1, 0.08]^T$ 。属于 $l_2[0, \infty)$ 的扰动设置为 $w(n) = 1.5\sin(0.5n)e^{-0.3n}$ 。控制器中的摄动与示例 1 中的相同。闭环系统的仿真如图 3-19 至图 3-21 所示。图 3-19 显示在两种情况下闭环系统的状态都可以收敛到零。控制输入的轨迹如图 3-20 所示。图 3-21 描绘了两种情况下比率

$$\sqrt{\sum_{n=0}^{n_k} \frac{(1-\alpha)^n z^T(n)z(n)}{w^T(n)w(n)}} \text{ 的曲线。}$$

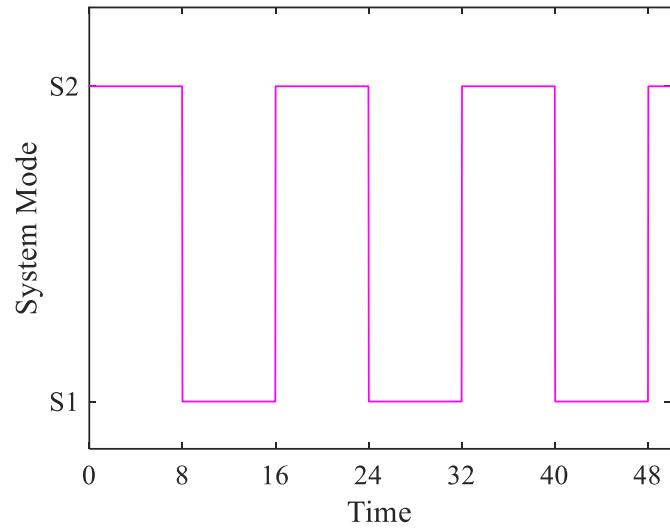


图 3-18 平均驻留时间为 8 的切换信号

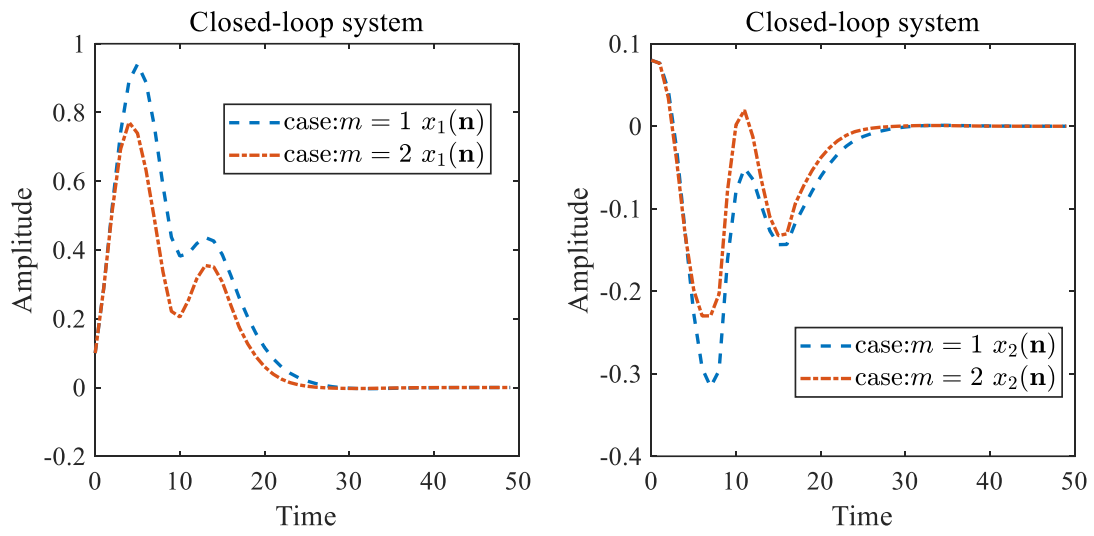


图 3-19 闭环系统状态响应曲线

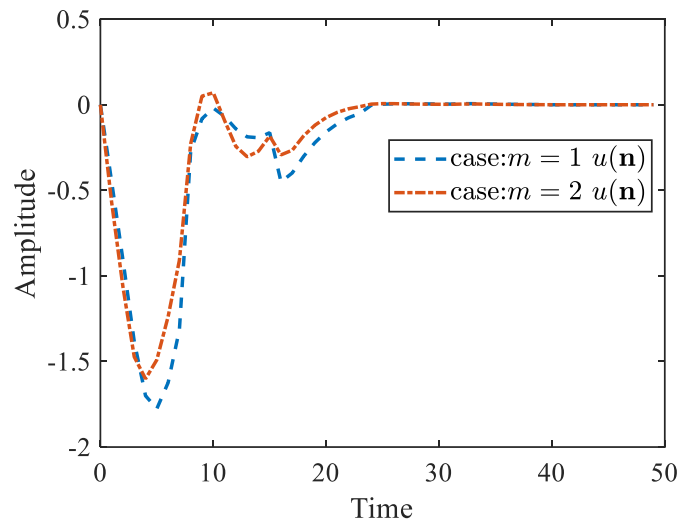


图 3-20 控制输入响应曲线

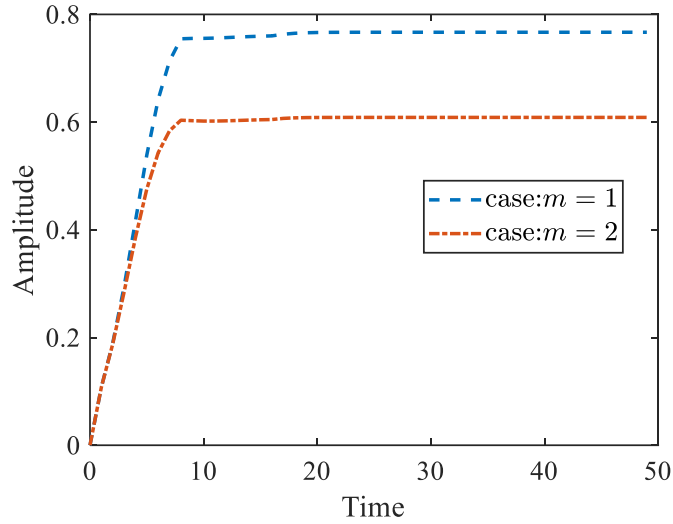


图 3-21 两种情况下的 $\sqrt{\sum_{k=0}^{k_k} (1-\alpha)^k z^T(k)z(k) / \sum_{k=0}^{k_k} w^T(k)w(k)}$ 比值曲线

根据以上结果,可以说明引入历史输出信息来设计具有改进性能的观测器的优势。此外,与传统的无记忆基于观测器的控制策略相比,本文提出的基于观测器的控制策略提供了一种通过引入过去的输出来提高性能的方法。因此,通过使用过去的输出测量得出的基于观测器的输出反馈控制策略的有效性可以被验证。

3.10 本章小节

本文深入研究了具有局部非线性项的切换 T-S 模糊系统的基于观测器的非脆弱控制问题。对模糊系统的前件变量可测与不可测情形进行了分开讨论。此外,对于不可测前件变量的情况下,放宽了局部非线性项的约束条件,其局部非线性以一种增量二次条件来约束。已有文献证明,这类非线性能够以一个统一的框架描述许多常见的非线性。利用平均驻留时间切换方案设计了相应的切换序列。过去的输出测量被引入控制策略的设计,提高了闭环系统性能。使用切换模糊 Lyapunov 函数方法和辅助变量推导出了闭环切换 T-S 模糊系统的指数稳定性判据。这些判据能够使得所考虑的系统可以维持加权 H_∞ 性能水平。此外,以线性矩阵不等式的形式获得了设计基于观测器的非脆弱控制器的充分条件。通过相关例子的仿真结果来验证本章提出的控制策略的优点。

第4章 基于过去输出测量的网络切换系统的基于动态观测器的反馈控制

4.1 引言

由于网络控制系统中的不同组件通过共享的通信网络传输信息，网络拥塞和链路故障不可避免地会导致丢包。人们普遍认为，丢包现象会严重影响系统性能，甚至导致系统不稳定。因此，研究网络控制系统的一个重要问题是如何有效地分配通信资源，并确保网络控制系统对丢包的影响具有较强的鲁棒性。到目前为止，丢包建模主要分为三种方法：马尔可夫过程、切换系统和伯努利分布，值得注意的是，伯努利分布被证明是最流行的方法。在该方法的框架内，传统的分组丢失处理可以大致分为两种不同的策略。第一种策略被称为“置零”策略。第二种被称为“保持”策略。文献^[47]表明，这两种策略各有其优势。为了提高补偿精度，文献^[49]提出了一种单指数平滑方法，使补偿后的数据更加合理。然而，对于输出丢包，上述方法不能很好地补偿，因为它们没有考虑到系统本身的特性。因此，开发一种既考虑系统本身又考虑输入信号的丢包补偿策略是非常有价值的，这也推动了本章的研究。

另一方面，对于切换系统的控制问题，大多数现有的控制策略依赖于状态信息，假设可以获得完整的状态测量。然而，在实际情况中，由于技术限制或过高的经济成本，某些状态变量无法直接获取。因此，状态观测器策略成为一种更可行的替代方案。此外，在某些场景下，在本地工作站中建立状态观测器的方案被证明是具有挑战性的。因此，本文提出利用远程观测器通过通信网络来估计系统的状态信息。

4.2 模型设计

4.2.1 网络通信下的非线性切换系统模型

考虑以下切换非线性系统：

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{\sigma(k)}x(k) + B_{\sigma(k)}\tilde{u}(k) + E_{\sigma(k)}w(k) + F_{\sigma(k)}\psi_{\sigma(k)}[\phi_x], \\ y(k) = C_{\sigma(k)}x(k), \\ z(k) = D_{\sigma(k)}x(k), \\ \phi_x = H_{\sigma(k)}x(k), \end{cases} \quad (4-1)$$

其中 $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$, $z(k) \in \mathbb{R}^{n_z}$ 分别表示系统的状态向量、控制输入和测量输出。 $\tilde{u}(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$, 代表通过网络传输的控制信号。 $w(k) \in \mathbb{R}^{n_w}$ 是外部干扰属于 $l_2[0, \infty)$, $\mathcal{N} = [1, \dots, N]$ 是一个有限索引集, 切换信号表示为, $\sigma(k): [0, +\infty) \rightarrow \mathcal{N}$, 另外, 给定切换序列 $0 \leq k_1 \leq \dots \leq k_l \leq k_{l+1} \leq \dots$, 当 $k \in [k_l, k_{l+1})$ 时, 我们称第 $\sigma(k_l)$ 子系统正在运行。为了简洁起见, 我们在下面的部分中定义 $\sigma(k_l) = p, (p \in \mathcal{N})$ 。 $A_p, B_p, C_p, D_p, E_p, F_p$ 和 H_p 为实数矩阵。因此, 模型(4-1)可以简记为

$$\begin{cases} x(k+1) = A_p x(k) + B_p \tilde{u}(k) + E_p w(k) + F_p \psi_p[\phi_x], \\ y(k) = C_p x(k), \\ z(k) = D_p x(k), \\ \phi_x = H_p x(k). \end{cases} \quad (4-2)$$

4.2.2 动态观测器模型

考虑切换非线性系统(4-2), 构造如下的动态观测器

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_p \hat{x}(k) + B_p \tilde{u}(k) + F_p \psi_p(\phi_{\hat{x}}) + C_{op} v(k) + D_{op} e_y(k), \\ v(k+1) = A_{op} v(k) + B_{op} e_y(k), \\ \hat{y}(k) = C_p \hat{x}(k), \\ \phi_{\hat{x}} = H_p \hat{x}(k), \end{cases} \quad (4-4)$$

其中 $\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 表示估计状态向量, $\hat{y}(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 定义作为观测器的输出, 这是可测量的。向量 $v(k)$ 是动态观测器的辅助向量。需要求解增益矩阵 $A_{op}, B_{op}, C_{op}, D_{op}$ 。符号 $e_y(k)$ 表示 $e_y(k) = \bar{y}(k) - \hat{y}(k)$ 。 $\bar{y}(k)$ 表示补偿后的测量输出。

说明 4.1: 当辅助变量 $v(k)$ 不存在时, 动态观测器模型(4-4)将降阶为经典的 Luenberger 型观测器。即 $A_{op} = 0, B_{op} = 0, C_{op} = 0$, 我们得到如下 Luenberger 观测器模型:

$$\left\{ \hat{x}(k+1) = A_p \hat{x}(k) + B_p \tilde{u}(k) + F_p \psi_p(\phi_{\hat{x}}) + D_{op} e_y(k) \right\}.$$

此外, 由于辅助变量 $v(k)$ 的存在, 观测器和系统之间的输出误差也会被送到辅助变量进行记录。通过设置系数(即 $A_{op} = I$), 我们得到以下 PI 观测器模型:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_p \hat{x}(k) + B_p \tilde{u}(k) + F_p \psi_p(\phi_{\hat{x}}) + C_{op} v(k) + D_{op} e_y(k), \\ v(k+1) = I v(k) + B_{op} e_y(k). \end{cases}$$

因此, 基于模型(4-4)得出的结果可以将现有观测器的一些现有结果作为特殊实例包含在内。

4.2.3 基于动态观测器的控制器模型

基于系统(4-2)和观测器(4-4), 控制器被构造为

$$u(k) = K_p \hat{x}(k), \quad (4-5)$$

其中 K_p 是需要被求解的控制率。

4.2.4 网络传输丢包模型以及输出丢包补偿模型

通信链路的存在不可避免地导致数据丢包的发生。因此, 通过通信链路传输之后的测量输出可以描述为

$$\tilde{y}(k) = \Xi y(k) = \begin{bmatrix} \delta_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \delta_{n_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n_y} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n_y} \delta_i C_{pi} x(k), \quad (4-6)$$

其中 $\delta_i (i=1, \dots, n_y)$ 是 n_y 个独立的随机变量, 令 $\Xi = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n_y})$ 表示随机变量矩阵, 随机变量 δ_i 的数学期望和方差分别用 $\bar{\delta}_i$ 和 ζ_i^2 表示, 也就是 $E\{\Xi\} = \bar{\Xi}$ 。矩阵 C_{pi} 由下式定义 $C_{pi} = \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{i}, 1, 0, \dots, 0\} C_p$ 。

类似地, 在通信链路上传输之后的控制输入描述如下

$$\tilde{u}(k) = \Omega u(k) = \begin{bmatrix} \omega_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{n_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{n_u} \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^{n_u} \omega_j K_{pj} \hat{x}(k), \quad (4-7)$$

其中 $\omega_j (j=1, \dots, n_u)$ 是 n_u 个不相关的随机变量, $\Omega = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n_u})$ 表示随机变量矩阵, 随机变量 ω_j 的数学期望和方差分别用 $\bar{\omega}_j$ 和 ξ_j^2 表示, 也就是 $E\{\Omega\} = \bar{\Omega}$,

矩阵 K_{pj} 由下式定义 $K_{pj} = \text{diag}\{\overbrace{0, \dots, 0}^{n_u}, 1, \overbrace{0, \dots, 0}^{n_u}\} K_p$ 。

说明 4.2: 现有的大多数丢包模型都用一个随机变量来表示, 这意味着所有的输出都被成功传输或全部丢失。然而, 在实践中, 可能会用各种传感器来测量输出。在汽车转弯时, 自动驾驶汽车的转角一般是通过陀螺仪获得的, 但速度是通过编码器获得的。因此, 测量信息同时丢失或成功传输是一种特殊的现象, 这表明研究多包传输具有重要的价值。

众所周知, 测量信息丢失的问题会导致系统性能的恶化甚至不稳定。为此, 提出了一种基于动态观测器的补偿方法, 对网络传输后的测量输出进行补偿。丢包补偿模型如下所示:

$$\bar{y}(k) = \Xi y(k) + (I - \Xi) \hat{y}(k)。(4-8)$$

说明 4.3: 与以往的归零策略、保持策略和单指数平滑策略不同, 本文提出了一种基于观测器的丢包补偿策略。该策略使用估计输出来补偿系统测量输出的损失。传统方法没有考虑系统本身和控制信号对系统的影响, 系统的状态和输出也不是恒定的。因此, 提出一种能够考虑控制输入和系统本身特性影响的丢包补偿策略是非常有价值的。基于观测器的丢包补偿策略通过观测器的输出来补偿丢失的测量, 同时考虑了系统参数和控制信号的影响。此外, 本文提出的策略也适用于其他存在输出测量丢包的系统。

4.2.5 闭环系统模型

令 $e_x(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ 为观测误差, 可得到下列方程:

$$\begin{aligned} e_x(k+1) &= A_p e_x(k) + E_p w(k) + F_p (\psi_p(\phi_x) - \psi_p(\phi_{\hat{x}})) - C_{op} v(k) - D_{op} \Xi C_p e_x(k) \\ &= (A_p - D_{op} \Xi C_p) e_x(k) + E_p w(k) - C_{op} v(k) + F_p (\psi_p(\phi_x) - \psi_p(\phi_{\hat{x}})) \\ &\quad - D_{op} (\Xi - \bar{\Xi}) C_p e_x(k)。 \end{aligned} \quad (4-9)$$

利用定义的观测误差和方程(4-2)、(4-4)和(4-8), 可以推导出如下的闭环切换非线性系统:

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= A_p x(k) + B_p \Omega K_p \hat{x}(k) + E_p w(k) + F_p \psi_p(\phi_x) \\
 &= -B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p e_x(k) - B_p \bar{\Omega} K_p e_x(k) + [A_p + B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p]x(k) \\
 &\quad + B_p \bar{\Omega} K_p x(k) + E_p w(k) + F_p \psi_p(\phi_x).
 \end{aligned}$$

此外，辅助变量的方程可以写为

$$v(k+1) = A_{op} v(k) + B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k) + B_{op} \bar{\Xi} C_p e_x(k)。$$

设 $\varepsilon(k) = [e_x^T(k), v^T(k), x^T(k)]^T$ 为增广状态向量，我们可以推导出

$$\begin{cases} \varepsilon(k+1) = (\Lambda_1 + \Lambda_2)\varepsilon(k) + \bar{F}_{1p}\psi_p(\phi_x) + \bar{E}_p w(k) + \bar{F}_{2p}\psi_p(\phi_x), \\ z(k) = \bar{D}_p \varepsilon(k), \end{cases} \quad (4-10)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Lambda_1 &= \begin{bmatrix} A_p - D_{op} \bar{\Xi} C_p & -C_{op} & 0 \\ B_{op} \bar{\Xi} C_p & A_{op} & 0 \\ -B_p \bar{\Omega} K_p & 0 & A_p + B_p \bar{\Omega} K_p \end{bmatrix}, \quad \Lambda_2 = \begin{bmatrix} -D_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p & 0 & 0 \\ B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p & 0 & 0 \\ -B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p & 0 & B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p \end{bmatrix}, \\
 \bar{E}_p &= \begin{bmatrix} E_p \\ 0 \\ E_p \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_{1p} = \begin{bmatrix} F_p \\ 0 \\ F_p \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_{2p} = \begin{bmatrix} -F_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & D_p \end{bmatrix}。
 \end{aligned}$$

引理 4.1^[69] 对于给定的常数 $0 < \alpha < 1, \beta > 1$ ，考虑如下的切换系统

$$\begin{cases} x(k+1) = \Gamma_i(x(k)), \\ z(k) = \Psi_i(x(k)), \end{cases}, \quad (4-11)$$

其中 $\forall (\sigma(k_l) = p, \sigma(k_l + 1) = q) \in \mathcal{N} \times \mathcal{N}, p \neq q$ 。假设存在一组 Lyapunov 函数

$\mathcal{V}(k) = \{\mathcal{V}_p(\varepsilon(k))\}$ 满足如下约束

$$\mathbb{E}\{\Delta \mathcal{V}_p(\varepsilon(k)) + \alpha \mathcal{V}_p(\varepsilon(k)) + J(k)\} < 0, \forall k \in [k_l, k_{l+1}), \quad (4-12)$$

$$\mathcal{V}_p(\varepsilon(k)) \leq \beta \mathcal{V}_q(\varepsilon(k^-)), \quad k = k_l。 \quad (4-13)$$

其中 $J(k) = z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)$ ，那么，在满足(4-14)的切换信号下，可以

保证切换系统(4-11)在均方意义下是指数稳定的具有设定的 H_∞ 性能指标 γ ，

$$\tau_a \geq \text{ceil}\left[-\frac{\ln \beta}{\ln(1-\alpha)}\right]。 \quad (4-14)$$

4.3 闭环的网络非线性切换系统稳定性分析

基于新的输出丢包补偿策略，下面的定理给出了镇定系统(4-10)并保持 H_∞ 性能的充分条件。

定理 4.1 考虑系统(4-2)，动态观测器(4-4)，控制器(4-5)和通信链路(4-6, 4-7)。对于给定的常数 $0 < \alpha < 1$, $\beta > 1$, $\gamma > 0$, $\forall (p \times q) \in \mathcal{N} \times \mathcal{N}$, $p \neq q$, 在满足(4-16)的任何切换信号下，假设存在实数 $f_{p1} > 0$, $f_{p2} > 0$ 和正定矩阵 P_{a1} , P_{a2} , P_{a3} , ($a = p, q$) 满足

$$Y_0 + f_{p1}Y_1 + f_{p2}Y_2 < 0, \quad (4-15)$$

$$\begin{bmatrix} P_{p1} & * & * \\ 0 & P_{p2} & * \\ 0 & 0 & P_{p3} \end{bmatrix} < \beta \begin{bmatrix} P_{q1} & * & * \\ 0 & P_{q2} & * \\ 0 & 0 & P_{q3} \end{bmatrix}, \quad (4-16)$$

其中

$$Y_0 = \Gamma^T \begin{bmatrix} P_{p1} & * & * \\ 0 & P_{p2} & * \\ 0 & 0 & P_{p3} \end{bmatrix} \Gamma + \Theta + \sum_{i=1}^{n_y} \zeta_i^2 \mathcal{D}_{opi}^T P_{p1} \mathcal{D}_{opi} + \sum_{i=1}^{n_y} \zeta_i^2 \mathcal{B}_{opi}^T P_{p2} \mathcal{B}_{opi} + \sum_{j=1}^{n_u} \xi_j^2 \mathcal{K}_{pj}^T P_{p3} \mathcal{K}_{pj},$$

$$\mathcal{D}_{opi} = \begin{bmatrix} D_{op} C_{pi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B}_{opi} = \begin{bmatrix} B_{op} C_{pi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{K}_{pj} = \begin{bmatrix} -B_p K_{pj} & 0 & B_p K_{pj} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Theta = \text{diag}\{(\alpha-1)P_{p1}, (\alpha-1)P_{p2}, (\alpha-1)P_{p3} + D_p^T D_p, -\gamma^2 I, 0, 0\},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A_p - D_{op} \bar{E} C_p & -C_{op} & 0 & E_p & F_p & -F_p \\ B_{op} \bar{E} C_p & A_{op} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -B_p \bar{\Omega} K_p & 0 & A_p + B_p \bar{\Omega} K_p & E_p & F_p & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0 & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & H_p^T M_1 H_p & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & M_2 H_p & 0 & M_3 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Y_2 = \begin{bmatrix} H_p^T M_1 H_p & * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * & * & * \\ 0 & 0 & H_p^T M_1 H_p & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * \\ -M_2 H_p & 0 & M_2 H_p & 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix}.$$

然后，系统(4-10)被称为在均方意义下的指数稳定且具有 H_∞ 噪声抑制性能。

证明：为(4-10)选择以下 Lyapunov 函数

$$\mathcal{V}_p(k) = e_x^T(k)P_{p1}e_x(k) + v^T(k)P_{p2}v(k) + x^T(k)P_{p3}x(k), \quad (4-17)$$

其中 P_{p1} , P_{p2} 和 P_{p3} 是正定矩阵。

为了确保一般性，我们假设(4-10)中描述的闭环系统当前处于子系统 p 的操作阶段，并且接下来将转移到子系统 q 。然后，基于(4-10)和(4-17)，可以得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{\Delta\mathcal{V}_p(k) + \alpha\mathcal{V}_p(k) + J(k)\} \\ &= [(A_p - D_{op}\bar{\Xi}C_p)e_x(k) + E_p w(k) - C_{op}v(k) \\ &+ F_p(\psi_p(\phi_x) - \psi_p(\phi_{\hat{x}}))]^T P_{p1}[(A_p - D_{op}\bar{\Xi}C_p)e_x(k) \\ &+ E_p w(k) - C_{op}v(k) + F_p(\psi_p(\phi_x) - \psi_p(\phi_{\hat{x}}))] \\ &+ [B_{op}\bar{\Xi}C_p e_x(k) + A_{op}v(k)]^T P_{p2}[B_{op}\bar{\Xi}C_p e_x(k) + A_{op}v(k)] \\ &+ [-B_p\bar{\Omega}K_p e_x(k) + (A_p + B_p\bar{\Omega}K_p)x(k) \\ &+ E_p w(k) + F_p\psi_p(\phi_x)]^T P_{p3}[-B_p\bar{\Omega}K_p e_x(k) \\ &+ (A_p + B_p\bar{\Omega}K_p)x(k) + E_p w(k) + F_p\psi_p(\phi_x)] \\ &+ \mathbb{E}\{[-D_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]^T P_{p1}[-D_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]\} \\ &+ \mathbb{E}\{[B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]^T P_{p2}[B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]\} \\ &+ \mathbb{E}\{[B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p(x(k) - e_x(k))]^T P_{p3}[B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p(x(k) - e_x(k))]\} \\ &+ (\alpha - 1)(e_x^T(k)P_{p1}e_x(k) + v^T(k)P_{p2}v(k) + x^T(k)P_{p3}x(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k). \end{aligned}$$

能够注意到，

$$\mathbb{E}\{(\delta_i - \bar{\delta}_i) \times (\delta_m - \bar{\delta}_m)\} = \begin{cases} 0, & i \neq m, \\ \zeta_i^2, & i = m, \end{cases} \quad \mathbb{E}\{(\omega_j - \bar{\omega}_j) \times (\omega_l - \bar{\omega}_l)\} = \begin{cases} 0, & j \neq l, \\ \xi_j^2, & j = l, \end{cases} \quad (4-18)$$

其中 $(i, m = 1, \dots, n_y), (j, l = 1, \dots, n_u)$ 。

因此，可以得到

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{[-D_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]^T P_{p1}[-D_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]\} &= \sum_{i=1}^{n_y} \zeta_i^2 [D_{op}C_{pi}e_x(k)]^T P_{p1}[D_{op}C_{pi}e_x(k)], \\ \mathbb{E}\{[B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]^T P_{p2}[B_{op}(\Xi - \bar{\Xi})C_p e_x(k)]\} &= \sum_{i=1}^{n_y} \zeta_i^2 [B_{op}C_{pi}e_x(k)]^T P_{p2}[B_{op}C_{pi}e_x(k)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{[B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p(x(k) - e_x(k))]^T P_{p3}[B_p(\Omega - \bar{\Omega})K_p(x(k) - e_x(k))]\} \\ &= \sum_{j=1}^{n_u} \xi_j^2 [B_p K_{pj}(x(k) - e_x(k))]^T P_{p3} [B_p K_{pj}(x(k) - e_x(k))]. \end{aligned}$$

根据上面的推导，可以得到以下方程

$$\mathbb{E}\{\Delta \mathcal{V}_p(k) + \alpha \mathcal{V}_p(k) + J(k)\} = \eta^T(k) Y_0 \eta(k) \quad (4-19)$$

其中 $\eta^T(k) = [e_x^T(k), v^T(k), x^T(k), w^T(k), \psi_p^T(\phi_x), \psi_p^T(\phi_{\hat{x}})]^T$ 。

因为 $[\phi_x^T \quad \psi_p^T(\phi_x)]^T = \eta^T(k) T_1^T$ ， $[\phi_{\hat{x}}^T \quad \psi_p^T(\phi_{\hat{x}})]^T = \eta^T(k) T_2^T$ ，可以得到

$$\eta^T(k) T_1^T \mathbf{M} T_1 \eta(k) \geq 0, \quad \eta^T(k) T_2^T \mathbf{M} T_2 \eta(k) \geq 0, \quad (4-20)$$

其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & H_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} -H_p & 0 & H_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}.$$

从(4-20)可以知道 $Y_1 \geq 0, Y_2 \geq 0$ 。因此，基于 S-过程，条件(4-15)意味着

$\mathbb{E}\{\Delta \mathcal{V}_p(k) + \alpha \mathcal{V}_p(k) + J(k)\} < 0$ 。因此，只要满足定理 4.1 中的条件(4-15)，引理 4.1 中的条件(4-14)就可以得到保证。

结合(4-16)与(4-17)，再通过将(4-16)从左到右乘以 $\varepsilon^T(k)$ 和 $\varepsilon(k)$ ，可以得到以下不等式。

$$V_p(k) \leq \beta V_q(k^-), \quad k = k_l, \quad (4-21)$$

因此，引理 4.1 的条件(4-15)可以用不等式(4-16)来证明。对于满足(4-16)的切换信号，闭环系统(4-10)在均方指数上是指数稳定的且具有 H_∞ 噪声衰减性能。

4.4 动态观测器和控制器设计

定理 4.2 考虑系统(4-2)，动态观测器(4-4)，控制器(4-5)和通信链路(4-6，4-7)。对于给定的常数 $0 < \alpha < 1$ ， $\beta > 1$ ， $\gamma > 0$ ， $\forall (p \times q) \in \mathcal{N} \times \mathcal{N}$ ， $p \neq q$ ，在满足(4-16)的任何切换信号下，要保证系统(4-10)被称为在均方意义下的指数稳定且具有 H_∞ 噪声抑制性能。只要存在实数 $f_{p1} > 0$ ， $f_{p2} > 0$ 和正定矩阵 P_{a1} ， P_{a2} ， P_{a3} ， $(a = p, q)$ 满足

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{I}_1 & * \\ \mathfrak{I}_2 & \mathfrak{I}_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (4-22)$$

$$\begin{bmatrix} P_{p1} & * & * \\ 0 & P_{p2} & * \\ 0 & 0 & P_{p3} \end{bmatrix} < \beta \begin{bmatrix} P_{q1} & * & * \\ 0 & P_{q2} & * \\ 0 & 0 & P_{q3} \end{bmatrix}, \quad (4-23)$$

其中

$$\mathfrak{I}_1 = \Theta + f_{p1}Y_1 + f_{p2}Y_2, \quad \mathfrak{I}_3 = \text{diag}\{-P_{p1}, -P_{p2}, -P_{p3}, -\hat{P}_{p1}, -\hat{P}_{p2}, -\hat{P}_{p3}\},$$

$$\mathfrak{I}_2 = \begin{bmatrix} \mathfrak{N}_1 & -L_{Cp} & 0 & P_{p1}E_p & P_{p1}F_p & -P_{p1}F_p \\ L_{Bp}\bar{\Xi}C_p & L_{Ap} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathfrak{N}_2 & 0 & \mathfrak{N}_3 & P_{p3}E_p & P_{p3}F_p & 0 \\ \hat{L}_{Dp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{L}_{Bp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{B}_p & 0 & \hat{B}_p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathfrak{N}_1 = P_{p1}A_p - L_{Dp}\bar{\Xi}C_p, \quad \mathfrak{N}_2 = -\sum_{j=1}^{n_u} \bar{\omega}_j B_p N_{pj}, \quad \mathfrak{N}_3 = P_{p3}A_p + \sum_{j=1}^{n_u} \bar{\omega}_j B_p N_{pj},$$

$$\hat{L}_{Dp} = [\zeta_1(L_{Dp}C_{p1})^T, \dots, \zeta_{n_y}(L_{Dp}C_{pn_y})^T]^T,$$

$$\hat{L}_{Bp} = [\zeta_1(L_{Bp}C_{p1})^T, \dots, \zeta_{n_y}(L_{Bp}C_{pn_y})^T]^T, \quad \hat{B}_p = [\xi_1(B_p N_{p1})^T, \dots, \xi_{n_y}(B_p N_{pn_u})^T]^T,$$

$$\hat{P}_{p1} = \text{diag}\{\underbrace{P_{p1}, \dots, P_{p1}}_{n_y}\}, \quad \hat{P}_{p2} = \text{diag}\{\underbrace{P_{p2}, \dots, P_{p2}}_{n_y}\},$$

$$\hat{P}_{p3} = \text{diag}\{\underbrace{P_{p3}, \dots, P_{p3}}_{n_u}\}, \quad P_{p3} = U_{p1}^T \bar{P}_{p11} U_{p1} + U_{p2}^T \bar{P}_{p22} U_{p2}.$$

此外，期望的观测器的增益可以表示为

$$A_{op} = P_{p2}^{-1} L_{Ap}, \quad B_{op} = P_{p2}^{-1} L_{Bp}, \quad C_{op} = P_{p1}^{-1} L_{Cp}, \quad D_{op} = P_{p1}^{-1} L_{Dp}. \quad (4-24)$$

控制器参数通过以下方式获得

$$K_p = \sum_{j=1}^{n_u} V_p S_p^{-1} \bar{P}_{p11}^{-1} S_p V_p^T N_{pj}. \quad (4-25)$$

证明：通过对(4-15)应用 Schur 补，可以推导出以下不等式。

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{I}_1 & * \\ \mathfrak{I}_2 & \mathfrak{I}_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (4-26)$$

其中

$$\hat{\mathbf{J}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}_1 & -L_{Cp} & 0 & P_{p1}E_p & P_{p1}F_p & -P_{p1}F_p \\ L_{Bp}\bar{\Xi}C_p & L_{Ap} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{\mathbf{S}}_2 & 0 & \hat{\mathbf{S}}_3 & P_{p3}E_p & P_{p3}F_p & 0 \\ \mathcal{D}_{op} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{B}_{op} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathcal{K}_p & 0 & \mathcal{K}_p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{S}}_2 = -P_{p3}B_p\bar{\Omega}K_p, \hat{\mathbf{S}}_3 = P_{p3}A_p + P_{p3}B_p\bar{\Omega}K_p, \mathcal{D}_{op} = [\zeta_1(P_{p1}D_{op}C_{p1})^T, \dots, \zeta_{n_y}(P_{p1}D_{op}C_{pn_y})^T]^T,$$

$$\mathcal{B}_{op} = [\zeta_1(P_{p2}B_{op}C_{p1})^T, \dots, \zeta_{n_y}(P_{p2}B_{op}C_{pn_y})^T]^T, \mathcal{K}_p = [(P_{p3}B_p\bar{\Omega}K_{p1})^T, \dots, (P_{p3}B_p\bar{\Omega}K_{pn_u})^T]^T.$$

根据条件(4-7), 可以得到

$$P_{p3}B_p\bar{\Omega}K_p = \sum_{j=1}^{n_u} \bar{\omega}_j P_{p3}B_pK_{pj}. \quad (4-27)$$

此外, 设 $L_{Dp} = P_{p1}D_{op}$, $L_{Cp} = P_{p1}C_{op}$, $L_{Bp} = P_{p2}B_{op}$ 以及 $L_{Ap} = P_{p2}A_{op}$, 可以得到

$$\hat{L}_{Dp} = \mathcal{D}_{op}, \quad \hat{L}_{Bp} = \mathcal{B}_{op}. \quad (4-28)$$

目前, 只有公式(4-26)中的 $\hat{\mathbf{S}}_2$, $\hat{\mathbf{S}}_3$ 和 $\mathcal{K}_p$ 包含耦合项。由于存在矩阵 $\bar{P}_{p11} > 0$ 和 $\bar{P}_{p22} > 0$, 使得

$$P_{p3} = U_{p1}^T \bar{P}_{p11} U_{p1} + U_{p2}^T \bar{P}_{p22} U_{p2}. \quad (4-29)$$

其中 U_{p1} 和 U_{p2} 在(1-13)中定义。从引理 1.4 可知, 存在非奇异矩阵 $\mathcal{P}_p \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$, 使得 $B_p \mathcal{P}_p = P_{p3} B_p$ 。因此可得

$$P_{p3} \begin{bmatrix} U_{p1} \\ U_{p2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_p \\ 0 \end{bmatrix} V_p^T = \begin{bmatrix} U_{p1} \\ U_{p2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_p \\ 0 \end{bmatrix} V_p^T \mathcal{P}_p. \quad (4-30)$$

也就是

$$U_p^T \begin{bmatrix} \bar{P}_{p11} & 0 \\ 0 & \bar{P}_{p22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_p \\ 0 \end{bmatrix} V_p^T = U_p^T \begin{bmatrix} S_p \\ 0 \end{bmatrix} V_p^T \mathcal{P}_p. \quad (4-31)$$

因此, 矩阵 $\mathcal{P}_p$ 可以计算为

$$\mathcal{P}_p = V_p S_p^{-1} \bar{P}_{p11} S_p V_p^T. \quad (4-32)$$

根据 $B_p \mathcal{P}_p = P_{p3} B_p$ ，令 $N_{pj} = \mathcal{P}_p K_{pj}$ 。因此，可以推导出条件(4-22)。控制增益(4-25)也可以得到。证毕。

4.5 仿真实例

在这一部分中，给出了一个例子，验证了基于本文提出的一种新的丢包补偿策略的控制策略的有效性和实用性。让我们考虑文献^[70]中提出的一个实际示例，它是具有位置测量的谐振子。系统参数借自文献^[70]。此外，还考虑了可检测的执行器故障，这会削弱输入矩阵。所以系统参数如下

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = 0.1 * B_1, \quad C_1 = C_2 = [1 \quad 0], \quad D_1 = C_1, \quad D_2 = C_2。$$

采样时间设置为 0.5s。其他参数设置为

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ -0.01 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.02 \end{bmatrix}, \quad \mu = 2.3, \quad \alpha = 0.1, \quad \gamma = 2.1, \quad \bar{\delta}_1 = 0.48, \quad \bar{\omega}_1 = 1。$$

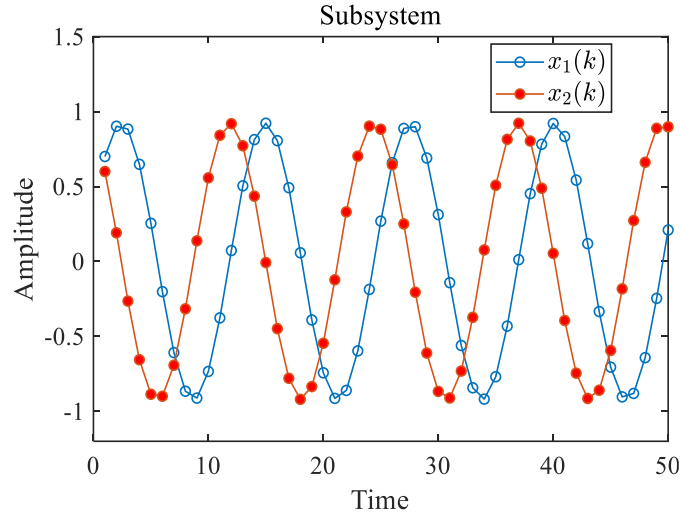


图 4-1 开环系统响应

图 4-1 绘制了在初始状态为 $[0.8, 0.6]^T$ 下开环系统的状态响应。根据给定的参数，我们可以计算出 $\tau_a = 8$ 。求解定理 4.2 得到的主要矩阵如下

$$A_{o1} = \begin{bmatrix} 0.3684 & -0.0047 \\ -0.0060 & 0.3622 \end{bmatrix}, \quad B_{o1} = \begin{bmatrix} 0.0123 \\ -0.0051 \end{bmatrix}, \quad C_{o1} = \begin{bmatrix} 0.1128 & 0.0027 \\ 0.0192 & 0.0771 \end{bmatrix}, \quad D_{o1} = \begin{bmatrix} 1.1364 \\ -0.2382 \end{bmatrix},$$

$$A_{o2} = \begin{bmatrix} 0.3719 & -0.0058 \\ -0.0073 & 0.3636 \end{bmatrix}, \quad B_{o2} = \begin{bmatrix} 0.0293 \\ -0.0135 \end{bmatrix}, \quad C_{o2} = \begin{bmatrix} 0.2103 & 0.0018 \\ 0.0352 & 0.1361 \end{bmatrix},$$

$$D_{o2} = \begin{bmatrix} 1.0878 \\ -0.1678 \end{bmatrix}, \quad K_1 = [0.3437 \quad -1.2013], \quad K_2 = [3.2321 \quad -9.6400]。$$

三种补偿方法下的闭环响应如图 4-2 和图 4-3 所示。

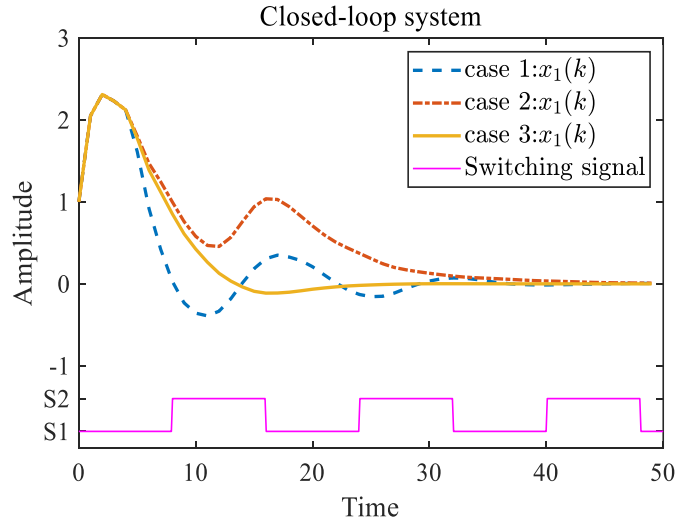


图 4-2 三种补偿方法下闭环系统状态 $x_1(k)$ 响应曲线

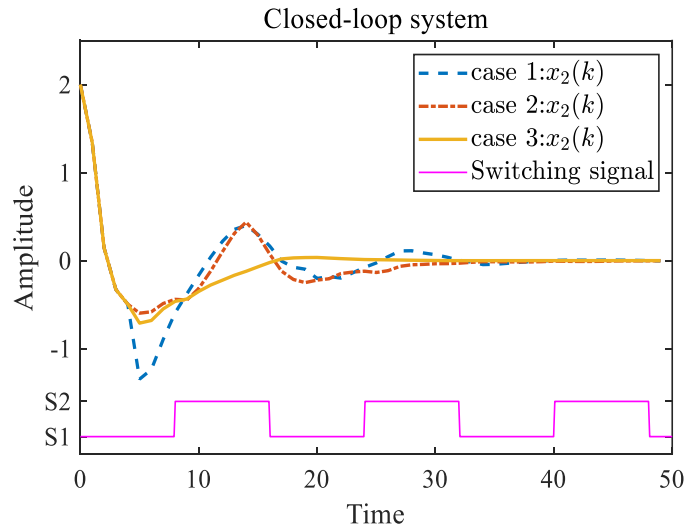


图 4-3 三种补偿方法下闭环系统状态 $x_2(k)$ 响应曲线

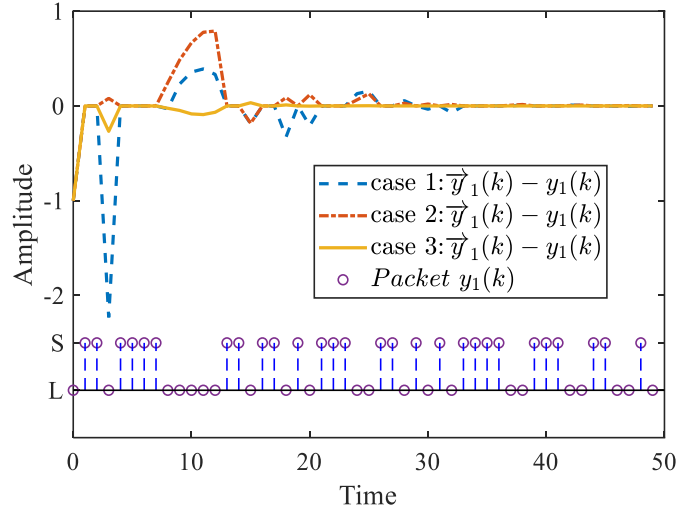


图 4-4 输出丢包情况以及三种补偿方法下的补偿误差曲线

输出测量值的数据包传输前与补偿后的误差如图 4-4 所示, 其中 S 和 L 分别表示消息传输成功和失败。根据上述结果, 可以看出, 本章解决了一类多测量数据包丢失的网络切换非线性系统的输出反馈 H_∞ 控制问题。此外, 本文提出的输出丢包补偿策略的优越性也得到了证明。因此, 验证了基于新的输出丢包补偿策略下网络切换非线性系统 H_∞ 控制策略的有效性。

4.6 本章小结

本文深入研究了一类具有增量二次非线性和多个测量丢失的网络切换系统的输出反馈控制问题。切换非线性系统的每个子系统和所考虑的动态观测器都存在满足增量二次约束的非线性。切换序列的设计采用了平均驻留时间切换策略。此外, 本文还提出了一种新的输出丢包补偿策略, 以克服因丢包而导致的系统性能下降甚至不稳定。利用多重 Lyapunov 函数方法、矩阵奇异值分解技术等, 得到了闭环系统的随机指数稳定性判据。这些判据确保了所考虑的系统能够保持 H_∞ 性能指标。通过求解一组严格的线性矩阵不等式, 可以获得动态观测器和控制器的增益。最后给出的算例验证了该方法的有效性。

第 5 章 总结及展望

5.1 总结

本论文深入探讨了非线性切换系统中的状态估计与反馈控制问题，具体的研究工作为：

1、第一章阐述了课题的研究背景，模型选择的原因：针对离散时间非线性系统，选择了 T-S 模糊模型进行拟合。

2、第二章讨论了切换非线性系统的鲁棒观测器的设计问题，引入了过去输出信息，设计了一种鲁棒记忆观测器。通过构建新的增广状态变量框架，我优化了观测器设计，强调了利用历史数据来改善性能。通过多 Lyapunov 函数和平均驻留时间技术，我提出了新的性能分析条件，并通过求解线性矩阵不等式得到了观测器的增益矩阵。

3、第三章针对带有局部非线性的切换 T-S 模糊系统，首先探讨了模糊模型中前件变量可测情况下的基于观测器的非脆弱控制策略。通过构造引入过去输出信息的观测器，设计了一种基于观测器的非脆弱控制器，相比于传统的基于观测器的控制策略，其闭环性能得到了提升。其次针对模糊系统中不可测前件变量，研究了基于观测器的指数镇定问题。通过设计非脆弱控制器，能够确保了在前件变量不可测的情况下，系统的稳定性和性能。此外，通过使用增量二次约束非线性放宽了局部非线性的约束条件。

2、第四章研究了一类具有增量二次非线性及多缺失测量的网络切换系统的输出反馈控制问题。非线性存在于切换非线性系统的每个子系统和考虑的动态观测器中，满足增量二次约束。使用了平均驻留时间切换方案设计了切换序列。此外，本文提出了一种新颖的输出数据包丢失补偿策略，以克服数据包丢失导致的性能下降和不稳定。利用多 Lyapunov 函数方法、矩阵奇异值分解技术等，推导出了闭环系统的随机指数稳定性判据。这些判据确保了所考虑的系统能够保持规定的 H_∞ 性能指标。

5.2 展望

本论文的研究成果为非线性切换系统中的状态估计与反馈控制领域做了补充。通过 T-S 模糊模型的选用和鲁棒记忆观测器的设计，展示了利用历史数据优化控制性能的可能性。对于带有局部非线性的模糊系统，我们不仅实现了非脆弱控制策略，还扩展了对不可测前件变量的处理，确保了系统的稳定性。在多个测量丢失的网络切换系统中，我们提出的补偿策略和随机指数稳定性判据，为处理复杂动态环境下的控制问题提供了有效工具。

未来的研究将沿着以下几个方向深入：首先，将进一步探索如何将这些方法推广到更复杂的系统结构，如多智能体系统。其次，我们将继续优化数据处理的和网络传输丢包处理技术，以提高系统的实时性和适应性。此外，实际的工业系统中往往情况更加复杂，而且工业安全随着自动化设备的发展变得愈发重要。因此。对于切换系统的安全控制研究也越来越重要。可以相信，随着广泛学者们孜孜不倦的努力，在不远的将来必将会取得更灿烂的成果。

参考文献

- [1] Balluchi A, Di Benedetto M D, Pinello C, et al. Hybrid control in automotive applications: The cut-off control [J]. Automatica, 1999, 35(3): 519-535.
- [2] Dayawansa W P, Martin C F. A converse lyapunov theorem for a class of dynamical systems which undergo switching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(4): 751-760.
- [3] Shen H, Xing M, Wu Z G, et al. Multiobjective fault-tolerant control for fuzzy switched systems with persistent dwell time and its application in electric circuits [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 28(10): 2335-2347.
- [4] Westervelt E R, Grizzle J W, Wit C C d. Switching and pi control of walking motions of planar biped walkers [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(2): 308-312.
- [5] Horowitz R, Varaiya P. Control design of an automated highway system [J]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88(7): 913-925.
- [6] Li L, L S, Li T, et al. Event-triggered output regulation for networked flight control system based on an asynchronous switched system approach [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(12): 7675-7684.
- [7] Liberzon D. Switching in systems and control [M]. Springer, 2003.
- [8] Yue D, Han Q-L, Lam J. Network-based robust H_{∞} control of systems with uncertainty [J]. Automatica, 2005, 41(6): 999-1007.
- [9] Tang X, Deng L, Yu J. Output feedback predictive control of interval type-2 T-S fuzzy systems with markovian packet loss; proceedings of the 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), F 28-30 May 2017, 2017 [C].
- [10] 王雨田. 纯电动汽车永磁同步电机的多模型切换控制 [D]; 东北大学, 2017.

- [11] 陈沛, 吕腾, 王美刚. 切换网络攻击下异构多区域电力系统的负荷频率控制 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2024: 1-10.
- [12] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, SMC-15(1): 116-132.
- [13] Astolfi D, Marconi L. A high-gain nonlinear observer with limited gain power [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(11): 3059-3064.
- [14] Dufour P, Flila S, Hammouri H. Observer design for mimo non-uniformly observable systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(2): 511-516.
- [15] Okajima H, Arinaga K, Hayashida A. Design of observer-based feedback controller for multi-rate systems with various sampling periods using cyclic reformulation [J]. IEEE Access, 2023, 11: 121956-121965.
- [16] Wang X, Park J H. State-based dynamic event-triggered observer for one-sided lipschitz nonlinear systems with disturbances [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(4): 2326-2330.
- [17] Yang Y, Zhang J, Huang M, et al. Disturbance observer-based event-triggered control of switched positive systems [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2024, 71(3): 1191-1195.
- [18] Zhang Z, Leifeld T, Zhang P. Reduced-order observer design for boolean control networks [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(1): 434-441.
- [19] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(5): 59-70.
- [20] Hui Y, Michel A N, Ling H. Stability theory for hybrid dynamical systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(4): 461-474.
- [21] Daafouz J, Riedinger P, Iung C. Stability analysis and control synthesis for switched systems: A switched lyapunov function approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(11): 1883-1887.
- [22] Wang B, Zhang H, Wang G, et al. Asynchronous control of discrete-time

- impulsive switched systems with mode-dependent average dwell time [J]. ISA Transactions, 2014, 53(2): 367-372.
- [23] Zheng Q, Xu S, Zhang Z. Nonfragile quantized H_∞ filtering for discrete-time switched T–S fuzzy systems with local nonlinear models [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(6): 1507-1517.
- [24] Shi S, Fei Z, Wang T, et al. Filtering for switched T–S fuzzy systems with persistent dwell time [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5): 1923-1931.
- [25] Jiang X, Tian S, Zhang T, et al. Weighted H_∞ performance analysis of nonlinear stochastic switched systems with state dependent noise: A mode-dependent average dwell time method; proceedings of the 2018 Eighth International Conference on Information Science and Technology (ICIST), F 30 June-6 July 2018, 2018 [C].
- [26] Ahn C K, Shi P, Basin M V. Two-dimensional peak-to-peak filtering for stochastic fornasini–marchesini systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2018, 63(5): 1472-1479.
- [27] Li Y, Tong S. Adaptive neural networks prescribed performance control design for switched interconnected uncertain nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018, 29(7): 3059-3068.
- [28] Tong S, Min X, Li Y. Observer-based adaptive fuzzy tracking control for strict-feedback nonlinear systems with unknown control gain functions [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(9): 3903-3913.
- [29] Kong L, He W, Yang W, et al. Fuzzy approximation-based finite-time control for a robot with actuator saturation under time-varying constraints of work space [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(10): 4873-4884.
- [30] Chu Y, Fei J, Hou S. Adaptive global sliding-mode control for dynamic systems using double hidden layer recurrent neural network structure [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(4): 1297-1309.

- [31] Li L, T Y, L X. New improvement approaches to h_∞ controller designs based on fuzzy observers for t-s fuzzy systems with time-varying delay; proceedings of the 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, F 21-23 June 2006, 2006 [C].
- [32] Jin C L, Wang R, Wang Q G, et al. Stabilization of switched fuzzy systems via stabilizing switching-dependent ADT method [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(2): 547-556.
- [33] Ren C, He S, Luan X, et al. Finite-time l_2 -gain asynchronous control for continuous-time positive hidden markov jump systems via T–S fuzzy model approach [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(1): 77-87.
- [34] Zheng Q, Xu S, Du B. Quantized guaranteed cost output feedback control for nonlinear networked control systems and its applications [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(7): 2402-2411.
- [35] Mu Y, Zhang H, Ma D, et al. Robust observer design for ts fuzzy singular systems with unmeasurable premise variables and partially decoupled disturbances [J]. 2023, 111(17): 16063-16076.
- [36] Wang M, Qiu J, Feng G. A novel piecewise affine filtering design for T–S fuzzy affine systems using past output measurements [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(4): 1509-1518.
- [37] Dong J, Wang Y, Yang G H. Control synthesis of continuous-time T-S fuzzy systems with local nonlinear models [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2009, 39(5): 1245-1258.
- [38] Colombo A W, Schoop R, Neubert R. An agent-based intelligent control platform for industrial holonic manufacturing systems [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2006, 53(1): 322-337.
- [39] González A, Cuenca Á, Salt J, et al. Robust stability analysis of an energy-efficient control in a networked control system with application to unmanned ground vehicles [J]. Information Sciences, 2021, 578: 64-84.
- [40] Wu C, Zhao X. Quantized dynamic output feedback control and L_2 -gain

- p analysis for networked control systems: A hybrid approach [J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2021, 8(1): 575-587.
- [41] Gao C, Wang Z, Hu J, et al. Consensus-based distributed state estimation over sensor networks with encoding-decoding scheme: Accommodating bandwidth constraints [J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2022, 9(6): 4051-4064.
- [42] Ma L, Wang Y, Han Q. Event-triggered dynamic positioning for mass-switched unmanned marine vehicles in network environments [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 3159-3171.
- [43] Zhang W, Tang Y, Huang T, et al. Sampled-data consensus of linear multi-agent systems with packet losses [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(11): 2516-2527.
- [44] Dong H, Wang Z, Gao H, et al. Observer-based H_∞ control for systems with repeated scalar nonlinearities and multiple packet losses [J]. 2010, 20(12): 1363-1378.
- [45] Wang J, Ma S, Zhang C, et al. H_∞ state estimation via asynchronous filtering for descriptor markov jump systems with packet losses [J]. 2019, 154: 159-167.
- [46] Cheng J, Huang W, Lam H K, et al. Fuzzy-model-based control for singularly perturbed systems with nonhomogeneous markov switching: A dropout compensation strategy [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(2): 530-541.
- [47] Schenato L. To zero or to hold control inputs with lossy links? [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(5): 1093-1099.
- [48] Xue M, Yan H, Zhang H, et al. Compensation-based output feedback control for fuzzy markov jump systems with random packet losses [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 12759-12770.
- [49] Hua M, Zhang F, Deng F, et al. Mixed H_2 / H_∞ control for discrete-time periodic markov jump systems with quantization effects and packet loss compensation [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2023, 50: 101398.

- [50] 曹伟. 含不稳定子系统的切换非线性系统稳定性和 L_2 增益研究 [D]; 安徽工程大学, 2022.
- [51] Zhang T, Li J, Xu W, etc. Stability and L_2 -gain analysis for impulsive switched systems [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2019, 78: 104854.
- [52] Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous nonfragile mixed h_∞ and $L_2 - L_\infty$ control of switched fuzzy systems with multiple state impulsive jumps [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(6): 1966-1980.
- [53] J G H, Wang C H. Delay-dependent robust H_∞ and $L_2 - L_\infty$ filtering for a class of uncertain nonlinear time-delay systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(9): 1661-1666.
- [54] Wang R, Xue B, Hou L, et al. Quasi-time-dependent $L_2 - L_\infty$ filtering of discrete-time switched systems with admissible edge-dependent average dwell time [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2020, 39(9): 4320-4338.
- [55] Fan Y, Wang M, Fu H, et al. Quasi-time-dependent H_∞ filtering of discrete-time 2-d switched systems with mode-dependent persistent dwell-time [J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021, 40(12): 5886-5912.
- [56] Hua M, Cai Y, Tan H. Design of non-fragile robust H_∞ filter for fuzzy stochastic systems with time-varying delay; proceedings of the 2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014), F 22-25 Oct. 2014, 2014 [C].
- [57] Zhang P, Kao Y, Hu J, et al. Robust observer-based sliding mode H_∞ control for stochastic markovian jump systems subject to packet losses [J]. Automatica, 2021, 130: 109665.
- [58] Peñarrocha I, Sanchis R, Albertos P. H_∞ observer design for a class of nonlinear discrete systems [J]. European Journal of Control, 2009, 15(2): 157-165.

- [59] Zheng Q, Xu S, Zhang Z. Nonfragile H_∞ observer design for uncertain nonlinear switched systems with quantization [J]. Applied Mathematics and Computation, 2020, 386: 125435.
- [60] Cecilia A, Costa-Castelló R. Addressing the relative degree restriction in nonlinear adaptive observers: A high-gain observer approach [J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(8): 3857-3882.
- [61] Adil A, Hamaz A, N'Doye I, et al. On high-gain observer design for nonlinear systems with delayed output measurements [J]. Automatica, 2022, 141: 110281.
- [62] Zhao X, Liu H, Zhang J, et al. Multiple-mode observer design for a class of switched linear systems [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2015, 12(1): 272-280.
- [63] Açıkmeşe B, Corless M. Observers for systems with nonlinearities satisfying incremental quadratic constraints [J]. Automatica, 2011, 47(7): 1339-1348.
- [64] Conte G, Perdon A M, Zattoni E. A structural approach to unknown inputs observation for switching linear systems [J]. Automatica, 2021, 129: 109572.
- [65] Ren J, Liu X, Zhu H, et al. Exponential H_∞ synchronization of switching fuzzy systems with time-varying delay and impulses [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2019, 365: 116-139.
- [66] Zhang L, Boukas E K, Shi P, et al. Exponential H_∞ filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A μ -dependent approach [J]. 2008, 18(11): 1188-1207.
- [67] Xiang W, Xiao J, Iqbal M N. Robust observer design for nonlinear uncertain switched systems under asynchronous switching [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2012, 6(1): 754-773.
- [68] Wang Z, Yang F, Ho D W C, et al. Robust H_∞ control for networked systems with random packet losses [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics), 2007, 37(4): 916-924.
- [69] Q.Zheng, S.Xu, B.Du. H_∞ filtering of fuzzy impulsive switched systems

- with multipath quantizations and packet dropouts via multiple hybrid strategies [J]. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2023.
- [70] Wang T, Tong S. Observer-based output-feedback asynchronous control for switched fuzzy systems [J]. 2016, 47(9): 2579-2591.
- [71] Song Q, Liu F, Wen G, et al. Synchronization of coupled harmonic oscillators via sampled position data control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2016, 63(7): 1079-1088.

攻读学位期间发表的学术论文目录

- [1] **Xiao Z Z**, Zheng Q X, Wang J. A novel H_∞ memory observer design for uncertain switched nonlinear systems using past output measurements[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(12): 7310-7332.doi: 10.1002/rnc.6753)(SCI 已检索)
- [2] **Xiao Z Z**, Zheng Q X, Mao XY, Wu X. Non-fragile observer-based H_∞ control for switched T-S fuzzy systems using past output measurements[J]. International Journal of Fuzzy Systems (已录用) doi: 10.1007/s40815-024-01753-9
- [3] **Xiao Z Z**, Zheng Q X, Mao XY. Observer-based output feedback control for switched T-S fuzzy systems with local nonlinear segments using past output measurements[J]. Journal of the Franklin Institute (在审)
- [4] **Xiao Z Z**, Zheng Q X, Mao XY. Output feedback H_∞ control of network switched nonlinear systems base on a novel packet loss compensation strategy[J]. Information Sciences(在审)

致谢

时光荏苒，一转眼，我的硕士生涯就已接近尾声，值此论文完成之际，首先要感谢国家，在我的求学道路上，国泰民安，以及提供的各类奖学金和助学金，让我能安心学习，全身心的投入自己所热爱的事情当中。其次，我要衷心感谢我的导师郑群现，在我硕士期间对我的悉心指导，把我引入了一条学术的道路，这是我在之前从未设想过的。承蒙恩师厚爱，有幸得此教诲，几度指引，终不敢忘。郑老师以身作则，言传身教，其严谨的学术作风，乐观的生活态度，对学术精益求精的精神，都为我树立了很好的榜样。您的教导我会铭记于心，并将继续激励我在日后的科研和生活中奋发向前。您在学术上独到的见解与创新思维将使我终身受益。

其次衷心感谢安徽工程大学，给我提供了良好的学习环境。感谢电气工程学院的各位老师，是你们的传道、授业，让我学到了专业知识。感谢我的师兄王杰对我学术上的帮助以及指引；感谢我的师姐曹伟、陈皞玲的答疑解惑，感谢我的同门朱雨菲、茆馨雅的帮助。感谢师弟吴思轲、黎法达，师妹邢宇。你们给我求学期间的生活带来了很多欢乐。感谢我的伙伴陈晴晴，你的支持和鼓励给了我坚持的动力。同时感谢章冉、徐志国、汪瑞、李智、周非凡等在学习期间的交流与鼓励。

感谢父母的教诲、奉献、理解与支持，在我的求学生涯，虽不能陪伴在左右，但始终能尊重并支持我的选择。

回望来时路，我之所以能从容应对各种学术和生活上的问题，其中的一个关键，就是在我的求学生涯中遇到了太多值得我感谢的人。他们的关心、帮助和指引使我成长，使我有足够的能力在人生的道路上不断进取和前进。

最后，再次感谢在我求学道路上，所有帮助和鼓励过我的老师、亲朋、同门和同学，谢谢你们！