

分类号: TP273

单位代码: 10363

密 级: 公开

学号: 2210320123

题 目 一类欠驱动系统的改进型滑模
自抗扰控制算法研究

题 目 Research on Improved Sliding Mode Active
Disturbance Rejection Control Algorithm for a
Class of Underactuated Systems

学生姓名: 陈 邱 卓

指导教师: 刘丙友 (教授)

专 业: 控制科学与工程 (081100)

研究方向: 控制理论与控制工程

论文答辩日期: 2024 年 5 月 22 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所提交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：陈邱卓

日期：2024 年 5 月 22 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 ____ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：

指导教师签名：

日期：2024 年 5 月 22 日

日期：2024 年 5 月 22 日

一类欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制算法研究

摘 要

欠驱动系统是指系统控制的输入数目小于系统自由度的一类非线性系统，由于欠驱动系统具有非线性、参数摄动、易受干扰、结构简单、轻重低功耗等特点，又广泛应用于国防军事、航空航天、地质勘测等领域，至今仍是国内外控制理论和工程领域学者关注的重点。但是欠驱动系统的独特性质使其在实际应用中面临巨大挑战，因为它们通常更容易受到外部扰动的影响，对控制算法的要求更高，同时大部分欠驱动系统的控制还是人为控制，不仅需要大量人工成本还对人员的安全埋下了风险隐患。因此，对于欠驱动系统的控制策略研究在工程控制领域扮演着至关重要的角色，既具有深远的理论意义，又具备广泛的实际应用价值。

虽然欠驱动系统具有一些局限性，但其灵活性和适应性使其成为一种有潜力的解决方案，本文主要以自抗扰控制技术为基础，结合滑模控制理论和粒子群智能算法，针对一类欠驱动直线一级倒立摆系统的姿态控制问题开展了实验研究，同时对比了其他经典控制方法的效果，突出本研究方法的优越性与可靠性。本文的主要研究内容如下：

(1) 为了满足欠驱动系统姿态稳定控制的性能要求，分析了欠驱动系统的工作原理。运用牛顿第二定律对其进行了数学建模分析，同时考虑到系统是由永磁同步电机驱动进行控制，对驱动电机控制的优

良程度决定了对欠驱动系统的控制效果，故对驱动电机也进行了建模分析，搭建了欠驱动系统与驱动电机的模型并完成仿真。

(2) 为了深入研究欠驱动倒立摆系统的稳定控制设计问题，首先采用了几种经典控制策略对其控制，包括 PID 复合校正控制、LQR 算法控制、状态空间极点配置以及线性自抗扰控制。通过分析这些经典控制方案的特点，发现它们在解决欠驱动系统稳定控制问题上存在的局限性，进而设计基于改进型滑模自抗扰控制策略。

(3) 针对传统自抗扰控制技术只能控制单输入单输出的问题，提出了一种采用两个跟踪微分器的策略，分别提取小车位移和速度以及参考位移和速度，并将非线性控制率改变成为控制量组合形式的线性控制率，实现了对摆杆偏角和小车位移的实时控制，突破了传统自抗扰控制只适用于单输入单输出的问题。同时为了进一步提高跟踪微分器对输入信号的响应速度，在设计中加入了滑模控制，设计出一种新型的滑模跟踪微分器，并通过仿真验证了设计的新型滑模跟踪微分器的优越响应速度。

(4) 针对传统自抗扰控制中的非线性函数在原点处容易引起抖振影响控制器效果，设计了一种新型非线性函数，增强了平滑性和收敛性。基于新型非线性函数，设计了欠驱动系统的改进型扩张状态观测器，优化了对欠驱动系统的跟随误差能力。详细叙述了改进型自抗扰控制算法的设计方法与各模块的参数整定过程，在参数整定中引入现代粒子群智能算法对误差组合线性控制率中的参数进行迭代寻优。并对改进型自抗扰控制器进行了在不同输入以及干扰下的仿真实验，通

过仿真验证改进后的自抗扰控制器相较于传统的自抗扰控制器在性能上有较大的提升。

(5) 为了验证本研究提出的改进型滑模自抗扰控制策略对欠驱动直线一级倒立摆系统姿态稳定控制的效果,分别对其进行了仿真验证与实验验证。采用改进型滑模自抗扰控制策略与其他经典控制策略进行对比,从系统的驱动电机、倒立摆系统的摆杆平衡和小车位移控制几个方面进行,仿真与实验均验证了该研究所提出的控制策略能实现对此类欠驱动系统的快速稳定控制,并且具有更快的响应速度、更高的跟踪精度以及更优越的抗干扰性能。

关键词: 欠驱动直线一级倒立摆, 自抗扰控制, 滑模控制, 粒子群算法

RESEARCH ON IMPROVED SLIDING MODE ACTIVE DISTURBANCE REJECTION CONTROL ALGORITHM FOR A CLASS OF UNDERACTUATED SYSTEMS

ABSTRACT

Underactuated system refers to a class of nonlinear system whose control input number is less than the system degree of freedom. Due to the characteristics of nonlinear, parameter perturbation, easy to be disturbed, simple structure, light and low power consumption, underactuated system is widely used in the fields of national defense, military, aerospace, geological survey, etc., it is still the focus of attention of scholars in the field of control theory and engineering at home and abroad. However, the unique nature of underactuated systems makes them face great challenges in practical applications, because they are usually more susceptible to external perturbations and have higher requirements for control algorithms. At the same time, most of the control of underactuated systems is still artificial control, which not only requires a lot of labor costs but also lays hidden risks for personnel safety. Therefore, the research on the control strategy of the underactuated system plays a vital role in the field of engineering control, which has far-reaching theoretical significance and extensive practical application value.

Although underactuated system has some limitations, its flexibility and adaptability make it a potential solution. Based on auto-disturbance rejection control technology, combined with sliding mode control theory and particle swarm intelligence algorithm, this paper carries out experimental research on the attitude control problem of a class of underactuated linear one-stage inverted pendulum systems, and compares the effects of other classical control methods. The superiority and reliability of this research method are highlighted. The main research contents of this paper are as follows:

(1) In order to meet the performance requirements of the attitude stability control of the underactuated system, the working principle of the underactuated system is analyzed. Newton's second law was used for mathematical modeling and analysis. At the same time, considering that the system is controlled by the motor, and the excellent control degree of the drive motor determines the control effect of the underdrive system, the drive motor was also modeled and analyzed, and the models of the underdrive system and the drive motor were built and simulated.

(2) In order to study the stability control design of the underactuated inverted pendulum system, several classical control strategies are used, including PID compound correction control, LQR algorithm control, state space pole assignment and linear active disturbance rejection control. By analyzing the characteristics of these classical control schemes, we find

their limitations in solving the stability control problem of underactuated systems, and then design an improved sliding mode active disturbance rejection control strategy.

(3) Aiming at the problem that the traditional auto-disturbance rejection control technology can only control single input and single output, a strategy using two tracking differentiators was proposed to extract the displacement and speed of the trolley and the reference displacement and speed respectively, and the nonlinear control rate was changed into a linear control rate in the form of a combination of control quantities, which realized the real-time control of the yaw Angle of the pendulum and the displacement of the trolley. It breaks through the problem that traditional active disturbance rejection control is only applicable to single input and single output. At the same time, in order to further improve the response speed of the tracking differentiator to the input signal, the sliding mode control is added to the design, and a new sliding mode tracking differentiator is designed, and the superior response speed is verified by simulation.

(4) In response to the problem in traditional active disturbance rejection control where nonlinear functions near the origin may cause oscillations and affect controller performance, a novel nonlinear function is designed to enhance smoothness and convergence. Based on this new nonlinear function, an improved underactuated system extended state

observer is developed to optimize the system's tracking error capability. The design method of the improved active disturbance rejection control algorithm and the parameter tuning process for each module are elaborated. In the parameter tuning process, a modern particle swarm intelligence algorithm is introduced to iteratively optimize the parameters of the error composite linear control rate. Simulation experiments are conducted on the improved active disturbance rejection controller under different inputs and disturbances. The results of the simulations verify that the improved controller exhibits significantly enhanced performance compared to the traditional one.

(5) To validate the effectiveness of the proposed improved sliding mode active disturbance rejection control strategy for attitude stability control of underactuated linear inverted pendulum systems, both simulation and experimental validations were conducted. A comparison was made between the improved sliding mode active disturbance rejection control strategy and other classical control strategies, focusing on the drive motor of the system, the balance of the pendulum in the inverted pendulum system, and the displacement control of the cart. Both simulation and experimentation confirmed that the proposed control strategy can achieve rapid and stable control of such underactuated systems, with faster response speed, higher tracking accuracy, and superior anti-interference performance.

Chen Qiuzhuo(Control science and engineeringtion)

Supervised by Liu Bingyou

KEY WORDS: Underactuated linear inverted pendulum, active disturbance rejection control, sliding mode control, particle swarm optimization

目录

第 1 章 绪论	1
1.1 课题研究背景与意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 欠驱动倒立摆研究现状	5
1.2.2 欠驱动倒立摆控制策略研究现状	7
1.2.3 自抗扰控制算法研究现状	9
1.3 文章内容安排	10
第 2 章 欠驱动系统的总体设计及系统建模	13
2.1 引言	13
2.2 欠驱动系统的总体设计与实验原理	13
2.2.1 欠驱动系统的总体设计	13
2.2.2 编码器原理	14
2.2.3 角度和位移的换算	15
2.3 欠驱动系统数学建模	15
2.3.1 欠驱动一级倒立摆数学模型建立与分析	15
2.3.2 欠驱动一级倒立摆的 Matlab 仿真分析	20
2.4 欠驱动系统驱动电机建模	21
2.4.1 驱动电机建模分析	21
2.4.2 驱动电机的 Matlab 仿真验证	24
2.5 本章小结	24
第 3 章 欠驱动系统的经典控制方法设计与实现	25
3.1 引言	25
3.2 PID 控制	25
3.2.1 PID 控制基本原理及分析	25
3.2.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 PID 复合校正控制仿真实验	26
3.3 LQR 控制	28
3.3.1 LQR 控制基本原理及分析	29
3.3.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 LQR 控制仿真实验	30

3.4 状态空间极点配置	31
3.4.1 状态空间极点配置基本原理及分析	31
3.4.2 欠驱动直线一级倒立摆系统状态空间极点配置仿真实验	32
3.5 LADRC 控制	35
3.5.1 LADRC 控制基本原理及分析	35
3.5.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 LADRC 控制仿真实验	37
3.6 本章小结	39
第 4 章 欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制策略研究	40
4.1 引言	40
4.2 欠驱动直线一级倒立摆滑模自抗扰控制器设计与实现	40
4.2.1 滑模变结构控制	40
4.2.2 滑模跟踪微分器的设计及稳定性分析	41
4.2.3 新型非线性函数的设计及分析	43
4.2.4 改进型扩张状态观测器的设计及稳定性分析	46
4.2.5 线性误差反馈控制率的设计	49
4.3 基于滑模自抗扰控制器的欠驱动系统仿真分析	49
4.3.1 改进型滑模自抗扰控制器的设计	49
4.3.2 参数整定	50
4.3.3 粒子群算法	54
4.3.4 仿真验证及分析	55
4.4 本章小结	62
第 5 章 欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制实验研究	63
5.1 引言	63
5.2 实验系统构建	63
5.3 欠驱动系统实验及分析	64
5.3.1 驱动电机实验	64
5.3.2 稳定性实验	70
5.3.3 抗干扰能力实验	71
5.4 本章小结	72

第 6 章 总结与展望	73
6.1 工作总结	73
6.2 研究展望	74
参考文献	76
攻读学位期间发表的学术成果	83
致谢	84

第 1 章 绪论

1.1 课题研究背景与意义

近年来,随着实际应用需求的不断增加,对于欠驱动系统的控制策略需求日益迫切,欠驱动机械系统的控制问题逐渐成为非线性控制领域的研究热点。在工业领域,由于实际系统与环境的复杂性和多变性,线性系统通常难以准确建模,从而限制了其应用范围。相比之下,非线性欠驱动系统能够适应复杂多变的环境,这类系统通常存在于大型、复杂和精密的设备中,因此在实施控制方案之前,必须确保其有效性,并且不会对设备的安全性产生不良影响。为满足这一要求,必须在工业应用之前通过实验验证控制方案的性能。

所谓欠驱动系统,顾名思义该系统缺乏控制驱动力,由于系统内部的约束和限制,这类系统本身的自由度少于执行任务需求时候的最小自由度数量。这种系统通常比全驱动系统更具有挑战性,因为它们在执行任务的时候可能存在多个可行的运动路径,而且对控制算法的要求很高。欠驱动系统被众多学者拿来作为控制领域火热的研究对象要起源于 20 世纪初期,随着工业的发展需要,人们对机械系统不断探讨,涌现出许多的欠驱动系统。Acrobat Robot、车摆系统、球杆系统以及轮摆系统等作为典型的欠驱动系统案例,被研究者们广泛关注并用来检验控制策略性能的优异。欠驱动系统之所以广泛应用于民用领域与军事领域,是因为欠驱动系统相比于其他完全驱动系统,具备着很多无法比拟的优势,例如它拥有较小的体积、较轻的重量以及较低的能耗等特点,同时欠驱动系统由于本身结构简单特点,可以减少系统设计的控制器数量,这一特点不仅能很大程度降低控制成本,也让平时对控制系统的维护变得简单。对于民用方面,欠驱动系统大多应用在工业制造、救灾防灾和智能运输等领域中,例如无人机灌溉农田、柔性机械臂完成任务、桥式吊车移动重物以及机器人协助工作等。对于军用方面,欠驱动系统的作用更加大有可为,无论是在深海中的舰艇航行,还是在大陆上的火箭垂直发射与回收,亦或是太空中的空间航行器等等,无不是欠驱动系统的应用。

尽管人们日常生活中存在着众多自动控制的完全驱动系统,例如自动洗衣机、自动扫地机、自动空调等等。但是对于欠驱动系统而言,由于系统本身的强耦合不稳定性,大多控制系统的运行离不开人为的操作,例如前文提到的无人机、桥式吊车、机器人等,都是需要专门有经验的操作人员进行控制。然而外部环境因

素的干扰极其容易让工作人员出现控制失误，这就潜藏着巨大的风险隐患，不仅对人们的安全有所影响，一定程度上也制约了经济的发展。



图 1-1 欠驱动系统的应用场景

鉴于以上分析，不论是在控制理论研究领域还是在实际应用方面，对于欠驱动系统的稳定控制都具有重要的研究价值。这一领域的研究不仅能够深化我们对系统控制的理解，还有助于推动技术的发展与创新，为解决实际工程问题提供有效的解决方案。具体可归纳如下：

(1) 提升资源利用效率

欠驱动机械系统相对于全驱动系统使用较少的驱动装置，但在保持相同自由度的情况下，能够降低质量、系统的空间占用和能源利用。这种做法的好处不仅体现在可持续性发展方面，还在于其成本效益，因此在一些对质量、尺寸、能源和成本有严格要求的领域，例如在航空航天系统中得到了广泛的应用。

(2) 扩大应用领域

欠驱动系统的应用能够提高系统的效率和灵活性,使其能够适应更广泛的工作环境和任务需求,包括航海舰艇和直升机等常见系统。由于欠驱动系统的灵活性使其能够适应各种不同的任务和环境这些系统在复杂环境下表现出色,因此,深入研究这类系统,对推动相关领域的技术创新和发展具有积极影响。

(3) 推动交叉学科研究

欠驱动系统研究涉及到控制理论、机械工程、电子工程等多个领域的知识,促使这些领域之间的交叉融合,为更全面、综合的解决方案的产生提供了可能。例如在双足机器人中,由于其自由度较多且动态性复杂,欠驱动系统的控制经验可能为实现更灵活、稳定的双足机器人运动提供启示。

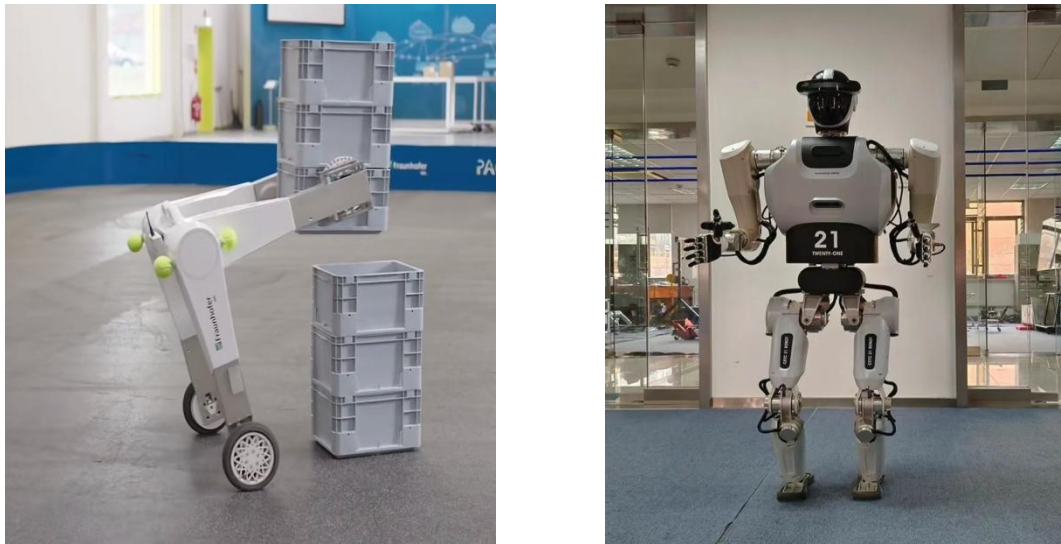


图 1-2 仿生机器人

(4) 增加系统的安全性

欠驱动系统通过多种方式增加系统的安全性。首先,它们通常具有简单的结构,减少了潜在的故障点,并且减少了机械部件的数量,从而降低了系统发生故障的可能性。其次,欠驱动系统在设计上更注重稳定性和可靠性,采用了多重控制策略和安全措施,例如自抗扰控制和滑模控制,以确保系统在不稳定环境下仍能保持稳定运行。最后,欠驱动系统在操作过程中往往具有更低的能源消耗和更少的机械运动,减少了对系统的损耗,提高了系统的可靠性和寿命。

1.2 国内外研究现状

虽然欠驱动系统的应用相对成熟,但通用的控制方法还未形成。在欠驱动系统领域的研究不局限于一种特定类型的系统,因此研究者在这个领域的成果各具特色。一些常见的欠驱动系统,如车摆系统、球杆系统以及 Acrobat Robot 等,

被广泛应用于学术研究。国外学者早期对欠驱动系统进行了广泛的实验探索,积累了丰富的经验并取得了成熟的技术成果。例如,他们在车摆系统控制策略方面进行了深入研究,通过不懈的努力和实践,探索出了适用于该系统的有效控制方法。1991年,文献[1]为了解决车摆系统无法稳定控制的问题,提出了基于遗传算法的模糊逻辑控制方法。1995年,文献[2]为了进一步提高车摆系统的稳定性控制问题,将滑模控制与模糊逻辑理论相结合。2000年,文献[3]提出了一种新型的切换型模糊控制方法,更进一步的完善了对车摆系统的稳定控制研究。对于机械臂 Acrobat Robot 的控制也掀起了控制领域专家的兴趣,提出了基于能量的起摆[4]、最优轨迹配置[5]、自适应鲁棒控制[6]、遗传规划[7]等方法,大力推动了机械臂的发展。对于球杆系统的研究,文献[8-12]分别利用神经网络方法、鲁棒控制方法、自适应变结构控制、状态和输出反馈控制、PI 控制方法解决了球杆系统的稳定控制问题,对后者研究球杆系统的发展及应用有重要意义。

国内对欠驱动系统的研究是控制理论、机器人学等领域的热点之一。国内对欠驱动系统的研究虽然起步较晚,但发展迅速且取得了丰硕的研究成果,已广泛应用于各个生活领域。对于车摆系统的研究,2004年,文献[13]针对车摆系统稳定控制的问题,提出一种基于李亚普洛夫直接法的变结构控制方案,实现了对车摆系统参数变化时也有较高鲁棒性的效果。2005年,文献[14]提出一种新的开环优化控制方法,基于混合遗传算法的控制策略实现了力矩受限时倒立摆非线性系统的摆起稳定控制。文献[15]和文献[16]分别利用了极点配置和非线性滤波的方法解决了车摆系统稳定性不高和采用传统算法存在收敛速度慢的问题,在控制性能上显著提高。对于球杆系统的研究,文献[17]设计了一种阻尼自适应抗扰控制策略,解决了球杆系统控制过程中振荡超调大、响应时间指标差的问题,证明了该控制策略的有效性。文献[18]针对非线性球杆系统,设计了一种积分模糊控制方法,实验验证了该控制方法具有较好的动态特性和抗干扰特性。文献[19]和文献[20]针对对二自由度欠驱动 Acrobat Robot 稳定起摆问题,分别设计了基于级联标准型的反步控制和滑模控制策略,实现了稳定平衡控制。鉴于本文的重点是探讨欠驱动直线一级倒立摆这类欠驱动系统,接下来将重点介绍该系统在国内外的研究现状。

1.2.1 欠驱动倒立摆研究现状

在欠驱动机械系统中，致动器数量较待控制的自由度少。欠驱动直线一级倒立摆系统作为典型的多变量、强耦合、单输入双输出的自然不稳定系统，在机器人控制技术、火箭垂直控制、卫星飞行姿态控制、导弹拦截控制系统等领域得到广泛应用^[21]。在倒立摆的控制过程中，即使受到微弱的干扰，也可能使摆杆状态发生变化，这一特性为检测控制器的鲁棒性提供了良好的应用场景，同时倒立摆系统涉及到控制领域的关键问题，包括鲁棒性、稳定性和跟踪性。因此，专注于控制系统的学者经常以倒立摆为对象，评估各种控制方法的有效性，这种研究不仅在理论上具有重要意义，而且在实际应用上具有价值^[22]。

20 世纪 50 年代初，国外学者开始研究倒立摆系统。随着时间推移至 60 年代，倒立摆首次被提出作为一种非线性和不稳定的系统。随后，通过持续不断的探索，研究者们逐渐揭示了倒立摆系统的结构，并将其用于验证控制理论的适用性以及对不确定因素的有效处理能力，这一研究进展极大地提高了控制领域的研究效率。1991 年，文献[23]构造了神经网络的滑模控制，比较了滑模控制和最优调节器的鲁棒性，通过实验验证了滑模控制比最优调节器性能更优。1993 年，文献[24]为了比较不稳定倒立摆系统在摩擦补偿下的稳定性，又提出了基于神经网络的模糊控制，证明了在模糊控制下使用模糊补偿器的结果更好，至此神经网络和模糊控制在工程领域广受欢迎。2002 年，文献[25]为倒立摆系统的每个子系统设计了最优控制率，总体控制思想是单独的控制率混合，并将结果与常规设计进行了比较验证。2005 年，文献[26]从可控性和反馈线性化角度进行了倒立摆系统分析，设计了两个新型控制器，分别为两级速度控制器和俯仰角度控制器，仿真结果验证了使用真实数据的控制器的有效性。2013 年，文献[27]利用极点配置和线性二次型 LQR 调节器来设计稳定控制器，并用李亚普洛夫方法验证了闭环稳定性，最后能保持摆杆稳定。2018 年，文献[28]针对倒立摆这类欠驱动机械系统，提出了一种基于线性不等式的鲁棒反馈控制策略，仿真结果表明了该反馈控制器对摩擦参数不确定性和外部扰动的鲁棒性。2023 年，文献[29]为了减少控制器手动试错调整的依赖，将人工蜂群算法与 PID 相结合，最后应用于倒立摆系统上，简化了参数调节过程，改善了倒立摆系统控制的性能指标，具有优良的控制效果。

20 世纪 80 年代末期, 倒立摆系统的研究逐渐引入国内学术圈, 国内学者开始关注倒立摆系统的非线性动力学特性和控制问题。2000 年代初, 随着计算机技术和控制理论的进步, 国内对倒立摆系统的研究进入了一个新阶段。学者们开始使用先进的数学工具和模拟技术深入探讨倒立摆的稳定性和控制策略。2004 年, 文献[30]提出了一种将神经元 PID 与传统 PID 组合的控制方法, 仿真实验表明该设计方法可以稳定实时控制倒立摆系统。2008 年, 文献[31]采用了风机模糊滑模解耦的控制方法, 将倒立摆系统解耦成为单个的次级系统, 利用 Lyapunov 函数调解控制器的耦合因素, 最后通过仿真实验验证了该控制方法又良好的解耦性能。2010 年代, 倒立摆系统的研究逐渐融入到机器人学、智能控制等领域。学者们开始探索倒立摆系统在实际应用中的潜在价值, 并将其运用于机器人、自动化系统等领域。2014 年, 文献[32]针对传统遗传算法在设计倒立摆系统控制器时, 不能得到满意的控制器参数, 设计了多种群遗传算法, 并采用 LQR 控制器对倒立摆系统进行控制, 随后仿真结果验证该方法稳定性好, 适合优化复杂问题。2015 年, 文献[33]提出一种基于最优控制的模糊控制器的控制策略, 采用状态变量融合技术将模糊控制器的维数降低, 最后实验验证在有噪声的情况下, 倒立摆系统超调量小、响应时间快、鲁棒性较强, 有较好的应用前景。2018 年, 文献[34]利用扩张状态观测器可以观测倒立摆系统存在的内部参数不确定性和扰动及时进行补偿的能力, 同时结合滑模控制器鲁棒性优越性能, 设计了一种基于扩张状态观测器的全局快速终端滑模控制器, 仿真结果表明所设计的控制策略具有较好稳定性。2020 年代至今, 随着智能技术的快速发展, 国内对倒立摆系统的研究呈现出多学科融合的趋势学者们不仅关注倒立摆在理论上的探索, 还在实际应用中寻求更广泛的创新。在这个阶段, 倒立摆系统研究与人工智能、机器学习等领域形成紧密联系。2022 年, 文献[35]为了提高控制倒立摆系统过程的性能以及控制器参数自适应整定能力, 提出了一种 PID 控制与模糊控制结合的自适应控制策略, 验证了所提方法的正确性和有效性。2023 年, 文献[36]针对倒立摆系统在控制中具有强耦合、非线性等不可抗拒的难点, 设计了一种双通道的自抗扰广义预测控制, 利用自抗扰控制器观测总扰动的同时引入虚拟控制量来消除扰动, 最后实验验证了自抗扰广义预测控制具有稳定的控制性能。

1.2.2 欠驱动倒立摆控制策略研究现状

欠驱动倒立摆系统的非线性、强耦合以及易受外部扰动等特点,使得对该系统的稳定控制成为控制领域一个复杂且具有挑战的问题,需要采取先进的控制理论与方法来解决必要问题,尽管控制技术在不断发展,但倒立摆的基本作用始终如一,即为提出的控制理论提供一个实践平台。因此,欠驱动倒立摆系统控制研究依旧是工程控制领域的重点之一。目前,该领域在欠驱动倒立摆系统的稳定控制方面进行了广泛研究。本文将从以下几个方面详细阐述:

(1) PID 控制策略

PID(Proportion Integral Derivative, PID)控制是一种经典的反馈控制方法,在工业控制系统中应用广泛,PID 控制器通过调节控制器三个增益来平衡系统的输出与期望值之间的误差,最终实现对系统的稳定性控制。文献[37]采用了模糊逻辑整定的分数阶 PID 控制策略,实现了倒立摆系统控制器的参数自动调节,使小车的位移和摆杆偏角响应速度快,控制效果好。文献[38]为了进一步改善控制器参数的择优,提出一种利用蚁群算法优化 PID 控制器的方法,从而选出理想参数,最后以一级倒立摆系统为控制对象,验证了该控制方法的超调量小,鲁棒性较好。文献[39]针对倒立摆摆杆的姿态稳定控制问题,先是引入了模糊控制对 PID 控制器的参数进行调节优化,然后运用了遗传算法的比例因子和量化因子进一步寻优,最后在倒立摆平台上验证了该控制策略的跟踪性能与抗扰性能优越。

(2) 模糊控制策略

模糊控制是一种基于模糊逻辑理论的控制方法,适用于复杂、非线性和模糊系统。与传统的精确数学模型不同,模糊控制采用模糊规则和模糊推理,不需要准确的数学模型,使系统在不确定性和模糊性的环境中具有适应性。文献[40]针对非线性欠驱动倒立摆系统,提出了一种基于切换模糊化的自适应模糊滑模控制策略,把滑模控制器中的切换项实行了模糊接近,削弱了系统的抖振现象,实验表明该方法有较强的鲁棒性。文献[41]针对模糊控制算法存在“规则爆炸”的问题,以一级倒立摆为实验对象,设计了一种基于融合函数的模糊控制器方法,仿真显示基于融合函数的模糊控制器对倒立摆系统具有较高的控制精度。文献[42]提出了一种鲁棒自适应模糊控制策略,保证了系统跟踪误差在原点处的收敛性,并用倒立摆系统仿真验证了该方法可以使系统的控制输入平滑无抖振。

(3) LQR 控制策略

LQR (Linear Quadratic Regulator, LQR) 是一种最优控制方法, 通过对系统状态的加权和对控制输入的加权, 设计出一个最优的线性控制器, 以使一个性能指标最小化。文献[43]在设计 LQR 调节器的同时, 采用了卡尔曼滤波对系统的总体输出进行最优估计, 实验证明经过滤波后的系统输出可以很大程度上消除噪声给系统带来的抖动影响。文献[44]提出一种张量积分散 LQR 控制策略, 对倒立摆系统模型进行离散化, 然后针对离散点系统, 用黎卡提返程求解 LQR 控制器, 最后用张量积分模型变换法得到张量积分散 LQR 控制器, 实验验证该控制方法适用于倒立摆系统的实时控制。文献[45]为了稳定控制倒立摆系统的摆杆稳定状态, 运用了粒子群算法与人工鱼群算法对 LQR 控制器的参数进行优化, 验证采用该方法后倒立摆系统可以更快达到平衡状态。

(4) 自适应控制策略

自适应控制策略的目标是能够适应系统动态特性和参数变化, 以保持系统的性能和稳定性。这种控制策略通常用于处理复杂、时变或不确定的系统。文献[46]针对参数不确定的欠驱动倒立摆系统, 设计了自适应跟踪控制器, 并用 Lyapunov 法证明了自适应控制器的稳定性, 最后在实验平台上验证了该方法的可行性。文献[47]为了减少对倒立摆系统的控制中稳态误差的减少, 提出了一种自适应积分反步控制策略, 削弱了参数不确定性的影响, 有较好的抗扰性。文献[48]设计了一种参数自适应模糊 PI 控制器, 降低控制器的输入维数, 提高了控制器的控制性能, 可以使倒立摆系统在比较短的时间内稳定运行。

(5) 自抗扰控制

自抗扰控制 (Active Disturbance Rejection Control, ADRC) 是一种用于抑制系统扰动的控制策略。该方法的核心思想是通过引入一个自抗扰观测器, 实时地估计和抵消系统中存在的扰动, 从而提高系统对外部扰动的鲁棒性。文献[49-50], 采用 ADRC 控制策略对倒立摆系统进行控制, 并通过实验对比验证了 ADRC 控制倒立摆系统的优势。文献[51-52], 在 ADRC 中引入了智能算法对控制器参数进行迭代寻优, 然后对倒立摆系统进行控制, 有效地设定了控制器的参数, 提高了系统控制精度。文献[53-54], 在倒立摆系统 ADRC 控制的基础上进行了改进,

采用双 ESO 的形式可以实时观测台车位移和摆杆角度的摄动, 可以估计和补偿系统的总扰动误差。

1.2.3 自抗扰控制算法研究现状

自抗扰控制的概念是中国控制学者韩京清教授提出, 之后在这理论框架下经过不段发展, 创立的一种独立于被控过程模型的控制概念和方法。2002 年, 韩京清教授在文献[55]中从传统的 PID 控制原理出发, 分析其优缺点之后详细介绍了一种高品质新型控制器, 指出可以把非线性系统中的非线性函数当作控制系统的状态反馈效应, 并给出了非线性状态观测器的建立方法, 至此自抗扰控制技术掀起浪潮, 得到了广大学者和工程人士的追捧。根据前辈学者研究表明, 自抗扰控制是一种新的先进控制技术, 具有良好的工程应用潜力^[56]。ADRC 的巧妙之处在于它结合了传统 PID 控制策略以及现代控制理论的优势, 自抗扰控制器主要分为以下几部分^[57]:

(1) 跟踪微分器 (Tracking Differentiator, TD): 用于跟踪某个信号的微分值, 微分是对信号随时间的变化率进行测量, 因此跟踪微分器的作用是获取输入信号的微分信息, 克服噪声的影响。

(2) 扩张状态观测器 (Extended State Observer, ESO): 用于估计系统状态和未测扰动的高级观测器。其设计的主要目标是估计系统的状态, 包括系统的动态状态和未测扰动, 以提供对系统内部变量的精确估计。

(3) 非线性误差反馈控制率 (Nonlinear State Error Feedback Law, NLSEF): 根据跟踪微分器提取的信号和扩张状态观测器观测到的总扰动, 在系统反馈环节中引入非线性元素, 对误差信号进行组合, 以更好地适应复杂的系统动态和非线性特性。

ADRC 的特点在于将系统内外的未知状态视为总扰动, 并利用扩张状态观测器将其转化为新的状态变量, 随后根据被控对象的输入和输出对总扰动进行估计和补偿^[58]。这一创新的方法有效地提高了控制系统的性能, 使得控制器更为稳定和灵活。虽然 ADRC 对于解决复杂系统和非线性系统的控制问题有很好的效果, 但是传统的 ADRC 有一个需要解决的困难问题就是其待整定参数过多。2003 年, 高志强教授在文献[59]中将非线性控制器简化成为线性控制器, 同时采用带宽法对参数进行简易整定, 进一步推动了 ADRC 的发展。2004 年, 文献[60]中清华

大学针对异步电机的高性能控制问题,设计了 ADRC 控制器方案,将电机内部的耦合项和参数扰动视为总扰动进行观测补偿。2009 年,文献[61]进一步将 ADRC 应用到电子工业当中,通过了运动控制系统设计的性能要求。2014 年,文献[62]将 ADRC 应用到坦克炮控系统中,解决了坦克稳定器中存在传动间隙、摩擦强等问题。2018 年,文献[63]结合自适应控制率,设计了一种新型 ADRC 控制方案,提高了控制器的响应速度,减少了系统的超调量和受扰动的影响。2020 年,文献[64]针对舰炮随动系统对精度要求与抗扰能力的需求,设计了基于 ADRC 控制策略的舰炮随动控制器,并在各种干扰下进行控制精度测试与抗干扰能力测试,实验表明该方法可以有效提高系统的控制精度与稳定性。

近几年来,ADRC 因其具有强大的抗干扰性能使得它适用于多种对控制需求高的复杂环境下,逐渐成为处理复杂、时变、非线性系统控制的有效工具,涵盖了众多工程和科学领域。例如机器人技术^[65-66]、工业自动化^[67-68]、电力系统^[69-70]、航空航天^[71-72]、交通运输^[73-74]等等。显而易见,近年来自抗扰技术的研究备受关注,成为现代控制领域的焦点,自抗扰控制方法展示了一种可靠且高效的控制手段,尤其在处理复杂的非线性系统方面显示出巨大的潜力。

1.3 文章内容安排

本文主要针对一类欠驱动倒立摆系统对外界干扰抑制能力较差以及参数不确定因素,根据系统应用场景要求设计了基于改进型滑模自抗扰控制策略用于提高一类欠驱动系统的稳定控制以及抗干扰能力,并对其要求的性能进一步提升。首先,根据新的滑模趋近率设计了新型滑模跟踪微分器。考虑到传统 ADRC 只适用于单输入单输出系统,在该模型中使用两个滑模跟踪微分器分别获得给定位移和速度以及实际位移和速度。然后,为了解决传统 ADRC 中的非线性函数在 origin 附近光滑程度不高,容易引起震颤使得控制器性能不佳的问题,设计了一种新型非线性函数,增强了平滑性和收敛性。利用该新型非线性函数,设计了改进的欠驱动系统扩张状态观测器,优化了欠驱动系统的跟随误差能力。考虑到控制率部分参数值难以调节,采用粒子群优化算法对控制率部分的 4 个参数值进行优化。最后,将设计的改进型滑模自抗扰控制器应用于欠驱动直线一级倒立摆系统,并从响应速度、跟踪性能、抗扰能力多方面性能验证。本文的主要内容安排如下:

第一章,针对欠驱动系统,详细探讨了其在不同领域的应用场景以及国内外

研究的最新进展, 特别关注欠驱动倒立摆系统的控制方法和自抗扰控制技术的应用, 系统总结了当前研究的主要方向和实现情况, 以此引出了研究欠驱动直线一级倒立摆系统的课题背景与意义, 同时概述了本文的研究内容和整体框架。

第二章, 详细阐述了一类欠驱动直线一级倒立摆系统的工作原理, 介绍了欠驱动系统的相关物理量, 基于牛顿第二定律和拉格朗日法, 分别建立了小车和摆杆在水平和垂直方向上的平衡方程, 以及摆杆绕质心运动时摆杆力矩的平衡方程, 建立起欠驱动直线一级倒立摆系统的数学模型, 同时为了更好的研究控制欠驱动系统的控制性能, 建立了欠驱动系统驱动电机的数学模型, 并仿真分析了两种模型从而得出控制要求, 为后面的控制器设计奠定了基础。

第三章, 针对一类欠驱动直线一级倒立摆系统, 设计了四种经典控制算法, 分别采用 PID 复合校正、线性最优控制 LQR 算法、状态空间极点配置以及线性 ADRC 算法, 对欠驱动直线一级倒立摆系统进行了仿真实验研究, 对比分析了经典控制算法的优缺点。

第四章, 针对传统自抗扰控制器只适用于单输入单输出系统, 并且跟踪微分器提取信号不平滑和速度慢的问题, 提出了一种结合新型滑模趋近率的滑模跟踪微分器。其次针对传统自抗扰控制器中非线性函数在原点附近平滑性较差的问题, 设计了一种改进型非线性函数, 增强了平滑性和收敛性, 基于该新型非线性函数设计了改进型扩张状态观测器, 并总结了各模块参数整定的方法。同时将传统的非线性误差反馈控制率设计成误差组合的形式, 针对试凑法的繁琐, 引入粒子群智能算法对参数进行寻优。最后将改进型滑模自抗扰控制策略应用于欠驱动倒立摆系统, 实现了基于改进型滑模自抗扰控制的倒立摆系统的实时控制。

第五章, 构建欠驱动直线一级倒立摆系统实验平台, 将改进型滑模自抗扰控制策略应用于实验平台, 并与线性自抗扰控制策略从稳定性实验以及抗干扰性能实验进行实验对比, 实验结验证研究设计的改进型滑模自抗扰控制器具有更快的响应速度, 更优的跟踪精度和抗扰动性能, 可有效实现欠驱动直线一级倒立摆系统的稳定控制。

第六章, 主要分析了本文中存在的不足之处以及发展趋势, 并提出课题展望和下一步的工作计划。

各章节之间的架构关系如下图所示:

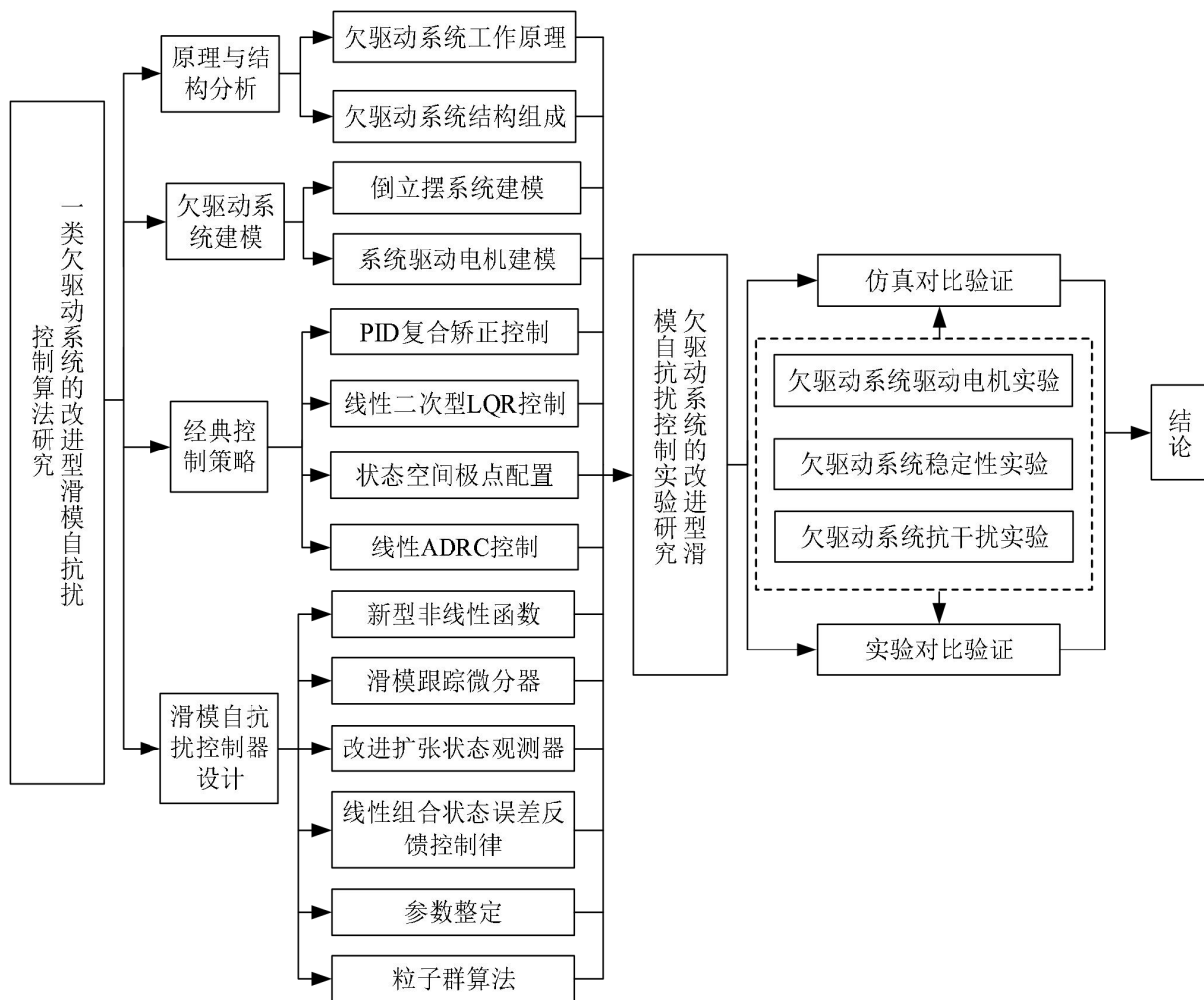


图 1-3 论文研究内容与结构图

第2章 欠驱动系统的总体设计及系统建模

2.1 引言

欠驱动直线一级倒立摆系统在摆杆垂直稳定控制方面具有很大的控制难度，该系统涉及到以下几个控制难点：

(1) 摆杆倒立稳定位置的不稳定平衡点：摆杆在垂直位置是不稳定平衡点，即稍有偏移就可能导致系统失去平衡，这使得在倒立位置维持稳定成为一个复杂的控制问题。

(2) 摆杆水平位置不可控：摆杆水平位置的控制受到一定的限制，由于系统的欠驱动性质，某些状态变量无法直接通过控制输入来调整，使得实现对水平位置的精确控制变得更为困难。

(3) 对扰动敏感：在摆杆处于倒立位置时，系统对外部扰动非常敏感，即使微小的扰动也可能导致系统失去平衡。这使得需要设计有效的控制策略来抑制扰动，保持系统稳定。

上述问题使得该系统的控制分为两个控制目标，一是摆杆处于垂直倒立平衡点的稳定，二是摆杆的平衡靠驱动电机带着小车进行位移调整，即对小车位移的控制。

本章首先介绍了欠驱动直线一级倒立摆实验系统，分析了实验系统结构，叙述了实验原理。为了更好的对系统进行深层次研究，从倒立摆数学模型为出发点，建立必要的系统模型与驱动电机模型，为后文验证控制策略的优越性提供前提条件。

2.2 欠驱动系统的总体设计与实验原理

2.2.1 欠驱动系统的总体设计

对于欠驱动直线电机一级倒立摆系统，为了实现精确的控制目标，常常借助合适的传感器来实时采集关键信息。这包括电机的位置信号和摆杆的角度信号。这些传感器通过高精度的测量，提供了系统状态的准确反馈。采集到的信号随后传递至控制系统，该系统通过特定的控制算法对这些信息进行处理。控制算法的选择通常取决于系统的具体要求和性能指标。在处理完这些信号后，控制系统生成相应的控制量，并将其传递给电机驱动器，电机驱动器根据控制量的指令来调整电机的工作状态，使小车得以左右移动。这个移动的过程旨在实现对摆杆的稳

定控制，使得摆杆能够保持在预定的倒立位置。同时，为了提高系统的可视化和监控性能，控制系统与人机交互软件进行通讯。通过这种通讯方式，控制系统将需要监测的变量传递至人机交互软件中，以进行直观的显示和实时存储。这使得操作人员能够清晰地观察系统的运行状况，并及时采取必要的调整。总体而言，欠驱动倒立摆控制系统采用了先进的传感器技术、精密的控制算法和高效的人机交互手段，以实现系统稳定性的精准控制和实时监测。系统原理框图如下图所示：

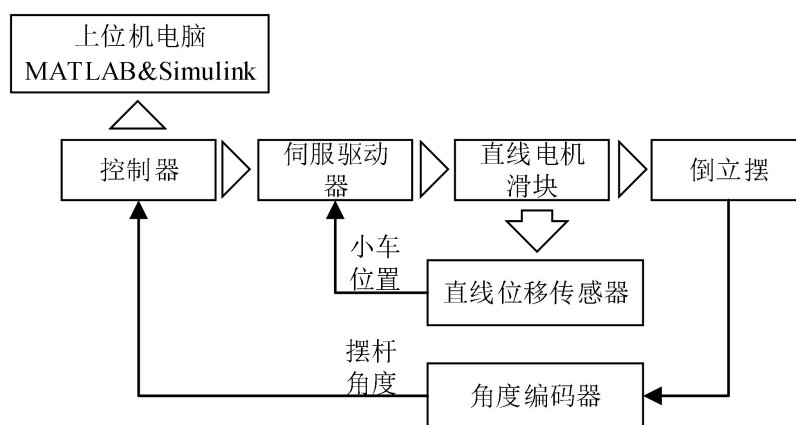


图 2-1 欠驱动系统的总体设计框图

2.2.2 编码器原理

旋转编码器是一种用于测量角度的传感器，在闭环系统中，大多采用光电式编码器用于测量角度，下图展示了光电增量编码器的工作原理。

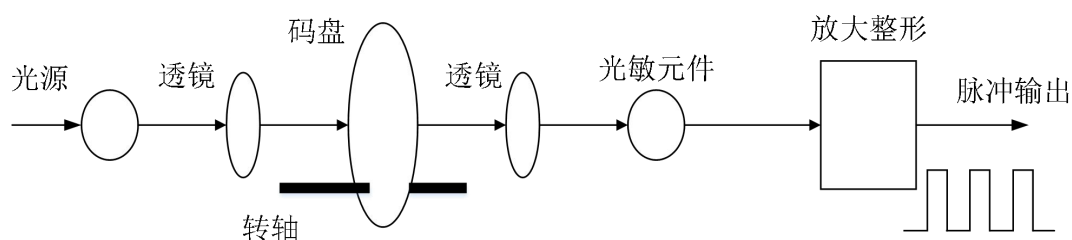


图 2-2 编码器原理

光电增量编码器包括发光元件、光电码盘、光敏元件和光电检测装置。它是一种传感器，能够将输出轴上的机械几何位移量转换成脉冲或数字信号。作为目前广泛应用的传感器之一，光电编码器的工作原理如下：编码盘上分布有光透过和光阻挡区域，当编码盘随着运动装置旋转或移动时，光线射到光电检测器上，

产生相应的电信号。这些信号随着运动装置的变化而变化，可以通过解码器转换为数字信号，从而确定运动装置的位置。

在增量式光电编码器中，光电码盘和光电检测装置一般布置成一对。光电检测装置检测到光信号的变化，并将其转换为脉冲信号输出。这些脉冲信号的频率和相位变化与被测装置的角度变化成正比关系。因此，通过测量脉冲信号的数量和频率，可以确定被测装置的旋转角度和速度。光电增量编码器具有结构简单、成本低廉、精度高等优点，因此在各种工业领域中被广泛应用于角度测量和位置控制等方面。

2.2.3 角度和位移的换算

1、对于线数为 n 的编码器，设信号采集卡倍频数为 m ，则角度 θ 与编码器脉冲的关系可以表示为：

$$\varphi = \frac{2\pi}{n \times m} N \quad (2-1)$$

其中， φ 为编码器转轴角， N 为编码器读数， $m=4$ ， $n=2500$

2、对于直线电机，使用光栅作为位移传感器来读取滑块的水平位置，转换关系通常可以表示为：

$$x = (P - P_0) \times 0.001mm \quad (2-2)$$

其中， x 为滑块的位置， P 为当前位移传感器读数， P_0 为位置为零时的位移传感器读数。

2.3 欠驱动系统数学建模

2.3.1 欠驱动一级倒立摆数学模型建立与分析

欠驱动直线一级倒立摆系统主要由摆杆、小车、驱动装置、传感器以及控制器等构成。欠驱动直线一级倒立摆系统的控制过程为传感器实时采集到系统的状态信息进行状态估计，然后根据系统当前的状态，控制器依照控制指令来作用驱动电机，驱动电机驱动滑块进行位置的及时调整，使得摆杆在垂直位置保持稳定的状态。为了后面更好的进行控制器设计，首先需要对被控系统的数学模型进行分析，通过建立系统的动力学方程，可以了解驱动装置、摆杆和小车之间的相互作用，以及外部环境对系统的影响，从而为系统的分析提供基础。欠驱动直线一级倒立摆系统参数符号定义见表 2-1。

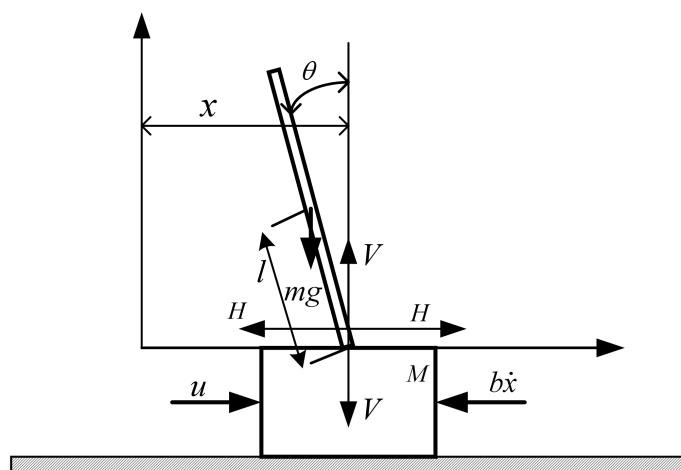


图 2-3 欠驱动倒立摆系统结构图

欠驱动倒立摆系统结构图如图 2-3 所示，其中 θ 是摆杆与竖直方向的夹角， u 是小车受到的推力， x 是小车的位移， V 是小车与摆杆在垂直方向上的作用力， H 是小车与摆杆在水平方向上的作用力。根据系统模型再做以下假设：(1)摆杆和滑块为刚体；(2)忽略空气阻力和摆杆与滑块轴承的摩擦力；(3)图示箭头所示方向为矢量正方向。在图 2-3 中，模型中的变量及其所代表的物理参数如下所表示。

表 2-1 欠驱动倒立摆系统参数

参数名称	符号	数值
滑块质量	M	1.35kg
摆杆质量	m	0.13kg
滑块速度阻尼系数	b	0.08
电机导轨长度	L	0.5m
摆杆转动轴到重心长度	l	0.2535m
摆杆围绕重心的转动惯量	I	0.5m
重力加速度	g	$2.8 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2$

摆杆围绕其重心的转动方程为：

$$I\ddot{\theta} = -Vl \sin \theta + Hl \cos \theta \quad (2-3)$$

摆杆重心的水平运动为：

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x - l \sin \theta) = H \quad (2-4)$$

摆杆重心的垂直运动为：

$$m \frac{d^2}{dt^2}(l \cos \theta) = V - mg \quad (2-5)$$

滑块的水平运动为：

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = u - b\dot{x} - H \quad (2-6)$$

因为要保持摆杆垂直，所以可以假设 $\theta(t)$ 和 $\dot{\theta}(t)$ 很小，使得 $\sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1$ ，并且 $\theta\dot{\theta}^2 = 0$ 。于是式(2-3)到式(2-5)可以被线性化。线性化后的方程为：

$$I\ddot{\theta} = -Vl\theta + Hl \quad (2-7)$$

$$m(\ddot{x} - l\ddot{\theta}) = H \quad (2-8)$$

$$0 = V - mg \quad (2-9)$$

式(2-6)代入到式(2-8)得：

$$(M + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta} + b\dot{x} = u \quad (2-10)$$

由式(2-7)到式(2-9)可以得到：

$$I\ddot{\theta} = -Vl\theta + Hl = -mgl\theta + l(m\ddot{x} - ml\ddot{\theta}) \quad (2-11)$$

整理后，连同式(2-10)构成一级倒立摆的动力学数学模型

$$\begin{cases} (I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\theta = ml\ddot{x} \\ (M + m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta} + b\dot{x} = u \end{cases} \quad (2-12)$$

(1) 传递函数方程：

对两式进行拉普拉斯变换，得：

$$\begin{cases} (I + ml^2)\phi(s)s^2 - mgl\phi(s) = mlX(s)s^2 \\ (M + m)X(s)s^2 - ml\phi(s)s^2 + bX(s)s = U(s) \end{cases} \quad (2-13)$$

将式(2-13)进行整理，可得一级倒立摆系统的传递函数为：

$$\frac{\Phi(s)}{X(s)} = \frac{mls^2}{(I + ml^2)s^2 - mgl} \quad (2-14)$$

代入下式，可得：

$$(M+m)\left[\frac{(I+ml^2)}{ml}-\frac{g}{s^2}\right]\phi(s)s^2+b\left[\frac{(I+ml^2)}{ml}-\frac{g}{s^2}\right]\phi(s)s-ml\phi(s)s^2=U(s) \quad (2-15)$$

整理后得，以电机推力作为输入的一级倒立摆系统的传递函数：

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{mls^2}{qs^4 + b(I+ml^2)s^3 - (M+m)mgl s^2 - bmgl s} \quad (2-16)$$

其中， $q = [(M+m)(I+ml^2) - (ml)^2]$

设电机加速度为 v ，则由公式(2-14)可得，以电机加速度作为输入的一级倒立摆系统的传递函数

$$\frac{\Phi(s)}{V(s)} = \frac{ml}{(I+ml^2)s^2 - mgl} \quad (2-17)$$

(2) 状态空间方程：

设系统的状态空间方程为：

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ Y = CX + Du \end{cases} \quad (2-18)$$

选取合适的状态变量，分别是小车的位移 x ，小车的速度 $\dot{x}$ ，摆杆的偏角 θ ，摆杆的角速度 $\dot{\theta}$ ，则状态向量为

$$X = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T \quad (2-19)$$

对式 2-12 和式 2-18 求解代数方程，得到如下解：

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = -\frac{bml}{(M+m)I + Mml^2}\dot{x} + \frac{(M+m)mgl}{(M+m)I + Mml^2}\theta + \frac{ml}{(M+m)I + Mml^2}u \\ \ddot{x} = -\frac{(I+ml^2)b}{(M+m)I + Mml^2}\dot{x} + \frac{m^2gl^2}{(M+m)I + Mml^2}\theta + \frac{(I+ml^2)b}{(M+m)I + Mml^2}u \end{cases} \quad (2-20)$$

整理后，可得到以电机推力为输入的一级倒立摆系统的状态空间方程：

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-b(I+ml^2)}{(M+m)I+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-bml}{(M+m)I+Mml^2} & \frac{(M+m)mgl}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(I+ml^2)}{I(M+m)+Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix} u \quad (2-21)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2-22)$$

由式(2-13)得:

$$\ddot{\theta} = \frac{3g}{4l}\theta + \frac{3}{4l}\ddot{x} \quad (2-23)$$

则以电机加速度 v 作为输入的一级倒立摆系统的状态空间方程:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3g}{4l} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{3}{4l} \end{bmatrix} v \quad (2-24)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} v \quad (2-25)$$

求解可得矩阵 A 和 B 的值为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 28.9941 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2.9586 \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

2.3.2 欠驱动一级倒立摆的 Matlab 仿真分析

根据前述对欠驱动倒立摆系统的建模，为验证所建立的模型的准确性，使用 MATLAB 搭建其数学模型，通过对系统的动态响应进行观察和分析，我们能够更全面地理解欠驱动倒立摆系统的运动特性，为进一步的控制算法设计和系统优化提供基础。输入幅值为 1 的脉冲信号，滑块位置和摆杆角度的响应曲线分别如图 2-4 和 2-5 所示。

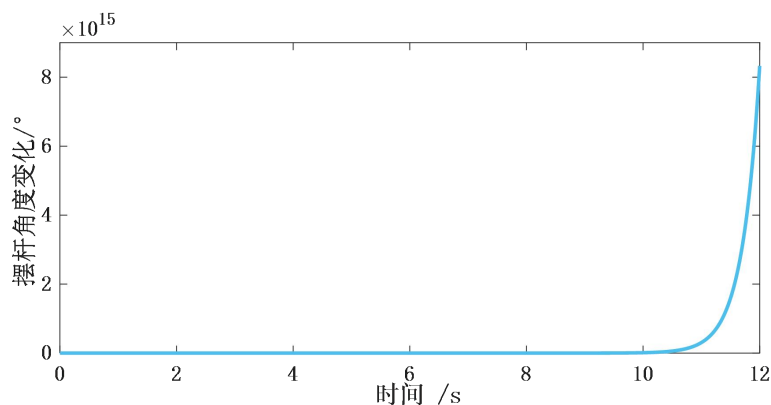


图 2-4 摆杆角度输出响应曲线

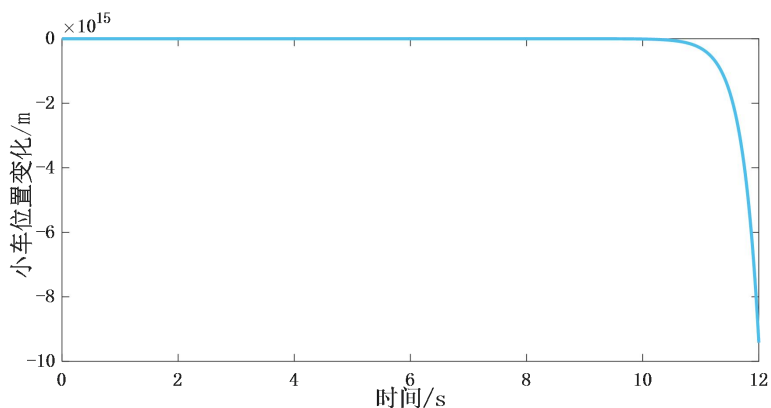


图 2-5 小车位移输出响应曲线

通过对单位阶跃响应的观察，可以明显地看出系统的不稳定性。在该响应作用下，滑块位置和摆杆角度都呈现出发散的趋势，这说明系统的动态行为可能导致无法有效地维持所需的稳定状态，需要进一步的设计控制策略或者调整参数，以提高其稳定性和对外部干扰的鲁棒性。

2.4 欠驱动系统驱动电机建模

在本研究中,为了进一步提高欠驱动一级直线倒立摆系统的控制精度,研究欠驱动系统驱动电机的控制精度对于验证一级直线倒立摆控制的准确性至关重要,因为欠驱动一级直线倒立摆的摆杆和小车的运动都受到驱动电机进行控制,而驱动电机位置控制的精度直接影响对欠驱动一级直线倒立摆的控制精度,于是对欠驱动一级直线倒立摆系统的研究在某种程度上转变为对驱动电机的研究,因此需要对交流伺服电机进行建模研究。这一研究将深入探讨伺服电机位置控制的各个方面,包括响应速度、准确性、稳定性等指标。

2.4.1 驱动电机建模分析

本论文以欠驱动一级直线电机倒立摆系统为控制对象,其系统是在永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)基础上建立的。PMSM 通常与旋转运动有关,而不是直接与直线运动有关。然而,可以通过将 PMSM 与滑轨结合使用,实现直线运动,从而构成直线电机系统。滑块承载着摆杆和角度编码器,当 PMSM 运动时,滑块可以在导轨上同步运动。

PMSM 通常具有较高的效率,能够将电能有效地转换为机械能。这有助于减少能源消耗和提高系统性能。它以高速、高加速、高精度为特点,最大行程没有受到限制,具有广泛的应用前景。由于 PMSM 内部的永磁体,无需外部励磁,简化了系统结构,提高了稳定性。在本系统中,我们采用的 PMSM 主要性能指标包括最大速度为 1m/s、最大加速度为 40m/s²、额定推力为 30N、峰值推力为 60N、分辨率为 1 μ m 等。

为了更有效地控制和分析 PMSM,本文采取了对 PMSM 模型的理想化处理。通过坐标变换,将 PMSM 从三相静止坐标系转换为两相静止坐标系,然后再从两相静止坐标系变换到两相旋转坐标系,从而建立了基于两相旋转坐标系的数学模型。

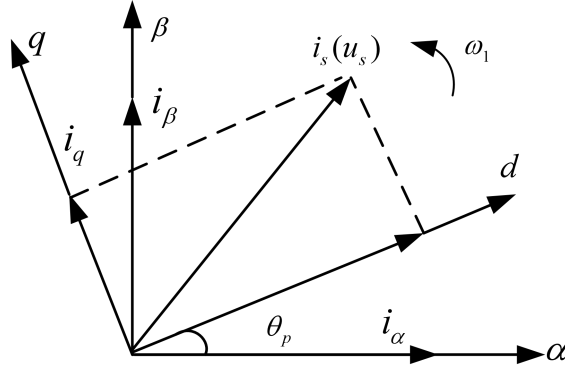


图 2-7 2s/2r 坐标变换示意图

图 2-7 为 $\alpha\beta$ 和 dq 两个坐标变换示意图，即旋转和静止坐标系在空间上的相位关系。其中 θ_p 为 $\alpha\beta$ 坐标系中 α 轴和 dq 坐标系中 d 轴之间的夹角； ω_1 为 dq 坐标系相对于 $\alpha\beta$ 以旋转角速度。

将静止坐标系转换到旋转坐标系的变换，称为 Park 变换，反之，可以得到 iPark 的公式，即 Park 逆变换。分析图 2-7 中所示关系，可以得到 $\alpha\beta$ 到 dq 变换公式可如下表述：

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_p & -\sin \theta_p \\ \sin \theta_p & \cos \theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

同理，可得 Park 逆变换公式：

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \sin \theta_p \\ -\sin \theta_p & \cos \theta_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

同样的，可得 abc 到 dq 的转换关系，如式(2-30)所示。

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta_p & \cos(\theta_p - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_p - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin \theta_p & -\sin(\theta_p - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_p - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

其逆变换公式如式(2-31)：

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_p & -\sin \theta_p \\ \cos(\theta_p - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_p - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_p - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta_p - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

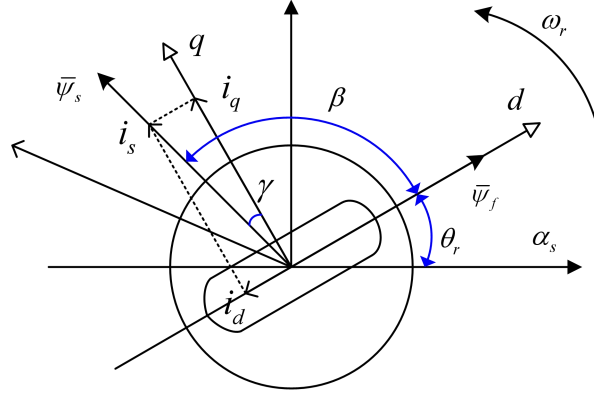


图 2-8 永磁同步电机 d-q 坐标系图

dq 旋转坐标系下的电压方程和磁链方程，以及转矩方程为：

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_r \psi_q \\ u_q = R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_r \psi_d \end{cases} \quad (2-32)$$

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f \\ \psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2-33)$$

$$T_e = \frac{3}{2} p (\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3}{2} p [\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q] \quad (2-34)$$

其中， ω_e 为相对于电动机实际定子的角速度； L_q ， L_d 为定子 d 、 q 轴电感； u_d ， u_q 为定子 d 、 q 轴电压； i_d ， i_q 为转子 d 、 q 轴电流； ψ_d ， ψ_q 为定子 d 、 q 轴磁链； ω 为角速度； n_p 为极对数； T_L 为负载转矩； J 为转动惯量。

运动方程为：

$$T_e - T_L - B_r \omega_m = J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2-35)$$

一般情况下，我们常用的表贴式的永磁同步电机中 $L_q = L_d$ ，故上述的电磁转矩公式可简化为 $T_e = \frac{3}{2} p \psi_f i_q$ 。综合分析，若想改变永磁同步电动机的电磁转矩大小，仅仅需要对定子 dq 轴的电流分量进行相应调节。

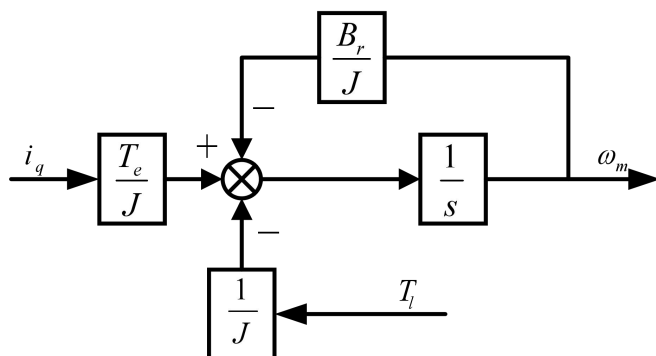


图 2-9 永磁同步电机动态特性结构图

2.4.2 驱动电机的 Matlab 仿真验证

为了验证系统模型的合理性，使用 MATLAB 进行仿真模拟，在仿真中输入一个正弦信号，其幅值为 1，频率为 1Hz。仿真结果如图 2-10 所示。通过观察图表，可以清晰地看到系统的输出信号与输入信号的变化趋势基本一致。这说明在仿真环境中，系统对于给定的正弦输入信号做出了相应的响应，并且模拟结果与期望值相符。

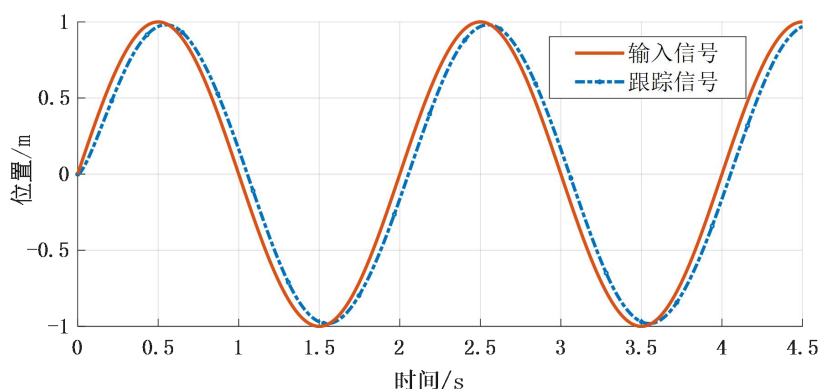


图 2-10 永磁同步电机位置角响应曲线

2.5 本章小结

本章首先详细介绍了欠驱动直线一级倒立摆系统的总体组成，包括摆杆、角度编码器、控制器、驱动电机以及人机交互软件等，这一系统采用永磁同步电机作为驱动力源，使小车得以移动。光电编码器负责传输小车的位置信号，旋转编码器传输摆杆的角度信息，通过控制指令对驱动电机位置及时调整，系统能实现摆杆和小车的稳定控制效果。接着对欠驱动倒立摆系统进行数学建模，考虑到该系统的运动是由驱动电机进行控制的，而对于驱动电机控制效果的优良直接决定了倒立摆系统的稳定效果，所以对驱动电机也建立了相应数学模型，并通过仿真验证了倒立摆系统与驱动电机建模的有效，为后续的仿真和实验章节奠定了基础。

第3章 欠驱动系统的经典控制方法设计与实现

3.1 引言

欠驱动系统是指系统控制的输入数目小于系统自由度的一类非线性系统，由于欠驱动系统具有非线性、参数摄动、易受干扰、结构简单、轻重低功耗等特点，又广泛应用于国防军事、航空航天、地质勘测等领域，至今仍是国内外控制领域学者关注的重点，不断推动着控制科学的发展进程。

本章聚焦于欠驱动倒立摆系统的研究，从PID复合校正法、LQR控制算法、状态空间极点配置方法以及线性ADRC四个控制策略入手，目的是为了深入了解、分析欠驱动直线一级倒立摆系统，为后续改进自抗扰控制策略的设计提供了分析的基础。

3.2 PID 控制

在工程实际应用中，最常用的控制调节器是PID（比例、积分、微分）控制，简称为PID控制或PID调节^[75]。PID控制器结构简单，内部参数便于调节，而且对于系统的精确模型要求不高，因此在工业控制中被广泛采用，成为主要的控制技术之一。

3.2.1 PID 控制基本原理及分析

PID控制器是由比例、积分和微分三个部分组成的线性组合控制器。其控制的基本原理是通过测量系统输出与期望参考值之间的误差，根据比例、积分和微分的控制部分，调整控制器的输出，以实现对系统稳定性和性能的调节。

在PID控制中，核心是对PID控制器的参数进行调整。选择合适的PID参数整定方法取决于系统的特性、控制经验水平以及实际应用的需求。PID控制器参数的整定方法主要分为理论计算得到的参数整定方法和工程实践中的在线调试整定方法。在理论计算方法中，常见的有频域分析法^[76]、最小二乘法^[77]、Ziegler-Nichols法^[78]等。在工程整定方法中，常见的有衰减法^[79]、临界比例法^[80]等。PID控制器根据控制系统的给定值 $rin(t)$ 与实际输出值 $yout(t)$ 构成控制偏差：

$$error(t) = rin(t) - yout(t) \quad (3-1)$$

PID控制规律为：

$$u(t) = K_p(error(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t error(t)dt + \frac{T_d derror(t)}{dt}) \quad (3-2)$$

写成传递函数的形式为：

$$G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (3-3)$$

其中， K_p 为比例系数， T_i 为积分时间常数， T_d 为微分时间常数

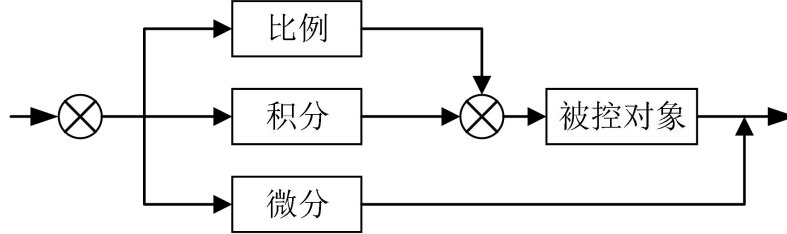


图 3-1 PID 控制原理图

3.2.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 PID 复合校正控制仿真实验

在控制系统中，将滑块位移输出看作一种扰动，可以采用前馈控制策略来抵消这种扰动。前馈控制的基本思想是在系统输入端引入一个预先计算的补偿信号，以抵消扰动对系统性能的影响，从而提高系统的稳定性和鲁棒性。在欠驱动直线电机一级倒立摆系统中，这种前馈补偿可以被看作是一种按扰动补偿的复合控制系统。图 3-2 清晰地展示了这一控制策略的结构，其中前馈补偿与传统的反馈控制相结合，共同作用于系统。

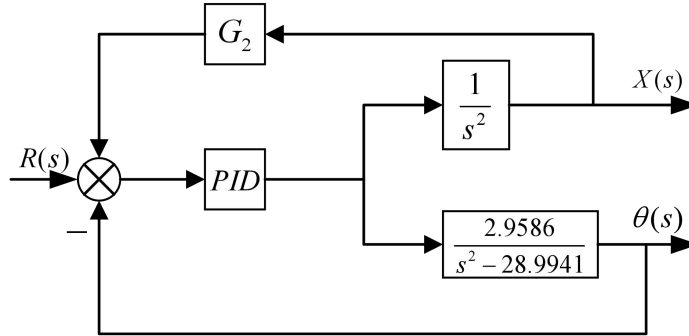


图 3-2 PID 复合校正控制结构图

作如下假设：

$$G_1(s) = PID_1 = k_1 + k_2 s + \frac{k_3}{s} \quad (3-4)$$

$$G_2(s) = \frac{s+d}{s+f} \quad (3-5)$$

$$G_3(s) = \frac{n}{s^2 - m} \quad (3-6)$$

$$G_4(s) = \frac{1}{s^2} \quad (3-7)$$

则上图所示结构图闭环传递函数为：

$$\begin{cases} R(s) + X(s)G_2(s) - \theta(s)G_1(s)G_3(s) = \theta(s) \\ (R(s) + X(s)G_2(s) - \theta(s))G_1(s)G_4(s) = X(s) \end{cases} \quad (3-8)$$

$$\begin{cases} \frac{X(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_3(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s)} \\ \frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s)} \end{cases} \quad (3-9)$$

其中：

$$G_1(s)G_4(s) = \frac{k_p s + k_i s + k_d}{s^3} \quad (3-10)$$

$$G_1(s)G_3(s) = \frac{n(k_p s + k_i s^2 + k_d)}{s^3 - ms} \quad (3-11)$$

$$1 + G_1(s)G_3(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) = \frac{a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + a_5 s + a_6}{s^6 - ms^4} \quad (3-12)$$

其中：

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = f - k_i + nk_i \\ a_2 = nk_p - m - dk_i - k_p + nfk_i \\ a_3 = nk_d - dk_p - fm - k_d + nfk_p + mk_i \\ a_4 = mk_p - dk_d + mdk_i + nfk_d \\ a_5 = mdk_p + mk_d \\ a_6 = mdk_3 \end{cases} \quad (3-13)$$

使用 MATLAB 的 M 代码，通过实验得到相应的 k_p, k_i, k_d 参数值。通过试凑法，设定 d 和 f 的参数，使劳斯表的第一列各项为正数。这样，可以反向确定 d 和 f 的参数。从劳斯判据可知，系统的稳定性充分必要条件是劳斯表中第一列各项均为正。

$$\begin{aligned} k_p &= 200, k_i = 10, k_d = 1090 \\ d &= 1, f = 5 \end{aligned} \quad (3-14)$$

此时满足系统稳定性要求。

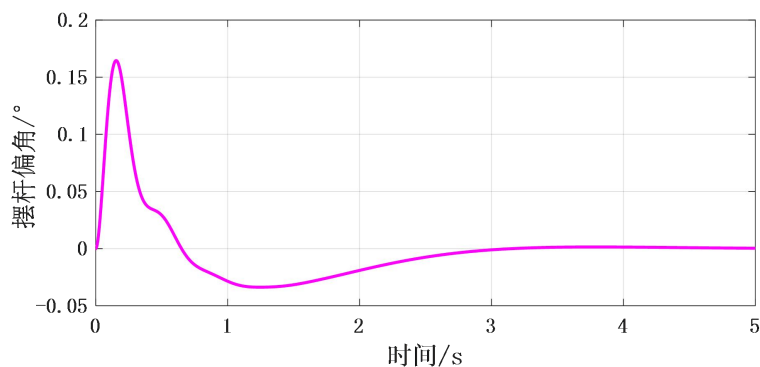


图 3-3 PID 控制摆杆角度响应曲线

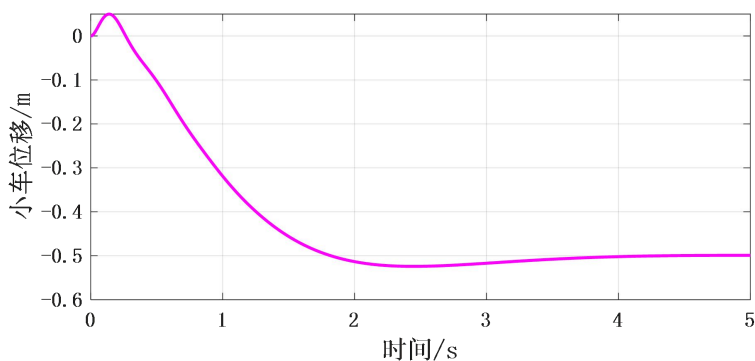


图 3-4 PID 控制小车位移响应曲线

从上图可以观察到，在系统运行初期，位移输出经历一些振荡后逐渐趋于平衡点，表明系统在面对外部扰动后能够迅速恢复到稳定状态。角度输出经过大约 4 秒的振荡后稳定于平衡点，这说明系统在一定时间内能够消除初始的扰动，保持在平衡位置，表现出良好的稳定性。引入阶跃信号后，系统迅速响应并在一段时间后将滑块和摆杆恢复到初始位置，这展示了系统对外部输入信号的迅速适应和恢复能力。通过这些观察和分析，我们可以得出欠驱动直线电机一级倒立摆系统在不同条件下表现出的稳定性，为系统的控制和进一步优化提供了重要的参考信息。

3.3 LQR 控制

在控制理论和工程应用领域，寻求有效的、优越性能的控制策略一直是研究的重要方向。LQR 是一种经典而强大的技术，最优指的是在特定条件下，完成系统所需各种控制任务并实现某种性能指标的最佳值，因此该方法广泛应用于各种工程系统的稳定性和性能优化问题。

3.3.1 LQR 控制基本原理及分析

最优控制是选择最佳控制策略，以使系统按照预定要求运行，并使某一性能指标达到最小或最大值。其原理是在系统的数学模型基础上，通过适当的控制律设计，调整系统的状态，使其在给定约束条件下实现最佳性能，这种控制方法在工程领域中被广泛应用，以提高系统的效率和性能。

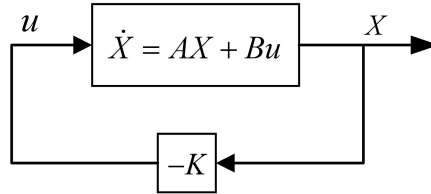


图 3-5 最优控制原理图

LQR 的控制规律解析性地表达为状态变量的线性函数，因此通过状态反馈即可实现闭环控制，二次型性能指标一般形式如下：

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)] + \frac{1}{2} x^T(t_f)Fx(t_f) \quad (3-15)$$

上式中， Q 、 R 和 F 分别代表 $n \times m$ 维半正定状态加权矩阵、 $r \times r$ 维正定控制加权矩阵和 $n \times n$ 维半正定终端加权矩阵，它们在工程实践中具有重要作用。在这些对称矩阵中， Q 和 R 通常是对角矩阵。 Q 矩阵的元素增加会增加相应状态变量的响应权重，加快其他状态变量的响应速度；而 R 矩阵的元素增加会增加控制力的作用权重，从而需要更大的控制力。通常情况下，控制权重 R 值被设定为固定值，通过调整 Q 矩阵来优化控制性能。

欠驱动倒立摆系统作为线性时不变系统，其状态方程模型为：

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX + Du \end{aligned} \quad (3-16)$$

引入最优控制的性能指标，即设计一个输入量 $u(t)$ ，使得下式最小：

$$J = \frac{1}{2} \int [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)] dt \quad (3-17)$$

Q 和 R 分别为状态变量和输入变量的加权矩阵。当系统运行过程中突然受到外部干扰导致不能保持在零状态现象时，最优控制即指给定何种控制信号 U 才能使得系统重新维持在零状态下，同时使性能指标 J 达到最小值。根据线性二次型最优控制理论，要使 J 最小化，控制信号应为：

$$u(t) = -R^{-1}B^T P(t)x(t) = -Kx(t) \quad (3-18)$$

式中 $P(t)$ 是黎卡提 (Riccati) 方程的解, K 是线性最优反馈增益矩阵。这时只需求解黎卡提代数方程:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3-19)$$

获得 P 值以及最优反馈增益矩阵 K 值:

$$K = R^{-1}B^T P = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^T \quad (3-20)$$

3.3.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 LQR 控制仿真实验

在设计欠驱动直线一级倒立摆系统的控制器时, 使用 LQR 性能指标来确保摆杆稳定在特定区域, 考虑到倒立摆系统的运行特性, 优先调整摆杆角度, 然后再对滑块位置进行控制。因此在选择加权矩阵 Q 和 R 时, 需要满足上述控制标准, 通过仿真分析来确定适当的加权矩阵:

$$Q = \text{diag}[100, 80, 1], R = [1] \quad (3-21)$$

利用 MATLAB 中函数编程求得最优反馈增益矩阵的值为 $k_1 = -18.2575$, $k_2 = -13.3798$, $k_3 = 56.9510$, $k_4 = 10.6901$, 得到欠驱动倒立摆输出的相应曲线如图 3-6 和 3-7 所示:

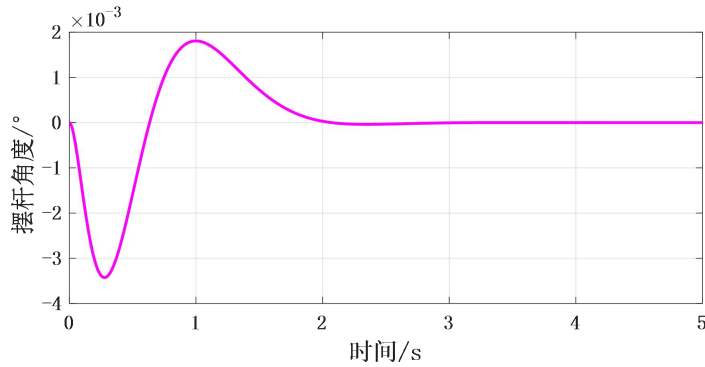


图 3-6 最优控制摆杆角度响应曲线

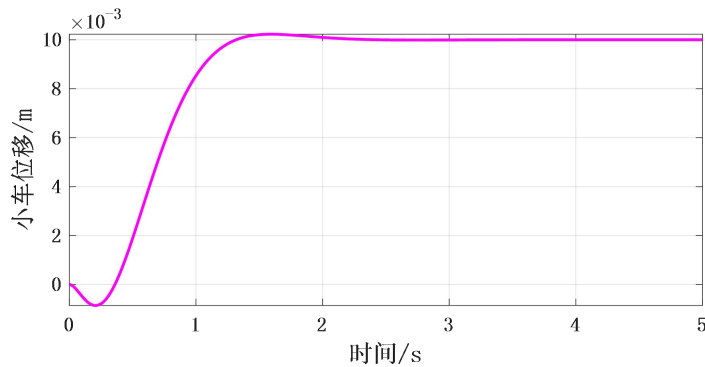


图 3-7 最优控制小车位移响应曲线

从图 3-7 中可见, LQR 控制欠驱动倒立摆系统的摆杆角度和小车位移都能够 在 3 秒内稳定下来, 控制过程整体运动表现平缓。通常情况下, 如果增加 R , 使得控制力减小的同时伴随角度变化也减小, 最终减缓跟踪速度。如果矩阵 Q 中某元素相对增加, 与之相关的状态变量响应速度也会随之加快, 而其他变量的响应速度则会相对减缓。例如, 如果 Q 中与角度有关的元素增加, 角度变化速度减小, 而位移的响应速度也减缓; 反之, 如果 Q 中与位移有关的元素增加, 位移的跟踪速度加快, 而角度的变化幅度增大。当系统受到扰动时, 摆杆会迅速摆动, 然后迅速回到垂直位置, 小车能够迅速达到新的指定位置。

3.4 状态空间极点配置

状态空间极点配置方法是一种用于设计控制系统的技术, 旨在通过设计状态反馈控制器来将系统的闭环极点放置在期望的位置上, 以实现所需的动态性能和稳定性。该方法的核心思想是通过调整控制器的参数, 使系统的状态响应满足特定的性能指标, 如快速响应、稳定性和抗干扰能力。

3.4.1 状态空间极点配置基本原理及分析

极点配置法通过设计状态反馈控制器, 将多变量系统的闭环系统极点配置在期望的位置上, 以满足瞬态和稳态性能指标:

$$\dot{X} = AX + Bu \quad (3-22)$$

式中, X 为 n 维状态向量, A 为 $n \times n$ 常数矩阵, B 为 $n \times 1$ 常数矩阵, u 为控制向量。

选择控制信号如下:

$$u = -KX \quad (3-23)$$

求解上式, 得到:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (3-24)$$

方程的解为:

$$x(t) = e^{(A-BK)t} x(0) \quad (3-25)$$

从上式可以看出如果系统状态完全可控, 选择合适的 K 值, 对于任意的初始状态, 当 t 趋于无穷的时候, 都可以使得 $x(t)$ 趋于 0。

状态反馈闭环控制原理如图 3-8 所示:

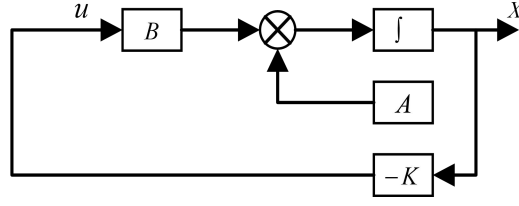


图 3-8 状态反馈闭环控制原理图

极点配置主要步骤：

(1) 检验系统可控性条件；

(2) 根据矩阵 A 的特征多项式 $|sI - A| = s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n$ 来确定 $a_1, a_2, \dots, a_n$

的值；

(3) 确定使状态方程变为可控标准型的变换矩阵 $T = MW$ ，其中，M 为可控性矩阵：

$$M = [B : AB : A^{n-1}B] \quad (3-26)$$

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

(4) 根据所期望的特征值，写出期望的多项式：

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \cdots (s - \mu_n) = s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n \quad (3-28)$$

(5) 状态反馈增益矩阵 K 由以下方程确定：

$$K = [a_n - a_n : a_{n-1} - a_{n-1} : \cdots : a_2 - a_2 : a_1 - a_1] T^{-1} \quad (3-29)$$

3.4.2 欠驱动直线一级倒立摆系统状态空间极点配置仿真实验

(1) 检验系统可控性

由 2.3.1 节中得到欠驱动直线一级倒立摆的状态空间模型，以小车加速度作为输入的系统状态方程为：

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 28.9941 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2.9586 \end{bmatrix} u \quad (3-30)$$

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3-31)$$

即：

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 28.9941 & 0 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2.9586 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3-32)$$

系统经可控性分析后，状态完全可控性矩阵的秩与系统状态维数都为 4，输出完全可控性矩阵的秩与系统输出向量维数都为 2，故系统可控。

(2) 计算特征值

根据要求，并留有一定的裕量，设调整时间为 2 秒，选取期望的闭环极点：

$$s = \mu_i (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3-33)$$

其中， $\mu_1 = -10, \mu_2 = -10, \mu_3 = -2 + j2\sqrt{3}, \mu_4 = -2 + j2\sqrt{3}$ ， μ_3, μ_4 是一对具有 $\zeta = 0.5, \omega_n = 4$ 的主导闭环极点， μ_1, μ_2 位于主导闭环极点的左边，因此影响较小，因此期望的特征方程为：

$$\begin{aligned} (s - \mu_1)(s - \mu_2)(s - \mu_3)(s - \mu_4) &= (s + 10)(s + 10)(s + 2 - j2\sqrt{3})(s + 2 + j2\sqrt{3}) \\ &= s^4 + 24s^3 + 196s^2 + 720s + 1600 \end{aligned} \quad (3-34)$$

进而可以得到如下值：

$$\alpha_1 = 24, \alpha_2 = 196, \alpha_3 = 720, \alpha_4 = 1600 \quad (3-35)$$

由系统的特征方程：

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & 0 & -28.9941 & s \end{vmatrix} = s^4 - 28.9941s^2 \quad (3-36)$$

计算求得结果为： $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -28.9941, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = 0$

系统的反馈矩阵为： $K = [\alpha_n - \alpha_n : \alpha_{n-1} - \alpha_{n-1} : \dots : \alpha_2 - \alpha_2 : \alpha_1 - \alpha_1] T^{-1}$

(3) 确定使得状态方程变为可控标准型的变换矩阵 T

$$T = MW \quad (3-37)$$

其中：

$$M = [B : AB : A^2B : A^3B] \quad (3-38)$$

$$W = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 & 1 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 1 & 0 \\ \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -28.9941 & 0 & 1 \\ -28.9941 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-39)$$

所以：

$$T = MW = \begin{bmatrix} -28.9941 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -28.9941 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2.9586 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.9586 \end{bmatrix} \quad (3-40)$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} -0.0345 & 0 & 0.0117 & 0 \\ 0 & -0.0345 & 0 & 0.0117 \\ 0 & 0 & 0.3380 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3380 \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

(4) 求得状态反馈增益矩阵 K 为：

$$\begin{aligned} K &= [\alpha_4 - \lambda_4 : \alpha_3 - \lambda_3 : \alpha_2 - \lambda_2 : \alpha_1 - \lambda_1] T^{-1} \\ &= [-55.1836 \quad -24.8326 \quad 94.6994 \quad 16.5053] \end{aligned} \quad (3-42)$$

得到控制量：

$$u = -KX = 55.1836x + 24.8326\dot{x} - 94.6994\theta - 16.5053\dot{\theta} \quad (3-43)$$

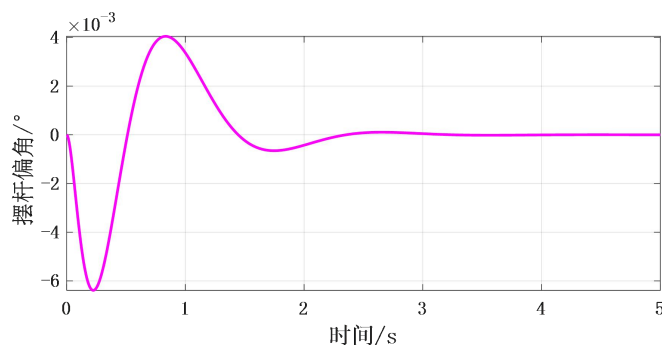


图 3-9 状态反馈闭环控制摆杆角度响应曲线

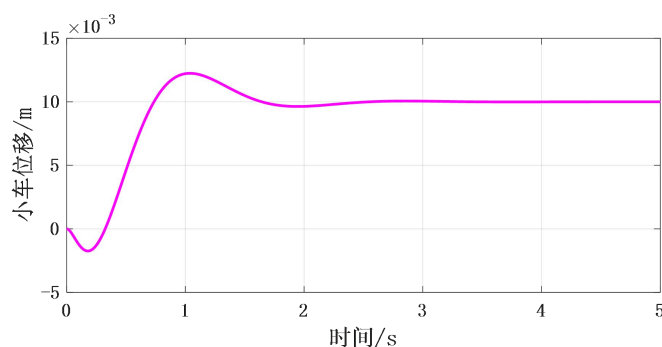


图 3-10 状态反馈闭环控制小车位移响应曲线

可以看出,在存在干扰的情况下,系统在 3 秒内基本上可以恢复到新的平衡位置,系统的调整时间短,超调量小。

3.5 LADRC 控制

ADRC 是一种有效应对外部干扰的控制策略。该方法通过引入一个估计器来估计和抵消系统中的各种不确定因素和外部扰动,从而实现对系统的精确控制。这种控制方法是由韩京清教授结合了经典控制理论和线性控制理论的特点而提出的,与传统的 PID 控制方法相比,ADRC 摒弃了其缺点发言了其控制精髓,能够更好地处理非线性系统和时变系统,并且对于系统模型不准确的情况也有很好的鲁棒性。

3.5.1 LADRC 控制基本原理及分析

线性自抗扰控制器(Linear Active Disturbance Rejection Controller, LADRC)在 ADRC 基础上进行了参数优化配置,它结合了 ADRC 控制理论与线性控制理论的特点,以适应模型独立系统的特性。该控制方法将 PID 带宽调制和线性扩张状态观测器(Linear Extended State Observer, LESO)相结合来补偿系统的扰动。

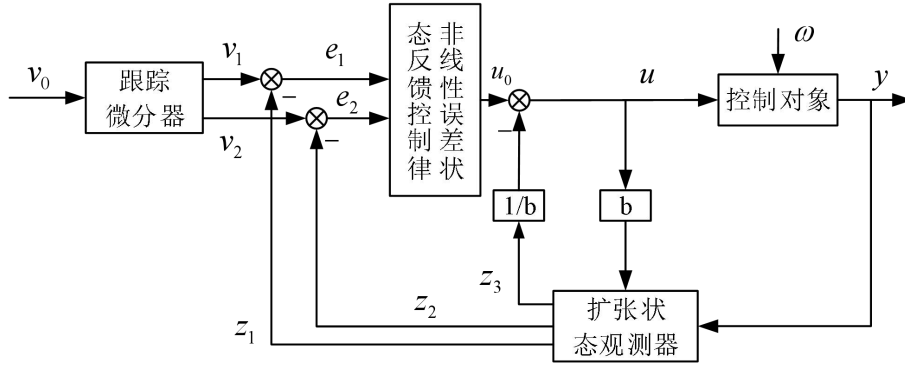


图 3-11 自抗扰控制结构图

根据参考文献[81]的控制器设计方法,对 LADRC 的性能及稳定性进行研究。假设被控对象为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, \omega(t)) + (b - b_0)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3-44)$$

上式中, f 为未知的函数; ω 为外部的总扰动; b 为系统的未知量; b_0 是系统的已知量。自抗扰控制器消除扰动的基本思想就是获取所有扰动的估计值 $\tilde{f}$, 根据控制率:

$$u = \frac{(-\tilde{f} + u_0)}{b_0} \quad (3-45)$$

利用控制率来补偿系统的控制输入,进而抑制系统的总扰动。如果将作用于开环系统的所有扰动的实时作用量扩展为系统的状态变量 x_3 , 可表示为如下:

$$x_3(t) = f(x_1, x_2, w(t)) + (b - b_0)u \quad (3-46)$$

假设 $\dot{x}_3 = \alpha(t)$, 则采用线性自抗扰方法进行系统控制器设计,跟踪微分器使用一般线性跟踪微分器:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + hx_2(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + h(-r^2(x_1(k) - v_0(k)) - 2rx_2(k)) \end{cases} \quad (3-47)$$

其中, h 为采样步长, r 为决定跟踪快慢的变量参数。

ESO 采用 LESO 的形式设计:

$$\begin{cases} \dot{z} = \tilde{A}z + \tilde{B}u \\ y = \tilde{C}z \end{cases} \quad (3-48)$$

其中,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -3w_0 & 1 & 0 \\ -3w_0^2 & 0 & 1 \\ -w_0^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & 3w_0 \\ b & 3w_0^2 \\ 0 & w_0^3 \end{bmatrix} \quad (3-49)$$

控制率：

$$u = \frac{u_0 - z_3}{b_0} \quad (3-50)$$

如果忽略 z_3 的影响，则被控系统转换为如下形式：

$$\ddot{y} = (f - z_3) + u_0 \approx u_0 \quad (3-51)$$

则带宽调制 PID 控制规律为：

$$u_0 = K_p(r - z_1) - K_d z_2 \quad (3-52)$$

这样，通过对 TD，LESO，LSEF 分别进行独立设计，线性自抗扰控制器已经设计完成。

3.5.2 欠驱动直线一级倒立摆系统 LADRC 控制仿真实验

如图 3-12 所示为 LADRC 的控制系统原理框图，该控制器与传统 ADRC 的结构类似，与图 3-11 不同之处在于该控制策略省去了传统 ADRC 中的非线性函数，TD 和 ESO 都采用了线性的方法进行设计，状态反馈控制率采用了带宽调节 PID 配置的方法，此类控制策略相比于传统 ADRC 易于进行参数调节。下面采用 LADRC 控制方法对欠驱动倒立摆系统的控制进行设计：

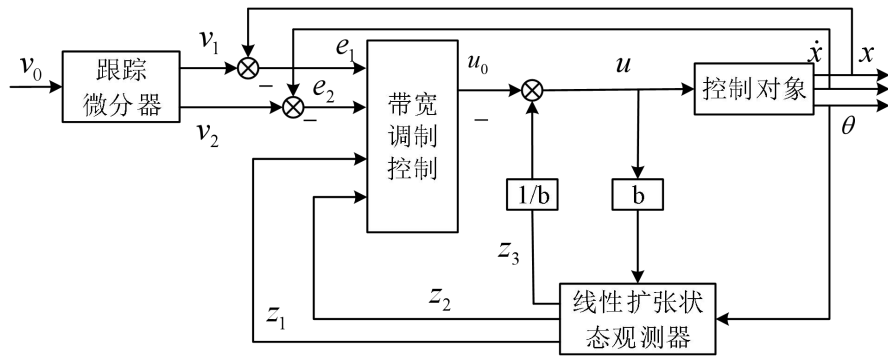


图 3-12 线性自抗扰控制结构图

(1) 跟踪微分器的设计

跟踪微分器能够提取系统的输入信号和输出信号，同时对其进行适当的处理。通过跟踪微分器，可以获取系统的参考输入和实际输出，为小车位置变化安排合适平稳的过渡过程。该系统设计的线性跟踪微分器如下所示：

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2 \\ \dot{v}_2 = -2.7r_1v_2 - r_1^3(v_1 - v_0) \end{cases} \quad (3-53)$$

式中, v_0 是小车的实际位移, v_1 是 v_0 的安排过渡过程即小车位移的跟踪值, v_2 近似 v_1 的微分即小车速度估计值, r_1 为可调参数。

(2) 控制率设计

$$\begin{cases} u_0 = l_1z_1 + l_2z_2 + l_3(x_1 - v_1) + l_4(x_2 - v_2) \\ u = (u_0 - z_3) / b_0 \end{cases} \quad (3-54)$$

式中 l_1, l_2, l_3, l_4 是控制器的增益, 以线性组合的形式实现对四个控制变量的控制, b_0 为系统的补偿因子, 用于实现系统的误差和扰动的补偿。

(3) 扩张状态观测器的设计

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 e + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 e \end{cases} \quad (3-55)$$

其中, b_0 为系统输入的补偿值, 为扩张观测器的增益参数采样步长值。

完成系统参数的配置如表 3-1 所示, 建立系统仿真程序。

表 3-1 LADRC 参数配置表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
名称	β_1	β_2	β_3	l_1	l_2	l_3	l_4	b_0	r	v_0
值	220	7800	12500	-65	-10	15	8	2	70	1

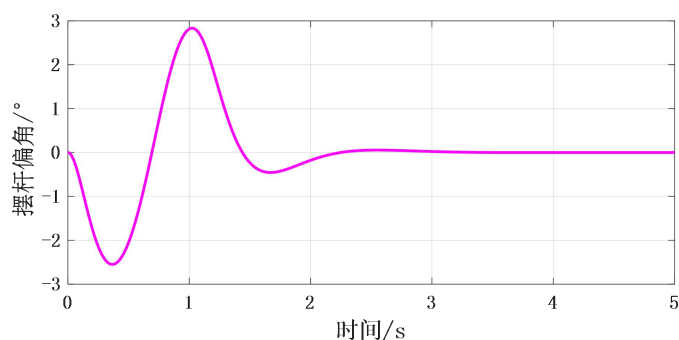


图 3-13 LADRC 控制摆杆角度响应曲线

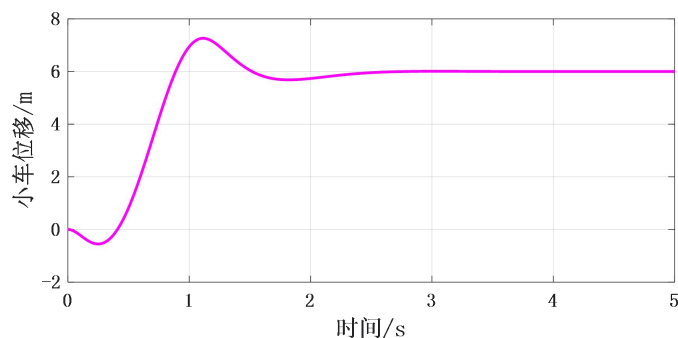


图 3-14 LADRC 控制小车位移响应曲线

图 3-13 所示的仿真曲线为 LADRC 控制欠驱动倒立摆系统的摆杆角度响应曲线，其能在 4 秒左右达到平衡稳定状态。图 3-14 所示的仿真曲线为控制小车位移的响应曲线，能够达到稳定的平衡位置。该控制器的控制效果较好，采用线性设计的方法在大大简化参数选择的同时，也呈现了不错的稳定性和鲁棒性。

3.6 本章小结

通过采用不同的经典控制方法，可以深入研究它们在欠驱动倒立摆系统中的性能表现，从而更全面地了解各种控制策略在处理系统复杂性和非线性特性时的效果。这种比较有助于评估不同控制器的优劣，也为后文控制系统的设计提供了宝贵的参考和经验。

本章结合了目前几种经典的控制算法，对欠驱动直线一级倒立摆系统进行了深入研究，从经典 PID 控制进行设计，其结构简单，易于理解和实现，但是对于非线性系统的适应性有限，在非线性系统或者具有强耦合性质的系统中，PID 控制可能表现不佳。LQR 控制通过优化系统的线性二次型性能指标，可以实现对系统的最优控制，提供较好的动态性能，但是 LQR 控制对系统的数学模型要求较为精确，对于实际系统存在的建模误差和不确定性较为敏感。极点配置方法允许直接考虑系统动态特性，通过合理配置极点，可以实现系统的稳定性，确保系统在受到扰动时能够迅速恢复到平衡状态，但是当系统参数发生变化时，事先配置的极点可能不再适用，需要重新配置以适应系统的变化。ADRC 的特点是不对系统进行精确建模，而是通过实时估计和补偿系统的不确定因素，因此对系统模型的精确性要求相对较低，并且通过实时估计和补偿系统扰动，使得系统响应速度相对较快，有助于迅速稳定系统，但是 ADRC 中的参数调整相对较为繁琐，需要精细调整以确保系统性能。

第4章 欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制策略研究

4.1 引言

欠驱动系统控制问题一直是控制科学中值得探究的问题,由于自由度多于输入,系统存在强耦合和不稳定性等问题,传统的控制方法难以有效解决,而自抗扰控制作为一种灵活而强大的控制手段,具有对抗扰动的强大能力,因此在欠驱动系统中展现出了独特的优势。

在第三章采用了经典控制策略对欠驱动倒立摆进行控制分析之后,为了克服欠驱动直线一级倒立摆系统中的强耦合和非线性,本章提出了一种基于改进型滑模自抗扰控制(Sliding mode active disturbance rejection control, SM-ADRC)的欠驱动一级直线倒立摆控制系统,对该控制策略进行深入研究,并在 MATLAB 上仿真验证了该控制器的控制性能。

4.2 欠驱动直线一级倒立摆滑模自抗扰控制器设计与实现

4.2.1 滑模变结构控制

滑模变结构控制(Sliding Mode Variable Structure Control, SMVSC)是一种基于滑模控制理论的变结构控制方法。该方法通过引入滑模面,使系统状态在该面上实现快速、稳定的运动。滑模控制的三要素通常指的是:

(1)滑动模态存在性

滑模面是系统状态的一个超曲面,也就是切换面 $s=0$,它将系统的状态空间切割为 $s>0$ 和 $s<0$ 两个部分,如图4-1所示。其选择要求在这个面上系统的动态行为比较简单,方便进行控制。通常,通过选择适当的状态变量组合,使得在滑模面上系统的动态方程变得简化。滑模面的设计是滑模控制中的关键步骤。

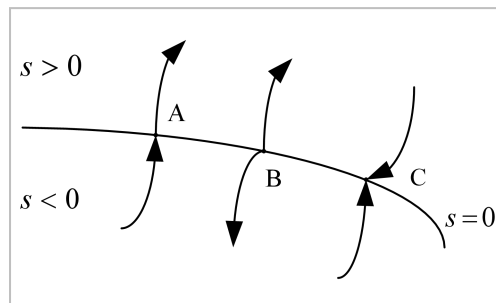


图 4-1 切换面运动点示意图

超曲面有三种运动状况, A 为通常点, 系统运动点逼近超曲面 $s=0$ 附近时, 最后穿过 A 点; B 点为起始点, 系统运动点逼近超曲面 $s=0$ 附近时向两边分散;

C 点为终止点，系统运动点逼近超曲面 $s = 0$ 附近时收敛。在滑模中，滑动模态存在的区域内， $s = 0$ 上的运动点都是终止点。要想满足这一要求，在运动点运动至滑 $s = 0$ 时，必须满足公式： $\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} \leq 0$ 及 $\lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} \geq 0$ 。

(2) 滑模运动稳定性

滑模运动稳定性指的是在滑模控制系统中，系统状态迅速且持续地朝着所设定的滑模面趋于稳定的特性。具体来说，当系统的状态达到滑模面时，由于采用了滑模控制律，系统状态会在滑模面上持续运动，而不会偏离滑模面。这种状态在控制系统中是稳定的，因为系统在受到外部扰动或初始条件变化时，能够迅速调整，使得状态重新回到滑模面并维持在滑模面上。

(3) 切换面的可达性

切换面的可达性指的是在滑模控制系统中，系统状态是否能够在有限时间内到达 $s = 0$ 。在滑模控制中，切换面是一个超曲面，系统在该面上遵循不同的动态方程。为了确保系统能够有效地响应控制指令，切换面的可达性是一个关键的性质。可达性条件的公式为： $s\dot{s} < 0$ 。

这三个要素共同构成了滑模控制的基本框架。通过合理选择和设计滑模面、滑模控制律以及滑模条件，可以实现对非线性系统的稳定性和鲁棒性控制。滑模控制方法在处理非线性系统、具有不确定性的系统以及受到外部扰动的系统方面具有较好的性能。

4.2.2 滑模跟踪微分器的设计及稳定性分析

(1) 滑模跟踪微分器

自抗扰控制器通过引入非线性环节构造非线性跟踪微分器。与传统的 PID 控制器相比，它解决了输入输出误差通常不可微以及差分信号被噪声信号的导数淹没的问题。但是传统的 TD 对信号的滤波有一定滞后问题，为了进一步提高 TD 对输入信号的响应速度，设计了一种滑模跟踪微分器(Sliding Mode Tracking Differentiator, SM-TD)。首先取 TD 的状态变量：

$$\begin{cases} x_1 = V_1 - V_0 \\ x_2 = \dot{V}_1 = V_2 \end{cases} \quad (4-1)$$

其次，选择滑模曲面的形式如下：

$$s = cx_1 + x_2 (c > 0) \quad (4-2)$$

最后，设计滑模趋近率，传统的指数到达率为 $\dot{s} = -\zeta \operatorname{sgn}(s) - qs (\zeta, q > 0)$ ，传统趋近率中的符号函数 $\operatorname{sgn}(s)$ 容易发生抖振，抖振的存在对于系统的危害是巨大的，为了解决抖振问题，提高所设计的滑模跟踪微分器的性能，将符号函数 $\operatorname{sgn}(s)$ 替换为非线性函数 $f(a, e)$ ，其形式为：

$$f(a, e) = \frac{1 - \exp(-a/e)}{1 + \exp(-a/e)}, a > 0, e > 0. \quad (4-3)$$

新的滑模趋近率设计如下：

$$\dot{s} = -\zeta f(a, e) - qs \quad (4-4)$$

结合式(4-2)和式(4-4)可得到 SM-TD 的最终形式为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (-\zeta f(a, e) - qs) - cx_2, a > 0, e > 0 \end{cases} \quad (4-5)$$

在实际中只能测量小车的位移和摆摆的偏转角。因此，设计的控制速率要求小车位移与参考位移的误差和差值。为此，设计滑模跟踪微分器，其形式为：

$$\text{SM-TD}_1 = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\zeta \frac{1 - \exp(-a/e)}{1 + \exp(-a/e)} - qs - cx_2, a > 0, e > 0 \end{cases} \quad (4-6)$$

所设计的 SM-TD_1 不仅可以得到小车位移的跟踪值和小车速度的估计值，而且还具有一定的滤波功能。然后，设计另一个跟踪微分器 SM-TD_2 ，与式(4-6)相同。 SM-TD_2 的设计目的是获取小车参考位移 V_0 的跟踪值 V_1 及微分值 V_2 。

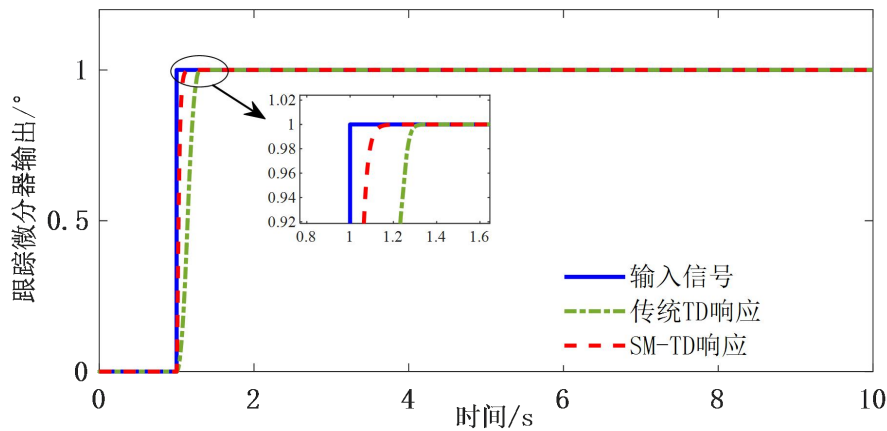


图 4-2 TD 输出响应对比图

此外，图 4-2 显示了传统 TD 与改进 SM-TD 的输入信号控制曲线对比。与传统 TD 相比，改进的 SM-TD 不仅解决了超调与快速的矛盾，而且对输入信号的响应速度更快。

(2) 稳定性分析

选择 Lyapunov 函数：

$$V = \frac{s^2}{2} \quad (4-7)$$

求导可得：

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(-\zeta f(a, e) - qs) \quad (4-8)$$

分析可知 $f(a, e)s > 0$ ， $s^2 > 0$ 。因此， $\zeta > 0, q > 0$ ，和 $\dot{V} \leq 0$ 。因此，Lyapunov 函数的稳定性定理得到了满足。指数趋近律满足滑膜到达的条件，保证系统进入滑膜状态。

4.2.3 新型非线性函数的设计及分析

(1) 非线性函数的设计

传统的非线性函数如下所示：

$$fal(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} |e|^\alpha \operatorname{sign}(e), & |e| > \delta \\ e / \delta^{1-\alpha}, & |e| \leq \delta \end{cases}, \delta > 0 \quad (4-9)$$

ESO 中的非线性函数的选取直接关系到整个控制器的观测性能，并且非线性函数选取的原则为：函数关于原点对称且处处可导，其曲线有良好的连续性、收敛性、平滑性，待整定参数尽可能少，且需要遵循“小误差、大增益，大误差，小增益”的原则。传统的非线性函数连续性平滑性效果不佳，并且在原点领域容易产生抖振，针对以上原因构建了一种平滑性更好的新型 *cfal* 函数。

当 $\delta < |e| \leq \gamma$ 时，*cfal* 函数表达式为：

$$cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = |e|^\alpha \operatorname{sign}(e) \quad (4-10)$$

当 $|e| \leq \delta$ 时，*cfal* 函数设计成多项式与三角函数拟合的形式，表达式为：

$$cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = l_1 e + l_2 \sin^2 e + l_3 \arctan e \quad (4-11)$$

选用三角函数拟合而非指数函数多项式拟合一个重要原因是 $\arctan e$ 比指数函数在原点附近的平滑性更好是, 并且这样的插值拟合方式保证了函数在原点处连续且可导的条件。拟合过程需要满足分段函数在定义域内连续, 分段点处可导的条件, 则下面式子成立:

$$\begin{cases} cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = \delta^\alpha, e = \delta \\ cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = -\delta^\alpha, e = -\delta \\ cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = \alpha\delta^{\alpha-1}, e = \pm\delta \end{cases} \quad (4-12)$$

求解可得:

$$\begin{cases} l_1 = \frac{\delta^{\alpha-1}(\delta - \alpha\sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta)}{\delta - \sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta} \\ l_2 = 0 \\ l_3 = \frac{\delta^\alpha(\alpha-1)\sqrt{1-\delta^2}}{\delta - \sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta} \end{cases} \quad (4-13)$$

当误差较大时, 即 $|e| > \gamma$ 时, 为了更好的遵循“大误差小增益, 小误差大增益”的特性, 进一步增强系统的抗干扰能力, $cfal$ 函数的表达式为:

$$cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = \gamma^\alpha \text{sign}(e) \quad (4-14)$$

那么, 最后完整的 $cfal$ 函数表达式如下:

$$cfal(e, \alpha, \delta, \gamma) = \begin{cases} \frac{\delta^{\alpha-1}(\delta - \alpha\sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta)}{\delta - \sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta} e & |e| \leq \delta \\ \frac{\delta^\alpha(\alpha-1)\sqrt{1-\delta^2}}{\delta - \sqrt{1-\delta^2} \arcsin \delta} \arctan e & \delta < |e| < \gamma \\ |e|^\alpha \text{sign}(e) & \delta < |e| < \gamma \\ \gamma^\alpha \text{sign}(e) & |e| > \delta \end{cases} \quad (4-15)$$

(2) 非线性函数的分析

为了验证新设计的非线性光滑函数比传统的非线性函数具有更好的滤波能力, 在 Matlab/Simulink 中构建非线性光滑函数的滤波器, 加入噪声信号进行滤波比较。非线性函数滤波器结构如图 4-3 所示, 同时保持 $\sigma = \alpha = 0.5$, $\delta = 0.01$ 时将两个函数曲线作对比, 如图 4-4(b)所示; $cfal$ 函数与 fal 函数的响应曲线以及误差反馈增益对比图如图 4-5 所示。

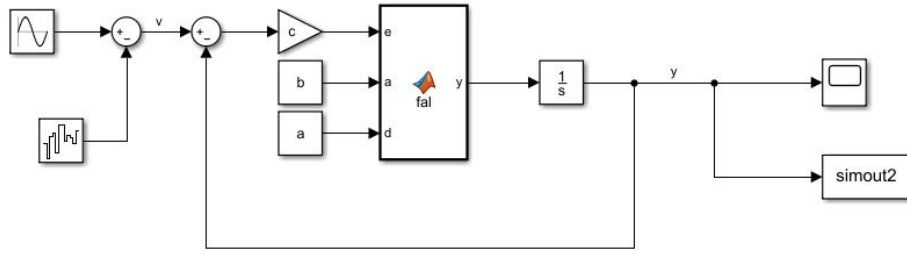


图 4-3 非线性函数滤波器结构图

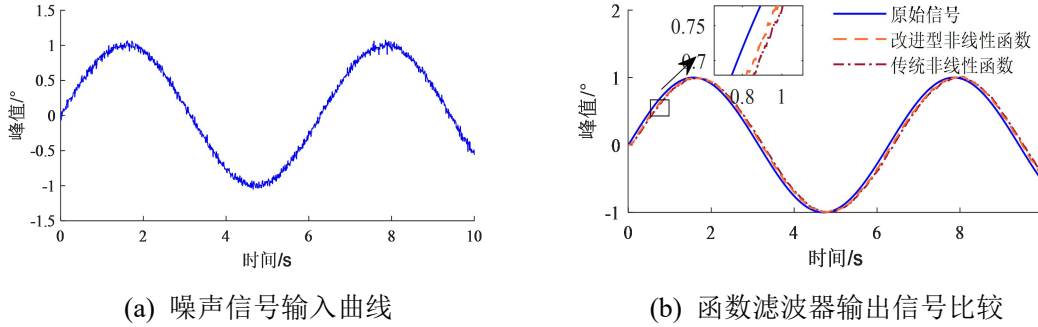


图 4-4 非线性函数滤波器响应曲线

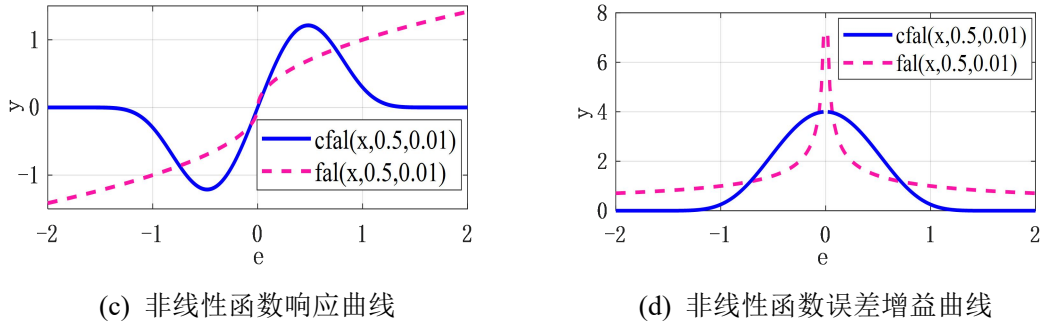


图 4-5 两种非线性函数响应曲线

从图 4-4 可以看出，带噪声的输入信号具有较强的噪声干扰。经过函数滤波后，减小了噪声干扰。同时，从图 4-4 可以看出，新设计的非线性光滑函数的滤波器对原始信号的跟踪速度更快、更平滑，验证了新设计的非线性函数比传统的非线性函数更合适。由图 4-5(a)可以看到在误差大于 1 的时候，改进型 *cfal* 函数输出的常量相比于传统非线性 *fal* 函数更小，其在原点处也具有更佳的平滑性和收敛性，克服了传统非线性 *fal* 函数在原点附近存在拐点的问题。由图 4-5(b)可知，输入误差较小时，*cfal* 函数输出增益高与 *fal* 函数；输入误差较大时，*cfal* 函数输出增益低于 *fal* 函数；并且在输入误差趋向 0 的时候，*cfal* 函数输出增益较小不易引起系统振荡，体现了选取非线性函数的必要原则，同时可调参数也变为了一个，更易于整定。使后面设计的改进型 ESO 具有更好的观测能力。

4.2.4 改进型扩张状态观测器的设计及稳定性分析

(1) 扩张状态观测器的设计

ESO 是自抗扰控制器的关键部分。它将系统的内部干扰和外部干扰视为一种干扰;然后,及时观察并补偿它们。对于受到未知外部干扰的非线性不确定物体:

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + w(t) + b_1 u_1(t) \quad (4-16)$$

$x^{(n)}(t)$ 扩展到状态变量, 得到扩展状态变量:

$$x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t) \quad (4-17)$$

$f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t)$ 是未知函数, $w(t)$ 为未知的外部干扰, $x(t)$ 是可测量的。构造一个非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - g_1(z_1 - x(t)), \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - g_n(z_1 - x(t)) + b_1 u_1(t) \\ \dot{z}_{n+1} = -g_{n+1}(z_1 - x(t)). \end{cases} \quad (4-18)$$

以 $x(t)$ 为输入的系统的每个状态都跟踪扩展状态变量:

$$z_1(t) \rightarrow x(t), \dots, z_n(t) \rightarrow x^{(n-1)}(t), z_{n+1}(t) \rightarrow x^{(n)}(t) \quad (4-19)$$

如果选择适当的非线性函数, 则可以实现上述跟踪目标, 并且以下事实成立:

$$\begin{cases} z_{n+1}(t) \rightarrow x^{(n+1)}(t) = \alpha(t) \\ \alpha(t) = f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), t) + w(t) \end{cases} \quad (4-20)$$

虽然 $f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), t)$ 和 $w(t)$ 未知, 但仍然可以估计出系统的实时值 $\alpha(t)$ 。因此, 式(4-17)是式(4-16)类型系统的 ESO。ESO 与系统(4-18)无关, 只与实时值的变化率 $\alpha(t)$ 有关。这种观测器比一般状态观测器具有更强的适应性和鲁棒性。

结合新的非线性光滑函数, 得到了摆杆偏转角的跟踪值 z_1 、微分值 z_2 和综合扰动 z_3 。将摆杆转角的跟踪值 z_1 和微分值 z_2 作为控制速率的一部分, z_3 作为摆杆转角总和扰动的实时估计。改进后的 ESO 如下:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02} \cdot cfal(e, \alpha_1, \delta_1, \gamma) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03} \cdot cfal(e, \alpha_2, \delta_2, \gamma) \end{cases} \quad (4-21)$$

式中, e 是观测误差, b_0 是补偿因子, u 是控制输出, β_{01} , β_{02} , β_{03} 是改进型 ESO 的增益, α_1 , α_2 是非线性因子, γ 是非线性函数的常数值。将式(4-21)中的 β_{01} , β_{02} , β_{03} 采用文献[59]中的带宽法使其配置成 $3w_0$, $3w_0^2$, w_0^3 形式, 可将式(4-21)改写如下:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - 3w_0 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - 3w_0^2 \cdot cfal(e, \alpha_1, \delta_1, \gamma) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -w_0^3 \cdot cfal(e, \alpha_2, \delta_2, \gamma) \end{cases} \quad (4-22)$$

ESO 主要是对输出信号进行观测, 经过观测得到系统各个状态值和总扰动, 并进行补偿, 因此扩张状态观测器性能好坏直接影响控制器的性能。为了验证改进型 ESO 的估计性能和观测性能, 对改进型 ESO 进行了两组实验。分别为输入强度为 5rad/s 的阶进信号以及输入强度为 1rad/s 的正弦信号 $\sin(10t)$, 通过两组不同输入信号来验证改进型 ESO 的稳定性和准确性。

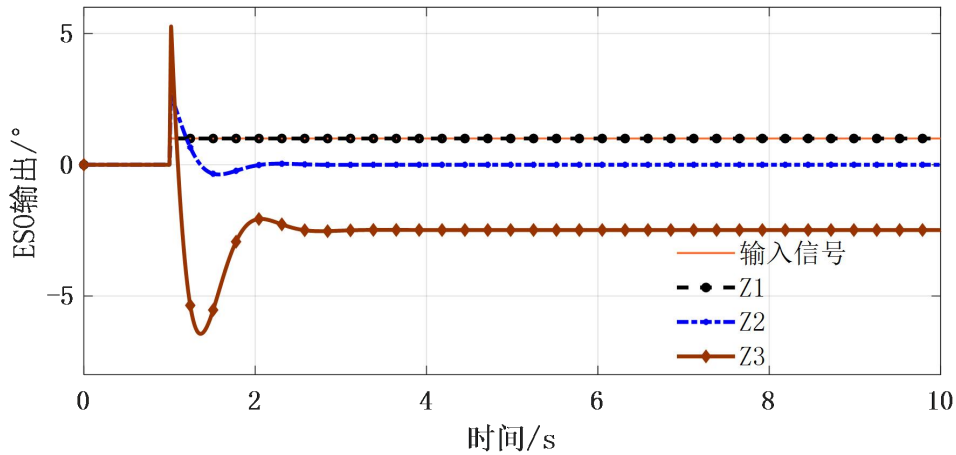


图 4-6 ESO 阶跃输出响应曲线

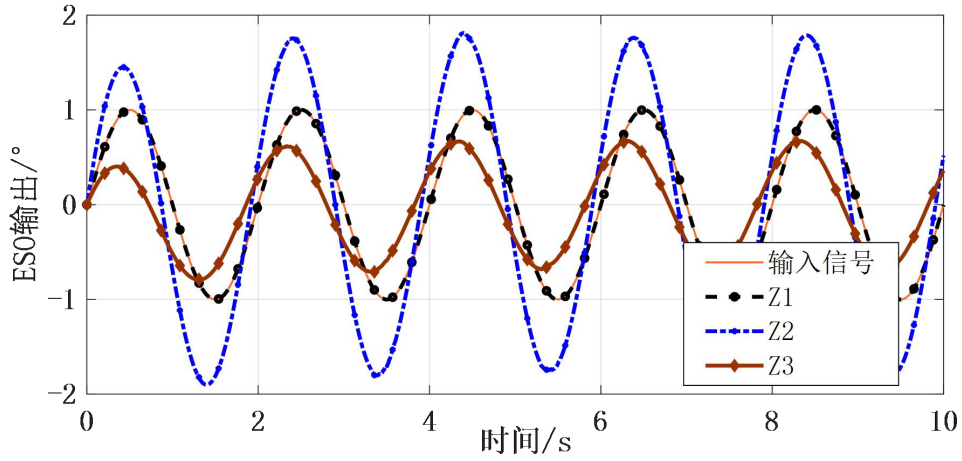


图 4-7 ESO 正弦输出响应曲线

从图 4-6 和图 4-7 可以看出, z_1 、 z_2 和 z_3 对给定的输入信号进行了准确的观测, 验证了所设计的 ESO 具有良好的观测性能。

(2) 稳定性分析

本文设计的三阶非线性扩展状态观测器如式(4-21)所示, 并做如下假设:

$$g(x, \alpha_1, \delta_1, \gamma) = \frac{g(x, \alpha_1, \delta_1, \gamma)}{e} e = \lambda_{01}(e)e \quad (4-23)$$

$$g(x, \alpha_2, \delta_2, \gamma) = \frac{g(x, \alpha_2, \delta_2, \gamma)}{e} e = \lambda_{02}(e)e \quad (4-24)$$

则非线性扩展状态观测器具有如下形式:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}\lambda_{02}(e)e + b_0u_1 \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}\lambda_{03}(e)e \end{cases} \quad (4-25)$$

对于式(4-25)所示的非线性扩展状态观测器, 其传递函数模型为:

$$z_1 = \frac{\beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}y + \frac{s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}b_0u_1 \quad (4-26)$$

$$z_2 = \frac{\lambda_{02}\beta_{02}s^2 + \lambda_{03}\beta_{03}s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}y + \frac{s^2 + \beta_{01}s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}b_0u_1 \quad (4-27)$$

$$z_3 = \frac{\lambda_{02}\beta_{03}s^2y - \lambda_{03}\beta_{03}b_0u}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}y - \frac{\lambda_{03}\beta_{03}}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \lambda_{02}\beta_{02}s + \lambda_{03}\beta_{03}}f(s) \quad (4-28)$$

对于 ESO 增益 $\beta_{0i}\lambda_{0i}(e)$ 随 e 的变化而变化, 当 $|e| < 1$ 时, 确定增益扰动范围。

显然, 根据劳斯准则, 扩展状态观测器稳定的充要条件是:

$$\lambda_{02}\beta_{01}\beta_{02} > \lambda_{03}\beta_{03} \quad (4-29)$$

由于 $\lambda_{02}(e), \lambda_{03}(e)$ 是跟踪误差 e 的函数, 要判断式(4-29)是否有效, 若 $\theta_1 = \theta_2$, $\lambda_{02} = \lambda_{03}$ 。

$$\beta_{01}\beta_{02} > \beta_{03} \quad (4-30)$$

在式(4-30)中, $\beta_{01} = 3w_0, \beta_{02} = 3w_0^2, \beta_{03} = w_0^3$ 。总之, 扩展状态观测器是稳定的。

4.2.5 线性误差反馈控制率的设计

控制率部分采用的是线性化方法, 将传统的非线性控制率由两个非线性函数乘以各自的增益累加之后输出的形式, 改变成采用控制量组合的形式, 使得整个调参过程中需要调节的参数只有 k_1, k_2, k_3, k_4 四个。具体形式如下:

$$\begin{cases} u_0 = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 (v_1 - V_1) + k_4 (v_2 - V_2) \\ u = u_0 - z_3 / b_0 \end{cases} \quad (4-31)$$

式中, k_1, k_2, k_3, k_4 是控制器的增益, 符号以构成负反馈为准。

4.3 基于滑模自抗扰控制器的欠驱动系统仿真分析

4.3.1 改进型滑模自抗扰控制器的设计

基于改进型滑模自抗扰控制器的欠驱动直线一级倒立摆系统结构图如图 4-6 所示, 由图可知改进型滑模自抗扰控制器的结构主要分为四部分: 滑模跟踪微分器, 改进型扩张状态观测器, 线性状态误差反馈控制律以及粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)寻优, 具体结构图如下。

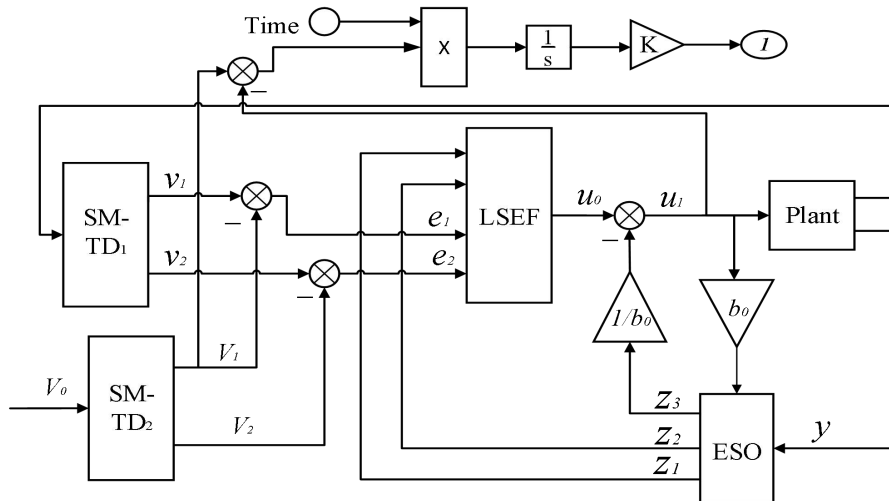


图 4-8 改进型滑模自抗扰控制器结构图

结合欠驱动直线一级倒立摆系统数学模型，在 4.2.2 节、4.2.4 节以及 4.2.5 节中分别对 SM-TD、改进型 ESO 以及线性状态误差反馈控制率进行了设计，故可得欠驱动直线一级倒立摆系统的滑模自抗扰控制策略如下：

(1)滑模跟踪微分器

$$\text{SM-TD}_1 = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\zeta \frac{1 - \exp(-a/e)}{1 + \exp(-a/e)} - qs - cx_2, a > 0, e > 0 \end{cases} \quad (4-32)$$

$$\text{SM-TD}_2 = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\zeta_1 \frac{1 - \exp(-a_1/e)}{1 + \exp(-a_1/e)} - q_1 s - c_1 x_2, a > 0, e > 0 \end{cases} \quad (4-33)$$

(2)改进型扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - 3w_0 e \\ \dot{z}_2 = z_3 - 3w_0^2 \cdot cfal(e, \alpha_1, \delta_1, \gamma) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -w_0^3 \cdot cfal(e, \alpha_2, \delta_2, \gamma) \end{cases} \quad (4-34)$$

(3)线性状态误差组合反馈控制律

$$\begin{cases} u_0 = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_3 (v_1 - V_1) + k_4 (v_2 - V_2) \\ u = u_0 - z_3 / b_0 \end{cases} \quad (4-35)$$

4.3.2 参数整定

实现控制器对欠驱动系统的稳定控制，参数整定的优良直接影响着控制效果，对于自抗扰控制器的参数整定，通常采取经验试凑法、带宽法和现代智能算法，本文在采取经验法以及带宽法的同时结合智能算法进行参数调节。由于改进型滑模自抗扰控制器的结构与传统自抗扰控制器的结构上具有相似性，因此在参数整定的过程中，可以将滑模跟踪微分器、改进型扩张状态观测器以及线性组合状态误差反馈控制率分开进行参数整定，最后将三个模块的最佳参数整合，并应用于欠驱动系统上。

(1) 滑模跟踪微分器的参数整定

新型滑模跟踪微分器待整定参数有三个，分别为 ζ ， q ， c ，该新型跟踪微分器中的 ζ 的值决定着系统响应速度的快慢，但是 q 和 c 的值也不能选取过大，否则会引起提取信号的超调。 q 和 c 值决定了系统控制的精度，需要选取合适的

值进行整体控制。本研究针对不同参数对应着系统不同影响的特点，利用仿真取值进行比较后选用。其中图 4-9 是 $q=100, \zeta=0.05$ 的条件下，选用不同 c 值的仿真曲线。图 4-10 是 $c=150, \zeta=0.05$ 的条件下，选用不同 q 值的仿真曲线。图 4-11 是 $c=150, q=100$ 的条件下，选用不同 ζ 值的仿真曲线。

为了得到最佳的 SM-TD 的参数，进行了大量仿真实验。由图 4-9 可知，当 q, ζ 值固定时， c 值越大跟踪速度越快，越趋近于输入信号，但是曲线会出现超调情况。当 c, ζ 值固定时， q 值越大的时候，开始出现相位丢失的情况。当 c, q 值固定时， ζ 值都可以进行信号稳定提取，但是 ζ 值越大，仿真曲线提取信号时间越长。通过仿真对比分析最终可以得出一组相对稳定的参数，即当 $\zeta=0.01, q=80, c=100$ 时，滑模跟踪微分器的性能将满足欠驱动倒立摆系统的控制需求。

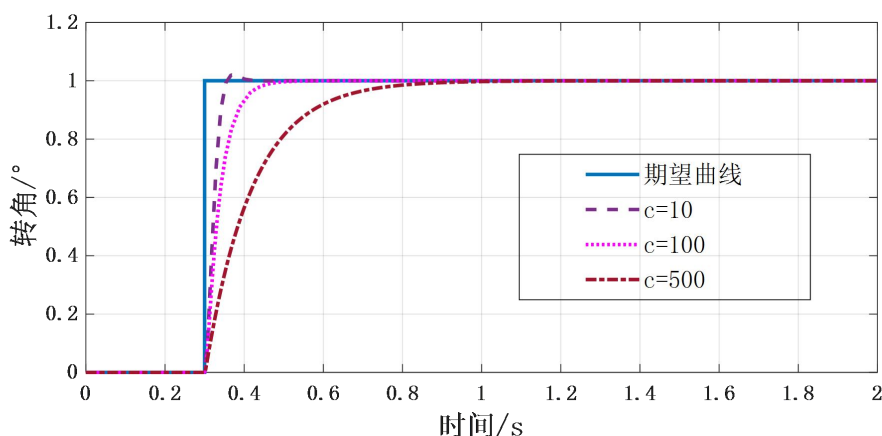


图 4-9 不同 q, ζ 条件下 ADRC 的响应结果

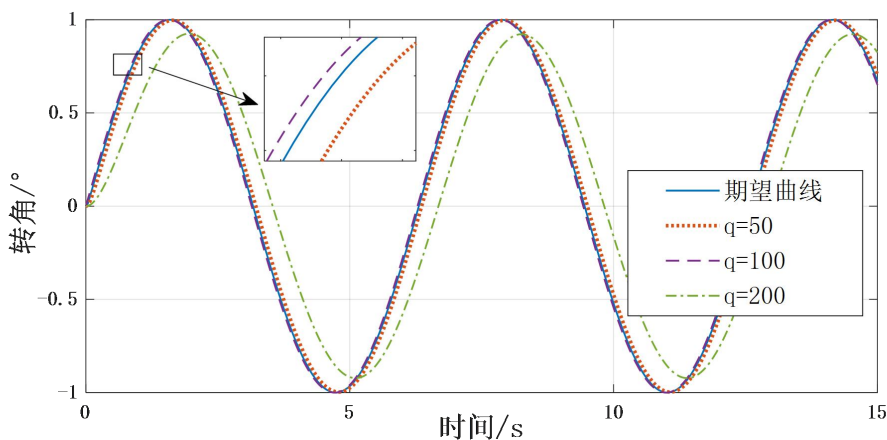
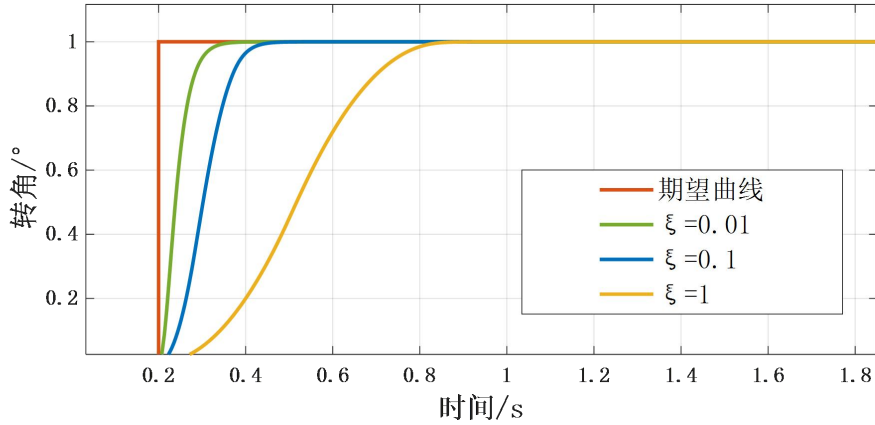
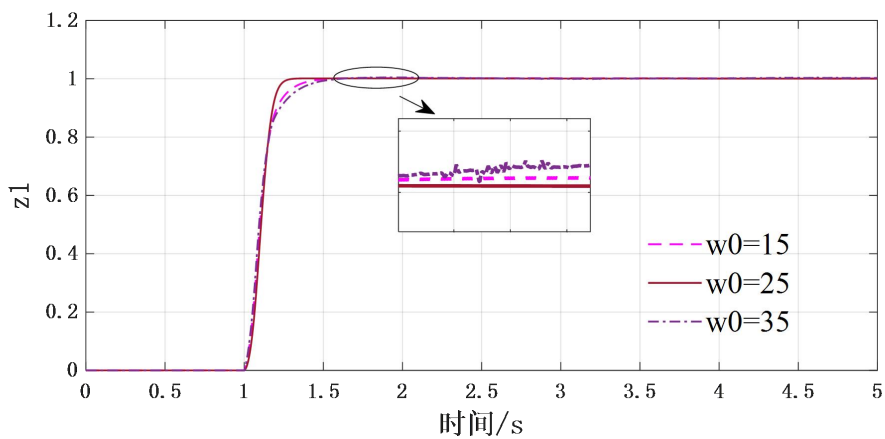


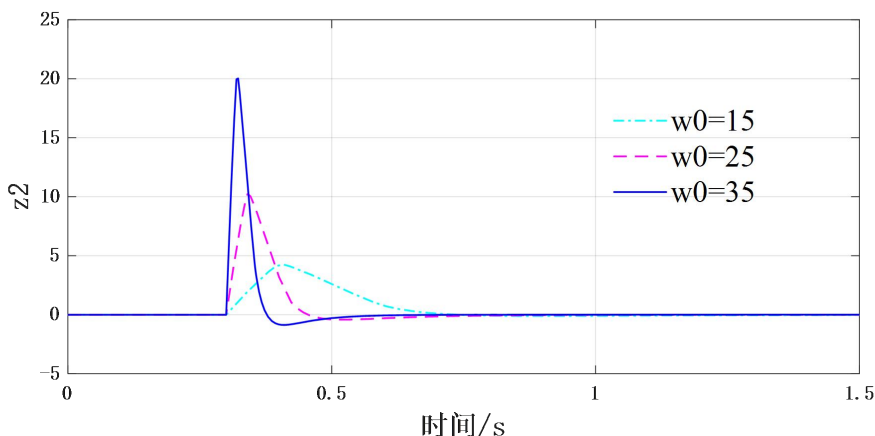
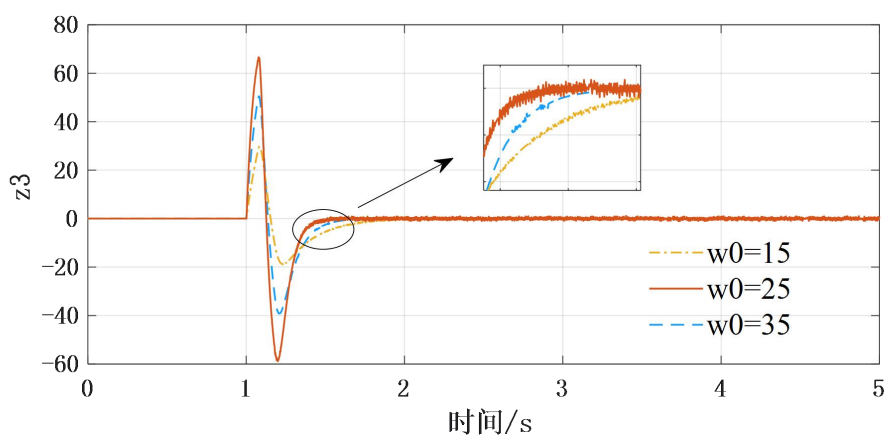
图 4-10 不同 c, ζ 条件下 ADRC 的响应结果


 图 4-11 不同 c, q 条件下 ADRC 的响应结果

(2) 改进型扩张状态观测器的参数整定

ESO 是自抗扰控制器的核心组成部分，ESO 参数整定的好坏决定着控制系统的稳定性、鲁棒性和适应性。欠驱动倒立摆系统是一个二阶系统，其中观测器的增益 β 的大小与系统的扰动之滞后有关，从而影响系统的跟踪精度。 β 过小，会使得系统的跟踪性能变差，增大 β 值可以增加系统的响应速度，然而过大的 β 值将使得系统发生抖动。前文设计的新型非线性函数 $cfal$ 相比于传统的非线性函数，减少一个待整定参数，从而函数里需要整定的只有两个非线性因子 α_1 , α_2 ，根据文献[82]和[83]的研究经验以及大量的仿真验证，选取 0.5、0.25、值。对于整个控制器最需要整定的是三个增益系数 β 的值，本文采用了高志强教授的带宽法，从而将三个 β 值整定的问题转化为选取带宽 ω_0 值的问题。


 图 4-12 不同 ω_0 条件下改进型 ESO 的 z_1 观测结果

图 4-13 不同 ω_0 条件下改进型 ESO 的 z_2 观测结果图 4-14 不同 ω_0 条件下改进型 ESO 的 z_3 观测结果

针对改进型 ESO 中参数 β 整定的问题，分别进行了大量的仿真模拟实验。具体如图 4-14 所示，从图中可以看到系统 ω_0 值选取越大，对总和扰动的观测越精准，然而 ω_0 过大后也会导致系统输出波形振动。因此选取 $\omega_0 = 25$ 时，欠驱动直线一级倒立摆系统处于最合适的参数值。

(3) 线性组合状态误差反馈控制律的参数整定

由于控制率采用了线性组合的方式，需要整定的参数值为控制率中的线性组合量，在调研文献和实验中，如果硬性选取的话，基本为试凑法进行确定参数值，以至于没有绝对化的最优参数。另一种调参法就是引用智能优化算法，例如神经网络、蚁群算法、粒子群算法等，本研究考虑 PSO 算法的简便有效，于是引入粒子群算法对线性状态误差反馈控制率中的四个 k 值进行参数寻优。

4.3.3 粒子群算法

PSO 是一种基于群体智能的优化算法,模拟了鸟群或鱼群等社会性群体的行为。它的基本思想是利用个体当前的位置和速度在群体中找到最优值。然后不断更新,逐层迭代,寻找最优值^[84]。采用 PSO 对 k_1, k_2, k_3, k_4 进行优化,避免了手动调整参数的复杂性,提高了控制效率。式(4-35)和式(4-36)是粒子速度和位置的更新公式:

$$V_{id}^{k+1} = nV_{id}^k + c_1r_1(P_{id}^k - X_{id}^k) + c_2r_2(P_{gd}^k - X_{id}^k) \quad (4-36)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{id}^{k+1} \quad (4-37)$$

其中, n 是惯性权重, V_{id}^k 是粒子的当前速度, V_{id}^{k+1} 是下一时刻粒子的速度, P_{id} 是个体已知最优解, P_{gd} 是种群已知最优解, X_{id}^k 是粒子当前所在的位置, X_{id}^{k+1} 是下一时刻粒子的位置, c_1 是单个粒子的加速度常数, c_2 是全局最优加速度常数, r_1, r_2 是[0,1]区间范围内的随机值。

PSO 算法的优化过程如图 9 所示

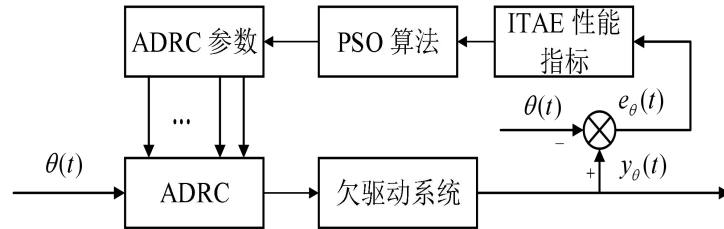


图 4-15 粒子群优化控制器参数结构图

式中 $y_\theta(t)$ 为某一时刻摆杆偏转角度的输出值, $e_\theta(t)$ 为摆杆偏转角度的输出值 $y_\theta(t)$ 与输入值 $\theta(t)$ 的组合。

当采用粒子群算法对自抗扰控制器的参数进行优化时,必须首先确定合适的适应度函数来定性地评估控制器的性能,这会影响自抗扰控制器整定的有效性^[85]。选择系统的积分时间和绝对误差(Integrated Time and Absolute Error, ITAE)作为优化算法的适应度函数,具体的 ITAE 值表示为:

$$J = \int_0^\infty t |\text{err}(t)| dt \quad (4-38)$$

一般情况下,性能指标函数值越小,控制器性能越好。本研究采用粒子群算

法对控制速率的 4 个增益值进行优化。其优化步骤如下：

- (1) 初始化粒子群参数。
- (2) 设置粒子速度、位置和适应度函数粒子。
- (3) 在控制速率下将粒子赋值为 k_1, k_2, k_3, k_4 ，模型运行。
- (4) 粒子根据更新后的速度位置公式不断调整自身位置。
- (5) 通过比较确定粒子的个体极值和全局极值。
- (6) 程序停止运行，直到迭代结果达到人为设定值。

4.3.4 仿真验证及分析

为了验证基于改进型滑模自抗扰控制器的欠驱动直线一级倒立摆系统的优越性能，在 MATLAB/Simulink 中建立欠驱动倒立摆系统仿真模型。同时为了对比验证该设计的稳定性与快速性，对基于 PID 复合校正控制、LQR 算法控制、LADRC 算法控制同时仿真验证，具体模型如图所示。欠驱动直线一级倒立摆系统型号参数相同，所处环境也相同。因此，可采用相同的控制器分别控制该系统。通过控制欠驱动直线一级倒立摆系统，观测系统达到稳定的时间从而判断控制器的响应速度以及在应对干扰状况下的鲁棒性。

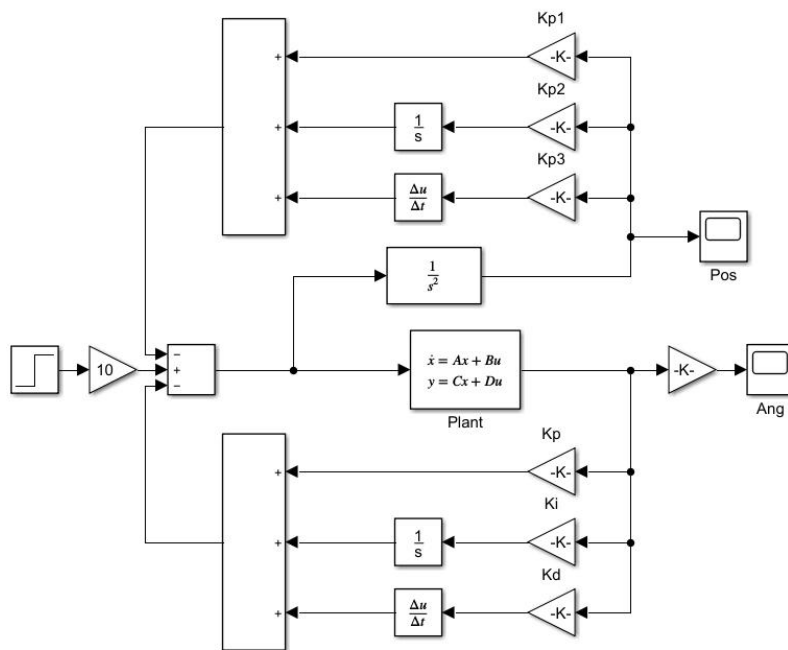


图 4-16 PID 复合控制倒立摆仿真结构图

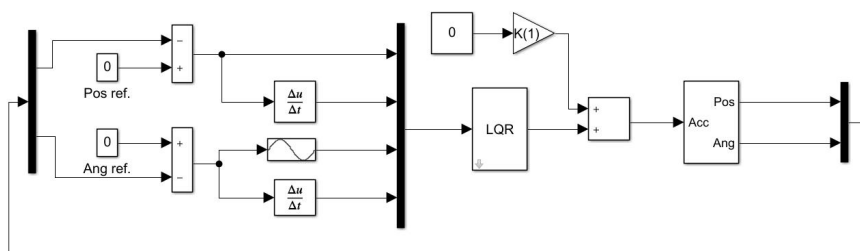


图 4-17 LQR 控制倒立摆仿真结构图

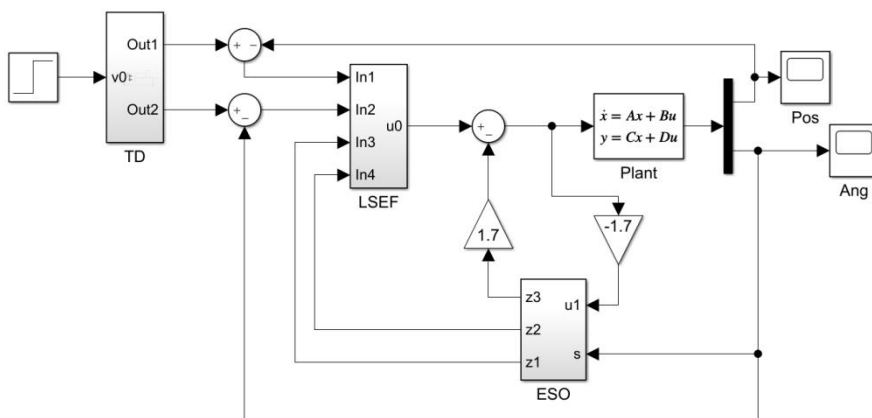


图 4-18 LADRC 控制倒立摆仿真结构图

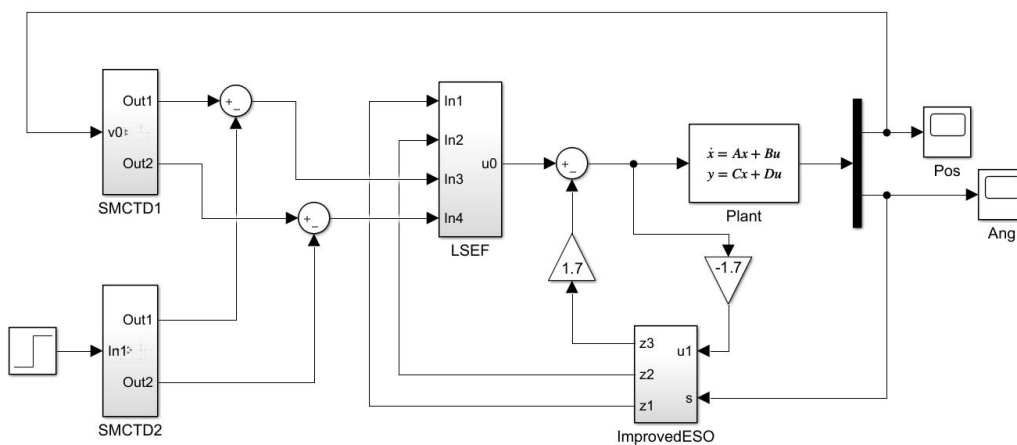


图 4-19 SM-ADRC 控制倒立摆仿真结构图

本节在仿真时有针对性的设计了仿真模型的仿真参数，以达到和实际实验相当的效果。具体欠驱动直线一级倒立摆系统的实际参数以及四种控制器参数设置如表 2-1 和表 4-1 所示。

表 4-1 四种控制器系统参数

控制器	参数值
PD-PD	$\gamma_1 = 100, \gamma_2 = 100, \gamma_3 = 100, \gamma_4 = 100$
LQR	$l_1 = -31.6228, l_2 = -20.1304, l_3 = 72.8210, l_4 = 13.1537$
TD	$r = 10, h = 0.01$
LADRC	$\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.25, \alpha_3 = 0.125, \delta = 0.01,$ $\beta_{01} = 60, \beta_{02} = 240, \beta_{03} = 890, b = 1$
LSEF	$\beta_{11} = 5, \beta_{12} = 25, \beta_{13} = 75, \beta_{14} = 95, \delta_1 = 0.01$
SM-TD ₁	$\zeta = 0.1, q = 80, c = 100, a = 0.5$
SM-TD ₂	$\zeta_1 = 0.1, q_1 = 80, c_1 = 100, a_1 = 0.5$
SM-ADRC	$\delta = 0.01, b_0 = 1.7, \omega_0 = 25,$ $\alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.25, \gamma = 0.2$
LSEF	$k_1 = 520, k_2 = 165, k_3 = 37, k_4 = 80$

(1) 四种控制策略响应速度性能对比仿真结果

为了验证四种控制策略的反应速度，并全面评估其控制性能，采用了相同的输入信号，并观察了系统达到稳定所需的时间。通过比较不同控制器的响应时间，更好地了解不同控制策略在控制系统中的不同表现。

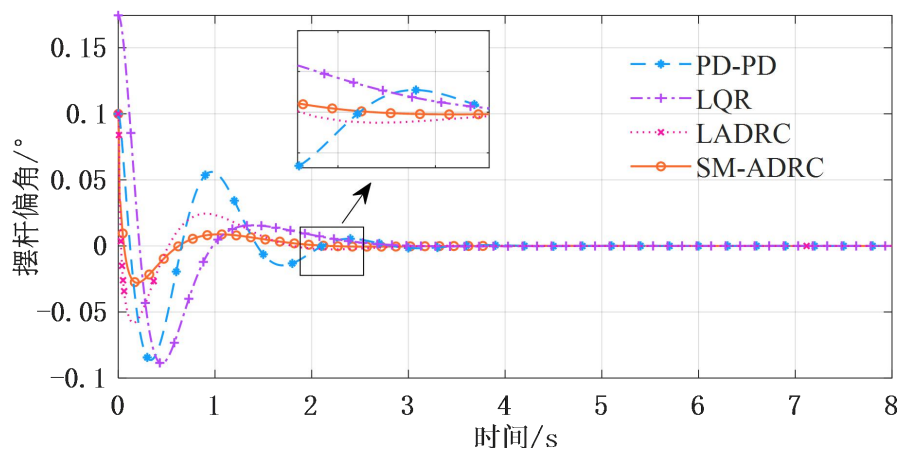


图 4-20 摆杆偏转角响应曲线

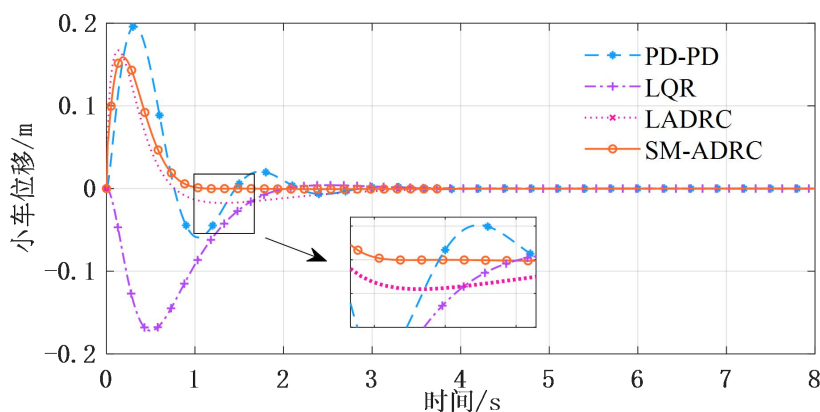


图 4-21 小车位移响应曲线

当给定相同的输入信号时，SM-ADRC、PD-PD、LQR 和 LADRC 的响应曲线分别如图 4-20 和 4-21 所示。波形图中的结果可以得到四种控制策略在相同输入时的响应时间、正向峰值以及负向峰值，将摆杆的偏转角度和小车的位移的仿真结果绘制成图表供实验分析。通过峰值数据和响应时间可以更直观地得出对比结论，如表 4-2 和表 4-3 所示。结果如下表。

表 4-2 四种控制器控制摆杆偏角响应情况对比

LQR		PD-PD		LADRC		SM-ADRC	
正向峰值 /(°)	0.0164	正向峰值 /(°)	0.0562	正向峰值 /(°)	0.0244	正向峰值 /(°)	0.0086
正向峰值时 间/s	1.3932	正向峰值时 间/s	0.7742	正向峰值时 间/s	0.8905	正向峰值时 间/s	0.9563
负向峰值 /(°)	0.0892	负向峰值 /(°)	0.0862	负向峰值 /(°)	0.0584	负向峰值 /(°)	0.0279
负向峰值时 间/s	0.4517	负向峰值时 间/s	0.3393	负向峰值时 间/s	0.1555	负向峰值时 间/s	0.2062
响应时间/s	3.1255	响应时间/s	4.1224	响应时间/s	2.9573	响应时间/s	2.1573

表 4-3 四种控制器控制小车位移响应情况对比

LQR		PD-PD		LADRC		SM-ADRC	
正向峰值 /(°)	0.0048	正向峰值 /(°)	0.1970	正向峰值 /(°)	0.1675	正向峰值 /(°)	0.1611
正向峰值时 间/s	2.5122	正向峰值时 间/s	0.3163	正向峰值时 间/s	0.1402	正向峰值时 间/s	0.1892
负向峰值 /(°)	0.1723	负向峰值 /(°)	0.0611	负向峰值 /(°)	0.0167	负向峰值 /(°)	0
负向峰值时 间/s	0.5057	负向峰值时 间/s	1.5071	负向峰值时 间/s	1.1691	负向峰值时 间/s	0
响应时间/s	3.3864	响应时间/s	3.9483	响应时间/s	3.1052	响应时间/s	1.1362

从表 4-2 和表 4-3 的响应时间可以看出,改进后的 SM-ADRC 控制倒立摆的摆杆角度和小车位移响应时间最短,分别为 2.1573s 和 1.1362s,比其他三种控制方法快,表明改进自抗扰控制器的控制效果优于双闭环 PID 控制、LQR 算法控制和 LADRC。图 4-20 显示了四个控制器对摆杆偏转角度的控制。改进后的自抗扰控制器具有最佳的幅值和响应时间效果。从图 4-21 中可以看出,改进后的 SM-ADRC 在控制小车位移曲线所需时间最短,且稳定后可返回参考位置。实验结果表明,该方法能准确地控制小车的位移,同时高精度地控制摆杆的角度。解决了传统自抗扰方法不能同时控制小车位移的问题。

(2) 四种控制策略抗干扰性能对比仿真结果

为了验证改进滑模自抗扰控制器对倒立摆具有最优的控制性能,进行了倒立摆摆杆挠度的抗干扰试验。系统运行 4s 后,对摆杆施加 10rad 脉冲干涉。然后比较双闭环 PID 控制、LQR 方法、LADRC 和 SM-ADRC 的抗干扰能力。

图 4-22 表示双闭环 PD-PD 控制、LQR 控制、LADRC 和 SM-ADRC 分别在系统稳定运行 4s 后增加干扰的波形,从中可以看出,在系统运行后加入脉冲干扰的四种控制方式的响应曲线中,改进的自抗扰控制器需要的稳定时间最短,受干扰时需要的脉冲最小。

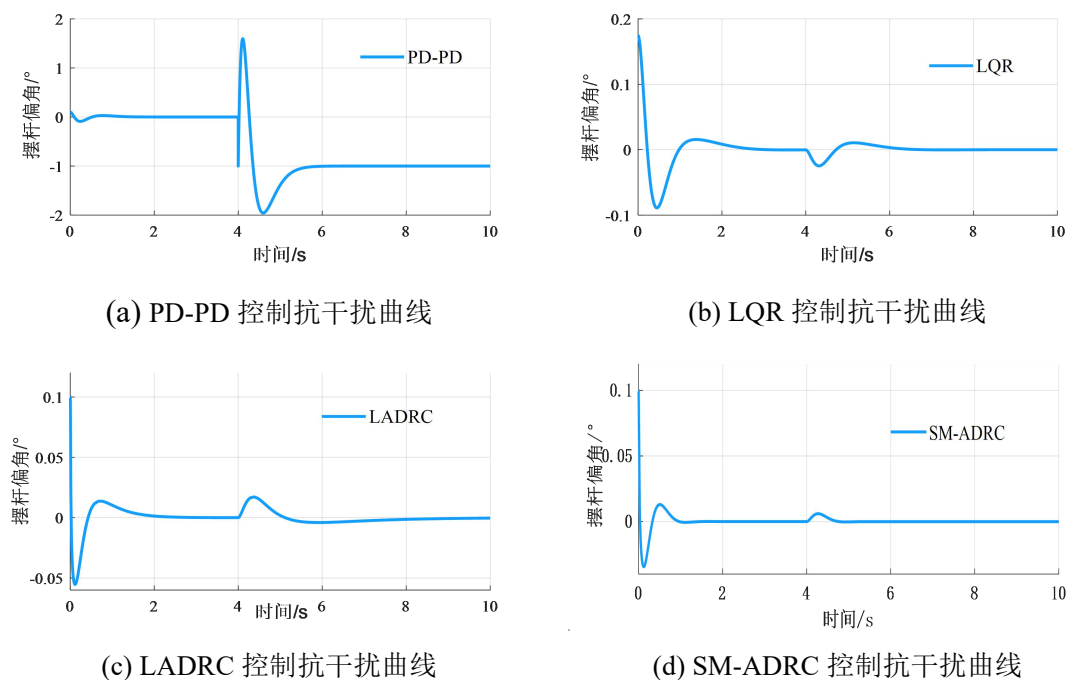


图 4-22 四种控制器面对干扰时响应曲线

对不同摆轴到摆杆中心的距离 l 和不同速度阻尼 b 进行抗干扰测试, 以保证在不同情况下, 传统自抗扰控制器和改进型自抗扰控制器的参数保持不变, 另外两种控制方法的参数保持不变。加干扰后的曲线如图 4-23 所示。

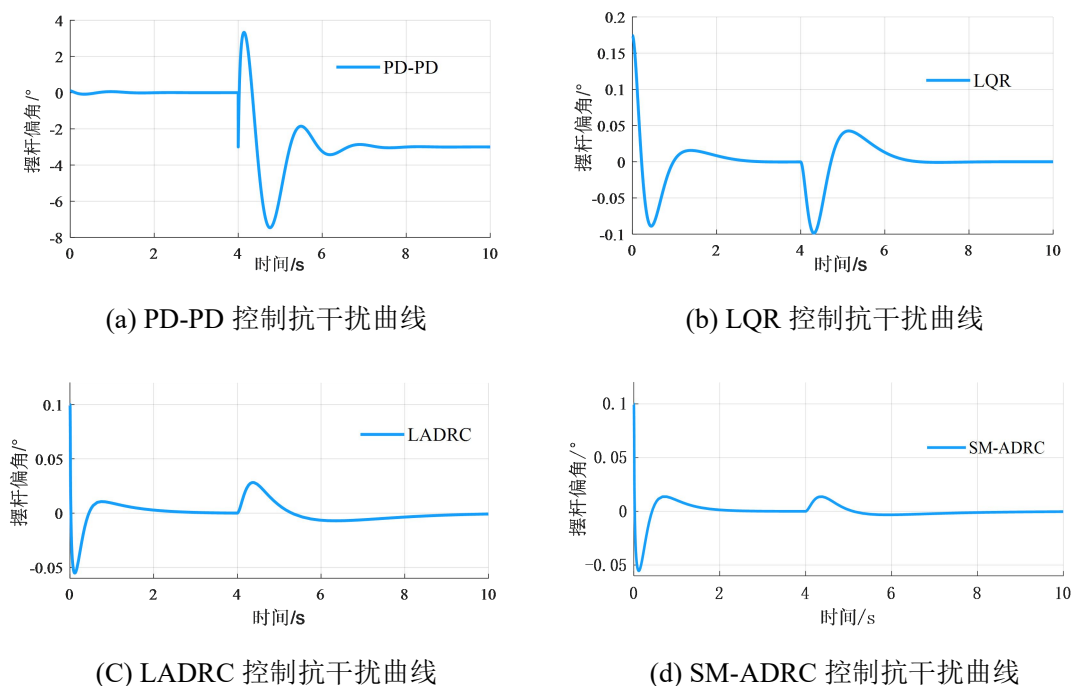


图 4-23 四种控制器改变 l 和 b 面对干扰时响应曲线

从图 4-23 可以看出, 在欠驱动系统参数不同的情况下, 上述四种控制方式采用的控制器参数相同。改进后的自抗扰控制器仍然具有良好的系统响应能力和抗干扰能力。

(3) 欠驱动系统驱动电机对比仿真结果

为了验证改进滑模自抗扰控制器对欠驱动线性倒立摆的高精度控制性能, 通过实验进一步分析了倒立摆系统的驱动电机。系统使用的电机参数如表 5 所示。

表 4-3 驱动电机参数

参数名称	数值
额定转速	3000r/min
额定功率	400W
额定电流	2.5A
额定转矩	1.27N/m
额定电压	200V
最大速度	6000r/min

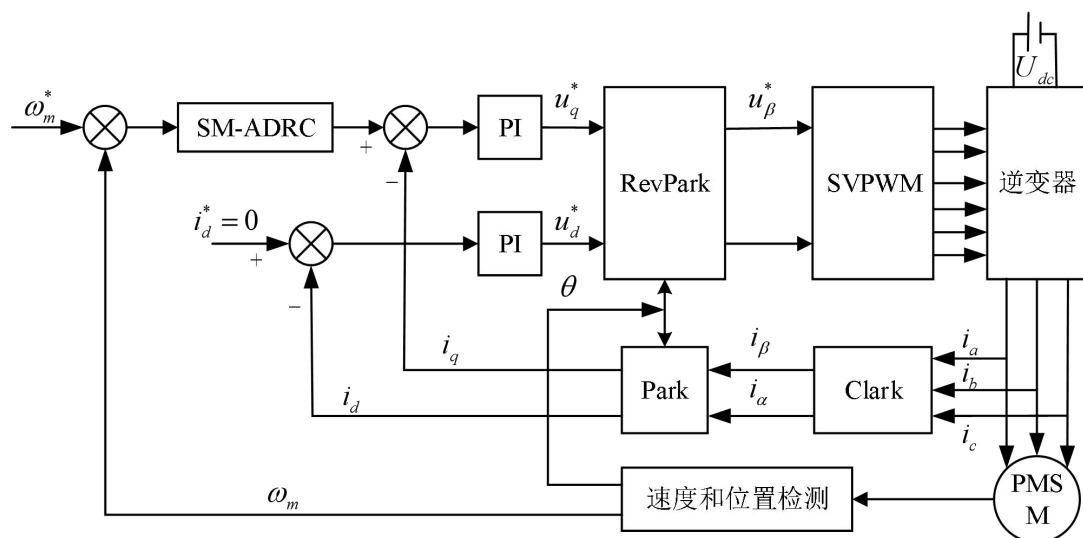


图 4-24 SM-ADRC 整体系统框图

图 4-25 为 ADRC 与 SM-ADRC 对电机的控制对比曲线。在输入正弦信号和方波信号的情况下，SM-ADRC 比传统 ADRC 能更好地跟踪位置信号。此外，传统 ADRC 无法跟踪峰值位置，响应滞后，这反映了 SM-ADRC 优越控制精度。

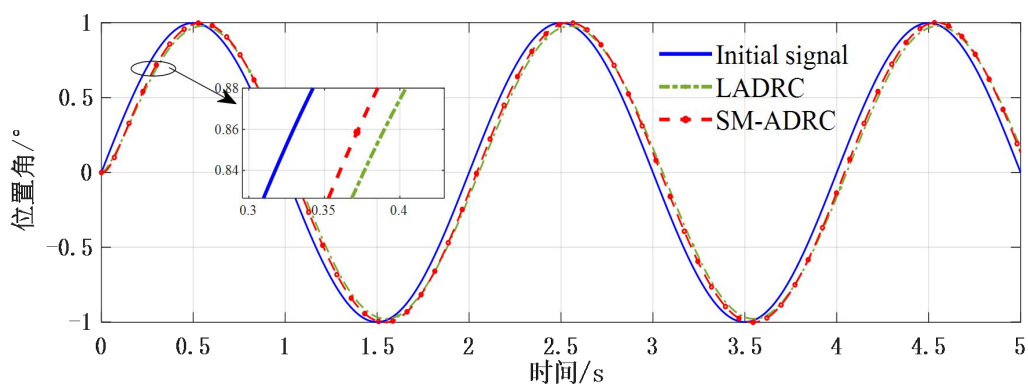


图 4-25 输入正弦信号跟踪响应曲线

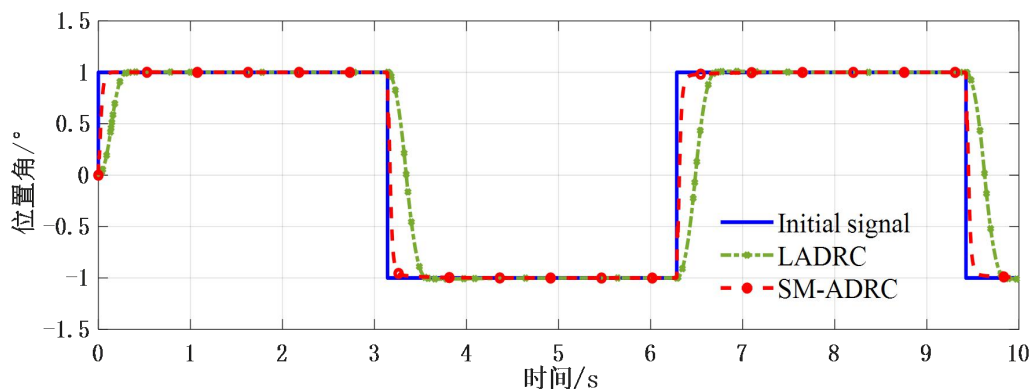


图 4-26 输入方波信号跟踪响应曲线

图 4-27 为输入阶跃信号运行 5s 后加入 1rad 脉冲信号, 比较抗干扰性能的程度。对于电机驱动的倒立摆系统, 改进后的自抗扰控制器比传统的自抗扰控制器具有更小的超调量、更快的跟踪速度和更低的干扰脉冲。结果表明, SMCADRC 具有最佳的响应速度和鲁棒性。

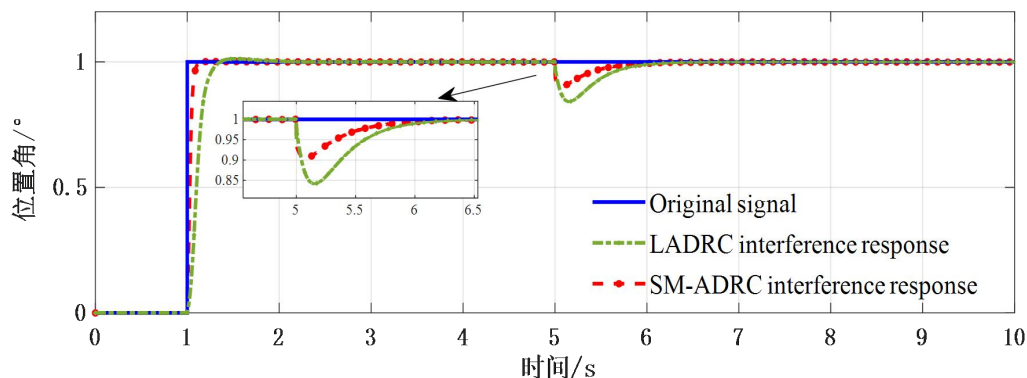


图 4-27 加干扰后控制响应曲线

综上所述, 所设计的自抗扰控制策略改进滑模比传统滑模对倒立摆具有更高的响应速度和更好的鲁棒性。

4.4 本章小结

本章以欠驱动的线性一级倒立摆为控制对象, 对摆杆角度和小车位移两个控制变量进行了高精度、快速响应的稳定控制。首先, 设计了一种基于新滑模到达率的滑模跟踪微分器。此外, 采用两个滑模跟踪微分器分别获得给定位移和速度以及小车位移和速度, 突破了传统自抗扰控制器仅适用于单输入单输出系统的局限。然后, 设计了一个具有增强平滑性和收敛性的非线性函数, 解决了需要实时观测摆角变化的问题。利用非线性函数, 设计了欠驱动倒立摆系统的改进 ESO, 以获得更好的扰动误差观测效果。其次, 控制率部分采用误差组合的形式, 针对控制率中的参数难以调节的问题, 采用粒子群优化算法进行参数优化。最后, 将改进自抗扰控制策略与传统自抗扰控制策略、LQR 控制策略和双闭环 PD-PD 控制策略进行了仿真比较。结果表明, 采用改进型滑模自抗扰控制器可以实现对单入双出非线性欠驱动的倒立摆系统的控制, 有较高的控制精度和较好的抗干扰性能。

第 5 章 欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制实验研究

5.1 引言

第四章我们针对提高欠驱动倒立摆系统的稳定性与抗扰性能的控制要求,设计了一种结合智能优化算法的改进型滑模自抗扰控制策略,并进行了仿真实验对比了该控制策略的优越性能。

本章在前一章设计与仿真验证的基础上,聚焦于将控制策略在欠驱动直线一级倒立摆实验平台上实现,欠驱动直线一级倒立摆系统是单输入双输出系统,输入量为滑块的加速度,输出量为摆杆角度和滑块位移。当把电机的电压作为输入量,转速和扭矩作为输出量时,电机也是一个单输入双输出系统,其多环反馈的控制思想类似于一级倒立摆的按扰动补偿的复合校正控制思想。因此,本章的实验研究将从两个方面入手,一是对驱动倒立摆系统的电机进行控制,控制系统通过调整电机位置输出实现倒立摆位置的控制,同时通过调整伺服电机的信号输入实现摆杆角度的动态稳定,所以欠驱动倒立摆系统驱动电机控制精度影响着系统控制的整个过程。二是对欠驱动倒立摆系统的两个输出进行稳定控制,即小车的偏移和摆杆的平衡。最后通过三组实物实验对本研究设计的改进型滑模自抗扰策略进行深层次验证,同时对比了传统自抗扰控制的跟踪精度和抗扰性。

5.2 实验系统构建

欠驱动直线一级倒立摆实验平台可分为一级倒立摆机械部分、驱动控制硬件架构部分和系统软件开发部分。如图 5-1 所示,该系统主要由直线电机一级倒立摆装置、DSP 控制器、直线电机驱动器和装有 MATLAB/Silulink 的上位机组成。欠驱动直线一级倒立摆系统控制实验的主要步骤有:

- (1) 搭建欠驱动直线一级倒立摆系统的硬件结构,对上位机、永磁同步电机和数据传输端口的连接进行仔细检查和测试,确保它们处于正常工作状态。
- (2) 在实验所用的上位机上安装 MATLAB 软件和 CCS 软件,然后对这些软件进行功能配置,设置各个模块在实验开始前所需的参数,以确保实验准备工作顺利完成。
- (3) 在 MATLAB/SIMULIN 中搭建实验所需的改进型滑模自抗扰控制器以及线性自抗扰控制器,并进行控制模块的封装检测。

(4) 连接控制器与软件，打开上位机，进行欠驱动直线一级倒立摆实时控制实验。

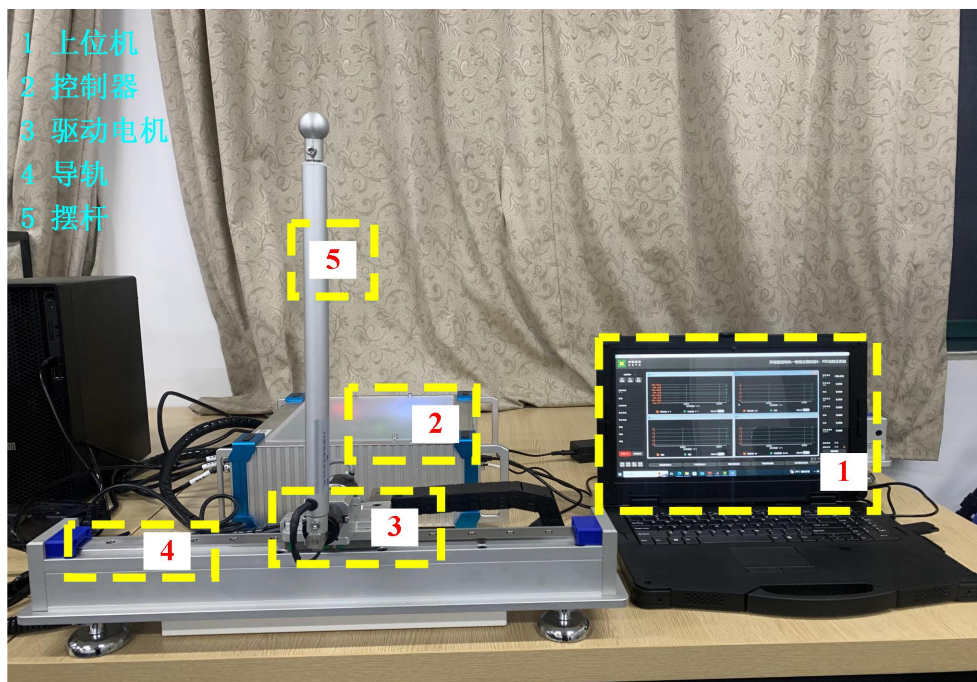


图 5-1 欠驱动倒立摆系统实验平台

5.3 欠驱动系统实验及分析

为了评估改进型滑模自抗扰控制器在欠驱动直线一级倒立摆系统中的控制性能，实验分为了两个子实验，一是对驱动电机的性能实验，确保对欠驱动系统驱动电机能够稳定快速控制。二是对欠驱动直线一级倒立摆的摆杆角度和小车位移进行稳定性实验，通过给定输入信号，观察不同控制策略下的输出信号。

5.3.1 驱动电机实验

(1) 响应速度实验

为了验证研究设计的新型控制策略对欠驱动倒立摆系统的控制性能，对欠驱动系统的驱动电机进行响应速度实验，将控制器模型在 MATLAB/SIMULINK 中搭建好，模型如图 5-2 所示，将模型程序写入上位机，设定值为 10 的阶跃输入信号进行实验，传统 ADRC、LADRC 以及改进型滑模 ADRC 响应曲线图和误差曲线图如图 5-3 和 5-4 所示。图中的“rad”为永磁同步电机位置角的单位。

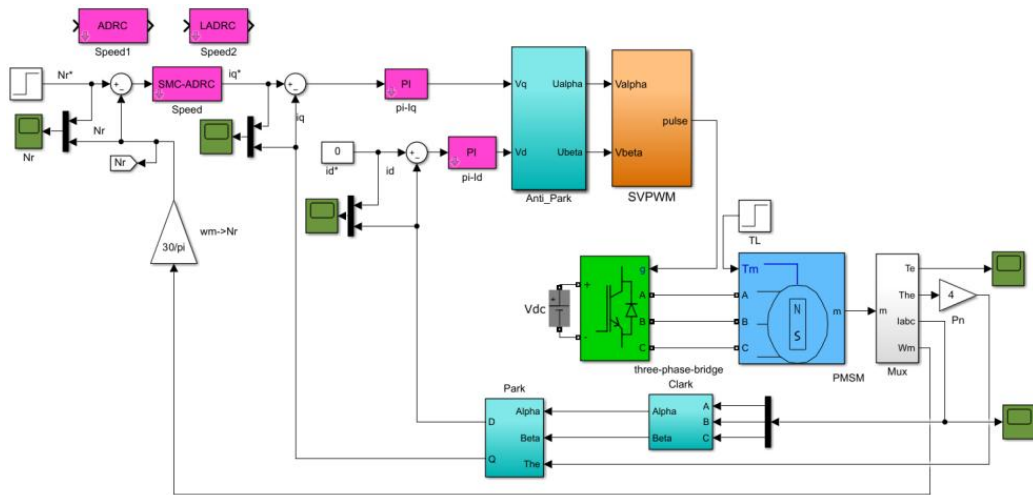
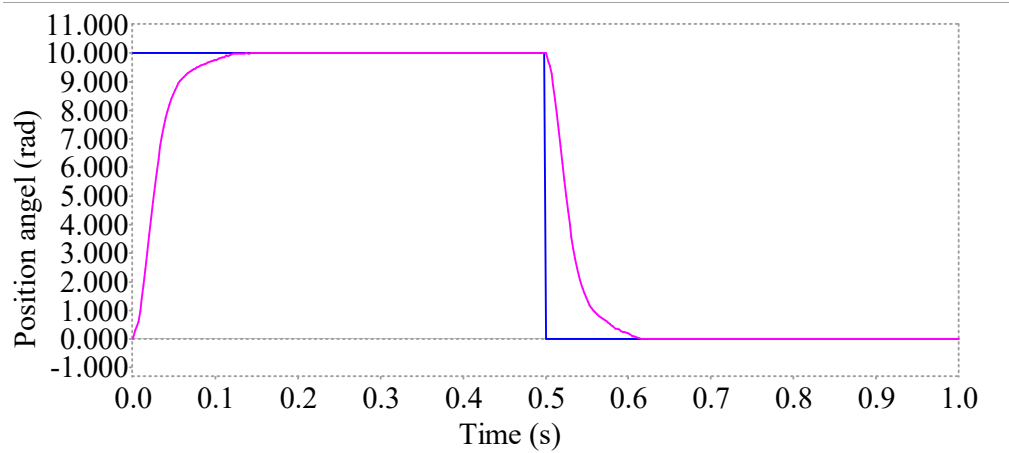
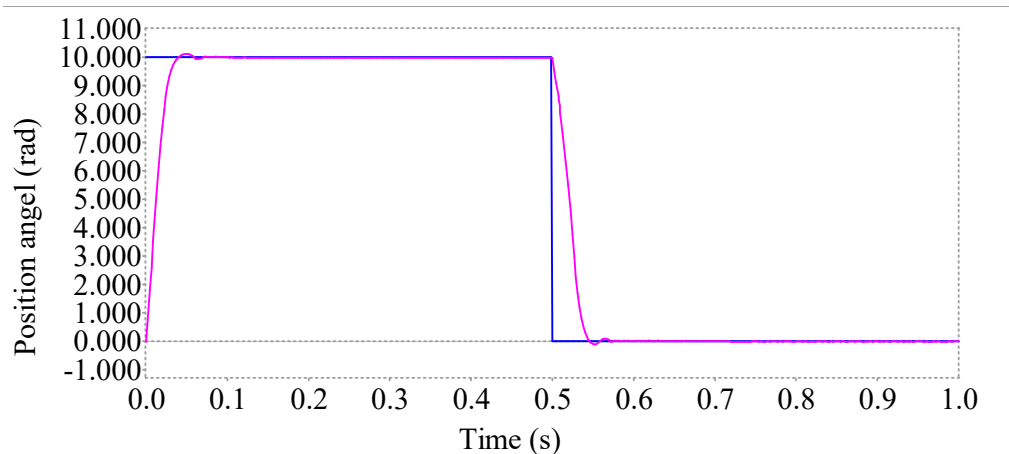


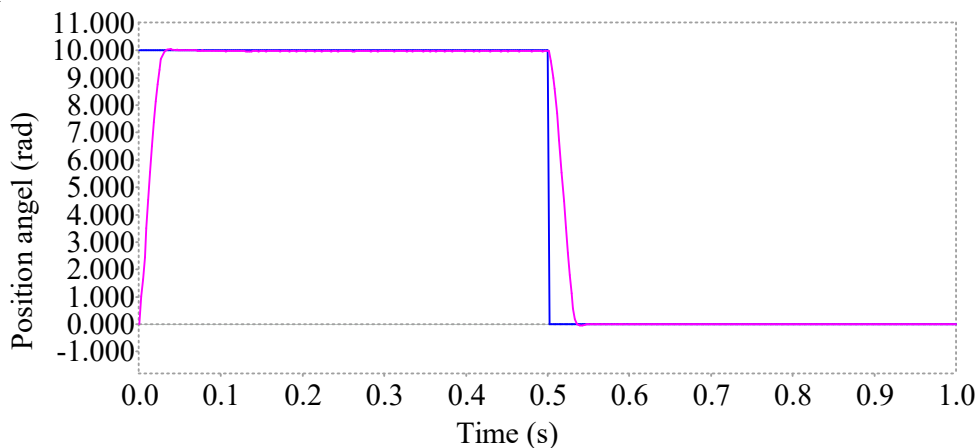
图 5-2 控制驱动电机结构图



(a) 阶跃信号下传统 ADRC 响应曲线

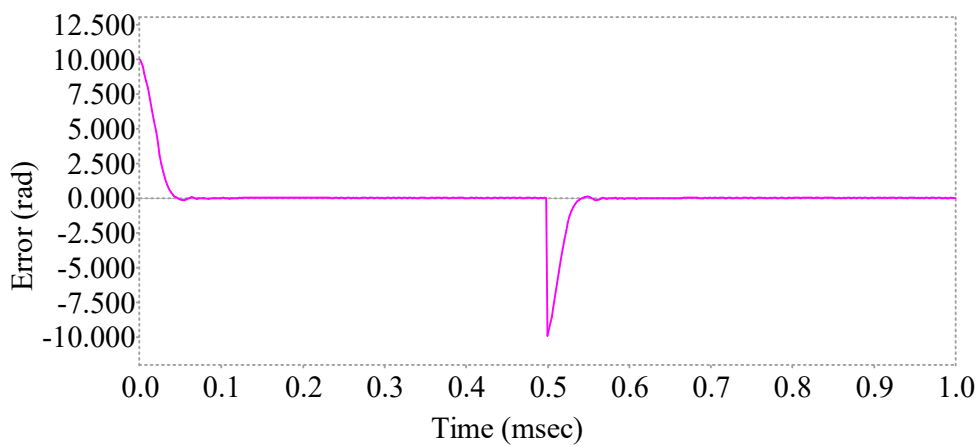


(b) 阶跃信号下 LADRC 响应曲线

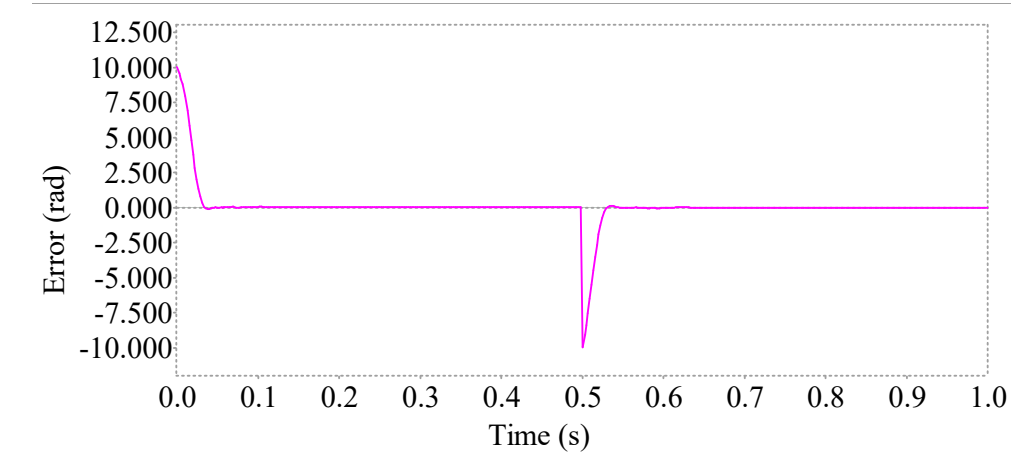


(c) 阶跃信号下 SM-ADRC 响应曲线

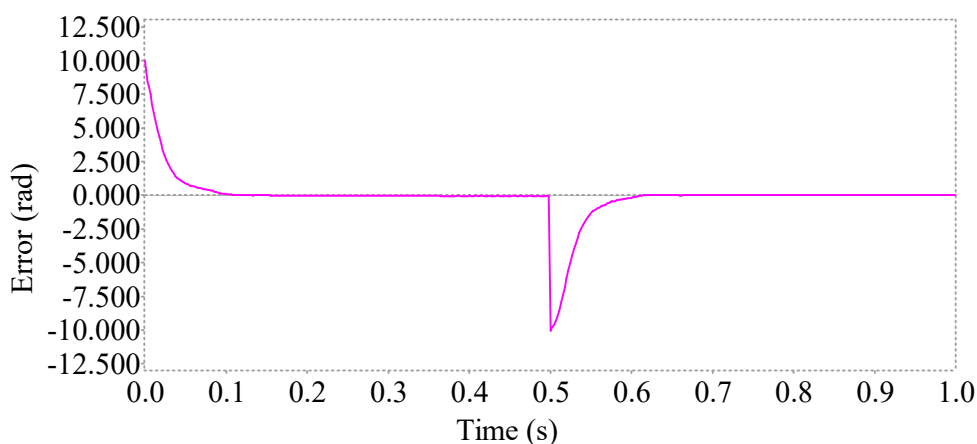
图 5-3 阶跃信号下三种控制器响应曲线



(a) 阶跃信号下传统 ADRC 控制器响应误差曲线



(b) 阶跃信号下改进型 ADRC 控制器响应误差曲线



(c) 阶跃信号下分数阶 ADRC 控制器响应误差曲线

图 5-4 阶跃信号输入下三种控制器误差响应曲线

从图 5-3 中可以直观看到三种控制器的实验曲线，传统 ADRC 在 0.13 秒时到达给定位置，LADRC 在 0.11 秒时到达给定位置，相比于传统 ADRC 在响应速度方面有了提升，但是 LADRC 由于内部缺少非线性函数进行信号滤波，所以出现了超调现象，而 SM-ADRC 响应时间仅为 0.08，在响应速度上有了很大提升，由于采用 SM-TD，对信号进行平滑提取，克服了快速性与超调性之间的矛盾。从图 5-4 误差曲线中，相比与传统 ADRC 与 LADRC，改进型 SM-ADRC 的误差更小。

(2)跟踪性能实验

为了验证欠驱动系统驱动电机的跟踪性能，进行了传统 ADRC 与 SM-ADRC 的跟踪实验。首先，输入了一个幅值为 1 的正弦信号，观测并比较了两种控制策略的实验波形。其次，在将电机位置给定值设定为 8π 后，系统运行 0.4 秒后将位置设定为 16π ，进而观察了两种控制策略的输出曲线图。

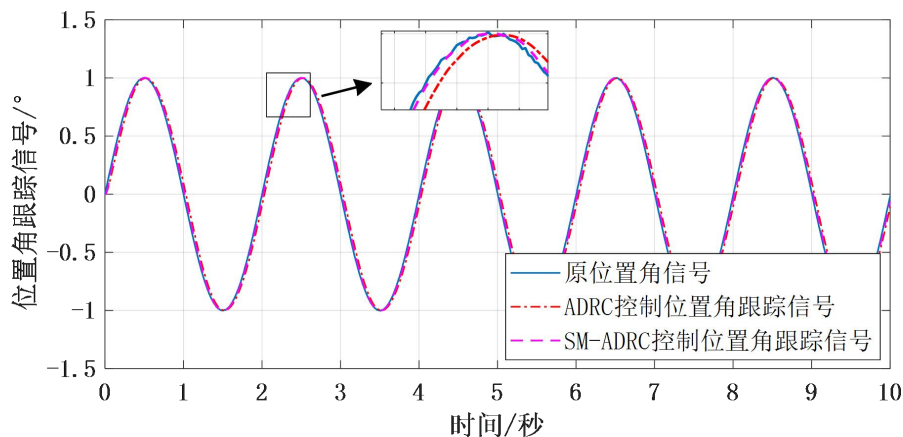


图 5-5 正弦信号输入下两种控制器位置角跟踪响应曲线

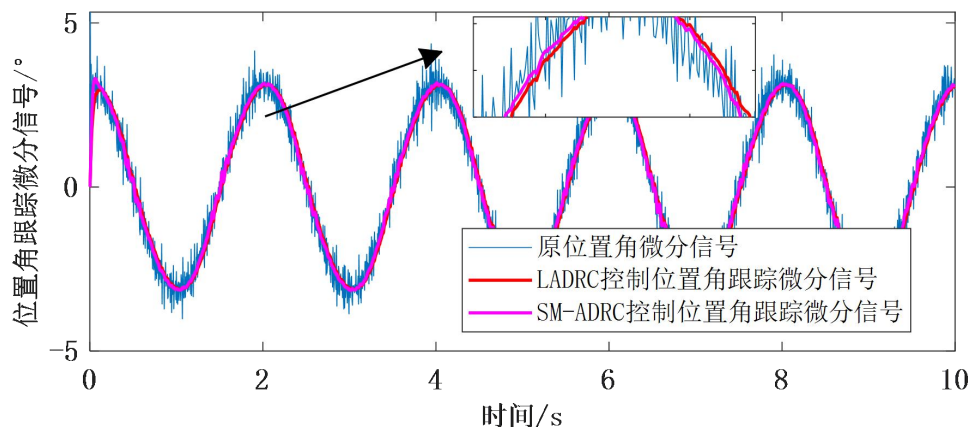


图 5-6 正弦信号输入下两种控制器位置角误差响应曲线

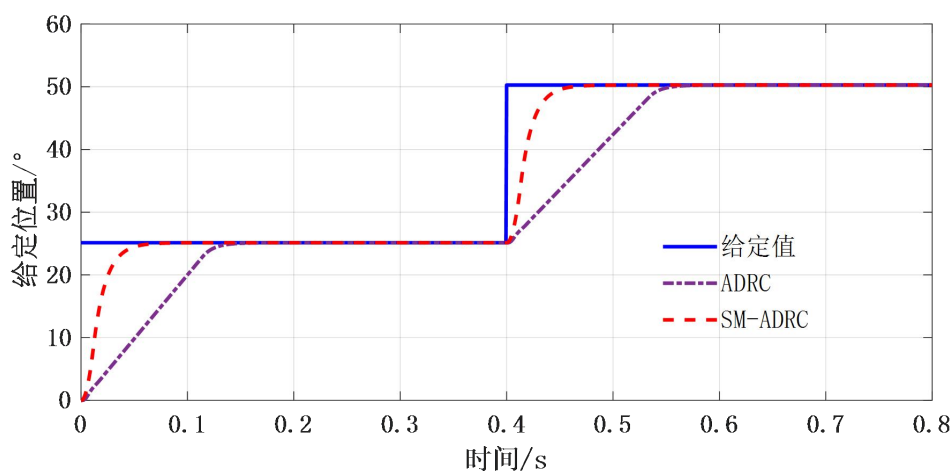


图 5-7 两种控制器位置给定值和实际值响应曲线

从图 5-5 可以看到输入幅值为 1 的正弦信号时, SM-ADRC 相比于传统 ADRC 能更快的跟踪, 这是由于 SM-ADRC 中基于新型非线性函数设计的改进型 ESO 相比于传统 ESO, 具有更好的观测扰动能力, 能给控制器提供更好的信号跟踪能力。图 5-7 中无论是初始位置给定值还是在系统运行后更改位置给定值, SM-ADRC 相较于传统 ADRC 都能更快更平滑的切换位置, 也体现了该控制器稳定跟踪的能力。

(3) 抗扰性能实验

抗扰性能实验的主要意义在于评估系统在面对外部扰动时的稳定性和鲁棒性, 是系统设计和控制策略优化中不可或缺的环节, 能够提供对系统性能在实际应用中的可靠性和稳定性的直观认识。这里将电机的初始设置为 1200r/min, 初始时刻的负载转矩设置为 0N.m, 系统运行 0.2 秒后, 转矩设置为 10N.m, 观察传统 ADRC 控制和 SM-ADRC 控制的输出响应曲线, 如图 5-8 所示。

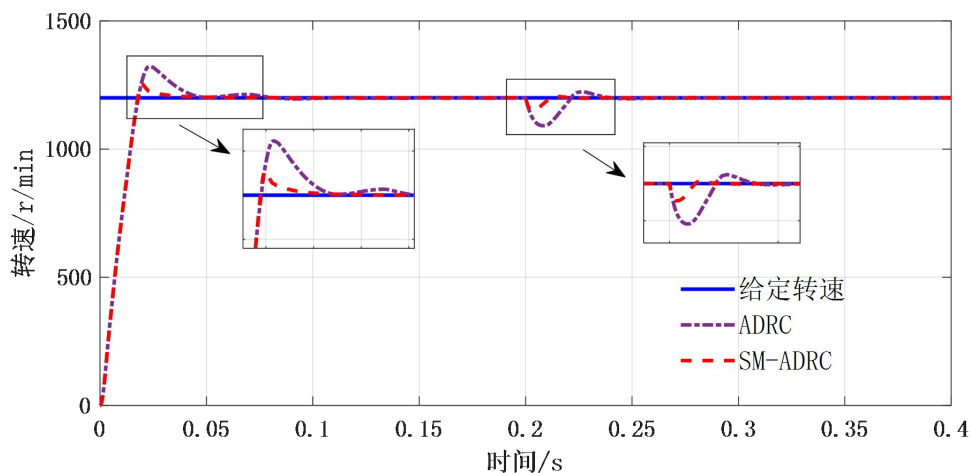


图 5-8 给定负载后的抗干扰性能响应曲线

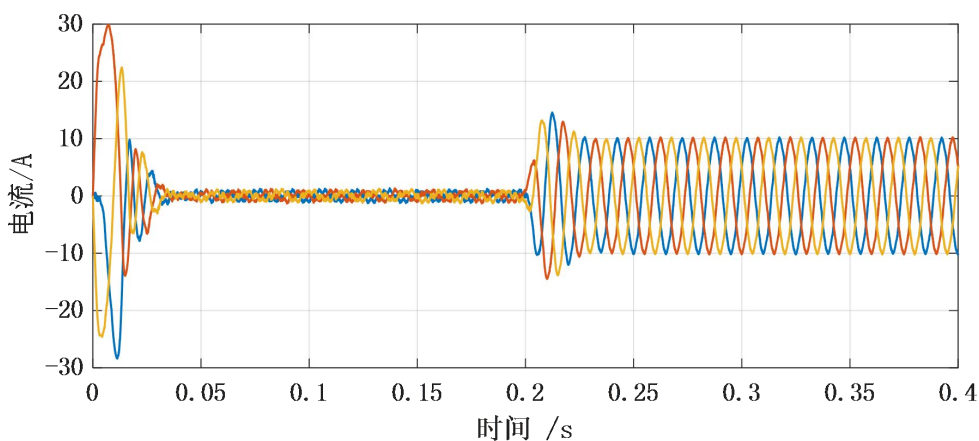


图 5-9 SM-ADRC 三相电流波形响应曲线

图 5-8 是 SM-ADRC 与传统 ADRC 在面对转矩突变的时候，转速的输出响应曲线，可以看到 SM-ADRC 在实物平台上运行的超调比传统 ADRC 的更小，并且抗扰能力也更加优越。同时从图 5-9 中可以看到 SM-ADRC 控制策略的三相电流波形的各项幅值在均匀稳定的范围内，受外界干扰时波形也能在 0.05 秒左右的时间稳定下来。

综上所述，从欠驱动系统驱动电机的实验研究结果可以看出，改进型 SM-ADRC 控制策略相比于传统 ADRC 控制策略，有更快的响应速度、更平稳的跟踪性能和更优越的抗扰能力。因此具备较高控制精度的 SM-ADRC 控制策略在欠驱动直线一级倒立摆系统的控制上有较大提升。

5.3.2 稳定性实验

首先, 根据系统模型设计了控制算法, 并进行了仿真验证。在 3.1 节中通过仿真验证了算法的可行性。然后在 MATLAB/ simulink 上构建控制算法, 硬件接口采用 C2000DSP 模块。根据 CCS 项目的文件要求, 将 C 代码编译写入 DSP 控制器的执行文件中。最后通过模拟器将代码下载到控制器中, 上位机可以观察到系统的相关数据。传统 ADRC 和 SM-ADRC 对欠驱动直线一级倒立摆的控制曲线如下所示。

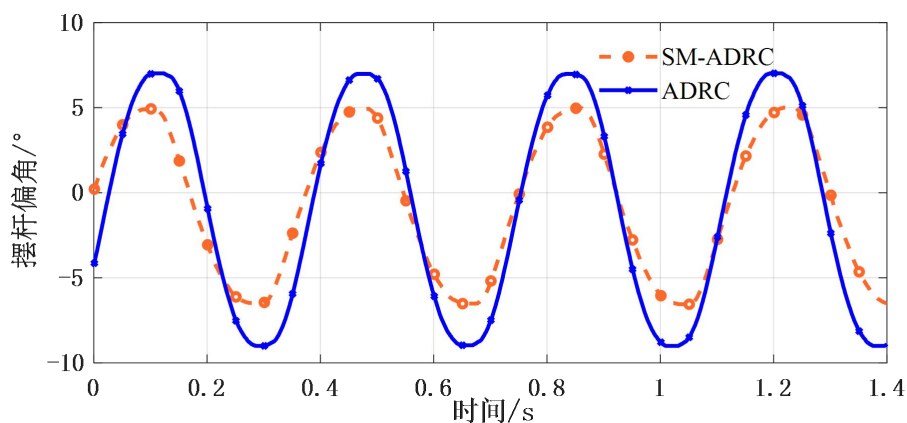


图 5-10 两种控制方法摆杆偏转角度响应曲线

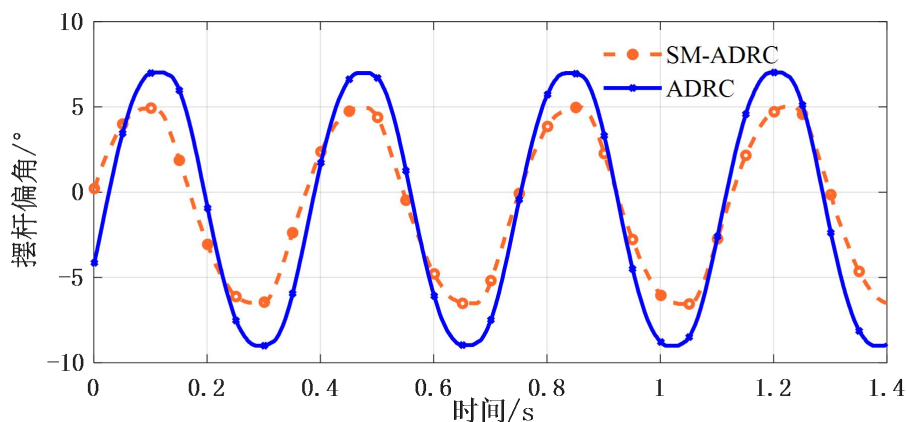


图 5-11 两种控制方法小车位移响应曲线

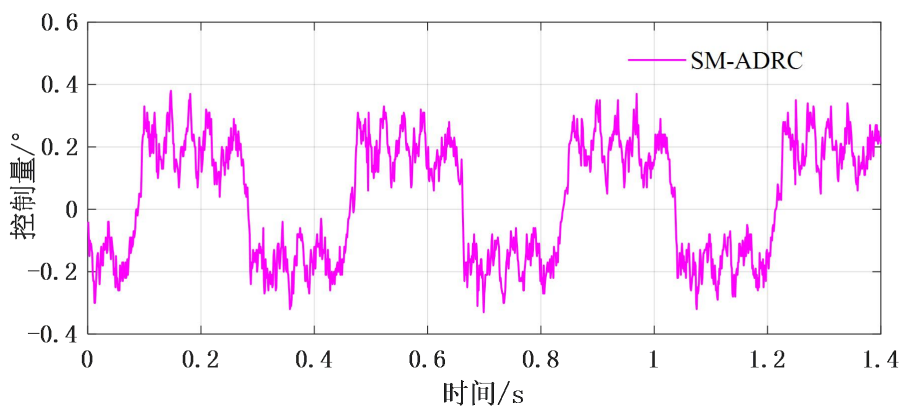


图 5-12 SM-ADRC 控制量响应曲线

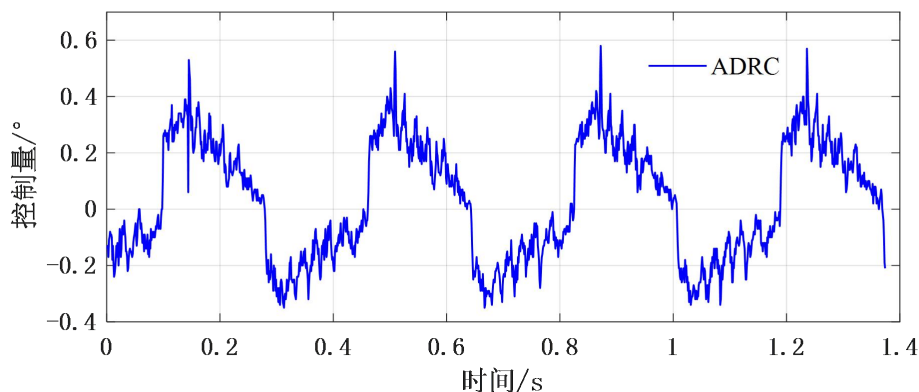


图 5-13 ADRC 控制量响应曲线

图 5-10 为摆杆转角控制曲线，图 5-11 为小车位移控制曲线，图 5-12 和 5-13 为两种控制方式的控制量曲线。可以看出，无论是对摆杆偏转角度还是小车位移的控制，与传统的自抗扰控制器相比，改进的自抗扰控制器的幅值更小，这意味着摆杆偏转角度更小，小车位移距离更短，控制性能更好。

5.3.3 抗干扰能力实验

为了验证控制器的鲁棒性，进一步研究了不同控制算法在处理外部干扰时的系统响应性能。在倒立摆系统稳定后，在摆杆的同一位置施加 5° 的扰动值，观察系统状态的变化，比较不同控制算法下的摆角和控制电压响应曲线。

从图 5-14 中摆杆角度的扰动响应曲线可以看出，当系统对同一位置施加干扰时，改进后的 ADRC 摆杆挠度角曲线波动幅度更小，恢复稳定的速度更快，抗干扰性能更好。同时，从图 5-15 中可以看出，在相同干扰条件下，改进后的自抗扰控制器的控制能力更弱。总的来说，与传统的自抗扰控制器相比，改进的自抗扰控制器对于欠驱动的线性一级倒立摆系统具有更好的稳定性和优势。

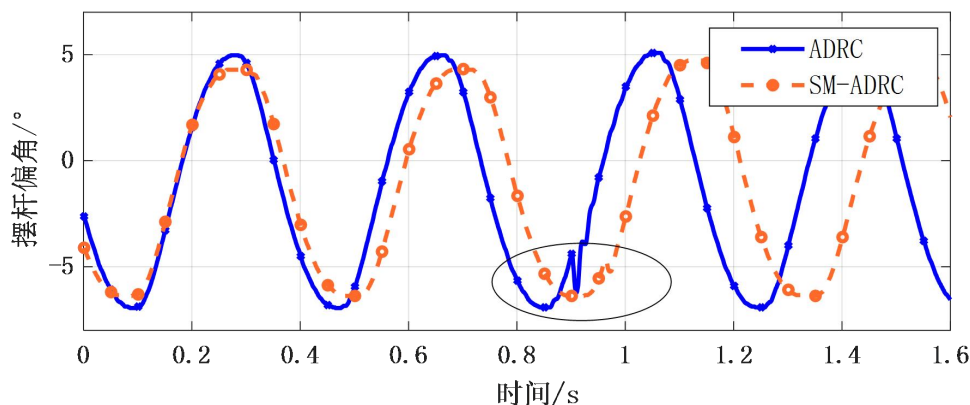


图 5-14 两种控制方法扰动响应曲线

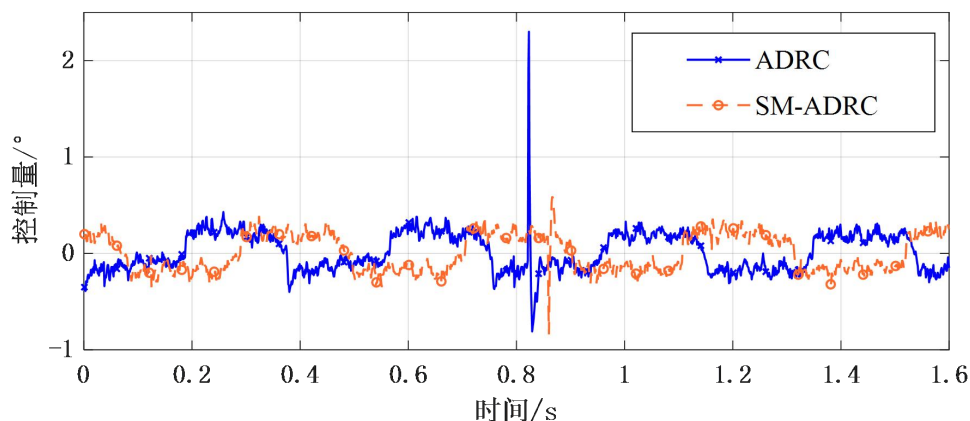


图 5-15 两种控制方法扰动下控制量响应曲线

5.4 本章小结

本章针对欠驱动直线一级倒立摆系统的稳定控制问题进行了深入研究,在前文对欠驱动系统模型分析以及仿真验证之后,在欠驱动实验平台上从系统驱动电机与欠驱动倒立摆姿态控制两方面进行。首先对控制电机时的传统 ADRC 与改进型 ADRC 在响应速度、跟踪性能、抗扰能力方面进行了实验验证。其次对于欠驱动倒立摆系统的姿态控制进行了稳定性与抗干扰能力实验。控制结果表明改进型 SM-ADRC 具备更好的控制性能与控制精度。

第6章 总结与展望

6.1 工作总结

本课题所研究的一类欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制策略,其目的是为了实现在一类单输入双输出的非线性系统更快速稳定的控制,并在有干扰的情况下实现高精度、高响应和高稳定的控制要求。从欠驱动系统动力学模型出发,分析其控制原理,对其设计新型控制策略展开研究,并从两方面进行实验验证,一是对系统的驱动电机进行控制实验,因为该系统是在永磁同步电机上建立起来的,对电机控制的优良决定着整体实验的结果。二是对欠驱动倒立摆系统本身的输出实验,即摆杆响应速度、小车位移偏差和抗干扰能力。本文研究所取得的主要成果如下:

(1) 第一章综述了欠驱动系统的发展进程,描述了目前欠驱动倒立摆系统在多个领域的前瞻性应用,揭示了欠驱动倒立摆的研究既具有理论深度,又具有实际应用价值,是一个典型的控制系统案例,对于推动控制理论的发展和解决实际问题都有着重要的意义。

(2) 第二章针对欠驱动倒立摆系统具有单输入双输出的性质,利用牛顿力学对其进行数学建模,详细描述倒立摆系统的运动学和动力学特性,进而推导出系统的状态方程和输出方程。考虑到欠驱动倒立摆系统是由驱动电机在导轨上控制小车位移,建立了驱动电机的运动模型,为探索有效的控制方法、提升系统稳定性以及解决实际问题打下坚实的理论基础。

(3) 第三章针对欠驱动倒立摆系统稳定控制的设计,给出了几种经典控制方案,分析了PID复合校正控制、LQR算法控制、状态空间极点配置法以及线性自抗扰控制的特点,也发现其常用控制策略的不足,通过这些控制方案,说明了本课题针对这类欠驱动系统设计改进型控制策略的研究目的与意义。

(4) 第四章针对一类欠驱动系统的稳定控制方案,设计了一种改进型滑模自抗扰控制策略。该控制系统的欠驱动性是本文设计的核心,需要对两个输出同时进行良好控制。经过经典控制方案设计之后引出自抗扰控制策略的优势,但是自抗扰控制策略存在参数多、跟踪微分器提取信号慢、抗扰能力可进一步提高等问题,针对上述问题,提出了一种改进型滑模自抗扰控制策略。设计的滑模跟踪微分器解决了对倒立摆系统输入信号的平滑提取,加快了信号过渡过程。设计的新

型非线性函数比传统非线性函数在零点处光滑性与收敛性更强,同时基于该新型非线性函数设计了欠驱动系统的改进型扩张状态观测器。给出了控制器中各模块的参数整定方法,选取最优参数,其中反馈控制率中的引入粒子群算法,减少了人工试错带来的问题。通过对倒立摆系统与驱动电机的大量仿真实验,并同时对比了其他控制方案的性能,验证了设计的控制策略相比其他控制策略能更加快速的稳定控制该欠驱动系统,并且有更优越的抗扰能力。

(5) 第五章针对一类欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制策略的研究,搭建了欠驱动倒立摆实验平台,进行了改进型 SM-ADRC 控制策略与传统 ADRC 控制策略的实验与分析。从系统的驱动电机、倒立摆摆杆平衡和小车位移控制几个方面进行测试,验证了改进型滑模自抗扰控制具有更快的响应速度、更高的跟踪精度以及更优越的抗干扰性能。

6.2 研究展望

本论文针对一类欠驱动系统的改进型滑模自抗扰控制策略研究,取得了一定的成果,对于欠驱动不稳定系统姿态控制的问题提供了一定的控制策略与方法,有一定的意义。虽然作者进行了大量的实验调研与研究,但作者经验有限,对于部分性能研究未能达到系统的理想指标要求,因此对相关研究内容提出如下展望:

(1) 在针对欠驱动直线一级倒立摆单输入双输出的问题上,考虑设计两个滑模跟踪微分器分别提取信号,以对整个欠驱动系统的稳定控制,但是双滑模跟踪微分器的设计形式在多级倒立摆系统上是否仍然有较好的效果还需进行大量实验研究。

(2) 本文将反馈控制率设计成了误差组合的形式,在今后的研究中,可以考虑反馈控制率也采取传统的思想,在设计新型非线性函数的基础上,运用该非线性函数进行设计控制率,或者采用不同的控制率以寻找出更加适合欠驱动倒立摆系统稳定控制的结构。

(3) 本研究在参数整定方面采用了经验法、仿真实验法和粒子群算法等进行参数最优选择,但是传统粒子群算法已经不是现代最优的智能算法,后续的研究可以考虑在引入智能算法进行参数寻优的同时,对智能算法进行改进或者采用寻优性能更好的智能算法。

(4) 在控制欠驱动系统的问题上,欠驱动二级倒立摆的实时控制研究相比于

欠驱动一级倒立摆而言，有更高的应用价值和研究空间。今后对欠驱动系统的研究，可以将欠驱动二级倒立摆作为研究重点。用更复杂的控制对象验证自抗扰控制策略在控制非线性、欠驱动和强耦合这方面的优势所在。

参考文献

- [1]Karr. Design of a cart-pole balancing fuzzy logic controller using a genetic algorithm[C]. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 1991, 1468: 26-36.
- [2]Li Tzuu-Hseng, Tsai Chin-Yin. Parallel fuzzy sliding mode control of the cart-pole system[C]. IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference), 1995, 2: 1468-1473.
- [3]Li Tzuu-Hseng, Shieh Ming-Yuan. Switching-type fuzzy sliding mode control of a cart-pole system[J]. Mechatronics, 2000, 10(1-2): 91-109.
- [4]Xin X., Kaneda M. Analysis of the energy-based swing-up control of the Acrobot[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(16): 1503-1524.
- [5]Gregory John, Olivares Alberto, Staffetti Ernesto, etc. Energy-optimal trajectory planning for the Pendubot and the Acrobot[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2013, 34(3): 275-295.
- [6]Jeong Seongchan, Lee Sanghyob, Hong Young-Dae, etc. Adaptive robust swing-up and balancing control of acrobot using a fuzzy disturbance observer[J]. Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, 2016, 22(5): 346352.
- [7]Dracopoulos, Nichols. Genetic programming for the minimum time swing up and balance control acrobot problem[J]. Expert Systems, 2017, 34(5).
- [8]Ramos, Castillo Toledo, Alvarez, etc. Nonlinear regulation of an underactuated system[C]. Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1997, 4: 3288-3293.
- [9]Pettersen, Egeland. Robust control of an underactuated surface vessel with thruster dynamics[C]. Proceedings of the American Control Conference, 1997, 5: 3411-3415.
- [10]Su Chunyi, Stepanenko Yury. Adaptive variable structure set-point control of underactuated robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(11): 2090-2093.
- [11]Do K D, Jiang Z P, Pan J, etc. Robust global stabilization of underactuated ships on a linear course: State and output feedback[J]. International Journal of Control, 2003. 76(1): 1-17.
- [12]Hernandez, Victor M, Sira-Ramirez Hebertt. Generalized PI control for swinging

- up and balancing the inertia wheel pendulum[C]. Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003, 4: 2809-2814.
- [13]姚利娜, 王宏, 周靖林. 倒立摆系统的变结构控制方案[J]. 控制理论与应用, 2004(05): 724-727.
- [14]么健石, 曾鹏鑫, 徐心和. 基于混合遗传算法的力矩受限圆轨二级倒立摆摆起控制[J]. 控制理论与应用, 2005(04): 615-618.
- [15]李新飞, 朱齐丹, 邢卓异. 基于极点配置的二级倒立摆最优控制器设计[J]. 控制工程, 2005(S2): 78-81.
- [16]孙亮, 王水清. 一种基于非线性滤波的倒立摆控制方法研究[J]. 控制工程, 2008(S1): 91-93.
- [17]周长新, 聂卓赟, 程前. 球杆系统的阻尼自适应抗扰控制[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2022, 43(04): 511-517.
- [18]吴云霞, 张玉凤, 渠媛媛. 球杆系统的积分 T-S 模糊控制[J]. 自动化应用, 2022(01): 21-26.
- [19]张晓华, 罗林英. 基于级联标准型的 Acrobot 反步控制[J]. 控制工程, 2014, 21(02): 156-160.
- [20]王中华, 杨洁, 程金. 考虑外部扰动的 Acrobot 机器人系统滑模控制[J]. 西南交通大学学报, 2011, 46(01): 115-120.
- [21]Jiang Jingjing, Astolfi Alessandro. Stabilization of a Class of Underactuated Nonlinear Systems via Underactuated Back-Stepping[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(11): 5429-5435.
- [22]聂卓赟, 刘瑞娟. 复杂条件下倒立摆摆角控制设计与实验研究[J]. 信息与控制, 2016, 45(04): 506-512.
- [23]Ishida, Oshiro, Nagado, etc. Sliding mode control of an inverted pendulum. Comparison on robustness between a sliding mode control and an optimal regulator[C]. IFAC Symposia Series - Proceedings of a Triennial World Congress, 1991, 4: 317-322.
- [24]Ostertag, Carvalho-ostertag. Fuzzy control of an inverted pendulum with fuzzy compensation of friction forces[J]. International Journal of Systems Science, 1993, 24(10): 1915-1921.
- [25]Mohanlal, Kaimal. Exact fuzzy modeling and optimal control of the inverted pendulum on cart[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and

- Control, 2002, 3: 3255-3260.
- [26]Pathak Kaustubh, Franch Jaume, Agrawal Sunil, etc. Velocity and position control of a wheeled inverted pendulum by partial feedback linearization[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 505-513.
- [27]Bakhtyar Abdullah Sharif, Ahmet Ucar. State feedback and LQR controllers for an inverted pendulum system[C]. 2013 The International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering, 2013: 298-303.
- [28]Hassène Gritli, Safya Belghith. Robust feedback control of the underactuated Inertia Wheel Inverted Pendulum under parametric uncertainties and subject to external disturbances[J]. LMI formulation.Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(18): 9150-9191.
- [29]Sabir Husnain, Muhammad Tanveer Riaz, Muhammad Abbas Khan, etc. An Artificial Bee Colony Based PID Tuning Algorithm for Inverted Pendulum and Cart System[C]. 2023 17th International Conference on Open Source Systems and Technologies, 2023: 1-7.
- [30]李宏伟, 李新飞, 吕开东. 基于神经元的倒立摆双闭环 PID 控制[J]. 弹箭与制导学报, 2005(SC): 672-676.
- [31]赵银银. 分级模糊滑模解耦控制方法在二级倒立摆中的应用[J]. 北华大学学报(自然科学版), 2008, 9(06): 563-565.
- [32]湛海云, 杜振华, 邹宁波. 多种群遗传算法的倒立摆 LQR 控制器设计[J]. 控制工程, 2014, 21(03): 391-394.
- [33]王莹莹, 王向东, 王冬青. 基于模糊控制算法的二级倒立摆控制器设计[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2015, 30(04): 62-67.
- [34]刘薇, 郝彬, 王跃灵. 基于 ESO 的旋转倒立摆全局终端滑模控制[J].控制工程, 2018, 25(01): 106-111.
- [35]常昊天, 李小兵, 钟伟杰. 基于自适应模糊 PID 的二级倒立摆控制方法[J]. 火力与指挥控制, 2022, 47(02): 108-113.
- [36]李俊芳, 毕旺琪, 李毅. ADRC-GPC 算法在旋转倒立摆系统中的应用[J]. 传感器与微系统, 2023, 42(09): 165-168.
- [37]陈方杰, 郭玉祥. 单级倒立摆的模糊分数阶 PID 控制器设计[J]. 黑河学院学报, 2022, 13(12): 184-185+188.

- [38]李巍巍, 张海彪, 王光辉. 基于蚁群算法的倒立摆系统 PID 控制器设计[J]. 工业仪表与自动化装置, 2018(03): 55-58.
- [39]周浩, 董理, 詹明锟. 基于遗传模糊 PID 算法的倒立摆稳摆抑噪抗扰实验与分析[J/OL]. 海军工程大学报, 2024:1-9.
- [40]麦斯提热古·吐逊, 伊新. 自适应模糊滑模控制器在一级倒立摆系统中的应用[J]. 科技广场, 2013(03): 111-114.
- [41]魏芬, 王素青, 邓海琴. 基于模糊控制算法的一级倒立摆控制研究[J]. 计算机仿真, 2023, 40(03): 320-325.
- [42]张明君, 邵诚, 李世宽. 一种控制增益函数未知的自适应模糊控制[J]. 大连理工大学学报, 2014, 54(02): 257-261.
- [43]王莹莹, 王冬青. 基于卡尔曼滤波的二级倒立摆 LQR 控制方法[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2015, 30(03): 21-26.
- [44]王雯, 崔建峰, 武燕. 倒立摆张量积分散 LQR 稳定控制[J]. 控制工程, 2020, 27(03): 476-480.
- [45]武俊峰, 郭旭飞. 直线三级倒立摆 LQR 控制稳定性的 PSO-AFSA 优化[J]. 黑龙江科技大学学报, 2020, 30(06): 687-691.
- [46]蔡文玮, 王银河, 汤晓. 一类欠驱动系统的自适应跟踪控制器设计[J]. 控制工程, 2023, 30(02): 200-208.
- [47]刘成基, 陶玉帆, 郭思雯. 倒立摆的自适应积分反步控制策略[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(02): 452-455.
- [48]蔺小林, 邓雄峰, 李露. 基于参数自适应模糊 PI 的三级倒立摆控制[J]. 控制工程, 2015, 22(03): 404-408.
- [49]马永凌, 基于 ADRC 方法的旋转倒立摆控制[J]. 自动化应用, 2020(11): 161-164.
- [50]Chen Zhigang, Ruan Xiaogang, Li Yuan, etc. Dynamic modeling of a cubical robot balancing on its corner[J]. Control and decision, 2019, 34(06): 1203-1210
- [51]Zhang Qi, Wei Yaoxing, Li Xiao, etc. Quadroter Attitude Control by Fractional-Order Fuzzy Particle Swarm Optimization-Based Active Disturbance Rejection Control[J]. Applied Sciences-Basel. 2021, 11(24): 11583.
- [52]吴敏, 肖志坚, 尚猛. 基于改进鲨鱼优化算法的倒立摆自抗扰控制研究[J]. 微电机, 2019, 52(09): 92-97.

- [53]洪金文. 基于改进型自抗扰控制的一级直线倒立摆控制系统研究[D]. 安徽工程大学, 2019.
- [54]高强, 陈莎莎, 李毅. 线性自抗扰控制在倒立摆系统的实现[J]. 电气传动, 2014, 44(10): 49-53.
- [55]韩京清. 从 PID 技术到“自抗扰控制”技术[J]. 控制工程, 2002(03): 13-18.
- [56]肖友刚, 朱铨臻, 卢浩. 一类欠驱动 MIMO 系统集中式自抗扰控制[J]. 应用数学和力学, 2020, 41(11): 1197-1209.
- [57]韩京清. 自抗扰控制技术[J]. 前沿科学, 2007(01): 24-31.
- [58]俞苏苏. 基于积分反步 ADRC 的四旋翼无人机姿态控制系统研究[D]. 安徽工程大学, 2023.
- [59]Gao Zhiqiang. Scaling and bandwidth-parameterization based on control tuning[C]. Proceedings of the American Control Conference. Denver, Colorado, 2003: 4989-499.
- [60]苏位峰, 孙旭东, 李发海. 基于自抗扰控制器的异步电机矢量控制[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2004(10): 1329-1332.
- [61]Tian Gang, Gao Zhiqiang. Benchmark tests of Active Disturbance Rejection Control on an industrial motion control platform[C]. American Control Conference, IEEE, 2009: 5552-5557.
- [62]庞金锋. 基于自抗扰控制技术的舰炮随动控制系统[J]. 机电产品开发与创新, 2019, 32(06): 74-77.
- [63]Deng Yongting, Xia Peipei, Li Hongwen, etc. Speed control for K-mirror of 2-m telescope using improved active disturbance rejection controller[J]. Measurement 2018, 129: 245-255.
- [64]龙飞, 徐健, 刘强. 无人飞艇的自抗扰控制研究和控制器优化[J]. 计算技术与自动化, 2019, 38(04): 1-8.
- [65]张寒冰. 基于对抗网络的六旋翼无人机串级线性自抗扰控制系统设计[J/OL]. 计算机测量与控制, 2024: 1-13.
- [66]张峥峥. 基于改进型自抗扰控制的水下机器人运动控制系统研究[D]. 安徽工程大学, 2022.
- [67]曾俊杰, 苏鑫, 李正. 三相电压型 PWM 整流器的自抗扰控制研究[J]. 计算机测量与控制, 2023, 31(01): 93-99.

- [68]金奎, 厉伟, 张炳义. 长距离带式输送机电机自抗扰变速节能控制策略[J]. 电机与控制应用, 2022, 49(12): 21-27.
- [69]樊志宇, 田桂珍, 刘广忱. 基于自抗扰控制的直驱风电系统高电压穿越控制策略[J/OL]. 高电压技术, 2024, 1-15.
- [70]李镇, 潘若妍, 朱霄. 改进天牛须算法优化自抗扰 APF 直流侧电压控制[J]. 电子测量技术, 2022, 45(02): 72-77.
- [71]刘舒畅, 杨忠, 张钊. 基于自适应线性自抗扰控制的飞机防滑刹车系统重构控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(08): 1516-1528.
- [72]方望, 张天宏. 多电航空发动机发电机负载突变时的自抗扰控制研究[J/OL]. 推进技术, 2024, 1-13.
- [73]秦超, 魏民祥. 基于改进自抗扰补偿的无人驾驶车辆轨迹跟踪[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2023, 37(07): 51-61.
- [74]袁昊, 张铁臣, 杨祖勇. 基于自抗扰原理的燃料电池阳极压力控制研究[J]. 内燃机与配件, 2023(06): 14-18.
- [75]付兵. PID 控制参数整定方法研究[J]. 设备管理与维修, 2023(23): 15-17.
- [76]任震宇, 段志荣, 孙亚萍. 增量式数字 PID 参数整定的频域分析[J]. 微型机与应用, 2015, 34(03): 92-94+98.
- [77]宋海玉, 李威, 魏巍. 最小二乘法研究性实验的设计与实现[J]. 实验科学与技术, 2023, 21(03): 7-13.
- [78]唐鸣政, 李创, 唐荣年. 基于 Ziegler-Nichols 整定规则的分数阶 PID_{μ} 控制器[J/OL]. 控制工程, 2024: 1-8.
- [79]邱丽, 曾贵娥, 朱学峰. 几种 PID 控制器参数整定方法的比较研究[J]. 自动化技术与应用, 2005(11): 31-34.
- [80]王晨丰. 基于临界比例度法的 PID 控制器参数整定[J]. 数字技术与应用, 2015(06): 14-15.
- [81]陈莎莎. 倒立摆系统自抗扰控制的研究与实现[D]. 天津理工大学, 2015.
- [82]Chen Qiuzhuo, Zhu Biao, Ma Lixiang, etc. Underdractuated System Control Based on Improved Active Disturbance Rejection Control[J]. J. Shanghai Jiaotong Univ. (Sci.), 2024: 1995-8188.
- [83]Chen Qiuzhuo, Zhuang Jinglei, Liu Bingyou, etc. Inverted Pendulum Balance

Control Based on Improved Active Disturbance Rejection Control[C], 2022 China Automation Congress (CAC), Xiamen, China, 2022: 1526-1531.

[84]朱晨波, 王星, 王伍娜. 基于多精度模型和粒子群算法的(s, S)库存优化[J]. 浙江工业大学学报, 2022, 50(06): 621-627.

[85]CHEN Z L, LI Y F, ZHANG Y L, etc. Optimization of ADRC parameters based on particle swarm optimization algorithm[C]. 2021 IEEE 4th Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference. Chongqing: IEEE, 2021: 1956-1959.

攻读学位期间发表的学术成果

论文发表情况:

- [1] 以第一作者在《Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)》期刊发表论文一篇. (EI 已检索)
- [2] 以第一作者在 2022 中国自动化大会发表论文一篇. (EI 已检索)
- [3] 以第三作者在《兵器装备工程学报》期刊发表论文一篇. (CSCD 已录用)

专利发表情况:

- [1] 以第二发明人实审中国发明专利一项.

参加项目情况:

- [1] 安徽安健汽车天窗科技有限公司——汽车电动门窗智慧开闭系统设计
- [2] 芜湖追逐科技有限公司——基于高速视觉技术的旋转转子特征检测装置研发
- [3] 安徽中航显示技术有限公司——面向可视需求的多功能低功耗搜救系统设计
- [4] 合肥市施能电子科技有限公司——一种基于视觉的旋转设备特征非接触式测量系统

获奖情况:

- [1] 研究生人工智能创新大赛二等奖
- [2] 第十一届芜湖大学生专利创新大赛二等奖
- [3] 第八届“互联网+”大学生创新创业大赛三等奖
- [4] 校级一等奖学金

致谢

在我硕士学业即将完成之际，我要向所有支持、鼓励和帮助过我的人表示最诚挚的感谢。在这段学习之旅中，我收获了无尽的帮助和鼓励，让我能够克服困难、迈向成功。

首先，我要感谢我的父母。他们是我生命中最伟大、最坚强的支柱。他们的无私关爱和悉心培育使我得以茁壮成长，他们的支持和理解是我追求梦想的坚实后盾。在我追求学业的道路上，他们始终给予我最大的支持和鼓励，让我能够勇往直前，永不放弃。

我还要特别感谢我的导师刘丙友，他的悉心指导和专业知识为我在学术上提供了无尽的帮助。在研究过程中，导师不仅给予了我宝贵的建议和指导，还在学术和生活上给予了我无私的关怀和支持。他的教诲和启发让我受益匪浅，成为了我学术道路上的良师益友。

此外，我还要感谢我的同学们。他们友好相处、相互支持的氛围让我感受到了温暖和团结。在学习和生活中，他们的帮助和鼓励让我感到无比幸运和欣慰。与他们一起学习、交流、进步的过程是我人生中最宝贵的财富之一。

在此，我还要感谢所有在我学业生涯中给予我帮助和支持的老师、亲朋好友以及各方面的支持者。是你们的关心和鼓励，让我在学业上始终保持着积极向上的态度，勇往直前，不断追求进步。

最后，我要感谢生活中的点滴，感谢所有曾经给予我启迪和帮助的人和事。正是因为你们的陪伴和支持，我才能够不断成长、不断前行，实现了自己的梦想和目标。

在即将毕业之际，我怀着无尽的感激之情，向所有支持、鼓励和帮助过我的人表示最诚挚的感谢！愿我们在未来的道路上继续携手前行，共同创造更加美好的明天！