

分类号:

密 级:

学校代码:10363

学 号:



安徽工程大学

Anhui Polytechnic University

硕士学位论文

题 目

不确定性脉冲切换系统的异步

混杂滤波研究

论 文 作 者

朱雨菲

指 导 教 师

郑群现

学 科 (专 业)

电气工程

研 究 方 向

脉冲切换系统、 H_∞ 滤波

论文提交日期: 2024 年 5 月 31 日

分类号: TP273
密 级: 公开

单位代码: 10363
学 号: 2210310108

题 目 不确定性脉冲切换系统的异步混杂滤波研究

题 目 RESEARCH ON ASYNCHRONOUS HYBRID
FILTERING FOR UNCERTAIN IMPULSIVE
SWITCHED SYSTEMS

学 生 姓 名:	朱雨菲
校 内 导 师:	郑群现
专 业 学 位 类 别:	电气工程
研究方向 (领域):	脉冲切换系统、 H_∞ 滤波

论 文 答 辩 日 期: 2024 年 5 月 19 日

安徽工程大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

学位论文作者签名：朱雨菲

日期：2024 年 5 月 31 日

安徽工程大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权安徽工程大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ☐，在 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：朱雨菲

日期：2024 年 5 月 31 日

指导教师签名：郑群现

日期：2024 年 5 月 31 日

不确定性脉冲切换系统的异步混杂滤波研究

摘 要

切换系统由若干个子系统和切换规则组成,其多模态的特性和许多实际场景需求吻合,比如汽车加速启动和刹车制动过程中因摩擦力与其运动方向发生改变要切换运动模式,混合动力飞行器在不同工况下需要对太阳能电池和锂电池进行动力源切换,以及机器人控制需要根据实际要求切换到不同的运动模式等。因此可以用切换系统对这些有“切换”需求的工业场景进行建模,从而更好地开展研究。此外,在实际应用中系统运行时由于各种原因,其状态经常会发生一些突然的跳变,这种现象被称为脉冲现象。切换系统切换时,系统的运动状态将会发生改变。这时,系统可能不再连续而是出现了跳变,其中最具有代表性的是带有脉冲作用的切换。这样的特性使得切换系统对运动状态的刻画更精准同时建模也更复杂,所以对这类脉冲切换系统的研究不仅具有深刻的实际意义也具有重要的理论价值。

近年来随着切换系统研究的不断深入,在切换系统的分析与系统综合问题中,大量的优秀成果纷纷涌现。然而针对切换时刻考虑脉冲跳变的切换系统,尤其是在含有多状态脉冲跳变的滤波方面,研究相对较少。此外在切换系统的研究中,通常分为连续时间系统和离散时间系统,连续时间系统和离散时间系统的控制方法和稳定性分析方法在一般情况下不能直接推广到对方的系统上并保持适用性。因而本文

开展对不确定性脉冲切换系统异步混杂滤波的研究，具体来说，本文的研究工作可分为以下两部分：

其一，针对一类含有异步切换行为和不确定性的连续时间线性脉冲切换系统，考虑系统中多状态脉冲跳变的情况（即系统切换时刻和滤波器切换时刻均有脉冲跳变），研究其混杂滤波的问题。基于平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析，得到使系统为全局一致渐近稳定的充分条件。在滤波器模型中加入脉冲跳变的想法给滤波器增益矩阵的求解带来了挑战。在此基础上，研究了该系统鲁棒 H_∞ 滤波的问题，并得出滤波器增益矩阵表达式。设计的滤波器条件以线性矩阵不等式的形式给出，方便使用 MATLAB 工具箱求解。最后，采用数值算例对上述系统进行仿真，仿真结果验证了所得结论的可行性和有效性。

其二，基于上述连续时间系统中的研究成果，为使研究范围更全面，研究了一类具有随机不确定性和数据丢包的离散时间线性脉冲切换系统的弹性混杂滤波问题。考虑多状态脉冲跳变，同时采用两个相互独立且服从伯努利分布的随机序列对随机不确定性和数据丢包现象进行建模。使用平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析，得到使系统在均方意义上指数稳定的充分条件。在此基础上设计了该系统 H_∞ 弹性滤波器，并得出滤波器增益表达式，滤波器的设计条件以线性矩阵不等式的形式给出。最后，采用数值算例对上述系统进行仿真，仿真结果验证了所得结论的可行性和有效性。

关键词：脉冲切换系统，多状态脉冲跳变，混杂 H_∞ 滤波，不确定性，
平均驻留时间

RESEARCH ON ASYNCHRONOUS HYBRID FILTERING FOR UNCERTAIN IMPULSIVE SWITCHED SYSTEMS

ABSTRACT

The switched system is composed of several subsystems and switching rules, and its characteristics of multi-mode are consistent with the needs of many actual scenes. For example, the motion mode should be switched due to the change of friction force and its direction of motion in the process of acceleration starting and braking; hybrid aircraft need to switch the power source of solar battery and lithium battery under different working conditions; the control of the robot needs to switch from one motion mode to another according to actual requirements. Therefore, to better conduct research, the switched system can be widely applied in industrial scenarios of switching requirements. In addition, in practical applications, when the system is running, its state often changes suddenly due to various reasons. This phenomenon is called impulsive phenomenon. When the system is switched, the motion state of the system will change.

At this time, the system has not been continuous and sudden jumps happen, the most representative of which is impulsive switching. Such characteristics of impulsive switched system make the motion state of the description of switched system more accurate and the modeling more complex. Therefore, the research on impulsive switched system not only has profound practical significance but also has important theoretical value.

In recent years, with the continuous deepening of research on switched systems, a large number of excellent results have emerged in the analysis and system synthesis of switched systems. However, there are few studies on switched systems that consider impulsive jumps at the switching moment, especially in filtering containing multi-state impulsive jumps. In addition, the study of switched systems has been usually divided into continuous time systems and discrete time systems from the time perspective. The control methods and stability analysis methods of continuous time systems and discrete time systems cannot generally be directly extended to the each other and maintain suitability. Therefore, this paper conducts research on asynchronous hybrid filtering of uncertain impulsive switched systems. Specifically, the research work of this paper can be divided into the following two parts:

For one thing, for a type of continuous-time linear impulsive switched system with asynchronous switching behavior and uncertainty, considering the situation of multiple state impulsive jumps in the system (that is, there

are impulsive jumps at both the system switching moment and the filter switching moment), the hybrid filtering problem has been studied. Based on the average dwell time technology and the method of multiple Lyapunov functions, the stability and H_∞ performance of the system are analyzed, and sufficient conditions for the system to be globally uniformly asymptotically stable are obtained. The idea of adding impulsive jumps in the filter model brings challenges to solving the filter gain matrix. On this basis, the problem of robust H_∞ filtering of this system is studied, and the filter gain matrix expression is obtained. The designed filter conditions are given in the form of linear matrix inequalities, which are easy to solve using the MATLAB toolbox. Finally, an example is offered to demonstrate the applications of the acquired theorems.

For another, based on the results in continuous time systems mentioned above, in order to make the research scope more comprehensive, the resilient hybrid filtering of discrete time linear impulsive switched system with random uncertainty and data packet loss has been studied. Two random sequences that are independent of each other and obey Bernoulli distribution are used to model random uncertainty and data packet loss. The stability and H_∞ performance of the system are also analyzed with the average dwell time technique and the method of multiple Lyapunov functions, and sufficient conditions are obtained to make the system exponentially stable in the mean square sense. On this basis, the H_∞

resilient filter of the system is designed, and the filter gain matrix expression is obtained. The design conditions of the filter are given in the form of linear matrix inequality. Finally, the feasibility of the conclusion was confirmed through numerical simulation verification.

Zhu Yufei(Electrical Engineering)

Supervised by Associate Professor Zheng QunXian

KEY WORDS: Impulsive switched systems, multiple state impulsive jumps, hybrid H_∞ filtering, uncertainty, average dwell time

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	IV
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究工作的背景与意义.....	1
1.2 切换系统研究现状.....	3
1.3 网络控制系统研究现状.....	6
1.4 滤波器设计研究现状.....	8
1.5 本文主要研究内容.....	9
1.6 预备知识.....	10
1.6.1 符号说明.....	10
1.6.2 重要定义和引理.....	11
第 2 章 连续时间不确定性脉冲切换系统的异步混杂滤波.....	14
2.1 引言.....	14
2.2 问题描述.....	14
2.3 主要结果.....	17
2.3.1 稳定性和 H_∞ 性能分析	17
2.3.2 异步混杂 H_∞ 滤波器设计	19
2.4 数值仿真.....	25
2.5 本章小结.....	29
第 3 章 具有随机不确定性的离散时间脉冲切换系统的混杂弹性滤波.....	30
3.1 引言.....	30
3.2 问题描述.....	31
3.3 主要结果.....	34
3.3.1 稳定性和 H_∞ 性能分析	34
3.3.2 混杂弹性 H_∞ 滤波器设计	37
3.4 数值仿真.....	42
3.5 本章小结.....	46

第 4 章 工作总结与展望.....	47
4.1 工作总结.....	47
4.2 工作展望.....	48
参考文献.....	49
攻读学位期间发表的学术论文.....	57
致 谢.....	58

第 1 章 绪论

1.1 研究工作的背景与意义

随着现代化生产的进步，工业过程不断精细化、复杂化、高效化，为满足各种各样的实际需要，在社会各个领域（比如无人机控制^[1]、电力系统^[2]、航天科学^[3,4]、智能交通^[5]等）对控制系统的技术要求越来越高。由于控制系统中的控制对象具有结构多变、随机耦合等特点，传统的点到点控制系统结构所暴露出的维护成本高，布线困难、系统扩展性差等诸多弊端变得越来越明显，越来越不能满足日益提高的系统性能需求。同时一个实际的系统无法保证理想状态下的单一系统的建模，因此人们开始考虑不同的动态过程交互耦合的动态系统，于是混杂系统逐渐成为研究热点。实际中许多复杂系统往往具有时变性、不确定性、非线性、时滞性等特性，这导致系统的运行除了依赖一些连续变量外，往往还依赖一些离散行为或者脉冲行为等，这就导致系统在模型建立上产生了新的需求，传统的微分/差分动力学方程难以为继，而混杂系统的建模很好地解决了这一难题。随着新模型的建立，很多复杂多变的实际系统能用混杂系统准确描述，提高了研究的准确性。随着研究的深入，混杂系统已经从多个学科方向、工程应用的不同层次及众多的应用领域中得到了飞速发展。

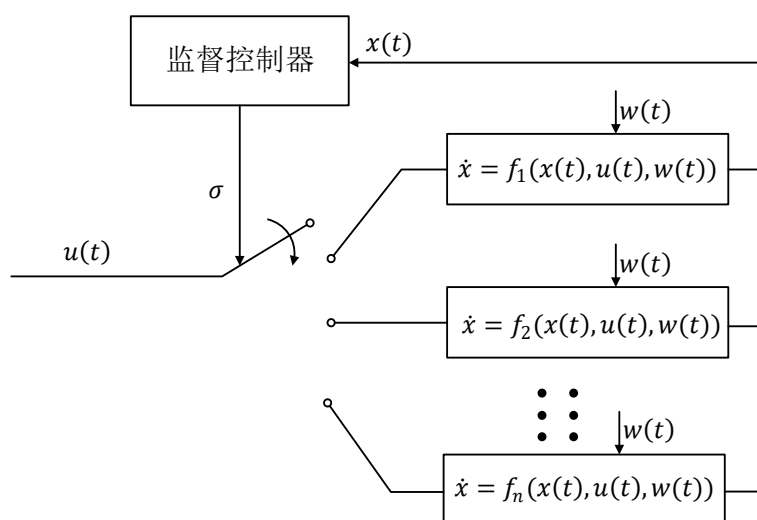


图 1-1 切换系统示意图^[6]

作为一种特殊的混杂系统——切换系统，也随着混杂系统的广泛研究而被人

们关注。切换系统是由若干个子系统和切换信号组成的一类独特的混杂系统（如图 1-1）。切换的概念广泛存在于日常的生活中，在现实世界里许多系统内部存在切换机制，这使得系统能够工作在不同的模态。比如在永磁同步电机无位置传感器控制的调速系统中，单一的控制策略在某些特定转速区间控制效果不佳，需要针对不同的转速区间匹配不同的控制策略，在零、低速段采用脉振高频信号注入法而在中高速段采用模型参考自适应法，这就需要根据电机的转速信息在不同的控制策略之间切换，来获得更良好的估算精度和动态响应。除此之外，切换的思想在生活中被人们广泛地应用于各类的控制场景。文献^[1]中基于四旋翼固定翼无人机重点研究了多电源切换问题。电机伺服系统中利用切换模型对电机转速进行辨识，以提高控制器的跟踪精度^[7]。文献^[8]中以电厂某重型燃气轮机为研究对象，在切换系统的框架下研究了时延对系统稳定性的影响，为燃气轮机的控制和调参系统做出贡献。从早期的温度启停控制器到基于逻辑的切换控制器^[9]再到在系统中加入脉冲、时滞等因素的脉冲切换系统，切换系统的发展逐渐由从简易单一走向复杂化。因此对于切换系统的研究不仅具有理论意义，而且对工业生产和实际生活具有重要的实践价值。这里给出一个切换系统应用的实例来更好的解释切换系统。

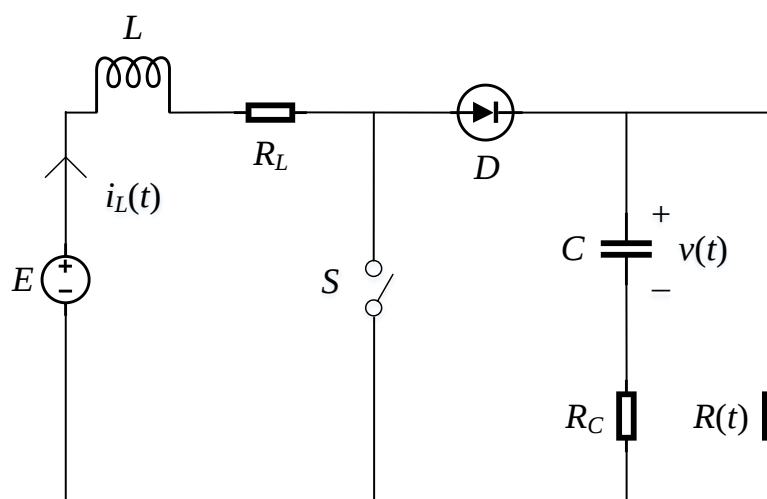


图 1-2 电源转换电路^[10]

图 1-2 是一个 DC-DC 升压变换器的简化电路图，通过控制开关 S 来使系统的输出 $v(t)$ 可以稳定在比电源电压更高的电压水平，一般常见于汽车电子领域。在该电路中， E 为电源电压，单向导通的二极管用 D 表示，储能原件为电容 C 和电

感 L ，电容内阻 R_C 和电感内阻 R_L ，系统的等效负载电阻为 $R(t)$ 。当开关 S 分别处于开启或关闭状态时，系统会在两种不同的模态下工作，因此可以把该系统建模成一个切换系统，令开关开启时为子系统 1，开关关闭时为子系统 2。那么该电路的系统模型可以表示为（不考虑二极管的导通开启电压的影响）

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)} \quad (1-1)$$

其中， $\sigma(t) \in \{1,2\}$ ， $x(t) = [i_L(t) \quad v(t)]^T$ ， $B_1 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$ ， $B_2 = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$ ，

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L}(R_L + \frac{R_C R}{(R+R_C)C}) & -\frac{R}{(R+R_C)L} \\ \frac{R}{(R+R_C)C} & -\frac{1}{(R+R_C)C} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R+R_C)C} \end{bmatrix}。$$

在实际系统中，系统会遭受外界环境突然的噪声干扰而出现一些状态跳跃，这被称为脉冲现象。这种突然而尖锐的跳变在通信、医药、化学等领域很常见，此外，脉冲切换系统在金融市场、化学反应、电网系统、渔业生产等等众多领域得到普遍应用。在过去的几十年里，许多学者对脉冲系统进行了广泛的研究。例如，在实际生活中状态不仅取决于当前时刻还受到先前状态的影响，有学者充分考虑了分布延迟相关脉冲的影响，即系统状态的变化取决于前一个系统状态的积累影响^[11]，利用多李雅普诺夫函数的方法，讨论了中性随机延迟切换系统的稳定性问题。在平均驻留时间技术的框架下，有文献^[12]考虑到正非线性系统中脉冲和切换行为不一致的情况，研究了模式相关脉冲对该系统的稳定性问题。

综上所述，切换系统有着深刻的理论价值和广阔的应用背景，而脉冲切换系统在切换系统的基础上进一步探索，它对外界的事物发展变化的过程进行了更准确精细的描述，目前关于脉冲切换系统混杂滤波问题的研究相对较少，因此本文对不确定性脉冲切换系统的混杂滤波问题进行探讨。

1.2 切换系统研究现状

在切换系统的模型中，“切换”是一个重要特征。系统每一时刻只会运行于其中某一个子系统，而子系统之间如何转换，则取决于切换规则。研究任何一个复杂系统，稳定性都是一个重点问题，切换系统也不例外。切换系统的稳定性，可按照不同的方式分成不同的类。如果按照稳定性的定义来划分可以分为：切换下

系统的渐进稳定、指数稳定、有限时间稳定及输入输出稳定等；如果按照系统模型可分：线性切换系统的稳定性、非线性切换系统的稳定性。此外，由不同切换引起的稳定性问题也是切换系统领域的一个主要问题，研究人员通常把切换系统的稳定性问题总结为三类：1.任意切换下的稳定性；2.受约束切换下的稳定性；3.设计切换规则使系统稳定。解决任意切换下的稳定性问题的主要方法是构造一个公共的李雅普诺夫函数。对于约束切换下的稳定性问题，一种改进的方法是使用多李雅普诺夫函数^[13]。该方法的基本思想是对每一个子系统构造一个李雅普诺夫函数，所有的李雅普诺夫函数共同形成一个非传统的李雅普诺夫函数。本文考虑约束切换下的系统稳定性，将会用到多李雅普诺夫函数的方法来处理系统稳定性问题。

在受约束的切换信号中，切换规则对系统的稳定性有很大影响。原本稳定的系统可能因为切换规则设置不当而变为发散的，同理，原本不稳定的系统也可能因为良好的切换规则而变为稳定的系统。由于切换规则的不同，会产生不同的控制策略，通常切换规则分为三大类：1.基于系统驻留时间的切换规则；2.基于状态空间的切换规则；3.基于驻留时间和状态空间两者的切换规则。对于第二点依赖于系统的状态的切换规则，需要获取实时的系统状态，这对系统状态的监测和状态反馈的要求较高，决策机构在获得系统状态后才会做出切换指令。基于状态的切换难以从全局的角度及系统的全部运行时间来对系统进行分析，而基于驻留时间的切换则可以从整个系统运行时间的角度来对系统进行分析，而且易于表述。基于时间的切换策略，主要分为以下几类：驻留时间^[14]、平均驻留时间^[15]、模式依赖的平均驻留时间^[16]和持续驻留时间^[17]等，这些切换策略被许多学者应用到切换系统的研究中，同时也普遍应用在脉冲切换系统中^[18,19]。例如：有学者利用模式依赖平均驻留时间的方法，研究了 Takagi-Sugeno (T-S)模糊脉冲切换系统的保成本控制问题^[20]。文献^[19]采用平均驻留时间技术研究脉冲切换系统的输入/输出到状态稳定的问题。

平均驻留时间切换是指在有限的时间间隔内开关的数量是有界的，并且连续切换之间的平均时间不小于一个常数。本文基于平均驻留时间的切换规则来分析系统模型，在切换系统的模型基础上加入脉冲状态跳变，从而得到本文研究的一类脉冲切换系统的模型：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_1(x(t), \Delta(t), \omega(t)), t \neq t_l \\ y(t) = f_2(x(t), \Delta(t), \omega(t)) \\ \Delta x(t^+) = f_3(x(t)) \\ z(t) = f_4(x(t)) \end{cases}, t = t_l \quad (\text{连续时间系统})$$

或

$$\begin{cases} x(k+1) = f_5(x(k), \Delta(k), \omega(k)), k \neq k_l \\ y(k) = f_6(x(k), \Delta(k), \omega(k)) \\ \Delta x(k^+) = f_7(x(k)) \\ z(k) = f_8(x(k)) \end{cases}, k = k_l \quad (\text{离散时间系统})$$

其中 $i = \{t, k\}$, $x(i)$ 是状态向量, $y(i)$ 和 $z(i)$ 分别表示测量输出信号和被估计的性能输出信号, $w(i)$ 属于外部扰动。

在实际中, 由于切换系统的状态在切换的某个时刻会发生突变, 切换系统有时会表现出脉冲行为。因此, 同时具有切换特性和脉冲特性的脉冲切换系统受到了越来越多的关注, 在这一方面优秀的学术成果大量涌现。有文献^[21]研究了非线性脉冲切换系统的指数稳定性问题。具有时延的离散时间脉冲切换系统稳定性分析与镇定的问题也已经取得了长足的进展^[18]。有学者专门探索了具有稳定脉冲和不稳定脉冲的脉冲切换系统中的输入/输出到状态稳定^[19]。其中, 有研究人员考虑到切换时刻会产生的跳变^[22, 23], 这里仅是考虑了子系统状态切换时可能产生的脉冲跳变。换句话说, 对滤波器的切换时刻也是有可能存在脉冲跳变的。文献^[24]对此想法进行了深入研究, 探索了一类具有脉冲切换特殊模型正系统的鲁棒耗散滤波问题, 其中滤波器切换和子系统切换的状态跳变都考虑在内。近期, 也有研究^[25]深入探讨了 T-S 模糊切换系统的非脆弱控制问题, 其中子系统状态和设计的控制器状态都具有状态跳变的情况。

除了切换时脉冲的影响外, 异步切换行为普遍存在于实际的切换系统的运行过程中。在以往的研究中很多假设都是基于子系统模式与匹配的滤波器同时切换到下一个模式, 两个切换之间不存在延时。然而, 实际系统运行时, 滤波器匹配到对应的子系统时总会需要一定的时间来辨识, 这就导致子系统模式与匹配的滤波器模式并不能严格的同步切换, 也就是说, 滤波器的切换往往滞后于子系统模式的切换, 通常称此为异步切换行为。因此研究切换系统中的异步切换行为^[26-30]非常具有实用价值。有文献研究了异步脉冲切换系统量化的非脆弱保成本控制问题^[20]。但是具有异步行为的脉冲切换系统的混杂滤波问题尚未得到彻底解决。

在工业领域，人们普遍认为几乎所有的工程系统都不可避免地含有扰动。外部扰动会严重影响模型的精度，如何处理不确定性因素一直是研究的热点。人们考虑向系统参数添加不确定性，这称为鲁棒问题。各种系统的鲁棒滤波问题已被广泛研究^[24,31]，并在工业生产中普遍应用。文献通过提出一种自适应雅可比多任务控制器，在存在运动学和动力学不确定性的情况下，具有比特定任务多个自由度的冗余度机器人实现了多任务的渐近跟踪^[32]。在双驱动龙门平台^[33]中通过两部分的滑模变量构造了一个鲁棒反馈输入，消除系统中参数不确定性和扰动的影响。

综上所述，在现有研究的基础上以及目前对不确定性脉冲切换系统的混杂滤波问题研究较少的情况下，对不确定性脉冲切换系统的混杂滤波开展进一步研究是合理的。

1.3 网络控制系统研究现状

网络控制系统是空间分布式系统，其中不同组件（例如传感器、控制器和执行器）通过共享通信网络传输信号。在过去的十年中，网络控制系统成为一个热门的研究领域，人们对网络控制系统的关注度越来越高^[34-36]。然而，通信网络通常是不可靠的，它可能会受到不理想的通信延迟、数据丢包、信号量化和网络诱导延迟等影响，这会显著降低系统性能。比如在无线通信网络中，电磁波可能有障碍物阻挡了传输路径而不会直接到达滤波器^[37]。网络控制系统中随机通信时延或传输分组丢失也是不可避免的，由于这些随机现象可能会潜在地恶化估计器的性能，因此一些网络控制的系统中的估计问题正成为科学界中一个具有挑战性的研究课题。例如，文献^[38]研究了具有丢失测量输出以及随机传输延迟和丢包的系统的最优分布式融合滤波问题；文献^[39]研究了一类具有多丢包和有限步自相关测量噪声的线性时变系统的鲁棒非脆弱滤波问题，并给出了一个局部最优滤波算法。

通过通信网络传输信号的滤波系统称为基于网络的滤波系统。在设计这种基于网络的滤波系统时，应该考虑到通信网络带来的负面影响，以获得期望的滤波性能。关于基于网络的滤波问题已经研究出了一些结果^[40,41]，然而，通信网络的引入带来的一些新问题，使得系统的分析和综合问题变得更加困难。在其他几个

重要问题中，数据分组丢失是一个需要解决的重要问题。其中大部分涉及到的数据丢包问题是通过马尔可夫链和独立的伯努利随机过程来建模丢包过程。运用伯努利随机过程的结果假设丢包是独立且同分布的，而使用马尔可夫链的结果假设丢包是突发的并且按照马尔可夫链发生。到目前为止，已有大量的研究成果集中在具有丢包的网络系统的稳定性分析和性能设计上。例如，文献^[42]研究了具有马尔可夫丢包的 T-S 模糊系统的输出反馈预测控制问题；文献^[43]研究了一类具有丢包的非线性网络系统的鲁棒 H_∞ 滤波问题；文献^[44]考虑了具有丢包的模糊时滞系统的分布式滤波问题。值得注意的是，这些结果大多集中在模糊以及非线性的网络系统上，在脉冲切换系里的研究相对比较少。此外，当考虑网络系统的滤波问题时，这些结果只关注遭受数据包丢失的测量输出信号。然而，在实际工程应用中传输性能输出信号同样可能会发生丢包（如图 1-3 所示），因而对测量输出和性能输出都考虑丢包的影响是有必要的。

综上所述，本文中考虑数据丢包在具有随机不确定性的脉冲切换系统中混杂弹性滤波的问题。

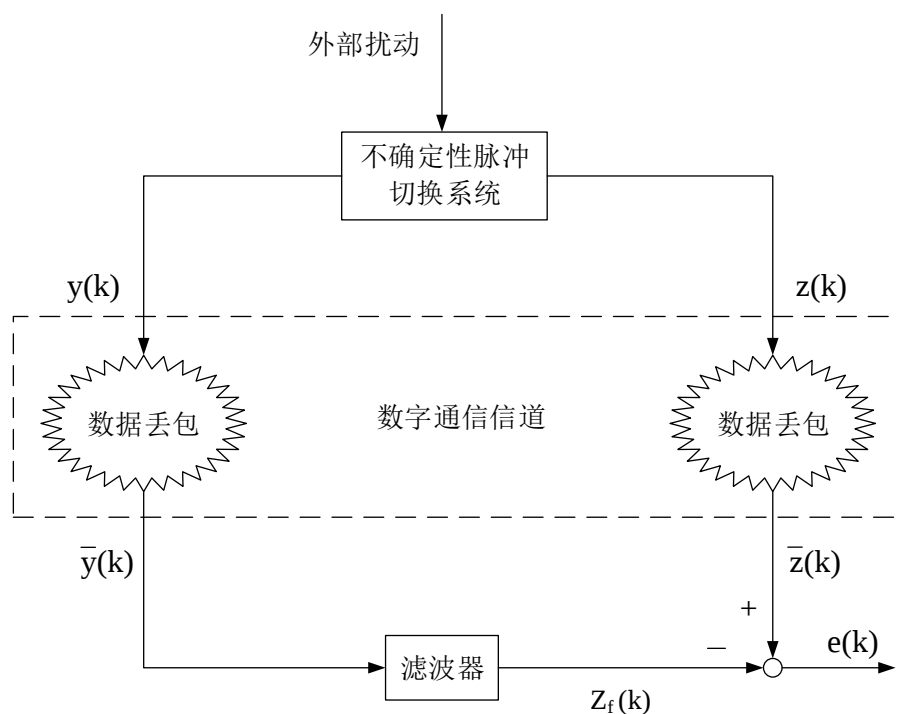


图 1-3 不确定性脉冲切换网络控制系统具有数据丢包的滤波问题框图

1.4 滤波器设计研究现状

近几十年来,滤波问题一直是切换系统研究的主流之一,它在信号处理等领域都有实际的应用^[45-47]。在实际中,系统实时的状态变量对系统之后运行的发展至关重要但又一直很难直接获取,而系统的输入和输出状态相对容易获取。于是人们想到利用系统的输入输出的信息重塑系统状态。由此专家学者们展开了对滤波问题的探讨^[48, 49]。滤波问题在工程应用,尤其是在飞行器^[50]、生物学、信号处理、网络控制和过程控制等领域中都具有重要的作用。在多年来的滤波问题的研究框架下产生了各类滤波方法,到目前为止,已经开发了许多不同类型的方法来处理各种复杂系统的滤波问题。比如 H_∞ 滤波^[30]、峰-峰值滤波^[51]、 $L_2 - L_\infty$ 滤波^[52-54]等。对于含有不确定扰动的系统, H_∞ 滤波被认为是最合适的滤波方法^[55-57]。与传统的卡尔曼滤波相比, H_∞ 滤波方法不需要精确了解外部噪声信号的统计信息,并且对外源信号统计信息和动态模型中的不确定性都不敏感^[58],因而具有一定的鲁棒性。若所研究的系统中存在外部干扰信号,人们经常对其设计 H_∞ 滤波器。设计 H_∞ 滤波器的目的是找到一个估计器使得相应的滤波误差系统是稳定的,并且扰动输入到估计误差的传递函数的 H_∞ 范数小于某个给定的值 γ 。 H_∞ 滤波问题也在各种系统中进行了研究,比如线性系统^[27, 31]、随机系统^[59]、模糊系统^[50, 60]等等。有研究人员通过平均驻留时间切换策略解决了具有异步切换行为的线性切换系统的 H_∞ 滤波问题^[61]。还有文献^[59]研究了非线性随机系统的鲁棒 H_∞ 滤波。

除了针对不同系统,面对不同的控制要求设计的滤波器可以满足不同的性能需求(如鲁棒性、非脆性、弹性等)。近年来,对于具有不确定参数的动态系统,需要确定不可测状态变量的估计值,出现了鲁棒滤波。从这个角度来看,鲁棒滤波可以看作是著名的卡尔曼滤波在不确定动态系统中的扩展。文献^[62]研究了采样测量下脉冲随机系统的鲁棒 H_∞ 滤波问题,该系统受到范数有界时变参数不确定性的约束。文献^[63]研究了一类不确定非线性时滞随机系统的鲁棒 H_∞ 滤波问题。值得注意的是,上述有关滤波问题的结果都是基于滤波器可以精确实现的隐含假设。然而,即使滤波器设计得很好,在设计的滤波器的实现中也可能会出现波动或漂移。一般标准的滤波器不涉及不确定因素。在基于不同设计算法的滤波器实现过程中,结果表明,这些滤波器对滤波系数中的误差是敏感的。其来源包括但不限于模数转换的不精确、固定字长、有限分辨率仪器和数值舍入误差等等。然

而,在实际工程系统中,由于可用微处理器/微控制器内存的限制,微处理器/微控制器实现的滤波器确实存在一定的不确定性。这意味着不准确或不确定性确实发生在设计滤波器的状态中。这种波动虽然很小,但不应简单地忽略,因为它们可能对系统行为产生重大影响。因此,研究 H_∞ 滤波器在参数增益扰动(即非脆性)下的设计是非常有意义的^[64]。有文献对非脆弱滤波器^[60, 65]在模糊系统的 H_∞ 性能指标上进行了讨论。当系统和滤波器同时考虑了不确定性的情况下,使用“弹性”一词来表示对系统参数不确定性和滤波矩阵增益不确定性的鲁棒性,即使用弹性滤波器^[66]。文献针对范数有界的不确定离散时间系统设计了弹性 H_∞ 滤波器,假定要设计的滤波器具有相加的增益变化,并提出了三种不同的 H_∞ 滤波器设计方法^[67]。近期,关于弹性滤波的研究越来越深入。为对抗非周期性拒绝服务干扰攻击,同时提高网络资源的利用率,文献针对拒绝服务干扰攻击的事件触发网络系统,研究了弹性 H_∞ 滤波器的设计问题^[68]。

特别地,在通过通信网络实现滤波器的联网情况下,滤波器增益变化的发生可能会由于环境情况而发生随机变化。在这种情况下,增益变化可以以具有某些类型和强度的概率方式存在。因此,设计滤波器时应考虑随机发生的增益变化现象。文献^[69]中研究了一种带有随机发生的增益变化现象的非脆弱控制器来解决神经网络的同步问题,此外相应的带有随机发生的增益变化现象的非脆弱模糊滤波器问题在文献中得到解决^[70]。然而,针对脉冲切换系统的混杂滤波关于带有随机发生的增益变化现象的弹性滤波器问题的相关研究较少,因此本文将会在这一方面做进一步探讨。

1.5 本文主要研究内容

本文主要针对脉冲线性切换系统,考虑了连续时间和离散时间两种情况下的具有不确定性的异步混杂滤波问题,在稳定性、 H_∞ 性能分析和滤波器设计等方面进行了探究,并取得了一定的成果。现将各章的主要内容和结论作如下概述:

第一章为绪论,详细介绍了混杂系统、切换系统、网络控制系统、 H_∞ 性能、滤波器设计等方面概述以及研究现状。介绍符号说明以及一些重要定义和引理,为下文的研究做好准备工作。

第二章研究了一类含有异步切换行为和不确定性的连续时间线性脉冲切换系统,考虑多状态脉冲跳变的情况,研究其混杂滤波的问题。基于平均驻留时间

技术和多李雅普诺夫函数的方法，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析，得到使滤波误差系统为全局一致渐近稳定的充分条件。在此基础上，研究了该系统鲁棒 H_∞ 混杂滤波的问题，得到了滤波器增益矩阵表达式。设计的滤波器条件以线性矩阵不等式的形式给出。最后，采用数值算例对上述系统进行仿真，仿真结果验证了所得结论的有效性。

第三章对研究了具有随机不确定性的离散时间脉冲切换系统的混杂弹性滤波问题，考虑网络传输过程中丢包的现象，采用两个相互独立服从伯努利分布的随机序列对数据丢包和不确定性建模。同样使用了平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法，得到使滤波误差系统在均方意义上指数稳定的充分条件。然后进行弹性滤波器的设计，通过线性矩阵不等式形式给出了结果。最后，采用数值算例对该系统进行仿真，得出的结果验证了所得结论的可行性。

第四章对全文进行了总结和展望，阐述了论文的创新点与重点工作，表明设计方法的有效性和可行性，并对本课题未来的研究前景做了规划。

1.6 预备知识

1.6.1 符号说明

1. R^n 表示 n 维的欧式空间；
2. $\mathcal{A}^T$ 表示矩阵 $\mathcal{A}$ 的转置；
3. 符号 $He\{B\}$ ，表示 $B + B^T$ ；
4. 符号 $diag$ 表示对角矩阵；
5. 符号“*”用于标记对称矩阵中对称位置的转置元素；
6. 符号 $Prob\{\star\}$ 表示 $\star$ 事件出现的概率；
7. 符号 $\mathbb{E}\{\star\}$ 表示 $\star$ 的数学期望；
8. 字符 I 和 0 分别表示单位矩阵和零矩阵；
9. 符号“ $\|\cdot\|$ ”表示某个向量的欧几里得范数；
10. 函数 $\text{ceil}[\star]$ 表示对实数 $\star$ 向上取整；
11. $\mathcal{P} > 0$ ($\geq 0, < 0, \leq 0$) 表示矩阵 $\mathcal{P}$ 定义为正的（定义为半正的、定义为负的、定义为半负的）；
12. 在全文中未特殊说明的矩阵均具有相容的维度。

1.6.2 重要定义和引理

随着混杂系统的发展,人们对切换系统展开了研究,并且切换系统已经成为一个研究热点。切换系统由若干个连续时间或离散时间的子系统以及协调这些子系统之间进行交替切换的信号组成。一个典型的系统可以建模如下^[71]:

$$\begin{cases} \delta x(t) = F_{1\sigma(t)}(x(t), w(t)) \\ y(t) = F_{2\sigma(t)}(x(t), w(t)) \\ z(t) = F_{3\sigma(t)}(x(t), w(t)) \end{cases} \quad (1-2)$$

其中 $\delta x(t)$ 被定义为:

$$\delta x(t) = \begin{cases} \dot{x}(t) & \text{对于连续时间系统} \\ x(t+1) & \text{对于离散时间系统} \end{cases}$$

$x(t)$ 是状态向量, $y(t)$ 是测量输出, $w(t)$ 属于扰动输入, $\sigma(t)$ 属于切换信号。

一个典型的滤波器可以建模如下:

$$\begin{cases} \delta x_f(t) = F_{\sigma(t)}(x(t), y(t)) \\ z_f(t) = G_{\sigma(t)}(x(t), y(t)) \end{cases} \quad (1-3)$$

其中 $\delta x_f(t)$ 被定义为:

$$\delta x_f(t) = \begin{cases} \dot{x}_f(t) & \text{对于连续时间系统} \\ x_f(t+1) & \text{对于离散时间系统} \end{cases}$$

$x_f(t)$ 是滤波器状态向量, $z_f(t)$ 是滤波器输出。

结合系统模型(1-2)和滤波器模型(1-3), 简化表达将状态向量增广为 $q(t) = [x^T(t), x_f^T(t)]^T$ 并定义 $e(t) = z(t) - z_f(t)$ 。一个典型的滤波误差系统可以建模如下:

$$\begin{cases} \delta q(t) = f_x(q(t), w(t)) \\ e(t) = f_e(q(t), w(t)) \end{cases} \quad (1-4)$$

其中 $\delta q(t)$ 被定义为:

$$\delta q(t) = \begin{cases} \dot{q}(t) & \text{对于连续时间系统} \\ q(t+1) & \text{对于离散时间系统} \end{cases}。$$

定义 1.1^[61] 令 $\mathcal{N}_\epsilon(t, \mathcal{I}_l)$ 表示预设的切换信号 $\epsilon(t)$ ($t_1 < t < \mathcal{I}_l$)在时间间隔 $[t, \mathcal{I}_l]$ 内的切换次数, 且 $\tau_a > 0$, 颤抖界 $\mathcal{N}_0$ 是满足 $\mathcal{N}_0 > 0$ 的常数, 若下式成立

$$\mathcal{N}_\epsilon(t, \mathcal{T}_l) \leq \mathcal{N}_0 + \frac{\mathcal{T}_l - t}{\tau_a}, \quad (1-5)$$

则称 τ_a 为系统(1-4)的平均驻留时间(the average dwell time 简称平均驻留时间)。

定义 1.2^[55] 针对连续时间系统, 在零初始条件且能找到常数 $\gamma > 0$ 和 $\lambda > 0$ 的情况下, 若系统(1-4)的输出量和扰动量能满足下式

$$\int_0^\infty e^{-\lambda r} e^T(r) e(r) dr \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(r) w(r) dr, \quad (1-6)$$

那么称这个系统在零初始条件下具有加权 H_∞ 性能, γ 表示 H_∞ 性能指标。

定义 1.3^[26] 针对离散时间系统, 在零初始条件且能找到常数 $\gamma > 0$ 和 $0 < \alpha < 1$ 的情况下, 若系统(1-4)的输出量和扰动量能满足下式

$$\sum_{k=k_0}^\infty (1 - \alpha)^{k-k_0} e^T(k) e(k) \leq \gamma^2 \sum_{k=k_0}^\infty w^T(k) w(k), \quad (1-7)$$

那么称该系统在零初始条件下具有加权 H_∞ 性能, γ 表示 H_∞ 性能指标。

定义 1.4^[72] 对于任意的切换信号 $\sigma(t)$, 在 $w(t) = 0$ 时, 如果能存在 $b > 0$ 和 $0 < \mu < 1$ 满足下式

$$\mathbb{E}\{\|\zeta(t)\|^2\} \leq b\mu^{k-k_0} \mathbb{E}\{\|\zeta(t_0)\|^2\}, \quad \forall t \geq t_0, \quad (1-8)$$

那么系统(1-4)是均方意义上指数稳定的, 且具有衰减率 b 。

引理 1.1^[73] 令 $\Gamma = \Gamma^T$, Γ_1 和 Γ_2 都是具有相容维数的已知矩阵, 对于满足 $\mathcal{W}^T \mathcal{W} \leq I$ 的任意 $\mathcal{W}$, 若当且仅当存在标量 $\varepsilon > 0$ 时, 下述不等式成立

$$\Gamma + \varepsilon^{-1} \Gamma_1 \Gamma_1^T + \varepsilon \Gamma_2^T \Gamma_2 < 0, \quad (1-9)$$

那么下式成立

$$\Gamma + \Gamma_1 \mathcal{W} \Gamma_2 + \Gamma_2^T \mathcal{W}^T \Gamma_1^T < 0. \quad (1-10)$$

引理 1.2^[74] 如果给定具有相容维数的已知矩阵 $\mathcal{C}$ 、 $\mathcal{G}$ 、 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{J}$ 能满足下式

$$\begin{bmatrix} \mathcal{C} & \mathcal{G} + \mathcal{J}^T \mathcal{G}^T \\ * & -\mathcal{L} - \mathcal{L}^T \end{bmatrix} < 0, \quad (1-11)$$

那么下式成立

$$\mathcal{C} + \mathcal{J}^T \mathcal{G}^T + \mathcal{J} \mathcal{G} < 0. \quad (1-12)$$

引理 1.3^[6] (Schur 补引理) 对任意能写成如下形式的对称矩阵, 这里 Z_{11} 是 n 维方阵,

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ * & Z_{22} \end{bmatrix}, \quad (1-13)$$

那么以下三个等式分别互相等价

1. $Z < 0$;
2. $Z_{11} < 0, \quad Z_{22} - Z_{12}^T Z_{11}^{-1} Z_{12} < 0$;
3. $Z_{22} < 0, \quad Z_{11} - Z_{12} Z_{22}^{-1} Z_{12}^T < 0$;

例如, 在一些控制问题中经常会遇到一些二次型不等式

$$A^T P + PA + PBR^{-1}B^T P + Q < 0, \quad (1-14)$$

这里 $A, B, Q = Q^T > 0, R = R^T > 0$ 是维数相互兼容的常数矩阵, P 是矩阵变量 ($P = P^T$), 根据上述 Schur 补引理, (1-14) 可以将不等式的问题转化为一个等价的矩阵不等式形式

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + Q & PB \\ * & -R \end{bmatrix} < 0. \quad (1-15)$$

由此, 不等式问题转化为关于变量矩阵 P 的线性矩阵不等式的问题。线性矩阵不等式描述的问题主要包括三类: 可行性问题的求解、最优化问题、广义特征值问题。这三类问题在 MATLAB 的线性矩阵不等式工具箱中均有对应的求解函数。有了线性矩阵不等式工具箱, 使研究人员可以只关注如何将结果转成线性矩阵不等式形式, 而不用关心如何求解。

第2章 连续时间不确定性脉冲切换系统的异步混杂滤波

2.1 引言

在实际系统中，系统运行时因为各种原因经常会发生一些突然的跳跃，这种现象称为脉冲现象。系统中切换的出现，往往会带来系统状态的改变。当系统发生切换时，系统可能不再连续，而是出现了跳变，最具有代表性的是带有脉冲作用的切换。系统的实时状态能很好地反应系统的运动状态，获取精确的状态变量一直是动力学系统的研究重点，滤波器是通过处理测量噪声和其他干扰，从测量数据中提取出系统的真实状态，从而辨识系统的运动状态。其中 H_∞ 滤波在实际生活中被广泛应用，研究这类问题具有深刻的理论价值和实际意义

受上述讨论启发，本章解决了具有异步切换的连续时间不确定线性脉冲切换系统的混杂 H_∞ 滤波问题。与大多数有关滤波问题的的工作不同，本章考虑了整个切换系统中的多个状态脉冲跳变。换句话说，状态脉冲跳跃发生在子系统切换瞬间以及滤波器切换瞬间，这给本章解决 H_∞ 滤波问题增加了挑战。在滤波器设计中，考虑异步切换行为，这意味着子系统及其匹配滤波器的切换不会同时发生。本章使用平均驻留时间方法来设计切换规则。通过构造允许在异步周期和状态跳跃时刻有增量的多李雅普诺夫函数来研究能够使滤波误差系统保证全局一致渐近稳定的混杂 H_∞ 滤波器的设计问题。最终以线性矩阵不等式的形式得到了混杂 H_∞ 滤波器的充分条件，并通过数值仿真，验证了结果的可行性和有效性。

2.2 问题描述

考虑以下线性脉冲切换系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_{\sigma(t)} + \Delta A_{\sigma(t)}(t))x(t) + B_{\sigma(t)}w(t), & t \neq t_l \\ \Delta x(t) = S_{\sigma(t)}x(t), & t = t_l \\ y(t) = (E_{\sigma(t)} + \Delta E_{\sigma(t)}(t))x(t) + D_{\sigma(t)}w(t) \\ z(t) = (H_{\sigma(t)} + \Delta H_{\sigma(t)}(t))x(t) \end{cases} \quad (2-1)$$

其中 $x(t) \in R^{n_x}$ 是状态向量， $y(t) \in R^{n_y}$ 和 $z(t) \in R^{n_z}$ 分别表示测量输出信号和将被估计的性能输出信号。此外， $w(t) \in R^{n_w}$ 是属于 $L_2[0, \infty)$ 的外部扰动，其范数

表达式被定义为 $\|w(t)\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty w(t)^T w(t) dt}$ 。切换信号 $\sigma(t)$ 用分段右连续常数函数 $\sigma(t): [0, +\infty) \rightarrow Z = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示，比如 $\sigma(t_l)$ 表示系统运行在 $t \in [t_l, t_{l+1})$ 时间段的某个子系统。在(3-1)中， $\Delta x(t)$ 用于表示该脉冲切换系统中的子系统切换时刻状态跳变，利用 $x(t_l^+) = \lim_{j \rightarrow 0^+} x(t_l + j)$ 和 $x(t_l^-) = x(t_l) = \lim_{j \rightarrow 0^-} x(t_l + j)$ 这两个数学表达式， $\Delta x(t)$ 被表示为 $\Delta x(t_l) = x(t_l^+) - x(t_l)$ 。为了简化分析，在接下来的分析中设 $\sigma(t_l) = p (p \in Z)$ ，设 A_p 、 B_p 、 E_p 、 D_p 、 H_p 和 S_p 为具有兼容维度的系统矩阵。同时，用矩阵 S_p 来表示子系统的跳变幅度。

满足范数有界的不确定矩阵 $\Delta A_p(t)$ 、 $\Delta E_p(t)$ 和 $\Delta H_p(t)$ 被定义为：

$$\begin{bmatrix} \Delta A_p(t) \\ \Delta E_p(t) \\ \Delta H_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{Ap} \\ N_{Ep} \\ N_{Hp} \end{bmatrix} \Delta(t) U_p \quad (2-2)$$

其中 $\Delta(t)$ 满足公式 $\Delta^T(t) \Delta(t) \leq I$ ；不确定性参数矩阵 N_{Ap} 、 N_{Ep} 、 N_{Hp} 和 U_p 皆为给定常数量。

切换系统切换的理想状态是某个子系统和它相匹配的滤波器同时切换，但是在实际应用中，滤波器在收到切换信号时需要花时间来识别子系统之间的变化，因此滤波器切换不能与子系统切换同步进行。此时，需要考虑子系统和它匹配的滤波器的异步切换。在脉冲切换系统中，某子系统被激活的某个时段 $[t_l, t_{l+1})$ 被分为两部分： $T_\uparrow(t_l, t_{l+1})$ 和 $T_\downarrow(t_l, t_{l+1})$ ，详细来说：异步周期 $T_\uparrow(t_l, t_{l+1}) = [t_l, t_l + \hat{t}_l)$ ，表示子系统与滤波器之间不匹配的时间段，将滤波器与其匹配子系统之间的延迟记为 $\hat{t}_l (0 < \hat{t}_l < t_{l+1} - t_l)$ ；被激活时段中，异步周期以外剩余的时间间隔标记为 $T_\downarrow(t_l, t_{l+1}) = [t_l + \hat{t}_l, t_{l+1})$ ，表示子系统 $\sigma(t_l)$ 与其匹配的滤波器一起运行的过程，称为同步周期。此外，当系统从一个子系统切换到另一个子系统时，相应的滤波器也会在稍后触发一个脉冲，这里考虑滤波器切换时的脉冲跳变。基于上述介绍，本章异步混杂滤波器构造为：

$$\begin{cases}
 \dot{x}_f(t) = A_{fq}x_f(t) + B_{fq}y(t) \\
 z_f(t) = C_{fq}x_f(t)
 \end{cases}, t \in T_\uparrow[t_l, t_{l+1}) \\
 \Delta x_f(t) = G_{qp}x_f(t), \quad t = t_l + \hat{t}_l \\
 \begin{cases}
 \dot{x}_f(t) = A_{fp}x_f(t) + B_{fp}y(t) \\
 z_f(t) = C_{fp}x_f(t)
 \end{cases}, t \in T_\downarrow[t_l, t_{l+1})
 \end{cases} \quad (2-3)$$

其中 $x_f(t) \in R^{n_x}$ 和 $z_f(t) \in R^{n_z}$ 分别表示滤波器的状态向量和滤波器输出信号。

A_{fp} 、 B_{fp} 、 C_{fp} 、 A_{fq} 、 B_{fq} 、 C_{fq} 和 G_{qp} 分别是待求的滤波增益参数， G_{qp} 的下标注“ qp ”表示从 q 滤波器切换到 p 滤波器。

为了简化表达式，将子系统的状态向量与滤波器的状态向量合并增广为 $\varrho(t) = [x^T(t), x_f^T(t)]^T$ ，滤波误差被定义为 $e(t) = z(t) - z_f(t)$ ，由此可以得出如下滤波误差系统：

$$\begin{aligned}
 &\varrho(t^+) = \chi\varrho(t), \quad t = t_l \\
 &\begin{cases}
 \dot{\varrho}(t) = A_{pq}\varrho(t) + B_{pq}w(t) \\
 e(t) = H_{pq}\varrho(t)
 \end{cases}, t \in T_\uparrow[t_l, t_{l+1}) \\
 &\varrho(t^+) = \Lambda\varrho(t), \quad t = t_l + \hat{t}_l \\
 &\begin{cases}
 \dot{\varrho}(t) = A_{pp}\varrho(t) + B_{pp}w(t) \\
 e(t) = H_{pp}\varrho(t)
 \end{cases}, t \in T_\downarrow[t_l, t_{l+1}) \\
 &z(t) = \varphi\varrho(t)
 \end{aligned} \quad (2-4)$$

其中

$$A_{pq} = \begin{bmatrix} A_p + \Delta A_p(t) & 0 \\ B_{fq}(E_p + \Delta E_p(t)) & A_{fq} \end{bmatrix}, A_{pp} = \begin{bmatrix} A_p + \Delta A_p(t) & 0 \\ B_{fp}(E_p + \Delta E_p(t)) & A_{fp} \end{bmatrix}, B_{pq} = \begin{bmatrix} B_p \\ B_{fq}D_p \end{bmatrix}$$

$$B_{pp} = \begin{bmatrix} B_p \\ B_{fp}D_p \end{bmatrix}, H_{pq} = [H_p + \Delta H_p(t) \quad -C_{fq}], H_{pp} = [H_p + \Delta H_p(t) \quad -C_{fp}],$$

$$\varphi = [H_p + \Delta H_p(t) \quad 0], \chi = \text{diag}(\mathcal{S}_p, I), \Lambda = \text{diag}(I, \mathcal{G}_{qp}), \mathcal{S}_p = I + S_p,$$

$$\mathcal{G}_{qp} = I + G_{qp}.$$

说明 2.1: 这里的下标“ pq ”，第一个字母表示系统正运行所处着的子系统，第二个字母表示滤波器正在运行的状态。例如“ A_{pq} ”表示系统正运行在子系统 p 和与之不匹配的滤波器 q 的状态。

说明 2.2: 文献^[61]讨论了具有异步切换的线性切换系统的 H_∞ 滤波问题，这篇文献中设计的滤波器没有考虑滤波器状态变化时的脉冲跳跃。实际上，滤波器的切换

是伴随着状态跳变的。本章考虑了混杂滤波的情况，同时本文对混杂滤波和鲁棒 H_∞ 滤波问题进行了研究，这样设计使构建的系统更加复杂且实用。

至此,本章要研究的具有异步切换的不确定性脉冲切换系统混杂 H_∞ 滤波问题可以表述为:

(1)当 $w(t) = 0$ 时, 滤波误差系统(2-4)是全局一致渐近稳定的。

(2)在零初值条件下, 对于任意非零 $w(t) \in L_\infty$, 滤波误差系统(2-4)满足加权 H_∞ 性能指标, 即 $\int_0^\infty e^{-\lambda r} e^T(r)e(r)dr \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T(r)w(r)dr$ 。

2.3 主要结果

2.3.1 稳定性和 H_∞ 性能分析

为了更好地分析滤波误差系统的稳定性和 H_∞ 性能指标, 现给出以下引理:

引理 2.3.1^[25] 设给定参数分别满足 $\gamma > 0, \delta > 0, \eta > 0, \theta_1 \geq 1, \theta_2 \geq 1, \forall p \in Z, \forall q \in Z, p \neq q$, 如果存在正定李雅普诺夫函数 $V_{\sigma(t_l)}: R^n \rightarrow R$, 且 $V_{\sigma(t_0)}(q(t_0)) \equiv 0$ 满足以下不等式:

$$V_p(q(t_l^+)) \leq \theta_1 V_q(q(t_l)), t = t_l \quad (2-5)$$

$$\dot{V}_p(q(t)) < \delta V_p(q(t)) - \Xi(t), t \in T_\uparrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-6)$$

$$V_p(q(t_l^+)) \leq \theta_2 V_p(q(t_l)), t = t_l + \hat{t}_{l_l} \quad (2-7)$$

$$\dot{V}_p(q(t)) < -\eta V_p(q(t)) - \Xi(t), t \in T_\downarrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-8)$$

其中 $\Xi(t) = e^T(t)e(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)$, 那么称滤波误差系统(2-4)在切换信号满足

$$\tau_a > \frac{\mathcal{T}_{\max}(\eta+\delta) + \ln \theta_1 \theta_2}{\eta} \quad (2-9)$$

其中 $\mathcal{T}_{\max} \triangleq \max\{T_\uparrow(t_l, t_{l+1}), \forall l \in Z\}$ 的情况下是全局一致渐近稳定的, 同时具有加权 H_∞ 性能指标 γ 且 $\gamma \leq \tilde{\gamma} = \sqrt{\theta_2 e^{(\mathcal{N}_0+1)(\eta+\delta)\mathcal{T}_{\max} + \mathcal{N}_0 \ln \theta_1 \theta_2} \gamma}$ 。

基于引理 2.3.1, 脉冲切换系统的稳定性充分条件可以从以下定理得出。

定理 2.3.1 给定滤波误差系统(2-4), 设给定标量 $\gamma > 0, \delta > 0, \eta > 0, \theta_1 \geq 1, \theta_2 \geq 1, \forall p \in Z, \forall q \in Z, p \neq q$, 如果存在正定矩阵 P_p 同时满足以下不等式:

$$\chi^T P_p \chi \leq \theta_1 P_q, t = t_l \quad (2-10)$$

$$\begin{bmatrix} -\delta P_p + A_{pq}^T P_p + P_p A_{pq} & P_p B_{pq} & H_{pq}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, t \in T_\uparrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-11)$$

$$\Lambda^T P_p \Lambda \leq \theta_2 P_p, t = t_l + \hat{t}_l \quad (2-12)$$

$$\begin{bmatrix} \eta P_p + A_{pp}^T P_p + P_p A_{pp} & P_p B_{pp} & H_{pp}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, t \in T_\downarrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-13)$$

那么滤波误差系统(2-4)是全局一致渐近稳定的且满足加权 H_∞ 性能指标 γ 。

证明： 当 $t \in T_\uparrow(t_l, t_{l+1})$ 时，假设系统运行到 p 子系统，构造如下多李雅普诺夫函数：

$$V_p(\varrho(t)) = \varrho^T(t) P_p \varrho(t) \quad (2-14)$$

令 $\zeta(t) = [\varrho^T(t), w^T(t)]^T$ ，结合(2-4)、(2-6)和(2-14)，能得到下式：

$$\begin{aligned} & \dot{V}_p(\varrho(t)) - \delta V_p(\varrho(t)) + \Xi(t) \\ &= \dot{V}_p(\varrho(t)) - \delta V_p(\varrho(t)) + e^T(t)e(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \\ &= \zeta^T(t) \Pi_{pq} \zeta(t) \end{aligned} \quad (2-15)$$

其中

$$\Pi_{pq} = \begin{bmatrix} -\delta P_p + A_{pq}^T P_p + P_p A_{pq} + H_{pq}^T H_{pq} & P_p B_{pq} \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}.$$

同样的方法，对于 $t \in T_\downarrow(t_l, t_{l+1})$ ，可以得到：

$$\begin{aligned} & \dot{V}_p(\varrho(t)) + \eta V_p(\varrho(t)) + \Xi(t) \\ &= \dot{V}_p(\varrho(t)) + \eta V_p(\varrho(t)) + e^T(t)e(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) \\ &= \zeta^T(t) \Pi_{pp} \zeta(t) \end{aligned} \quad (2-16)$$

其中

$$\Pi_{pp} = \begin{bmatrix} \eta P_p + A_{pp}^T P_p + P_p A_{pp} + H_{pp}^T H_{pp} & P_p B_{pp} \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}.$$

利用引理 1.3，对(2-11)和(2-13)进行变换处理，可以得到： $\Pi_{pq} < 0$ 和 $\Pi_{pp} < 0$ 。

同理，(2-11)和(2-13)也可以推出(2-6)和(2-8)。

当 $t = t_l$ 时， $x(t_l^+) = x(t_l^-) + \Delta x(t_l) = \mathcal{S}_p x(t_l)$ ，结合(2-5)和(2-14)，可以得到下式：

$$\varrho(t)^T \begin{bmatrix} \mathcal{S}_p & 0 \\ * & I \end{bmatrix}^T P_p \begin{bmatrix} \mathcal{S}_p & 0 \\ * & I \end{bmatrix} \varrho(t) \leq \theta_1 \varrho(t)^T P_q \varrho(t), \quad (2-17)$$

由此结合(2-4)能得出(2-10)。

当 $t = t_l + \hat{t}_l$ 时, 联立(2-4), (2-7)和(2-14)可以得到

$$\varrho(t)^T \Lambda^T P_p \Lambda \varrho(t) \leq \theta_2 \varrho(t)^T P_p \varrho(t), \quad (2-18)$$

上式(2-18)与(2-12)等价。基于引理 1.1, 能得出对于满足平均驻留时间切换限制(2-9)的任何切换信号, 滤波误差系统(2-4)是全局一致渐近稳定且具有加权 H_∞ 性能。至此, 稳定性和 H_∞ 性能分析证明完毕。

2.3.2 异步混杂 H_∞ 滤波器设计

由于不确定性的存在以及变量矩阵 P_p 和滤波增益矩阵存在耦合, 直接用定理

2.3.1 设计混杂 H_∞ 滤波器是存在困难的。为符合基于线性矩阵不等式的滤波器设计条件, 需要消除不确定性项, 并将变量矩阵 P_p 与滤波增益矩阵解耦。具体设计条件如下:

定理 2.3.2 对滤波误差系统(2-4)设给定标量 $\gamma > 0$, $\delta > 0$, $\eta > 0$, $\theta_1 \geq 1$, $\theta_2 \geq 1$, $\forall p \in Z$, $\forall q \in Z$, $p \neq q$, 如果能找到这些待求矩阵 $\tilde{P}_{p1} > 0$, $\tilde{P}_{p2}$, $\tilde{P}_{p3} > 0$, Q , U , J , $\bar{\varepsilon}_p$, $V_p > 0$, Z_{qp} , A_{Fp} , B_{Fp} , C_{Fp} , A_{Fq} , B_{Fq} , C_{Fq} 同时满足以下约束条件:

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_{p1} + \tilde{P}_{p1} S_p + S_p^T \tilde{P}_{p1} + S_p^T \tilde{P}_{p1} S_p - \theta_1 \tilde{P}_{q1} & \tilde{P}_{p2} + S_p^T \tilde{P}_{p2} - \theta_1 \tilde{P}_{q2} \\ * & \tilde{P}_{p3} - \theta_1 \tilde{P}_{q3} \end{bmatrix} < 0, t = t_l \quad (2-19)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{p11} & \Phi_{p12} & \Phi_{p13} & \Phi_{p14} & \Phi_{p15} & H_p^T & \Phi_{p16} & 0 & \bar{\varepsilon}_p U_p^T & 0 \\ * & \Phi_{p22} & \Phi_{p23} & \Phi_{p24} & \Phi_{p25} & -C_{Fq}^T & \Phi_{p26} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Phi_{p33} & \Phi_{p34} & \Phi_{p15} & 0 & \Phi_{p16} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{p44} & \Phi_{p25} & 0 & \Phi_{p26} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & N_{Hp} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0, \quad t \in T_\uparrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-20)$$

$$\begin{bmatrix} -\theta_2 \tilde{P}_{p1} & -\theta_2 \tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p1} & \tilde{P}_{p2} & 0 \\ * & -\theta_2 \tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T & \tilde{P}_{p3} & Z_{qp}^T \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p3} \\ * & * & * & * & -V_p - V_p^T \end{bmatrix} < 0, t = t_l + \hat{t}_l \quad (2-21)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{p11} & \Psi_{p12} & \Psi_{p13} & \Psi_{p14} & \Psi_{p15} & H_p^T & \Phi_{p16} & 0 & \bar{\varepsilon}_p U_p^T & 0 \\ * & \Psi_{p22} & \Psi_{p23} & \Psi_{p24} & \Psi_{p25} & -C_{Fp}^T & \Psi_{p26} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_{p33} & \Psi_{p34} & \Psi_{p15} & 0 & \Psi_{p16} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Psi_{p44} & \Psi_{p25} & 0 & \Psi_{p26} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & N_{Hp} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0, \quad t \in T_\downarrow(t_l, t_{l+1}) \quad (2-22)$$

其中

$$\Phi_{p11} = Q^T A_p + A_p^T Q + B_{Fq} E_p + E_p^T B_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p1},$$

$$\Phi_{p12} = A_{Fq} + A_p^T J + E_p^T B_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p2}, \quad \Phi_{p13} = \tilde{P}_{p1} - Q^T + A_p^T Q + E_p^T B_{Fq}^T,$$

$$\Phi_{p14} = \tilde{P}_{p2} - U^T + A_p^T J + E_p^T B_{Fq}^T, \quad \Phi_{p15} = Q^T B_p + B_{Fq} D_p,$$

$$\Phi_{p16} = Q^T N_{Ap} + B_{Fq} N_{Ep}, \quad \Phi_{p22} = A_{Fq} + A_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p3}, \quad \Phi_{p23} = \tilde{P}_{p2}^T - J^T + A_{Fq}^T$$

$$\Phi_{p24} = \tilde{P}_{p3} - U^T + A_{Fq}^T, \quad \Phi_{p25} = J^T B_p + B_{Fq} D_p, \quad \Phi_{p26} = J^T N_{Ap} + B_{Fq} N_{Ep},$$

$$\Phi_{p33} = -Q - Q^T, \quad \Phi_{p34} = -J - U^T, \quad \Phi_{p44} = -U - U^T;$$

$$\Psi_{p11} = Q^T A_p + A_p^T Q + B_{Fp} E_p + E_p^T B_{Fp}^T + \eta \tilde{P}_{p1},$$

$$\Psi_{p12} = A_{Fp} + A_p^T J + E_p^T B_{Fp}^T + \eta \tilde{P}_{p2}, \quad \Psi_{p13} = \tilde{P}_{p1} - Q^T + A_p^T Q + E_p^T B_{Fp}^T,$$

$$\Psi_{p14} = \tilde{P}_{p2} - U^T + A_p^T J + E_p^T B_{Fp}^T, \quad \Psi_{p15} = Q^T B_p + B_{Fp} D_p,$$

$$\Psi_{p16} = Q^T N_{Ap} + B_{Fp} N_{Ep}, \quad \Psi_{p22} = A_{Fp} + A_{Fp}^T + \eta \tilde{P}_{p3}, \quad \Psi_{p23} = \tilde{P}_{p2}^T - J^T + A_{Fp}^T,$$

$$\Psi_{p24} = \tilde{P}_{p3} - U^T + A_{Fp}^T, \quad \Psi_{p25} = J^T B_p + B_{Fp} D_p, \quad \Psi_{p26} = J^T N_{Ap} + B_{Fp} N_{Ep},$$

$$\Psi_{p33} = -Q - Q^T, \quad \Psi_{p34} = -J - U^T, \quad \Psi_{p44} = -U - U^T,$$

那么滤波误差系统(2-4)为全局一致渐近稳定, 对任何满足(2-9)的切换信号具有加权 H_∞ 性能指标。同时可以得到如下滤波器增益矩阵:

$$A_{fp} = U^{-T} A_{Fp}, \quad B_{fp} = U^{-T} B_{Fp}, \quad C_{fp} = C_{Fp}, \quad G_{qp} = V_p^{-1} Z_{qp}. \quad (2-23)$$

证明: 当 $t \in T_\uparrow(t_l, t_{l+1})$ 时, (2-11)可以被重新改写为

$$\Sigma + He\{\hat{X}\Delta(t)\hat{Y}\} \quad (2-24)$$

其中

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -\delta P_p + \tilde{A}_{pq}^T P_p + P_p \tilde{A}_{pq} & P_p B_{pq} & \tilde{H}_{pq}^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix}, \quad \hat{X}^T = \begin{bmatrix} N_{Ap}^T & N_{Ep}^T B_{fq}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P_p \quad 0 \quad \begin{bmatrix} N_{Hp}^T \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} U_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_{pq} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ B_{fq} E_p & A_{fq} \end{bmatrix}, \quad \tilde{H}_{pq} = [H_p \quad -C_{fq}].$$

运用引理 1.1, 当且仅当能找到一个标量 $\bar{\varepsilon}_p > 0$ 使

$$\Sigma + \bar{\varepsilon}_p^{-1} \hat{X} \hat{X}^T + \bar{\varepsilon}_p \hat{Y}^T \hat{Y} < 0 \quad (2-25)$$

成立, 那么不等式(2-24)是有可行解的。再对(2-25)应用引理 1.3, 可以将(2-25)改写成下式

$$\begin{bmatrix} \Sigma & [\hat{X} & \bar{\varepsilon}_p \hat{Y}^T] \\ * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0. \quad (2-26)$$

至此, 在(2-26)中不再含有不确定性项。同理, (2-13)中的不确定性项也可以去掉。

然而(2-26)中存在的耦合项是另一个难题, 耦合项无法满足线性矩阵不等式的求解条件。为了解决这个问题, 需要引入一个松弛变量矩阵 F 。现在介绍如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \Omega_{p11} & \Omega_{p12} & \Omega_{p13} & \tilde{H}_{pq}^T & \Omega_{p15} & \Omega_{p16} \\ * & \Omega_{p22} & \Omega_{p23} & 0 & \Omega_{p25} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & \Omega_{p45} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-27)$$

和

$$\begin{bmatrix} \Theta_{p11} & \Theta_{p12} & \Theta_{p13} & \tilde{H}_{pp}^T & \Theta_{p15} & \Theta_{p16} \\ * & \Theta_{p22} & \Theta_{p13} & 0 & \Theta_{p15} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & \Theta_{p45} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-28)$$

其中

$$\begin{aligned} \Omega_{p11} &= F^T \tilde{A}_{pq} + \tilde{A}_{pq}^T F - \delta P_p, \quad \Omega_{p12} = P_p - F^T + \tilde{A}_{pq}^T F, \quad \Omega_{p13} = F^T B_{pq}, \\ \Omega_{p15} &= F^T \begin{bmatrix} N_{Ap} & 0 \\ B_{fq} N_{Ep} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Omega_{p45} = [N_{Hp} \quad 0], \quad \Omega_{p16} = \bar{\varepsilon}_p \begin{bmatrix} U_p^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Omega_{p22} &= -F - F^T; \quad \Theta_{p11} = F^T \tilde{A}_{pp} + \tilde{A}_{pp}^T F + \eta P_p, \quad \Theta_{p12} = P_p - F^T + \tilde{A}_{pp}^T F, \\ \Theta_{p13} &= F^T B_{pp}, \quad \Theta_{p15} = F^T \begin{bmatrix} N_{Ap} & 0 \\ B_{fp} N_{Ep} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Theta_{p45} = [N_{Hp} \quad 0], \\ \Theta_{p16} &= \bar{\varepsilon}_p \begin{bmatrix} U_p^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Theta_{p22} = -F - F^T. \end{aligned}$$

如果(2-27)和(2-28)成立，那么(2-11)和(2-13)也成立。为了证明这一点，使用矩阵 ∂ 对(2-27)进行投影变换，使用矩阵 T 对(2-28)进行投影变换：

$$\partial = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A}_{pq} & B_{pq} & 0 & \begin{bmatrix} N_{Ap} \\ B_{fq} N_{Ep} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad (2-29)$$

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A}_{pp} & B_{pp} & 0 & \begin{bmatrix} N_{Ap} \\ B_{fp} N_{Ep} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}. \quad (2-30)$$

通过投影变换，(2-27)和(2-28)可以分别推出(2-11)和(2-13)。利用(2-27)和(2-28)解决(2-11)和(2-13)中的耦合问题。首先将非奇异矩阵 F 拆分为：

$$F = \begin{bmatrix} F_a & F_b \\ F_d & F_c \end{bmatrix}. \quad (2-31)$$

定义以下矩阵：

$$f = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & F_c^{-1}F_d \end{bmatrix}, \quad \tilde{P}_p = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{p1} & \tilde{P}_{p2} \\ * & \tilde{P}_{p3} \end{bmatrix} = f^T P_p f > 0, \quad (2-32)$$

$$Q = F_a, \quad J = F_b F_c^{-1} F_d, \quad U = F_d^T F_c^{-T} F_d,$$

和

$$\begin{bmatrix} A_{Fp} & B_{Fp} \\ C_{Fp} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{fp} & B_{fp} \\ C_{fp} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_c^{-1}F_d & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (2-33)$$

利用 $\text{diag}(f, f, I)$ 同时对(2-27)和(2-28)进行全等变换, 得到下列不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{p11} & \tilde{\Omega}_{p12} & \tilde{\Omega}_{p13} & \tilde{\Omega}_{p14} & \tilde{\Omega}_{p15} & \tilde{\Omega}_{p16} \\ * & \tilde{\Omega}_{p22} & \tilde{\Omega}_{p13} & 0 & \tilde{\Omega}_{p15} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & \tilde{\Omega}_{p45} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-34)$$

和

$$\begin{bmatrix} \hat{\Theta}_{p11} & \hat{\Theta}_{p12} & \hat{\Theta}_{p13} & \hat{\Theta}_{p14} & \hat{\Theta}_{p15} & \hat{\Theta}_{p16} \\ * & \hat{\Theta}_{p22} & \hat{\Theta}_{p13} & 0 & \hat{\Theta}_{p15} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & \hat{\Theta}_{p45} & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_p I \end{bmatrix} < 0 \quad (2-35)$$

其中

$$\tilde{\Omega}_{p11} = \begin{bmatrix} Q^T A_p + A_p^T Q + B_{Fq} E_p + E_p^T B_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p1} & A_{Fq} + A_p^T J + E_p^T B_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p2} \\ * & A_{Fq} + A_{Fq}^T - \delta \tilde{P}_{p3} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{p12} = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{p1} - Q^T + A_p^T Q + E_p^T B_{Fq}^T & \tilde{P}_{p2} - U^T + A_p^T J + E_p^T B_{Fq}^T \\ \tilde{P}_{p2}^T - J^T + A_{Fq}^T & \tilde{P}_{p3} - U^T + A_{Fq}^T \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{p22} = \begin{bmatrix} -Q - Q^T & -J - U^T \\ * & -U - U^T \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Omega}_{p13} = \begin{bmatrix} Q^T B_p + B_{Fq} D_p \\ J^T B_p + B_{Fq} D_p \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Omega}_{p14} = \begin{bmatrix} H_p^T \\ -C_{Fq} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Omega}_{p15} = \begin{bmatrix} Q^T N_{Ap} + B_{Fq} N_{Ep} & 0 \\ J^T N_{Ap} + B_{Fq} N_{Ep} & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Omega}_{p45} = [N_{Hp} \quad 0], \quad \tilde{\Omega}_{p16} = \bar{\varepsilon}_p \begin{bmatrix} U_p^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Theta}_{p11} = \begin{bmatrix} Q^T A_p + A_p^T Q + B_{Fp} E_p + E_p^T B_{Fp}^T - \delta \tilde{P}_{p1} & A_{Fp} + A_p^T J + E_p^T B_{Fp}^T - \delta \tilde{P}_{p2} \\ * & A_{Fp} + A_{Fp}^T - \delta \tilde{P}_{p3} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}_{p12} &= \begin{bmatrix} \tilde{P}_{p1} - Q^T + A_p^T Q + E_p^T B_{Fp}^T & \tilde{P}_{p2} - U^T + A_p^T J + E_p^T B_{Fp}^T \\ \tilde{P}_{p2}^T - J^T + A_{Fp}^T & \tilde{P}_{p3} - U^T + A_{Fp}^T \end{bmatrix}, \\ \hat{\Theta}_{p22} &= \begin{bmatrix} -Q - Q^T & -J - U^T \\ * & -U - U^T \end{bmatrix}, \quad \hat{\Theta}_{p13} = \begin{bmatrix} Q^T B_p + B_{Fp} D_p \\ J^T B_p + B_{Fp} D_p \end{bmatrix}, \quad \hat{\Theta}_{p14} = \begin{bmatrix} H_p^T \\ -C_{Fp} \end{bmatrix}, \\ \hat{\Theta}_{p15} &= \begin{bmatrix} Q^T N_{Ap} + B_{Fp} N_{Ep} & 0 \\ J^T N_{Ap} + B_{Fp} N_{Ep} & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\Theta}_{p45} = [N_{Hp} \quad 0], \quad \hat{\Theta}_{p16} = \bar{\varepsilon}_p \begin{bmatrix} U_p^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

结合(2-31)–(2-33)以及(2-4)，线性矩阵不等式(2-34)和(2-35)分别暗含公式(2-20)和(2-22)。

当 $t = t_l$ 时，(2-10)可以通过引理 1.3 得到(2-19)。

当 $t = t_l + \hat{t}_l$ 时，(2-12)可以改写为：

$$\begin{bmatrix} -\theta_2 \tilde{P}_{p1} & -\theta_2 \tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p1} & \tilde{P}_{p2} \\ * & -\theta_2 \tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T + G_{qp}^T \tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p3} + G_{qp}^T \tilde{P}_{p3} \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} \end{bmatrix} < 0, \quad (2-36)$$

如果(2-21)成立，那么能得出 $-V_p - V_p^T < 0$ ，由此得出矩阵 V_p 是非奇异的。为了将滤波器模型中的耦合项的 P_p 和 G_{qp} 分开，定义以下矩阵：

$$G_{qp} = V_p^{-1} Z_{qp}. \quad (2-37)$$

将(2-37)代入(2-36)得到：

$$Y + He\{\tilde{X}_1 \tilde{X}_2\} < 0 \quad (2-38)$$

其中

$$Y = \begin{bmatrix} -\theta_2 \tilde{P}_{p1} & -\theta_2 \tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p1} & \tilde{P}_{p2} \\ * & -\theta_2 \tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T & \tilde{P}_{p3} \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{X}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{P}_{p2} \\ \tilde{P}_{p3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{X}_2^T = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{qp}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_p^{-T}.$$

基于引理 1.2，如果下式有解，则(2-38)成立。

$$\begin{bmatrix} Y & \tilde{X}_1 + \tilde{X}_2^T V_p^T \\ * & -V_p - V_p^T \end{bmatrix} < 0 \quad (2-39)$$

很容易得出(2-39)等价于(2-21)，而(2-21)可以从(2-12)中得出。结合(2-19)–(2-23)

以及定理 2.3.1, 脉冲切换系统的异步混杂 H_∞ 滤波器设计问题已解决。由(2-23)可以得出滤波器增益参数。证明完毕。

说明 2.3: 本章的模型中考虑系统切换时刻和滤波器切换时刻多个状态跳跃, 这增加了线性矩阵不等式方法框架下的难度, 尤其是在混杂 H_∞ 滤波器设计时, 滤波器状态跳变增益中出现了新的耦合项, 这是本章的一个挑战。此外, 与以往的研究相比, 本章考虑系统中同时具有异步切换、不确定性和多状态跳变, 增加了以线性矩阵不等式形式求解的复杂性。

说明 2.4^[61]: 在定理 2.3.2 的基础上, 去掉定理 2.3.2 中的(2-20), 将(2-22)的时间范围改为 $t \in T(t_l, t_{l+1})$ 。如果(2-22)($t \in T(t_l, t_{l+1})$)和 $P_p - \mu P_q \leq 0 (\mu \geq 1)$ 同时成立, 可以得出同步状态(系统和滤波器严格同时切换)下对应的滤波误差系统是全局一致渐近稳定且具有加权的 H_∞ 性能, 此时 $\tau_a \geq \frac{\ln \mu}{\eta}$ 。

说明 2.5: 定理 2.3.1 和定理 2.3.2 中的这些参数(δ 、 η 、 θ_1 和 θ_2)具有如下实际意义。 η 表示子系统与滤波器同步期间的收敛速度, 然而, 李雅普诺夫函数的变化在异步间隔期间呈现上升趋势, 这被记为参数 δ 。参数 θ_1 和 θ_2 分别表示子系统和滤波器从前者状态切换到后者时的增速界。人们可以根据设计要求和这些参数的物理意义来更改参数。同样的在(2-9)中, 这些参数的变化也将影响 τ_a 的取值, 同时 H_∞ 性能指标 $\tilde{\gamma} = \sqrt{\theta_2 e^{(\mathcal{N}_0+1)(\eta+\delta)\mathcal{T}_{max} + \mathcal{N}_0 \ln \theta_1 \theta_2}} \gamma$ 也会随之改变。

说明 2.6: 根据定义 1.1, 切换信号仅受 τ_a 的影响, τ_a 由切换次数 $\mathcal{N}_\epsilon(t, \mathcal{T}_l)$ 、时间间隔 $[t, \mathcal{T}_l]$ 和颤抖界 $\mathcal{N}_0$ 决定, 与外界扰动无关。所以本章所研究的切换信号不受外界扰动的影响。然而, 外界干扰对切换信号的影响可以在未来的研究中加以考虑, 它对切换性能的影响将是一个很好的研究方向。

2.4 数值仿真

本节通过一个连续时间的脉冲切换系统的数值例子来验证设计的混杂 H_∞ 滤波器的可行性。考虑两个具有下列参数的子系统组成的不确定线性脉冲切换系统:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1.8 & -0.7 \\ -0.5 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 \\ -0.4 & -0.3 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix}, S_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_1 = [1.2 \quad 1], E_2 = [1.1 \quad 0.1],$$

$$H_1 = [0.2 \quad -1.4], H_2 = [0.15 \quad -0.1], D_1 = -0.08, D_2 = -0.3。$$

不确定性项的参数设为：

$$N_{A1} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}, N_{E1} = 0.5, N_{H1} = 0.6, U_1 = [0.01 \quad 0.03],$$

$$N_{A2} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, N_{E2} = 0.7, N_{H2} = 1, U_2 = [0.02 \quad 0.01]。$$

定理 2.3.2 中的其余参数设为 $\theta_1 = 1.7, \theta_2 = 1.1, \delta = 0.05, \eta = 0.6, \gamma = 1.7$ 。

通过联立求解(2-19)—(2-22)求解出中间变量：

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{11} &= \begin{bmatrix} 7.2786 & 0.5283 \\ 0.5283 & 6.0687 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{12} = \begin{bmatrix} 3.5572 & 0.7866 \\ 0.7866 & 3.2797 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{13} = \begin{bmatrix} 7.2748 & 1.4018 \\ 1.4018 & 5.1441 \end{bmatrix}, \\ \tilde{P}_{21} &= \begin{bmatrix} 7.1306 & -0.6162 \\ -0.6162 & 6.3908 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{22} = \begin{bmatrix} 3.2925 & 0.3307 \\ 0.3307 & 3.0609 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{23} = \begin{bmatrix} 6.3143 & 0.5558 \\ 0.5558 & 4.1875 \end{bmatrix}, \\ Q &= \begin{bmatrix} 4.3256 & -2.2145 \\ 1.2694 & 8.1559 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 2.7184 & -0.1651 \\ 0.9249 & 4.0613 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} -0.9992 & -0.2101 \\ 0.4622 & 1.8348 \end{bmatrix}, \\ A_{F1} &= \begin{bmatrix} -4.4541 & -0.8826 \\ -2.2026 & -4.4785 \end{bmatrix}, B_{F1} = \begin{bmatrix} -0.3710 \\ -2.5463 \end{bmatrix}, C_{F1} = [-0.0768 \quad 1.3883], \\ A_{F2} &= \begin{bmatrix} -3.8933 & -0.2982 \\ -0.1046 & -1.5474 \end{bmatrix}, B_{F2} = \begin{bmatrix} -1.0051 \\ 0.8896 \end{bmatrix}, C_{F2} = [-0.1511 \quad 0.1889], \\ V_1 &= \begin{bmatrix} 0.0086 & -0.0003 \\ -0.0003 & 0.0086 \end{bmatrix}, V_2 = \begin{bmatrix} 0.0087 & -0.0002 \\ -0.0002 & 0.0088 \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}_1 = 164.7994, \\ Z_{12} &= \begin{bmatrix} -5.3664 & -0.6874 \\ -0.6864 & -3.1905 \end{bmatrix}, Z_{21} = \begin{bmatrix} -4.6167 & -0.0485 \\ -0.0480 & -2.5461 \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}_2 = 185.5804。 \end{aligned}$$

依据(2-23)可以解得混杂 H_∞ 滤波增益为：

$$\begin{aligned} A_{f1} &= \begin{bmatrix} -1.4341 & 0.0498 \\ -0.6006 & -1.1007 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} 0.0758 \\ -0.6239 \end{bmatrix}, C_{f1} = [-0.0768 \quad 1.3883], \\ A_{f2} &= \begin{bmatrix} -1.4040 & 0.0197 \\ -0.0828 & -0.3802 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} -0.4382 \\ 0.2012 \end{bmatrix}, C_{f2} = [-0.1511 \quad 0.1889], \\ G_{12} &= \begin{bmatrix} -0.0457 & -0.0048 \\ -0.0043 & -0.0273 \end{bmatrix}, G_{21} = \begin{bmatrix} -0.0400 & 0.0001 \\ 0.0006 & -0.0223 \end{bmatrix}。 \end{aligned}$$

初始条件、外部扰动输入和不确定性分别设为 $\varrho(t_0) = [1.5, -1.5, 1, -1]^T$,

$w(t) = 1.5 \sin(\pi(t)) e^{-0.2(t)}$ 和 $\Delta(t) = 0.5 \cos(t)$ 。设 $\mathcal{T}_{max} = 0.8$, 根据平均驻留时间切换规则约束(2-9)求得 $\tau_a > 1.9099$ 。

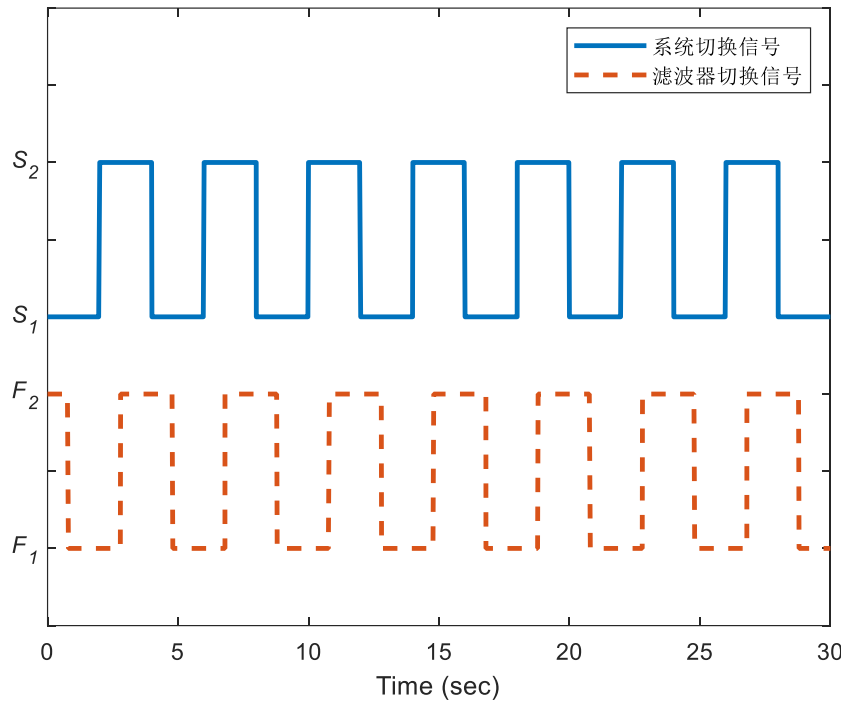


图 2-1 平均驻留时间切换信号

图 2-1 中给出了一组 $\tau_a = 2$ 的切换信号，能看出子系统和滤波器是异步切换，图中“ S_1 ”和“ S_2 ”代表两个子系统；“ F_1 ”和“ F_2 ”代表两个滤波器。

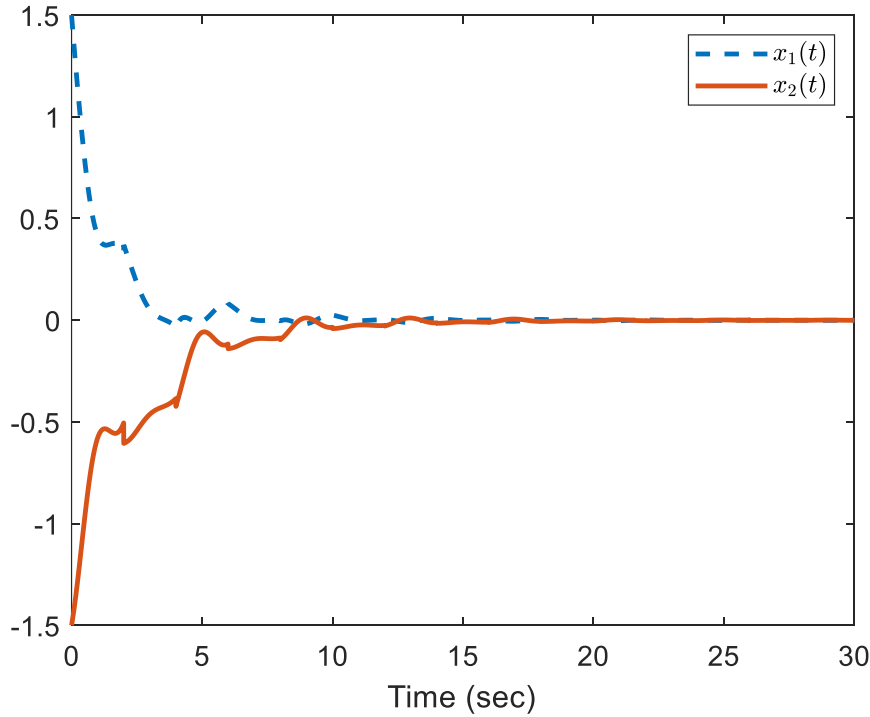


图 2-2 脉冲切换系统的状态响应

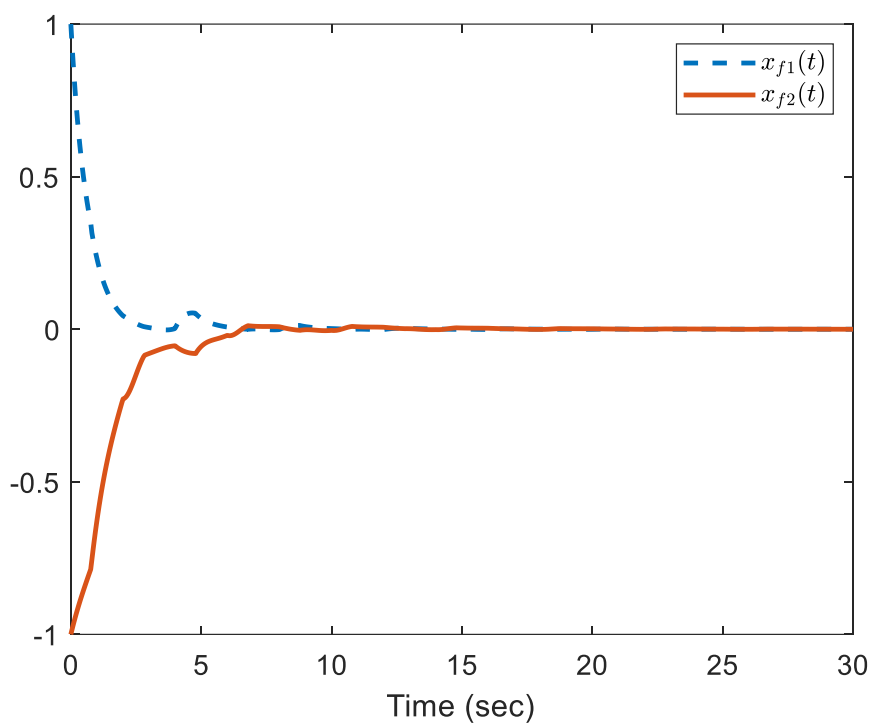
图 2-3 设计的混杂 H_∞ 滤波器状态响应

图 2-2 和图 2-3 分别展示了脉冲切换系统和设计的滤波器的状态响应。如图 2-2 所示，当系统从一个子系统切换到另一个子系统时系统状态有明显跳变。

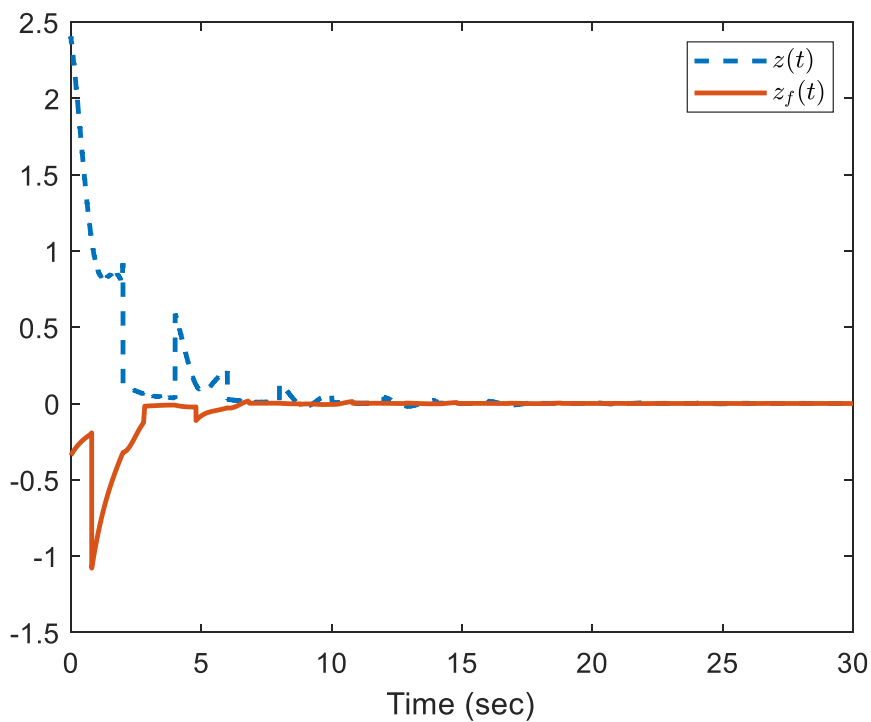


图 2-4 脉冲切换系统的输出信号和滤波器的预测信号

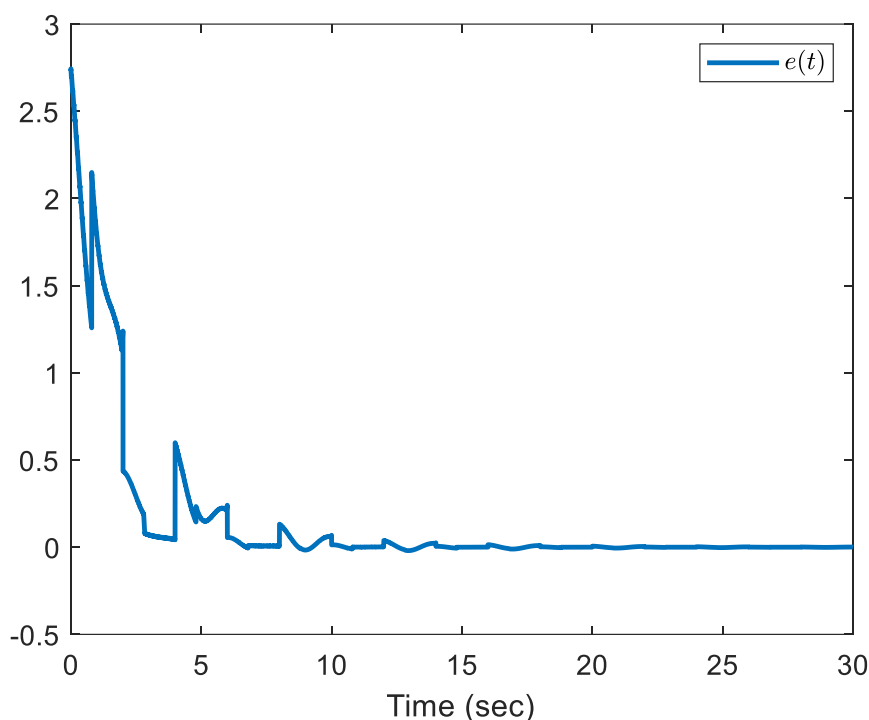


图 2-5 滤波误差

图 2-3 中滤波器状态在滤波器切换时有脉冲跳变，该跳变在图 2-4 中滤波器输出中更为明显地展示。图 2-4 绘制了系统输出信号和设计的混杂 H_∞ 滤波器输出信号，波形中出现的跳变是由系统状态和混杂 H_∞ 滤波器状态中存在的多个状态跳变导致的。此外，图 2-4 还表明，尽管系统中存在异步切换和多状态跳变，但经过多次切换后，混杂 H_∞ 滤波器的输出波形最终可以和脉冲切换系统的输出波形重合。如图 2-5 所示，滤波误差最终收敛为零，进一步证明混杂 H_∞ 滤波器的输出可以逼近脉冲切换系统的输出。以上结果表明本章针对具有异步切换连续时间不确定性线性脉冲切换系统设计的混杂 H_∞ 滤波器是正确且有效的。

2.5 本章小结

本章解决了具有异步切换不确定线性脉冲切换系统的稳定性分析、 H_∞ 性能分析和混杂 H_∞ 滤波器设计问题。这意味着脉冲跳变发生在子系统切换瞬间和滤波器切换瞬间，而这两种切换并不同时发生。通过平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数方法，得到使滤波误差系统为全局一致渐近稳定并拥有加权 H_∞ 性能的充分条件。接着对该系统设计了混杂 H_∞ 滤波器，滤波器的条件可以通过一组线性矩阵不等式给出。在本章结尾，通过算例仿真证明了推导所得结果的正确性。

第3章 具有随机不确定性的离散时间脉冲切换系统的混杂

弹性滤波

3.1 引言

在切换系统的研究中,从时间角度看通常分为连续时间系统和离散时间系统,连续时间系统和离散时间系统的控制方法和稳定性分析方法在一般情况下不能直接推广到对方的系统上并保持适用性。上一章研究了连续时间下脉冲切换系统的混杂滤波,为研究范围更为全面,本节对离散时间下脉冲切换系统的混杂滤波进行探讨。

与传统的反馈控制系统相比,网络控制系统具有可靠性高、安装方便等优点,各部分通过有线/无线共享通信网络连接起来,因此,网络控制系统在智能机器人、无人水面车辆系统^[75, 76]等许多实践系统中得到了广泛的应用。然而由于通信网络的引入,带宽的限制使得控制信号的持续更新变得不切实际。因此,采样数据控制策略被提出,并在网络控制系统中得到了广泛的应用。此外,由于无线网络不可靠,丢包可能以随机方式或确定性方式发生,具体来说,由于丢包现象,滤波器可能无法获得研究对象的实时信号。有学者对此展开了研究,通过引入一个指示函数来表示是否丢包,他们将网络控制系统建模为一个具有不稳定子系统 and 稳定子系统的交换系统^[77, 78],其中作者假设的数据丢包服从一个确定性的序列。然而数据丢包的发生往往是随机的,为了对随机丢包进行建模,通常利用马尔可夫链和伯努利分布序列等随机序列。其中用伯努利分布刻画的不确定性的数据被描述为一个随机变量,它遵循一个伯努利分布的白序列,取 0 和 1 的值。而目前许多丢包方法是针对系统建模为切换系统或时滞系统,很少是从脉冲切换系统展开研究。此外,具有随机发生不确定性的控制系统作为一个有价值的研究问题,在过去的几年里受到了极大的关注。在实际对象中,系统内部发生的变化不是固定的,用随机的形式对其建模来刻画随机发生的不确定性,这比确定发生的不确定性的描述更贴近现实,同时研究对象中存在的不确定性经常以随机的方式发生。

受上述讨论启发,本章研究了离散时间下具有随机不确定性的线性脉冲切换

系统的混杂弹性滤波问题, 随机的不确定性和网络控制中的丢包现象采用伯努利分布序列来建模, 和上一章连续时间系统一样考虑了多状态脉冲跳变, 这意味着脉冲跳变发生在系统和滤波器的切换瞬间。对系统进行了稳定性和 H_∞ 性能分析以及混杂 H_∞ 滤波器设计。通过平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法, 获得了保证滤波误差系统为均方意义上指数稳定的并拥有加权 H_∞ 性能的充分条件。混杂 H_∞ 弹性滤波器的设计问题可以通过一组线性矩阵不等式来解决。最后通过算例证明了结果的可行性。

3.2 问题描述

考虑以下线性脉冲切换系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_{\sigma(k)} + \alpha(k)\Delta A_{\sigma(k)}(k))x(k) + B_{\sigma(k)}w(k), & k \neq k_l \\ \Delta x(k) = S_{\sigma(k)}x(k), & k = k_l \\ y(k) = E_{\sigma(k)}x(k) + D_{\sigma(k)}w(k) \\ z(k) = H_{\sigma(k)}x(k) \end{cases} \quad (3-1)$$

其中 $x(k) \in R^{n_x}$ 是状态向量, $y(k) \in R^{n_y}$ 和 $z(k) \in R^{n_z}$ 分别表示测量输出信号和要被估计的性能输出信号。此外, $w(k) \in R^{n_w}$ 是属于 $L_2[0, \infty)$ 的外部扰动, 其范数表达式被定义为 $\|w(k)\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty w(k)^T w(k) dk}$ 。切换信号 $\sigma(k)$ 用分段右连续常数函数 $\sigma(k): [0, +\infty) \rightarrow Z = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示, 比如 $\sigma(k_l)$ 表示运行在 $k \in [k_l, k_{l+1})$ 时间段的某个子系统。在(4-1)中, $\Delta x(k)$ 用于表示该脉冲切换系统中的状态跳变, 利用 $x(k_l^+) = \lim_{j \rightarrow 0^+} x(k_l + j)$ 和 $x(k_l^-) = x(k_l) = \lim_{j \rightarrow 0^-} x(k_l + j)$ 这两个数学表达式, $\Delta x(k)$ 被表示为 $\Delta x(k_l) = x(k_l^+) - x(k_l)$ 。为了简化分析, 在接下来的讨论中设 $\sigma(k_l) = p (p \in Z)$, 设 A_p 、 B_p 、 E_p 、 D_p 、 H_p 和 S_p 为具有相容维度的系统矩阵。同时, 用矩阵 S_p 来表示子系统的跳变幅度。

子系统中不确定性服从范数有界的不确定矩阵 $\Delta A_p(k)$ 被定义为:

$$\Delta A_p(k) = X\Delta(k)Y \quad (3-2)$$

其中 $\Delta(k)$ 满足公式 $\Delta^T(k)\Delta(k) \leq I$; 不确定性参数矩阵 X 和 Y 为给定的常数矩阵。

随机变量 $\alpha(k)$ 服从伯努利随机分布序列，对于 $\alpha(k)$ 的伯努利分布律可以表示为：

$$Prob\{\alpha(k) = 1\} = \bar{\alpha}(0 \leq \bar{\alpha} \leq 1), \quad Prob\{\alpha(k) = 0\} = 1 - \bar{\alpha}. \quad (3-3)$$

本章假设所考虑的传输设备的测量输出信号 $y(k)$ 和性能输出信号 $z(k)$ 通过不可靠的通信信道传输，其中数据包可能丢失。采用相互独立且服从伯努利分布的随机序列对数据包丢失的现象进行建模：

$$\bar{y}(k) = \phi(k)y(k) \quad (3-4)$$

$$\bar{z}(k) = \psi(k)z(k) \quad (3-5)$$

其中随机变量 $\phi(k)$ 和 $\psi(k)$ 的伯努利分布律可以表示为：

$$Prob\{\phi(k) = 1\} = \bar{\phi}(0 \leq \bar{\phi} \leq 1), \quad Prob\{\phi(k) = 0\} = 1 - \bar{\phi}; \quad (3-6)$$

$$Prob\{\psi(k) = 1\} = \bar{\psi}(0 \leq \bar{\psi} \leq 1), \quad Prob\{\psi(k) = 0\} = 1 - \bar{\psi}, \quad (3-7)$$

随机变量的 1 值表示成功的数据传输，值为 0 表示失败的数据传输。

在第三章滤波器建模的基础上，本章在滤波器模型中加入随机不确定性，讨论混杂 H_∞ 弹性滤波，滤波器模型如下：

$$\begin{cases} \Delta x_f(k) = G_p x_f(k), & k = k_l \\ \begin{cases} x_f(k+1) = (A_{fp} + \beta_1(k)\Delta A_{fp})x_f(k) + (B_{fp} + \beta_2(k)\Delta B_{fp})\bar{y}(k) \\ z_f(k) = (C_{fp} + \beta_3(k)\Delta C_{fp})x_f(k) \end{cases} \end{cases}, k \neq k_l \quad (3-8)$$

其中 $x_f(k) \in R^{n_x}$ 和 $z_f(k) \in R^{n_z}$ 分别表示滤波器的状态向量和输出信号。 A_{fp} 、 B_{fp} 、 C_{fp} 和 G_p 分别是待求的增益参数，满足范数有界的不确定矩阵 $\Delta A_{fp}(k)$ 、 $\Delta B_{fp}(k)$ 和 $\Delta C_{fp}(k)$ 被定义为：

$$\begin{bmatrix} \Delta A_{fp}(k) \\ \Delta B_{fp}(k) \\ \Delta C_{fp}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{Ap} \\ N_{Bp} \\ N_{Cp} \end{bmatrix} \Delta_f(k) U \quad (3-9)$$

其中 $\Delta_f(k)$ 满足公式 $\Delta_f^T(k)\Delta_f(k) \leq I$ ；不确定性参数矩阵 N_{Ap} 、 N_{Bp} 、 N_{Cp} 和 U 皆为给定的常数量。

随机变量 $\beta_1(k)$ 、 $\beta_2(k)$ 和 $\beta_3(k)$ 都是服从伯努利分布的随机序列，对于 $\beta_1(k)$ 、 $\beta_2(k)$ 和 $\beta_3(k)$ 的分布律可以表示为：

$$\mathbb{Pr}\{\beta_1(k) = 1\} = \bar{\beta}_1(0 \leq \bar{\beta}_1 \leq 1), \quad \mathbb{Pr}\{\beta_1(k) = 0\} = 1 - \bar{\beta}_1; \quad (3-10)$$

$$\mathbb{Pr}\{\beta_2(k) = 1\} = \bar{\beta}_2(0 \leq \bar{\beta}_2 \leq 1), \quad \mathbb{Pr}\{\beta_2(k) = 0\} = 1 - \bar{\beta}_2; \quad (3-11)$$

$$\Pr\{\beta_3(k) = 1\} = \overline{\beta_3}(0 \leq \overline{\beta_3} \leq 1), \Pr\{\beta_3(k) = 0\} = 1 - \overline{\beta_3}. \quad (3-12)$$

为了简化表达式, 将子系统的状态向量与滤波器的状态向量合并增广为 $q(k) = [x^T(k), x_f^T(k)]^T$, 滤波误差被定义为 $e(k) = \bar{z}(k) - z_f(t)$, 由此可以得出如下滤波误差系统:

$$\begin{aligned} q(k^+) &= \Lambda q(k), k = k_l \\ \begin{cases} q(k+1) = [\bar{A}_{ip} + \bar{\alpha}\Delta\tilde{A}_i + \tilde{\alpha}(k)\Delta\tilde{A}_i + \bar{\psi}\tilde{A}_{ip} + \tilde{\psi}(k)\tilde{A}_{ip} \\ + (\bar{\psi} + \tilde{\psi}(k))(\bar{\beta}_2 + \tilde{\beta}_2(k))\Delta\tilde{A}_{ip} + \bar{\beta}_1\Delta\tilde{A}_p + \tilde{\beta}_1(k)\Delta\tilde{A}_p]q(k) \\ + [\bar{B}_i + \bar{\psi}\tilde{B}_{ip} + \tilde{\psi}(k)\tilde{B}_{ip} + (\bar{\psi} + \tilde{\psi}(k))(\bar{\beta}_2 + \tilde{\beta}_2(k))\Delta\tilde{B}_{ip}]w(k) \\ e(k) = [\bar{\phi}\tilde{H}_i + \tilde{\phi}(k)\tilde{H}_i + C_p + \bar{\beta}_3\Delta\tilde{C}_p + \tilde{\beta}_3(k)\Delta\tilde{C}_p]q(k) \end{cases}, k \neq k_l \end{aligned} \quad (3-13)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ip} &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & A_{fp} \end{bmatrix}, \Delta\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} \Delta A_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_{ip} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{fp}E_i & 0 \end{bmatrix}, \Delta\tilde{A}_{ip} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta B_{fp}E_i & 0 \end{bmatrix}, \\ \Delta\tilde{A}_p &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta A_{fp} \end{bmatrix}, \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_{ip} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{fp}D_i \end{bmatrix}, \Delta\tilde{B}_{ip} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta B_{fp}D_i \end{bmatrix}, \tilde{H}_i = [H_i \quad 0], \\ C_p &= [0 \quad -C_{fp}], \Delta\tilde{C}_p = [0 \quad -\Delta C_{fp}], \tilde{\alpha}(k) = \alpha(k) - \bar{\alpha}, \tilde{\beta}_1(k) = \beta_1(k) - \bar{\beta}_1, \\ \tilde{\beta}_2(k) &= \beta_2(k) - \bar{\beta}_2, \tilde{\beta}_3(k) = \beta_3(k) - \bar{\beta}_3, \Lambda = \text{diag}(\mathcal{S}_p, \mathcal{G}_p), \mathcal{S}_p = I + S_p, \\ \mathcal{G}_p &= I + G_p. \end{aligned}$$

此外根据伯努利随机分布数学期望可以容易得到:

$$\mathbb{E}\{\tilde{\alpha}(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\alpha}^2(k)\} = \hat{\alpha}^2 = \bar{\alpha}(1 - \bar{\alpha}); \quad (3-14)$$

$$\mathbb{E}\{\tilde{\beta}_1(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\beta}_1^2(k)\} = \hat{\beta}_1^2 = \bar{\beta}_1(1 - \bar{\beta}_1); \quad (3-15)$$

$$\mathbb{E}\{\tilde{\beta}_2(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\beta}_2^2(k)\} = \hat{\beta}_2^2 = \bar{\beta}_2(1 - \bar{\beta}_2); \quad (3-16)$$

$$\mathbb{E}\{\tilde{\beta}_3(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\beta}_3^2(k)\} = \hat{\beta}_3^2 = \bar{\beta}_3(1 - \bar{\beta}_3); \quad (3-17)$$

$$\mathbb{E}\{\tilde{\phi}(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\phi}^2(k)\} = \hat{\phi}^2 = \bar{\phi}(1 - \bar{\phi}); \quad (3-18)$$

$$\mathbb{E}\{\tilde{\psi}(k)\} = 0, \mathbb{E}\{\tilde{\psi}^2(k)\} = \hat{\psi}^2 = \bar{\psi}(1 - \bar{\psi}). \quad (3-19)$$

至此, 本章研究的离散时间随机不确定性脉冲切换系统的异步混杂弹性滤波问题可以表述为:

(1)当 $w(k) = 0$ 时，滤波误差系统(3-13)是均方意义上指数稳定的。

(2)在零初值条件下，对于任何非零 $w(k) \in L_\infty$ ，滤波误差系统(3-13)满足加权 H_∞ 性能指标。

3.3 主要结果

3.3.1 稳定性和 H_∞ 性能分析

为了更好地分析上一小节给出的滤波误差系统的稳定性和 H_∞ 性能指标，现给出以下引理：

引理 3.3.1 设给定参数分别满足 $\gamma > 0$, $0 < \theta < 1$, $\mu \geq 1$, $\forall p \in Z$, $\forall q \in Z$, $p \neq q$ ，如果存在正定李雅普诺夫函数 $V_{\sigma(k_l)}: R^n \rightarrow R$ ，且 $V_{\sigma(k_0)}(\varrho(k_0)) \equiv 0$ 满足以下不等式：

$$\mathbb{E}\{V_p(\varrho(k^+))\} \leq \mu \mathbb{E}\{V_q(\varrho(k))\}, k = k_l \quad (3-20)$$

$$\mathbb{E}\{\Delta V_p(\varrho(k))\} < -\theta \mathbb{E}\{V_p(\varrho(k))\} - \mathbb{E}\{\Xi(k)\}, k \neq k_l \quad (3-21)$$

其中 $\Xi(k) = e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)$ ，那么称滤波误差系统(3-13)在切换信号满足

$$\tau_a \geq \text{ceil} \left[-\frac{\ln \mu}{\ln(1-\theta)} \right] \quad (3-22)$$

的情况下在均方意义上指数稳定并拥有加权 H_∞ 性能 $\sqrt{\mu^{N_0}}\gamma$ 。

证明： 引理 3.3.1 的推导过程与文献^[79]中引理 1 证明过程类似，此处不再赘述。

说明 3.1 在本章中，测量信号 $y(k)$ 和性能输出信号 $z(k)$ 信号被认为通过数字通信信道传输时数据分组丢失。相对于只有测量输出受到数据丢包影响的滤波研究，本章多考虑性能输出的数据丢包，这样的设计更切近现实。

说明 3.2 测量输出信号 $y(k)$ 和性能输出信号 $z(k)$ 的丢包现象用服从伯努利随机序列的方式建模为(3-4)和(3-5)，其中 $\phi(k)$ 和 $\psi(k)$ 是相互独立的随机变量。此外，本章研究具有随机不确定性脉冲切换系统混杂弹性滤波，随机不确定性也是利用相互独立服从伯努利分布的随机序列来建模，考虑系统模型具有随机变化不确定性以及滤波器增益具有随机变化不确定性，来解释所建模型具有一定弹性和滤波器运行过程中发生的参数波动。利用 $\alpha(k)$ 、 $\beta_1(k)$ 、 $\beta_2(k)$ 和 $\beta_3(k)$ 这四个随机变量来

描述受规定范数约束的随机不确定现象。本章伯努利分布中的 $\bar{\alpha}$ 、 $\bar{\beta}_1$ 、 $\bar{\beta}_2$ 、 $\bar{\beta}_3$ 、 $\bar{\phi}$ 、 $\bar{\psi}$ 这些参数均为给定常数。

说明3.3在当今网络互联的时代，滤波器参数在网络环境的实现过程中可能会发生随机变化。这种随机变化是由多种原因引起的，如网络引起的随机故障和组件的维修，突然的环境干扰等。在文献^[80]中，引入了随机发生的不确定性的概念来对滑模控制随机发生的参数不确定性进行建模。在对非脆弱滤波器的研究中，连续系统^[81]和离散系统^[82]均被广泛讨论。与之相比，在网络传输过程中引入了 $\phi(k)$ 和 $\psi(k)$ 两个随机变量对网络传输过程中的丢包现象进行建模，使用三个随机变量 $\beta_1(k)$ 、 $\beta_2(k)$ 和 $\beta_3(k)$ 来对弹性滤波器进行建模。特别是在通过通信网络的信号传输中，这样的描述更适合于以随机方式满足滤波器的参数变化。

基于引理 3.3.1，脉冲切换系统的稳定性充分条件可以从以下定理得出。

定理 3.3.1 给定滤波误差系统(3-13)，设给定标量 $\gamma > 0$ ， $0 < \theta < 1$ ， $\mu \geq 1$ ， $\forall p \in Z$ ， $\forall q \in Z$ ， $p \neq q$ ，如果存在正定矩阵 P_p 同时满足以下不等式：

$$\begin{bmatrix} -\mu P_q & \Lambda^T P_p \\ * & -P_p \end{bmatrix} < 0, k = k_l, \quad (3-23)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p11} & \Psi_{p12} \\ * & \Psi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p21} & 0 \\ * & * & \Psi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p31} & \Psi_{p32} \\ * & * & * & \Psi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p41} & \Psi_{p42} \\ * & * & * & * & \Psi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p51} & \Psi_{p52} \\ * & * & * & * & * & \Psi_p & 0 & 0 & 0 & \Psi_{p61} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 & \Psi_{p71} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & \Psi_{p81} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I & \Psi_{p91} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -(1-\theta)P_p & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad k \neq k_l \quad (3-24)$$

其中

$$\Psi_p = -P_p^{-1}, \quad \Psi_{p11} = \bar{A}_{ip} + \bar{\alpha}\tilde{\Delta}\tilde{A}_i + \bar{\psi}\tilde{A}_{ip} + \bar{\psi}\tilde{\Delta}\tilde{A}_{ip}\bar{\beta}_2 + \bar{\beta}_1\tilde{\Delta}\tilde{A}_p,$$

$$\Psi_{p12} = \bar{B}_i + \bar{\psi}\tilde{B}_{ip} + \bar{\psi}\tilde{\Delta}\tilde{B}_{ip}\bar{\beta}_2, \quad \Psi_{p21} = \hat{\alpha}\tilde{\Delta}\tilde{A}_i, \quad \Psi_{p31} = \hat{\psi}\tilde{A}_{ip} + \hat{\psi}\tilde{\Delta}\tilde{A}_{ip}\bar{\beta}_2, \quad \Psi_{p31} =$$

$$\begin{aligned} \hat{\psi} \tilde{A}_{ip} + \hat{\psi} \Delta \tilde{A}_{ip} \bar{\beta}_2, \Psi_{p32} &= \hat{\psi} \tilde{B}_{ip} + \hat{\psi} \Delta \tilde{B}_{ip} \bar{\beta}_2, \Psi_{p41} = \bar{\psi} \Delta \tilde{A}_{ip} \hat{\beta}_2, \Psi_{p42} = \bar{\psi} \Delta \tilde{B}_{ip} \hat{\beta}_2, \\ \Psi_{p51} &= \hat{\psi} \Delta \tilde{A}_{ip} \hat{\beta}_2, \Psi_{p52} = \hat{\psi} \Delta \tilde{B}_{ip} \hat{\beta}_2, \Psi_{p61} = \hat{\beta}_1 \Delta \tilde{A}_p, \Psi_{p71} = \bar{\phi} \tilde{H}_i + C_p + \bar{\beta}_3 \Delta \tilde{C}_p, \\ \Psi_{p81} &= \hat{\phi} \tilde{H}_i, \Psi_{p91} = \hat{\beta}_3 \Delta \tilde{C}_p; \end{aligned}$$

那么滤波误差系统(3-13)将在均方意义上指数稳定且满足加权 H_∞ 性能指标。

证明： 当 $k \neq k_l$ 时，假设系统运行到 p 子系统，构造如下李雅普诺夫函数：

$$V_p(\varrho(k)) = \varrho^T(k) P_p \varrho(k) \quad (3-25)$$

令 $\zeta(k) = [\varrho^T(k), w^T(k)]^T$ ，结合(3-13)、(3-21)和(3-25)，能得到下式：

$$\begin{aligned} & E\{\Delta V_p(\varrho(k))\} + \theta E\{V_p(\varrho(k))\} + E\{\Xi(k)\} \\ &= E\{V_p(\varrho(k+1)) - (1-\theta)V_p(\varrho(k)) + e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} \quad (3-26) \\ &= \zeta^T(k) \Pi_p \zeta(k) \end{aligned}$$

其中

$$\Pi_p = \begin{bmatrix} \mathfrak{I}_1 & \mathfrak{I}_2 \\ * & \mathfrak{I}_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_1 &= \bar{A}_{ip}^T P_p \bar{A}_{ip} + 2\bar{\alpha} \bar{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_i + 2\bar{\psi} \bar{A}_{ip}^T P_p \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\psi} \bar{\beta}_2 \bar{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\beta}_1 \bar{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_p \\ &+ (\bar{\alpha}^2 + \hat{\alpha}^2) \Delta \tilde{A}_i^T P_p \Delta \tilde{A}_i + 2\bar{\alpha} \bar{\psi} \Delta \tilde{A}_i^T P_p \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\alpha} \bar{\beta}_2 \Delta \tilde{A}_i^T P_p \Delta \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\alpha} \bar{\beta}_1 \Delta \tilde{A}_i^T P_p \Delta \tilde{A}_p \\ &+ (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{A}_{ip}^T P_p \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\beta}_2 (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\psi} \bar{\beta}_1 \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_p \\ &+ (\bar{\psi}^2 \bar{\beta}_2^2 + \bar{\psi}^2 \hat{\beta}_2^2 + \bar{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2 + \hat{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2) \Delta \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_{ip} + 2\bar{\psi} \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_1 \Delta \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{A}_p \\ &+ (\bar{\beta}_1^2 + \hat{\beta}_1^2) \Delta \tilde{A}_p^T P_p \Delta \tilde{A}_p + (\bar{\phi}^2 + \hat{\phi}^2) \tilde{H}_i^T P_p \tilde{H}_i + 2\bar{\phi} \tilde{H}_i^T P_p C_p + 2\bar{\phi} \bar{\beta}_3 \tilde{H}_i^T P_p \Delta \tilde{C}_p \\ &+ C_p^T P_p C_p + 2\bar{\beta}_3 C_p^T P_p \Delta \tilde{C}_p + (\bar{\beta}_3^2 + \hat{\beta}_3^2) \Delta \tilde{C}_p^T P_p \Delta \tilde{C}_p - (1-\theta) P_p \\ \mathfrak{I}_2 &= \bar{A}_{ip}^T P_p \bar{B}_i + \bar{\psi} \bar{A}_{ip}^T P_p \tilde{B}_{ip} + \bar{\psi} \bar{\beta}_2 \bar{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} + \bar{\alpha} \Delta \tilde{A}_i^T P_p \bar{B}_i + \bar{\alpha} \bar{\psi} \Delta \tilde{A}_i^T P_p \tilde{B}_{ip} \\ &+ \bar{\alpha} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 \Delta \tilde{A}_i^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} + \bar{\psi} \tilde{A}_{ip}^T P_p \bar{B}_i + (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{A}_{ip}^T P_p \tilde{B}_{ip} + \bar{\beta}_2 (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} \\ &+ \bar{\beta}_2 (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \Delta \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} + (\bar{\psi}^2 \bar{\beta}_2^2 + \bar{\psi}^2 \hat{\beta}_2^2 + \bar{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2 + \hat{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2) \Delta \tilde{A}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} \\ &+ \bar{\psi} \bar{\beta}_2 \Delta \tilde{A}_{ip}^T P_p \bar{B}_i + \bar{\beta}_1 \Delta \tilde{A}_p^T P_p \bar{B}_i + \bar{\beta}_1 \bar{\psi} \Delta \tilde{A}_p^T P_p \tilde{B}_{ip} + \bar{\beta}_1 \bar{\psi} \bar{\beta}_2 \Delta \tilde{A}_p^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} \\ \mathfrak{I}_3 &= \bar{B}_i^T P_p \bar{B}_i + 2\bar{\psi} \bar{B}_i^T P_p \tilde{B}_{ip} + 2\bar{\psi} \bar{\beta}_2 \bar{B}_i^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} + (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{B}_{ip}^T P_p \tilde{B}_{ip} \\ &+ 2\bar{\beta}_2 (\bar{\psi}^2 + \hat{\psi}^2) \tilde{B}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} + (\bar{\psi}^2 \bar{\beta}_2^2 + \bar{\psi}^2 \hat{\beta}_2^2 + \bar{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2 + \hat{\beta}_2^2 \hat{\psi}^2) \Delta \tilde{B}_{ip}^T P_p \Delta \tilde{B}_{ip} - \gamma^2 I \end{aligned}$$

利用引理 1.3，对(3-26)变换处理，可以推出： $\Pi_p < 0$ 。

当 $k = k_l$ 时， $\varrho(k_l^+) = \varrho(k_l^-) + \Delta \varrho(k_l) = \Lambda \varrho(k_l)$ ，结合(3-23)和(3-25)，可以得

到下式:

$$\varrho(k)^T \begin{bmatrix} \mathcal{S}_p & 0 \\ * & \mathcal{G}_p \end{bmatrix}^T P_p \begin{bmatrix} \mathcal{S}_p & 0 \\ * & \mathcal{G}_p \end{bmatrix} \varrho(k) \leq \theta \varrho(k)^T P_q \varrho(k). \quad (3-27)$$

基于引理 3.3.1, 能得出对于满足平均驻留时间切换限制的任何切换信号, 滤波误差系统(3-13)是均方意义下指数稳定的并拥有加权 H_∞ 性能。证明完毕。

3.3.2 混杂弹性 H_∞ 滤波器设计

由于系统和滤波器模型中随机不确定性的存在以及待求矩阵中逆矩阵的形式存在, 直接用定理 3.3.1 设计混杂弹性 H_∞ 滤波器是行不通的。求解线性矩阵不等式矩阵时不能出现矩阵逆的形式, 为符合基于线性矩阵不等式的滤波器设计条件, 需要消除随机不确定性项, 并去除逆矩阵的形式。具体设计条件如下:

定理 3.3.2 对滤波误差系统(3-13)设给定标量 $\gamma > 0$, $0 < \theta < 1$, $\mu \geq 1$, $\forall p \in Z$, $\forall q \in Z$, $p \neq q$, 如果能找到待求矩阵 $\tilde{P}_{p1} > 0$, $\tilde{P}_{p2}$, $\tilde{P}_{p3} > 0$, Z_{p1} , Z_{p2} , Z_{p4} , $\bar{\varepsilon}_{p1}$, $\bar{\varepsilon}_{p2}$, $V_p > 0$, Z_p , A_{Fp} , B_{Fp} , C_{Fp} 同时满足以下约束条件:

$$\begin{bmatrix} -\mu\tilde{P}_{p1} & -\mu\tilde{P}_{p2} & (I + S_p)^T \tilde{P}_{p1} & (I + S_p)^T \tilde{P}_{p2} & 0 \\ * & -\mu\tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T & \tilde{P}_{p3} & Z_p^T \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} & \tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p3} \\ * & * & * & * & -V_p - V_p^T \end{bmatrix} < 0, k = k_l, \quad (3-28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{L} \\ * & \mathbb{M} \end{bmatrix} < 0, k \neq k_l, \quad (3-29)$$

其中

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} \Phi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \Phi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Phi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Phi_p & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 \mathbb{L} &= \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & 0 & 0 & 0 & L_{18} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{28} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{43} & L_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{53} & L_{54} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{63} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{71} & 0 & L_{73} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{81} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{93} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbb{M} &= \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & M_{15} & M_{16} & 0 & 0 & M_{19} \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\varepsilon}_{p1} U^T I & 0 & 0 \\ * & * & M_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p2} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\bar{\varepsilon}_{p2} \end{bmatrix}, \\
 \Phi_p &= \begin{bmatrix} -Z_{p1} - Z_{p1}^T + P_{p1} & -Z_{p2} - Z_{p4}^T + P_{p2} \\ * & -Z_{p2} - Z_{p4}^T + P_{p2} \end{bmatrix}, \quad L_{11} = \begin{bmatrix} Z_{p1} A_i + \bar{\psi} B_{Fp} E_i & A_{Fp} \\ Z_{p4} A_i + \bar{\psi} B_{Fp} E_i & A_{Fp} \end{bmatrix}, \\
 L_{12} &= \begin{bmatrix} Z_{p1} B_i + \bar{\psi} B_{Fp} D_i \\ Z_{p4} B_i + \bar{\psi} B_{Fp} D_i \end{bmatrix}, \quad L_{13} = \begin{bmatrix} Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & Z_{p2} \bar{\beta}_1 N_{Ap} \\ Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & Z_{p2} \bar{\beta}_1 N_{Ap} \end{bmatrix}, \\
 L_{14} &= \begin{bmatrix} Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \\ Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \end{bmatrix}, \quad L_{18} = \begin{bmatrix} Z_{p1} \bar{\alpha} X \\ Z_{p4} \bar{\alpha} X \end{bmatrix}, \quad L_{28} = \begin{bmatrix} Z_{p1} \hat{\alpha} X \\ Z_{p4} \hat{\alpha} X \end{bmatrix}, \quad L_{31} = \begin{bmatrix} \hat{\psi} B_{Fp} E_i & 0 \\ \hat{\psi} B_{Fp} E_i & 0 \end{bmatrix}, \\
 L_{32} &= \begin{bmatrix} \hat{\psi} B_{Fp} D_i \\ \hat{\psi} B_{Fp} D_i \end{bmatrix}, \quad L_{33} = \begin{bmatrix} Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \\ Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix}, \quad L_{34} = \begin{bmatrix} Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \\ Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \end{bmatrix}, \\
 L_{43} &= \begin{bmatrix} Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \\ Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix}, \quad L_{44} = \begin{bmatrix} Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \\ Z_{p2} \bar{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \end{bmatrix}, \quad L_{53} = \begin{bmatrix} Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \\ Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix}, \\
 L_{54} &= \begin{bmatrix} Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \\ Z_{p2} \hat{\psi} \bar{\beta}_2 D_i N_{Bp} \end{bmatrix}, \quad L_{63} = \begin{bmatrix} 0 & Z_{p2} \hat{\beta}_1 N_{Ap} \\ 0 & Z_{p2} \hat{\beta}_1 N_{Ap} \end{bmatrix}, \quad L_{71} = [\bar{\phi} H_i \quad -C_{Fp}], \\
 L_{73} &= [0 \quad -\bar{\beta}_3 N_{Cp}], \quad L_{81} = [\hat{\phi} H_i \quad 0], \quad L_{93} = [0 \quad -\hat{\beta}_3 N_{Cp}],
 \end{aligned}$$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} -(1-\theta)P_{p1} & -(1-\theta)P_{p2} \\ * & -(1-\theta)P_{p3} \end{bmatrix}, \quad M_{15} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{p1}U^T I \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M_{16} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\varepsilon}_{p1}U^T I \end{bmatrix},$$

$$M_{19} = \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{p2}Y^T I \\ 0 \end{bmatrix},$$

那么滤波误差系统(3-13)是在均方意义上指数稳定并拥有加权 H_∞ 性能指标。待求解的滤波器增益也表示为:

$$A_{fp} = Z_{p2}^{-1}A_{Fp}, \quad B_{fp} = Z_{p2}^{-1}B_{Fp}, \quad C_{fp} = C_{Fp}, \quad G_p = V_p^{-1}Z_p. \quad (3-30)$$

证明: 本节研究系统(3-13)弹性滤波的问题, 系统模型和滤波器模型中都有随机不确定性项。首先处理滤波器模型中的随机不确定性。当 $k \neq k_l$ 时, (3-26)可以被重新改写为:

$$\Gamma_1 + He\{W_1\Delta F_k V_1\} \quad (3-31)$$

其中

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \mathbb{K}_1 & \mathbb{A}_1 & \mathbb{B}_1 \\ * & -(1-\theta)P_p & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad \Delta F_k = \text{diag}(\Delta_f(k), \Delta_f(k)),$$

$$\mathbb{K}_1 = \begin{bmatrix} -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -P_p^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\mathbb{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_{ip} + \bar{\alpha}\tilde{\Delta A}_i + \bar{\psi}\tilde{A}_{ip} \\ \hat{\alpha}\tilde{\Delta A}_i \\ \hat{\psi}\tilde{A}_{ip} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{\phi}\tilde{H}_i + C_p \\ \hat{\phi}\tilde{H}_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B}_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_i + \bar{\psi}\tilde{B}_{ip} \\ 0 \\ \hat{\psi}\tilde{B}_{ip} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} \overline{\psi}\beta_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix} + \overline{\beta}_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & N_{Ap} \end{bmatrix} & \overline{\psi}\beta_2 \begin{bmatrix} 0 \\ D_i N_{Bp} \end{bmatrix} \\ 0 & 0 \\ \hat{\psi}\overline{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix} & \hat{\psi}\overline{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ D_i N_{Bp} \end{bmatrix} \\ \overline{\psi}\hat{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix} & \overline{\psi}\hat{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ D_i N_{Bp} \end{bmatrix} \\ \hat{\psi}\hat{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_i N_{Bp} & 0 \end{bmatrix} & \hat{\psi}\hat{\beta}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ D_i N_{Bp} \end{bmatrix} \\ \hat{\beta}_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & N_{Ap} \end{bmatrix} & 0 \\ \overline{\beta}_3 \begin{bmatrix} 0 & -N_{Cp} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 \\ \hat{\beta}_3 \begin{bmatrix} 0 & -N_{Cp} \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, V_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ U^T & 0 \\ 0 & U^T \end{bmatrix}.$$

运用引理 1.1, 当且仅当能找到一个标量 $\overline{\varepsilon}_{p1} > 0$ 使

$$\Gamma_1 + \overline{\varepsilon}_{p1}^{-1} W_1 W_1^T + \overline{\varepsilon}_{p1} V_1^T V_1 < 0 \quad (3-32)$$

成立, 那么不等式(3-31)是有可行解的。再对(3-32)应用引理 1.3, 可以将(3-32)改写成下式

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & [W_1 & \overline{\varepsilon}_{p1} V_1^T] \\ * & -\overline{\varepsilon}_{p1} I \end{bmatrix} < 0. \quad (3-33)$$

以上步骤去除了滤波器模型中的随机不确定性, 下面使用同样的方法去除系统中的随机不确定性。将系统中的不确定性分离出来, (3-33)可以拆分为如下形式:

$$\Gamma_2 + He\{W_2 \Delta(k) V_2\} \quad (3-34)$$

其中

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \Gamma_2^* & [W_1 & \overline{\varepsilon}_{p1} V_1^T] \\ * & -\overline{\varepsilon}_{p1} I \end{bmatrix}, \Gamma_2^* = \begin{bmatrix} \mathbb{K}_1 & \mathbb{A}_2 & \mathbb{B}_1 \\ * & -(1-\theta)P_p & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -\mu\tilde{P}_{p1} & -\mu\tilde{P}_{p2} & (I+S_p)^T\tilde{P}_{p1} & (I+S_p)^T\tilde{P}_{p2} \\ * & -\mu\tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T + G_p^T\tilde{P}_{p2}^T & \tilde{P}_{p3} + G_p^T\tilde{P}_{p3} \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} \end{bmatrix} < 0. \quad (3-40)$$

如果(3-28)成立, 能得出 $-V_p - V_p^T < 0$, 由此得出矩阵 V_p 是非奇异的。为了将耦合项中的 P_p 和 G_p 分开, 定义以下矩阵:

$$G_p = V_p^{-1}Z_p. \quad (3-41)$$

将(3-41)代入(3-40)后整理得到

$$\Upsilon + He\{\tilde{X}_1\tilde{X}_2\} < 0 \quad (3-42)$$

其中

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} -\mu\tilde{P}_{p1} & -\mu\tilde{P}_{p2} & (I+S_p)^T\tilde{P}_{p1} & (I+\tilde{S}_p)^T\tilde{P}_{p2} \\ * & -\mu\tilde{P}_{p3} & \tilde{P}_{p2}^T & \tilde{P}_{p3} \\ * & * & -\tilde{P}_{p1} & -\tilde{P}_{p2} \\ * & * & * & -\tilde{P}_{p3} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{X}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{P}_{p2} \\ \tilde{P}_{p3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{X}_2^T = \begin{bmatrix} 0 \\ Z_p^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_p^{-T}.$$

基于引理 1.2, 如果下式有解, 则(3-42)成立

$$\begin{bmatrix} \Upsilon & \tilde{X}_1 + \tilde{X}_2^T V_p^T \\ * & -V_p - V_p^T \end{bmatrix} < 0. \quad (3-43)$$

容易看出(3-43)等价于(3-28), 因此(3-28)可以由(3-23)推出。结合(3-28)—(3-30)以及定理 3.3.1, 随机不确定性脉冲切换系统混杂弹性 H_∞ 滤波器的设计问题解, (3-30)给出 H_∞ 滤波器增益参数。证明完毕。

3.4 数值仿真

本节通过一个离散时间脉冲切换系统的数值例子来验证上一节设计的弹性混杂 H_∞ 滤波器的可行性。考虑两个具有下列参数的子系统组成的随机不确定性脉冲切换系统:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.23 & 0.31 \\ -0.6 & -0.1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.12 & 0.1 \\ -0.8 & -0.24 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.02 \\ 0.03 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, S_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_1 = [0.03 \quad 0.01], E_2 = [0.05 \quad 0.04],$$

$$H_1 = [-0.004 \quad -0.003], H_2 = [-0.003 \quad 0.004], D_1 = -0.02, D_2 = -0.03。$$

不确定性项的参数设为：

$$N_{A1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, N_{A2} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, N_{B1} = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix}, N_{B2} = \begin{bmatrix} 0.02 \\ 0.01 \end{bmatrix},$$

$$N_{C1} = [0.03 \quad 0.02], N_{C2} = [0.03 \quad 0.05], X_1 = [-0.2 \quad 0.1],$$

$$X_2 = [-0.2 \quad 0.1], Y_1 = [0.1 \quad -0.1], Y_2 = [0.1 \quad -0.3], U = 0.6。$$

伯努利概率设为：

$$\bar{\alpha} = 0.8, \bar{\beta}_1 = 0.8, \bar{\beta}_2 = 0.9, \bar{\beta}_3 = 0.2, \bar{\phi} = 0.85, \bar{\psi} = 0.9。$$

定理 3.3.2 中其余参数设为 $\mu = 1.75$, $\theta = 0.4$, $\gamma = 1.5$ 。通过求解(3-28)—(3-30)

得出中间变量：

$$\tilde{P}_{11} = \begin{bmatrix} 48.1856 & 2.8669 \\ 2.8669 & 18.7372 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{12} = \begin{bmatrix} -0.0724 & -0.0642 \\ -0.0642 & 0.1438 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{P}_{13} = \begin{bmatrix} 2.1342 & -0.0947 \\ -0.0947 & 2.1626 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{21} = \begin{bmatrix} 5.1022 & 0.5285 \\ 0.5285 & 3.4418 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{P}_{22} = \begin{bmatrix} -0.0133 & -0.0181 \\ -0.0181 & 0.0764 \end{bmatrix}, \tilde{P}_{23} = \begin{bmatrix} 1.8396 & -0.0452 \\ -0.0452 & 1.8656 \end{bmatrix},$$

$$Z_{11} = \begin{bmatrix} 33.5526 & 6.1200 \\ -3.3072 & 18.2608 \end{bmatrix}, Z_{12} = \begin{bmatrix} 2.9626 & -0.1852 \\ -0.1852 & 3.0658 \end{bmatrix},$$

$$Z_{14} = \begin{bmatrix} -0.1713 & 0.1398 \\ 0.2542 & -0.1625 \end{bmatrix}, Z_{21} = \begin{bmatrix} 11.2578 & -0.3478 \\ 0.4207 & 8.2881 \end{bmatrix},$$

$$Z_{22} = \begin{bmatrix} 3.0340 & -0.2176 \\ -0.2176 & 2.8718 \end{bmatrix}, Z_{24} = \begin{bmatrix} -0.5914 & 0.0297 \\ 0.0835 & -0.6318 \end{bmatrix}$$

$$A_{F1} = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} -2.2063 & 52.2639 \\ 51.0675 & -16.0582 \end{bmatrix}, B_{F1} = \begin{bmatrix} -0.9532 \\ 4.5795 \end{bmatrix},$$

$$C_{F1} = 10^{-4} \times [2.7052 \quad -3.2861], C_{F2} = 10^{-4} \times [1.2462 \quad 1.1334],$$

$$A_{F2} = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} -1.0581 & 59.6976 \\ 55.7895 & -17.1746 \end{bmatrix}, B_{F2} = \begin{bmatrix} -1.1710 \\ 4.3536 \end{bmatrix},$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0.1158 & 0.0011 \\ 0.0001 & 0.1156 \end{bmatrix}, V_2 = \begin{bmatrix} 0.1178 & 0.0004 \\ 0.0002 & 0.1176 \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}_1 = 2.3190,$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} -2.1868 & 0.0943 \\ 0.0942 & -2.2142 \end{bmatrix}, Z_2 = \begin{bmatrix} -1.8925 & 0.0447 \\ 0.0447 & -1.9168 \end{bmatrix}, \bar{\varepsilon}_2 = 15.0727。$$

依据(3-30)可以解得混杂 H_∞ 滤波增益为：

$$A_{f1} = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0.0012 & 17.3796 \\ 16.6752 & -4.1880 \end{bmatrix}, A_{f2} = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0.0015 & 19.8754 \\ 18.2881 & -4.4014 \end{bmatrix},$$

$$C_{f1} = 10^{-4} \times [2.7052 \quad -3.2861], \quad C_{f2} = 10^{-4} \times [1.2462 \quad 1.1334],$$

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} -0.2292 \\ 1.4799 \end{bmatrix}, \quad B_{f2} = \begin{bmatrix} -0.3076 \\ 1.4015 \end{bmatrix}, \quad G_1 = \begin{bmatrix} -0.2532 & 0.0085 \\ 0.0105 & -0.2560 \end{bmatrix},$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} -0.2230 & 0.0045 \\ 0.0048 & -0.2255 \end{bmatrix}.$$

根据平均驻留时间切换规则约束(3-22)求得 $\tau_a > 1.0955$ ，取 $\tau_a = 2$ 的切换信号。初始条件、外部扰动输入和不确定性分别设为 $\varrho(k_0) = [1.5, 1.5, 1, -1]^T$ ， $w(k) = 0.6 \sin(\pi(k)) e^{-0.1(k)}$ 和 $\Delta(k) = 0.5 \cos(k)$ ， $\Delta_f(k) = 0.5 \cos(k)$ 。仿真结果如下所示：

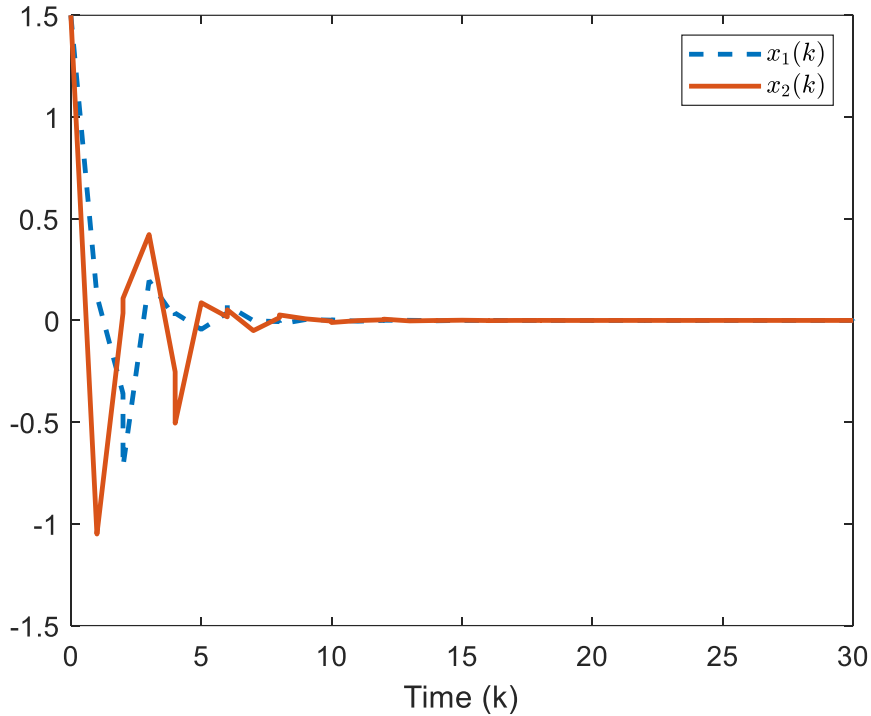


图 3-1 系统状态响应

图 3-1 展示了脉冲切换系统的状态响应。如图所示，当系统从一个子系统切换到另一个子系统时，图中出现竖直的波形，这表明系统状态在切换时刻有脉冲跳变。图 3-2 是设计所得滤波器的状态响应，在滤波器发生脉冲跳变的时刻可以看出波形图中有跳变。波形图中的尖峰表明滤波器切换时刻的脉冲跳变。图 3-3 绘制了离散时间不确定性线性脉冲切换系统输出信号和设计的混杂 H_∞ 滤波器输出信号，从滤波器输出曲线中也能侧面反映滤波器状态的跳变。图 3-3 中的波形说明脉冲切换系统状态和混杂 H_∞ 滤波器状态中存在的多个状态跳跃导致其的输出

出信号发生跳变。经过多次切换，在图 3-3 中大约 15 秒后，混杂 H_∞ 滤波器的输出波形最终可以和脉冲切换系统的输出波形重合。

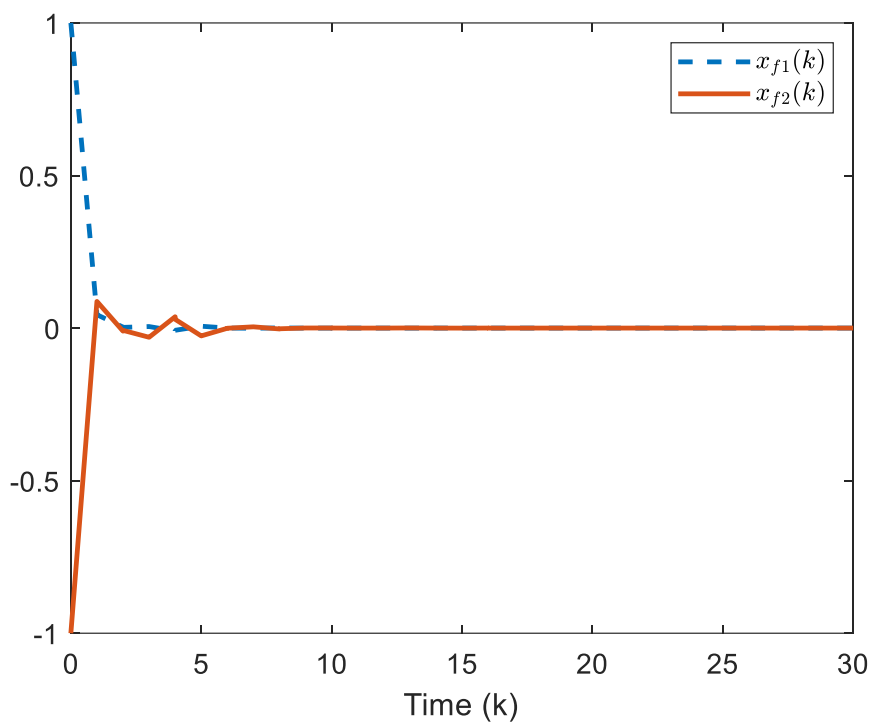


图 3-2 滤波器状态响应

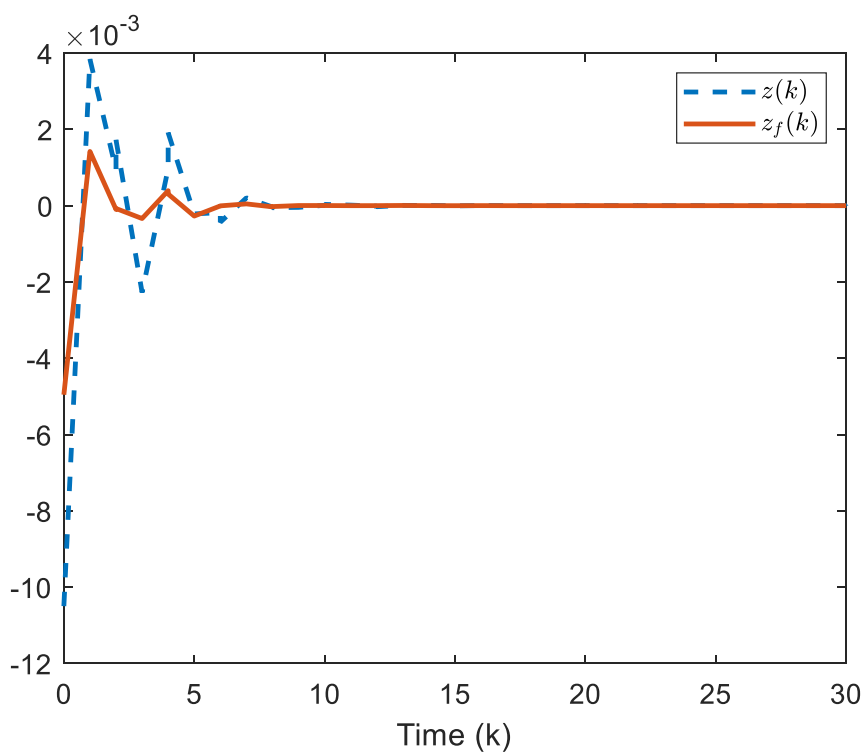


图 3-3 系统和滤波器输出状态

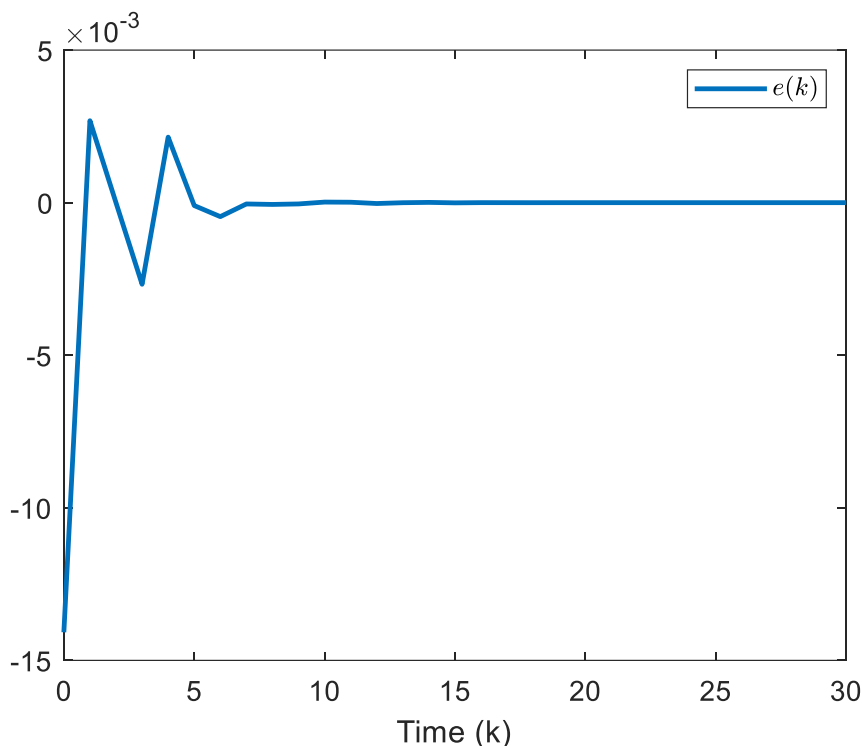


图 3-4 滤波误差

如图 3-4 所示，滤波误差最终收敛为零，进一步证明混杂滤波器的输出可以逼近脉冲切换系统的输出。以上仿真结果表明本章针对离散时间随机不确定性脉冲切换系统设计的混杂弹性 H_∞ 滤波器是有效的。

3.5 本章小结

基于第二章连续时间系统的结果，本章针对离散时间系统解决了具有随机不确定性的线性脉冲切换系统的混杂弹性滤波。考虑多状态脉冲跳变，随机不确定性和数据丢包的因素，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析并设计了一个混杂 H_∞ 弹性滤波器。通过平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法，得到能保证滤波误差系统在均方意义上指数稳定并满足加权 H_∞ 性能的充分条件。设计的混杂 H_∞ 弹性滤波器可以通过一组线性矩阵不等式来解决。最后通过数值仿真，验证了所推导结果的有效性和可行性。

第4章 工作总结与展望

4.1 工作总结

随着切换系统、脉冲切换系统普遍而广泛的应用，专家学者对此展开了卓有成效的探索。本文从连续时间和离散时间两方面对线性脉冲切换系统的混杂滤波问题进行了研究。相比于以往对切换系统的研究本文主要创新点体现在：

- 1.在切换系统的切换时刻考虑多状态脉冲跳变，即系统切换时刻和滤波器切换时刻均有脉冲跳变，这使建模更复杂也更贴近实际。
- 2.在连续时间系统下考虑具有异步切换的不确定性脉冲切换系统混杂滤波。
- 3.在离散时间系统下考虑含有随机不确定性和数据丢包的脉冲切换系统混杂弹性滤波。

具体工作内容如下：

1.针对一类含有异步切换和不确定性的连续时间线性脉冲切换系统，考虑鲁棒控制和多脉冲跳变的情况（即系统切换时刻和滤波器切换时刻均有脉冲跳变）。基于平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数的方法，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析。得到了使滤波误差系统为全局一致渐近稳定并拥有加权 H_∞ 性能的充分条件。这里，在滤波器模型中加入脉冲跳变的想法给滤波器增益矩阵的求解带来了挑战。在此基础上，研究了该系统鲁棒 H_∞ 滤波的问题，并得出滤波器增益矩阵表达式，得到全局一致渐近稳定性充分条件和设计的滤波器条件均以线性矩阵不等式的形式给出。最后通过数值算例进行仿真，验证了所得结论的可行性和有效性。

2.在连续时间系统的基础上，针对一类含有随机不确定性和数据丢包的离散时间线性脉冲切换系统，考虑多状态脉冲跳变，研究其混杂弹性滤波的问题。同样基于平均驻留时间技术和多李雅普诺夫函数方法，对该系统的稳定性和 H_∞ 性能进行分析。得到了使滤波误差系统为均方意义上指数稳定并拥有加权 H_∞ 性能的充分条件。这里考虑的随机不确定性和数据丢包现象均采用服从伯努利分布的随机序列。在此基础上探讨了该系统 H_∞ 弹性滤波的问题，并得出滤波器增益的表达式。得到的稳定性充分条件和设计的滤波器条件均以线性矩阵不等式的形式给出。最后通过数值算例进行仿真，验证了所得结论的可行性和有效性。

4.2 工作展望

本文主要针对连续时间和离散时间下的不确定性线性系统,考虑切换时刻的多状态跳变,讨论了异步切换、混杂滤波、随机不确定性和数据丢包的情况。然而,现实生活中很多系统无法很完美地用线性系统来描述,因而在非线性切换系统中的这些问题仍有待解决;此外,在切换规则方面,本文使用平均驻留时间技术来约束切换,然而还有比如基于模式依赖的平均驻留时间技术、持续驻留时间技术等切换规则对这类系统的稳定性影响会如何,仍需要进一步探索。

生活中的各类系统本身具有复杂性,虽然在研究中会有各种困难,但是人们对脉冲切换系统的研究也将会是波浪式前进、螺旋式上升的,相信未来的研究将会越来越好。

参考文献

- [1] 阚威. 无人机动力系统多电源切换控制策略研究[D]. 大连交通大学, 2023.
- [2] 程启明, 程尹曼, 张磊, 等. 基于干扰观测器的 MMC-PET 交直流混合微电网并网/离网切换控制策略[J]. 高电压技术, 2024, 50(03): 1196-1204.
- [3] 刘成. 基于切换 LPV 模型的航空发动机建模及优化控制[D]. 大连理工大学, 2021.
- [4] 彭悦. 切换与网络动态系统的可重构性及其飞控应用研究[D]. 南京航空航天大学, 2021.
- [5] 胡尚琰. 基于 RIS 的高铁场景毫米波通信覆盖增强与越区切换技术研究[D]. 西南交通大学, 2022.
- [6] 王博. 脉冲切换系统的异步控制[D]. 电子科技大学, 2014.
- [7] 杨衡, 张倩, 王群京, 等. 伺服系统状态反馈切换控制策略研究[J]. 机床与液压, 2024, 52(04): 63-70.
- [8] 苏洋, 陈远野, 刘亚娟. 重型燃气轮机控制回路时延稳定性分析[J]. 热力发电, 2024, 53(03): 110-116.
- [9] De Persis C, De Santis R, Morse A. Supervisory control with state-dependent dwell-time logic and constraints[J]. Automatica, 2004, 40(2): 269-275.
- [10] 曹伟. 含不稳定子系统的切换非线性系统稳定性和 L_2 增益研究[D]. 安徽工程大学, 2022.
- [11] Li J, Zhu Q. Stability of neutral stochastic delayed systems with switching and distributed-delay dependent impulses[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2023, 47: 101279.
- [12] Kang Y, Zhang N, Chen G. Global exponential stability of impulsive switched positive nonlinear systems with mode-dependent impulses[J]. Applied Mathematics and Computation, 2023, 436: 127515.
- [13] Branicky M. Multiple lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Transactions on automatic control, 1998, 43(4): 475-482.
- [14] Morse A. Supervisory control of families of linear set-point controllers - part I. Exact matching[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(10): 1413-

- 1431.
- [15]Hespanha J, Morse A. Stability of switched systems with average dwell-time[C]. proceedings of the Proceedings of the 38th IEEE conference on decision and control (Cat No 99CH36304), 1999.
- [16]Zhao X, Zhang L, Shi P, etc. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [17]Zhang L, Basin M, Wang S, etc. Reliable finite-time H_{∞} filtering for switched linear systems with persistent dwell-time[C] proceedings of the 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC), Dec. 2016: 12-14.
- [18]Li X, Xiang Z, Karimi H. Asynchronously switched control of discrete impulsive switched systems with time delays[J]. Information Sciences, 2013, 249: 132-142.
- [19]Li X, Li P, Wang Q. Input/output-to-state stability of impulsive switched systems[J]. Systems & Control Letters, 2018, 116: 1-7.
- [20]Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous nonfragile guaranteed cost control for impulsive switched fuzzy systems with quantizations and its applications[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(10): 4471-4483.
- [21]Xu H, Teo K. Exponential stability with L_2 -gain condition of nonlinear impulsive switched systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(10): 2429-2433.
- [22]Zhang T, Li J, Xu W, etc. Stability and L_2 -gain analysis for impulsive switched systems[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2019, 78: 104854.
- [23]Conte G, Perdon A, Zattoni E. Disturbance decoupling with stability for impulsive switching linear systems[J]. IFAC-PapersOnLine, 2019, 52(17): 19-24.
- [24]Wang J, Liang J, Zhang C, etc. Robust dissipative filtering for impulsive switched positive systems described by the fornasini-marchesini second model[J]. Journal of the Franklin Institute, 2022, 359(1): 123-144.
- [25]Zheng Q, Xu S, Du B. Asynchronous nonfragile mixed H_{∞} and L_2 - L_{∞} control

- of switched fuzzy systems with multiple state impulsive jumps[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2023, 31(6): 1966-1980.
- [26]Zhang L, Cui N, Liu M, etc. Asynchronous filtering of discrete-time switched linear systems with average dwell time[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2011, 58(5): 1109-1118.
- [27]Yang L, Guan C, Fei Z. Finite-time asynchronous filtering for switched linear systems with an event-triggered mechanism[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(10): 5503-5520.
- [28]Wang Z, Gao L, Liu H. Stability and stabilization of impulsive switched system with inappropriate impulsive switching signals under asynchronous switching[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2021, 39: 100976.
- [29]Wang B, Zhang H, Wang G, etc. Asynchronous control of discrete-time impulsive switched systems with mode-dependent average dwell time[J]. ISA Transactions, 2014, 53(2): 367-372.
- [30]Lian J, Mu C, Shi P. Asynchronous H_{∞} filtering for switched stochastic systems with time-varying delay[J]. Information Sciences, 2013, 224: 200-212.
- [31]Lu S, Zhang W. Robust H_{∞} filtering and control for a class of linear systems with fractional stochastic noise[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2019, 526: 120958.
- [32]Sun W, Yuan Y. Passivity based hierarchical multi-task tracking control for redundant manipulators with uncertainties[J]. Automatica, 2023, 155: 111159.
- [33]Shi P, Sun W, Yang X, etc. Master-slave synchronous control of dual-drive gantry stage with cogging force compensation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(1): 216-225.
- [34]Lu Z, Wu O, Tian Q, etc. Research on stochastic stability of model based networked control system[C]. proceedings of the 2012 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), May 2012: 23-25.
- [35]Zhang W, Yu L, Song H. H_{∞} filtering of networked discrete-time systems with random packet losses[J]. Information Sciences, 2009, 179(22): 3944-3955.

- [36]Yue D, Han Q, Lam J. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty[J]. Automatica, 2005, 41(6): 999-1007.
- [37]Mostofi Y, Murray R. To drop or not to drop: Design principles for kalman filtering over wireless fading channels[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(2): 376-381.
- [38]Chen B, Zhang W, Yu L. Distributed fusion estimation with missing measurements, random transmission delays and packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(7): 1961-1967.
- [39]Feng J, Wang Z, Zeng M. Optimal robust non-fragile kalman-type recursive filtering with finite-step autocorrelated noises and multiple packet dropouts[J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(6): 486-494.
- [40]Wang N, Yang G. Distributed optimal H_2/H_∞ filtering over unreliable wireless sensor networks[J]. Journal of the Franklin Institute, 2024, 361(4): 106641.
- [41]Tian Y, Su X, Shen C, etc. Exponentially extended dissipativity-based filtering of switched neural networks[J]. Automatica, 2024, 161: 111465.
- [42]Tang X, Deng L, Yu J. Output feedback predictive control of interval type-2 T-S fuzzy systems with markovian packet loss[C]. proceedings of the 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), May 2017: 28-30.
- [43]Dong H, Wang Z, Gao H. Robust H_∞ filtering for a class of nonlinear networked systems with multiple stochastic communication delays and packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(4): 1957-1966.
- [44]Zhang L, Ning Z, Wang Z. Distributed filtering for fuzzy time-delay systems with packet dropouts and redundant channels[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(4): 559-572.
- [45]Shen B, Wang Z, Shu H, etc. H_∞ filtering for nonlinear discrete-time stochastic systems with randomly varying sensor delays[J]. Automatica, 2009, 45(4): 1032-1037.
- [46]Peng S, Boukas E, Agarwal R. Kalman filtering for continuous-time uncertain systems with markovian jumping parameters[J]. IEEE Transactions on Automatic

- Control, 1999, 44(8): 1592-1597.
- [47]Huang C, Ho D, Lu J. Partial-information-based distributed filtering in two-targets tracking sensor networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2012, 59(4): 820-832.
- [48]王金玲, 侯玉晓, 李强, 等. 具有时变时滞的离散时间切换奇异正系统的 L_1 滤波[J]. 应用数学和力学, 2023, 44(07): 857-869.
- [49]黄开杰. 智能优化并行滤波的风电机组变桨距系统故障诊断方法[D]. 兰州理工大学, 2023.
- [50]Ren B, Karimi H, Yin T, etc. Asynchronous H_∞ filtering for semi-markov jump T-S fuzzy systems within partial state delay and deception attack: Applied to aircraft-pilot state estimation[J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(12): 9265-9289.
- [51]Chang X, Liu Q, Wang Y, etc. Fuzzy peak-to-peak filtering for networked nonlinear systems with multipath data packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(3): 436-446.
- [52]Wang R, Xue B, Hou L, etc. Quasi-time-dependent L_2 - L_∞ filtering of discrete-time switched systems with admissible edge-dependent average dwell time[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2020, 39(9): 4320-4338.
- [53]Shen H, Liu X, Xia J, etc. Finite-time energy-to-peak fuzzy filtering for persistent dwell-time switched nonlinear systems with unreliable links[J]. Information Sciences, 2021, 579: 293-309.
- [54]Gyurkovics É, Takács T. Robust energy-to-peak filter design for a class of unstable polytopic systems with a macroeconomic application[J]. Applied Mathematics and Computation, 2022, 420: 126729.
- [55]Wu L, Lam J. Weighted H_∞ filtering of switched systems with time-varying delay: Average dwell time approach[J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2009, 28(6): 1017-1036.
- [56]Gao H, Wang C. Delay-dependent robust H_∞ and L_2 - L_∞ filtering for a class of uncertain nonlinear time-delay systems[J]. IEEE Transactions on Automatic

- Control, 2003, 48(9): 1661-1666.
- [57]Gao H, Shi K, Zhang H. Event-triggered finite-time H_∞ filtering for a class of switched nonlinear systems via the T-S fuzzy model[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2021, 40(7): 3161-3178.
- [58]Xu S, Lam J. Reduced-order H_∞ filtering for singular systems[J]. Systems & Control Letters, 2007, 56(1): 48-57.
- [59]Zhang T, Deng F, Zhang W. Robust H_∞ filtering for nonlinear discrete-time stochastic systems[J]. Automatica, 2021, 123: 109343.
- [60]Zheng Q, Xu S, Zhang Z. Nonfragile quantized H_∞ filtering for discrete-time switched T-S fuzzy systems with local nonlinear models[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2021, 29(6): 1507-1517.
- [61]Wang B, Zhang H, Wang G, etc. Asynchronous H_∞ filtering for linear switched systems with average dwell time[J]. International Journal of Systems Science, 2015, 47(12): 2783-2791.
- [62]Xu S, Chen T. Robust H_∞ filtering for uncertain impulsive stochastic systems under sampled measurements[J]. Automatica, 2003, 39(3): 509-516.
- [63]Wang Z, Liu Y, Liu X. H_∞ filtering for uncertain stochastic time-delay systems with sector-bounded nonlinearities[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1268-1277.
- [64]Hua M, Cai Y, Tan H. Design of non-fragile robust H_∞ filter for fuzzy stochastic systems with time-varying delay[C] proceedings of the 2014 14th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2014), Oct. 2014: 22-25.
- [65]Chang X. Robust nonfragile H_∞ filtering of fuzzy systems with linear fractional parametric uncertainties[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(6): 1001-1011.
- [66]Mahmoud M. Resilient linear filtering of uncertain systems[J]. Automatica, 2004, 40(10): 1797-1802.
- [67]Chang X, Xiong J, Park J. Resilient H_∞ filtering for discrete-time systems[J]. Signal Processing, 2016, 127: 71-79.
- [68]Hu S, Yue D, Chen X, etc. Resilient H_∞ filtering for event-triggered networked

- systems under nonperiodic dos jamming attacks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021, 51(3): 1392-1403.
- [69]Fang M, Park J. Non-fragile synchronization of neural networks with time-varying delay and randomly occurring controller gain fluctuation[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(15): 8009-8017.
- [70]Zhang S, Wang Z, Ding D, etc. Nonfragile H_{∞} fuzzy filtering with randomly occurring gain variations and channel fadings[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(3): 505-518.
- [71]郑群现. 切换非线性系统的模糊控制和滤波[D]. 电子科技大学, 2016.
- [72]Zhang L, Zhu Y, Shi P, etc. Time-dependent switched discrete-time linear systems: Control and filtering [M]. Springer, 2016.
- [73]Xu S, Dooren P, Stefan R, etc. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.
- [74]Chang X, Zhang L, Park J. Robust static output feedback H_{∞} control for uncertain fuzzy systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2015, 273: 87-104.
- [75]Wu Y, Lu Y, He S, etc. Synchronization control for unreliable network systems in intelligent robots[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019, 24(6): 2641-2651.
- [76]Ma Y, Nie Z, Hu S, etc. Fault detection filter and controller co-design for unmanned surface vehicles under dos attacks[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(3): 1422-1434.
- [77]Zhang W, Yu L. Stabilization of sampled-data control systems with control inputs missing[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(2): 447-452.
- [78]Chen W, Zheng W. An improved stabilization method for sampled-data control systems with control packet loss[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(9): 2378-2384.
- [79]Zhang L, Boukas E, Shi P. Exponential H_{∞} filtering for uncertain discrete-time switched linear systems with average dwell time: A μ -dependent approach[J].

International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal, 2008, 18(11): 1188-1207.

- [80]Hu J, Wang Z, Gao H, etc. Robust sliding mode control for discrete stochastic systems with mixed time delays, randomly occurring uncertainties, and randomly occurring nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59(7): 3008-3015.
- [81]Chang X, Yang G. Nonfragile H_∞ filtering of continuous-time fuzzy systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1528-1538.
- [82]Ding D, Li X, Shi Z, etc. Nonfragile H_∞ filtering for discrete-time T-S fuzzy systems[C]. proceedings of the Proceedings of the 31st Chinese Control Conference, July 2012: 25-27.

攻读学位期间发表的学术论文

1. **Zhu Y**, Mao X, Zheng Q, Asynchronous hybrid H_∞ filtering for uncertain impulsive switched systems. Circuits, Systems, and Signal Processing[J]. 2024, 43(3): 1392-1413. (中科院 SCI 三区)
2. Mao X, **Zhu Y**, Zheng Q, Quantized H_∞ output feedback control for uncertain impulsive switched systems via a hybrid control approach. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing[J]. 2023, 37(11): 3008-3025 (中科院 SCI 四区)

致 谢

夜已深，毕业论文的书写也已接近尾声，起身侧立于窗前，此时的校园静谧，有微风拂面而来，我望着窗外，不禁叹岁月荏苒，时光飞逝，三年的读研生涯即将结束。我在安徽工程大学的无数日日夜夜似乎都历历在目。人生有许多关键点，人生也有许多人许多感谢要铭记于心。此刻我百感交集，有千言万语想对三年来给我帮助、支持我、鼓励我的老师们、父母家人、同学朋友们说。

首先，最想感谢的是我的导师郑群现老师。三年来，跟着郑老师学习让我受益匪浅。郑老师知识渊博、治学严谨，待人真诚热心，在郑老师的悉心指导下，我不仅学到了扎实的专业知识，也被他刻苦治学、钻研学术、孜孜不倦的科研态度所感染。在我记忆中，郑老师经常是我们实验室每天早晨第一个到的；有时候晚上找老师请教问题，老师都能秒回。正所谓言传身教，在郑老师的带领下，我默默以郑老师为榜样，对自己的学术研究倍加下功夫；同时郑老师对工作的积极热情、认真负责、有条不紊、实事求是的态度，给我留下了深刻的印象，在他的影响下我也以这样的标准要求自己。正是这样榜样的力量，在我遇到生活中学业中困难时一次次坚定地熬过来。在此我要向郑老师表示衷心的感谢和深深的敬意！

我也要感谢我们学院给我们授课的各位老师，是你们的传道、授业、解惑，让我学到了专业知识，并从你们身上学到了如何求知治学、如何为人处事。同时还要感谢安徽工程大学和电气工程学院给我提供的良好学习环境和生活环境，让我的研究生生活丰富多彩，也为我的人生留下浓墨一笔！

其次，我衷心感谢我的师姐陈皓玲、师姐曹伟、师兄王杰、我的同门茆馨雅和肖仲璋还有我的师弟吴思轲、师弟黎法达、师妹邢宇以及三年来 401 实验室的全体同学朋友，感谢他们对我的帮助和支持，陪我度过了三年愉快的实验室生活。感谢我的室友张彦、李雯婷和茆馨雅，感谢她们在生活上给予我的关心与帮助。感谢辅导员吉萌老师对我的关心与帮助，感谢学院党委组织员翁文香老师和滕敏老师在我支部书记工作中对我悉心的教导，带我一点一点做好支部工作。感谢电气研 21 的两任班长李兆乾同学和周星源同学三年来对我们班级的付出。感谢学校羽毛球队周芳老师教我羽毛球的技法，激发了我羽毛球运动的热爱。感谢三年来课外舞蹈班的老师和舞友们，和你们一起练舞给我的生活增添了许多快乐。我

深表感激！

最后，我也要向我的爸爸妈妈爷爷奶奶以及身边的朋友们表示深深的谢意，你们给予我的关心、理解与支持是我不断前进的动力！我将不辜负你们的期望，在未来的生活中继续努力前进！

尚德敏学 唯实惟新

